

**Федеральное агентство по образованию**  
**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**ГОУВПО «АмГУ»**

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой ТиЭФ  
\_\_\_\_\_ Е. А. Ванина  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2007 г.

**ФИЗИКА**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

для специальности 130301 «Геологическая съемка, поиски и разведка полезных  
ископаемых»

Составители: Е.С Астапова, И. В. Верхотурова

Благовещенск 2007

Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
инженерно-физического факультета  
Амурского государственного  
университета

Составители: Е. С. Астапова, И. В. Верхотурова

Учебно-методический комплекс дисциплины «Физика» для студентов очной формы обучения специальности 130301 «Геологическая съемка, поиски и разведка полезных ископаемых». Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2007. – 291 с.

Учебно-методические рекомендации ориентированы на оказание помощи студентам очной формы обучения по специальности 130301 «Геологическая съемка, поиски и разведка полезных ископаемых» в изучении: основных физических явлений; овладении фундаментальными понятиями, законами и теоремами классической и современной физики, а также методами физического исследования; овладении приемами и методами решения конкретных задач из различных областей физики; умении выделить конкретное физическое содержание в прикладных задачах будущей специальности. При составлении учебно-методического комплекса использованы пособия кафедры теоретической и экспериментальной физики и кафедры физического материаловедения и лазерных технологий АмГУ.

Рецензент:

Ланкин С. В., зав. кафедрой общей физики Благовещенского государственного педагогического университета, доктор физико-математических наук, профессор

© Амурский государственный университет, 2007

Федеральное агентство по образованию РФ  
Амурский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по УНР  
Е.С. Астапова

\_\_\_\_\_ подпись, И.О.Ф

«\_\_» \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по *Физике*

для специальности *130301 «Геологическая съемка, поиски и разведка полезных ископаемых»*

Курсы 1,2

Семестры 1,2,3

Лекции 104 (часа)

Экзамен - 3 семестр

Практические (семинарские) занятия 43 (часа) Зачет – 1,2 семестры

Лабораторные занятия 52 (часа)

Самостоятельная работа 201 (час.)

Всего часов - 400

Составитель д.ф.-м.н., проф. Е. С. Астапова

Факультет *инженерно - физический*

Кафедра *теоретической и экспериментальной физики*

2007 г.

Рабочая программа составлена на основании ГОС.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры теоретической и экспериментальной физики

«\_\_» \_\_\_\_\_ 200\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ д.ф.-м.н. Ванина Е. А.

Рабочая программа одобрена на заседании УМС \_\_\_\_\_  
(наименование специальности)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 200\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_

Председатель \_\_\_\_\_  
(подпись, И.О.Ф.)

Рабочая программа переутверждена на заседании кафедры от \_\_\_\_\_  
протокол № \_\_\_\_\_ .

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_  
подпись \_\_\_\_\_ Ф.И.О. \_\_\_\_\_

СОГЛАСОВАНО  
Начальник УМУ

\_\_\_\_\_  
(подпись, И.О.Ф.)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

СОГЛАСОВАНО  
Председатель УМС факультета

\_\_\_\_\_  
(подпись, И.О.Ф.)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

СОГЛАСОВАНО  
Заведующий выпускающей кафедрой

\_\_\_\_\_  
(подпись, И.О.Ф.)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

**Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе.**

Курс физики совместно с курсом высшей математики, информатики, химии составляет основу теоретической подготовки, эти курсы играют роль фундаментальной базы, без которой невозможна успешная деятельность специалиста любого профиля. Курс физики представляет собой единое целое. Изучение целостного курса физики способствует формированию у студентов научного мировоззрения и современного физического мышления. Инженер должен иметь представление:

- о Вселенной в целом как физическом объекте и ее эволюции;
- о фундаментальном единстве наук, незавершенности естествознания и возможности его дальнейшего развития;
- о дискретности и непрерывности в природе;
- о соотношении порядка и беспорядка в природе, упорядоченности строения объектов, переходах в неупорядоченное состояние и наоборот;
- о динамических и статистических закономерностях в природе;
- о вероятности как объективной характеристике природных систем;
- об измерениях их специфичности в различных разделах естествознания;
- о фундаментальных константах естествознания;
- о принципах симметрии и законах сохранения;
- о соотношениях эмпирического и теоретического в познании;
- о состояниях в природе и их изменениях со временем;
- об индивидуальном и коллективном поведении объектов в природе;
- о времени в естествознании.

Задачи, которые ставятся при изучении физики во вузах, многообразны.

Важнейшие из них состоят в

- изучении основных физических явлений;
- овладении фундаментальными понятиями, законами и теоремами классической и современной физики, а также методами физического исследования;
- овладениями приемами и методами решения конкретных задач из различных областей физики;
- ознакомлении с современной научной аппаратурой, формировании навыков проведения физического эксперимента;
- умении выделить конкретное физическое содержание в прикладных задачах будущей специальности.

### **Перечень дисциплин, усвоение которых студентам необходимо для изучения дисциплины "физика"**

1.Курс физики средней школы.

2.Математическая подготовка:

1-й семестр: •

- векторная алгебра,
- линейная алгебра,
- дифференциальное исчисление,
- интегральное исчисление,
- основы теории вероятности,

2-й семестр:

- аналитическая геометрия,
- векторный анализ,
- основы теории поля,
- теория рядов.

3-й семестр:

- численные методы,
- дифференциальные уравнения,

- статистика,
- случайные процессы,
- статистические методы обработки экспериментальных данных.

### **Федеральный компонент**

#### **ЕН.Ф.03 (400 час.)**

-Физические основы механики. Элементы кинематики. Система отсчета. Основные кинематические характеристики движения частиц. Скорость и ускорение при криволинейном движении. Динамика частиц. Законы Ньютона. Инерциальная система отсчета. Границы применимости классического способа описания движения частиц. Законы сохранения в механике. Элементы механики твердого тела. Момент инерции. Электричество и магнетизм. Гармонический осциллятор. Движение системы вблизи устойчивого положения равновесия. Затухающие и вынужденные колебания. Волновые процессы. Бегущие и стоячие волны. Эффект Доплера. Звуковые и электромагнитные волны. Свет. Шкала электромагнитных волн. Поляризация, интерференция и дифракция волн. Принцип Гюйгенса - Френеля. Оптические приборы. Геометрическая оптика. Дифракционная решетка. Разрешающая способность спектральных приборов. Оптическая фильтрация. Принцип голографии. Молекулярная физика и термодинамика. Функции распределения. Первое, второе и третье начала термодинамики. Теплоемкость многоатомных газов. Атомная и ядерная физика. Элементы квантовой механики. Уравнение Шредингера. Квантовые состояния. Амплитуды вероятностей. Ядерные силы. Радиоактивные превращения ядер. Физический практикум.

### **Содержание дисциплины "физика".**

Наименование тем, их содержание, объем в часах. В фигурных скобках указаны темы для самостоятельного изучения.

## **ЛЕКЦИОННЫЙ КУРС**

### **1-й семестр (36 час):**

Введение/1 час/.

Предмет физики. Метод физического исследования: опыт, гипотеза, эксперимент, теория. Геология и физика.

Связь физики с другими науками.

Роль единства и взаимозависимости физических полей и геологической обстановки как основы комплексирования, взаимопроникновения наук о Земле и научной организации геологических работ.

Общая структура и задачи курса физики. Размерность физических величин.

Основные единицы СИ. Предлагаемая литература.

### **1. Физические основы механики. /Всего 21 час/**

Предмет механики. Кинематика и динамика. Классическая механика. Квантовая механика. Релятивистская механика.

#### **1.1. Элементы кинематики. /3 час/**

Физические модели: материальная точка (частица), система материальных точек, абсолютно твердое тело, сплошная среда. Пространство и время. Элементы векторной алгебры. Кинематическое описание движения. Поступательное движение. Вращательное движение. Скорость и ускорение при криволинейном движении. Нормальное и касательное ускорение. Степени свободы и обобщение координаты. Движение тела по окружности. Угловая скорость

и угловое ускорение. Вектор угловой скорости и углового ускорения. О смысле производной и интеграла в физике.

### 1.2. Динамика частиц. /4 час/

Основные задачи динамики. Понятие состояния в классической механике. Уравнение движения. Общие представления о дифференциальных уравнениях. Масса и импульс. Эталон массы в СИ. Границы применимости классического способа описания движения частиц.

Современная трактовка законов Ньютона. Первый закон Ньютона и понятие инерциальной системы отсчета. Второй закон Ньютона как уравнение движения. Сила как производная импульса. Виды сил в механике. Третий закон Ньютона.

### 1.3. Система материальных точек. /4 час/

Внутренние и внешние силы. Центр масс (центр инерции). Импульс системы материальных точек.

Закон сохранения импульса как фундаментальный закон природы. Аддитивность массы и закон сохранения центра инерции. Теорема о движении центра инерции (основное уравнение динамики системы материальных точек). Система центра инерции.

Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Момент силы.

Твердое тело в механике. Момент импульса вращающегося тела. Момент инерции твердого тела. Уравнение динамики и равновесия твердого тела.

### 1.4. Закон сохранения энергии. /4 час/

Работа и кинетическая энергия. Работа переменной силы. Примеры. Мощность. Кинетическая энергия в различных системах отсчета. Энергия движения тела как целого. Внутренняя энергия.

Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Связь между консервативной силой и потенциальной энергией. Закон сохранения энергии в механике. Общефизический закон сохранения энергии.

### 1.5. Элементы механики сплошных сред /2час/

Общие свойства жидкостей и газов. Идеальная и вязкая жидкости. Уравнение равновесия и движения жидкости. Гидростатика несжимаемой жидкости. Стационарное движение идеальной жидкости. Линии и трубка тока. Уравнение неразрывности. Стационарное движение идеальной жидкости. Уравнение Бернулли. Вязкая жидкость. Формула Пуазейля.

Напряжения в упруго деформированном теле. Закон Гука. Растяжение и сжатие стержней.

Место реологии в физике Земли как основы для решения задач о геодвижениях. Элементарные реологические тела Гука и Ньютона, оценка вязкости астеносферы по постледниковому поднятию. Линейные упруго-вязкие реологические тела, ползучесть, интеграл наследственности. Описание затухания сейсмических волн в Земле, оценки эффективной вязкости. Механизмы вязкости твердых тел, физическое объяснение вязких свойств вещества Земли

Особенные механические свойства мантийной среды. Одновременное проявление свойств твердого тела и жидкости в иерархической структуре мантийной среды.

### 1.6. Тяготение. Элементы теории поля. /2 час/

Законы Кеплера. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести и вес. Невесомость. Поле тяготения и его напряженность. Работа в поле тяготения. Потенциал поля тяготения.

Гравитационное поле, фигура и плотность Земли.

Потенциал силы тяжести, его разложение по сферическим функциям, спутниковые данные, нормальный потенциал. Фигура Земли, нормальная фигура Земли. Фигура равновесия вращающейся жидкости, гидростатическое равновесие Земли и отклонение Земли от

гидростатического равновесия. Гравитационное поле Земли, возможные механизмы вертикальных движений земной коры.

Определение и сущность гравитационной разведки в геологии. Понятия: силы тяжести, потенциала, его производных, уровневой поверхности, геоида, нормальной формулы, редукций и аномалий силы тяжести.

Плотность горных пород, полезных ископаемых и методы ее измерения.

Качественная и количественная интерпретация данных гравиразведки. Принципы интерпретации и геологическое истолкование гравитационных аномалий.

Области применения гравиразведки. Применение гравиразведки для изучения земной коры и верхней мантии, региональных съемок, при поисках и разведке нефтегазоносных структур и месторождений других полезных ископаемых.

### 1.7. Принцип относительности в механике. /2 час/

Принцип относительности в механике Галилея. Преобразования Галилея. Инварианты преобразования.

Преобразования Лоренца. Следствия из преобразований Лоренца: относительность длин и промежутков времени. Релятивистский закон сложения скоростей. Элементы релятивистской динамики. Релятивистская масса, импульс и энергия. Уравнение движения релятивистской частицы.

## **2. Молекулярная физика и термодинамика /всего 14 час/**

Три начала термодинамики.

Динамические и статистические закономерности в физике. Статистический и термодинамический методы.

### 2.1. Макроскопические состояния /2 час/

Тепловое движение. Макроскопические параметры. Уравнение состояния. Внутренняя энергия.

Уравнение состояния идеального газа. Давление газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Средняя кинетическая энергия молекул. Молекулярно - кинетический смысл абсолютной температуры. Число степеней свободы. Закон распределения энергии по степеням свободы.

### 2.2. Статистические распределения. /2 час/

Вероятность и флуктуация. Распределение Максвелла. Распределение частиц по абсолютным значениям скорости. Средняя кинетическая энергия частицы.

Скорость теплового движения частиц. {Опыт Штерна}.

Распределение Больцмана. Барометрическая формула. Теплоемкость многоатомных газов. Недостаточность классической теории теплоемкости.

Классическая и квантовая статистики.

Энтропия и статистический вес состояния. Причина возрастания энтропии.

### 2.3. Основы термодинамики. /4 час/

Обратимые и необратимые тепловые процессы. Внутренняя энергия. Работа газа при изменении объема. Количество теплоты. Теплоемкость. Первое начало термодинамики. Применение к изопроцессам.

Круговые процессы. Цикл Карно и его к.п.д. Тепловой двигатель и холодильная машина.

Приведенное количество теплоты. Энтропия в термодинамике. Обратимые и необратимые процессы. Второе начало термодинамики. Максимальный к.п.д.



тепловой машины. Термодинамические функции состояния. Фазовые равновесия и фазовые превращения. Элементы неравновесной термодинамики.

#### 2.4. Явления переноса. /2 час/

Понятия о физической кинетике. Время релаксации. Эффективное сечение расстояния. Число столкновений и длина свободного пробега молекул в газе. Явление переноса. Диффузия, теплопроводность, вязкость. Динамическая и кинетическая вязкости.

#### 2.5. Реальные газы. /2 час/

Учет молекулярного взаимодействия. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Критическая точка. Сравнение теоретических и экспериментальных изотерм.

#### 2.6. Конденсированное состояние. /2 час/

Жидкости. Поверхностное натяжение. Формула Лапласа. Смачивание. Строение и свойства кристаллических и аморфных тел. Элементы кристаллографии. Влияние типа связи на структуру и свойства кристаллов. {Дефекты структуры.} {Жидкие кристаллы. Типы жидких кристаллов}.

### **Второй семестр (32 часа)**

#### **3. Электричество и магнетизм. (32 час)**

Уравнение Максвелла в интегральной и дифференциальной форме; материальные уравнения; квазистационарные токи. Предмет классической электродинамики. Идея близкодействия. Электрический заряд и его свойства. Плотность заряда.

Скалярное и векторное поле. Действие над векторами. Основные интегралы (поток, циркуляция). Градиент. Дивергенция. Ротор. Теорема Гауса. Теорема Стокса.

#### 3.1. Электростатика. /8 час/

Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции. Электрический диполь. Работа электростатического поля. Циркуляция электростатического поля. Потенциал. Связь напряженности с потенциалом.

Поток вектора. Теорема Гаусса. Густота силовых линий.

Проводник в электростатическом поле. Граничные условия на границе "проводник-вакуум".

Коэффициенты электростатической емкости и электростатической индукции.

Емкость конденсаторов различной конфигурации.

Энергия взаимодействия электрических зарядов. Энергия системы заряженных проводников. Энергия конденсатора. Плотность энергии электростатического поля.

#### 3.2. Постоянный электрический ток. /4 час/

Сила и плотность тока. Условия существования тока. Законы Ома и Джоуля-Ленца в интегральной и дифференциальной форме. Сторонние силы. Э.Д.С. Электрический ток в сплошной среде.

Электропроводность металлов. Носители тока. Электронный газ. Подвижность носителей. Недостаточность классической электронной теории.

#### 3.3. Определение, сущность и классификация методов электроразведки в геологии. /2 час/

Общие сведения об изучаемых в электроразведке полях: естественных и искусственных, постоянных и переменных, установившихся и не установившихся. Нормальные и аномальные поля. Электромагнитные свойства горных пород и руд, методы их измерения.

Методы естественного электрического (постоянного - ЕП и переменного - ПЕЭП) и магнитного (переменного - ПЕМП) поля.

Вертикальные и дипольные электрические зондирования (ВЭЗ и ДЗ), методы электропрофилирования по сопротивлению (ЭП) и вызванной поляризации (ВП).

Методы низкочастотного профилирования (НЧМ): длинного кабеля (ДК), незаземленной петли (НП), дипольного индуктивного (ДИП) в гармоническом и не установившемся (импульсном, переходном) режимах.

Методы электромагнитных зондирований (ЭМЗ) естественными (магнитотеллурическими) и искусственными (управляемыми) полями.

Высокочастотные и сверхвысокочастотные методы профилирования.

Подземные и геоэлектрохимические методы электроразведки.

#### 3.4. Элементы физической электроники /4 час/

Электрический ток в вакууме. Термоэлектронная эмиссия. Виртуальный катод.

Электрический ток в газе. Процессы ионизации и рекомбинации. Понятие о плазме.

#### 3.5. Магнитное поле. /6 час/.

Закон Био-Савара-Лапласа. Принцип суперпозиции. Магнитное поле кругового и прямолинейного тока. Понятие о циркуляции векторов  $\mathbf{B}$ . Закон полного тока для тока проводимости.

Сила Лоренца и сила Ампера. Вектор магнитной индукции. Единица силы тока - ампер.

Движение заряженной частицы в электрическом и магнитном полях. Виток с током в магнитном поле. Момент сил, действующих на рамку. Потенциальная энергия витка с током во внешнем магнитном поле.

Явление электромагнитной индукции. Правило Ленца. Самоиндукция.

Индуктивность.

#### 3.6. Статистическое поле в веществе /4 часа/

Понятие о дипольном моменте. Энергия диполя в электростатическом поле. Полярные и неполярные молекулы и диэлектрики. Поляризация диэлектриков. Поляризованность. Диэлектрическая восприимчивость диэлектрика. Потенциальные заряды. Электрическое поле внутри диэлектрика. Диэлектрическая проницаемость диэлектрика. Вектор электрического смещения (индукции). Сегнетоэлектрики.

Граничные условия для электростатического поля на границе "диэлектрик-диэлектрик" и "проводник-проводник".

Понятие о магнитном моменте тока. Механический и магнитный момент атома. Процесс намагничивания магнетиков. Намагниченность. Магнитная восприимчивость.

Молекулярные токи. Магнитное поле в магнетиках. Напряженность магнитного поля. Магнитная проницаемость.

Граничные условия для магнитного поля на границе магнетиков. Применения (магнитные цепи).

Диэлектрики и парамагнетики, природа намагничивания. Зависимость намагничивания, от напряженности внешнего поля. Ферромагнетики. Домены. Кривая намагничивания. Явление насыщения. Основные свойства ферромагнетиков.

#### 3.7. Уравнения Максвелла /2 час/

Фарадеевская и Максвелловская трактовка явлений электромагнитной индукции.

Вихревое электрическое поле. Ток смещения. Вихревое электрическое поле. Ток смещения. Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной формах.

Принцип относительности в электродинамике.

Скорость распространения электромагнитных возмущений.

### 3.8. Магнитное поле Земли. Магнитные свойства горных пород. /2 час/

Магнитное поле Земли, особенности его строения и происхождения, изменения во времени. Нормальное и аномальное магнитные поля. Определение и сущность магнитной разведки.

Магнитные свойства горных пород и руд, методы их измерения.

Воздушная, морская и наземная магнитные съемки.

Качественная и количественная интерпретация данных магниторазведки. Интерпретация магнитных аномалий и их геологическое истолкование.

Области применения магниторазведки. Общая магнитная съемка Земли и палеомагнитные исследования. Применение магниторазведки для выяснения внутреннего строения земной коры, при региональных, структурных исследованиях, геологической съемке, поисках и разведке железорудных и других полезных ископаемых.

## Третий семестр (36 час)

### **4. Колебания и волны /18 час/**

Понятие о колебательных процессах. Единый подход к колебаниям различной физической природы. Виды колебаний. Нормальные моды. Элементы Фурье-оптики.

#### 4.2. Гармонический осциллятор /4 час/

Груз на пружине, крутильный маятник, колебательный контур. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Амплитуда, круговая частота, фаза.

Затухающие колебания. Коэффициент затухания, логарифмический декремент, добротность.

Резонанс. Резонансные кривые. Вынужденные колебания в электрических цепях.

Метод комплексных амплитуд. Комплексная форма представления колебаний.

Векторные диаграммы. Сложение колебаний.

Фурье-разложение агармонических колебаний. Физический смысл спектрального разложения.

#### 4.3. Волновые процессы /2 час/

Волны. Плоская и сферическая стационарные волны. Волновое уравнение. Уравнение волны (кинематическое). Поперечные и продольные волны. Особенности волновых процессов различной природы.

#### 4.3. Интерферометрия /4 час/

Интерференция монохроматических волн. Квазимонохроматические волны. Когерентность.

Условие усиления и ослабления. Основные интерференционные схемы (щели Юнга, бипризма Френеля, кольца Ньютона, интерференция в тонких пленках. Просветление оптики.

Временное и спектральное рассмотрение интерференционных явлений.

#### 4.4. Дифракция волн. /2 час/

Принцип Гюйгенса-Френеля. Приближение Френеля. Интеграл в дифракции Френеля. Простые задачи дифракции (дифракция на круглом отверстии, дифракция на щели). Дифракционная решетка. {Исследование кристаллических структур}. Зонная пластинка. Принцип голографии.

#### 4.5. Поляризация волн /2 час/

Естественный свет. Поляризация световых волн. Виды поляризации. Законы Малюса. Закон Брюстера. Степень поляризации (формулы Френеля).

#### 4.6. Электромагнитные волны в веществе. (2 час).

Распространение света в веществе. Дисперсия диэлектрической проницаемости. Поглощение света.

Элементы кристаллооптики.

Элементы нелинейной оптики: самофокусировка света, генерация оптических гармоник. Волновое уравнение. Плотность энергии. Плотность потока энергии.

#### 4.7. Использование волн для изучения строения Земли. Строение Земли по сейсмическим данным. (2 часа)

Главные особенности сейсмологических методов исследования глубоких недр Земли, уравнения сейсмического луча и годографа, типы и особенности годографов. Методы обращения годографа, проблема обращения годографа при наличии волновода и для глубинного источника. Использование поверхностных волн для изучения строения Земли. Сейсмическая модель Земли.

Определение и сущность сейсморазведки. Физические основы сейсморазведки. Основы теории упругости, геометрической сеймики и сейсмоэлектрических явлений.

Типы сейсмических волн. Отражение, преломление, дифракция, рефракция упругих волн. Сейсмические среды, границы и скорости упругих волн.

Сейсмические и сейсмоэлектрические свойства горных пород, их зависимость от различных природных факторов.

Метод отраженных волн (МОВ). Уравнение годографа волны, отраженной от плоского наклонного контакта. система наблюдений МОВ. Интерпретация данных МОВ.

Интерференционные системы. Группирование. Метод общей глубинной точки (МОГТ).

Метод преломленных волн (МПВ). Уравнение годографа. Системы наблюдений в МПВ. Интерпретация данных МПВ.

Области применения сейсморазведки. Роль глубинных сейсмических зондирований и профилирований в изучении оболочек Земли. Применение сейсморазведки в региональной геологии при поисках и разведке нефтегазоносных структур, сейсмостратиграфии и прогнозировании геологических разрезов. Особенности рудной сейсморазведки. Применение сейсмических и сейсмоакустических методов при инженерно-геологических и гидрогеологических изысканиях.

Сейсмоэлектрические методы (СЭМ). Пьезоэлектрический метод (ПЭМ) и метод сейсмоэлектрических потенциалов (МСЭП). Наземные и подземные варианты этих методов для поисков пьезоэлектрического сырья и решения некоторых инженерно-гидрогеологических задач.

#### **5. Квантовая физика /14 час/**

Противоречия классической физики. Проблемы изучения твердого тела. Фотоэлектрический эффект, стабильность и размеры атома. Открытие постоянной Планка.

#### 5.1. Экспериментальное обоснование основных идей квантовой теории /2 час/

Световые кванты. Фотоэффект. Эффект Комптона. Правило частот Бора. Опыт Франка и Герца.

Гипотеза де-Бройля. Дифракция электронов, /опыты/.

Микрочастица в двухщелевом интерферометре. Соотношение неопределенностей. Граница применимости классической механики.

#### 5.2. Квантовое состояние /1 час/

Задание квантового состояния микрочастиц: волновая функция и ее статистический смысл. Принцип суперпозиции состояния. Объяснение поведения частицы в интерферометре.

#### 5.3. Уравнение Шредингера /2 час/

Временное уравнение Шредингера. Квантовые уравнения движения. Стационарное уравнение Шредингера. Простейшие задачи квантовой механики: свободная частица, частица в одномерной прямоугольной "яме", туннельный эффект. Гармонический осциллятор. Объяснение устойчивости атома, туннельного эффекта, энергии нулевых колебаний осциллятора.

#### 5.4. Атом /2 час/

Частица в сферически симметричном поле. Водородоподобный атом.

Энергетические уровни. Потенциалы возбуждения и ионизации. Спектры водородоподобных атомов. Пространственное распределение электронов в атоме водорода.

Структура электронных уровней в сложных атомах. Принцип связи электронов в атоме. Периодическая система элементов Д.И. Менделеева.

#### 5.5. Молекула /2 час/

Молекула водорода. Обменное взаимодействие. Физическая природа химической связи. Ионная и ковалентная связи. Электронные термы двухатомной молекулы. Колебательная и вращательная структура термов.

#### 5.6. Атомное ядро /3 час/

Строение атомных ядер. Феноменологические модели ядра: газовая, капельная, оболочечная.

Ядерные реакции. Порог реакции. Механизм ядерных реакций.

Радиоактивные превращения ядер. Реакция ядерного деления. {Ядерный реактор}.

Основной закон радиоактивных превращений. Статистическая природа этого закона и основные параметры, характеризующие его. Принцип использования закона радиоактивных превращений для определения абсолютного возраста геологических образований.

Основные процессы взаимодействия излучения с веществом. Возможность использований для изучения состава и свойств горных пород и руд.

Закон ослабления гамма-излучения веществом. Полный и частные коэффициенты взаимодействия гамма-излучения для однородных и гетерогенных сред. Эффективный атомный номер горных пород и руд.

Основные процессы взаимодействия нейтронного излучения с веществом. Возможность использования нейтронного излучения для изучения состава и свойств горных пород и руд. Нейтронные параметры горных пород и руд.

. Общие сведения о радиоактивности. Состав, энергия и взаимодействие радиоактивных излучений с веществом. Радиоактивность руд, горных пород, природных вод, почвенного воздуха и атмосферы.

Радиометрические методы разведки. Воздушные, наземные, автомобильные, пешеходные и глубинные гамма-съемки. Эманационная съемка.

Нейтронные и гамма-лучевые свойства горных пород. Ядерно-физические методы исследования с целью их поэлементного анализа. Нейтронные методы. Гамма-гамма методы.

Проблемы источников энергии. {Термоядерные реакции}.

{Методы регистрации ядерных частиц}.

Предмет ядерной геофизики. Достоинства ядерно-геофизических методов и задачи, решаемые с их помощью. Роль и место ядерной геофизики в геологии.

### 5.7. Основы физики твердого тела /2 час/

Электропроводность металлов. Носители тока в металлах. Недостаточность классической электронной теории.

Зонная структура энергетического спектра твердых тел. Заполнение зон. Металлы, полупроводники, диэлектрики. Понятие дырочной проводимости. Собственные и примесные полупроводники. Явление сверхпроводимости.

## **Темы практических занятий.**

### **1 семестр (18 час.)**

1. Кинематика поступательного и вращательного движения /2 час/.
2. Кинематика поступательного и вращательного движения твердого тела и системы тел /3час/.
3. 3. Основные задачи динамики. Уравнение движения. Первый закон Ньютона и понятие инерциальной системы отсчета. Второй закон Ньютона как уравнение движения. Сила как производная импульса. Третий закон Ньютона /4час/.
4. Законы сохранения /4 час/.
5. Первое начало термодинамики в применении к идеальному газу /3 час/.
6. Второе начало термодинамики. Цикл Карно. Расчет энтропии /2 час/.

### **2 семестр /16 час/**

1. Напряженность и потенциал электрического поля. Принцип суперпозиции. Теорема Гауса /4 час/.
2. Постоянный ток /2 час/.Магнитное поле. Закон Био-Савара-Лапласа. /2 час/.
3. Силы Ампера и Лоренца /4 час/.
4. Электромагнитная индукция /4 час/.

### **3 семестр /9 час/**

1. Интерференция /2 час/.
2. Дифракция /2 час/.
3. Поляризация /2час/.
4. Изучение абсолютно черного тела. Фотоэффект. Эффект Комптона /2 час/.
5. Элементы квантовой механики /1 час/.

## **Темы лабораторных работ**

### **1 семестр. /18 час/.**

1. Обработка результатов измерений /2 ч./
2. Измерение линейных размеров и определение плотности твердых тел /2 ч./
3. Проверка второго закона Ньютона на машине Атвуда. /2 ч./
4. Изучение законов сохранения при ударе шаров /2 час/
5. Изучение основного закона динамики вращательного движения на маятнике Обербека/2 ч./
6. Изучение законов сохранения момента импульса и энергии при помощи крутильного маятника /2 час/
7. Определения коэффициента вязкости жидкости методом Стокса /2 ч./
8. Определение показателя адиабаты методом адиабатического расширения /2 ч./
9. Определение модуля Юнга методом Лермантова /2 час/

### **2 семестр /16 час/**

1. Исследование электростатического поля /2 час/.
2. Элементы электрических цепей и электроизмерительные приборы /2 ч/.
3. Изучение электроручевого осциллографа /2 ч./.
4. Определение удельного сопротивления металлического проводника /2 ч./.
5. Проверка закона Ома для неоднородного участка цепи /2 ч./.
6. Определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли /2 с/.
7. Определение удельного заряда электрона методом магнитной фокусировки электронных пучков /2 ч./.
8. Исследование процессов намагничивания ферромагнетиков /2 час/.

### **3 семестр /18 час/**

1. Изучение интерференции света на установке с бипризмой Френеля /2 час/
2. Определение показателя преломления прозрачной пластинки с помощью микроскопа /2 ч./.
3. Изучение закона Малюса /2 ч/.
4. Определение радиуса кривизны линзы по кольцам Ньютона /2 ч./.
5. Определение длины волны света при помощи дифракционной решетки /2 ч/.
6. Определение потенциала возбуждения атомов инертных газов /2 час/.
7. Изучение серийных закономерностей в спектре водорода и определение постоянной Ридберга /2 ч./.
8. Определение максимальной энергии бета-спектра по толщине слоя половинного ослабления /2 ч./
9. Определение линейного коэффициента ослабления гамма-излучения в свинце методом поглощения /2час/

### **Вопросы к зачету (1 семестр)**

1. Механическое движение. Радиус-вектор, скорость, ускорение. Нормальное и тангенциальное ускорение.
2. Закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета.
3. Виды сил в природе.
4. Состояние материальной точки. Уравнение движения. Основная задача динамики. Принцип механического детерминизма.
5. Система материальных точек. Центр масс, скорость, ускорение. Вывод основного уравнения динамики для системы материальных точек.
6. Закон сохранения импульса системы тел. Абсолютно упругий и неупругий удар шаров.
7. Кинематика вращательного движения. Угол поворота, угловая скорость, угловое ускорение. Связь между линейными и угловыми скоростями и ускорениями.
8. Связь между характеристиками поступательного и вращательного движения.

9. Момент силы. Момент импульса материально точки и вращающегося тела. Момент инерции.
10. Момент силы. Момент инерции. Закон динамики вращательного движения.
11. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Пример.
12. Вывод закона сохранения момента импульса. Пример.
13. Механическая работа. Работа постоянной и переменной силы. Пример.
14. Консервативные силы. Потенциальная энергия различных сил: гравитационной, упругой.
15. Механическая энергия. Закон сохранения механической энергии. Пример.
16. Уравнение неразрывности. Линии и трубка тока.
17. Уравнение Вернули.
18. Дайте понятие уравнения движения. Составьте уравнение движения для тела в поле сил тяжести.
19. Закон изменения и сохранения импульса из закона динамики для системы тел.
20. Преобразования Галилея. Классический закон сложения скоростей. Механический принцип относительности.
21. Постулаты Эйнштейна. Преобразования Лоренца.
22. Следствия из преобразований Лоренца: понятие относительности длин и промежутков времени. Пример.
23. Релятивистский закон сложения скоростей. Связь масс и энергии в динамике теории относительности.
24. Динамика теории относительности. Релятивистская масса, импульс и энергия. Закон взаимосвязи между массой и энергией.
25. Внутренняя энергия. Работа газа при изменении объема. Количество теплоты. Теплоемкость. I начало термодинамики.
26. Применение I начала динамики к различным изопроцессам.
27. Дайте определение и изобразите на диаграмме P-V основные процессы: изобарный, изохорный, изотермический, адиабатический. Газовые законы, справедливые для этих процессов.
28. Расчет работы при изотермическом процессе.
29. Расчет работы при изобарном и изохорном процессах.
30. Работа при адиабатическом процессе.
31. Вывод закона Пуассона для адиабатического процесса.
32. Средняя кинетическая энергия молекул. Молекулярно-кинетическое толкование абсолютной температуры. Число степеней свободы. Закон распределения свободы по степеням.
33. Внутренняя энергия идеального газа. Вывод формулы.
34. Вывод основного уравнения молекулярно-кинетической энергии.
35. Теплоемкость при постоянном давлении и постоянном объеме. Формула Майера.
36. Круговые процессы. Цикл Карно и его к.п.д. Тепловой двигатель и холодильная машина.
37. Обратимые и необратимые процессы. Приведенное количество теплоты. Неравенство Клазиуса.
38. Понятие энтропии. Общие формулировки 2 начала термодинамики.
39. Энтропия как мера беспорядка системы. Закон возрастания энтропии.
40. Строение и свойства кристаллических и аморфных тел. Элементы кристаллографии. Влияние типа связи на структуру и свойства кристаллов. Дефекты структуры.
41. Число столкновений и длина свободного пробега молекул в газах.
42. Явление переноса в термодинамических неравновесных системах. Описание закона диффузии, теплопроводности, внутреннего трения.
43. Реальные газы. Учет молекулярного взаимодействия. Уравнение Ван-дер-Ваальса.



Сравнение теоретических и экспериментальных изотерм.

### Вопросы к зачету (2 семестр)

1. Электрический заряд. Напряженность электрического поля. Силовые линии. Напряженность точечного заряда.
2. Расчет напряженности электрического поля системы точечных зарядов методом суперпозиции. Пример.
3. Расчет напряженности электрического поля протяженных линейных зарядов. Пример.
4. Работа электрического поля по перемещению заряда. Потенциальный характер электростатического поля.
5. Потенциал электрического поля. Разность потенциалов. Потенциал поля точечных зарядов.
6. Связь между напряженностью и потенциалом.
7. Поток вектора. Теорема Гаусса для вектора  $E$ .
8. Расчет электрического поля бесконечной равномерно заряженной плоскости при помощи теоремы Гаусса.
9. Расчет электрического поля бесконечной равномерно заряженной цилиндрической поверхности при помощи теоремы Гаусса.
10. Расчет электрического поля равномерно заряженной сферической поверхности при помощи теоремы Гаусса.
11. Поляризация диэлектриков. Дипольный момент. Диполь в электрическом поле. Поляризация ориентационная и деформационная. Вектор поляризации.
12. Вектор электрического смещения  $D$ . Теорема Гаусса для вектора  $D$ .
13. Сегнетоэлектрики и их свойства.
14. Условия на границе диэлектриков.
15. Электрический ток. Сила тока, плотность тока. Условия существования тока в цепи. Сторонние силы, э.д.с.
16. Закон Ома в интегральной форме для однородного и неоднородного участка цепи, замкнутой цепи.
17. Классическая теория электропроводности металлов.
18. Законы Кирхгофа. Пример расчета электрической цепи.
19. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца.

### Экзаменационные вопросы (3 семестр)

1. Научный метод познания. Предмет физики.
2. Система отсчета. Траектория, длина пути, вектор перемещения.
3. Кинематика прямолинейного движения материальной точки. Скорость, ускорение, ее составляющие.
4. Кинематика вращательного движения материальной точки. Угловая скорость, угловое ускорение.
5. Динамика поступательного движения материальной точки. Законы Ньютона.
6. Импульс материальной точки. Закон сохранения импульса.
7. Энергия, работа, мощность.
8. Кинетическая и потенциальная энергии. Закон сохранения энергии.
9. Момент инерции. Кинетическая энергия вращения.
10. Момент силы. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела.
11. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.

12. Давление в жидкости и газах. Уравнение неразрывности.
13. Уравнение Бернулли. Вязкость.
14. Методы исследования термодинамический и статистический. Законы идеального газа.
15. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории.
16. Среднее число столкновений. Средняя длина свободного пробега молекул.
17. Явления переноса.
18. Законы термодинамики. Первое начало термодинамики. Работа газа.
19. Изопроцессы. Адиабатный и политропные процессы.
20. Второе начало термодинамики. Цикл Карно.
21. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Внутренняя энергия реального газа.
22. Свойство жидкостей. Поверхностное натяжение. Капиллярные явления.
23. Твердые тела. Дефекты в кристаллах.
24. Закономерности агрегатных состояний и фазовых переходов.
25. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона.
26. Напряженность и потенциал электростатического поля. Связь между напряженностью и потенциалом.
27. Электрический ток. Сила тока. Плотность тока.
28. Сторонние силы. ЭДС и напряжение.
29. Закон Ома. Сопротивление проводника.
30. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца.
40. Обобщенный закон Ома и следствия из него. Правила Кирхгофа.
41. Закон Био-Савара-Лапласа.. Законы Лоренца и Ампера.
42. Магнитное поле и его характеристики. Закон Био-Савара-Лапласа.
43. Закон Ампера. Взаимодействие параллельных токов.
44. Действие магнитного поля на движущийся заряд.
45. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея.
46. Индуктивность контура. Самоиндукция.
47. Электромагнитные волны.
48. Механические колебания. Основные характеристики и закономерности.
49. Характеристики и закономерности волновых процессов.
50. Элементы геометрической оптики. Тонкие линзы.
51. Интерференция света. Методы наблюдения интерференции. Кольца Ньютона.
52. Дифракция. Дифракция Фраунгофера. Дифракция Френеля. Дифракционная решетка.
53. Дисперсия. Поглощение света.
54. Поляризация. Степень поляризации. Способы поляризации. Закон Малюса. Закон Брюстера.
55. Фотоэффект. Уравнение Эйнштейна. Эффект Комптона.
56. Корпускулярно-волновой дуализм.
57. Волны де-Бройля. Приищи неопределенности.
58. Волновая функция и ее физический смысл.
59. Энергетический спектр атомов и молекул.
60. Поглощение и вынужденное излучение.
61. Строение атомного ядра.
62. Радиоактивность.

#### САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТОВ

1. Подготовка и оформление отчетов лабораторного практикума.
2. Изучение теоретических вопросов (подготовка к экзамену, коллоквиуму, самостоятельное изучение отдельных разделов).
3. Выполнение индивидуальных заданий к практическим занятиям.

#### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

- 1.Трофимова Т.И. Кур, физики. М.: Высшая школа, 2001. 542 с.

- 2.Савельев И.В. Курс общей физики. Т. 2,3,4- М.: Высшая школа, 1999.
- 3.Бурсиан Э.В. Физические приборы. М.: Просвещение, 1984.
- 4.Жарков В.Н. Внутреннее строение Земли и планет. М., Наука, 1983.
- 5.Магницкий В.А. Внутреннее строение и физика Земли. М., Недра, 1965.
- 6.Общая геофизика. /Ред. В.А.Магницкий. Часть 1 - Физика твердой Земли. М., МГУ, 1995.
- 7.Хмелевской В.К. Геофизические методы исследования земной коры. Дубна, Изд-во ун-та Дубна, 1997.

#### МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

- 1.Методическое указание к практическим занятиям по физике, разд. "Механика".
- 2.Методическое указание к практическим занятиям по физике, разд. "Электричество".
- 3.Методическое указание к практическим занятиям по физике, разд."Оптика и атомная физика".

## Критерии оценки при сдаче экзамена

1. К сдаче экзамена допускаются студенты:

- посетившие все лекционные, практические и лабораторные занятия данного курса;
- защитившие лабораторные работы;
- сдавшие все домашние задания;
- выполнившие все работы по промежуточному контролю знаний на положительную оценку (две контрольные работы и коллоквиум).

При наличии пропусков и неудовлетворительных оценок темы пропущенных занятий должны быть отработаны, т.е. проведены преподавателем консультации, на которых студенты сдают долги.

Программные вопросы к коллоквиуму и экзамену доводятся до сведения студентов за месяц до коллоквиума или экзамена.

2. Критерии оценки:

Итоговая оценка знаний студентов должна устанавливать активность и текущую успеваемость студентов в течение семестра по данному предмету.

Оценка «отлично» - ставится при наличии всех защищенных лабораторных работ, при наличии положительных оценок по промежуточному контролю знаний (коллоквиум (на четыре или пять), контрольные работы (на четыре или пять) и при 90 - 100 % правильных ответов на экзамене.

Оценка «хорошо» - ставится при наличии всех защищенных лабораторных работ, при наличии положительных оценок по промежуточному контролю знаний (коллоквиум (на четыре или пять), контрольные работы (на четыре или пять) и при 70 - 90 % правильных ответов на экзамене.

Оценка «удовлетворительно» - ставится при наличии всех защищенных лабораторных работ, при наличии положительных оценок по промежуточному контролю знаний (коллоквиум (на три), контрольные работы (на три) и при 50 - 70 % правильных ответов на экзамене.

«неудовлетворительно» - ставится при наличии всех защищенных лабораторных работ, при наличии положительных оценок по промежуточному контролю знаний (коллоквиум, контрольные работы) и при 30 - 50 % правильных ответов на экзамене.

# КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

## ВВЕДЕНИЕ

Прежде чем приступить к изучению физики, необходимо выяснить её место среди других наук о природе, взаимосвязи физики с математикой и техникой, её роли в формировании естественнонаучного мировоззрения и его практического использования выпускниками технического университета.

**1. Предмет физики.** Физика как наука изучает простейшие и вместе с тем наиболее общие закономерности явлений природы, свойства и строение материи, и законы её движения. Физика является основой всех естественных наук так как физическая форма движения материи входит в более сложные формы движения как их составная часть.

**2. Физика – наука экспериментальная.** Вся история развития физики показывает, что новые идеи и законы являются следствием опыта, эксперимента. В основе каждого раздела курса физики лежат фундаментальные законы физики, которые не выводятся теоретически, они являются обобщением опытных фактов. Эти законы позволяют построить в каждом разделе логически стройную картину описания данного круга явлений и взаимосвязи различных разделов курса физики. К таким законам можно отнести законы Ньютона в механике, три начала в термодинамике, полную систему уравнений Максвелла в электромагнетизме, уравнение Шредингера в квантовой механике.

В физике реализуется, в основном, следующая схема познания, изучения явлений природы: 1) наблюдение какого-либо нового явления в природе, проведение опытов – многократного воспроизведения данного явления в контролируемых условиях; 2) объяснения результатов опытов с помощью различных гипотез, позволяющих теоретически объяснить закономерности протекания этого явления; 3) после экспериментальной проверки гипотеза либо отбрасывается, либо становится законом, позволяющим описать данную область явлений и подсказать новые явления, новые закономерности. Эти предсказания проверяются на опыте, и схема познания реализуется на более высоком уровне.

В настоящее время современное изложение курса физики можно существенно упростить в связи с тем, что ряд законов, открытых исторически опытным путем, выводится теоретически из фундаментальных законов физики. Например, закон электромагнитной индукции Фарадея является следствием закона сохранения энергии; законы теплового излучения можно получить на основе квантовой теории излучения. Однако нужно помнить, что физика является, прежде всего, наукой экспериментальной и поэтому при изложении курса физики нужно постоянно подчеркивать эту мысль, показывать реальный исторический путь ее развития.

**3. Физика и математика.** Любой физический образ, понятие, закон обязательно включают в себя наряду со словесным, наглядно–пространственным, также и аналитическое описание. Законы физики представляют собой количественные соотношения и формулируются на математическом языке. Поэтому отделить физику от математики невозможно. Широкое внедрение математического аппарата привело к делению физики как науки на экспериментальную и теоретическую физику. Применение математических методов позволило в теоретической физике не только записывать в компактной форме различные законы в виде уравнений, но и, следуя внутренней логике математических приемов, методов, получать новые результаты, которые не являются следствием опытных наблюдений. Конечно, справедливость новых формул, гипотез, полученных на “кончике пера”, проверяется на эксперименте. Примерами таких открытий могут служить предсказание Максвеллом существования электромагнитных волн, которое затем было экспериментально подтверждено Герцем, открытие античастицы – позитрона и реакции аннигиляции электрона и позитрона на основе решения уравнения, записанного Дираком.

Развитие физики, в свою очередь, стимулирует развитие математики. Изучение квантово-механической формы движения материи, физики атомного ядра и элементарных

частиц, ранних этапов развития Вселенной требуют разработки новых понятий и методов в математике.

**4. Физика и техника.** Физика оказывает существенное влияние на развитие техники, новые отрасли в которой возникают в результате открытий в различных областях физики. К таким наиболее ярким примерам можно отнести создание электротехники (открытие закона электромагнитной индукции), радиотехники (открытие электромагнитных волн), вычислительной техники, лазерной техники на основе достижений в физике твердого тела, ядерной энергетики (открытия реакций деления тяжелых ядер).

Развитие физики способствует решению ряда принципиальных проблем, возникающих перед техникой и требующих создания физической картины, физического объяснения тех или иных явлений (например, звуковой барьер, повышение быстродействия ЭВМ, новые материалы в ракетостроении, невесомость и т.д.).

Постоянно повышающиеся требования, предъявляемые к качеству выпускаемой продукции (экономичность ее производства, экологическая безопасность для окружающей среды и человека), требуют качественного совершенствования технологических производств, широкого внедрения методов контроля и новых достижений в физике.

В свою очередь, техника поставляет новые, более усовершенствованные приборы и экспериментальные установки для физических исследований, что позволяет получать новые экспериментальные факты и тем самым способствует развитию физики. При этом широкое внедрение вычислительной техники, вычислительных методов приводит к созданию новых направлений в физике, связанных с моделированием на ЭВМ реальных процессов поведения физических систем, и тем самым позволяют существенно продвинуться в понимании процессов, протекающих в газах, жидкостях и твердых телах.

В настоящее время возрастает роль физики в формировании научного мировоззрения и активной жизненной позиции студентов университета. Это связано с широким внедрением новых достижений и открытий в различных областях физики в современное производство, необходимостью решения вопросов, касающихся его модернизации. На первый план выходят такие проблемы, как экономичность производства, его экологическая безопасность, повышение качества выпускаемой продукции.

Все это требует от современного выпускника как организатора производства не только качественно овладеть специальными знаниями, но и уметь разбираться в современном состоянии в области физической науки с целью применения новых разработок в производстве, в технологическом процессе.

Внутренняя логика построения курса физики, состоящая в постоянном переходе от изучения простых физических явлений к сложным, показывающая их познаваемость и взаимосвязь, в освоении при этом физическими методами исследования природных явлений, позволяют сформировать у студента материалистическое мировоззрение, естественнонаучную картину мира, что помогает ему в решении производственных проблем.

## **ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ**

### **Тема 1. ЭЛЕМЕНТЫ КИНЕМАТИКИ**

#### План:

1. Модели в механике. Система отсчета. Траектория, длина пути, вектор перемещения.
2. Скорость
3. Ускорение и его составляющие
4. Угловая скорость и угловое ускорение

Понятие скорости - исходное в механике. Тело, размерами которого по условиям задачи можно пренебречь, называется **точечным телом или материальной точкой**. Понятие материальной точки по сути является абстракцией, идеализированным понятием, к которому прибегают - и довольно часто - из соображений дозволенного упрощения задач механики.

**Скорость** материальной точки есть векторная величина, направленная по касательной к траектории движения точки и по модулю равная производной от пути по времени. Если же движение неравномерное и скорость во времени непрерывно меняется, необходимо пользоваться точным определением, данным выше: модуль скорости равен производной от пути по времени и выражается формулой

$$v = \frac{ds^*}{dt} \quad (1.1)$$

где  $s^*$  - путь материальной точки. Приращение радиуса-вектора направлено по хорде траектории (рис. 1.1), а при устремлении приращения радиуса-вектора к нулю хорда совпадает с касательной, т.е. с направлением скорости. Поэтому скорость материальной точки можно определить как производную от радиуса-вектора по времени:

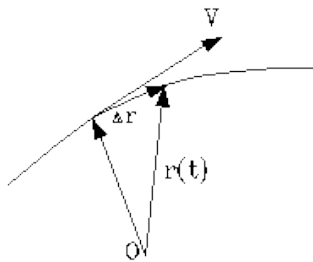


Рис. 1.1

$$v = \frac{dr^*}{dt} \quad (1.2)$$

Как и всякий вектор, вектор скорости можно разложить по координатным осям декартовой системы координат. В соответствии с (1.2) получим следующие формулы для компонент вектора скорости:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; \quad v_y = \frac{dy}{dt}; \quad v_z = \frac{dz}{dt}; \quad (1.3)$$

Чтобы найти скорость точки по формулам (1.2) или (1.3), нужно знать, как меняются либо радиус-вектор, либо координаты с течением времени, т.е. знать функцию

$$r=r(t) \quad (1.4)$$

или функции

$$x=x(t), y=y(t), z=z(t). \quad (1.5)$$

Формулы (1.4) и (1.5) выражают так называемый **закон движения материальной точки**.

Например, равноускоренное движение точки по заданной траектории описывается формулами:

$$v_\tau = v_{0\tau} + a_\tau t; \quad s = s_0 + v_{0\tau} t + \frac{a_\tau t^2}{2} \quad (1.6)$$

где  $a$  - так называемое касательное ускорение. Индекс обозначает проекцию вектора ( $v$  или  $a$ ) на положительное направление отсчета координаты  $s$  (на единичный вектор, направленный по касательной к траектории).

Скорость изменения скорости движения точки называется **ускорением**, а точнее, ускорение есть первая производная от скорости точки по времени или вторая производная от радиуса-вектора по времени:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2} \quad (1.7)$$

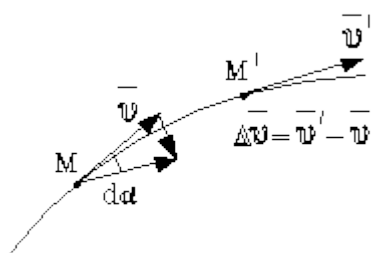


Рис 1.2

Представляется целесообразным разбить ускорение точки на две части: одна часть показывает, как быстро изменяется скорость по модулю, другая - по направлению. Первую часть ускорения обозначим  $a_\tau$ , вторую -  $a_n$ . Если иметь в виду приращение скорости только по модулю, то оно всегда будет направлено по линии вектора скорости.. Поэтому касательное ускорение можно представить в виде

$$a_\tau = \frac{dv_\tau}{dt} \quad (1.8)$$

Если иметь в виду теперь приращение скорости только по направлению, то целесообразно рассмотреть случай, когда модуль скорости не меняется (равномерное движение). Допустим, что траектория плоская, т.е. целиком лежит в одной плоскости и за время  $t$  точка перешла из положения  $M_1$  в положение  $M_2$ . Вектор скорости при этом изменился по направлению (его приращение изображено на рис. 1.2 в виде основания равнобедренного треугольника). В данном случае нормальное ускорение представляет собой следующий предел:

$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (1.9)$$

Нормальное ускорение направлено перпендикулярно к касательной.

Построим небольшую дугу окружности (рис. 1.3). Бесконечно малый отрезок траектории можно рассматривать как дугу некоторой окружности, которая называется окружностью кривизны для данной точки траектории. Радиус окружности называется радиусом кривизны траектории в данной точке. Очевидно, радиус кривизны вдоль траектории меняется. Непосредственно из рисунка видно, что

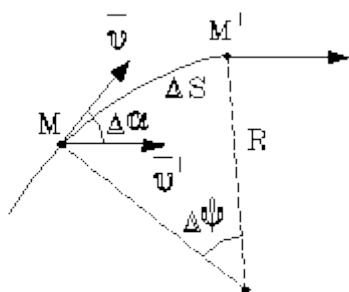


Рис. 1.3

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta s}{R} \quad (1.10)$$

где  $s$  - длина дуги, пройденной точкой за время  $t$ . В свою очередь,

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = R \frac{d\alpha}{dt} \quad (1.11)$$

С учетом этого

$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad (1.12)$$

Таким образом, нормальное ускорение направлено перпендикулярно к касательной, к центру кривизны (и поэтому называется центростремительным ускорением). Полное ускорение точки складывается из касательного и нормального ускорений по правилу сложения векторов. Оно всегда будет направлено в сторону вогнутости траектории, поскольку в эту сторону направлено и нормальное ускорение. Если касательное ускорение постоянное, то движение называется равноускоренным. Нормальное ускорение в равноускоренном движении будет зависеть от характера траектории.

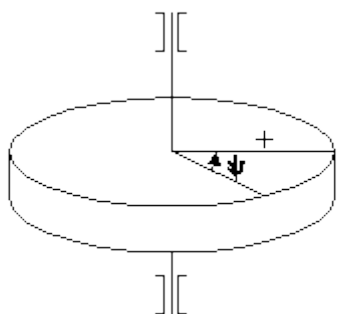


Рис. 1.4

Следующей после материальной точки абстракцией, которая используется в механике, является понятие абсолютно твердого тела. **Абсолютно твердым телом** называется тело, деформациями которого по условиям задачи можно пренебречь. У абсолютно твердого тела



расстояние между любыми его точками с течением времени не меняется. Поступательным движением тела называется такое движение, при котором любая прямая, жестко связанная с телом, перемещается параллельно самой себе. При поступательном движении все точки тела движутся совершенно одинаково: у них одинаковые, но смещенные относительно друг друга траектории, одинаковые в любой момент времени скорости, одинаковые ускорения. Если так, то поступательное движение абсолютно твердого тела эквивалентно движению одной точки и кинематика поступательного движения сводится к кинематике точки. Вращательное движение тела вокруг неподвижной оси. Положение абсолютно твердого тела в этом случае характеризуется одной единственной координатой: углом поворота тела вокруг оси. Угол отсчитывается от некоторого положения тела в определенную сторону, в результате этого углу поворота приписывается знак (рис. 1.4). Важнейшей характеристикой движения тела в этом случае является угловая скорость. Угловой скоростью тела называется первая производная от угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (1.13)$$

Угловая скорость показывает, на какой угол поворачивается тело в секунду. Угловая скорость характеризуется знаком. Она меньше нуля, если угол меняется в направлении, обратном положительному направлению его отсчета. Если тело вращается в одну сторону, то его движение иногда описывается числом оборотов  $N$ . Число оборотов  $N$  связано с углом поворота формулой

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} \quad (1.14)$$

В этом случае вместо угловой скорости вводят понятие частоты вращения (число оборотов в секунду). Частота вращения равна первой производной от числа оборотов по времени, т. е.

$$n = \frac{dN}{dt} ; \quad n = \frac{\omega}{2\pi}$$

Если вращение равномерное, то угловую скорость можно определить известной формулой:

$$\omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t} \quad (1.15)$$

Угловым ускорением называется первая производная угловой скорости по времени (или вторая производная от угла поворота по времени).

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (1.16)$$

Вращение является ускоренным (с нарастающей угловой скоростью), если знаки угловой скорости и углового ускорения одинаковы, и замедленным, если знаки угловой скорости и углового ускорения разные. При вращении твердого тела вокруг неподвижной оси все точки тела движутся по окружностям с центрами, расположенными на оси вращения. Линейные величины для точек вращающегося твердого тела связаны с угловыми, т.к. во все формулы этих соотношений будет входить радиус вращения точки. Справедливы следующие соотношения:

$$s = R\varphi ; \quad v = R\omega ; \quad a_n = \omega^2 R ; \quad a_\tau = \varepsilon R$$

$$a = \sqrt{\omega^4 R^2 + \varepsilon^2 R^2} \quad (1.17)$$

Между движением твердого тела вокруг неподвижной оси и движением отдельной материальной точки (или поступательным движением тела) существует аналогия. При решении задач полезно пользоваться этой аналогией.

Известно, что равноускоренное движение описывается формулами:

$$s = v_0 t + \frac{a_t t^2}{2}$$

$$v = v_0 + a_t t \quad (1.18)$$

По аналогии можно записать соответствующие формулы для равноускоренного вращения твердого тела:

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t \quad (1.19)$$

Аналогия между поступательным и вращательным движениями существует и в динамике.

## Тема 2. ДИНАМИКА ТОЧКИ И СИСТЕМЫ

План:

1. Первый закон Ньютона. Масса. Сила.
2. Второй закон Ньютона.
3. Третий закон Ньютона.
4. Силы трения.
5. Закон сохранения импульса. Центр масс.
6. Уравнение движения тела переменной массой.

Характер движения тел зависит от их взаимодействия. Тело, не взаимодействующее с другими телами, называется **изолированным** (замкнутым).

**Первый закон Ньютона:** изолированные друг от друга тела движутся с постоянными скоростями. В частном случае они могут быть неподвижны по отношению друг к другу. Закон инерции позволяет сформулировать понятие инерциальной системы отсчета (ИСО).

**Система отсчета**, образованная совокупностью неподвижных относительно друг друга изолированных тел, называется **инерциальной системой отсчета**. С другой стороны, все ИСО определены совершенно одинаково (они связаны с изолированными телами или с телами, на которые, если силы и действуют, то взаимно уравновешивают друг друга и с "точки зрения" движения не дают никакого эффекта).

Рассмотрим теперь в ИСО движение тела, взаимодействующего с другими телами. В механике взаимодействие имеет направленный характер. В механике та величина, передача которой характеризует взаимодействие между телами, должна иметь векторный характер. Она называется **импульсом**. Рассмотрим взаимодействие двух тел. Принцип передачи импульса означает, что изменение импульса первого тела равно изменению импульса второго тела, взятому с обратным знаком, т. е. можно записать уравнение:

$$p_1' - p_1 = -(p_2' - p_2) \quad (2.1)$$

или

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2' \quad (2.2)$$

Равенство (2.2) и выражает **закон сохранения импульса**: суммарный импульс замкнутой системы двух тел до взаимодействия равен суммарному импульсу тел после взаимодействия. Передача импульса от тела к телу может служить мерой взаимодействия. Однако сама по себе передача импульса еще не вполне характеризует взаимодействие в данный момент времени: она может осуществляться и быстро, и медленно. Желательно ввести такую характеристику взаимодействия, которая отражала бы скорость передачи импульса в данный момент времени. Такой характеристикой и является **сила**. Силой называется первая производная от импульса, присущего телу, по времени:

$$F = \frac{dp}{dt} \quad (2.5)$$

Может так случиться, что данное тело взаимодействует сразу с несколькими телами, поэтому изменение его импульса обусловлено передачей импульса от нескольких тел, т.е.

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 + \dots \quad (2.6)$$

Тогда, для результирующей силы, получаем

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{dp_1}{dt} + \frac{dp_2}{dt} + \dots \quad (2.7)$$

или

$$F = F_1 + F_2 + \dots \quad (2.8)$$

Тогда получим следующее равенство:

$$F_{12} = -F_{21} \quad (2.9)$$

Это равенство выражает **третий закон Ньютона**: действие равно и противоположно направлено противодействию. То есть в физике всякое взаимодействие имеет взаимный характер: если тело действует на другое, то последнее действует на первое, силы взаимодействия равны и противоположно направлены.

Взаимодействие тел определяет характер их движения. Это означает, что импульс тела должен быть связан со скоростью. Связь между импульсом и скоростью тела задается в виде некоторого закона, который в механике постулируется и подтверждается.

$$p = mv \quad (2.10)$$

где  $m$  - масса точечного тела, и подставим это выражение в формулу (2.5). Получим формулу, выражающую **второй закон Ньютона**:

$$m \frac{dv}{dt} = F \quad (2.11)$$

где  $dv/dt$  - ускорение точки. Сила  $F$  может быть представлена как результирующая от сложения нескольких сил. В таком случае выражение (2.11) удобнее записать в виде

$$ma = \sum_k F_k \quad (2.12)$$

Второй закон Ньютона является основным законом механики. Выражение (2.12) позволяет найти ускорение тела, а ускорение определенным образом связано с законом движения тела.

Вернемся к понятию массы. Исходное толкование массы связано со вторым законом Ньютона, т.е. с формулой (2.11). Эта формула показывает, что при действии одной и той же силы на тела разной массы они получают ускорения, обратно пропорциональные их массам. Чем больше масса тела, тем его труднее разогнать. Следовательно, на массу можно смотреть как на меру инертности тела. Однако масса входит еще в два важных физических закона, на основе которых также можно получить ее толкование. Во-первых, масса подчиняется закону сохранения, во-вторых, масса входит в закон всемирного тяготения. Закон сохранения массы гласит: какие бы процессы ни происходили в замкнутой системе (химические и другие превращения, тепловые или электромагнитные процессы, ядерные реакции и пр.), ее масса (как сумма масс ее отдельных частей) остается неизменной. При этом масса не зависит ни от каких параметров состояния. Все это означает, что на массу можно смотреть как на меру количества вещества. Однако толкование массы как меры вещества ограничено теорией относительности, поскольку при скоростях, близких к скорости света, масса возрастает с увеличением скорости. Согласно закону тяготения сила тяготения пропорциональна массам тяготеющих тел. С этой точки зрения масса выступает как мера тяготения. Таким образом, масса в физике получает тройное толкование: как мера инертности, как мера количества вещества и как мера тяготения.

Рассмотрим теперь самый общий случай движения произвольной системы тел. Произвольную систему тел всегда можно свести к системе материальных точек. Таким образом, выясняя общие законы движения системы тел, можно исходить из представления о

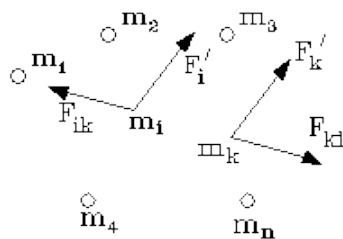


Рис. 2.1

системе материальных точек. На рис. 2.1 изображена система пронумерованных точек. На каждую точку оказывают действие внутренние силы - со стороны других точек системы - и внешние силы - со стороны внешних тел, не принадлежащих системе. Внутренние силы будем обозначать буквой с двумя индексами. Внешние силы - буквой с одним индексом. Например, сила  $F_{ik}$  означает силу, действующую на  $i$ -ю точку со стороны  $k$ -й.  $F_i$  есть внешняя сила, действующая на  $i$ -ю частицу. Для каждой точки системы можно записать уравнение движения согласно второму закону Ньютона:

$$m_i a_i = \sum_{k=1}^n F_{ik} + F_i; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.13)$$

Теперь систему векторных уравнений (2.13) сложим в одно уравнение:

$$\sum_{i=1}^n m_i a_i = \sum_{k=1}^n \sum_{i \neq k} F_{ik} + \sum_{k=1}^n F_k \quad (2.14)$$

Уравнение (2.16) принимает вид

$$\frac{dp}{dt} = \sum_{k=1}^n F_k \quad (2.15)$$

Уравнение (2.15) выражает собой не что иное, как закон сохранения импульса в общем виде. Если внешние силы отсутствуют (система замкнута), то производная от импульса системы по времени равна нулю, а это означает, что импульс системы с течением времени сохраняется и по модулю, и по направлению:

$$p = \text{Const} \quad (2.16)$$

Если внешние силы отличны от нуля, то изменение импульса в секунду (производная от импульса по времени) равно сумме внешних сил, действующих на систему. Так и должно быть: каждая внешняя сила изображает передачу импульса в систему со стороны внешних сил в единицу времени. Введем в рассмотрение некую среднюю по массе точку системы, называемую центром масс (или центром инерции) (рис. 2.2).

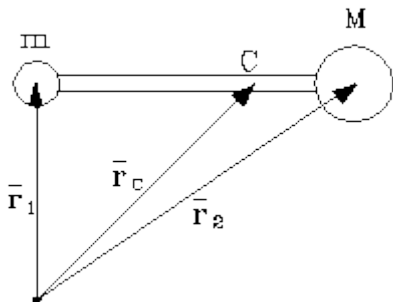


Рис. 2.2

Радиус-вектор центра масс всей системы находится по формуле

$$r_c = \frac{\sum_{i=1}^n m_i r_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (2.17)$$

Здесь  $r_c$  - радиус-вектор центра масс,  $r_i$  - радиус-вектор  $i$ -й частицы с массой  $m_i$ . Скорость центра масс:

$$v_c = \frac{\sum_i m_i v_i}{\sum_i m_i} = \frac{P}{M} \quad (2.18)$$

или

$$P = M v_c \quad (2.19)$$

Формулы (2.18) и (2.19) показывают, что скорость центра масс связана простой

зависимостью с полным импульсом системы: импульс системы равен произведению массы системы  $M$  на скорость центра масс. Уравнение движения центра масс:

$$M \frac{dv_c}{dt} = \sum_{k=1}^n F_k \quad (2.20)$$

Смысл уравнения (2.20) таков: произведение массы системы на ускорение центра масс равно геометрической сумме внешних сил, действующих на тела системы. Как видим, закон движения центра масс напоминает второй закон Ньютона. Если внешние силы на систему не действуют или сумма внешних сил равна нулю, то ускорение центра масс равно нулю, а скорость его неизменна во времени по модулю и направлению, т.е. в этом случае центр масс движется равномерно и прямолинейно. В частности, это означает, что если система замкнута и центр масс ее неподвижен, то внутренние силы системы не в состоянии привести центр масс в движение.

Силы тяготения. Все тела тяготеют друг к другу. Закон тяготения первоначально формулируется для точечных масс и по существу включает в себя два закона: один говорит о зависимости силы тяготения от масс тяготеющих тел, другой - от расстояния. В целом же закон тяготения формулируется следующим образом. Две точечные массы тяготеют друг к другу с силой, пропорциональной массам тел и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. В виде формулы закон записывается так:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (2.21)$$

Коэффициент пропорциональности равен  $= 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$ , он, как видим, очень мал. Это обстоятельство определяет роль сил тяготения в ряду других сил природы. Силы упругости. При деформациях твердые тела стремятся восстановить свою прежнюю форму и размеры, т.е. при деформациях тел возникают силы. Если деформации достаточно малы, то при снятии нагрузки они полностью ликвидируются. Такие деформации называются упругими, и соответствующие им силы деформации называются силами упругости. В случае же больших деформаций снятие нагрузки не полностью ликвидирует деформацию. Такие деформации называются пластическими. Сформулируем закон упругих сил в общем виде, безотносительно к виду деформации. Сила упругого сжатия (растяжения) пропорциональна величине сжатия (растяжения) :

$$F = k \Delta \ell \quad (2.22)$$

Коэффициент  $k$  называется коэффициентом упругости (жесткости) тела (например, пружины или стержня). В случае стержня этот коэффициент зависит от геометрических параметров стержня: от его длины и площади поперечного сечения. Коэффициент упругости пропорционален площади поперечного сечения стержня. Таким образом,

$$k = E \frac{S}{\ell} \quad (2.23)$$

Коэффициент  $E$  определяется свойствами материала и называется модулем сжатия или растяжения. Его называют также модулем Юнга. Величина  $\varepsilon = \Delta \ell / \ell$  называется относительным сжатием (растяжением). Отношение  $n = F/S$  называется напряжением сжатия (растяжения). Введя эти величины, закон (2.30) можно записать в виде

$$\sigma_n = E \varepsilon \quad (2.24)$$

Закон упругости гласит: напряжение сжатия или растяжения пропорционально относительному сжатию или растяжению. При этом коэффициент пропорциональности определяется исключительно свойствами материала. В такой локальной форме закон сжатия или растяжения можно применить и к сложным видам деформации, в которых напряжение различно в различных точках. Рисунок 2.3 иллюстрирует это различие. Параметром деформации при сдвиге служит угол сдвига или его тангенс.

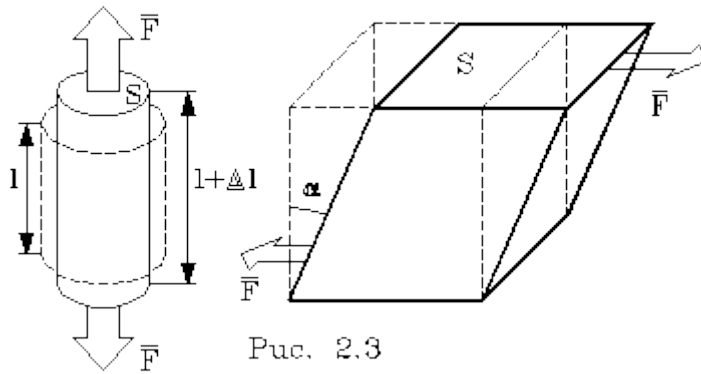


Рис. 2.3

Закон упругости при сдвиге гласит: при деформации сдвига сила пропорциональна углу сдвига.

$$F = D^* \alpha \quad (2.25)$$

Коэффициент упругости при сдвиге  $D^*$ , очевидно, пропорционален площади, на которую эта сила приходится, т.е.

$$D^* = KS \quad (2.26)$$

Можно ввести напряжение сдвига  $\sigma_\tau = F/S$ . Оно действует по касательной к площадке, по которой распределена нагрузка, и называется касательным. Таким образом, для касательного напряжения имеем закон:

$$\sigma_\tau = \varpi \alpha \quad (2.27)$$

Коэффициент  $\varpi$  называется модулем сдвига.

Силы сухого трения при скольжении. Эти силы возникают при скольжении одной поверхности твердого тела по другой. Следует различать два закона трения такого рода: закон трения при движении и закон трения при покое. Закон трения при движении гласит: сила трения при скольжении тел пропорциональна силе нормального давления. Или в виде формулы:

$$F_{mp} = \mu N \quad (2.28)$$

Коэффициент пропорциональности между силой нормального давления и силой трения в этом случае называется динамическим коэффициентом трения. Коэффициент трения зависит от состояния трущихся поверхностей и в незначительной степени от скорости движения тел относительно друг друга

Силы внутреннего трения (вязкости) в жидкостях и газах. При движении жидкости (или газа) в самой жидкости, а также между жидкостью и твердой стенкой возникают силы трения. Они называются силами внутреннего трения или силами вязкости. Закон внутреннего трения гласит: сила трения как - между слоями жидкости, так и между жидкостью и стенками одна и та же и пропорциональна площади слоя, перепаду скорости на единицу длины поперечного сечения (закон Стокса).

$$F_{mp} = \eta \frac{dv}{dl} S \quad (2.29)$$

Производная  $dv/dl$  называется градиентом скорости.

Сила сопротивления. Твердое тело, движущееся в жидкости или газе, испытывает сложное силовое воздействие. Вектор силы, действующей на тело в этом случае, может составить с направлением скорости угол, превышающий 90. Составляющая силы, действующая перпендикулярно к скорости, называется подъемной силой, а составляющая силы, действующая вдоль скорости, но противоположная по направлению, называется силой сопротивления. И подъемная сила, и сила сопротивления существенно зависят от формы тела и скорости его движения относительно жидкости.

Таким образом, окончательно имеем:(формула Стокса) .

$$F = 6\pi\eta Rv$$

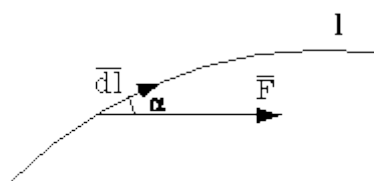


Рис. 3.1

(2.30)

Сила сопротивления для тел, имеющих другую форму (не шара), движущихся в жидкости с малой скоростью, также пропорциональна скорости и вязкости. Коэффициент  $\zeta$  зависит от формы и размеров тела. При значительных скоростях вопрос о сопротивлении движущемуся телу решается сложнее, т.к. будет сказываться и инерционный эффект. Зависимость силы сопротивления от скорости движения тела становится существенно не- линейной.

### Тема 3. РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

План:

1. Энергия, работа, мощность.
2. Кинетическая и потенциальная энергия.
3. Закон сохранения механической энергии

Импульс есть такая величина, передача которой от тела к телу характеризует механическое взаимодействие. Последнее имеет направленный характер, а поэтому импульс есть вектор. Однако взаимодействие между телами может иметь не только механический характер. Действительно, в природе имеется такая величина. Она называется **энергией**. В этом смысле энергия представляет более сложное понятие, чем импульс. Однако обе эти величины подчиняются закону сохранения, т.е. если взаимодействие отсутствует, то и энергия, и импульс должны оставаться постоянными.

Формула для энергии:

$$W = f(v, \omega, h, x, T, V \dots) \quad (3.1)$$

При всевозможных взаимодействиях энергия передается от одних тел к другим. В случае если тело изолировано, его энергия остается постоянной во времени. Существуют две формы передачи энергии от одного тела к другому: работа и теплопередача. **Работой** называется та форма передачи энергии, которая сопровождается передачей импульса, т.е. обусловлена силой. Всякая другая форма передачи, которая не сопровождается силовым воздействием, называется **теплопередачей**. Переданная в процессе работы энергия также называется работой, а переданная в процессе теплопередачи энергия называется количеством теплоты. Из определения работы вытекает основная формула, на которую часто приходится опираться в решении задач.

$$A = E_2 - E_1 \quad (3.2)$$

Вместе с тем это такое изменение энергии, которое обусловлено действием силы. Поэтому должна существовать еще одна формула для работы, которая связывала бы ее с силой, действующей на тело. Допустим, что на точечное тело действует сила  $F$ . Тело движется по траектории и за некоторое время  $dt$  перемещается на  $d$  (рис. 3.1). Следовательно,

для элементарной работы  $A$  можно записать формулу:

$$\delta A = F \overline{d\ell} = F d\ell \cos \alpha \quad (3.3)$$

Эта формула показывает, что элементарная работа, совершаемая силой на элементарном перемещении точки, к которой приложена сила, равна скалярному произведению силы на это перемещение. Формула (3.3) позволяет найти элементарную работу на элементарном перемещении тела. Разобьем участок траектории, на котором вычисляется работа, на элементарные участки, как показано на рисунке 3.2. На каждом малом участке найдем ему соответствующую элементарную работу. Чтобы найти всю работу на участке  $ab(L)$ , нужно сложить элементарные работы. Однако такое сложение представляет сложение бесконечно малых величин и, как известно, называется интегрированием. Отсюда, работа на конечном участке траектории тела  $L$  может быть представлена в виде интеграла:

$$A = \int_L F \overline{d\ell} = \int_L F d\ell \cos \alpha \quad (3.4)$$

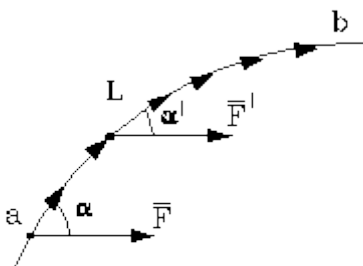


Рис. 3.2

Тогда  $F$  и  $\cos$  как постоянные могут быть вынесены за знак интеграла (так же, как выносим за скобки постоянные множители при обычном интегрировании), т. е. имеем

$$A = F \ell \cos \alpha \quad (3.5)$$

Здесь буквой  $l$  обозначен путь, пройденный точкой, к которой приложена сила. Иногда интерес представляет работа силы, произведенная в единицу времени (мощность силы). Мощность силы  $P$  будет определяться выражением

$$P = \frac{\delta A}{dt} = F \frac{\overline{d\ell}}{dt} = Fv = Fv \cos \alpha \quad (3.6)$$

Понятие потенциальной энергии - собирательное. Оно включает понятия совершенно различных по физической сути видов энергии, обладающих некоторым общим формальным признаком.

Предположим, что тело находится в некотором поле сил, т. е. каждой точке пространства соответствует некоторая сила  $F$ , которая является функцией координат положения тела:

$$F = F(x, y, z).$$

Допустим, что каждой точке в пространстве соответствует значение потенциальной энергии, которая также является функцией координат  $U(x, y, z)$  и которая характеризует данное поле сил  $F(x, y, z)$ . Тогда движение тела в поле сил будет подчиняться закону сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2} + U(x, y, z) = Const \quad (3.7)$$

Если при движении тело перешло из точки  $1(x_1, y_1, z_1)$  в точку  $2(x_2, y_2, z_2)$ , то тот же закон сохранения энергии можно представить следующей формулой:

$$\frac{mv_1^2}{2} + U_1 = \frac{mv_2^2}{2} + U_2 \quad (3.8)$$

Можно записать, что:

$$U_2 - U_1 = - \int_{1-2} F d\ell \cos \alpha \quad (3.9)$$

Формула (3.9) и является определением потенциальной энергии тела в поле сил. Оно гласит: если поле сил допускает введение потенциальной энергии, то ее приращение при переходе



тела из одной точки в другую равно работе силы с обратным знаком при этом переходе. Вернемся к определению потенциальной энергии (3.9). Из него видно, что не для любого поля сил можно ввести потенциальную энергию. Ведь тело может перейти из первой точки

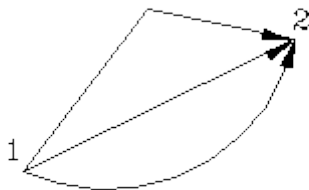


Рис. 3.3

во вторую по различным траекториям (рис. 3.3). Именно здесь и выявляется тот формальный признак сил, который позволяет ввести понятие потенциальной энергии. Потенциальную энергию можно ввести только в таком поле сил, в котором работа силы между двумя любыми точками не зависит от формы пути. Силы, работа которых между двумя любыми положениями тела не зависит от формы пути, называются **консервативными**. Таким образом, потенциальную энергию можно ввести только для консервативных сил. К консервативным силам относятся упругие силы, силы тяготения.

К механическим видам энергии относят два вида: кинетическую и потенциальную, хотя потенциальная энергия может иметь различную природу. Можно найти случаи движения, когда механическая энергия не переходит в другие виды энергии, в частности во внутреннюю энергию тела. Как правило, эти случаи связаны с пренебрежимо малой ролью трения того или иного типа. В этих случаях можно говорить о законе сохранения механической энергии. При сохранении механической энергии наблюдается либо переход энергии из кинетической формы в потенциальную и обратно, либо переход механической энергии от одного тела к другому. В общем виде закон сохранения механической энергии для системы тел записывается как:

$$\sum \left( \frac{mv^2}{2} + U \right) = Const \quad . \quad (2.69)$$

Сумма механических форм энергии замкнутой консервативной системы с течением времени остается постоянной. При этом нужно помнить всегда, что закон сохранения механической энергии соблюдается лишь при условии, что механическая энергия не переходит в другие виды энергии, что, в частности, трение в системе несущественно и им можно пренебречь

### ***Вещественное преобразование в недрах Земли по Родионову В.Н.***

Родионов В. Н. рассматривает вещественное преобразование в недрах Земли как основу выделения геосфер. Неоднородное по плотности мантийное вещество, находясь в поле тяжести, непрерывно перемещается: легкие объемы всплывают, тяжелые тонут. Силы Архимеда, приложенные к любому объему с отличной от средней плотностью, в движении уравновешены сопротивлением окружающей среды. Происходящий при этом обмен веществом изменяет структуру плотностных неоднородностей: на смену одним движущимся объемам приходят другие. В целом мантийная среда приобретает особенные механические свойства: ее иерархическая структура проявляет одновременно и свойства твердого тела и жидкости.

При медленном смещении объемов разного размера (менее 10 см/год) силы сопротивления пропорциональны скорости и настолько малы, что давление с глубиной меняется как в жидкости. Такое пульсирующее движение легких и тяжелых объемов, обновляющихся и сменяющих друг друга, приводит к накоплению вблизи поверхности и в центре планеты легких и тяжелых веществ соответственно.

Изложенная схема механического движения не предполагает обязательного преобразования веществ. Изменения кристаллических структур и химических соединений будет происходить

только тогда, когда, перемещаясь по глубине, вещество будет приобретать или расходовать свою энергию на молекулярном уровне.

В недрах Земли внутренняя энергия веществ складывается из кинетической энергии атомов и молекул и упругой энергии конденсированных тел. Кинетическая энергия атомов пополняется за счет механической энергии макрообъектов, движущихся в среде. Всплывающие и тонущие объемы на своих граничных поверхностях создают локальные напряжения сдвига, релаксирующие со временем. Энергия напряженного состояния трансформируется в кинетическую энергию. Чем выше кинетическая энергия атомов и молекул, тем меньше возникает локальных напряжений сдвига, тем меньше сопротивление движущемуся объему в среде.

В неоднородной по плотности среде кинетическая энергия распределена очень неравномерно, обеспечивая тем не менее выравнивание давления на уровне среднего по объему на данной глубине.

Упругая энергия конденсированных тел меняется при перемещении их по глубине с изменением давления. Для каждого вещества упругая энергия своя, зависящая от элементного состава и структуры. Упругая энергия зависит только от плотности и не может исчезнуть или перейти в кинетическую без изменения объема тела. Изменения упругой энергии связаны с изменением внешних электронных оболочек атомов, а значит и с химическим строением вещества.

Оценим плотность и упругую энергию вещества при высоких давлениях.

Воспользуемся уравнением, предложенным Л.Д.Ландау и К.П.Станюковичем [ ДАН, 46, 399, 1945] для описания зависимости плотности от давления при холодном сжатии конденсированных тел без изменения кинетической энергии атомов.

$$P = A\rho^3$$

$P$  – давление;  $\rho$  - плотность,  $A$ - коэффициент, характеризующий вещество.

$$\frac{dP}{d\rho} = c^2$$

Производная  $\frac{dP}{d\rho}$  определяет скорость упругих волн, в которых при сжатии не возникают сдвиговые напряжения и не меняется кинетическая энергия атомов. Это условие выполняется только в идеальной жидкости. Хотя не для всех веществ это жидкие состояние достижимо, модуль объемного сжатия для всех веществ может быть определен экспериментально. Поэтому квадрат скорости упругих волн  $c^2$  можно считать известным.

Выразим  $A$  через  $c^2$ .

$$\begin{aligned} \frac{dP}{d\rho} &= 3A\rho^2 = c^2 \\ A &= \frac{c^2}{3\rho^2} \end{aligned}$$

Подставляя значение  $A$  при нулевом давлении и плотности  $\rho_0$ , получим:

$$P = \frac{\rho_0 c_0^2}{3} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^3 - \frac{\rho_0 c_0^2}{3}$$

или

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \sqrt[3]{\frac{3P}{\rho_0 c_0^2} + 1}$$

Энергия упругого сжатия атомов и молекул в конденсированных телах

$$\varepsilon = - \int P dv = \int_{\rho_0}^{\rho} P \frac{d\rho}{\rho^2}$$

$\varepsilon$  - это энергия на 1 г.

Проведя интегрирование, получим (приближенно):

$$\varepsilon \approx \frac{c_0^2}{6} \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 - 1 \right]$$

Энергия в единице объема -  $(\rho\varepsilon)$

Скорость распространения упругих волн при давлении P

$$c = c_0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)$$

Сопоставим упругие параметры воды и кварца при давлениях  $10^{11}$  дин/см<sup>2</sup> и  $10^{12}$  дин/см<sup>2</sup> (см. таблицы 3.1 и 3.2)

Табл.3.1

H<sub>2</sub>O  $\rho = 1 \text{ г/см}^3$   $\rho_0 c_0^2 = 2 \cdot 10^{10}$  дин/см<sup>2</sup>

P (дин/см <sup>2</sup> )	$10^{11}$	$10^{12}$
$\rho / \rho_0$	2,5	5,5
$\varepsilon$ (эрг/г)	$2 \cdot 10^{10}$	$10^{11}$
$\varepsilon\rho$ (эрг/см <sup>3</sup> )	$0,5 \cdot 10^{11}$	$5,5 \cdot 10^{11}$
C (см/с)	$3,7 \cdot 10^4$	$8 \cdot 10^5$

Табл.3.2

SiO<sub>2</sub>  $\rho = 2,65 \text{ г/см}^3$   $\rho_0 c_0^2 = 5,3 \cdot 10^{11}$  дин/см<sup>2</sup>

P (дин/см <sup>2</sup> )	$10^{11}$	$10^{12}$
$\rho / \rho_0$	1,2	1,7
$\rho$ (г/см <sup>3</sup> )	3,2	5,0

$\epsilon$ (эрг/г)	$1,5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{10}$
$\epsilon\rho$ (эрг/см <sup>3</sup> )	$0,5 \cdot 10^{11}$	$2,5 \cdot 10^{11}$
C (см/с)	$5,5 \cdot 10^5$	$7,5 \cdot 10^5$

Вода и кремний представители литосферы и относятся к легким веществам. Однако изменения их параметров позволяют сделать некоторые обобщения.

В земных недрах плотность веществ, состоящих из легких атомов, приближается к средней плотности в мантии. Упругая энергия сосредоточена в легкосжимаемых атомах и молекулах и по величине превосходит кинетическую энергию химических связей легких элементов.

Как показал К.В.Волков, сопоставляя кислородные соединения всех элементов таблицы Менделеева, уменьшение объемов атомов под действием химических связей составляет от 0,1 до 0,6 объема атомов в свободном состоянии. Им же высказано предположение, что химические соединения с большим дефектом объема будут предпочтительней на больших глубинах.

Опираясь на результаты К.В.Волкова, можно заключить, что при увеличении под давлением плотности вещества в два раза упругая энергия атомов будет заведомо превосходить энергию химических связей. В отличие от кинетической энергии атомов, которая в данном соотношении с химической привела бы к распаду молекулы, упругая энергия скорее должна способствовать сохранению химических соединений, но только до тех пор, пока не уменьшится давление.

На больших глубинах химическая индивидуальность легких атомов подавлена избытком упругой энергии. Их малые размеры и инертность позволяет им проникать в структуры тяжелых атомов, увеличивая их и без того высокую плотность. Глубинные вещества внутри всплывающего объема начнут преобразовываться только после снижения давления в объеме вследствие его расширения, а не просто с приближением к поверхности. Расширение всплывающего вещества зависит от состояния окружающей среды и от распределения упругой энергии внутри объема. Все процессы, объединяемые общим расширением, происходят медленно, неравномерно и параллельно на всех масштабных уровнях. Заряженные упругой энергией атомы, могут нарушать сплошность среды или, превратив упругую энергию в кинетическую, расплавлять кристаллы тяжелых атомов. Все формы механического движения, связанные с преобразованием вещества, столь разнообразны, что свести их к одной модели на молекулярном уровне кажется невозможным.

Огромное количество воды в океане, покрывающей две трети поверхности Земли, наводит на мысль, что именно молекулы воды были активными участниками преобразования веществ в литосфере. Это могло реализоваться только после освобождения молекул от гнета давления и обретения ими химической индивидуальности. Полагая, что давление на этой условной границе должно изменять объем молекулы в два раза, получим для  $H_2O$   $P=5 \cdot 10^{10}$  дин/см<sup>2</sup>. Такое давление достигается на глубине 150 км, что примерно соответствует толщине литосферы.

Образование в Земле железного ядра является следствием процесса дифференциации вещества в мантии и вытеснения из жидкого ядра легких веществ. Однако и в ядре упругая энергия атомов, по-видимому, играет существенную роль в вещественном проявлении границ между геосферами.

Упругое сжатие атомов железа даже в центре Земли не превышает 25%, так что они сохраняют свою химическую индивидуальность в отличие от большинства других молекул. Это позволяет железу кристаллизоваться во внутреннем твердом ядре, сохраняя практически неизменными расстояния между атомами в кристаллической решетке. Возможно, в жидком и твердом ядре могут находиться и многие легко сжимаемые атомы, объемы которых на порядок меньше атомов железа. Заметим, что без перераспределения внутренней энергии в пользу упругой составляющей кристаллизацию было бы невозможно реализовать.

В заключении Родионов В. Н. делает следующие выводы:

- 1) Давление в недрах Земли зависит только от глубины. Перемещаясь, легкие и тяжелые объемы оказываются под воздействием разных давлений. Вещества, заполняющие эти объемы, реагируют по-разному. Прежде всего, само вещество, будучи составлено из одного и того же набора атомов при разных давлениях, оказывается физически различным (соотношение размеров атомов, их упругой энергии и химической активности). Переход из одного состояния в другое при изменении давления также зависит от пути: последовательности увеличения и уменьшения давления и от направления движения (всплытие или погружение).
- 2) На разных расстояниях от центра Земли могут преобладать различные группы преобразования вещества, как видно на примере ядра и литосферы. Возможно, существуют и более мелкие структуры, связанные с преобразованием вещества.

#### Тема 4. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

План:

1. Момент инерции
2. Кинетическая энергия вращения.
3. Момент силы. Уравнение динамики вращательного движения.
4. Момент импульса и закон его сохранения

До сих пор мы говорили преимущественно о законах движения материальной точки. К

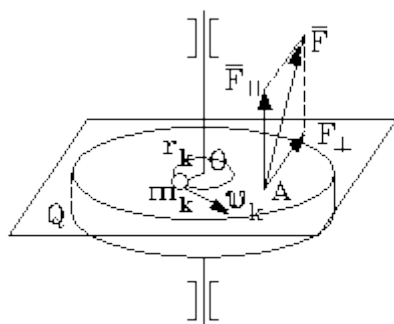


Рис. 4.1

движению точки сводится поступательное движение твердого тела. Поэтому все вышеизложенное относится и к поступательному движению твердого тела. Теперь нас будет интересовать вращательное движение твердого тела, т.е. движение тела с неподвижной осью. Кинетическая энергия вращающегося вокруг неподвижной оси твердого тела:

Таким образом, кинетическая энергия тела с неподвижной осью вращения имеет вид

$$T = \frac{J\omega^2}{2} \quad (4.1)$$

Сумма, стоящая перед квадратом угловой скорости, для абсолютно твердого тела представляет собой некоторую постоянную величину, зависящую лишь от распределения масс частей тела. Эта величина обозначается через  $J$  и называется **моментом инерции тела** относительно оси (в нашем случае относительно оси вращения).

$$J = \sum_k m_k r_k^2 \quad (4.2)$$

Заметим сразу, что кинетическая энергия вращающегося тела записывается аналогично кинетической энергии тела, движущегося поступательно, только вместо линейной скорости

теперь стоит угловая, а вместо массы тела - момент инерции тела относительно оси вращения. Уже на основании этой аналогии можно высказать догадку, что момент инерции тела при его вращении играет ту же роль, что и масса при его поступательном движении, т. е. роль меры инерции.

Рассмотрим теперь работу силы, приложенной к телу с неподвижной осью. Работу производит только сила, перпендикулярная к оси вращения. Теперь введем понятие момента силы. На рисунке 4.2 изображена плоскость Q, перпендикулярная к оси вращения. В этой плоскости лежит составляющая силы  $F_{\perp}$ . Произведение проекции силы на плоскость, перпендикулярную к оси вращения, на плечо этой проекции называется моментом силы (M) относительно оси вращения. Плечом силы (h) называется расстояние от линии действия силы до оси вращения (h, а не r)

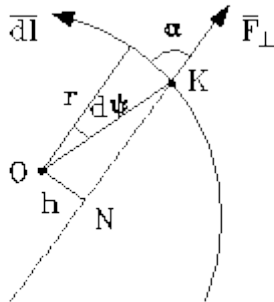


Рис. 4.2

Таким образом,  

$$\delta A = M d\varphi, \quad \text{где} \quad M = F_{\perp} h \quad . \quad (4.4)$$

С другой стороны, по определению элементарная работа равна дифференциалу (приращению) кинетической энергии. Следовательно, можно записать равенство

$$d\left(\frac{J\omega^2}{2}\right) = M \cdot d\varphi \quad . \quad (4.5)$$

В частном случае, когда момент силы есть величина постоянная (она может быть вынесена за знак интеграла), выражение для энергии вращающегося тела получает простой вид:

$$\frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2} = M\Delta\varphi \quad . \quad (4.6)$$

Работа силы в этом случае равна произведению момента силы на угол поворота тела.

Допустим, что абсолютно твердое тело, имеющее неподвижную ось вращения, за время dt повернулось на элементарный угол dφ. Получим уравнение

$$J\varepsilon = M \quad . \quad (4.7)$$

Уравнение (4.7) называют основным законом движения тела с неподвижной осью вращения. Этот закон вполне аналогичен второму закону Ньютона для материальной точки. Сопоставление уравнений показывает, что роль силы при вращении выполняет момент силы, а роль массы - момент инерции. Чем больше момент инерции тела, тем труднее привести его во вращение, подобно тому, что чем больше масса тела, тем труднее его разогнать. Момент инерции определяется не только массой тела, но и ее распределением вокруг оси (по сути он равен сумме произведений масс частей тела на квадраты расстояний от этих масс до оси вращения). Чем дальше массы частей тела удалены от оси, тем больше момент инерции.

1. Момент инерции тонкого кольца относительно оси, проходящей через центр кольца перпендикулярно к его плоскости.

$$J = r^2 \sum_k m_k = mr^2 \quad . \quad (4.8)$$

Здесь m - масса кольца.

2. Момент инерции тонкого стержня относительно оси, проходящей через конец стержня перпендикулярно к стержню.

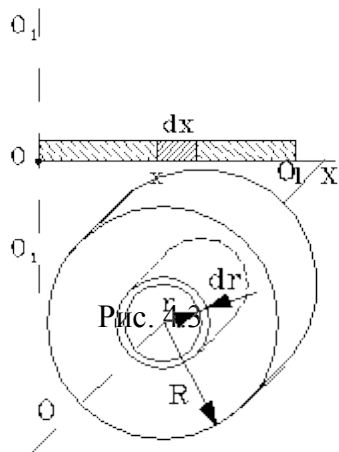


Рис. 4.4

$$J = \int_0^l \lambda x^2 dx = \gamma \frac{x^3}{3} \Big|_0^l = \frac{\gamma l^3}{3} = \frac{ml^2}{3} \quad (4.9)$$

Если, ось перпендикулярная к стержню проходит через середину стержня, то пределы интегрирования будут иными: от  $-l/2$  до  $l/2$ . В этом случае момент инерции

$$J = \int_{-l/2}^{+l/2} \gamma x^2 dx = \gamma \frac{x^3}{3} \Big|_{-l/2}^{+l/2} = \gamma \left( \frac{l^3}{24} + \frac{l^3}{24} \right) = \frac{ml^2}{12} \quad (4.10)$$

3. Момент инерции сплошного однородного диска (или цилиндра) относительно оси симметрии диска (цилиндра).

$$J = \frac{m}{\pi R^2} 2\pi \int_0^R r^3 dr = \frac{2m}{R^2} \frac{r^4}{4} \Big|_0^R = \frac{mR^2}{2} \quad (4.11)$$

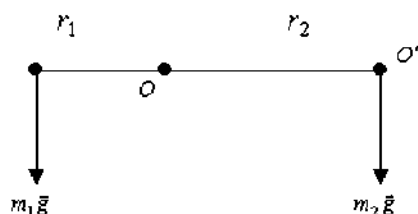


Рис. 4.5

Для расчета момента инерции тела относительно произвольной оси вращения можно воспользоваться формулой **теоремы Штейнера**

$$I' = I + ma^2 \quad (4.12)$$

где  $I, I'$  - моменты инерции тела массы  $m$  относительно оси, проходящей через центр масс тела ( $I$ ) и параллельной ей произвольной оси ( $I'$ ), отстоящей от нее

на расстоянии  $a$ . Так, для оси  $O, O_1'$ , проходящей через один из концов тонкого стержня (рис.4.5) можно получить

Момент импульса материальной точки относительно некоторой оси определяется аналогично моменту силы относительно оси.

$$L = mvr; \quad (4.13)$$

где  $v$  - модуль скорости,  $r$  - радиус окружности.

Момент импульса системы точек относительно оси определяется как сумма моментов импульса ее отдельных точек. В связи с этим легко установить простую формулу для момента импульса твердого тела относительно оси вращения. Все точки этого тела движутся по окружностям с центрами расположенными на оси, и для них справедлива формула

$$L = \sum_k m_k v_k r_k = \sum_k m_k \omega r_k^2 = \omega \sum_k m_k r_k^2 = J\omega \quad (4.14)$$

Итак, момент импульса твердого тела относительно оси вращения равен произведению момента инерции тела относительно оси вращения на его угловую скорость.

Внутри системы возможна лишь передача момента импульса от тела к телу. В аналитическом виде **закон сохранения момента импульса** записывается следующим образом: если  $M_{внеш} = 0$ , то

$$\sum_k J_k \omega_k = Const \quad (4.15)$$

Наиболее наглядно закон сохранения момента импульса демонстрируется с помощью скамьи Жуковского.

## Тема 5. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

### План:

1. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности.
2. Постулаты специальной теории относительности.
3. Преобразования Лоренца. Следствия из преобразований Лоренца.
4. Основной закон релятивистской динамики материальной точки

В центре внимания теории относительности лежат понятия пространства и времени. Эти понятия имеют фундаментальное значение для физики, поскольку всякий физический процесс протекает в пространстве и времени. Классическая физика, в частности механика Ньютона, уточняет интуитивные понятия пространства и времени, выясняет их относительный смысл. Теория относительности обнаруживает, что интуитивные понятия пространства и времени нуждаются в глубокой перестройке, и занимается этой перестройкой. Поэтому теорию относительности часто называют современной теорией пространства и времени. Мы будем рассматривать элементы только специальной теории относительности /СТО/. Общую теорию относительности /ОТО/, устанавливающую связь понятий пространства и времени с тяготением, в программах курса общей физики в большинстве технических вузов не рассматривают. Отметим, что специальная теория относительности логически предшествует общей и последняя на нее опирается. СТО исходит из двух фундаментальных физических постулатов.

Принцип относительности говорит об относительности физических явлений. Поэтому все физические законы в различных ИСО должны формулироваться совершенно одинаково. Принцип существования предельной скорости говорит о том, что в природе невозможны физические процессы (распространение каких бы то ни было взаимодействий), протекающие в пространстве со скоростями, превышающими скорость света в вакууме ( $2,99776 \cdot 10^8$  м/с). Согласно принципу относительности он должен формулироваться в различных ИСО одинаково, а это означает, что предельная скорость, скорость света, должна иметь одно и то же значение в различных ИСО (в противном случае они не будут физически равноправны).

Для понимания сути всякой новой теории важно найти то основное понятие, которое подвергается коренной перестройке и перестройка которого освещает, делает понятной все основные положения новой теории. В теории относительности таким понятием является понятие одновременности событий, происходящих в разных местах пространства. Рядом с термином "одновременно" нам необходимо определить термины "раньше" и "позже". Чем более "раннее" событие отличается от более "позднего"? Чтобы это отличие уловить, воспользуемся понятием причинности. Причина не может осуществиться позже порождаемого ею действия. Поэтому можно сказать, что событие "a" произошло раньше события "b", если событие "a" может как-то повлиять на событие "b", а событие "b" никак не может повлиять на событие "a". Следовательно, одновременными событиями, происходящими в разных местах пространства, следовало бы назвать такие, которые принципиально не в состоянии повлиять друг на друга ни в прямом, ни в обратном направлении. Такие события можно назвать абсолютно оторванными друг от друга. Одновременными событиями в разных местах пространства могут быть только события,

абсолютно оторванные друг от друга. Однако анализ понятия одновременности на этом не заканчивается.

Рассмотрим, как преобразуются координаты и время события при переходе от одной ИСО к другой.

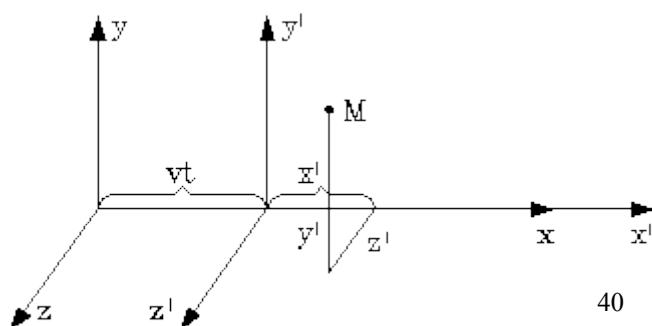


Рис. 5.1.



Рассмотрим две ИСО:  $K$  и  $K'$ , у которых координатные оси  $x$  и  $x'$  направлены вдоль их относительной скорости  $v$ , а оси  $y, y'$  и  $z, z'$  соответственно параллельны. Пусть в момент  $t = 0$  начала координат систем совпадали. На рис. 5.1 изображены такие системы. Если бы одновременность событий была абсолютной и никаких релятивистских эффектов не было, то преобразования координат и времени некоторого события  $M$  имели бы вид:

$$\begin{aligned} t' &= t, \\ x' &= x - vt, \\ y' &= y, \\ z' &= z. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Эти преобразования имеют место в классической физике и называются **преобразованиями Галилея**.

Если теперь учесть, что масштабы времени в системе  $K'$  длиннее, чем в  $K$ , а масштабы длины вдоль оси  $x$  в системе  $K'$  короче, чем в  $K$ , то преобразования должны принять вид:

$$\begin{aligned} y' &= y, \\ z' &= z, \\ t_*' &= t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \\ x_*' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \end{aligned} \quad (5.2)$$

Рис 5.2

Учтем еще и тот факт, что на диаграмме Минковского оси  $x$  и  $x'$  не совпадают. Это означает, что одновременные события в системе  $K$  будут неодновременными в системе  $K'$ .

Нарисуем диаграмму Минковского, считая неподвижной систему  $K$  (рис. 5.2). Из рисунка 5.2 видно, что переход от одновременных событий  $Ox'$  к одновременным событиям  $Ox$  в системе  $K$  связан с преобразованием момента времени свершения события  $M$

$$ct' = ct_*' - x' \operatorname{tg} \alpha = ct_*' - \frac{v}{c} \cdot x'.$$

С учетом формул (5.2) получим

$$t' = t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - \frac{v}{c^2} \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5.3)$$

Итак, окончательно преобразования координат и времени принимают вид:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z,$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$
(5.4)

Эти преобразования называются **преобразованиями Лоренца**.

Рассмотрим движение материальной точки. Пусть ее скорости соответственно  $u$  и  $u'$  в системах  $K$  и  $K'$ . Найдем связь между  $u$  и  $u'$ . Для этого рассмотрим два бесконечно близких в пространстве и времени события и запишем преобразования Лоренца для дифференциалов координат и времени в виде

$$dx' = \frac{dx - u dt}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad dy' = dy, \quad dz' = dz,$$

$$dt' = \frac{dt - \frac{u}{c^2} dx}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$
(5.5)

Составляющие скорости материальной точки определяются выражениями  $u_x = dx/dt$ ,  $u_y = dy/dt$ ,  $u_z = dz/dt$ . В таком случае преобразования Лоренца для скорости точки имеют вид:

$$u_x' = \frac{u_x - u}{1 - \frac{u}{c^2} u_x},$$

$$u_y' = \frac{u_y \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{u}{c^2} u_x}, \quad u_z' = \frac{u_z \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{u}{c^2} u_x}.$$
(5.6)

Убедимся, что эти преобразования согласуются с постулатом инвариантности скорости света. Пусть луч света движется вдоль оси  $x$ . Тогда имеем:

$$c_z' = \frac{c - u}{1 - \frac{u}{c^2} c} = c.$$
(5.7)

Действительно, скорость света в различных ИСО одинакова.

Второй закон Ньютона в обычном виде не согласуется с теорией относительности. В механике Ньютона мы исходили из закона пропорциональности импульса и скорости, т. е. полагали, что масса тела не зависит от скорости его движения. В теории относительности закон, связывающий  $p$  и  $v$ , более сложный. Опираясь на требование принципа относительности (инвариантность законов относительно преобразований Лоренца), можно доказать, что масса должна возрастать со скоростью по закону:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad , \quad (5.8)$$

То есть масса стремится к бесконечности по мере того, как скорость тела приближается к скорости света. Тем самым автоматически выполняется требование теории, согласно которому скорость света есть предельная величина, и скорость любого тела не может ее превысить. Связь импульса частицы с ее скоростью теперь задается формулой

$$p = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} u \quad , \quad (5.10)$$

где  $m_0$  - масса покоя тела. Определение силы в ТО сохраняется таким же, как и в механике Ньютона: сила есть производная от импульса по времени, т.е.  $F = dp/dt$ . Второй закон Ньютона в ТО приобретает вид:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) = F \quad . \quad (5.11)$$

Если формулировка второго закона Ньютона подвергается изменению, то изменяются и многие другие соотношения в механике. В частности, изменяется связь энергии тела со скоростью.

В теории относительности выражение для энергии примет вид:

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad . \quad (5.12)$$

Принимая во внимание определение массы, формула энергии может быть представлена следующим образом:

$$E = mc^2 \quad . \quad (5.13)$$

Энергия тела пропорциональна его массе. Этот закон называется законом эквивалентности массы и энергии .

Если тело неподвижно, то его энергия равна  $m_0 c^2$ , т.е. формула (5.13) выражает не энергию движения (кинетическую энергию), а полную энергию тела, включая и внутреннюю. Кинетическая же энергия в ТО определяется следующей формулой:

$$E_{кин} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - m_0 c^2 \quad . \quad (5.14)$$

Закон эквивалентности массы и энергии имеет исключительно важное значение в физике. Он позволяет по изменению массы покоя системы находить выделенную или затраченную энергию в различного рода реакциях (при ядерных превращениях, при распаде элементарных частиц), в которых выделяется (или затрачивается) большое количество энергии.

Наконец, обратим внимание на существование частиц с массой покоя, равной нулю. К таким частицам, например, относится фотон - частица света. Для частицы с массой покоя, равной нулю,

$$E = cp \quad . \quad (5.15)$$

Частицы с массой покоя, равной нулю, должны двигаться со скоростью света.

## **ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕРМОДИНАМИКИ**

### **Тема 6. МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ**

План:

1. Термодинамическое равновесие.
2. Макроскопическая необратимость.
3. Эмпирическая температура.
4. Идеальный газ и его уравнение состояния.
5. Газовая температура
6. Барометрическая формула. Закон Больцмана
7. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул газа
8. Распределение молекул по скоростям. Закон Максвелла.
9. Среднее число столкновений молекул в газе.
10. Явление переноса.

Все термодинамические системы подчиняются общему закону макроскопической необратимости, суть которого состоит в следующем: если система замкнута (не обменивается энергией с окружающей средой) и поставлена в неизменные внешние условия, то, из какого бы состояния она не исходила, в результате внутренних процессов через определенное время система непременно придет в состояние макроскопического покоя, называемое термодинамическим равновесием

Если система пришла в состояние термодинамического равновесия, то она сама собой не выйдет из него, т.е. процесс перехода системы в состояние равновесия необратим. Отсюда и название закона - закон макроскопической необратимости. Закон макроскопической необратимости не имеет исключений. Он касается всех без исключения термодинамических систем, а системы могут быть чрезвычайно разнообразными. Термодинамическое равновесие может иметь место в механических системах. Если, например, жидкость в сосуде приведена в движение, то, будучи предоставленной самой себе, она из-за вязкости придет в состояние механического покоя или механического равновесия

Если холодное и горячее тела приведены в тепловой контакт, то спустя некоторое время их температуры непременно выравняются - наступит тепловое равновесие

Если в жидкости или в газе начался процесс диссоциации молекул (сопровождающийся обратным процессом их рекомбинации), то установится ионное равновесие, при котором среднее число ионов в жидкости будет постоянным. Если в некоторой смеси веществ идут химические реакции, то спустя определенное время в неизменных внешних условиях (постоянные температура и давление) установится химическое равновесие, при котором количества химических реагентов не будут изменяться.

Как видим понятие термодинамического равновесия включает в себя большое число частных видов равновесия. В конкретных задачах обычно имеют дело с каким-нибудь одним или двумя видами равновесия. При рассмотрении общих теоретических вопросов можно говорить о термодинамическом равновесии в широком смысле слова.

Процесс перехода системы из неравновесного состояния в равновесное называется процессом релаксации, а время перехода называется временем релаксации.

Закон макроскопической необратимости можно конкретизировать. Всякая термодинамическая система поставлена в определенные внешние условия. Количественно внешние условия характеризуются рядом величин, которые называются внешними параметрами. Как правило, в числе внешних параметров выступает один - объем системы  $V$ , задаваемый обычно сосудом, в котором система находится. С другой стороны, если система замкнута, то ее внутреннее состояние характеризуется постоянной энергией  $U$ . Конкретизация закона термодинамической необратимости заключается в следующем. Если замкнутая система исходит из некоторого неравновесного состояния с фиксированными внешними параметрами, то равновесие, в которое она непременно придет, будет однозначно определяться внешними параметрами и энергией.

Это означает, что, из каких бы начальных неравновесных состояний с заданными и фиксированными внешними параметрами и энергией система не исходила, она придет в одно и то же состояние равновесия. Равновесие полностью определяется внешними параметрами и энергией. Если внешним параметром является объем системы и только объем, то состояние равновесия определяется только объемом и энергией. Все иные параметры системы (например, давление, температура и т.п.) в состоянии равновесия есть функции этих двух - объема и энергии.

Рассмотрим, например, в качестве термодинамической системы жидкость или газ. В равновесии все характеристики жидкости или газа есть функции объема и энергии. В частности, таковыми являются давление  $p$  и температура  $T$ . Для равновесия можно записать, следующие соотношения:

$$p = f(V, U) \quad , \quad (6.1)$$

$$T = \varphi(V, U) \quad . \quad (6.2)$$

Если из этих двух уравнений исключить энергию (ее обычно нелегко измерить непосредственно), то получим одно уравнение, связывающее между собой три важнейших параметра состояния вещества: объем  $V$ , давление  $p$  и температуру  $T$ .

$$F(V, p, T) = 0 \quad . \quad (6.3)$$

Это уравнение называется уравнением состояния. Разумеется, для жидкости и газа уравнения состояния различны, но важно то, что такие уравнения существуют. В любом равновесном состоянии вещества существуют только два независимых параметра. Третий может быть найден из уравнения состояния.

Что такое температура? Недостаточно сказать, что "температура есть степень нагретости тела". В этой фразе наблюдается лишь замена одного термина другим и не более понятным. Обычно физические понятия связаны с какими-то фундаментальными законами и получают смысл только в связи с этими законами. Понятие температуры связано с понятием теплового равновесия и, следовательно, с законом макроскопической необратимости.

Рассмотрим два теплоизолированных тела, приведенные в тепловой контакт. Если тела не находятся в состоянии теплового равновесия, то от одного тела к другому устремится поток энергии, обусловленный теплопередачей. В этом случае телу, от которого направлен поток, приписывается большая температура, чем телу, к которому он направлен. Поток энергии постепенно ослабевает, а затем вообще прекращается - наступает тепловое равновесие. Предполагается, что в этом процессе температуры выравниваются и в равновесии тела имеют одинаковую температуру, значение которой располагаются в интервале между исходными температурами.

Таким образом, температура есть некоторая числовая метка теплового равновесия. Любая величина  $t$ , которая удовлетворяет требованиям:

- 1)  $t_1 > t_2$ , если поток теплоты идет от первого тела ко второму;
- 2)  $t_1 = t_2 = t$ ,  $t_1 > t > t_2$

при установлении теплового равновесия - может быть принята за температуру. При этом предполагается, что тепловое равновесие

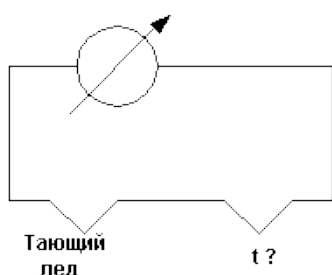


Рис. 6.2

тел подчиняется закону транзитивности: если два тела находятся в равновесии с третьим, то они находятся в тепловом равновесии и между собой.

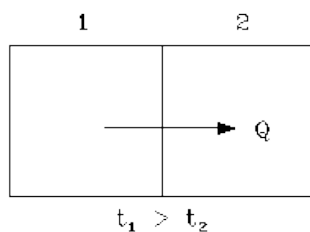


Рис. 6.1

Важнейшей особенностью приведенного определения температуры является его неоднозначность. Мы по-разному можем выбрать величины, удовлетворяющие поставленным требованиям (что отразится в способах измерения температуры), и получить несовпадающие температурные шкалы. Проиллюстрируем эту мысль на конкретных примерах.

Как известно, прибор для измерения температуры называется термометром. Рассмотрим два типа термометров принципиально различного устройства. В обычном "градуснике" роль температуры тела выполняет длина ртутного столбика в капилляре термометра, когда последний приведен в тепловое равновесие с данным телом. Нетрудно убедиться, что длина ртутного столбика при равновесии с телами удовлетворяет поставленным требованиям 1) и 2), предъявляемым к температуре и, следовательно, может быть принята за температуру тела.

Существует и другой способ измерения температуры: с помощью термопары. Термопарой называется электрическая цепь с включенным в нее гальванометром, имеющая два спая разнородных металлов (например, меди и константана) (рис. 6.2) Один спай помещен в среду с фиксированной температурой, например в тающий лед, а другой - в среду, температуру которой нужно определить.

В этом случае температурным признаком является ЭДС термопары. Она, как и длина ртутного столбика в "градуснике", удовлетворяет необходимым требованиям и может быть принята за температуру. Таким образом, мы получаем два совершенно различных способа определения температуры. Будут ли они давать одинаковые результаты, т.е. определяют ли они одинаковые температурные шкалы? Конечно, нет. Чтобы перейти от одной температуры ("градусника") к другой температуре (термопары) нужно построить градуировочную кривую, устанавливающую зависимость ЭДС термопары от длины ртутного столбика "градусника" (рис.6.3).

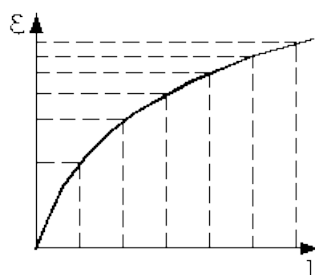


Рис. 6.3

Нет никаких оснований предполагать, что эта кривая будет обязательно прямой линией. Тогда равномерная шкала на градуснике преобразуется в неравномерную шкалу на термопаре (или наоборот). Равномерные же шкалы "градусника" и термопары образуют две совершенно различные температурные шкалы, на

которых тело в одном и том же состоянии будет иметь различные температуры. Можно взять одинаковые по устройству термометры, но с разными "термическими телами" (например, два "градусника", но один с ртутью, а другой со спиртом). Их температурные (равномерные) шкалы также не будут совпадать. График зависимости длины ртутного столбика от длины спиртового не будет линейным.

Из приведенных примеров видно, что введенное понятие температуры (основанное на законах теплового равновесия) действительно неоднозначно. Оно существенно зависит от способа измерения температуры. Такая температура называется эмпирической. Нуль шкалы эмпирической температуры всегда выбирается произвольно. По определению эмпирической температуры физический смысл имеет только разность температур, ее изменение, а не ее абсолютное значение.

Достаточно разреженный газ называется идеальным. Но, что значит - "достаточно разреженный"? В газе молекулы совершают свободное (изолированное от других молекул) движение, лишь время от времени сталкиваясь друг с другом или со стенками сосуда. До тех пор пока молекула совершает свободное движение, у нее имеется только кинетическая энергия. Во время столкновения у молекул появляется и потенциальная энергия. Таким образом, полная энергия газа представляет сумму кинетической и потенциальной энергий ее

молекул. Чем разреженнее газ, тем больше молекул в каждый момент времени пребывает в состоянии свободного движения, имеющих только кинетическую энергию. Следовательно, при разрежении газа уменьшается доля потенциальной энергии в сравнении с кинетической.

Газ становится достаточно разреженным, чтобы считать его идеальным, если потенциальной энергией его молекул можно пренебречь в сравнении с кинетической.

Рассмотрим давление идеального газа в состоянии равновесия. Давление определяется силой, с которой газ давит на единицу площади стенки сосуда. В свою очередь, сила есть импульс передаваемый от тела к телу в секунду. Чтобы найти давление газа, нужно найти, какой импульс передает газ единице площади стенки сосуда в секунду. Займемся этим расчетом.

Будем считать, что соударение отдельной молекулы со стенкой сосуда подчиняется законам упругого столкновения: молекула отскакивает от стенки с первоначальным по модулю импульсом и угол ее падения равен углу отражения (рис. 6.4). В этом случае от молекулы стенке передается только  $x$  - составляющая импульса:

$$\Delta p_x = mv_x - (-mv_x) = 2mv_x \quad (6.4)$$

Движение молекул в направлении других осей координат при передаче импульса выбранной стенке не существенно, и можно считать, что молекулы движутся только по оси  $x$ . (Движение по другим осям будет учтено в конце расчета.)

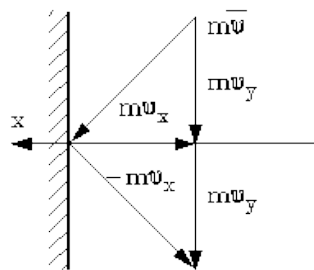


Рис. 6.4

Найдем число столкновений молекул о площадку с единичной площадью стенки в секунду, если скорость молекулы равна  $v_x$ . Легко понять, что это число равно числу молекул с данной скоростью, находящихся в цилиндре с основанием в единицу площади и высотой, численно равной  $v_x$  (рис. 6.5)

В самом деле, молекулы вне данного цилиндра просто не попадут в течение секунды на заданную единицу площади стенки (или не долетят до стенки, или ударятся о стенку не в том месте). Наоборот, все молекулы, попадающие в цилиндр, проходя за секунду путь, равный  $v_x$ , попадут на данную площадь стенки сосуда. Обозначим число молекул, обладающих заданной скоростью  $v_x$  и находящихся в единице объема газа, через  $n_{v_x}$ . Тогда число молекул, попадающих в цилиндр, или число молекул, ударяющихся о стенку со скоростью  $v_x$ , равно

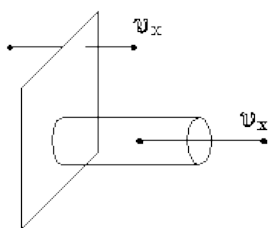


Рис. 6.5

$$v_x n_{v_x}$$

Эти молекулы передают стенке импульс, равный

$$2mv_x v_x n_{v_x} = 2mv_x^2 n_{v_x} \quad (6.5)$$

Полный же импульс, который получает стенка на единице площади, т.е. давление газа, определяется суммированием таких выражений по всем возможным положительным значениям скорости молекулы (по отрицательным значениям скорости  $v_x$  суммировать не нужно - такие молекулы летят от стенки и на нее не попадают).

$$p = \sum_{v_x > 0} 2mv_x^2 n_{v_x} \quad (6.6)$$

Обозначим через  $n$  полное число молекул в единице объема газа. Половина из них летит к стенке (имеет скорость  $v_x$  больше нуля). Перепишем формулу (6.6) в виде

$$p = 2m \frac{\sum_{v_x > 0} v_x^2 n_{v_x}}{\frac{n}{2}} \quad (6.7)$$

и учтем, что выражение

$$\sum_{v_x > 0} (v_x^2 n_{v_x}) / (n/2)$$

представляет собой средний квадрат скорости молекулы. Средние величины будем обозначать скобками  $\langle \dots \rangle$ . Следовательно, формулу (6.7) можно переписать так:

$$p = 2 \frac{m \langle v_x^2 \rangle}{2} n \quad (6.8)$$

Наконец, учтем, что скорости молекул газа распределены по направлениям равномерно (газ изотропен), и, следовательно,

$$\langle v^2 \rangle = \langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle = 3 \langle v_x^2 \rangle \quad (6.9)$$

Поэтому окончательно формулу для давления газа представим в виде:

$$p = \frac{2}{3} \frac{m \langle v^2 \rangle}{2} n \quad (6.10)$$

Итак, давление идеального газа в состоянии равновесия равно двум третям произведения средней кинетической энергии поступательного движения молекулы газа на число молекул в единице объема газа.

Средняя кинетическая энергия молекулы при равновесии идеального газа обладает одной очень важной особенностью: в смеси различных идеальных газов средняя кинетическая энергия молекулы для различных компонентов смеси одна и та же. Например, воздух представляет собой смесь газов. Средняя энергия молекулы воздуха для всех его компонентов при нормальных условиях, когда воздух еще можно рассматривать как идеальный газ, одинакова. Данное свойство идеальных газов может быть доказано на основании общих статистических соображений. Из него вытекает важное следствие: если два различных газа (в разных сосудах) находятся в тепловом равновесии друг с другом, то средние кинетические энергии их молекул одинаковы. Этот вывод может быть использован для определения универсальной газовой температуры.

Рассмотрим газовый термометр с идеальным газом. Он представляет собой сосуд с газом, к которому подключен манометр. Роль температурного признака в газовом термометре выполняет давление, показываемое манометром. Правда, под газовой температурой понимают не давление, а величину, ему пропорциональную, а именно  $p/n$  ( $n$  - концентрация молекул в газовом термометре есть величина постоянная). Величина  $p/n$  имеет размерность энергии. Чем замечательна газовая температура? Во-первых, тем, что она является универсальной температурой в том смысле, что не зависит от вида газа, заполняющего газовый термометр. Во-вторых, эта температура имеет простую физическую интерпретацию - она пропорциональна средней кинетической энергии молекулы идеального газа. В-третьих, эта температура имеет естественный нуль. Газовая температура равна нулю, когда молекулы идеального газа имеют минимальную энергию, т.е. становятся неподвижными. Правда, это состояние идеального газа практически недостижимо. Оно недостижимо уже потому, что при достаточно низких температурах ни один реальный газ нельзя рассматривать как идеальный. Но важно то, что универсальная газовая температура хотя бы теоретически допускает некий абсолютный нуль. И, наконец, в-четвертых, оказывается, что универсальная газовая температурная шкала совпадает с так называемой абсолютной температурной шкалой, которая может быть введена теоретически из самых общих термо-динамических соображений. По последней причине (хотя это пока и не доказано) в дальнейшем газовую температуру будем называть абсолютной температурой (или термодинамической, или температурой по шкале Кельвина).

Итак, для идеального газа, какой бы он ни был, имеет место соотношение:

$$p = \Theta n \quad (6.11)$$



Температура измеряется в джоулях. На практике абсолютная температура измеряется в кельвинах (К). Количество джоулей, соответствующее одному кельвину, - переходный множитель от градуса к джоулю - обозначается буквой  $k$  и называется постоянной Больцмана.  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К. Таким образом,

$$\Theta = kT \quad . \quad (6.12)$$

Следовательно,

$$p = kTn \quad , \quad (6.13)$$

а также согласно (6.10)

$$\frac{m \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} kT \quad . \quad (6.14)$$

Уравнение (6.13) является уравнением состояния идеального газа. Ему можно придать известную форму уравнения Клапейрона. Обозначим полное число молекул в объеме  $V$  через  $N$  ( $n = N/V$ ). Следовательно,

$$p = \nu \frac{RT}{V} \quad \text{или} \quad p = \frac{RT}{\mu} \rho \quad , \quad (6.15)$$

где  $\mu$ - масса моля газа,  $\rho$ - его плотность,  $R = kNA$  - универсальная газовая постоянная,  $R = 8,31$  Дж/(К·моль).

Если газ представляет собой смесь газов, то уравнение Клапейрона принимает вид

$$p = \sum_i \nu_i \frac{RT}{V} \quad , \quad (6.16)$$

где  $i$  число молей  $i$ -го компонента смеси.

Давление, которое возникло бы в сосуде, если оставить один ( $i$ -й) компонент смеси, а остальные убрать, называется парциальным давлением данного  $i$ -го компонента ( $p_i$ ). Очевидно,

$$p_i = \nu_i \frac{RT}{V} \quad . \quad (6.17)$$

Суммируя парциальные давления различных компонентов смеси и сравнивая результат суммирования с уравнением (6.16), получаем

$$p = \sum_i p_i \quad . \quad (6.18)$$

Давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений ее отдельных компонентов (закон Дальтона).

Барометрическая формула. Закон Больцмана показывает распределение давления воздуха в атмосфере с высотой.

$$p = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}} \quad (6.19)$$

Полученная формула называется барометрической: давление в изотермической атмосфере падает с высотой по показательному закону. Так как молекулярная плотность при постоянной температуре пропорциональна давлению газа, то этот же закон имеет место и для плотности газа:

$$n_\alpha = C e^{-\frac{E(\alpha)}{kT}} \quad . \quad (6.20)$$

где  $m$  - масса молекулы. Формула (6.20) является выражением некоторого общего закона, лежащего в основе всей теории идеального газа - закона Больцмана. Суть этого закона заключается в следующем. Допустим, что в формуле для энергии молекулы газа можно выделить слагаемое, зависящее от какого-то одного параметра. (В рассмотренном случае это

потенциальная энергия молекулы в поле тяжести  $mgh$ , зависящая от высоты  $h$ .) Можно поставить вопрос о распределении молекул газа по этому параметру, так же как был рассмотрен вопрос о распределении молекул газа по высоте. Закон Больцмана гласит: молекулы идеального газа распределены по параметру по показательному закону вида

$$n_{\alpha} = C e^{-\frac{E(\alpha)}{kT}} \quad (6.21)$$

Конкретизируем закон Больцмана на примере двухатомного газа. О каких слагаемых энергии может идти речь? Во-первых, молекулы газа могут находиться во внешнем поле и обладать энергией в этом поле. Рассмотренный выше пример с полем тяжести не единственно возможный. Во-вторых, молекула обладает собственной энергией, состоящей из кинетических энергий как поступательного, так и вращательного движений, а также из энергии колебаний ее отдельных атомов. Поэтому энергию двухатомной молекулы можно представить в следующем виде:

$$E = mgh + \frac{mv_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} + \frac{mv_z^2}{2} + \frac{J_1 w_1^2}{2} + \frac{J_2 w_2^2}{2} + \frac{K\Delta\ell^2}{2} + \frac{\mu v\ell^2}{2} + Const \quad (6.22)$$

Приведенная масса молекул, равна  $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ .

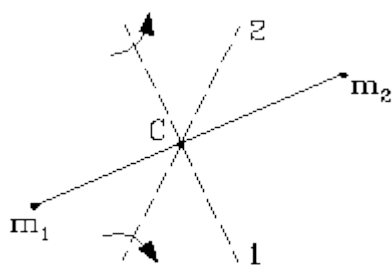


Рис. 6.6

Поясним формулу (6.22). Первый член выражает потенциальную энергию молекулы в поле тяжести. Сумма трех следующих членов есть кинетическая энергия поступательного движения молекулы. Два последующих члена представляют собой кинетическую энергию вращательного движения молекулы вокруг двух взаимно перпендикулярных осей (1, 2), изображенных на рис. 6.6 (C - центр масс).  $J_1$  и  $J_2$  - моменты инерции молекулы относительно осей 1 и 2. Два последних члена выражают энергию колебаний молекулы: первый - потенциальную, второй - кинетическую, Const включает в себя

несущественную для теплового движения внутреннюю энергию атомов, которые представлены материальными точками.

Закон Больцмана может быть записан для каждого из параметров, которые в совокупности описывают состояние молекулы ( $h, v_x, v_y, v_z, w_1, w_2, v$ ).

Однако закон Больцмана можно записать для всего состояния молекулы, определяемого совокупностью параметров, и для всех молекул сразу. В этом случае закон будет представлен формулой

$$n = C e^{-\frac{E_{\alpha}}{kT}} \quad (6.23)$$

Индексом  $\alpha$  символически обозначено состояние молекулы (вся совокупность параметров). Можно сказать, формула (6.23) изображает распределение молекул газа по состояниям (по фазам).

Рассмотрим закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул газа. Закон Больцмана лежит в основе всей теории идеальных газов. Он позволяет решить все вопросы, касающиеся равновесия газа. Например, позволяет определить энергию газа, ее зависимость от различных параметров: как она зависит (в равновесии) от температуры газа и от объема; какой вклад в энергию вносит тот или иной параметр, описывающий состояние

молекулы. Если энергия молекулы газа в состоянии  $\hat{\alpha}$  равна  $E_{\hat{\alpha}}$ , а число молекул в этом состоянии равно  $n_{\hat{\alpha}}$  (оно известно и определяется формулой (6.27)), то энергия молекул, находящихся только в данном состоянии, равна  $n_{\hat{\alpha}} E_{\hat{\alpha}}$ .

Полная энергия газа, очевидно, может быть получена путем суммирования этих чисел по всем состояниям молекулы, т.е.

$$U = \sum_{\hat{\alpha}} n_{\hat{\alpha}} * E_{\hat{\alpha}} \quad (6.24)$$

Средняя энергия, приходящаяся на одну молекулу газа, находится простым делением полной энергии газа на полное число молекул в нем:

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{\hat{\alpha}} n_{\hat{\alpha}} E_{\hat{\alpha}}}{N} \quad (6.25)$$

Точно по такой же схеме может быть найдена средняя энергия молекулы, приходящаяся на какую-нибудь одну переменную. Она определяется формулой

$$\langle E_{\alpha} \rangle = \frac{\sum_{\alpha} n_{\alpha} E_{\alpha}}{N} \quad (6.26)$$

Обратим внимание на следующее обстоятельство. В формуле полной энергии молекулы газа все члены (кроме первого, который может быть опущен или внесен в Const, если рассматривать газ в сосуде, или небольшие толщи газа в атмосфере) имеют одну и ту же структуру.

Это означает, что расчет средней энергии молекулы, определяемой каждым параметром в отдельности, будет совершенно одинаков. Он должен привести к одной и той же формуле представив ее в виде

$$\frac{m \langle v_x^2 \rangle}{2} + \frac{m \langle v_y^2 \rangle}{2} + \frac{m \langle v_z^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} kT \quad (6.27)$$

Очевидно, на каждую составляющую скорости поступательного движения приходится одна треть всей кинетической энергии,

$$\frac{i}{2} kT$$

Таким образом, общая формула такова:

$$\frac{A \langle \alpha^2 \rangle}{2} = \frac{kT}{2} \quad (6.28)$$

На каждый параметр независимо от множителя А в среднем приходится одна и та же энергия, равная  $kT/2$ . В таком случае нетрудно подсчитать полную среднюю энергию молекулы газа, а затем и полную энергию газа. Для двух-атомной молекулы число членов не считая первого, равно семи.

Эксперименты показывают: все двухатомные газы (пока их можно считать идеальными) при умеренных температурах имеют одну и ту же молярную теплоемкость, не зависящую от температуры и равную  $5R/2$ . Теплоемкость связана с внутренней энергией газа следующей формулой:

$$c_v = \frac{dU}{dT} \quad (6.29)$$

Следовательно, теплоемкость моля газа при постоянном объеме равна  $7R/2$ . Таким образом, теория несколько расходится с опытом: вместо  $5R/2$  получается  $7R/2$ . В чем дело? Можно высказать догадку, что какие-то члены в формуле (6.22) по каким-то причинам не дают никакого вклада в тепловую энергию газа. Скорее всего это последние члены,

выражающие колебательную энергию молекулы: если их "отбросить", то получится нужное число  $5R/2$ .

Полученный нами закон носит название закона равномерного распределения энергии по степеням свободы. Разъясним, почему он так называется. Степенями свободы какой-либо системы называются независимые виды движения. Например, точка в пространстве имеет три степени свободы, соответствующие трем независимым видам движения по осям координат  $x, y, z$ .

Число степеней свободы системы равно числу независимых координат, которыми однозначно определяется положение тела в пространстве.

Например, твердое тело имеет шесть степеней свободы: требуется задать шесть координат, чтобы однозначно определить положение тела в пространстве. Этим шести координатам соответствует шесть независимых видов движения тела: три поступательных и три вращательных (учитывая три измерения пространства). Двухатомную молекулу без учета колебаний мы изображали жестким отрезком прямой (на концах которого находятся точки-атомы). У отрезка прямой пять степеней свободы: чтобы определить положение отрезка в пространстве нужно задать координаты концов его, шесть координат. Эти шесть координат связаны одним уравнением, выражающим неизменную длину отрезка.

Рассмотрим, каким образом, распределяются молекулы по скоростям (закон Максвелла). Найдем равновесное распределение молекул газа по скоростям, т.е. решим вопрос: сколько молекул газа в равновесии при данной температуре имеет ту или иную скорость?

Введем представление о пространстве скоростей. Допустим, что на осях декартовой системы координат будем откладывать не координаты молекул, а их скорости поступательного движения (рис. 6.7).

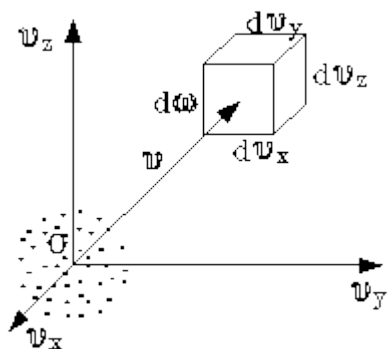


Рис. 6.7

Тогда каждой точке пространства будет соответствовать не местонахождение молекулы (не радиус-вектор), а ее скорость как вектор. В отличие от обычного пространства в таком пространстве молекулы распределены неравномерно.

Далее введем понятие плотности молекул в пространстве скоростей как числа молекул в единице объема этого пространства  $n_v$ . Эта величина является функцией скорости молекулы. Она должна быть определена следующим образом. Рассмотрим в пространстве скоростей малый параллелепипед с ребрами  $dv_x, dv_y, dv_z$ . Его объем  $dw = dv_x dv_y dv_z$ . Число молекул, попадающих в параллелепипед обозначим через  $dn_v$ .

Тогда плотность распределения  $n$  - число молекул в единице объема пространства скоростей - можно определить как отношение  $dn / dw$ . Именно плотность распределения молекул в пространстве скоростей и будем искать. Как она зависит от скорости  $v$ ?

$$n_v = C e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \quad (6.30)$$

Закон (6.30) представляет распределение молекул по скоростям как векторам, т.е. и по модулям скоростей и по направлениям. Функция распределения при этом зависит только от модуля скорости. Это означает, что распределение молекул по направлениям скоростей изотропное, что естественно, поскольку в пространстве ни одно из направлений ничем не выделено. Постоянная нормировки имеет вид

$$C = N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Так как распределение молекул по направлениям скоростей изотропно, то имеет смысл найти распределение молекул только по модулям скоростей. Обозначим через  $dN_v$

число молекул, модули скоростей которых лежат в пределах от  $v$  до  $v + dv$ . Тогда величина  $n_v = dN_v/dv$  изображает число молекул, модули скоростей которых попадают в единичный интервал скоростей. Эта величина, как и  $n_v$ , называется плотностью распределения, но только не по векторам скорости, а лишь по их модулям. Чтобы найти эту величину, рассмотрим в пространстве скоростей (рис. 6.8) шаровой слой толщины  $dv$ . Число молекул в нем равно  $dN_v$ .

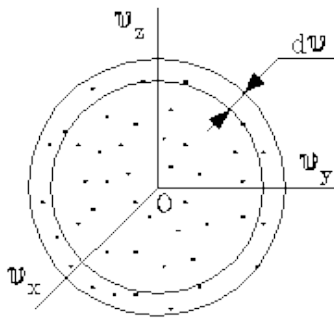


Рис. 6.8

С другой стороны, это число можно найти как произведение плотности молекул в пространстве скоростей  $n_v$  на весь объем слоя, равный  $4\pi v^2 dv$ . То есть

$$dN_v = 4\pi v^2 n_v dv \quad (6.31)$$

Отсюда следует, что

$$n_v = 4\pi v^2 n \quad (6.32)$$

Выражение для плотности  $n_v$  приобретает вид:

$$n_v = 4\pi N \left( \frac{m}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}, \quad (6.33)$$

где  $N$  - полное число молекул в газе.

Формула (6.33), носит название распределения Максвелла.

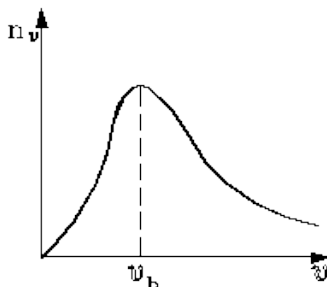


Рис. 6.9

На рис. 6.9 изображен график функции  $n_v$ . Скорость, соответствующая максимуму распределения.

$$2ve^{-\frac{mv^2}{2kT}} - \frac{m}{kT} v^3 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} = 0$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (6.34)$$

В теории большее значение имеет не эта скорость (она называется наиболее вероятной), а так называемая среднеквадратичная. Средняя скорость определяется формулой

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{m}} < \sqrt{\langle v^2 \rangle} \quad (6.35)$$

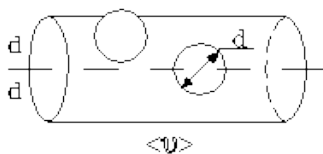
Наконец, обратим внимание на зависимость распределения Максвелла от температуры. С увеличением температуры площадь под кривой распределения должна оставаться постоянной. С другой стороны, с ростом  $T$  максимум кривой смещается вправо. Можно однозначно сказать, что с ростом температуры кривая "расплывается": она делается все шире и шире, т.е. распределение становится более равномерным.

Среднее число столкновений молекул в газе. Явление переноса.

Найдем среднее число столкновений молекулы газа с другими молекулами в одну секунду. За секунду молекула в среднем пройдет путь, равный средней скорости. Столкновения "искажают" ее путь, но это обстоятельство для нашего расчета несущественно. "Спрямям" путь, проходимый молекулой в секунду, и изобразим его на рисунке 6.10.

Обозначим эффективный диаметр молекулы через  $d$  и молекулу представим как шар.

Тогда число столкновений  $z$  молекулы с другими молекулами в секунду будет равно числу молекул, центры которых находятся в цилиндре длиной, численно равной  $\langle v \rangle$ , и диаметром  $2d$ . Это число выражается формулой



$$z = \text{объем} \times \text{плотность} = \pi d^2 \langle v \rangle n \quad (6.36)$$

Рис. 6.10

В формулу (6.36) нужно внести поправку на то, что данная молекула сталкивается не с неподвижными молекулами, а с движущимися. Это обстоятельство будет учтено, если вместо средней абсолютной скорости в (6.46) записать среднюю относительную скорость. Но скорость - вектор. Поэтому в среднем скорости сталкивающихся молекул будут перпендикулярны друг другу (рис.6.11).

Следовательно, формула для числа столкновений принимает вид:

$$z = \sqrt{2} \pi d^2 \langle v \rangle n \quad (6.37)$$

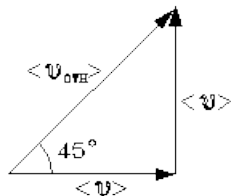


Рис. 6.11

Средняя длина свободного пробега молекулы. Это - путь, который проходит молекула между двумя столкновениями (или приходящийся на одно столкновение).

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{z} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n} \quad (6.38)$$

Длина свободного пробега молекул не зависит от температуры. Зная длину свободного пробега, можно рассчитать так называемые коэффициенты переноса: диффузии, теплопроводности и внутреннего трения (вязкости). Все три явления подчиняются общему по форме закону. Установим этот закон.

При диффузии газов речь идет о проникновении одного газа в другой за счет теплового движения. При диффузии переносится масса некоторого компонента в смеси газов. Опыт показывает, что плотность потока диффузии (число диффундирующих молекул в секунду через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно потоку диффузии) пропорциональна градиенту молекулярной плотности данного компонента смеси. То есть

$$j_{\delta} = -D \frac{dn}{dx} \quad (6.39)$$

Коэффициент  $D$  называется коэффициентом диффузии. При теплопроводности газа речь идет о переносе энергии в виде теплоты. Плотность потока теплоты (количество проходящей в секунду через единичную площадку теплоты) пропорциональна градиенту температуры. То есть:

$$j_m = -\chi \frac{dE}{dx} \quad (6.40)$$

Коэффициент  $\chi$  называется коэффициентом теплопроводности.

Наконец, в случае внутреннего трения определяется сила трения, а сила есть поток импульса, так что в этом случае речь идет о переносе импульса упорядоченного движения газа. Плотность потока импульса (сила внутреннего трения, рассчитанная на единицу площади слоя газа) пропорциональна градиенту скорости движения газа, т.е.

$$j_u = -\mu \frac{dU}{dx} \quad (6.41)$$

Таким образом, во всех трех случаях речь идет о переносе какой-то величины (массы, энергии, импульса). Во всех трех случаях плотность потока переносимой величины пропорциональна градиенту некоторой другой величины (плотности, температуры, скорости). В этом заключается общность законов диффузии, теплопроводности и внутреннего трения.

## Тема 7. ТЕРМОДИНАМИКА

План:

1. Первое начало термодинамики.

2. Равновесные процессы
3. Теплоемкости. Адиабатный процесс
4. Второе начало термодинамики. Теорема Карно.
5. Энтропия и закон ее роста. Теорема Нерста.

Первое начало - это закон сохранения энергии в термодинамике. Напомним, что закон сохранения энергии в общем виде формулируется следующим образом: энергия не уничтожается и не возникает из ничего, а лишь передается от одного тела к другому или превращается из одного вида в другой.

В замкнутой системе энергия сохраняется (остаётся постоянной). В незамкнутой системе энергия может передаваться окружающим телам в двух формах: в форме работы и в форме теплопередачи. Та энергия, которая передается в процессе работы, называется работой. Энергия, передаваемая в процессе теплопередачи, называется количеством теплоты. Работа и количество теплоты характеризуют процесс и, очевидно, существенно зависят от процесса. Энергия, присущая телу, зависит только от состояния тела. Поэтому энергия, присущая телу, есть функция его состояния. Работа и количество теплоты являются по своей сути функциями процесса (они зависят не только от конечного и начального состояния тела, участвующего в процессе, но и от всех промежуточных состояний, через которые оно проходит в данном процессе).

Рассмотрим произвольный процесс, в котором принимает участие термодинамическая система. Приращение энергии системы в этом процессе обозначим через  $\Delta U$  ( $\Delta U$  равно разности энергий конечного и начального состояний системы), работу всегда обозначают буквой  $A$ , количество теплоты - буквой  $Q$ . Таким образом, первое начало термодинамики можно выразить следующим уравнением:

$$\Delta U = A + Q \quad (7.1)$$

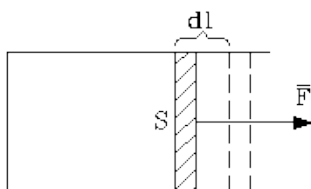
Бесконечно малое приращение энергии в процессе бесконечно малой длительности представляет собой дифференциал энергии, которую следует рассматривать как функцию параметров состояния системы. Однако в том же процессе бесконечно малые значения работы и количества теплоты нельзя рассматривать как дифференциалы функций, поскольку ни работа, ни количество теплоты не являются функциями состояния. Поэтому для бесконечно "короткого" процесса уравнение (7.1) мы представим в виде

$$U = \delta A + \delta Q \quad (7.2)$$

Символ  $d$  означает дифференциал, тогда как символ  $\delta$  указывает, что речь идет о бесконечно малой величине.

Итак, первому началу термодинамики можно придать следующую формулировку: приращение энергии системы в термодинамическом процессе равно сумме работы и количества теплоты.

Несколько слов по поводу знаков работы и количества теплоты. Согласно уравнению (7.1) работа и количество теплоты больше нуля, если система получает энергию (и меньше нуля, если система отдает энергию). Это означает, что при расширении газа, когда газ совершает работу и отдает энергию, работу следует считать отрицательной. Это в физике так и принято. Но в технической термодинамике работа расширения газа обычно считается полезной и



положительной. Поэтому первое начало обычно записывают в виде уравнения

$$Q = \Delta U + A \quad (7.3)$$

Рис. 7.1

Его формулировка выглядит следующим образом: полученная системой теплота идет на увеличение внутренней энергии и на работу (так что изменение энергии равно разности количества теплоты и работы). В физике придерживаются определения, представленного уравнением (7.1).

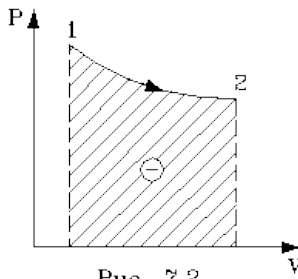


Рис. 7.2

Работой называется такая передача энергии, которая обусловлена силой. Силы могут иметь различное происхождение, поэтому и работа в термодинамике может быть различной по своей физической природе. Однако наиболее важна работа, обусловленная силой давления, т.е. работа расширения и сжатия системы. Найдем ее выражение. С этой целью рассмотрим цилиндр, наполненный газом и закрытый поршнем. Если поршень под давлением газа перемещается на величину  $dl$ , то совершается работа, равная  $Fdl$ . Но сила давления  $F = pS$ , где  $S$  - площадь поршня. Отсюда, где  $\delta A = pdSdl$  есть увеличение объема газа  $dV$  при его расширении. Следовательно,  $\delta A = pdV$ . Так выражается работа по отношению к внешним телам. По отношению же к газу работа равна  $-pdV$ . Окончательно формула работы расширения приобретает вид:

$$\delta A = -pdV \quad (7.4)$$

(Эта же формула работы сохраняется и при сжатии газа. При сжатии  $dV < 0$  и  $\delta A > 0$ ).

Полная работа, совершаемая газом, получается путем интегрирования выражения (7.4)

$$A = - \int_{V_1}^{V_2} pdV \quad (7.5)$$

Изобразим на диаграмме  $p - V$  какой-нибудь процесс над газом. На графике процесс изображается линией. Определенный интеграл (7.5) геометрически представляет собой площадь криволинейной трапеции. (рис. 7.2, 7.3) Мы воочию убеждаемся, что работа существенно зависит от вида процесса (а не только от начального и конечного состояний процесса): площадь криволинейной трапеции зависит от линии, соединяющей начальную и конечную точки графика (рис. 7.3).

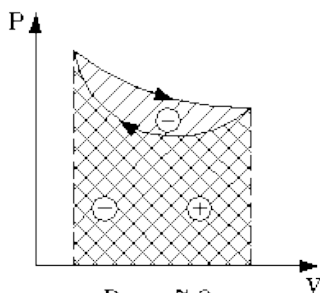


Рис. 7.3

Если процесс замкнутый и система возвращается в исходное состояние (такие процессы называют циклами), то, как показывает рис. 7.3, работа изображается площадью, охваченной линиями процессов, которые образует цикл.

Знак работы цикла зависит от направления процесса. Энергия системы в замкнутом процессе возвращается к своему исходному значению, т.е. изменение энергии за цикл равно нулю. В таком случае первое начало записывается следующим образом:

$$Q = -A \quad (7.6)$$

Уравнение (7.6) отражает собой тот факт, что в циклическом процессе затраченная теплота расходуется на совершение работы. Отсюда следует принцип исключения вечного двигателя первого рода: нельзя построить такую периодически действующую тепловую машину, которая за цикл производила бы работы больше, чем получала количества теплоты. Этот принцип в термодинамике эквивалентен закону сохранения энергии, и его можно рассматривать как одну из возможных формулировок первого начала.

По поводу процессов, изображенных на диаграммах, необходимо сделать одно очень важное разъяснение. Двумя параметрами (например, объемом и давлением) характеризуется только состояние равновесия системы. Линия на графике ( $p, V$ ) есть, по существу, последовательность равновесных состояний. Однако, строго говоря, ни один реальный процесс не может быть представлен таким образом. Рассмотрим, например, процесс сжатия газа при движении поршня в цилиндре (рис. 7.4). При быстром сжатии газа в непосредственной близости к поршню создается область "сгущения" газа с повышенной плотностью и температурой. Лишь за какое-то время эта область могла бы рассредоточиться по всему объему газа. Наоборот, при резком выдвигании поршня возле его поверхности создается область повышенного разрежения газа пониженной температуры. Т.е. в том и другом



случаях промежуточные состояния газа в процессе нельзя рассматривать как состояния равновесия и их нельзя изобразить точками на диаграмме (p, V). Такие процессы называются неравновесными. По существу, все реальные процессы неравновесные. Процесс, который бы представлял собой последовательность равновесных состояний, называется равновесным. Хотя такие процессы в природе и невозможны, но они в термодинамике играют очень важную роль. Дело в том, что такие идеализированные процессы просты по своему описанию, и к ним реальные процессы могут приближаться. Что для этого нужно? Нужно, чтобы процесс протекал достаточно медленно, чтобы в каждый данный момент времени успевало устанавливаться если не полное равновесие, то состояние, близкое к равновесию. Медленные процессы (практически они могут оказаться не такими уж медленными) приближенно можно считать равновесными. Например, в газах только в очень быстрых процессах сказывается неравновесность, а умеренные по скорости процессы можно считать равновесными.

Исключительно важной особенностью равновесных процессов является их обратимость. Равновесный процесс можно реализовать абсолютно в обратном порядке так, что система будет проходить те же состояния, которые проходила в прямом процессе. Наоборот, неравновесные процессы всегда необратимы. Например, при быстром движении и выдвигании поршня в рассмотренных выше процессах обратимость не может возникнуть, т.к. при движении под поршнем создается "сгущение" газа, а при выдвигании - разрежение. При замедлении же процесса и "сгущение", и разрежение газа будут быстро рассредотачиваться по всему объему газа в цилиндре, и процесс будет приближаться к обратимому.

В качестве примера равновесного процесса, рассмотрим изотермический процесс. Вычислим совершенную при нем работу. Изотермический равновесный процесс описывается уравнением Бойля-Мариотта:

$$pV = \text{Const}, \quad \text{Const} = \nu RT \quad . \quad (7.7)$$

Тогда работа, совершаемая газом в таком процессе, определяется следующим образом:

$$A = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = -\nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu RT \ln \frac{V_1}{V_2} \quad . \quad (7.8)$$

Теплоемкости. Адиабатный процесс.

Количество теплоты, которое нужно сообщить телу, чтобы повысить его температуру на 1 К, называется теплоемкостью тела. Теплоемкость, отнесенная к единице массы, называется удельной теплоемкостью. Теплоемкость, отнесенная к одному молю, называется молярной теплоемкостью. Итак, теплоемкость определяется через понятие количества теплоты. Но последнее, как и работа, зависит от процесса. Значит и теплоемкость зависит от процесса. Сообщать теплоту - нагревать тело - можно при различных условиях. Однако при различных условиях на одно и то же увеличение температуры тела потребуется различное количество теплоты. Следовательно, тела можно характеризовать не одной теплоемкостью, а бесчисленным множеством (столько же, сколько можно придумать всевозможных процессов, при которых происходит теплопередача). Однако на практике обычно пользуются определением двух теплоемкостей: теплоемкости при постоянном объеме (мыслится процесс нагревания системы, например, газа в закрытом сосуде) и теплоемкости при постоянном давлении (мыслится процесс нагревания того же газа, но в цилиндре с выдвигным поршнем, когда нагрузка на поршень неизменна). Если телу сообщается теплота  $dQ$ , а температура растет на величину  $dT$ , то формулы теплоемкостей  $C_V$  и  $C_P$  будут иметь вид:

$$C_V = \left( \frac{\sigma Q}{dT} \right)_V, \quad C_P = \left( \frac{\sigma Q}{dT} \right)_P \quad . \quad (7.9)$$

Рассмотрим теплоемкости идеального газа. Рассмотрим, например, процесс при постоянном объеме, когда  $dV = 0$ .

$$C_V = \frac{i}{2} R \quad . \quad (7.10)$$

Теплоемкость газа при постоянном давлении.

$$C_p = C_V + \nu R \quad . \quad (7.12)$$

Полученное соотношение между теплоемкостями идеального газа называется соотношением Майера. Из него вытекает, что  $C_p > C_V$ . Это и понятно: при постоянном давлении на нагревание газа приходится расходовать большее количество теплоты. В этом случае теплота идет не только на увеличение внутренней энергии газа, но и на работу над внешними телами. При нагревании же газа при постоянном объеме работа не совершается, и вся теплота идет только на увеличение внутренней энергии газа.

Теперь рассмотрим так называемый адиабатный процесс. Процесс называется адиабатным, если он равновесный и протекает без теплообмена с окружающей средой. Эти два требования - о равновесности процесса и его изолированности от окружающей среды - противоречат друг другу. Чтобы процесс происходил без теплообмена с окружающей средой, он должен быть быстрым, а чтобы он был равновесным, он должен быть достаточно медленным. Одновременно эти требования можно соблюсти приближенно, если теплообмен внутри газа происходит заметно быстрее, чем теплообмен с окружающей средой. Например, если газ помещен в сосуд с теплоизоляционными стенками.

Будем рассматривать адиабатный процесс с идеальным газом. Условием адиабатного процесса является требование:  $Q = 0$ .

$$pV^\lambda = Const \quad . \quad (7.13)$$

Сравним адиабатный процесс с изотермическим, когда тот и другой начинаются от одного и того же состояния газа. Для изотермы мы имеем уравнение  $pV = Const$ . Так как  $\lambda > 1$ , то адиабата идет круче изотермы (рис. 7.5) Это и понятно: в адиабатном процессе газ, расширяясь, совершает работу, теряет энергию, а потому охлаждается (график адиабатного процесса при расширении газа должен опускаться на более низкие по температуре изотермы).

Охлаждение газа при его адиабатном расширении можно наблюдать, например, при образовании облаков (когда температура воздуха падает ниже точки росы) или в камере Вильсона при образовании в газе треков от пролетающих заряженных частиц.

Второе начало термодинамики. Теорема Карно.

Второе начало термодинамики обычно формулируется как принцип исключения вечного двигателя второго рода: нельзя построить такую периодически действующую тепловую машину, которая бы совершала работу исключительно за счет охлаждения одного тела без нагревания других тел.

Каждая тепловая машина имеет некий источник теплоты, именуемый нагревателем. Второе начало термодинамики утверждает, что нельзя построить тепловую машину, в которой бы работа совершалась за счет теплоты нагревателя без какой-либо отдачи части теплоты более холодному телу, именуемому холодильником. Нельзя построить тепловую машину без холодильника.

Почему же машина без холодильника называется вечным двигателем? Дело в том, что окружающая нас среда (атмосфера, реки, моря) так или иначе нагрета и могла бы служить нагревателем тепловой машины. Если бы можно было построить машину без холодильника с температурой ниже температуры среды, то такая машина работала бы практически вечно, т.к. внутренняя энергия среды (например, атмосферы) колоссальна и практически неисчерпаема. Оказывается, необходим холодильник, который в процессе работы машины будет нагреваться, и, когда он нагреется до температуры окружающей среды, машина остановится.

Ее дальнейшая работа потребует предварительного охлаждения холодильника, для чего нужно совершить работу какой-то другой машине. Никакого выигрыша в работе не будет.

На основании второго начала термодинамики вводится очень важное для физики понятие энтропии. Но прежде чем его ввести, докажем теорему Карно.

Теорема Карно касается поведения машин Карно. Машина Карно, в свою очередь, есть машина, работающая по циклу Карно. Цикл же Карно состоит из двух изотерм и двух адиабат. Обратимся к рис. 7.6 и подробно опишем цикл Карно. Допустим, что рабочее тело в исходном состоянии 1 приведено в контакт с нагревателем с температурой  $T_1$  и совершает изотермическое расширение до состояния 2. На этом участке ( $1 \rightarrow 2$ ) рабочее тело забирает

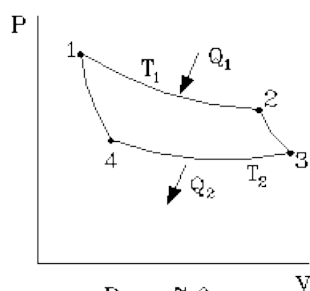


Рис. 7.6

от нагревателя теплоту  $Q_1$  и совершает работу над внешними телами. Далее рабочее тело теплоизолируется и адиабатно расширяется до состояния 3. В этом процессе ( $2 \rightarrow 3$ ) оно совершает работу за счет внутренней энергии, и потому его температура понижается до  $T_2$  (температура холодильника). Затем при температуре  $T_2$  рабочее тело сжимается изотермически. При этом оно отдает теплоту холодильнику ( $3 \rightarrow 4$ ) и над ним (внешними телами) совершается работа. Тело приходит в состояние 4. Наконец, рабочее тело путем адиабатного сжатия возвращается в исходное состояние (1).

На этом участке внешние тела продолжают совершать над ним работу. В целом же работа, совершаемая за цикл, согласно закону сохранения энергии определяется как разность  $Q_1 - Q_2$ .

Коэффициентом полезного действия машины Карно называется отношение работы, совершенной за цикл, к количеству теплоты, взятой от нагревателя, т.е.

$$\eta = \frac{|Q_1| + |Q_2|}{|Q_1|} \quad (7.14)$$

Цикл Карно состоит из равновесных и, следовательно, из обратимых процессов и поэтому является обратимым циклом. Это означает, в частности, что если провести цикл Карно сначала в прямом, а затем в обратном направлении, то в окружающих телах не произойдет каких-либо изменений. Машина, работающая в обратном по отношению к тепловой машине направлении, называется холодильником. Над ней совершается работа. В такой машине теплота переносится от холодильника к нагревателю. Все холодильные установки работают по такому принципу. Реальные холодильные установки, как и тепловые машины, не работают по циклу Карно (используются другие циклы). Надо сказать, что машин Карно вообще не строят. Тем не менее идеальная машина Карно играет важную роль в теплотехнике. Оказывается, при заданных значениях максимальной температуры нагревателя и минимальной - холодильника, машина Карно имеет максимальный коэффициент полезного действия среди всех возможных тепловых машин. Таким образом, машина Карно устанавливает теоретический предел для КПД реальных машин. Кроме того, с машиной Карно связана важная теорема, к обсуждению которой теперь и обратимся.

Теорема Карно. Коэффициент полезного действия машины Карно не зависит от рода рабочего тела и определяется только температурами нагревателя и холодильника.

Для доказательства теоремы рассмотрим две машины Карно. Пусть у них общие нагреватель и холодильник, а рабочие тела разные. Все характеристики одной машины будем обозначать нештрихованными буквами, а характеристики другой - штрихованными. Пусть машина с нештрихованными обозначениями работает в прямом направлении, а машина со штрихованными обозначениями - в обратном (обе машины обратимы, и их КПД при обратном ходе равен КПД при прямом). Подберем режим работы машин так, чтобы выполнялось условие  $|Q_2| = |Q'_2|$ .  $|Q_2|$  есть теплота, которую холодильник получает, а  $|Q'_2|$  - теплота, которую он отдает). Следовательно, машины работают так, что в холодильнике никаких изменений не происходит. Из условия о неравенстве КПД следует, что

$$\frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|} > \frac{|Q_1'| - |Q_2'|}{|Q_1'|}, \quad \text{или} \quad \frac{|Q_2|}{|Q_1|} < \frac{|Q_2'|}{|Q_1'|}, \quad |Q_1| > |Q_1'|, \quad (7.15)$$

а также

$$|Q_1| - |Q_2| > |Q_1'| - |Q_2'|, \quad |A| > |A'|. \quad (7.16)$$

В результате, если рассматривать обе машины как одну, то она будет представлять собой вечный двигатель второго рода, т.к. полезная работа (работа над внешними телами) больше нуля. Поэтому наше предположение о том, что  $\eta > \eta'$  неверно.

Предположим обратное:  $\eta < \eta'$ . Поменяем ролями машины: пусть первая (с нештрихованными обозначениями) работает в обратном, а вторая - в прямом направлении. Тогда можно повторить рассуждение и снова доказать, что предположение неверно. Остается одно, а именно,  $\eta = \eta'$ , тем самым теорема будет доказана.

Допустим, что машина со штрихованными обозначениями необратима. Тогда неравенство  $\eta > \eta'$  нельзя опровергнуть, т.к. машину со штрихованными обозначениями уже нельзя пустить в обратном направлении (может быть и, можно пустить, но ее КПД при обратном ходе не будет равен КПД при прямом). Наоборот, теперь можно опровергнуть равенство  $\eta_1 = \eta_2$ , т.к. оно имеет место тогда, когда машины обратимы. Таким образом, можно утверждать, что необратимая машина Карно имеет меньший КПД, чем обратимая.

Так как КПД обратимой машины Карно зависит только от температур нагревателя и холодильника ( $T_1$  и  $T_2$ ), то эта зависимость универсальна (одинакова для всех машин Карно) и ее необходимо определить. Для этого достаточно рассмотреть цикл Карно с каким-то определенным рабочим телом. Рассмотрим цикл Карно с идеальным газом.

Внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры, как следствие, при изотермическом процессе она не меняется и согласно первому началу термодинамики  $|Q| = |A|$ . Следовательно, для идеального газа имеем

$$\eta = \frac{|Q_1| - |Q_2|}{|Q_1|} = 1 - \frac{|A_2|}{|A_1|} = 1 - \frac{|T_2| \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}{|T_1| \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)}. \quad (7.17)$$

Рассмотрим адиабатные участки цикла Карно. Согласно уравнению адиабаты (7.28) можно записать следующие равенства:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}, \quad T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1} \quad (7.18)$$

Поделив левые и правые части равенств друг на друга, получаем

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\gamma-1} \quad \text{или} \quad \left(\frac{V_1}{V_2}\right) = \left(\frac{V_4}{V_3}\right). \quad (7.19)$$

Следовательно,

$$\eta = 1 - \frac{|T_2|}{|T_1|}. \quad (7.20)$$

Таким образом, универсальная функция ( $T_1$ ,  $T_2$ ) найдена. Она определяется формулой (7.20).

Энтропия и закон ее роста

Если же учесть, что количество теплоты  $Q_2 < 0$ , а  $Q_1 > 0$ , то формула КПД цикла Карно должна быть записана следующим образом:

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1}. \quad (7.21)$$

Согласно теореме Карно

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} \leq 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (7.22)$$

Это же соотношение после простых преобразований можно представить в виде

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0. \quad (7.23)$$

Отношение количества теплоты при каком-то процессе к абсолютной температуре тела называется приведенным количеством теплоты. В цикле Карно сумма приведенных теплот меньше или равна нулю. Знак неравенства относится к необратимому процессу, знак равенства - к обратимому.

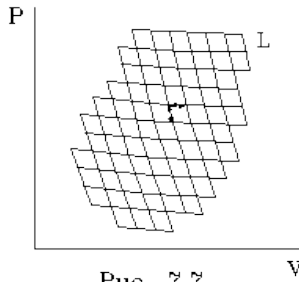


Рис. 7.7

Рассмотрим произвольный цикл L (рис. 7.7). Представим его в виде совокупности циклов Карно. Для этого нанесем на диаграмму p-V сетку изотерм и адиабат. Весь цикл L будет покрыт множеством циклов Карно. Все участки циклов Карно, лежащие внутри площади, ограниченной зубчатой границей, приходится обходить дважды: в прямом и в обратном направлениях. Допустим, что все внутренние циклы Карно обратимые. Тогда прохождение участков этих циклов в прямом и обратном направлениях равносильно тому, что мы проходим только зубчатую линию. С другой стороны, для каждого цикла Карно выполняется соотношение (7.23). Сложим

эти соотношения для всех циклов внутри границы и получим

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} \leq 0. \quad (7.24)$$

Если теперь представить, что мы переходим все к более и более мелкой сетке, так, что зубчатая линия в пределе совпадает с циклом L. Тогда соотношение (7.24) нужно будет переписать в следующем виде:

$$\oint_L \frac{\delta Q}{T} \leq 0. \quad (7.25)$$

Заметим, что интеграл берется по замкнутому процессу и относится к категории криволинейных. Его следует понимать следующим образом. Весь замкнутый процесс разбивается на бесконечно малые (элементарные участки), процессы. Для каждого из них составляется выражение приведенной теплоты  $\delta Q/T$ . Затем приведенные теплоты суммируются по всем участкам, составляющим процесс. Рассмотрим сначала только равновесные (обратимые) процессы. Для таких процессов в соотношении (7.25) нужно

выбрать знак равенства. Запишем равенство (7.25) для произвольного цикла, разбив цикл на два конечных участка 1a2 и 2b1 (рис. 7.8):

$$\oint_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + \oint_{2b1} \frac{\delta Q}{T} = 0. \quad (7.26)$$

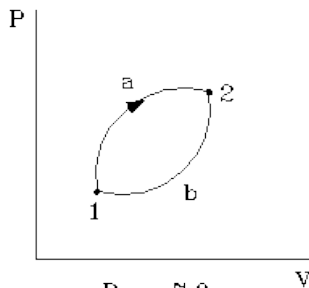


Рис. 7.8

Перенесем одно из слагаемых в правую часть равенства и изменим у него направление интегрирования на противоположное, отчего у интеграла изменится знак. Тогда получим равенство следующего

вида:

$$\oint_{1a2} \frac{\delta Q}{T} = \oint_{1b2} \frac{\delta Q}{T}. \quad (7.27)$$

Это равенство показывает, что приведенная теплота, взятая по обратимому процессу, не зависит от промежуточных состояний процесса, а зависит только от его начального и конечного состояний. Это свойство приведенной теплоты означает, что в обратимом процессе

его можно рассматривать как изменение некоторой функции состояния. Эта функция состояния называется энтропией и обозначается буквой  $S$ . Итак, по определению

$$S_2 - S_1 = \int_{1-2, \text{обр.}} \frac{\delta Q}{T}. \quad (7.28)$$

Энтропией называется функция состояния термодинамической системы, изменение которой равно приведенной теплоте, взятой по обратимому процессу, соединяющему рассматриваемые состояния.

Обратим внимание на то, что в этом определении сказано лишь об изменении энтропии, а не о ее абсолютном значении. Чтобы определить абсолютное значение энтропии, нужен дополнительный постулат. Таким постулатом является теорема Нерста, которая гласит: по мере приближения температуры к абсолютному нулю энтропия любого тела стремится к нулю. Следовательно, энтропия тела при абсолютном нуле равна нулю, хотя абсолютный нуль и недостижим.

Следует заметить, что определение энтропии, хотя и достаточно полное, чтобы найти энтропию термодинамической системы, вместе с тем сугубо формальное. Оно не вскрывает физического смысла понятия энтропии. Чтобы понять физическую сущность энтропии, нужно обратиться к молекулярно-кинетической теории с ее статистическими методами. Этим мы займемся несколько позже. Мы же продолжим развитие теории исходя из представлений термодинамики.

Допустим теперь, что участок 1а2 рассмотренного выше процесса (рис. 7.8) необратим (а участок 2в1 по-прежнему обратим). Тогда для всего цикла вступает в силу неравенство

$$\int_{1\alpha 2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2\beta 1} \frac{\delta Q}{T} < 0. \quad (7.29)$$

Слагаемое, связанное с обратимым процессом, перенесем в правую часть неравенства и изменим направление интегрирования (процесс 2в1 обратим, и такая операция допустима). Получаем следующее неравенство:

$$\int_{1\alpha 2} \frac{\delta Q}{T} < \int_{1\beta 2} \frac{\delta Q}{T}. \quad (7.29)$$

В правой части неравенства стоит приращение энтропии при переходе системы из состояния 1 в состояние 2. Таким образом, сумма приведенных теплот для необратимого процесса меньше изменения энтропии между начальным и конечным состояниями процесса, т.е.

$$S_2 - S_1 > \int_{1\alpha 2} \frac{\delta Q}{T}. \quad (7.30)$$

Объединяя формулы (7.29) и (7.30) в одну, запишем:

$$S_2 - S_1 \geq \int_{1\alpha 2} \frac{\delta Q}{T}. \quad (7.31)$$

Изменение энтропии равно приведенной теплоте при обратимом процессе, но больше приведенной теплоты при необратимом процессе.

Рассмотрим теперь адиабатную систему, т.е. систему, не обменивающуюся теплотой с окружающей средой. Для такой системы на любом процессе  $Q = 0$

$$S_2 - S_1 \geq 0 \quad \text{или} \quad S_2 \geq S_1 \quad (7.32)$$

Мы приходим к важному выводу: в адиабатных системах в обратимых процессах энтропия остается постоянной ( $S_2 = S_1$ ), в необратимых непременно возрастает ( $S_2 > S_1$ ).

Так как, строго говоря, равновесных и обратимых процессов практически не существует (это идеализированные процессы, к которым реальные процессы могут лишь приближаться), то можно сказать, что во всех реальных адиабатных процессах энтропия обязательно возрастает. Это утверждение носит название закона роста энтропии.

Этот закон до некоторой степени "приоткрывает" физический смысл понятия энтропии. Одностороннее изменение энтропии в адиабатных системах говорит именно о необратимости процессов, происходящих в них. Можно заключить, что энтропия есть величина, обусловленная необратимостью термо-динамических процессов.

Отметим еще одно важное свойство энтропии: энтропия аддитивна, т.е. энтропия тела равна сумме энтропий его частей. (Подобным же свойством обладает внутренняя энергия.) Доказательство аддитивности энтропии вытекает из того, что этим свойством обладает количество теплоты (теплота, полученная телом, равна сумме теплот, полученных его частями), а температура в равновесии для всех точек тела всегда одинакова.

## Тема 8. РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ, ЖИДКОСТИ И ТВЕРДЫЕ ТЕЛА

План:

1. Энтропия идеального газа.
2. Энтропия как мера беспорядка.
3. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Двухфазные системы.
4. Строение жидкостей и твердых тел.

Энтропия идеального газа

Для примера покажем, как можно найти энтропию идеального газа. Согласно определению приращение энтропии равно приведенной теплоте в обратимом процессе. Рассмотрим два каких-нибудь состояния идеального газа 1 и 2 (рис. 7.8). Чтобы найти приращение энтропии  $S_2 - S_1$ , нужно соединить эти состояния каким-то обратимым процессом (не важно, каким именно). Удобно соединить эти состояния изотермическим и адиабатным процессами, как показано на рисунке 8.1

На адиабатном участке энтропия не изменяется. Следовательно,

$$S_2 - S_1 = S_3 - S_1 = \frac{Q}{T_1}. \quad (8.1)$$

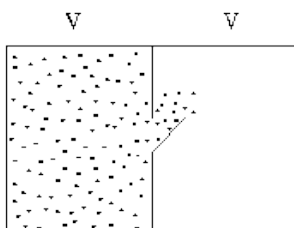


Рис. 8.1

Для изотермического процесса в идеальном газе  $Q = -A = \nu RT_1 \ln V_2/V_1$ . Тогда с учетом (8.1) находим изменение энтропии одного моля газа

$$S_2 - S_1 = R(\ln V_2 + \frac{1}{\gamma-1} \ln T_2) - R(\ln V_1 + \frac{1}{\gamma-1} \ln T_1). \quad (8.2)$$

Следовательно, энтропия для одного моля газа может быть представлена формулой

$$S = R \ln V + \frac{R}{\gamma-1} \ln T + Const. \quad (8.3)$$

Вернемся теперь к произвольной массе газа, содержащей молей. Энтропия аддитивная величина, и поэтому она должна быть пропорциональна количеству газа, т.е. числу молей. Под логарифмом должен остаться объем моля газа, равный  $V/v$ . Таким образом, энтропия газа определяется формулой

$$S = \nu R \ln \frac{V}{v} + C_\nu \ln T + Const. \quad (8.4)$$

Энтропия как мера беспорядка.

Займемся вплотную выяснением физического смысла понятия энтропии. Будем рассматривать макроскопическое тело как конгломерат движущихся молекул. Что, спрашивается, в таком конгломерате молекул может возрастая, если система предоставлена сама себе? Этот вопрос поставим не для какого-то частного случая, а в общем виде. Ответ напрашивается сам собой - беспорядок! Движение молекул сложно и запутанно. Если

первоначально в системе имеется какая-то упорядоченность, то тепловое движение молекул будет непременно размывать и ликвидировать эту упорядоченность. Состояние же равновесия, к которому неизбежно приходит любая, предоставленная сама себе макросистема, соответствует максимально возможному беспорядку. Энтропия, очевидно, является какой-то количественной мерой молекулярного беспорядка. Проиллюстрируем некоторые виды беспорядка на примере идеального газа и попытаемся их связать с энтропией газа.

1. Расширение газа в вакуум. Пусть одна половина сосуда заполнена газом, а другая - пустая. Перегородка в сосуде имеет окно, которое открывается и позволяет газу заполнить пустую половину. В таком процессе газ не совершает работу. Его внутренняя энергия не изменяется, следовательно, не изменяется и температура. Однако объем газа увеличивается.

$$S_2 - S_1 = \nu R \ln 2V - \nu R \ln V = \nu R \ln 2 > 0. \quad (8.5)$$

Беспорядок в распределении молекул по пространству усиливается - энтропия возрастает.

2. Диффузия газов. Допустим, что половинки сосуда заполнены разными газами одинаковой температуры и газы диффундируют один в другой. Найдем изменение энтропии при полном перемешивании газов. При перемешивании оба газа ведут себя независимо друг от друга. Поэтому и изменение энтропии можно находить независимо для обоих газов. Но у каждого газа объем возрастает вдвое, т.е. точно так же, как в случае расширения газа в вакуум. Следовательно, можно воспользоваться формулой предыдущего случая:

$$\Delta S = (\nu_1 + \nu_2) R \ln 2 > 0. \quad (8.6)$$

Энтропия возрастает - усиливается беспорядок в распределении молекул.

3. Выравнивание температуры. Пусть отгороженные половинки сосуда с газом имеют разные температуры  $T_1$ ,  $T_2$ . Пусть перегородка между газами пропускает тепло, так что температуры газов выравниваются и устанавливается температура, равная  $(T_1 + T_2)/2$ . изменение энтропии:

$$\Delta S = 2C_v \ln \frac{T_1 + T_2}{2} - C_v \ln T_1 - C_v \ln T_2 = 2C_v \ln \frac{\frac{T_1 + T_2}{2}}{\sqrt{T_1 T_2}} > 0. \quad (8.7)$$

Изменение энтропии больше нуля, т.к. всегда среднее арифметическое двух чисел больше среднего геометрического. Какой беспорядок растет в этом случае? До выравнивания температуры в системе была некоторая упорядоченность молекул по скоростям: в одной половине сосуда - быстрые молекулы (газ с большой температурой) в другой - медленные молекулы (газ с малой температурой). После выравнивания температуры эта упорядоченность исчезла. Можно сказать, что в данном случае усиливается беспорядок в распределении молекул по скоростям.

4. Адиабатное расширение газа. Допустим, что газ, находящийся в цилиндре, толкая поршень, адиабатно расширяется. Если процесс протекает очень медленно, равновесно, то в соответствии с общим законом энтропия газа не меняется.

$$TV^{\gamma-1} = Const \quad (8.8)$$

Как это понять с точки зрения молекулярного беспорядка? При адиабатном расширении газа объем растет и, следовательно, растет беспорядок в распределении газа в пространстве, а температура падает. С уменьшением температуры распределение молекул по скоростям делается более выразительным (менее размытым). Как следствие, уменьшается беспорядок в распределении их по скоростям. В целом происходит компенсация роста и уменьшения меры беспорядка. Мера беспорядка, энтропия, остается постоянной.

Обратимся к хорошо изученной нами системе - к идеальному газу, и на его примере подробнее выясним, как определяется энтропия в статистической физике. Для простоты будем иметь в виду одноатомный газ. Будем рассматривать понятие, называемое фазовым пространством атома, представляющим собой шестимерное пространство, соединяющее в



себе обычное трехмерное пространство и трехмерное пространство скоростей. Разобьем все пространство на мелкие ячейки, подобно тому как это сделано на рис. 8.2, на котором изображено только два измерения фазового пространства.

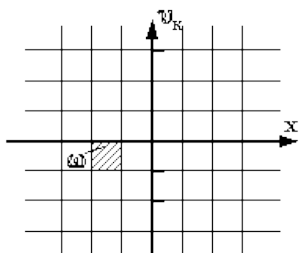


Рис. 8.2

Обозначим объем одной ячейки через  $\omega$ . Зная распределение молекул по скоростям (распределение Максвелла) в обычном пространстве (оно в нем равномерное), мы можем найти распределение молекул по ячейкам в фазовом пространстве.

Согласно закону Больцмана число молекул в  $i$ -й ячейке выразится формулой

$$n_i = C e^{\frac{E_i}{kT}} \quad (8.9)$$

Где

$$C = \frac{N\omega}{V} \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Энтропия идеального газа, выражающая меру беспорядка (а не меру неопределенности, как в теории информации), определяется следующим образом:

$$S = -k \sum_i n_i \ln n_i. \quad (8.10)$$

Множитель  $k$  (постоянная Больцмана) не играет существенной роли, он делает энтропию размерной величиной. Формула (8.10) и является статистическим выражением энтропии (для идеального газа). Покажем, что эта формула позволяет получать правильный результат.

$$S = -k \sum_i n_i \ln C + \frac{k}{kT} \sum_i n_i E_i. \quad (8.11)$$

Сумма  $\sum_i n_i$  равна полному числу атомов газа  $N$ , а  $\sum_i n_i E_i$  есть полная энергия газа, которая, как известно, пропорциональна температуре, и не зависит от его объема.

$$S = kN \frac{2}{3} \ln T \left( \frac{V}{N} \right)^{\frac{2}{3}} + Const \quad (8.12)$$

Принимая во внимание, что для одноатомного газа  $\gamma = 5/3$ ,  $\gamma - 1 = 2/3$ , а  $kN$  можно представить в виде:  $\nu R$ , мы получаем формулу:

$$S = \frac{\nu R}{\gamma - 1} \ln T + C_\nu \ln T \left( \frac{V}{\nu} \right)^{\gamma - 1}$$

Уравнение Ван-дер-Ваальса. Двухфазные системы.

В качестве конкретной системы до сих пор мы рассматривали только идеальный газ. Обратимся теперь к более сложным системам - к неидеальным газам и жидкостям. В неидеальных, плотных газах взаимодействие молекул велико и его нужно учитывать.

Начнем с уравнения состояния таких газов. Оказывается, что взаимодействие молекул столь сильно усложняет физическую картину, что точное уравнение состояния неидеального газа не удастся записать в сравнительно простой форме. В таком случае прибегают к приближенным формулам, найденным полуэмпирически. Наиболее удачной приближенной формулой является уравнение Ван-дер-Ваальса.

Взаимодействие молекул имеет сложный характер. На сравнительно больших расстояниях между молекулами действуют силы притяжения. По мере уменьшения расстояния силы притяжения сначала растут, но затем уменьшаются и переходят в силы

отталкивания. Притяжение и отталкивание молекул можно рассматривать и учитывать отдельно. Начнем с сил отталкивания.

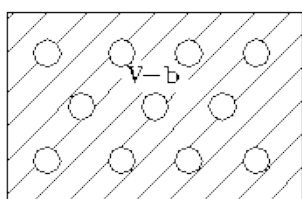


Рис. 8.3

Отталкивание молекул обнаруживается только на очень малых расстояниях. Оно быстро растет по мере сближения молекул. Это обстоятельство позволяет ввести представление о радиусе сближения молекул, за пределами которого молекулы не в состоянии сблизиться. Каждая молекула окружена как бы сферой непроницаемости для других молекул. Это приводит к тому, что свободный объем для движения молекул (на рис. 8.3 это заштрихованный объем) фактически оказывается меньше, чем объем сосуда, в котором находится газ, на некоторую величину  $b$ , равную сумме собственных объемов молекул.

Отталкивание молекул будет учтено, если в уравнении Клапейрона вместо объема  $V$  подставить  $V-b$ . Уравнение состояния для моля газа примет вид:

$$P = \frac{RT}{V - b} \quad (8.13)$$

Учтем теперь притяжение молекул, возникающее на расстояниях, превышающих радиус сближения. Притяжение молекул уменьшает давление. Вблизи стенки сосуда на каждую молекулу действует направленная от стенки сила, образованная от суммарного действия других молекул (вблизи стенки каждая молекула с одной стороны, со стороны газа окружена другими). Эта сила тем больше, чем ближе молекулы друг к другу, т.е. чем больше плотность газа  $n$ . Приблизительно можно считать, что сила, оттягивающая каждую молекулу от стенки, пропорциональна  $n$ . Но давление газа создается не одной молекулой, а их множеством, и поэтому оно, в свою очередь, тем больше, чем больше плотность газа  $n$  (пропорционально  $n$ ). В связи с этим можно считать, что общий эффект уменьшения давления за счет притяжения молекул друг к другу пропорционален  $n^2$ . Но  $n = N/V$ . Поэтому, поправка, уменьшающая давление за счет притяжения молекул, будет пропорциональна  $N^2/V^2$ . Итак, окончательное уравнение состояния для моля неидеального газа может быть представлено в виде

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2} \quad (8.14)$$

Это и есть уравнение Ван-дер-Ваальса. Постоянные  $b$  и  $a$  называются поправками Ван-дер-Ваальса. Для каждого газа они определяются из опыта, поэтому и называются полуэмпирическими.

Достоинством уравнения Ван-дер-Ваальса является то обстоятельство, что оно при очень больших плотностях приближенно описывает и свойства жидкости, в частности плохую ее сжимаемость. Поэтому есть основание полагать, что уравнение Ван-дер-Ваальса позволит отразить и переход от жидкости к газу (или от газа к жидкости). В дальнейшем этот переход будет на-ходиться в центре нашего внимания.

Рассмотрим поведение изотермы Ван-дер-Ваальса для реального газа. Уравнение изотермы совпадает непосредственно с уравнением (8.14) в предположении, что температура газа постоянна. Представим это уравнение в виде степенного, для чего умножим обе части уравнения (8.14) на  $V^2(V-b)$ . Тогда оно примет вид уравнения третьей степени по объему.

$$pV^3 - pbV^2 = RTV^2 - aV - ab \quad (8.15)$$

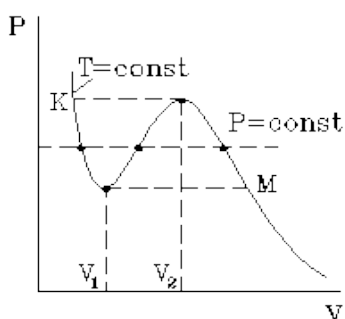


Рис. 8.4

Уравнение третьей степени имеет либо один, либо три действительных корня. Более внимательный анализ этого уравнения показывает, что оно имеет три действительных корня при достаточно низких температурах (при высоких же температурах при всех давлениях имеет место один корень).

Рассмотрим этот случай. Существование трех действительных корней для объема при фиксированных температуре и давлении означает, что изотерма в некоторой области давлений пересекает изобару в трех местах. Такая ситуация может возникнуть, если изотерма имеет вид, изображенный на рис. 8.4.

В области "извилины" (участок КМ) изотерма трижды пересекает изобару. На участке  $[V_1, V_2]$  давление растет с увеличением объема. Такая зависимость совершенно нереальна. Это может означать, что в данной области с веществом происходит что-то необычное. Что именно это, к сожалению, невозможно увидеть из приближенного уравнения Ван-дер-Ваальса.

Необходимо обратиться к опыту. Опыт показывает, что в области "извилины" на изотерме в состоянии равновесия вещество расслаивается на две фазы: на жидкую и газообразную. Обе фазы сосуществуют одновременно и находятся в фазовом равновесии.

В фазовом равновесии протекают процессы испарения жидкости и конденсации газа. Они идут с такой интенсивностью, что полностью компенсируют друг друга: количество жидкости и газа с течением времени остается не-изменным. Газ, находящийся в фазовом равновесии со своей жидкостью, называется насыщенным паром. Если фазового равновесия нет, нет компенсации испарения и конденсации, то газ называется ненасыщенным паром.

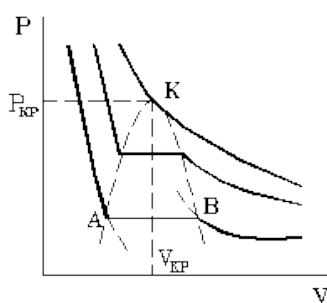


Рис. 8.5

Как же ведет себя изотерма в области двухфазного состояния вещества (в области "извилины" изотермы Ван-дер-Ваальса)? Опыт показывает, что в этой области при изменении объема давление остается постоянным. График изотермы идет параллельно оси  $V$  (рис. 8.5).

С уменьшением объема системы идет увеличение количества жидкости и уменьшение количества пара, пока весь пар не превратится в жидкость. После наступления такого состояния (полного исчезновения пара) изотерма идет круто вверх, в соответствии с плохой сжимаемостью жидкости (даже для слабого уменьшения объема жидкости необходимо весьма большое увеличение давления.) Таким образом, участок изотермы левее точки А соответствует жидкости, участок правее точки В - газу, а участок АВ - двухфазному состоянию жидкость - газ. Проследим еще раз процесс превращения жидкости в газ и газа в жидкость при равновесном изотермическом процессе. Начиная с состояния А, в жидкости на инородностях, как на центрах испарения, появляются пузырьки пара. По мере увеличения объема системы пузырьки растут и под действием силы Архимеда поднимаются вверх, образуя над жидкостью сплошную область пара. В состоянии В вся жидкость превратится в пар. Если процесс вести в обратном направлении - от газа к жидкости - то, начиная с состояния В, в газовой среде на инородностях, как на центрах конденсации, образуются мелкие капли жидкости, выпадает туман. С уменьшением объема системы туман "сгущается" и появляются капли, они оседают вниз, образуя в нижней части сосуда сплошную область жидкости. В состоянии А весь пар превращается в жидкость. На начальных стадиях того и другого процесса (испарения и конденсации) существенно наличие неоднородностей (пылинок, ионов). Если вещество тщательно очистить от них, то начало процессов испарения и конденсации можно несколько сместить. Однофазная область системы будет растянута.

При этом изотерма пройдет через так называемые метастабильные состояния (на рис. 7.4 они изображены пунктиром). Это - состояния неустойчивого равновесия: перегретая жидкость (жидкость должна бы закипеть, но не закипает) и переохлажденный пар (должен был бы выпасть туман, но из-за отсутствия центров конденсации он не выпадает).

По мере увеличения температуры участок двухфазных состояний на изотермах сужается, пока не превратится в точку (рис. 7.4). Это особая точка К, в которой исчезает различие между жидкостью и паром. Она называется критической точкой. Параметры, соответствующие критическому состоянию, называются критическими (критическая

температура, критическое давление, критическая плотность вещества). Наличие критической точки для двухфазных систем жидкость - газ является примечательным свойством вещества. Оно свидетельствует о том, что газ в жидкость (и наоборот, жидкость в газ) можно превратить двумя способами: через процессы испарения и конденсации (фазовый переход) и, минуя последние, непрерывно. При фазовом переходе вещество так или иначе попадает в область двухфазного состояния (на рис. 7.4 заштрихованная область). При непрерывном превращении газа в жидкость процесс идет в обход критической точки. Где-то вблизи критической изотермы газ постепенно приобретает свойства жидкости. Поэтому при давлениях выше критических границей раздела, несколько размытой, между газом и жидкостью можно считать критическую изотерму.

Умеренные температуры для большинства известных нам газов являются сверхкритическими, а потому обычные газы нельзя превратить в жидкости путем простого сжатия. Газ необходимо охлаждать. На практике используются два способа для глубокого охлаждения газов с тем, чтобы их превратить в жидкости. Один основан на эффекте Джоуля-Томсона, а другой - на адиабатном охлаждении газа при его расширении. Эффект Джоуля-Томсона заключается в следующем. Аппарат для сжижения газов, основанный на эффекте Джоуля - Томсона, называется машиной Линде. В машине Линде газ многократно проходит один и тот же цикл, каждый раз просачиваясь через вентиль-пробку и постепенно охлаждаясь. Когда температура газа становится ниже критической, из вентиля капает жидкость и собирается в сосуд Дюара. У некоторых газов вблизи комнатных температур эффект Джоуля-Томсона отрицательный. Такие газы требуют предварительного частичного охлаждения. Например, водород предварительно охлаждают до  $-800\text{C}$  жидким азотом. Дальнейшее глубокое охлаждение водорода осуществляется в машине Линде.

В настоящее время все известные газы переведены не только в жидкое, но и в твердое состояние.

Другой метод сжижения газов основан на адиабатном расширении газа. Аппараты, использующие этот метод, называются детандорами. В детандорах газ, расширяясь, совершает работу против внешних сил. Например, в турбодетандоре Капицы газ охлаждается, вращая турбину.

Строение жидкостей и твердых тел

Строение твердых тел принципиально отлично от строения газов. В них межмолекулярные расстояния малы и потенциальная энергия молекул сравнима с кинетической. Твердые тела делятся на два вида: на кристаллические и аморфные. В состоянии термодинамического равновесия пребывают лишь кристаллические тела. Аморфные же тела по сути представляют метастабильные состояния, которые по своему строению приближаются к неравновесным, медленно кристаллизующимся жидкостям. В аморфном теле идет очень медленный процесс кристаллизации, процесс постепенного перехода вещества в кристаллическую фазу. Отличие кристалла от аморфного твердого тела заключается прежде всего в анизотропии его свойств. Свойства кристаллического тела зависят от направления в пространстве. Различного рода процессы, такие как теплопроводность, электропроводность, свет, звук, распространяются в различных направлениях твердого тела по-разному. Аморфные же тела (стекло, смолы, пластмассы) изотропны, как и жидкости. Отличие аморфных тел от жидкостей состоит только в том, что последние текучи, в них невозможны статические деформации сдвига. В дальнейшем мы остановимся только на кристаллических телах.

Кристаллические тела обладают правильным молекулярным строением. Именно правильному строению кристалла обязана анизотропия его свойств. Правильное расположение атомов кристалла образует так называемую кристаллическую решетку. В различных направлениях расположение атомов в решетке различно, что и ведет к анизотропии свойств. Однако в больших объемах анизотропия проявляется лишь в монокристаллах, в цельных кристаллах. Поликристаллические же тела по существу представляют собой спрессованный, очень мелкий кристаллический порошок. В таком теле

мелкие кристаллики ориентированы по отношению друг к другу беспорядочно, из-за чего в поликристаллическом теле анизотропия не проявляется. Например, все металлы в твердом состоянии по сути являются поликристаллами. Однако термодинамика в крупном и в мелком кристалле одна и та же. Поэтому термо-динамические свойства поли- и монокристаллов одинаковы (исключение составляют лишь свойства, зависящие от направления и дисперсности частиц.)

С другой стороны, правильное расположение атомов в кристаллах ведет к той или иной симметрии кристаллов. Изучением симметрии кристаллов занимается специальная наука - кристаллография. Оказывается, существует конечное число различных способов расположения атомов в кристаллах. Известный русский кристаллограф Е.С.Федоров показал, что это число равно 230.

Атомы (или ионы, или целые молекулы) в кристаллической решетке, разумеется, не неподвижны, они совершают беспорядочное колебательное движение около средних положений, которые и рассматриваются как узлы кристаллической решетки. Чем больше температура, тем больше энергия колебаний, а следовательно, и средняя амплитуда колебаний. В зависимости от амплитуды колебаний находится размер кристалла. Рост амплитуды колебаний ведет к росту размеров тела. Так объясняется тепловое расширение твердых тел.

Тепловыми колебаниями атомов объясняется и теплоемкость твердых тел. Весь кристалл в целом представляет собой очень сложную связанную колебательную систему. Отклонения атомов от средних положений невелики, и поэтому можно считать, что атомы подвергаются действию квазиупругих сил, подчиняющихся линейному закону Гука. Такие колебательные системы называются линейными. Существует развитая математическая теория систем, подверженных линейным колебаниям. В ней доказана очень важная теорема, суть которой состоит в следующем. Если система совершает малые (линейные) взаимосвязанные колебания, то путем преобразования координат ее формально можно свести к системе независимых осцилляторов (у которых уравнения колебаний не зависят друг от друга). Система независимых осцилляторов ведет себя подобно идеальному газу в том смысле, что атомы последнего тоже можно рассматривать как независимые. Именно используя представление о независимости атомов газа, мы приходим к закону Больцмана. Этот очень важный вывод представляет простую и надежную основу для всей теории твердого тела. Число осцилляторов с заданными параметрами (координаты и скорости) определяется так же, как и число молекул газа в заданном состоянии, по формуле

$$n_{\alpha} = C e^{-\frac{E_{\alpha}}{kT}} \quad (8.16)$$

где  $E_{\alpha} = mV^2 / 2 + kx^2 / 2$  представляет собой энергию осциллятора. Закон Больцмана в теории твердого тела не имеет ограничений, однако формула для энергии осциллятора взята из классической механики. При теоретическом рассмотрении твердых тел нужно опираться на квантовую механику, для которой, как известно, характерна дискретность изменения энергии осциллятора (с аналогичной ситуацией мы столкнулись при рассмотрении колебательных степеней свободы идеального газа). Дискретность энергии осциллятора становится несущественной только при достаточно высоких значениях его энергии. Следовательно, при описании осцилляторов классической механикой можно пользоваться лишь при достаточно высоких температурах. При высоких температурах твердого тела, близких к температуре плавления, из закона Больцмана, как и в теории газов, вытекает закон равномерного распределения энергии по степеням свободы. В газах на каждую степень свободы в среднем приходится одно и то же количество энергии, равное  $(1/2) kT$ . У осциллятора (одна степень свободы!), кроме кинетической, имеется потенциальная энергия. Поэтому на одну степень свободы в твердом теле при достаточно

высокой температуре приходится энергия равная  $kT$ . Исходя из этого закона, нетрудно рассчитать полную внутреннюю энергию твердого тела, а вслед за ней и его теплоемкость.

Моль твердого тела содержит  $NA$  атомов, а каждый атом имеет три степени свободы. Следовательно, в моле содержится  $3NA$  осцилляторов. Энергия моля твердого тела

$$E_{\mu} = 3N_A kT = 3RT, \quad (8.17)$$

а молярная теплоемкость твердого тела при достаточно высоких температурах

$$C_V = \frac{dE_{\mu}}{dT} = 3R. \quad (8.18)$$

Мы получили закон Дюлонга и Пти: все простые (одноатомные) твердые тела в области высоких температур имеют одну и ту же, не зависящую от температуры, молярную теплоемкость, равную  $3R$ . Опыт подтверждает этот закон.

В заключение рассмотрим строение жидкостей. Жидкость занимает промежуточное положение между твердым телом и газом. В чем ее сходство с газом? Жидкость, как и газы, изотропна. Кроме того, жидкость обладает текучестью. В ней, как и в газах, отсутствуют касательные напряжения (напряжения на сдвиг). Пожалуй, только этими свойствами и ограничивается сходство жидкости с газом. Значительно существеннее сходство жидкости с твердыми телами. Жидкости тяжелы, т.е. их удельные веса сравнимы с удельными весами твердых тел. Жидкости, как и твердые тела, плохо сжимаемы. Вблизи температур кристаллизации их теплоемкости и другие тепловые характеристики близки к соответствующим характеристикам твердых тел. Все это говорит о том, что по своему строению жидкости должны в чем-то напоминать твердые тела. Теория должна объяснить это сходство, хотя должна находить и объяснение отличий жидкостей от твердых тел. В частности, она должна объяснить причину анизотропии кристаллических тел и изотропию жидкостей. Удовлетворительное объяснение строения жидкостей предложил советский физик Я.Френкель. Согласно теории Френкеля жидкости имеют так называемое квазикристаллическое строение. Кристаллическое строение характеризуется правильным расположением атомов в пространстве. Оказывается, в жидкостях тоже наблюдается до известной степени правильное расположение атомов, но лишь в малых областях. В малой области наблюдается периодическое расположение атомов, но по мере увеличения рассматриваемой области в жидкости правильное, периодическое расположение атомов теряется и на больших ее участках полностью исчезает. Принято говорить, что в твердых телах имеет место "дальний порядок" в расположении атомов (правильная кристаллическая структура в больших областях пространства, охватывающих очень большое число атомов), в жидкостях же - "ближний порядок". Жидкость как бы разбивается на мелкие ячейки, в пределах которых и наблюдается кристаллическое, правильное строение. Четких границ между ячейками не существует, границы размыты. Такое строение жидкостей и называется квазикристаллическим.

Характер теплового движения атомов в жидкостях также напоминает движение атомов в твердых телах. В твердом теле атомы совершают колебательное движение около узлов кристаллической решетки. В жидкостях имеет место до известной степени аналогичная картина. Здесь атомы тоже совершают колебательное движение возле узлов квазикристаллической ячейки, но в отличие от атомов твердого тела они время от времени перескакивают от одного узла к другому. В результате движение атомов будет весьма сложным: оно колебательное, но вместе с тем центр колебаний время от времени перемещается в пространстве. Такое движение атомов можно уподобить движению "кочевника". Атомы не привязаны к одному месту, они "кочуют", но на каждом месте задерживаются на определенное, очень короткое время, при этом совершая беспорядочные колебания. Можно ввести представление о "времени оседлой жизни" атома. Между прочим, в твердых телах атомы тоже время от времени кочуют, но в отличие от атомов в жидкостях их "среднее время оседлой жизни" очень велико. Из-за малых значений "среднего времени оседлой жизни" атомов в жидкостях отсутствуют касательные напряжения (напряжения

сдвига). Если в твердом теле касательное усилие действует длительное время, то в нем тоже наблюдается некоторая "текучесть". Наоборот, если в жидкости касательная нагрузка действует очень короткое время, то жидкость по отношению к таким нагрузкам "упруга", т.е. обнаруживает сопротивление деформации на сдвиг.

Таким образом, представления о "ближнем порядке" в расположении атомов и о "кочевом" движении атомов приближают теорию жидкого состояния тела к теории твердого, кристаллического состояния.

## ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

### Тема 9. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

#### План:

1. Электрический заряд. Напряженность электрического поля
2. Закон Кулона и принцип суперпозиции полей
3. Потенциал электростатического поля
4. Проводники в электростатическом поле
5. Диэлектрики в электрическом поле
6. Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Гаусса
7. Теорема Гаусса для поля в диэлектрике
8. Примеры использования теоремы Гаусса
9. Электрическая емкость проводников и конденсаторов
10. Энергия электрического поля

Электрическая сила, действующая в поле на заряженную частицу, очевидно, зависит как от самой частицы (от ее заряда!), так и от поля. Таким образом, она должна зависеть как от характеристики заряженной частицы, так и от характеристики поля. Так как только ее удастся определить в опыте, то по ней можно судить и о заряде частицы, и о характеристике поля, которая называется **напряженностью**.

Электрическую силу, действующую на единичный положительный заряд, принимают за характеристику поля. Она называется напряженностью электрического поля и обозначается через  $E$ . Таким образом,

$$\mathbf{F}_0 = E \quad (9.1)$$

Теперь можно дать определение заряда. Опыт показывает, что отношения сил  $\frac{F_1}{F_0}, \frac{F_2}{F_0}, \dots, \frac{F_k}{F_0}$  в различных электрических полях сохраняют свои значения. Они не зависят от поля. Они зависят только от частиц и, следовательно, являются характеристиками частиц. Эти отношения и можно принять за величины зарядов частиц.

Следовательно, **электрическим зарядом частицы** называется отношение электрической силы, действующей на нее, к электрической силе, действующей на частицу с эталонным зарядом, помещенную в ту же точку поля, т.е.

$$q = \frac{F}{F_0} \quad (9.2)$$

**Электрическая сила** равна произведению заряда частицы на напряженность поля в той точке, где частица находится.

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} \quad (9.3)$$

Наглядно электрическое поле можно представить совокупностью силовых линий. По касательной к силовой линии в любой ее точке направлена напряженность поля. Густота же линий характеризует модуль напряженности. Правило построения этих линий таково: через площадку единичной площади, ориентированную перпендикулярно к силовым линиям,

должно проходить  $E$  линий ( $E$  округляется до целых).

Электрический заряд **подчиняется закону сохранения**: если из системы нет утечки и в систему нет притока электрического заряда, то алгебраическая сумма электрических зарядов системы с течением времени не меняется.

Электрическое поле, создаваемое неподвижными зарядами, называется **электростатическим**. Следовательно, электростатика исключает токи. Она рассматривает электрические поля, когда токи затухли и система зарядов пришла в равновесие. Однако, за счет одних электрических сил равновесие зарядов не может быть достигнуто. Необходимы сторонние силы (силы неэлектрического происхождения), которые могли бы уравновесить электростатические силы. Присутствие таких сил мы будем неявно предполагать, но не будем их явно рассматривать. С другой стороны, заряженная система тел, если она электрически изолирована, будучи предоставлена самой себе, обязательно должна прийти в равновесие.

Основная задача электростатики сводится к нахождению поля по заданному расположению зарядов в пространстве. Эта задача решается на основании двух законов: закона Кулона и принципа суперпозиции полей.

Закон Кулона решает сугубо частную задачу: он определяет электростатическое поле уединенного точечного заряда и устанавливает, что: Электростатическое поле уединенного точечного заряда обладает следующими свойствами:

1. оно радиально, т.е. вектор  $E$  направлен вдоль радиуса-вектора, проведенного от заряда;
2. оно сферически симметрично, т.е. во всех точках произвольной сферы с центром на заряде одинаково и пропорционально заряду, т.е.  $E \sim q$ ;
3. силовые линии поля начинаются на заряде и нигде не обрываются.

Если суммировать все перечисленные свойства, то поле положительного точечного заряда можно изобразить следующим образом (рис. 9.1):

Если заряд отрицательный, то силовые линии, наоборот, сходятся на заряде. Силовые линии нигде не обрываются, и их полное число  $N$ , пересекающее любую сферу с центром на заряде, будет постоянным, не зависящим от радиуса сферы. Так как поле пропорционально заряду, то:

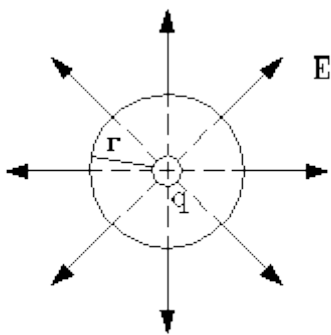


Рис. 9.1

$$E = \frac{q}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \quad (9.5)$$

Так записывается закон Кулона в СИ. В этой системе

$$\frac{1}{4 \pi \epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Ф/м}$$

единиц

Кулоном закон был сформулирован несколько иначе. Кулон рассматривал силу взаимодействия двух точечных зарядов. Следовательно, сила взаимодействия

$$F = \frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon_0 r^2} \quad (9.6)$$

При этом одноименные заряды отталкиваются, разноименные - притягиваются.

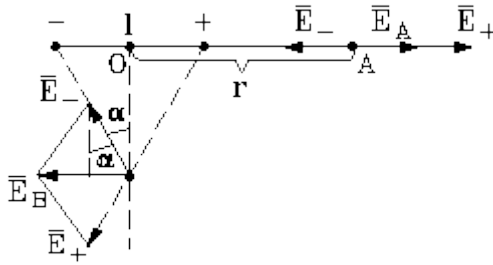
Вторым важнейшим законом электростатики является принцип суперпозиции. Суть этого принципа сводится к тому, что поля различных зарядов, находящихся по соседству, не взаимодействуют друг с другом или не искажают друг друга. Если поля различных зарядов не влияют друг на друга, то результирующее поле определяется простым наложением или суммированием полей от отдельных зарядов. Поэтому **принцип суперпозиции** можно сформулировать так: результирующая напряженность поля двух или нескольких зарядов находится путем геометрического суммирования (по правилу параллелограмма или многоугольника) напряженностей полей от отдельных зарядов. В виде формулы принцип суперпозиции можно представить следующим образом:



$$\vec{E} = \sum_k \vec{E}_k \quad (9.7)$$

Используя принцип суперпозиции и закон Кулона, можно, в принципе, описать любое электростатическое поле, если задано расположение зарядов и их величины.

В качестве примера рассмотрим простейшую задачу: найдем напряженность поля электрического диполя, т.е. системы двух равных, но разноименных зарядов. Определим сначала напряженность поля на оси диполя ([рис. 9.2](#)). Очевидно, имеем:



$$\begin{aligned} E_A &= E_+ - E_- = \\ &= \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \right] = \\ &= \frac{2|q|l}{4\pi\epsilon_0 \left(r - \frac{l}{2}\right)^2 \left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \end{aligned}$$

Рис. 9.2.

Рассмотрим поле вдали от диполя, когда  $l \ll r$ . Тогда  $l/2$  в знаменателе формулы можно

пренебречь в сравнении с  $r$ .

$$E_A = \frac{2|q|l}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (9.8)$$

Напряженность поля убывает обратно пропорционально кубу расстояния от диполя. Найдем теперь напряженность поля на прямой, проходящей через центр диполя и перпендикулярной к оси диполя. Согласно [рис. 9.2](#)

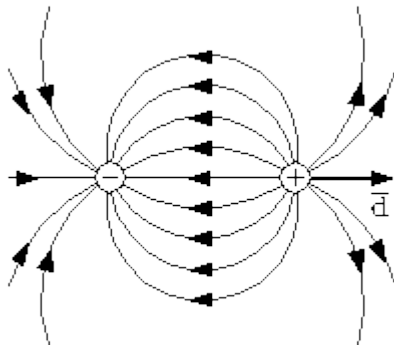


Рис. 9.3

$$E_B = 2E \sin \alpha = 2 \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{l}{2} = \frac{|q|l}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (9.9)$$

И в этом направлении напряженность поля убывает обратно пропорционально кубу расстояния от диполя.

Произведение  $|q| \cdot l$  однозначно определяет поле диполя, оно выступает в роли "заряда диполя" и называется **дипольным или электрическим моментом диполя**. Обычно дипольный момент рассматривается как вектор, направленный от отрицательного заряда диполя к положительному. На [рис. 9.3](#) изображена картина силовых

линий электрического диполя ( $d = q \cdot l$ ).

Рассмотрим произвольное электростатическое поле. Как физическая система поле обладает энергией. Энергия есть функция состояния поля, которое в электростатике, очевидно, определяется распределением неподвижных зарядов в пространстве. **Работа электростатического поля, совершенная над зарядом при его движении по замкнутой траектории, равна нулю.** Таким образом, при незамкнутом движении заряда работа сил поля не зависит от пути движения заряда, а зависит лишь от его начального и конечного положения.

В нашем случае можно написать следующее равенство:

$$\frac{U_2}{q} - \frac{U_1}{q} = - \int_{l_1}^{l_2} E dl \quad (9.10)$$

В равенстве (9.10) его правая часть не зависит от величины заряда, она определяется исключительно параметром, характеризующим поле. Следовательно, и величина  $U/q$  (ее

изменение стоит в левой части равенства (1.10)) есть характеристика поля. Эта характеристика поля называется **потенциалом**.

Итак, **потенциалом электростатического поля** называется некоторая скалярная функция координат, равная потенциальной энергии единичного положительного заряда, помещенного в данную точку поля:

$$\varphi = \frac{U}{q} \quad (9.11)$$

Равенство

$$\varphi_1 - \varphi_2 = - \int_{1-2} E d\ell \quad (9.12)$$

можно рассматривать как определение потенциала электростатического поля. Не для всякого электрического поля можно ввести понятие потенциала, а только для электростатического. Если нуль потенциала выбрать в бесконечности, то потенциал может быть определен следующим равенством:

$$\varphi = - \int_{\infty \rightarrow (X, Y, Z)} E d\ell \quad (9.13)$$

Если распределение напряженности поля наглядно задается расположением силовых линий, то распределение его потенциала наглядно определяется расположением **эквипотенциальных поверхностей**, т.е. поверхностей равного потенциала.

Как и для напряженности поля, для потенциала выполняется принцип суперпозиции:

$$d\varphi = -E d\ell = -(\sum_k E_k) d\ell = -\sum_k (E_k d\ell) = -d(\sum_k \varphi_k), \text{ т.е.}$$

$$\varphi = \sum_k \varphi_k \quad (9.14)$$

Таким образом, при наложении друг на друга нескольких электростатических полей потенциал результирующего поля равен алгебраической сумме потенциалов отдельных полей.

Формула (9.13) показывает, как, зная распределение напряженности поля, найти распределение потенциала. Зная потенциал поля можно найти его напряженность:

$$\vec{E} = - \frac{d\varphi}{dn} \vec{n} \quad (9.15)$$

Итак, модуль напряженности поля равен падению потенциала на единицу длины вдоль нормали к эквипотенциали. Знак минус свидетельствует, что вектор напряженности поля направлен противоположно вектору **n**: в сторону падения потенциала.  $d\varphi/dn$  называется градиентом потенциала.

Потенциал поля точечного заряда определяется формулой:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (9.16)$$

При помещении проводника в электрическое поле в нем появится кратковременный электрический ток: на свободные заряды проводника будут действовать электрические силы, которые приведут их в движение. Однако в природе действует закон термодинамической необратимости, согласно которому в замкнутой системе любой макроскопический процесс, любое видимое движение рано или поздно прекратится и система должна прийти в состояние термодинамического равновесия. В результате ток должен прекратиться и через некоторое (время релаксации) в проводнике наступит состояние равновесия зарядов. Если проводник представляет собой металлическое тело, то его свободные электроны придут в движение против силовых линий поля и будут накапливаться на его левом конце. Правый конец проводника потеряет часть электронов и окажется заряженным положительно. Заряды проводника разделятся, и у проводника появится собственное электрическое поле. Этот

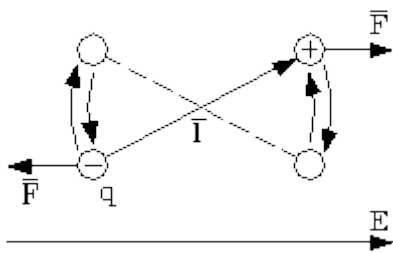


Рис. 9.4

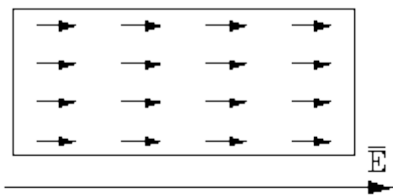


Рис. 9.5

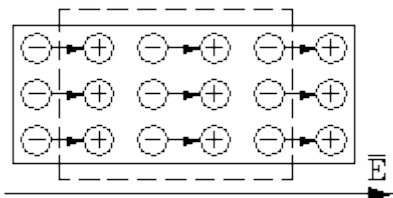


Рис. 9.6

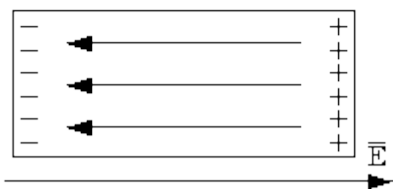


Рис. 9.7

процесс называется **электростатической индукцией**. Собственное поле проводника наложится на внешнее поле и тем самым исказит последнее.. Внутри проводника поле обязательно исчезнет. В проводнике имеются свободные заряды, которые под действием поля придут в движение, и равновесие будет нарушено. Следовательно, при равновесии зарядов, напряженность поля внутри проводника должна быть равна нулю. На поверхности проводника при равновесии зарядов силовые линии поля всегда перпендикулярны к его поверхности. Следовательно, поверхность проводника представляет собой эквипотен-циальную поверхность, а весь проводник в электростатическом поле есть эквипотенциальное тело - все его точки имеют один и тот же потенциал.

Рассмотрим теперь, как ведут себя в электрическом поле диэлектрики - вещества, плохо проводящие электрический ток. Внутри таких веществ нет "свободных зарядов", но имеются "связанные заряды", (связанные с атомами и молекулами). При наличии внешнего поля связанные заряды сдвигаются относительно исходных положений, это приводит к появлению у диэлектриков собственного электрического поля, иначе говоря, приводит к поляризации диэлектриков. Это означает, что в теории диэлектриков молекулу, как сложную систему зарядов можно уподобить диполю с дипольным моментом  $d = ql$ .

Однако существует целый класс веществ - диэлектриков, у молекул которых центры отрицательных и положительных зарядов совпадают. У таких молекул дипольный момент равен нулю. Они называются **неполярными**.

Рассмотрим полярную молекулу в электрическом поле. Заменим ее диполем (рис. 9.4). На диполь будет действовать пара электрических сил, которая приведет изолированную молекулу в крутильное колебательное движение. Но так себя ведет только изолированная

молекула. Если же молекула подвергается воздействию других молекул (а так дело и складывается в диэлектриках), то колебания затухают и молекула стремится под действием пары сил вытянуться вдоль поля. Теперь рассмотрим поведение полярных и неполярных диэлектриков. Остановимся сначала на неполярных диэлектриках. В отсутствие поля молекулы лишены дипольных моментов, и по этой причине они не создают собственного электрического поля. Картина меняется, если диэлектрик попадает в электрическое поле. Каждая молекула приобретает дипольный момент одного и того же направления, совпадающего с направлением поля (рис. 9.5). Поля от таких диполей, складываясь, только усиливают друг друга - диэлектрик приобретает собственное электрическое поле. Оно накладывается на внешнее поле и искажает последнее. Так возникает поляризация неполярного диэлектрика.

При поляризации в диэлектрик возникает не только собственное поле, но и некомпенсированные заряды. Они образуют цепочки, в которых отрицательный заряд предшествующего диполя "упирается" в положительный заряд последующего диполя и его как бы нейтрализует. По этой причине внутри диэлектрика зарядов не будет. Однако на поверхности (на торцах диэлектрика) заряды не компенсируются. Они и образуют поле

диэлектрика (рис. 9.7). Из рисунка видно, что собственное поле внутри диэлектрика направлено против внешнего поля и ослабляет последнее.

Основной количественной характеристикой поляризации служит вектор поляризации, равный геометрической сумме дипольных моментов диэлектрика в единице объема:

$$\mathbf{P} = \sum \mathbf{d} \quad (9.17)$$

Обратимся теперь к описанию поляризации полярного диэлектрика. Если внешнего поля нет, диполи отдельных молекул располагаются совершенно беспорядочно. Каждый диполь имеет собственное поле, но и поля различных диполей ориентированы беспорядочно по отношению друг к другу. В результате чего суммарное поле, создаваемое диполями, будет равно нулю, и диэлектрик вне поля не поляризован. Вектор поляризации при отсутствии внешнего поля также равен нулю, т.к. геометрическая сумма беспорядочно ориентированных дипольных моментов молекул равна нулю.

Когда диэлектрик попадает во внешнее электрическое поле, то каждый его диполь стремится ориентироваться по полю, хотя и постоянно сбивается с этого направления тепловыми столкновениями. В результате создается картина частичной ориентации диполей по полю. Его вектор поляризации станет отличным от нуля. На торцах образца появятся связанные заряды. Появится собственное электрическое поле, также ослабляющее внешнее поле внутри диэлектрика.

Вектор поляризации во всех случаях определяется электрическим полем, т.е. на  $\mathbf{P}$  можно смотреть как на функцию  $\mathbf{E}$ .

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E} \quad (9.18)$$

Коэффициент  $\chi$  называется поляризуемостью диэлектрика. Поляризуемость определяется свойствами самого диэлектрика.

Зависимость поверхностной плотности связанных зарядов, возникающих на поверхности диэлектрика, от вектора поляризации.

$$|\sigma| = P \cos \alpha \quad (9.19)$$

Понятие потока вектора  $\mathbf{E}$  связано с понятием поверхности. Поток вектора  $\mathbf{E}$  называется число силовых линий поля, пересекающих данную поверхность. На рис. 9.18 изображена произвольная поверхность  $S$  в электрическом поле. Тогда поток вектора напряженности поля  $\mathbf{E}$  может быть представлен формулой

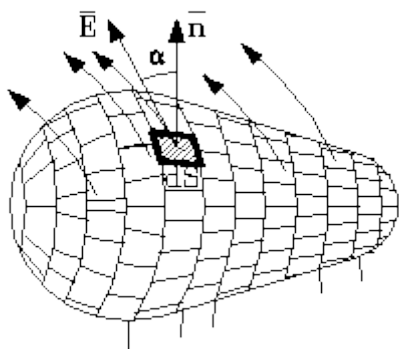


Рис. 9.8

$$N_E = \int_S E dS \quad (9.20)$$

Рассмотрим один важный частный случай, необходимый в дальнейшем при решении задач.

Допустим, что поверхность и поле таковы, что выполняются два условия: 1)  $\mathbf{E}$  постоянно на всей

поверхности и 2)  $\cos \alpha$  т.е. во всех точках поверхности

поле нормально к поверхности. В этом случае, очевидно, имеем

$$N_E = \int_S E dS = E \int_S dS = ES \quad (9.21)$$

Таким образом, при выполнении двух вышеназванных условий поток вектора  $\mathbf{E}$  сквозь поверхность выражается очень простой формулой

С понятием потока в теории электричества связана важная теорема - теорема Гаусса, позволяющая очень просто находить потоки вектора  $\mathbf{E}$  сквозь замкнутые поверхности. Поток приписывается знак. Если силовые линии поля "выходят" из замкнутой поверхности, то они образуют положительный поток, если же они "входят" в поверхность, то они создают отрицательный поток.

**ТЕОРЕМА ГАУССА.** Поток вектора  $\mathbf{E}$  сквозь любую замкнутую поверхность пропорционален алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри поверхности, т.е.

$$\oint_S \mathbf{E} ds = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_k q_k \quad (9.22)$$

В сумму в правой части уравнения (9.22) входят только заряды, находящиеся внутри замкнутой поверхности  $S$ . Кругок посередине знака интеграла означает, что интеграл берется по замкнутой поверхности.

В диэлектрике, помещенном в электростатическое поле, создаются связанные заряды. При доказательстве теоремы Гаусса целесообразно отделить связанные заряды от свободных (свободные заряды обычно задают, а связанные определяются полем). Таким образом, нужно принимать в расчет только связанные заряды, расположенные на поверхности  $S$ . Теорема Гаусса будет представлена следующим уравнением:

$$\oint_S \mathbf{E} dS = \frac{1}{\epsilon_0} (q - \sum q')$$
(9.23)

Сумму связанных зарядов на поверхности  $\sum q'$  можно представить в виде интеграла

$$\oint_S \sigma' dS$$

где  $\sigma'$  - поверхностная плотность связанных зарядов.

Если ввести вместо поверхностной плотности зарядов вектор поляризации  $\mathbf{P}$ . Тогда теорема Гаусса может быть представлена в виде

$$\oint_S (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) dS = q \quad (9.24)$$

Из чисто формальных соображений введем новую характеристику поля

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (9.25)$$

называемую вектором электрической индукции или **вектором электрического смещения**.

Таким образом, введением вектора  $\mathbf{D}$  достигается известное упрощение формулировки теоремы Гаусса. Вместе с тем необходимо подчеркнуть, что вектор  $\mathbf{D}$  не имеет физического смысла и вводится исключительно из соображений упрощения расчетов. В самом деле, вектор  $\mathbf{D}$  составлен из двух слагаемых, являющихся характеристиками совершенно различных систем: вектор  $\mathbf{E}$  характеризует состояние поля, а вектор  $\mathbf{P}$  есть характеристика вещества, его молекул.

В результате связь векторов  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{E}$  можно представить в виде

$$\mathbf{D} = \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (9.26)$$

Диэлектрическая проницаемость вещества.

$$1 + \chi = \epsilon \quad (9.27)$$

Теорема Гаусса позволяет находить поля по заданному распределению свободных зарядов. Особенно эффективно эта задача решается, в случае если при распределении зарядов в пространстве имеет место какая-то симметрия. Рассмотрим несколько примеров.

1. **Поле однородно заряженного диэлектрического шара.** Допустим, что постоянная объемная плотность распределения заряда задана. Будем искать поля внутри шара и вне шара (рис. 9.9).

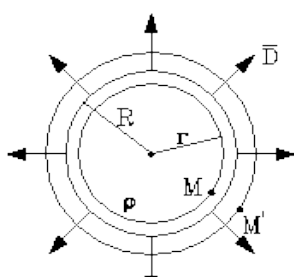


Рис. 9.9

1. Поле внутри шара.

$$D = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho / 4 \pi r^2 = \frac{1}{3} \rho r \quad (9.28)$$

Внутри шара  $\mathbf{D}$  растет пропорционально расстоянию от центра шара до точки  $M$ .

2. Поле вне шара. Модуль вектора электрического смещения поля вне заряженного шара

$$D = \frac{q_0}{4\pi r^2} \quad (9.29)$$

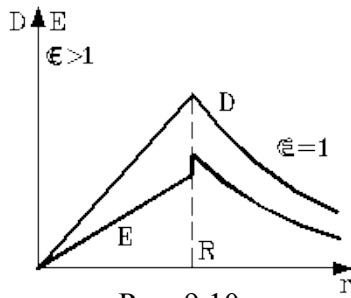


Рис. 9.10

Здесь  $D$  убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от центра шара до точки  $M'$ .

Графики зависимостей  $D$  и  $E$  от  $r$  (рис. 9.10)  $D(r)$  - непрерывная функция, хотя на границе шара испытывает излом. Функция же  $E(r)$  на поверхности шара испытывает не только излом, но и разрыв.

**2. Поле однородно заряженной нити.**

$$D = \frac{\tau}{2\pi r}, \quad E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}$$

(9.30)

Величины  $D$  и  $E$  убывают обратно пропорционально расстоянию от оси до выбранной точки.

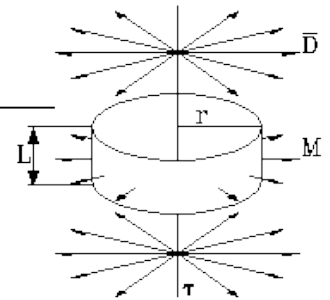


Рис. 9.11

**3. Поле однородно заряженной плоскости.**

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon} \quad (9.31)$$

Поле однородно во всем пространстве.

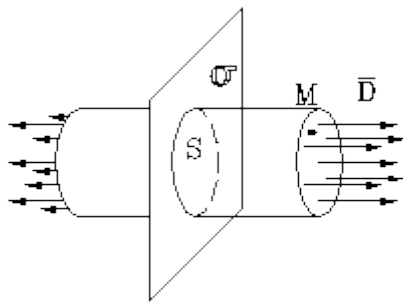


Рис. 9.12

**4. Поле плоского конденсатора.**

$$E = 2E_+ = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} \quad (9.32)$$

Итак, поле плоского конденсатора однородно и целиком замкнуто между пластинами конденсатора.

**5. Поле вблизи заряженного проводника.** Внутри проводника нет ни зарядов, ни поля. Заряд размещается на поверхности проводника с некоторой поверхностной плотностью  $\sigma$ .

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon} \quad (9.33)$$

**6. Поле на границе диэлектрика.** Исследуем поведение векторных полей  $E$  и  $D$  на границе диэлектрик - вакуум. На границе раздела создаются связанные заряды, и они определенным образом отражаются на характере  $E$ , и  $D$  на поверхности диэлектрика. Для замкнутого контура имеет место закон

$$\oint E dl = 0, \quad \int E_r dl = 0 \quad (9.34)$$

Для замкнутой поверхности (при отсутствии свободных зарядов внутренне)

$$\oint_S D dS = 0, \quad \oint_S D_n dS = 0 \quad (9.35)$$

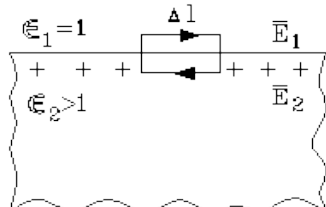


Рис. 9.14

Используем тот и другой закон. На рис. 9.14 изображен узкий контур, охватывающий часть границы диэлектрик - вакуум непрерывна. Считая боковые стороны контура исчезающе малыми, получим

$$E_{1\tau}\Delta l - E_{2\tau}\Delta l = 0 \text{ или } E_{2\tau} = E_{1\tau} \quad (9.36)$$

Отсюда можно сделать вывод: касательная составляющая  $E$  на границе раздела диэлектрик - вакуум непрерывна.

$$D_{1n}\Delta S - D_{2n}\Delta S = 0 \quad (9.37)$$

или

$$D_{1n} - D_{2n} = 0$$

Вывод: нормальная составляющая вектора  $D$  на границе раздела двух диэлектриков непрерывна. Так как  $E$  и  $D$  связаны соотношением  $D = \epsilon\epsilon_0 E$  и для диэлектрика больше единицы, а для вакуума равно единице, то можно заключить: на границе раздела двух диэлектриков нормальная составляющая  $E$  и касательная составляющая  $D$  испытывают разрывы.

Рассмотрим уединенный проводник. Он, будучи заряженным, имеет две характеристики: заряд и потенциал (все точки проводника находятся под одним и тем же потенциалом). Таким образом, можно записать, что

$$q = C\Phi \quad (9.38)$$

Коэффициент пропорциональности в этой формуле называется емкостью уединенного проводника. Емкость показывает, какой заряд надо сообщить проводнику, чтобы увеличить его потенциал на единицу (на один вольт).

Емкость уединенного шара.

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R \quad (9.39)$$

Рассмотрим проводник, окруженный другими проводниками. При этом проводники влияют друг на друга через электростатическую индукцию, и заряд каждого из них будет зависеть от их потенциалов. На основании принципа суперпозиции можно доказать, что эта зависимость линейная, т.е. можно записать следующие соотношения:

$$\begin{aligned} q_1 &= C_{11}\phi_1 + C_{12}\phi_2, \\ q_2 &= C_{21}\phi_1 + C_{22}\phi_2. \end{aligned} \quad (9.40)$$

Коэффициенты  $C_{11}$  и  $C_{22}$  называются емкостями проводников, а коэффициенты  $C_{12}$  и  $C_{21}$  называются коэффициентами электростатической индукции (которые равны между собой).

Рассмотрим плоский конденсатор. Плоский конденсатор состоит из двух проводящих плоскостей. Это пример близко расположенных друг от друга двух проводников.

В результате для емкости конденсатора можно записать следующее выражение:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{l} \quad (9.41)$$

Энергия электрического поля. Поле, как и всякая физическая система, обладает энергией. Энергия есть функция состояния, а состояние поля определяется напряженностью. Следовательно, энергия поля есть функция напряженности. Однако в случае неоднородного поля напряженность поля в разных его местах различна. Потому необходимо ввести представление о концентрации энергии в поле, которая меняется от точки к точке с изменением напряженности. Мерой концентрации энергии поля служит ее плотность.

$$w = \frac{dW}{dV} \quad (9.42)$$

Плотность энергии поля - функция напряженности поля в данном месте. Таким образом, плотность энергии

$$w = \frac{\Delta W}{\Delta V} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} \quad (9.43)$$

Плотность энергии электрического поля пропорциональна квадрату напряженности. Иногда полезно знать энергию всего поля конденсатора. Найдем для нее соответствующие формулы. Поле конденсатора однородно, а поэтому вся энергия поля находится путем умножения плотности энергии на объем поля:

$$W = wV = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} S\ell = \frac{\epsilon_0 \Delta \varphi^2}{2\ell} S = \frac{C\Delta \varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} \quad (9.44)$$

## Тема 10. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ТОКИ В МЕТАЛЛАХ.

План:

1. Сила и плотность тока. Законы Ома и Джоуля – Ленца.
2. Сторонние силы. ЭДС.
3. Электрический ток в сплошной среде.
4. Электропроводность металлов. Ноители тока. Электронный газ. Подвижность носителей.

Как явление ток представляет собой движение электрических зарядов по проводникам. Он характеризуется тем количеством электрического заряда, которое проходит через сечение проводника в единицу времени (в секунду). Наряду с силой тока  $\mathbf{J}$  вводят более детальную его характеристику, а именно плотность тока  $\mathbf{j}$ . Плотностью тока называется отношение силы тока  $d\mathbf{J}$  к  $d\mathbf{S}$ :

$$\mathbf{j} = \frac{d\mathbf{J}}{d\mathbf{S}} \quad (10.1)$$

Плотность тока рассматривается как вектор ( $\mathbf{j}$ ), направленный по линии движения зарядов в данной точке сечения проводника.

Ток в проводниках переносится заряженными частицами (электронами, "дырками", ионами), их называют носителями тока. В образовании тока могут одновременно участвовать носители разных знаков. Направление тока определяется по направлению движения положительных носителей тока. Отрицательные носители тока движутся в направлении, противоположном направлению тока, но все они вносят положительный вклад в общий ток (перемножаются два "минуса": от заряда и от направления движения). Поэтому сила тока, измеряемая приборами, есть арифметическая сумма силы токов от положительных и отрицательных носителей тока.

Ток в проводниках вызывается электрическим полем. В каждой точке проводника плотность тока  $\mathbf{j}$  представляет собой некоторую функцию напряженности поля в этой точке. На вопрос о том, какова эта функция, дает ответ закон Ома.

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad (10.2)$$

где  $\sigma = en\chi$ , и называется коэффициентом электропроводности.

Формула (10.2) выражает **закон Ома в локальной или дифференциальной форме** (закон формулируется для данной точки проводника, а не для его участка): плотность тока пропорциональна напряженности электрического поля.

Закон Ома в интегральной форме:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = IR_{12} \quad (10.3)$$

где  $R_{12} = \int_1^2 \frac{dl}{\sigma S}$ , - называется сопротивлением участка цепи

$$I = \frac{\Delta \varphi_{12}}{R_{12}} \quad (10.4)$$



Сила тока в цепи прямо пропорциональна напряжению (разность потенциалов на участке цепи при постоянном токе называется напряжением) и обратно пропорциональна сопротивлению участка.

$$R = \frac{1}{\sigma S} \int dl = \rho \frac{l}{S}, \quad \text{где } \rho = \frac{1}{\sigma} \quad (10.5)$$

Величина, обратная коэффициенту электропроводности, называется удельным сопротивлением проводника ( $\rho$ ). Это есть сопротивление проводника длиной один метр и площадью поперечного сечения один квадратный метр (в СИ). Сопротивление однородного проводника прямо пропорционально длине проводника и обратно пропорционально площади его поперечного сечения.

Ясно, что в цепи, в которой действуют только электростатические силы, непрерывающийся ток возникнуть не может. Чтобы ток существовал в цепи, необходимо наличие сил неэлектрического происхождения, которые постоянно поддерживали бы ток, т.е. необходимо наличие источника неэлектрической энергии. Энергия этого источника сначала превращалась бы в энергию поля, а затем в энергию тока. Но так заряды могут двигаться лишь под действием каких-то сторонних сил, действующих против сил электрического поля. Участок цепи, в котором имеют место сторонние силы, поддерживающие ток, называется **источником тока**.

Закон Ома для тех участков цепи, где имеют место сторонние силы:

$$j = \sigma \left( E + \frac{1}{E} F_{\text{ом}} \right) \quad (10.6)$$

Плотность электрического тока в цепи пропорциональна сумме напряженности поля и сторонней силы, приходящейся на единицу заряда. **Это общая формулировка закона Ома в локальной форме.**

Закон в интегральной Ома форме для участка цепи, содержащего ЭДС, имеет вид

$$J(R' + r) = \Delta\phi_{21} + \mathcal{E} \quad (10.7)$$

Произведение силы тока на сопротивление участка цепи равно сумме падения напряжения на этом участке (разность потенциалов по направлению тока) и ЭДС источников тока этого участка. ЭДС же источника называется работа сторонних сил, необходимая для переноса единицы положительного заряда через источник.

Закон Ома для полной цепи:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + R' + r} \quad (10.8)$$

Сила тока в цепи прямо пропорциональна ЭДС источников в ней и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи.

Обычно источники постоянного тока основаны на химическом (гальванические элементы и аккумуляторы) или тепловом (термопары) действии. В первых сторонние силы возникают как следствие неоднородного химического состава, во вторых - однородной температуры в спаях цепи. Возникают два вопроса, качественный и количественный: какие превращения энергии наблюдаются в цепи при протекании тока и какой вид имеет выражение для энергии, превращаемой в теплоту за определенное время?

Когда в цепи течет ток, то носители тока берут энергию непосредственно от поля. Поэтому энергия источника сначала идет на "поддержание" поля, т.е. превращается в энергию поля. Затем поле будет отдавать энергию зарядам, движущимся в проводниках цепи. Энергия движения носителей тока (энергия тока) будет превращаться во внутреннюю (тепловую) энергию проводников, после чего возможны два исхода. Если проводники теплоизолированы (адиабатные), то энергия никуда не передается, а накапливается в проводниках, что приводит к росту температуры. Если же проводники открыты, то после некоторого увеличения их температуры вся выделяемая энергия рассеивается в окружающей

среде. Когда говорят о выделении теплоты согласно закону Джоуля-Ленца, то имеют в виду именно этот, последний случай.

Обратимся теперь ко второму вопросу. Сколько энергии выделяется за время  $t$ ? Допустим, что она выделяется в виде теплоты. Следовательно, количество теплоты, выделившейся в цепи, определяется из соотношения

Выделившуюся электрическую энергию можно выразить тремя формулами:

$$Q_{\text{полн}} = \frac{1}{R_{\text{полн}}} I^2 t \quad \text{или на участке цепи} \quad Q = \frac{1}{R} \Delta \varphi^2 t \quad (10.9)$$

Формулы (10.9) позволяют определять электрическую энергию выделившуюся во всей цепи и на ее участке. Поэтому они выражают **интегральный закон Джоуля-Ленца**. Тот же закон в локальной форме:

$$w = \sigma E^2 \quad (10.10)$$

Энергия, выделяющаяся в данном месте проводника в секунду, пропорциональна квадрату напряженности поля.

Коэффициент электропроводности металлов характеризует, их электропроводящую способность и зависит от строения и структурных свойств металла. У различных металлов он разный. Теория электропроводности позволяет вычислить коэффициент  $\sigma$  для того или иного металла. За образование тока в металлах ответственны валентные электроны. Когда металл помещают в электрическое поле, на каждый электрон действует электрическая сила, сообщающая электронам ускорение, направленное против вектора напряженности поля. В результате в электрическом поле электроны газа участвуют одновременно в двух движениях: в беспорядочном тепловом, для которого характерна некоторая средняя длина свободного пробега, и в упорядоченном движении (дрейфе) против вектора  $\mathbf{E}$ . В качестве основного постулата теории примем допущение, что "электронный газ" в его тепловом движении подчиняется закону Больцмана, а упорядоченное движение под действием поля подчиняется законам механики Ньютона. Теория, основанная на этом постулате, называется классической теорией электро-проводности.

Скорость электронов по формуле

$$v = \frac{j}{en} \quad (10.11)$$

где  $n$  - число электронов в единице объема.

Движение электронов под действием электрического поля очень медленное. Электрон движется свободно только в течение времени свободного пробега. За это время он "набирает" скорость  $v$  (с постоянным ускорением), затем следует его столкновение с ионами решетки и электрон теряет набранную скорость. После чего процесс повторяется.

Среднее время пробега связано со средней длиной свободного пробега формулой

$$\langle \tau \rangle = \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle U \rangle}$$

Тогда окончательно для скорости упорядоченного движения электронов получим выражение

$$v = \frac{e \langle \lambda \rangle}{2m \langle U \rangle} E \quad (10.12)$$

Коэффициент пропорциональности между напряженностью поля и скоростью электронов представляет собой их подвижность. Следовательно,

$$\sigma = \frac{e^2 n \langle \lambda \rangle}{2m \langle U \rangle} \quad (10.13)$$

Для сравнения полученного теоретического результата с результатами эксперимента необходимо выразить скорость  $\langle u \rangle$  и длину свободного пробега  $\langle \lambda \rangle$  через поддающиеся

измерению параметры (температуру, плотность и т.д.). Скорость  $\langle u \rangle$  можно выразить из закона равномерного распределения энергии по степеням свободы:

$$\frac{m\langle u^2 \rangle}{2} = \frac{3}{2} kT, \langle u^2 \rangle \approx \langle u \rangle^2.$$

Сложнее дело обстоит с нахождением длины свободного пробега. "Электронный газ" заполняет ионную кристаллическую решетку, и получить точную формулу для длины свободного пробега электрона непросто. (Попытаемся "обойти" эту трудность.) Запишем формулу для коэффициента теплопроводности газа, в которую входит длина свободного пробега.

$$\kappa_{\text{металл}} = \frac{1}{3} \langle u \rangle \left( \frac{2}{3} \right) m \frac{i}{2} k \quad (10.14)$$

где  $i$  - число степеней свободы "молекулы" газа.

Найдем отношение коэффициентов тепло - и электропроводности (тот и другой коэффициент легко измеряется на опыте). Получится следующий результат:

$$\frac{\kappa_{\text{металл}}}{\sigma_{\text{эл}}} = \frac{2m\langle u^2 \rangle}{2} \frac{k}{e^2} = 3 \left( \frac{k}{e} \right)^2 T \quad (10.15)$$

Получается так, что отношение коэффициентов теплопроводности и электропроводности, во-первых, для всех металлов при данной температуре одно и то же и, во-вторых, - пропорционально абсолютной температуре. Опыт блестяще подтверждает этот закон. Он был открыт сначала экспериментально и носит название **закона Видемана-Франца**. Здесь теория хорошо согласуется с опытом. Даже коэффициент в формуле закона Видемана-Франца в точности совпадает с тем, который наблюдается на опыте.

## Тема 11. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

План:

1. Магнитное поле и его характеристики.
2. Закон Био-Савара-Лапласа и его применение к расчету магнитного поля.
3. Принцип суперпозиции. Магнитное поле кругового и прямолинейного тока.
4. Сила Лоренца и сила Ампера. Момент сил действующих на рамку.
5. Понятие о циркуляции векторов **B**

Электрическое поле по сути представляет лишь частное состояние электромагнитного поля. Сила, действующая на заряд в электромагнитном поле, в общем случае распадается на два слагаемых: одно из них не зависит от скорости движения заряда и описывает электрическую составляющую электромагнитного поля, другое - зависит от скорости движения заряда. Оно обращается в нуль, если скорость движения заряда равна нулю. Это слагаемое описывает магнитную составляющую поля. Состояния электромагнитного поля, при которых электрическая составляющая поля либо вообще отсутствует, либо постоянна во времени **называются магнитным полем**.

Характеристика магнитного поля называется **магнитной индукцией** и обозначается через **B**. Однако магнитная индукция ни при каких обстоятельствах не совпадает с магнитной силой (по крайней мере, по направлению).

В каждой точке магнитного поля существует такое направление, вдоль которого на движущуюся заряженную частицу магнитная сила не действует. Это направление можно назвать магнитной осью. Существенно, что для каждой точки поля существует свое, отличное от других точек поля, направление магнитной оси. Это направление выбирают за направление вектора **B**. Тем самым направление вектора **B** определено. Следует определить

его модуль. Для этого выясним, как модуль магнитной силы зависит от заряда и от скорости заряда  $v$ . В виде формулы эта зависимость выглядит следующим образом:

$$F = B |q| v \sin \alpha . \quad (11.1)$$

Индукция  $B$  по модулю равна магнитной силе, действующей на единичный положительный заряд, движущийся с единичной скоростью (1 м/с) перпендикулярно к магнитной оси.

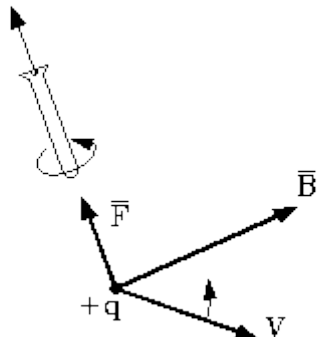


Рис. 11.1

Формула для магнитной силы в СИ может быть представлена в таком виде:

$$F = q[v \times B] \quad (11.2)$$

Магнитная сила, действующая на движущийся положительный заряд, направлена перпендикулярно к плоскости векторов  $v$  и  $B$  в ту сторону, в которую поступательно перемещается правый винт, если его поворачивать по кратчайшему расстоянию от вектора  $v$  к вектору  $B$  (рис. 11.1). Замечательным свойством магнитной силы является то, что ее работа всегда равна нулю.

Учитывая, что магнитное поле не совершает работы над заряженной частицей, ее кинетическая энергия остается постоянной (остается постоянным модуль скорости частицы). Магнитное поле способно изменять только направление движения частицы. Поэтому нормальное ускорение отлично от нуля.

Запишем уравнение движения частицы. Согласно второму закону Ньютона

$$m \frac{v^2}{R} = |q| v B$$

Следовательно, в данном случае частица движется по окружности с радиусом

$$R = \frac{mv}{|q| B} \quad (11.3)$$

Период обращения частицы по окружности.

$$T = \frac{2 \pi R}{v} = \frac{2 m \pi}{|q| B} \quad (11.4)$$

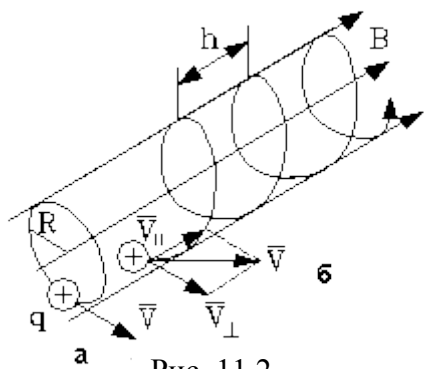


Рис. 11.2

Формула (11.4) показывает, что в однородном магнитном поле заряженная частица движется с периодом, не зависящим от ее скорости, до тех пор, пока не сказывается релятивистский эффект возрастания массы с увеличением скорости. (Чем больше масса частицы, тем при большей ее энергии будет проявляться релятивистское возрастание массы. У электронов оно проявляется раньше всего.)

Рассмотрим теперь случай, когда частица влетает в однородное магнитное поле под произвольным углом к линиям поля (рис. 11.2). В этом случае она участвует в двух движениях: вдоль линий поля и перпендикулярно к этим линиям. При движении вдоль линий поля на частицу не действует сила - она движется прямолинейно. Траектория движения в плоскости, перпендикулярной силовым линиям поля,

- окружность. При сложении этих двух движений получаем равномерное движение частицы по винтовой линии. Радиус этой линии и ее шаг определяются формулами:

$$R = \frac{mv_{\perp}}{|q| B}, \quad h = Tv_{\parallel} = \frac{2 \pi m v_{\parallel}}{|q| B} \quad (11.5)$$

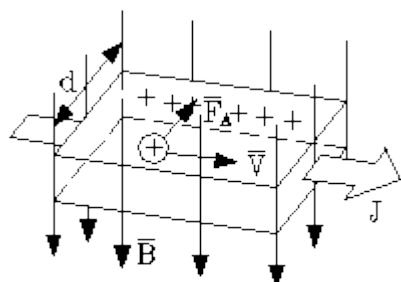


Рис.11.3

Если поле неоднородно, то и в этом случае заряженная частица движется по винтовой линии, накручивающейся на силовую линию, но с возрастающими по мере уменьшения  $B$  радиусом и шагом.

Изучим еще один эффект, в котором проявляется сила Лоренца, эффект Холла. Рассмотрим пластинку из проводника в форме параллелепипеда (рис. 11.3), по которому течет ток в некотором (назовем его продольным) направлении. Пластинка помещена в магнитное поле, линии которого перпендикулярны к пластинке и направлены "на нас". На движущиеся носители тока действует сила Лоренца, заворачивающая их к боковым граням пластинки. Боковые грани будут заряжаться зарядами разных знаков - возникает поперечное электрическое поле, определяемое из условия (рис. 11.3):

$$eE = evB = \frac{j}{n} B \quad (j = env) \quad (11.6)$$

Отсюда поперечная разность потенциалов находится согласно формуле

$$\Delta\varphi = Ed = \frac{1}{ne} djB = RdjB \quad (11.7)$$

Коэффициент  $R = 1/ne$  называется постоянной Холла. Знак постоянной Холла, а следовательно, и поперечной разности потенциалов (под действием которой в поперечной цепи может протекать ток) зависит от знака носителей тока. Таким образом, эффект Холла может служить индикатором характера проводимости (дырочной или электронной) в полупроводниках.

Закон Био-Савара-Лапласа в теории магнитного поля отвечает на аналогичный вопрос, что и закон Кулона в теории электростатического поля. Каково магнитное поле точечного заряда? В отличие от электрического поля магнитное поле не только воздействует лишь на движущиеся заряды, но и создается лишь движущимися зарядами. В виде формулы закон Био-Савара-Лапласа записывается следующим образом:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq}{r^2} v \sin \alpha \quad (11.8)$$

Однако формула (11.8) определяет лишь поле от элемента тока  $d$ . Чтобы иметь возможность найти результирующее магнитное поле от тока или магнитное поле от участка конечной длины, нужно воспользоваться принципом суперпозиции, который для магнитного поля выполняется так же, как и для электрического.

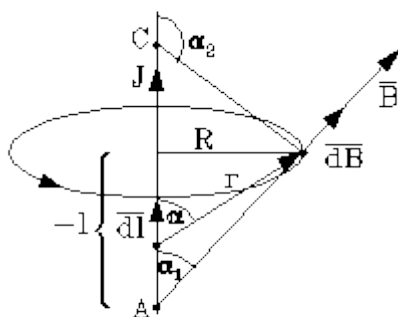


Рис. 11.4

Рассмотрим магнитное поле от тонкого прямолинейного провода с током. Элементарные поля от различных элементов тока в данном случае направлены по одной прямой (рис. 11.4), и векторное интегрирование сводится к алгебраическому интегрированию.

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{AC} \frac{I dl}{r^2} \sin \alpha \quad (11.9)$$

Чтобы вычислить интеграл, в подынтегральном выражении все переменные должны быть выражены через какую-то одну переменную. В качестве такой переменной примем угол  $\alpha$ . Запишем очевидные соотношения:

$$r = \frac{R}{\sin \alpha}, \quad -l = R \cotg \alpha \quad dl = \frac{R}{\sin^2 \alpha} d\alpha$$

Их подстановка в формулу (11.9) приводит к выражению:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (11.10)$$

Если прямой провод бесконечно длинный (его длина значительно превышает расстояние  $R$ ), то  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = \pi$ , и поле описывается такой формулой:

$$B = \frac{\mu_0 2I}{4\pi R} \quad (11.11)$$

Очевидно, что магнитное поле в данном случае обладает цилиндрической симметрией, и его силовые линии представляют собой концентрические окружности, центры которых лежат на проводнике с током.

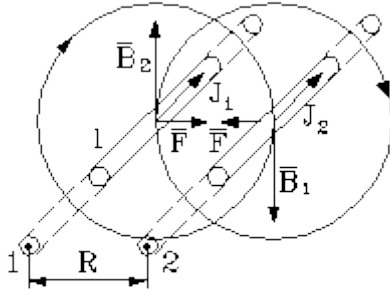


Рис. 11.5

Тот факт, что силовые линии магнитного поля замкнуты, является общим для любого магнитного поля. Этим магнитное поле радикально отличается от электростатического, силовые линии которого всегда разомкнуты: они начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах. Если на электрические заряды смотреть как на источники электрического поля, то можно сказать, что магнитных зарядов в природе нет.

Рассмотрим взаимодействие двух параллельных тонких бесконечно длинных проводников с постоянным током (рис. 11.5). Ток  $I_1$  создает вокруг себя поле  $B_1$ , в котором находится ток  $I_2$ . По закону Ампера на ток  $I_2$  действует сила  $F = I_2 B_1 l$ . Так как индукция поля

$$B_1 = \frac{\mu_0 2I_1}{4\pi R} \quad (11.12)$$

то сила воздействия тока 1 на участок тока 2 длиной определяется формулой

$$F = \frac{\mu_0 2I_1 I_2 l}{4\pi R} \quad (11.13)$$

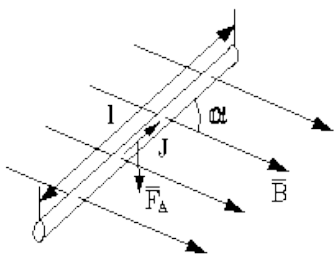


Рис. 11.6

Используя правило правого винта (сначала для определения направления поля  $B_1$ , а затем для определения направления силы  $F$  согласно закону Ампера), убеждаемся, что токи разного направления отталкиваются друг от друга, а токи одинакового направления притягиваются.

Обычно движущиеся заряды представлены в виде токов, текущих по проводам. Рассмотрим, с какой силой действует магнитное поле на проводник с током. Эта сила называется **силой Ампера**. Сила Ампера пропорциональна элементу тока  $d$ , магнитной индукции и синусу угла между элементом тока и магнитной индукцией.

Так выражается сила Ампера для элемента тока. Сила же Ампера, действующая на конечный участок провода с током, находится путем интегрирования элементарных сил (рис. 11.6):

$$F = \int_a^b IB \sin \alpha dl = IB \sin \alpha \int_a^b dl = IB l \sin \alpha \quad (11.14)$$

Направление силы Ампера определяется правилом правого винта. Таким образом, магнитная сила перпендикулярна и к току, и к индукции поля.

Рассмотрим теперь поведение в магнитном поле прямоугольной рамки с током, имеющей неподвижную ось (рис. 11.7). Допустим, что ось рамки ориентирована перпендикулярно к линиям поля. Как будет двигаться рамка под действием сил Ампера? Силы, действующие на боковые стороны рамки  $ed$ ,  $bc$ , ориентированы навстречу друг другу вдоль оси. Если рамка жесткая (что предполагается), то эти силы будут лишь сжимать рамку и никак не скажутся на ее

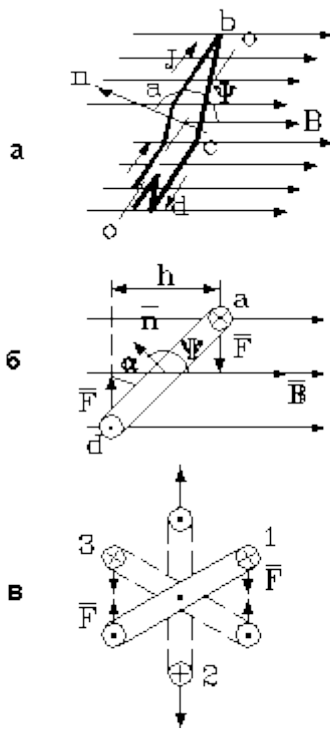


Рис. 11.7

движении. Силы же Ампера, действующие на стороны db и се, создадут пару сил, момент которых будет поворачивать рамку вокруг оси. Нетрудно проследить за движением рамки под действием момента пары сил: сначала момент будет увеличивать угловую скорость рамки, пока она не встанет перпендикулярно к линиям поля (рис. 11.7, в), затем по инерции рамка будет продолжать движение, но момент пары будет ее тормозить, до тех пор пока не остановит в положении, симметричном начальному. Затем рамка начнет двигаться в обратном направлении. Возникнут крутильные колебания рамки. Если в тот момент, когда рамка встанет перпендикулярно к линиям поля, изменить направление тока на прямо противоположное (что легко достигается с помощью устройства, называемого коллектором), то рамка будет вращаться в одном направлении. По такому принципу работает двигатель постоянного тока, якорь которого имеет множество витков.

Если у произвольного контура с током в произвольном магнитном поле вследствие изменения самого магнитного поля меняется связанный с ним (сцепленный) магнитный поток, то силами Ампера совершается работа, которая определяется формулой

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1), \quad (11.15)$$

$(\Phi_2 - \Phi_1)$  - приращение магнитного потока, сцепленного с контуром.

В процессе совершения работы над проводниками с токами в магнитном поле участвуют не только силы Лоренца, но и силы взаимодействия электронов, движущихся по проводникам, с атомами этих проводников. Последние силы в конечном счете и совершают работу. Энергия, затрачиваемая на работу, заимствуется не от магнитного поля, а от источника тока. Введем новое понятие теории электромагнитного поля: понятие **циркуляции вектора**. Рассмотрим произвольное магнитное поле, создаваемое токами. Понятие циркуляции увязывается с замкнутым контуром. Выберем в поле произвольный контур L (рис. 11.8). Разобьем его на малые элементы определенного направления. Для каждого элемента в точке его начала построим вектор магнитной индукции и составим скалярное произведение элемента контура на вектор индукции:  $Bdl$ . Затем составим сумму (точнее интеграл) из этих скалярных произведений по всему контуру:

$$\oint_L B dl \quad (11.16)$$

Полученный таким образом криволинейный интеграл и называется **циркуляцией вектора** (в данном случае вектора магнитной индукции).

**Теорема.** В магнитном поле постоянных токов циркуляция вектора магнитной индукции по произвольному контуру пропорциональна алгебраической сумме токов, охватываемых данным контуром зацепляющих данный контур:

$$\oint_L B dl = \mu_0 \sum_k I_k \quad (11.17)$$

Ток считается положительным, если он образует правый винт с направлением обхода контура, и отрицательным - в противном случае (рис. 11.9).

Рассмотрим сначала частный случай: в поле, создаваемом прямым проводником с током, в качестве контура выбрана силовая линия (рис. 11.10). В этом случае циркуляция вектора магнитной индукции находится элементарным вычислением:

$$\begin{aligned} \oint_L B dl &= \oint_L B dl = 2\pi B = \\ &= 2\pi \frac{\mu_0}{4\pi r} 2I = \mu_0 I \end{aligned} \quad (11.18)$$

Теорема выполняется для каждого из проводников с током в отдельности, т.е. выполняются равенства:

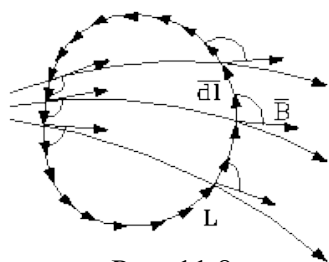


Рис. 11.8

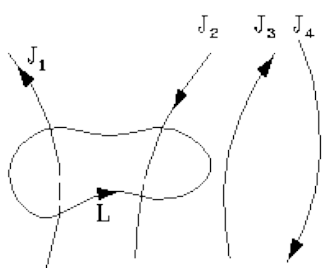


Рис. 11.9

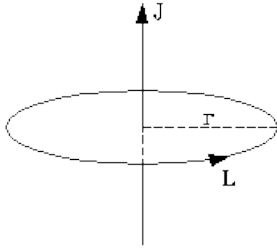


Рис. 11.10

$$\oint_{\Sigma} B d\ell = \mu_0 \sum_k I_k, \quad \text{где } B = \sum_i B_i \quad (3.50)$$

$\sum I_k$  включает в себя лишь токи, сцепленные с контуром.

В теории магнитного поля теорема о циркуляции играет столь же важную роль, как и теорема о потоке электрического поля (теорема Гаусса) в электростатике. На основании теоремы о циркуляции можно решать задачи, связанные с нахождением магнитных полей.

## Тема 12 . ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

### План:

1. Свойства магнитных потоков
2. Явление электромагнитной индукции
3. Закон Фарадея. Индуктивность контура
4. Коэффициенты взаимной индукции и самоиндукции. Энергия магнитного поля
5. Закон полного тока. Ток смещения

Понятие потока вектора напряженности поля связано с понятием поверхности. Но если

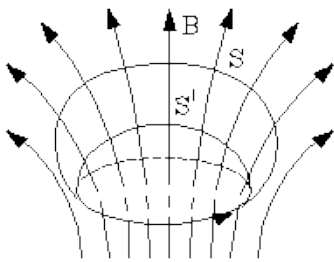


Рис. 12.1

силовые линии поля замкнуты, то поток можно связать с контуром. В самом деле, рассмотрим какой-нибудь контур L в магнитном поле, линии которого всегда замкнуты. Мысленно натянем на контур какую-нибудь поверхность и для нее определим магнитный поток. Обозначим поток, связанный с этой поверхностью (S), буквой  $\Phi_S$ . Натянем теперь на тот же контур другую поверхность ( $S'$ ), с ней связан поток  $\Phi_{S'}$  (рис. 12.1). Тогда комбинированная поверхность  $S + S'$  представляет собой замкнутую поверхность, связанный с ней поток вектора B равен нулю. Выходящие из замкнутой поверхности силовые линии образуют положительный поток, а входящие - отрицательный:

суммарный поток равен нулю. Поток выражается интегралом, а интегралы подчиняются закону аддитивности, поэтому можно записать следующее равенство:

$$\Phi_{S+S'} = \Phi_S + \Phi_{S'} = 0, \quad \Phi_S = -\Phi_{S'}$$

Выше было сказано, что противоположные знаки потоков  $\Phi_S$  и  $\Phi_{S'}$  обусловлены тем, что один из них связан с входящими в замкнутую поверхность силовыми линиями, а другой - с выходящими.

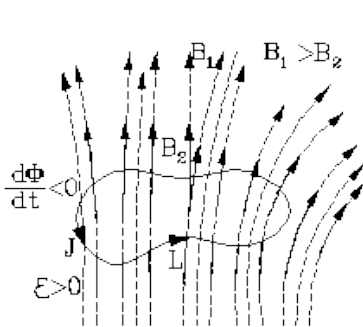


Рис. 12.2

$$\Phi_S = \Phi_{S'}$$

В результате, мы приходим к важному выводу: магнитный поток, связанный с поверхностью, натянутой на контур, не зависит от вида поверхности. Если это так, то магнитный поток можно однозначно связать с контуром. Магнитный поток, связанный с контуром, называется **сцепленным с ним**. Сцепленному с контуром потоку приписывается знак согласно следующему правилу: поток считается положительным, если он связан с направлением обхода контура правилом правого винта (при повороте правого винта в направлении обхода контура винт поступательно перемещается в направлении

силовых линий поля). Направление обхода контура выбирается произвольно.

Вспомним известные опыты Фарадея, иллюстрирующие явление электромагнитной индукции. Ток индукции появляется тогда, когда сцепленный с катушкой магнитный поток изменяется с течением времени. Ток всегда вызывается **электродвижущей силой**.



Рассмотрим произвольный контур в произвольном переменном магнитном поле (рис. 12.2). Будем опираться на опыт и исходить из факта, что если контур проводящий, то в нем возникает ток.

Для ЭДС индукции получаем следующий закон:

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (12.1)$$

ЭДС электромагнитной индукции в контуре равна скорости изменения магнитного потока, сцепленного с контуром (**закон Фарадея**). Знак минус в формуле (12.1) связан с правилом определения направления тока (и соответственно ЭДС индукции).

Правило состоит в следующем. Предварительно определяется положительное направление обхода контура, связанное с направлением магнитного потока, сцепленного с контуром: за положительное направление обхода контура принимается то, которое указывает вращение правого винта при его поступательном перемещении  $d\Phi$  вдоль линий поля. Тогда,

если  $\frac{d\Phi}{dt} > 0$  (магнитный поток нарастает),  $\varepsilon < 0$ , а если  $< 0$  (поток уменьшается, как это показано на рис. 12.2), то  $> 0$ . Таким образом, знак ЭДС связывается с направлением обхода контура следующим образом: если  $\varepsilon < 0$ , то ток индукции течет в направлении обхода контура, если  $> 0$ , то ток течет в обратном направлении.

Другой формулировкой правила определения направления тока индукции служит **правило Ленца**: в контуре возникает ток такого направления, что он своим магнитным

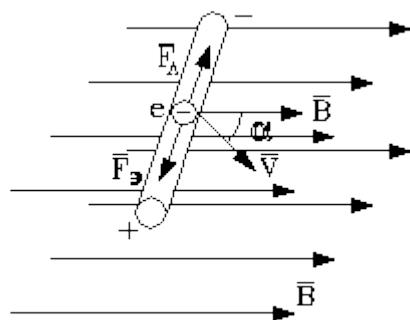


Рис. 12.3

действием препятствует причине, его вызывающей. По правилу Ленца ток индукции внутри катушки создает магнитное поле, направленное вниз (препятствует нарастанию внешнего поля). По направлению индукции этого поля, согласно правилу правого винта, находят направление индукционного тока. Можно рассуждать несколько иначе: возникший ток должен препятствовать движению магнита, следовательно, магнит должен отталкиваться от катушки. Вверху катушки электромагнита расположится ее южный полюс. По направлению магнитного поля внутри катушки находят направление тока.

Мы ввели закон Фарадея, ссылаясь на опыт. Поэтому необходимо объяснить этот закон и явление электромагнитной индукции. Ток индукции появляется в двух случаях: а) когда магнит неподвижен, а проводник движется, б) проводник неподвижен, а поле изменяется. Разумеется, возможны и смешанные случаи, но их объяснение сводится к первым двум.

Рассмотрим эти случаи. Допустим, что в однородном магнитном поле с постоянной скоростью  $v$  под углом  $\alpha$  к направлению поля движется проводящий стержень, ориентированный перпендикулярно к силовым линиям поля (рис. 12.3). На каждый электрон проводимости (стержень металлический) действует сила Лоренца, направленная вдоль стержня. Под действием этой силы электроны придут в движение и станут накапливаться на ближнем к нам конце стержня. Дальний от нас конец потеряет электроны, т.е. зарядится положительно. Из-за разделения зарядов появится электрическое поле, которое будет тормозить движение электронов. Наконец, спустя малое время, напряженность электрического поля возрастет настолько, что электрическая сила уравновесит магнитную:

$$eE = evB \sin \alpha \quad (12.2)$$

Такой проводник представляет собой своеобразный источник тока (если его замкнуть, то потечет ток), и разность потенциалов  $\Delta\phi$  представляет по сути разность потенциалов на электродах разомкнутого источника тока, т.е. электродвижущую силу. Таким образом,

$$|\varepsilon| = vB \sin \alpha \quad (12.3)$$

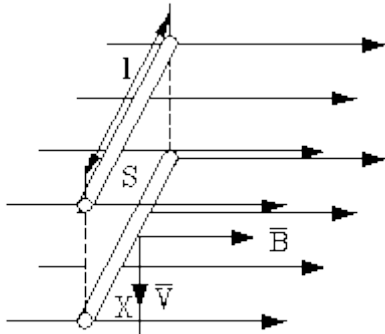


Рис. 12.4

Когда  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , тогда формулу (12.3) можно записать так:

$$|\varepsilon| = \frac{d\Phi}{dt} \quad (12.4)$$

В приведенном объяснении может возникнуть вопрос: ток в цепи (если стержень замкнуть) обусловлен силой Лоренца. Сила Лоренца не совершает работы над зарядами. Откуда же берется энергия на создание тока? Работу совершают внешние, сторонние силы,

вызывающие движение проводника. Сила Лоренца здесь выступает в роли посредника в передаче энергии от внешних тел носителям тока. В реальном проводнике носители тока, например, электроны, сталкиваются не со стенкой, а с узлами движущейся им навстречу кристаллической решетки, но суть явления та же: через посредство магнитного поля энергия от внешних тел, движущих проводник, передается носителям тока.

Допустим, что в однородное и осесимметричное переменное поле помещен проводник в виде кольца, соосного с полем. Поток, сцепленный с кольцом - переменный, и в кольце возникает ток. Ток в кольце вызывается электрическим полем, которое создается не зарядами, изменением магнитного поля. Фактически мы вводим новый способ образования электрических полей. Такая возможность очевидно, следует из закона Фарадея. Линии нового поля (оно называется индукционным) замкнуты. Вследствие замкнутости силовых линий индукционного поля оно (как и магнитное) называется еще **вихревым**. Вихревое поле обладает одной важной особенностью, из которой вытекают очень важные следствия: циркуляция такого поля по некоторым замкнутым контурам отлична от нуля.

Следовательно, интеграл, называемый циркуляцией вектора  $E$ ,

$$\oint E dl > 0$$

Наоборот, циркуляция (электростатического) поля по любому замкнутому контуру равна нулю.

Итак, мы приходим к очень важному выводу: индукционное электрическое поле - непотенциальное, для него нельзя ввести понятие потенциала. В цепи с индукционным током сторонних сил может и не быть. Поэтому под электродвижущей силой источника тока следует в общем случае понимать сумму работ сторонних сил и сил индукционного электрического поля при переносе положительного единичного заряда через источник тока.

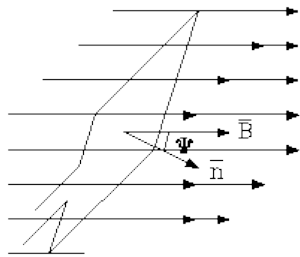


Рис. 12.5

1. **Вращение рамки в магнитном поле.** Проводящая рамка вращается в однородном магнитном поле с постоянной угловой скоростью (рис. 12.5). В рамке наводится ЭДС индукции. По такому принципу работает индукционный генератор тока. Согласно закону Фарадея ЭДС в рамке определяется следующим образом:

$$\varepsilon = -BS \frac{d \cos \varphi}{dt} = -BS \frac{d \cos \omega t}{dt} = \omega BS \sin \omega t \quad (12.5)$$

ЭДС индукции в рамке изменяется по синусоиде и пропорциональна частоте вращения.

2. **Трансформатор.** Первичная и вторичная обмотки трансформатора имеют общий сердечник. Переменное магнитное поле, сцепленное с обмотками, таково, что почти весь магнитный поток сосредоточен в железном сердечнике. При отсутствии внешней нагрузки выделяемая в трансформаторе мощность близка к нулю, т.е. близка к нулю сила тока. Применим к первичной цепи закон Ома: сумма ЭДС и напряжения в цепи равна произведению силы тока на сопротивление. Можно считать, что  $I = 0$ , поэтому

$$\varepsilon_{\text{инд}1} + U = 0, \quad U = -\varepsilon_{\text{инд}1} = \frac{d\Phi_1}{dt} = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (12.6)$$

где  $\Phi$  - поток, сцепленный с одним витком первичной цепи. Поток, сцепленный с одним витком вторичной обмотки будет точно такой же. Следовательно,

$$\varepsilon_{\text{инд}1} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{и} \quad k = \frac{\varepsilon_{\text{инд}2}}{U} = \frac{N_2}{N_1} \quad (12.7)$$

Таким образом, коэффициент трансформации напряжения, равный отношению напряжения во вторичной цепи к напряжению в первичной цепи, определяется как отношение числа витков вторичной обмотки к числу витков первичной обмотки.

3. **Токи Фуко.** Если железный сердечник находится в переменном магнитном поле, то в нем под действием индукционного электрического поля наводятся внутренние вихревые токи - токи Фуко, ведущие к его нагреванию. Так как ЭДС индукции всегда пропорциональна частоте колебаний магнитного поля, то при высокой частоте тепловыделение может быть весьма значительным. Такое нагревание ферромагнитных материалов может быть использовано для определенных целей.

4. **Скин-эффект (поверхностный эффект).** Переменный ток, протекающий в проводах заполняет их сечение неравномерно. Плотность тока максимальна вблизи поверхности провода. Этот эффект объясняется электромагнитной индукцией. С переменным током внутри провода связано переменное магнитное поле. Перпендикулярно к силовым линиям этого поля, т.е. вдоль провода, наводится индукционное электрическое поле, которое, складываясь с полем от внешнего источника, создает неравномерность в его распределении по сечению проводника: при увеличении плотности тока вблизи оси проводника индукционное поле направлено против внешнего поля и ослабляет его. Вблизи поверхности проводника поля складываются, усиливая друг друга.

Если два контура находятся по соседству, и по одному из них протекает изменяющийся по времени ток, то в другом контуре наводится ЭДС. Такая связь контуров характеризуется коэффициентом взаимной индукции (**взаимной индуктивностью**). Магнитный поток, создаваемый во втором контуре (рис. 12.6) полем от тока в первом контуре, пропорционален току  $I_1$ :

$$\Phi_{21} = M_{21}I_1 \quad (12.8)$$

Коэффициент  $M_{21}$  называется взаимной индуктивностью второго контура в зависимости от первого. Очевидно, аналогичным образом можно определить взаимную индуктивность первого контура в зависимости от второго, согласно формуле

$$\Phi_{12} = M_{12}I_2 \quad (12.9)$$

Причем  $M_{21} = M_{12}$ .

Таким образом, если в одном контуре течет переменный ток, то во втором контуре наводится ЭДС:

$$\varepsilon_2 = -M \frac{dI_1}{dt} \quad (12.10)$$

Это явление называют **взаимной индукцией**.

Рассмотрим теперь уединенный контур с током. С ним будет сцеплен поток собственного магнитного поля. Очевидно, этот поток также пропорционален току, т.е.

$$\Phi = LI \quad (12.11)$$

Коэффициент пропорциональности между током и потоком собственного магнитного поля контура называется коэффициентом самоиндукции или индуктивностью контура.

Тогда, если по контуру течет переменный ток, то в нем индуцируется ЭДС, называемая ЭДС самоиндукции.

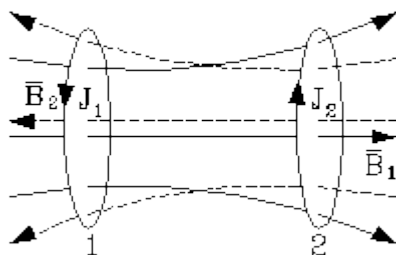


Рис. 12.6

$$\mathcal{E} = -L \frac{dl}{dt} \quad (12.12)$$

Рассмотренное явление называют **самоиндукцией**.

По правилу Ленца ЭДС самоиндукции будет направлена так, чтобы противодействовать нарастанию тока в цепи, это обстоятельство растягивает установление тока на какое-то короткое время. При размыкании цепи, наоборот, ЭДС будет противодействовать убыванию тока и затягивать его "спадание".

Рассмотрим вопрос об энергии магнитного поля. Магнитное поле как физическая система обладает энергией. Энергия есть функция состояния системы, а поэтому энергия магнитного поля должна выражаться через магнитную индукцию  $B$ .

Полная энергия магнитного поля  $W$ :

$$W = \int_{\text{об}} Id\Phi = L \int_{\text{об}} Idl = \frac{LI^2}{2} \quad (12.13)$$

Поле в общем случае неоднородно. Энергия поля сосредоточена в поле, и ее концентрация в неоднородном поле в различных точках поля различна: там, где поле сильнее, там больше и сконцентрировано энергии. Следовательно, для характеристики энергии поля нужно ввести, как это делалось и для электрического поля, понятие плотности энергии поля, т.е. энергии поля, приходящейся на единицу объема. Плотность энергии  $w$  определяется соотношением

$$w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \quad (12.14)$$

Итак, плотность энергии магнитного поля пропорциональна  $B^2$ , так же как и плотность энергии электрического поля пропорциональна  $E^2$ .

Итак, выяснилось, что электрическое поле создается двумя способами: зарядами (так создается кулоновское поле) и изменяющимся во времени магнитным полем (так создается индукционное поле). Если отсутствуют заряды, то электрическое поле может возникнуть в соответствии с законом Фарадея, который можно представить в таком виде:

$$\oint_{\Gamma} E dl = - \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (12.15)$$

Если отсутствуют токи, то магнитное поле, по-видимому, может возникнуть в соответствии с аналогичным законом.

$$\oint_{\Gamma} H dl = \sum_k I_k + \frac{dN_D}{dt} \quad (12.16)$$

$N_D$  - поток вектора электрического смещения, сцепленного с контуром. Величину  $\frac{dN_D}{dt}$  Максвелл назвал "током смещения".

### Тема 13. МАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

План:

1. Магнитный диполь. Диа- и парамагнетики
2. Ферромагнетики.
3. Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе

Изучим магнитное поле магнитного диполя. Прямые расчеты проведем лишь для точек поля, лежащих на оси диполя (рис. 13.1). Согласно закону Био-Савара-Лапласа поле в точке  $M$  создаваемое элементом тока  $Idl$  диполя.

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I\pi}{R} \quad (13.1)$$

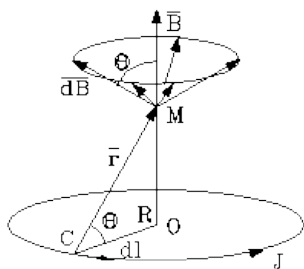


Рис. 13.1

Можно показать, что вдали от диполя не только в направлении оси, но и в произвольном направлении, поле убывает обратно пропорционально кубу расстояния от диполя  $r$  и растет прямо пропорционально произведению  $S$ . В этом отношении поле магнитного диполя аналогично полю электрического диполя. Величина  $S$ , в сущности, определяющая поле магнитного диполя, называется **магнитным моментом**. Как и электрические, магнитные моменты диполей являются векторами. Направление

магнитного момента диполя определяется правилом правого винта: винт нужно поворачивать по направлению тока, его поступательное перемещение покажет направление момента  $m$ .

Обратимся теперь к изучению намагничивающихся веществ, т.е. веществ, которые в магнитном поле приобретают собственные магнитные поля. Такие вещества называются **магнетиками**. Магнетики являются аналогами диэлектриков.

В сущности, все вещества без исключения являются магнетиками, только степень их намагничивания различна. Есть вещества, которые в обычных условиях (умеренные температуры) намагничиваются очень сильно. В природе таких веществ немного, и они составляют небольшую группу ферромагнетиков. Наоборот, все другие вещества намагничиваются очень слабо, столь слабо, что, как правило, их намагничивание оказывается незаметным. Эти слабо намагничивающиеся вещества следует разбить на два класса, механизм и свойства намагничивания которых существенно разнятся. Один класс веществ называется диамагнетиками, другой - парамагнетиками.

Отдельный атом состоит из движущихся заряженных частиц, т.е. атом можно рассматривать как систему токов. Каждая заряженная частица атома, совершающая движение по замкнутой траектории, может рассматриваться как замкнутый ток с характерным для него магнитным моментом  $m_e$ . Иными словами, атом можно заменить его моделью - диполем с магнитным моментом, равным

$$\sum m_e = m$$

У некоторых атомов результирующий магнитный момент  $m$  равен нулю. Вещества, состоящие из таких атомов, и являются **диамагнетиками**. К ним, например, относятся: висмут, серебро, вода, азот, углекислота. Вещества же, у которых результирующий магнитный момент атома отличен от нуля, относятся к **парамагнетикам**. Примерами парамагнетиков являются: хлористое железо ( $FeCl_3$ ), платина, алюминий, кислород.

Рассмотрим диамагнетики. Электроны атома, помещенного во внешнее магнитное поле, приобретают дополнительное вращение, обусловленное магнитным полем, и в поле диамагнитный атом приобретает магнитный момент  $i$ , следовательно, создает собственное магнитное поле. Магнитные моменты этих токов уничтожают друг друга, и суммарный магнитный момент системы равен нулю. При наличии внешнего магнитного поля все атомы диамагнетика приобретают магнитные моменты одного и того же направления, противоположного внешнему полю. Поля магнитных диполей-атомов при сложении усиливают друг друга, и магнетик приобретает собственное магнитное поле противоположного с внешним полем направления. Внутри магнетика магнитное поле ослабляется. Однако намагничивание диамагнетика имеет место лишь в присутствии внешнего поля. При снятии поля диамагнитный эффект немедленно исчезает.

Намагничивание магнетиков (любого класса!) характеризуется вектором намагниченности, который определяется как векторная сумма магнитных моментов атомов магнетика в единице объема:

$$M = \sum_{e \in V} m \quad (13.2)$$

Обратимся теперь к парамагнетикам. Диамагнитный эффект касается всех атомов без исключения. Поэтому он имеет место и в парамагнетике. Однако так называемый параэффект обычно перекрывает диаэффект, и последним можно пренебречь.

У парамагнетиков атомы уже и без поля имеют магнитные моменты. Но без поля они ориентированы беспорядочно. Поля диполей складываются, но из-за полного беспорядка в их направлениях результирующее поле будет нулевым. Магнетик без поля не намагничен,  $M = 0$ . При внесении парамагнетика в поле все атомы получают дополнительное вращение, о котором говорилось выше. И если бы не было тепловых столкновений атомов, то ничего нового в сравнении с диамагнетиками и не наблюдалось бы. Но тепловые столкновения при наличии дополнительного вращения атомов будут сбивать магнитные моменты в направлении поля. Но так или иначе моменты атомов в поле стремятся ориентироваться по полю, и вектор намагниченности (сумма магнитных моментов) становится отличным от нуля и направленным по полю. В этом и состоит парамагнитный эффект. С увеличением температуры вектор намагниченности уменьшается по закону обратной пропорциональности  $M \propto 1/T$ .

Намагничивание магнетиков можно характеризовать не только вектором намагниченности, но и так называемыми связанными токами.

Между вектором намагниченности и поверхностной плотностью связанных токов должна существовать зависимость, так как эти величины характеризуют один и тот же эффект:

$$j^{\text{с}} = M \cos \alpha \quad (13.3)$$

Теперь имеет смысл рассмотреть механизм намагничивания ферромагнетиков. Ферромагнетики существенно отличаются от парамагнетиков.

1) Ферромагнетики очень сильно намагничиваются. Если у парамагнетиков  $\mu$  близка к единице, то у ферромагнетиков  $\mu$  обычно измеряется тысячами, десятками, сотнями тысяч, а то и миллионами. Поэтому у ферромагнетиков практически  $\mu = \chi$ , а, следовательно,  
 $B = \chi \mu_0 H = \mu_0 M \quad (13.4)$

2) У ферромагнетиков наблюдается остаточный магнетизм. Если железный предмет поместить в магнитное поле, а затем вынуть, то предмет сохраняет намагниченность, т.е. сам становится магнитом.

3) Зависимость вектора намагниченности от напряженности магнитного поля у парамагнетиков линейная, а у ферромагнетиков - существенно нелинейная.

Ферромагнетики обнаруживают магнитный гистерезис. Суть этого явления состоит в том, что намагниченность ферромагнетика зависит от его предыстории.

Теперь остановимся на объяснении ферромагнетизма. Почему железо сильно намагничивается даже в слабых полях, а алюминий (типичный парамагнетик) почти совсем не намагничивается даже в сильных полях? Собственные магнитные моменты атомов железа того же порядка, что и магнитные моменты атомов алюминия. Это обстоятельство, кажется, сближает ферромагнетик с парамагнетиком. У каждого ферромагнетика существует некоторая критическая температура (она называется температурой Кюри), выше которой вещество перестает быть ферромагнетиком и становится парамагнетиком. Это подтверждает тот факт, что атомы железа в магнитном отношении мало чем отличаются от атомов алюминия, дело, по-видимому, в другом. Температура, как известно, влияет на результат взаимодействия атомов. Существование у ферромагнетиков температуры Кюри подсказывает, что причина ферромагнетизма лежит в особенностях взаимодействия атомов.

Собственные магнитные моменты атомов складываются из моментов, обусловленных вращением электронов около ядер (орбитальных моментов), и из моментов, обусловленных спинами электронов (спин характеризует собственное или внутреннее вращение электрона. Соответствующий ему момент называется спиновым). Таким образом, железо спонтанно намагничено и всегда намагничено до насыщения.

Что же происходит, когда магнетик попадает во внешнее магнитное поле? Внешнее поле воздействует на магнитные моменты доменов, и магнетик стремится занять новое состояние

равновесия, в котором он в целом оказывается намагниченным. Процесс этот по мере возрастания внешнего поля может быть разбит на три стадии. На первой и второй стадиях наблюдается рост тех доменов, магнитные моменты которых ориентированы по полю, размеры же доменов с моментами, направленными против поля, уменьшаются. Первая стадия (очень малые внешние поля) отличается от второй тем, что она обратима: при снятии внешнего поля домены восстанавливают свои прежние размеры. На третьей стадии наблюдается новый процесс: магнитные моменты доменов поворачиваются в направлении поля. При дальнейшем увеличении индукции внешнего поля происходит упорядочивание магнитных моментов отдельных ионов (процесс насыщения, "парапроцесс").

Вектор намагниченности  $M$  определяется индукцией поля  $B$  в магнетике. В изотропных пара- и диамагнетиках этот вектор пропорционален вектору  $B$ . Для этих веществ вектор  $M$  будет пропорционален и вектору  $H$ . Именно эту зависимость  $M$  от  $H$  (а не зависимость  $M$  от  $B$ ) берут на практике за основу, т.е. закон для вектора намагниченности записывают в следующем виде:

$$M = \chi H \quad (13.5)$$

( $\chi > 0$  у парамагнетиков и  $\chi < 0$  у диамагнетиков)

Коэффициент пропорциональности в этой формуле называется **магнитной восприимчивостью**. Для пара- и диамагнетиков он не зависит от  $H$ , и имеет смысл его ввести как самостоятельное понятие.

Тогда для вектора  $B$  получаем следующее выражение:

$$B = \mu_0(1 + \chi)H \quad (13.6)$$

Множитель  $1 + \chi = \mu$  называется **магнитной проницаемостью**, и полученное соотношение между  $B$  и  $H$  переписывается в виде

$$B = \mu \mu_0 H \quad (13.7)$$

В пара- и диамагнетиках есть величина постоянная, целиком характеризующая вещество, и этим, как и для  $\chi$ , целиком оправдано ее введение в физику. У ферромагнетиков определяется не только свойствами вещества, но является и функцией поля, что накладывает на понятие магнитной проницаемости ферромагнетика элемент условности.

## КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

### Тема 14. КОЛЕБАНИЯ

План:

1. Свободные незатухающие колебания
2. Затухание свободных колебаний
3. Вынужденные колебания
4. Сложение колебаний

Рассмотрим простейшую механическую колебательную систему с одной степенью свободы, именуемую **гармоническим осциллятором**.

Статическая сила упругости уравновесит силу тяжести, и ни та, ни другая сила в уравнение движения не войдут. Запишем уравнение движения согласно второму закону Ньютона:

$$ma = F_{\text{уп}} \quad (14.1)$$

Запишем это уравнение в проекциях на ось  $x$  (рис. 14.1):

$$m \ddot{x} = -kx \quad (14.2)$$

Знак минус в правой части уравнения (14.2) показывает,

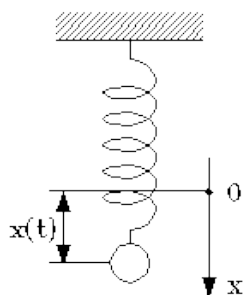


Рис. 14.1

что сила направлена против смещения тела от положения равновесия. Обозначим  $k/m$  через  $\omega^2$ , и преобразуем уравнение (14.2) к виду:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (14.3)$$

Уравнение (14.3) называется **уравнением гармонического осциллятора**. Решить дифференциальное уравнение - значит найти такую функцию  $x(t)$ , которая при подстановке в уравнение обращает его в тождество.

Решением уравнения гармонического осциллятора является функция

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (14.4)$$

За время, равное периоду колебаний  $T$ , т. е. за время полного колебания, аргумент синуса изменяется на  $2\pi$ . Следовательно,  $\omega T = 2\pi$ , откуда

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (14.5)$$

Формула (14.5) показывает, что  $\omega$  есть число колебаний за время  $2\pi$  секунд - циклическая частота. Последняя связана с частотой  $\nu$  соотношением

$$\omega = 2\pi\nu \quad (14.6)$$

Энергия свободных колебаний, представлена двумя видами энергии: кинетической и потенциальной.

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2} \quad (14.7)$$

Вследствие сопротивления свободные колебания всегда рано или поздно затухают. Рассмотрим процесс затухания колебаний. Допустим, что сила сопротивления пропорциональна скорости тела.

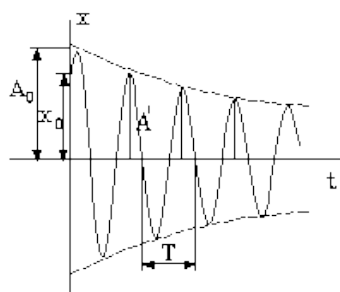


Рис. 14.2

$$F_{\text{сопр}} = -2m\gamma\dot{x} \quad (14.8)$$

(коэффициент пропорциональности обозначен через  $2m\gamma$  из соображений удобства, которое выявится позднее). Будем иметь в виду случай, когда за период колебания его затухание невелико. Тогда можно считать, что затухание слабо скажется на частоте, но отразится на амплитуде колебаний. Тогда уравнение затухающих колебаний можно представить в виде

$$x = A(t) \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (14.9)$$

Здесь  $A(t)$  представляет некоторую убывающую функцию, амплитуда затухающих колебаний убывает по показательному закону:

$$A = A_0 e^{-\gamma t} \quad (14.10)$$

Итак, вследствие сопротивления амплитуда колебаний убывает и они в целом выглядят так, как представлено на рис. 14.2. Коэффициент называется **коэффициентом затухания**. Однако он не вполне характеризует затухание. Обычно затухание колебаний характеризуется декрементом затухания. Последний пока зывает, во сколько раз уменьшается амплитуда колебаний за время, равное периоду колебаний. То есть **декремент затухания** определяется так:

$$\chi = \frac{A_0}{A(T)} = e^{\gamma T} \quad (14.11)$$

Логарифм декремента затухания называется **логарифмическим декрементом**, он, очевидно, равен

$$\ln \chi = \gamma T \quad (14.12)$$



Если колебательная система подвергается воздействию внешней периодической силы, то возникают так называемые **вынужденные колебания**, имеющие незатухающий характер. Уравнение вынужденных колебаний можно представить в виде

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad , \\ x_2 &= A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) \quad . \end{aligned} \quad (14.14)$$

Они происходят с частотой, совпадающей с частотой внешней силы, и их амплитуда задается не произвольно, как в случае свободных колебаний, а сама собой устанавливается. Это устанавливаемое значение зависит от соотношения собственной частоты колебаний системы и частоты внешней силы. На рис. 14.3 изображен график зависимости амплитуды вынужденных колебаний от частоты внешней силы. Видно, что амплитуда колебаний существенно возрастает по мере приближения частоты внешней силы к частоте собственных колебаний. Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при совпадении собственной частоты и частоты внешней силы называется **резонансом**.

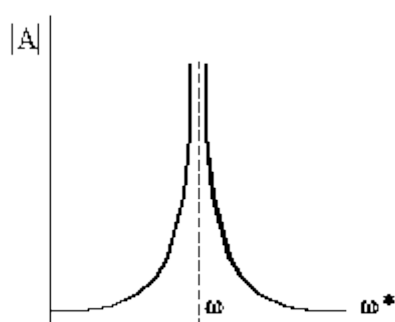


Рис. 14.3

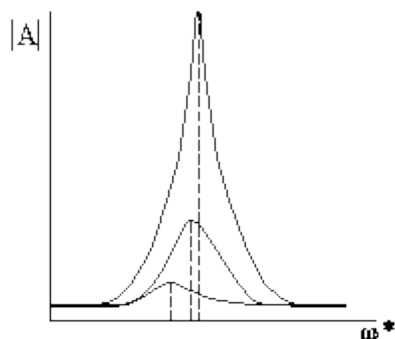


Рис. 14.4

При резонансе амплитуда колебаний должна быть бесконечно большой. В действительности же при резонансе амплитуда вынужденных колебаний всегда конечна. Это объясняется тем, что в резонансе и вблизи него наше допущение о пренебрежимо малом сопротивлении становится неверным. Если даже сопротивление в системе и мало, то в резонансе оно существенно. Его наличие делает амплитуду колебаний в резонансе конечной величиной. Таким образом, реальный график зависимости амплитуды колебаний от частоты имеет вид, представленный на рис. 14.4. Чем больше сопротивление в системе, тем ниже максимум амплитуды в точке резонанса.

Как правило, резонанс в механических системах - явление нежелательное, и его стараются избежать: механические сооружения, подверженные колебаниям и вибрациям, стараются сконструировать таким образом, чтобы собственная частота колебаний была далека от возможных значений частот внешних воздействий. Но в ряде устройств резонанс используется как явление позитивное. Например, резонанс электромагнитных колебаний широко используется в радиосвязи, резонанс  $\gamma$ -лучей - в прецезионных приборах.

Нередки случаи, когда система одновременно участвует в двух или нескольких независимых друг от друга колебаниях. В этих случаях образуется сложное

колебательное движение, которое создается путем наложения (сложения) колебаний друг на друга. Очевидно, случаи сложения колебаний могут быть весьма разнообразны. Они зависят не только от числа складываемых колебаний, но и от параметров колебаний, от их частот, фаз, амплитуд, направлений.

1. Сложение колебаний одного направления. Сложим два колебания одинаковой частоты, но различных фаз и амплитуд.

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad , \\ x_2 &= A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) \quad . \end{aligned} \quad (14.15)$$

При наложении колебаний друг на друга

$$\begin{aligned} x &= x_1 + x_2 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) = A_1 (\sin \omega t \cos \varphi_1 + \\ &\cos \omega t \sin \varphi_1) + A_2 (\sin \omega t \cos \varphi_2 + \cos \omega t \sin \varphi_2) = \\ &(A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2) \sin \omega t + (A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2) \cos \omega t \quad . \end{aligned}$$

Введем новые параметры  $A$  и  $\varphi$  согласно уравнениям:

$$A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 = A \cos \varphi$$

$$A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 = A \sin \varphi \quad (14.16)$$

Система уравнений (14.16) легко решается.

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (14.17)$$

$$\operatorname{ctg} \varphi = \frac{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2} \quad (14.18)$$

Таким образом, для  $x$  окончательно получаем уравнение  $x = A[\sin(\omega t) \cos \varphi + \cos(\omega t) \sin \varphi] = A \sin(\omega t + \varphi)$ .

Итак, в результате сложения однонаправленных колебаний одинаковой частоты получаем гармоническое (синусоидальное) колебание, амплитуда и фаза которого определяется формулами (14.17) и (14.18).

Рассмотрим частные случаи, при которых соотношения между фазами двух складываемых колебаний различны:

а) пусть  $\varphi_1 = \varphi_2$ , тогда  $A = A_1 + A_2$ ;

б) пусть  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ , тогда  $A = A_1 - A_2$ ;

в) пусть  $\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ , тогда  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$ . (14.18)

Сложим теперь однонаправленные колебания одинаковой амплитуды, одинаковых фаз, но разной частоты.

$$x = x_1 + x_2 = A \sin \omega_1 t + A \sin \omega_2 t = A(\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t) =$$

$$2A \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t\right) \quad (14.19)$$

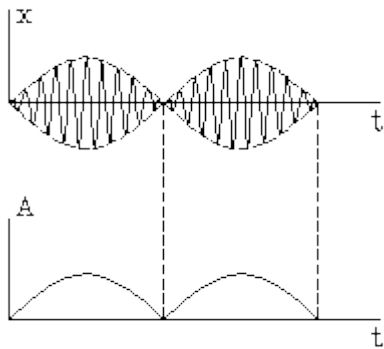


Рис. 14.5

Рассмотрим случай, когда частоты близки друг к другу, т. е.  $\omega_1 \sim \omega_2 = \omega$

Тогда приближенно будем считать, что  $(\omega_1 + \omega_2)/2 = \omega$ , а  $(\omega_2 - \omega_1)/2$  величина малая. Уравнение результирующего колебания будет иметь вид:

$$x = 2A \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \sin(\omega t) = A(t) \sin(\omega t) \quad (14.20)$$

Его график изображен на рис. 14.5. Такое колебание называется биением. Оно осуществляется с частотой  $\omega$  но его амплитуда совершает колебание с большим периодом.

## 2. Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний.

Допустим, что одно колебание осуществляется вдоль оси  $x$ , другое - вдоль оси  $y$ . Результирующее движение, очевидно, располагается в плоскости  $xy$ .

1. Допустим, что частоты колебаний и фазы одинаковы, а амплитуды различны.

$$x = A_1 \sin(\omega t + \varphi) \quad ,$$

$$y = A_2 \sin(\omega t + \varphi) \quad .$$

(14.21)

Чтобы найти траекторию результирующего движения, нужно из уравнений (14.21) исключить время. Для этого достаточно поделить почленно одно уравнение на другое, в результате чего получим

$$y = \frac{A_2}{A_1} x \quad .$$

(14.22)

Уравнение (14.22) показывает, что в данном случае сложение колебаний приводит к колебанию по прямой линии, тангенс угла наклона которой определяется отношением амплитуд.

2. Пусть фазы складываемых колебаний отличаются друг от друга на  $\pi/2$  и уравнения имеют вид:

$$\begin{aligned} x &= A_1 \sin(\omega t + \varphi) \quad , \\ y &= A_2 \sin(\omega t + \varphi) \quad . \end{aligned} \quad (14.23)$$

Чтобы найти траекторию результирующего движения, исключив время, нужно уравнения (14.23) возвести в квадрат, предварительно поделив их на  $A_1$  и  $A_2$  соответственно, а затем сложить. Уравнение траектории примет вид :

$$\left(\frac{x}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_2}\right)^2 = 1 \quad . \quad (14.24)$$

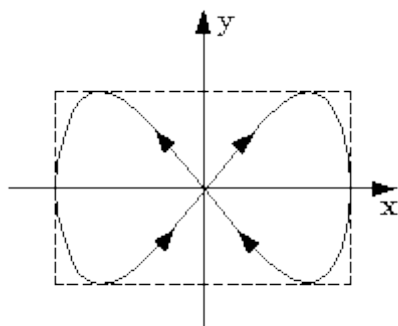


Рис. 14.7

Это - уравнение эллипса. Можно доказать, что и при любых начальных фазах и любых амплитудах двух складываемых взаимно перпендикулярных колебаний одинаковой частоты результирующее колебание будет осуществляться по эллипсу. Его ориентация будет зависеть от фаз и амплитуд складываемых колебаний.

Если же складываемые колебания имеют различные частоты, то траектории результирующих движений получаются весьма разнообразными. Только в случае если частоты колебаний по  $x$  и по  $y$  кратны друг другу, получаются замкнутые траектории. Такие движения можно отнести к числу периодических. В этом случае траектории

движений называются **фигурами Лиссажу**. Рассмотрим одну из фигур Лиссажу, которая получается при сложении колебаний с отношениями частот 1:2, с одинаковыми амплитудами и фазами в начале движения.

$$\begin{aligned} x &= A \sin(\omega t) \quad ; \\ y &= A \sin(2\omega t) \quad . \end{aligned} \quad (14.25)$$

Вдоль оси  $y$  колебания происходят в два раза чаще, чем вдоль оси  $x$ . Сложение таких колебаний приведет к траектории движения в виде восьмерки (рис.14.7).

## Тема 15. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

### План:

1. Волновое движение. Электромагнитные волны. Уравнение плоской волны. Принцип суперпозиции волн. Шкала электромагнитных волн
2. Система уравнений Максвелла для плоской электромагнитной волн. Поперечность электромагнитных волн. Фазовая скорость электромагнитной волны. Гармонические волны - простейшие решения волновых уравнений
3. Пространственная структура электромагнитной волны
4. Плотность энергии электромагнитной волны. Вектор Пойнтинга - вектор плотности потока энергии электромагнитной волны. Интенсивность электромагнитной волны - это среднее по времени от модуля вектора Пойнтинга
5. Изучение диполя. Электрическое и магнитное поле колеблющегося диполя. Электрическое поле диполя, колеблющегося по гармоническому закону. Интенсивность дипольного гармонического излучения. Диаграмма направленности излучения диполя

Волновое движение имеет место в протяженных системах. В средах мы можем наблюдать упругие, звуковые волны, волны на поверхности жидкости; в полях - самый типичный пример волн - электромагнитные волны. В случае волнового движения речь идет

не о перемещении среды или поля, а о перемещении возбужденного состояния среды или поля. Механизм возникновения электромагнитной волны несколько сложнее. Электромагнитное поле описывается как бы "двумя полями": электрическим  $E$  и магнитным  $B$ . Изменение во времени одного поля в окрестности данной точки, в которой оно рассматривается, порождает другое поле: изменение поля  $E$  порождает поле  $B$  и наоборот. Переменное во времени электрическое поле порождает в соседних точках переменное магнитное поле, в свою очередь переменное магнитное поле в своей окрестности порождает переменное электрическое. Эти порождения происходят не мгновенно, а с определенным запаздыванием, вследствие чего и создается электромагнитная волна.

Важнейшим понятием для любой волны является фаза. Под фазой понимается состояние волны в данной точке и в данный момент времени, описанное соответствующими параметрами.

Понятия волновой поверхности и фазы позволяют провести некоторую классификацию волн по характеру их поведения в пространстве и времени. Если волновые поверхности перемещаются в пространстве (например, обычные волны на поверхности воды), то волна называется **бегущей**. Если фаза волны есть функция только времени, т.е. все точки волны в процессе колебаний находятся в одинаковой фазе (хотя и с различными амплитудами), то такая волна **называется стоячей**. Если фаза волны в каждой точке пространства изменяется периодически, то и волна называется **периодической**.

Понятие скорости волны непростое. Самое простое и самое очевидное из них связано с перемещением волновой поверхности. Скорость перемещения волновой поверхности волны называется **фазовой скоростью**. Это скорость перемещения фазы волны.

Электромагнитная волна - это волнообразно изменяющееся электромагнитное поле. Характерной особенностью электромагнитной волны является тот факт, что в ней три вектора: вектор  $E$ , вектор  $B$  и вектор фазовой скорости  $v$  - всегда перпендикулярны друг к другу, электромагнитные волны относятся к классу **поперечных волн**.

Волна называется **плоской**, если ее волновые поверхности представляют собой параллельные друг другу плоскости, перпендикулярные фазовой скорости волны

Электромагнитные волны (как, впрочем, и звуковые) подчиняются принципу суперпозиции. Принцип суперпозиции волн гласит, что волны от различных источников не взаимодействуют друг с другом и что сложное волновое поле от двух или большего числа источников находится путем геометрического сложения волн от отдельных источников, т.е.

$$E = E_1 + E_2 + \dots \quad (15.1)$$

Проведем теперь общий обзор учения об электромагнитных волнах, взяв за основу их классификации длину волны. Очень длинными электромагнитными волнами, измеряемыми от тысяч метров до долей миллиметра, занимается радиотехника. Такие волны мы умеем генерировать искусственно при помощи радиотехнических устройств, в основе которых лежит так называемый колебательный контур. За радиотехническим диапазоном следует диапазон тепловых или инфракрасных волн. Эти волны излучаются преимущественно за счет колебаний атомов в молекулах. Они называются тепловыми по причине того, что колебания молекул обычно вызываются тепловыми столкновениями молекул. За инфракрасными лучами следует видимый свет, заполняющий относительно узкий диапазон: от  $7,6 \cdot 10^{-7}$  м до  $4 \cdot 10^{-7}$  м. К атомарному же свету относятся примыкающие к видимым, т.е. сравнительно длинные, ультрафиолетовые волны. Общий диапазон длин волн ультрафиолетовых лучей довольно широкий: от фиолетовой границы видимых лучей до  $10^{-8} : 10^{-9}$  м. За ультрафиолетовыми лучами следуют рентгеновские лучи, диапазон длин волн которых составляет от  $10^{-9}$  до  $10^{-12}$  м. Рентгеновские лучи излучаются или за счет взаимодействия быстрых электронов с атомами и ядрами атомов (в рентгеновских трубках, например), или за счет излучения ядер атомов, когда последние предварительно возбуждены. Наконец, за

рентгеновскими лучами, перекрывая их, следуют гамма-лучи, излучаемые возбужденными ядрами атомов, а также путем взаимодействия и превращения элементарных частиц.

Выпишем здесь еще раз систему уравнений Максвелла в дифференциальной форме вместе с материальными уравнениями:

$$\begin{aligned} [\vec{\nabla} \cdot \vec{E}] &= -\frac{\partial \bar{D}}{\partial t}; & [\vec{\nabla} \cdot \vec{H}] &= \vec{j} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0; & \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho; \\ \vec{j} &= \sigma \cdot \vec{E}; & \vec{D} &= \epsilon_0 \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}. \end{aligned} \quad (15.2)$$

Применим систему уравнений Максвелла к однородной ( $\epsilon = \text{const}$ ,  $\mu = \text{const}$ ), нейтральной ( $\rho = 0$ ), непроводящей ( $\sigma = 0$ ) среде. Уравнения Максвелла примут следующий вид.

Первая пара:

$$\begin{aligned} [\vec{\nabla} \cdot \vec{E}] &= -\mu_0 \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{H} &= 0. \end{aligned} \quad (15.3)$$

Вторая пара:

$$\begin{aligned} [\vec{\nabla} \cdot \vec{H}] &= \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= 0. \end{aligned} \quad (15.4)$$

Наша задача - получить волновые уравнения для векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , решениями которых будут уравнения электромагнитной волны  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ ,  $\vec{H}(\vec{r}, t)$ .

Для описания электромагнитной волны можно выбрать два волновых уравнения:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}. \quad (15.6)$$

Коэффициент при второй производной по времени, есть величина, обратная квадрату фазовой скорости волны. Для электромагнитной волны фазовая скорость из волновых уравнений

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}.$$

Легко проверить, что

$$E_y(x, t) = E_m \text{Cos}(\omega t - kx + \alpha_1).$$

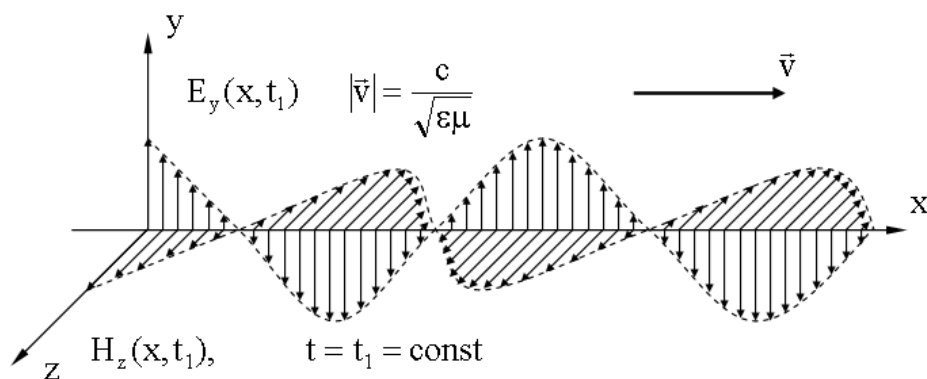
$$\text{и} \\ H_z(x, t) = H_m \text{Cos}(\omega t - kx + \alpha_2)$$

(15.7)

являются решениями волновых уравнений.

Эти решения описывают электромагнитную волну, у которой вектор  $\vec{E}$  направлен вдоль оси  $y$ , вектор  $\vec{H}$  - вдоль оси  $z$ , волна распространяется вдоль оси  $x$ , таким образом, векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{V}$  образуют правую тройку.

Для фиксированного момента времени  $t_1$  векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  плоской гармонической электромагнитной волны могут быть изображены следующей диаграммой:



Для электромагнитной волны вектор плотности потока энергии обозначают буквой  $\vec{S}$  ( $\vec{j} \equiv \vec{S}$ ).

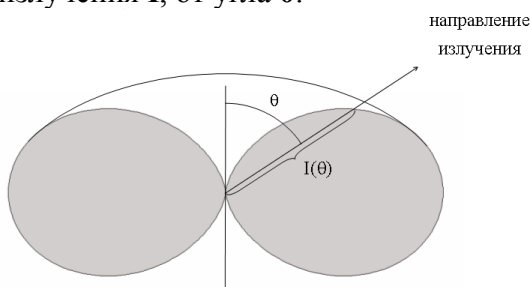
Используя диаграмму величине  $S$  можно придать векторный характер:

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}] \text{ - вектор Пойнтинга.} \quad (15.8)$$

Точный расчет на основе уравнений Максвелла показывает, что электрическое поле в этой волне, распространяющейся в вакууме:

$$E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p_0\omega^2 \sin\theta}{c^2 r} \cos(\omega t - kr).$$

- это графическое изображение в полярной системе координат зависимости интенсивности излучения  $I$ , от угла  $\theta$ .



На рисунке дана половина пространственного изображения диаграммы направленности.

## ОПТИКА. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ

### Тема 16. ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

Геометрическая оптика позволяет во многих случаях достаточно хорошо рассчитать оптическую систему. Но в ряде случаев реальный расчет оптических систем требует учета волновой природы света, расчет в рамках геометрической оптики дает приближенный результат, иногда неверный даже на качественном уровне.

Закон прямолинейного распространения света утверждает, что *в однородной среде свет распространяется прямолинейно.*

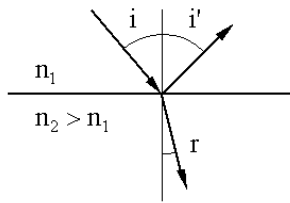
Если среда неоднородна, т.е. ее показатель преломления изменяется от точки к точке, или  $n = n(\vec{r})$ , то свет не будет распространяться по прямой.

Закон независимости световых лучей утверждает, что *лучи при пересечении не возмущают друг друга.* При больших интенсивностях этот закон не соблюдается, происходит рассеяние света на свете.

Законы отражения и преломления утверждают, что *на границе раздела двух сред происходит отражение и преломление светового луча. Отраженный и преломленный*

лучи лежат в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, восстановленным к границе раздела в точке падения. Угол падения равен углу отражения.

Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно отношению показателя преломления (16.5.2) второй среды к показателю преломления первой.

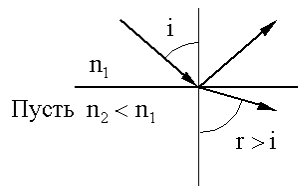


$$i = i'$$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$$

(16.1)

Законы отражения и преломления могут нарушаться в анизотропных средах, т.е. средах, для которых показатель преломления зависит от направления в пространстве.



Пусть  $n_2 < n_1$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \sin r = \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin i,$$

т.к.

$$\frac{n_1}{n_2} > 1, \text{ то } \sin r > \sin i, \quad r > i.$$

При увеличении угла падения  $i$ , угол преломления тоже увеличивается, при этом интенсивность отраженного луча растет, а преломленного - падает (их сумма равна интенсивности падающего луча). При каком-то значении  $i = i_{кр}$ , угол  $r = \pi/2$ , интенсивность преломленного луча станет равной нулю, весь свет отразится. При дальнейшем увеличении угла  $i > i_{кр}$  преломленного луча не будет, происходит **полное отражение света**.

Значение критического угла падения, при котором начинается полное отражение найдем, положим в законе преломления  $r = \pi/2$ , тогда  $\sin r = 1$ , значит:

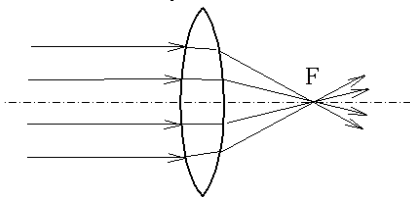
$$\sin i_{кр} = \frac{n_2}{n_1}$$

(16.2)

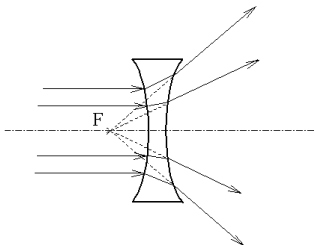
Линза - система двух, чаще всего сферических, преломляющих поверхностей, ограничивающих прозрачное тело. Обычно линзы делают стеклянными.

Линзы бывают собирающими и рассеивающими.

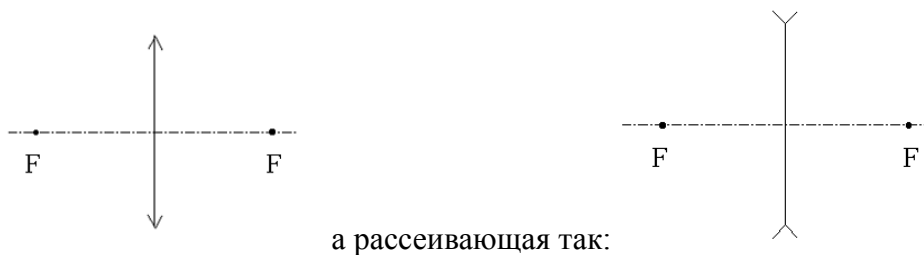
Собирающая линза в средней части толще и отклоняет лучи к оптической оси, если показатель преломления линзы больше показателя преломления среды.



Рассеивающая линза в средней части тоньше и отклоняет лучи от оптической оси.

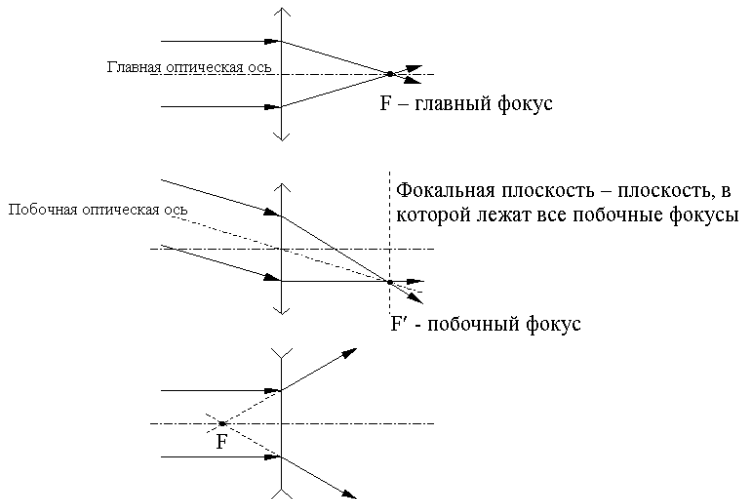


Линза называется тонкой, если ее толщиной можно пренебречь. Схематически тонкая собирающая линза изображается так:

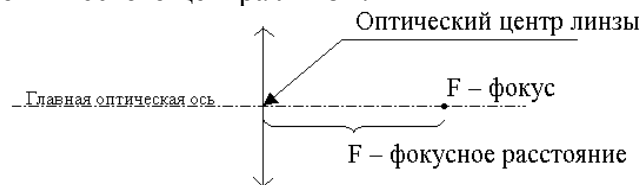


а рассеивающая так:

Буквой **F** обозначены фокусы линзы - точки, в которых собираются параллельные оптической оси лучи, прошедшие через линзу (или их продолжения).



Буквой **F** обозначают также и фокусное расстояние линзы - расстояние от фокуса до оптического центра линзы.



Для сферической тонкой линзы на основе закона преломления получается следующая формула для фокусного расстояния:

$$F = \frac{1}{\left[ \frac{n_{\text{л}}}{n_{\text{ср}}} - 1 \right]} \cdot \frac{1}{\left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right]} \quad (16.3)$$

Здесь  $n_{\text{л}}$  и  $n_{\text{ср}}$  - показатели преломления линзы и среды, соответственно.

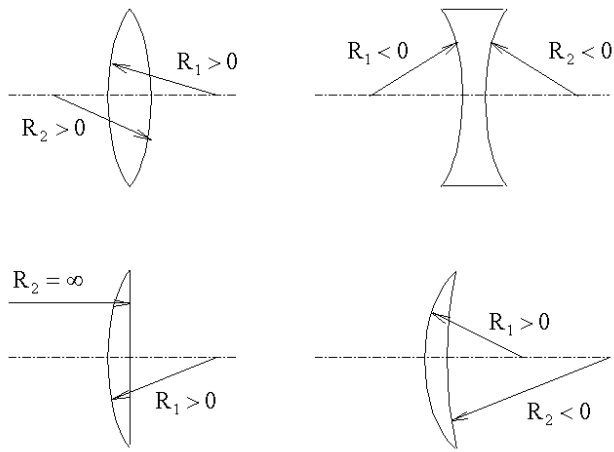
$R_1$  и  $R_2$  - радиусы кривизны линзы, они - величины алгебраические.

Эта формула справедлива только для приосевых (параксиальных) лучей.

$R_1, R_2$  - радиусы кривизны сферических поверхностей линзы могут быть положительными и отрицательными. Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы считается положительным, вогнутый - отрицательным.

Выбор знаков  $R_1$  и  $R_2$  в приведенной нами формуле для  $F$  иллюстрируют следующие рисунки:





Для собирающей линзы фокусное расстояние **F** положительно, для рассеивающей - отрицательно. Оптической силы линзы называют величину **Φ**, обратную фокусному расстоянию линзы:

$$\Phi = \frac{1}{F}, \tag{16.4}$$

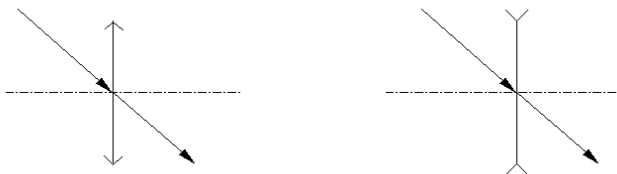
Единица оптической силы - диоптрия (дтпр).

$$1 \text{ дтпр} = \frac{1}{\text{м}}.$$

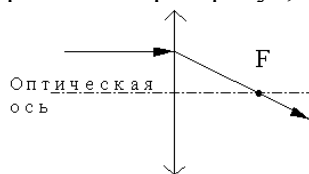
Для построения изображения предмета необходимо построить изображение каждой его точки.

Для построения изображения точки достаточно найти точки пересечения двух любых лучей идущих из заданной точки.

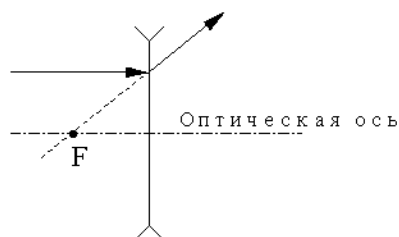
Удобнее всего использовать в качестве одного из этих лучей луч, идущий через оптический центр, он идет через линзу не отклоняясь:



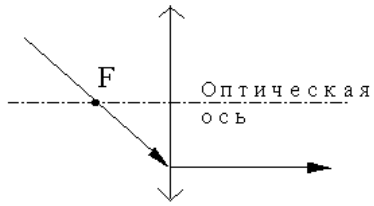
Другой удобный луч - идущий параллельно оптической оси. Он, преломляясь в линзе, проходит через фокус, если линза собирающая:



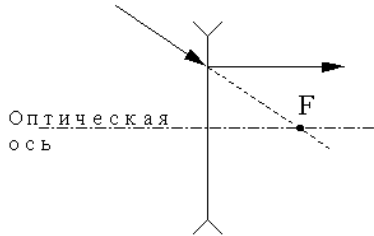
Если линза рассеивающая, то через фокус проходит продолжение луча:



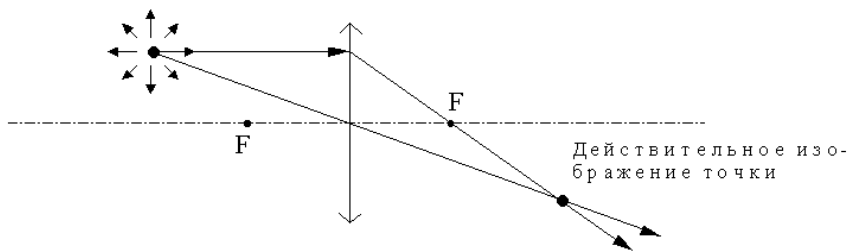
И, если луч шел через фокус собирающей линзы, то после преломления он пойдет параллельно оптической оси:



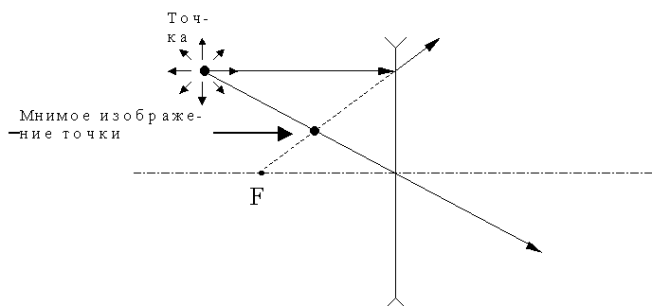
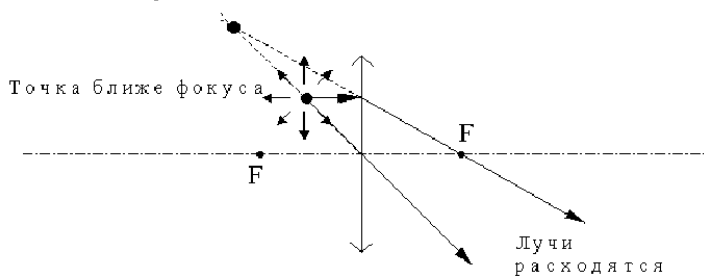
Для рассеивающей линзы параллельно оптической оси пойдет после преломления луч, продолжение которого проходит через фокус:

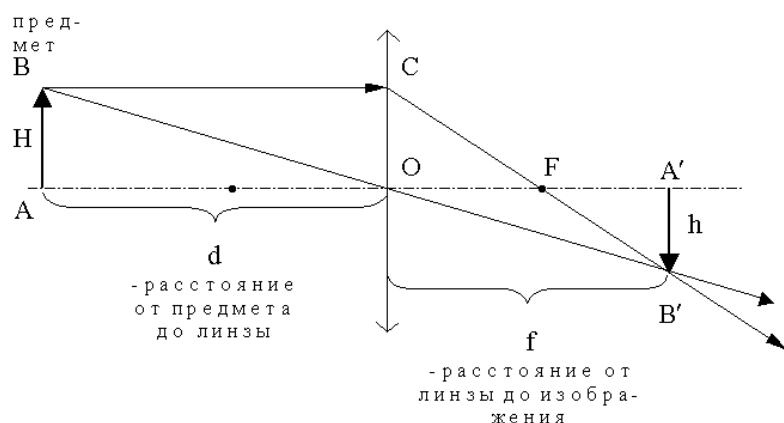


Точка дальше фокуса



Мнимое изображение точки





формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

(16.5)

### Тема 17. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА.

План:

1. Развитие представлений о природе света.
2. Когерентность и монохроматичность световых волн.
3. Интерференция света.
4. Методы наблюдения интерференции света.

Явление образования чередующихся полос усиления и ослабления интенсивности света называется **интерференцией**. Интерференция света наблюдается в специальных условиях при наложении друг на друга двух или большего числа пучков света. Частным случаем интерференции волн является упомянутая ранее стоячая волна. В стоячей волне наблюдаются пучности (максимумы интенсивности) и узлы (минимумы интенсивности), чередующиеся друг с другом в правильном порядке. Стоячая волна образуется при наложении на падающую волну, волны отраженной от какого-нибудь препятствия.

Основным условием наблюдения интерференции волн является их когерентность. Под **когерентностью** понимается согласованность волн друг с другом по фазе. Если взять две волны, идущие от независимых источников, то, при их наложении фазы будут изменяться совершенно беспорядочно.

Для появления минимума интенсивности волн в какой-то точке пространства необходимо, чтобы в этой точке складываемые волны постоянно (длительное время, соответствующее наблюдению) гасили друг друга. Т.е. длительное время волны находились бы точно в противофазе, когда разность их фаз оставалась бы постоянной и равнялась  $\pi$ . Наоборот, максимум волны будет появляться, когда складываемые волны все время находятся в одной и той же фазе, т. е. когда они постоянно усиливают друг друга. Если эта разность фаз равна четному числу  $\pi$ , то будет максимум, если нечетному числу  $\pi$ , то будет минимум интенсивности света.

Общее и первое правило наблюдения интерференции света таково: Необходимо световой пучок, идущий от одного источника, каким-то образом разделить на два или на большее число пучков (эти пучки будут когерентны между собой), а затем заставить их накладываться друг на друга. Максимумы интенсивности волны будут наблюдаться в точках, где выполняется условие

$$\Delta \varphi = 2m\pi \tag{17.1}$$

минимумы - в точках, где

$$\Delta \varphi = (2m + 1)\pi \tag{17.2}$$

Здесь через  $\Delta\varphi$  обозначена разность фаз складываемых волн.

Рассмотрим пример интерференции - опыт Юнга. Допустим, что свет от лампочки со светофильтром, который создает практически монохроматический свет, проходит через две узкие, рядом расположенные щели, за которыми установлен экран (рис. 17.1). На экране будет наблюдаться система светлых и темных полос - полос интерференции. В данном случае единая световая волна разбивается на две, идущие от различных щелей. Эти две волны когерентны между собой и при наложении друг на друга дают систему максимумов и минимумов интенсивности света в виде темных и светлых полос соответствующего цвета.

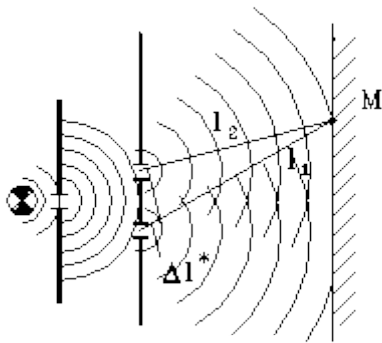


Рис. 17.1

Если интерферирующие волны проходят различные среды, показатели преломления которых  $n_1$  и  $n_2$ , то условия

максимумов и минимумов нужно записать:

$$\Delta l = n_1 l_1 - n_2 l_2 = 2m \frac{\lambda}{2} \text{ (max)} \quad \Delta l = n_1 l_1 - n_2 l_2 = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ (min)} \quad (17.3)$$

где  $n l$  называется оптической длиной пути луча, а  $\Delta l = n_1 l_1 - n_2 l_2$  оптической разностью хода лучей.

Таким образом, **максимумы интерференции** наблюдаются в точках, для которых оптическая разность хода равна четному числу полуволн, а **минимумы** - в точках, для которых на оптической разности хода укладывается нечетное число полуволн.

Пусть монохроматическая волна падает на тонкую прозрачную пленку, от которой она дважды отражается: часть от верхней поверхности пленки, часть - от нижней ее поверхности (а часть проходит через пленку). Эти две отраженные волны (а и б) (рис. 17.2) когерентны и, накладываясь друг на друга, интерферируют.

Одна волна (та, которая заходит в пленку) отстает от другой. Между волнами образуется разность хода. Если эта разность хода переменная в пространстве, то создаются условия для

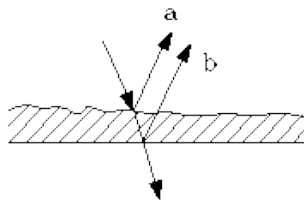


Рис. 17.2

наблюдения полос интерференции. Интерференцию в тонких пленках можно наблюдать двумя способами. Один способ основан на том, что пленка имеет различную толщину в разных местах, другой - на том, что свет может падать на пленку под разными углами. Первый способ дает так называемые **полосы равной толщины**, второй - **полосы равного наклона**.

**Полосы равной толщины.** Рассмотрим конкретный пример таких полос, возникающих на тонком клине (рис. 17.3).

В разных местах клина имеем различную разность хода отраженных лучей. Оптическая разность хода определяется следующей формулой:

$$\Delta l = 2hn \quad (17.4)$$

Рассмотрим случай нормального падения лучей на пленку. В результате можно записать:

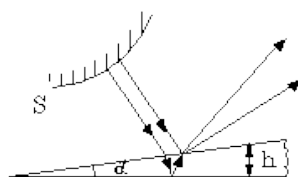


Рис. 17.3

$$\Delta l = 2hn - \frac{\lambda}{2}$$

(17.5)

Следовательно, координаты темных полос (минимумов) находятся из условия

$$\Delta l = 2xn \cdot \text{tg } \alpha - \frac{\lambda}{2} = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}$$

$$x = m \frac{\lambda}{2n} \cdot \operatorname{ctg} \alpha, \quad m=1,2,\dots \quad (17.6)$$

В промежутках между темными полосами располагаются светлые (максимумы). При наблюдении таких полос с помощью микроскопа его нужно сфокусировать на пленке, т.е. полосы наблюдаются как бы на самой пленке. Каждая полоса следует за равной толщиной пленки и поэтому называется **полосой равной толщины**.

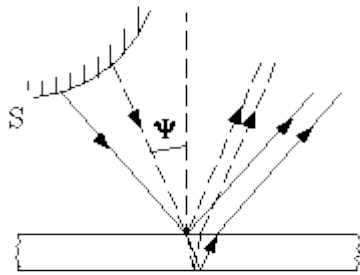


Рис. 17.4

**Полосы равного наклона.** Допустим, что пленка имеет постоянную толщину, но на нее падает расходящийся пучок света (лучи падают на пленку под разными углами). Разность хода интерферирующих волн будет зависеть от угла падения лучей. Полосы максимумов и минимумов интерференции следуют теперь за постоянными углами падения (потому и называются полосами равного наклона). Аналог интерференции в тонких пленках используется в

интерферометре Майкельсона.

## Тема 18. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

План:

1. Принцип Гюйгенса-Френеля.
2. Дифракция Френеля. Дифракция Фраунгофера.
3. Пространственная решетка.
4. Разрешающая способность оптических приборов.

Под дифракцией света понимают явление непрямолинейного распространения света, проникновение его в область геометрической тени, огибание им препятствий. Основные закономерности явления дифракции можно понять на основе принципа Гюйгенса-Френеля.

**Принцип Гюйгенса-Френеля.** В соответствии с **принципом Гюйгенса -Френеля** каждая точка фронта волны является источником вторичных когерентных волн. В

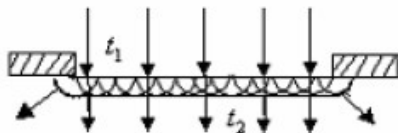


Рис. 18.1

однородной изотропной среде эти волны являются сферическими. Этот принцип позволяет достаточно просто объяснить явление дифракции и сводит явление дифракции к интерференции вторичных когерентных волн. Следовательно, **между явлениями интерференции и дифракции нет принципиального различия**: если рассматривают сложение малого числа когерентных волн - это будет

интерференция, если большого числа волн – дифракция.

**2. Метод зон Френеля.** На рис.18.1 показано в определенный момент времени положение фронта волны, излучаемой точечным источником  $S$  монохроматического излучения. Найдем в соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля результирующую амплитуду волн, приходящих от всех точек фронта волны в точку наблюдения  $P$ . В точке наблюдения будет наблюдаться результат сложения вторичных когерентных волн, испущенных каждым малым участком фронта волны.

Для расчета результирующей амплитуды  $PA$  применяют метод разбиения фронта волны на зоны, предложенный Френелем.

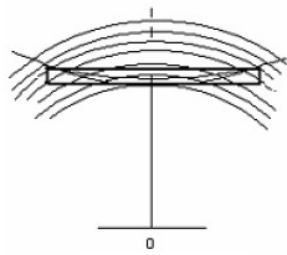


Рис. 18.3

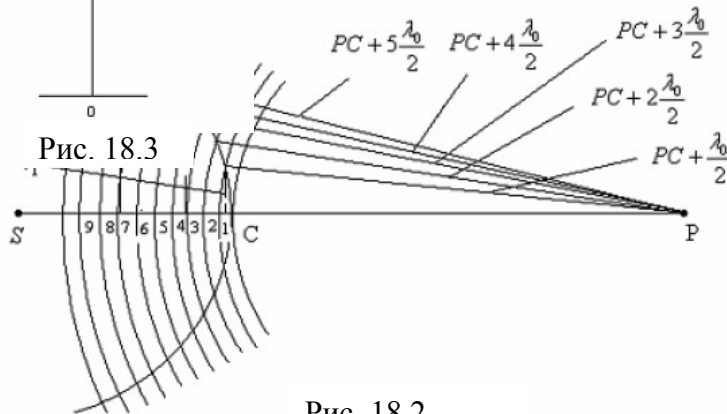


Рис. 18.2

Для этого из точки наблюдения проводят сферы радиусов  $PC$ ,  $PC + \lambda_0/2$ ,  $PC + 2\lambda_0/2$ ,  $PC + 3\lambda_0/2$ ,  $PC + 4\lambda_0/2$  и т.д. Эти сферы разбивают фронт волны на зоны Френеля (рис. 18.2). Первая зона Френеля представляет собой сферический сегмент, а остальные - кольца на поверхности сферы. При этом зоны Френеля обладают следующими свойствами.

1) волны, приходящие в точку наблюдения от соседних зон Френеля имеют оптическую разность хода разность  $\lambda_0/2$  или разность фаз, равную  $\pi$ ;

- 2) при не слишком больших значениях номера  $m$  зоны площади зон примерно одинаковы;  
 3) для амплитуды волн, приходящих от разных зон Френеля в точку наблюдения, справедливы следующие соотношения:

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 > A_5 \dots, \quad A_i = \frac{A_{i-1} + A_{i+1}}{2}. \quad (18.1)$$

Введение зон Френеля позволяет найти результирующую амплитуду в точке наблюдения через амплитуды волн от всех зон Френеля. Итак, в точке наблюдения результирующая амплитуда всех вторичных волн, испущенных от всех точек фронта волны, равна половине амплитуды вторичной волны, приходящей в точку наблюдения от первой зоны Френеля.

Для радиусов  $r_m$  зон Френеля в случае сферической волны несложно получить формулу, из которой следует, что радиус первой зоны Френеля определяется формулой ( $m=1$ ):

$$r_m = \sqrt{\frac{SC \cdot PC}{SC + PC}} \lambda_0 m, \quad (18.2)$$

**Дифракция Френеля на круглом диске и круглом отверстии.** Рассмотрим конкретные примеры расчета дифракционной картины с использованием метода зон Френеля. Этот метод достаточно просто позволяет понять ее основные особенности, хотя не позволяет оценить интенсивности получаемых максимумов.

**1. Круглый диск.** Пусть на круглый диск падает сферическая монохроматическая волна, испущенная точечным источником  $S$  монохроматического излучения. За диском находится экран, на котором наблюдается результат прохождения волной диска (рис.18.3).

Необходимо ответить на вопрос, что наблюдается на экране и в точке  $O$ , расположенной в центре экрана. Для ответа используем метод зон Френеля. Разобьем фронт волны, занимающий положение в области диска, на зоны Френеля относительно точки  $O$ . Пусть диск закрывает первые  $i$  зон.

Дифракционная картина наблюдаться не будет, если диск закрывает менее чем одну зону Френеля или закрывает достаточно большое количество зон Френеля. В этих случаях на экране наблюдается монотонное падение интенсивности света от центра картины к ее краям.

**2. Круглое отверстие.** Пусть точечный источник монохроматического излучения посылает волну на преграду, в которой имеется круглое отверстие (рис.18.4). Необходимо ответить на вопрос, что наблюдается на экране и в точке  $O$ , расположенной напротив источника излучения. Для ответа на этот вопрос применим метод зон Френеля, а именно: разобьем видимую часть фронта волны на зоны Френеля. Пусть отверстие открывает первые  $i$  зон.

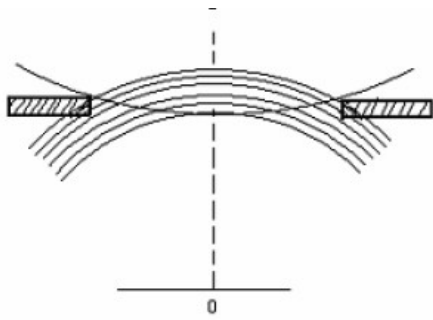


Рис. 18.4

Здесь возможны два случая.

1. Если число  $i$  является малым и нечетным, то тогда в точке  $O$  будет наблюдаться светлое пятно, так как все зоны, кроме одной, разбиваются на пары, которые гасят друг друга. Остается непогашенной одна зона, которая и дает свет в точке  $O$ . На экране будет наблюдаться дифракционная картина, состоящая из светлых (окрашенных в один цвет) и темных колец.

2. Если же число  $i$  будет малым и четным, то тогда все зоны разбиваются на пары, которые гасят друг друга, и в

точке  $O$  будет наблюдаться темное пятно. На экране, как и в первом случае, будет наблюдаться дифракционная картина, состоящая из светлых (окрашенных в один цвет) и темных колец.

Дифракционная картина будет отсутствовать, если отверстие открывает менее чем одну зону Френеля или достаточно большое число зон Френеля. В этом случае на экране наблюдается монотонная картина падения интенсивности света от центра картины к краям.

**Дифракции Фраунгофера** - дифракция в параллельных лучах. Рассмотрим дифракцию на одной щели. Пусть на узкую щель, сделанную в непрозрачном экране, падает нормально к экрану параллельный пучок света. Проходя щель, свет огибает ее края. Это огибание воспринимается на любых расстояниях от щели. Мы рассмотрим дифракцию вдали от экрана, теоретически - в бесконечности.

Под какими углами наблюдаются максимумы и минимумы света? Рассмотрим свет, прошедший через щель под углом  $\varphi$ . По отношению к этому углу разобьем волновую

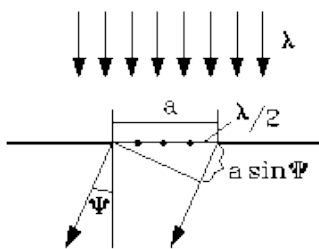


Рис.18.4

поверхность, вырезаемую щелью, на полоски с таким расчетом, чтобы разность хода между двумя пучками света от соседних полосок равнялась полволне ( $\lambda/2$ ). Будем опираться на принцип Гюйгенса - Френеля. Следовательно, по условию минимумов интерференции они должны гасить друг друга. Допустим, что угол  $\varphi$  выбран таким образом, что на щели укладывается четное число зон Френеля. Свет от каждой зоны будет погашен светом соседней зоны, и под таким углом в бесконечности должен наблюдаться минимум. Число зон на щели определяется так:

$$N = \frac{a \cdot \sin \varphi}{\lambda/2}$$

(18.3)

где  $a$  - ширина щели.

Следовательно, условие минимумов записывается следующим образом:

$$\frac{a \cdot \sin \varphi}{\lambda/2} = 2m \quad , \text{ или} \quad a \cdot \sin \varphi = 2m \cdot \frac{\lambda}{2} \quad , \text{ где } m=0,1,2,\dots \quad (18.4)$$

В промежутках между минимумами наблюдаются максимумы, весь световой фронт, наблюдаемый под углом  $\varphi = 0$  нужно принять за одну зону, и, следовательно, в этом направлении наблюдается максимум. Это будет главный, яркий максимум, на который приходится максимум всего света, прошедшего через щель. Картина интерференции в целом изображена на рис. 18.5. Чем больше длина волны, тем дальше отстоят друг от друга максимумы.

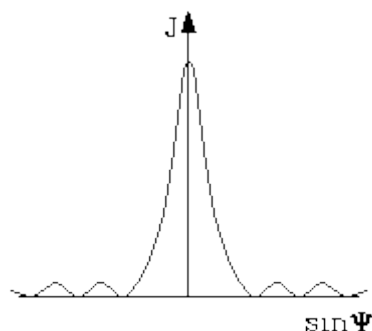


Рис.18.5

Большая часть света, прошедшего через щель, все же приходится на центральный, главный максимум. Поэтому

степень огибания краев щели можно оценить по угловой ширине главного максимума  $\Delta\varphi$ . Если бы не было никакой дифракции, то угловая ширина главного максимума равнялась бы нулю. Обычно углы дифракции малы, поэтому можно положить, что  $\sin\varphi \approx \varphi$ . Следовательно, ширина главного максимума (ширина дифракции) равна

$$\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{a} \quad (18.5)$$

Дифракция тем ярче выражена, чем уже щель и чем больше длина волны.

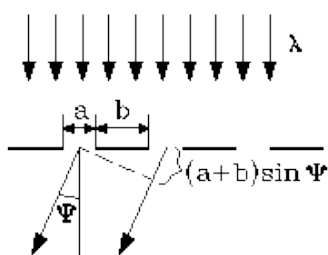


Рис. 18.6

При практическом использовании дифракции света большой интерес представляет дифракционная решетка. **Дифракционной решеткой** называют огромное множество очень узких штрихов, нанесенных на экран (решетка в проходящем свете) или на зеркало (решетка в отраженном свете). У хороших решеток число щелей достигает  $10^8 - 10^9$  на сантиметр. Дифракционная решетка используется как спектральный прибор и как высокой степени точности измеритель длины волны света. На дифракционной решетке также наблюдается дифракция Фраунгофера (в параллельных лучах).

Рассмотрим теорию дифракционной решетки в проходящем свете. На рис. 18.6 изображена схема опыта. Здесь  $a$  - ширина щели,  $b$  - промежуток между щелями,  $a+b$  - период решетки. Свет падает перпендикулярно к плоскости решетки.

Если на этой разности хода укладывается четное число полуволн, то любые два пучка будут усиливать друг друга. Поэтому условие

$$(a+b) \sin\varphi = 2m \frac{\lambda}{2}, \text{ где } m=0,1,2,\dots \quad (18.6)$$

есть условие главных максимумов.

Кроме главных, существуют вторичные максимумы, когда одни пучки усиливают друг друга, а другие гасят. Эти вторичные максимумы очень слабые и обычно просто не просматриваются. Интерес представляют только главные максимумы, да и то лишь первого порядка, когда  $m = 1$ . Таким образом, углы, под которыми наблюдают линии спектра, определяются из условия

$$(a+b) \sin\varphi = \lambda \quad (18.7)$$

Найдем условие всех минимумов.

$$N(a+b) \sin\varphi = 2k \frac{\lambda}{2}, \text{ где } k=1,2,3,\dots (k=mN) \quad (18.9)$$

Условие (18.9) включает в себя и условие главных максимумов, когда  $k = mN$ . Если эти значения  $k$  исключить, то все другие значения  $k$  действительно обуславливают минимумы. Это можно было бы строго доказать. Таким образом, между двумя главными максимумами, например между первым ( $m = 1$ ) и вторым ( $m = 2$ ), укладывается  $N-1$  минимумов, отвечающих значениям  $k$ :  $N+1, N+2, \dots, N+N-1$ . Общая картина максимумов и минимумов решетки представлена на рис. 18.7.

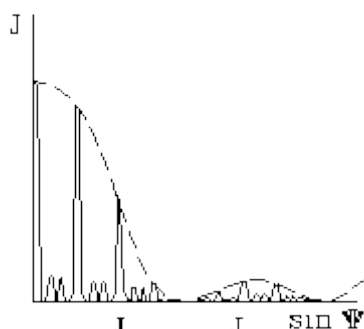


Рис. 18.7

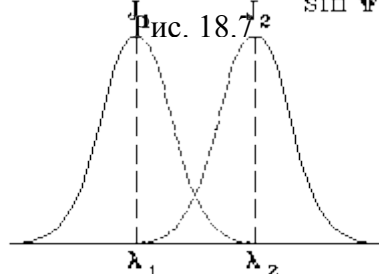


Рис. 18.8

Разрешающая способность оптического прибора показывает, как хорошо прибор разделяет мельчайшие детали предмета. В случае решетки под **разрешающей способностью** подразумевается отношение длины волны к разности длин волн, которые решетка еще способна разрешить. Считается, что решетка разрешает две



соседние линии спектра, если максимум одной из них попадает в ближайший минимум другой линии. Рис. 18.8 изображает эту крайнюю ситуацию. Ближайший минимум первого главного максимума для дли-ны волны  $\lambda_1$  находится из условия

$$N(a + b) \sin \alpha_2 = (N + 1) \lambda_1 \quad (18.10)$$

Разрешающая способность решетки:

$$\mathcal{R} = \frac{\lambda}{\lambda_2 - \lambda_1} = N \quad (18.11)$$

Как видим, разрешающая способность решетки равна числу щелей.

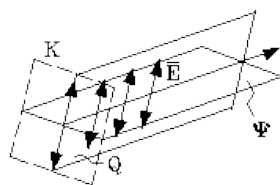
Мы рассмотрели дифракцию на одномерной решетке, когда периодичность решетки наблюдается лишь в одном измерении. Типичным примером трехмерной решетки является кристалл. В каждом кристалле можно выделить не одну, а несколько периодически расположенных плоскостей, на которых в свою очередь в правильном порядке располагаются атомы кристаллической решетки.

## Тема 19. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

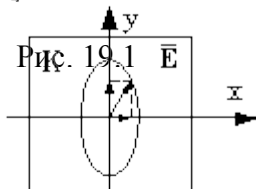
План:

1. Естественный и поляризованный свет.ю
2. Поляризация света при отражении и преломлении от границе раздела двух диэлектриков.
3. Двойное лучепреломление.
4. Поляризационные призмы и поляроиды.

Как уже было замечено, с поперечностью электромагнитных волн связан целый круг явлений, называемых поляризацией. Конец вектора  $E$  в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения света, может совершать различные движения. По характеру



этих движений различают виды поляризации света. Если конец вектора  $E$  описывает прямую линию и лежит в определенной плоскости с линией распространения света (рис. 19.1), то свет называется **линейнополяризованным** или **плоскополяризованным**.



Плоскость, в которой лежит вектор  $E$  и луч  $Q$ , называется **плоскостью колебаний**, а перпендикулярная к ней плоскость, в

Рис. 19.2

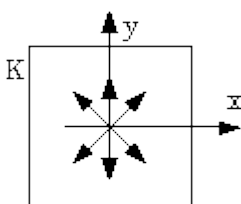


Рис. 19.3

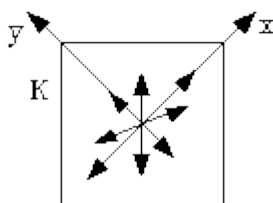


Рис. 19.4

которой лежит вектор скорости распространения света, называется **плоскостью поляризации**. Если конец вектора  $E$  в плоскости  $K$ , перпендикулярной к лучу, описывает эллипс или окружность, то свет соответственно называется **поляризованным по эллипсу или по кругу**. Волну, поляризованную по эллипсу или по кругу, можно разложить

различными способами на две плоскополяризованные волны, как это показано на рис. 19.2 (по оси  $x$  и по оси  $y$ ). Если конец вектора  $E$  в плоскости  $K$  описывает беспорядочные колебания, т. е. плоскость колебаний постоянно и беспорядочно меняется, то свет называется **естественным или неполяризованным**. Рис. 19.3 иллюстрирует такую ситуацию. Естественные источники света излучают именно такой, неполяризованный свет.

Наконец, можно создать **частично поляризованный свет**, в котором не все плоскости колебаний одинаково

представлены, а имеется некоторая выделенность одних колебаний перед другими. Рис.19.4 иллюстрирует колебания конца вектора E в частично поляризованном свете.

Когда дело имеют с поляризационными явлениями, то обычно приходится решать два вопроса: как создать поляризованный свет и как зарегистрировать его поляризацию. Прибор для решения первой задачи называется **поляризатором**, для решения второй - **анализатором**. Как правило, поляризатор и анализатор взаимозаменяемы. Существуют кристаллы, в которых плоскополяризованный свет поглощается существенно по-разному в зависимости от расположения плоскости колебаний: при определенном расположении этой плоскости поглощение слабое, а при расположении, перпендикулярном к первому, наоборот, поглощение очень сильное. В промежуточных положениях плоскости колебаний поглощение света постепенно меняется от максимума до минимума. Вещества с такими свойствами называются дихроичными. К таким веществам, в частности, относится кристалл турмалина. Другим примером поляризатора может служить поляроид - искусственно приготовленная пленка, обладающая также свойством дихроичности (кристаллики из геропатита, вводимые в желатин или целлюлозу). Поляроиды обычно дают лишь частично поляризованный свет, степень поляризации которого не очень велика.

Поляризованный свет можно получить, используя отражение или преломление света от обычных изотропных сред (например, от стекла). Оказывается, отраженный и преломленный свет частично поляризован. Степень поляризации того и другого луча существенно зависит от угла падения луча. Существует угол падения, при котором отраженный свет становится полностью плоскополяризованным, а преломленный луч остается частично поляризованным. Степень его поляризации при этом угле максимальна. Этот угол называется углом Брюстера. Угол Брюстера определяется из условия

$$\operatorname{tg} i_0 = n \quad (19.1)$$

Прибор, в котором с разных концов трубы вмонтированы поляризатор и анализатор, называется поляриметром. Анализатор пропускает свет полностью если его плоскость колебаний совмещена с плоскостью пропускания самого анализатора. Если поворачивать анализатор вокруг оси поляриметра, то интенсивность проходящего света будет меняться от нуля (в таком положении, говорят, поляризатор и анализатор скрещены) до некоторого максимального значения. Закон изменения интенсивности света, прошедшего через анализатор при повороте последнего - закон Малюса (рис. 19.5):

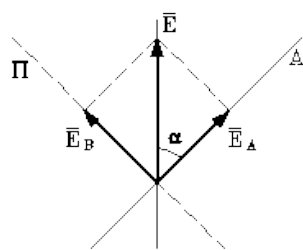


Рис. 19.5

$$J_a = J_p \cos^2 \alpha \quad (19.2)$$

Рассмотрим специально процесс преломления света в анизотропных средах, в кристаллах. В таких кристаллах (например, в кристаллах исландского шпата  $\text{CaCO}_3$ ) существует выделенное направление, такое, что если преломленный луч идет в этом направлении, то наблюдается обычное преломление, подчиненное закону преломления. Если же преломление происходит во всех иных направлениях, то наблюдается необычное, так называемое двойное лучепреломление. Это **двойное лучепреломление** и представляет интерес. Свет, падающий на кристалл, преломляясь, создает не один преломленный луч, как в изотропных средах, а два, идущие в различных направлениях (рис. 19.6). В этом и состоит само явление, именуемое двойным лучепреломлением. Если через такой кристалл посмотреть на окружающие предметы, то каждый предмет будет раздваиваться.

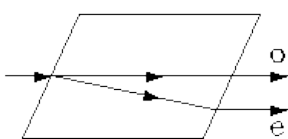


Рис. 19.6

Особенностью двойного лучепреломления является то, что один из преломленных лучей подчиняется закону преломления (его показатель преломления не зависит от угла падения, и лучи, падающий и преломленный, лежат в одной плоскости с перпендикуляром, восстановленным к отражающей плоскости в

точке падения). Другой луч этому закону не подчиняется. Оба преломленных луча плоскополяризованны, и их плоскости колебаний взаимно перпендикулярны.

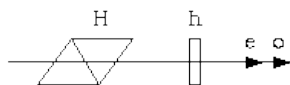


Рис. 19.7

Призма Николя (сокращенно - николю) состоит из двух прямоугольных призм из исландского шпата. Углы призм равны 68 и 22. Призмы склеены слоем канадского бальзама. Оптическая ось лежит в плоскости чертежа под углом 48 к грани призмы. Падающий луч разбивается на обыкновенный (o) и необыкновенный (e). Первый сильнее преломляется, чем второй, и на границе исландский шпат - канадский бальзам испытывает полное внутреннее отражение, т.е. целиком отклоняется в сторону. Только необыкновенный луч проходит призму. На выходе призмы получаем плоскополяризованный луч (вторая

призма в николе имеет вспомогательное значение: она лишь спрямляет образованный плоскополяризованный луч).

Рассмотрим случай, когда интерферируют две плоскополяризованные волны, плоскости колебаний которых не совпадают, а перпендикулярны друг к другу. Рассмотрим пластинку, вырезанную из одноосного кристалла, оптическая ось которой параллельна ее поверхности. В этом случае при нормальном падении света оба преломленных луча - обыкновенный и необыкновенный - распространяются в одном направлении - нормально к плоскости пластинки, но с различными фазовыми скоростями. По выходе из пластинки между лучами образуется разность хода, равная

$$\Delta l = h(n_o - n_e) \quad (19.3)$$

$n_o$  - показатель преломления обыкновенного луча,

$n_e$  - показатель преломления необыкновенного луча,

$h$  - толщина пластинки.

Лучи когерентны, и должна возникнуть интерференция. Допустим, что естественный луч предварительно, прежде чем упасть на пластинку, прошел через николю, так что падающий на пластинку свет плоско поляризован. При выходе света из пластинки возможны различные случаи интерференции в зависимости от толщины пластинки. Рассмотрим эти случаи.

1. Допустим, что толщина пластинки такова, что на разности хода, вычисляемой по формуле (19.3), укладывается целое число волн. Такие пластинки называются **пластинками в целую волну**. При выходе из пластинки в этом случае обыкновенный и необыкновенный лучи будут складываться в одинаковой фазе, т.е. так, как если бы они пластинку вообще не проходили. Это означает, что прошедший через пластинку луч будет иметь то же самое расположение плоскости колебаний, какое было и у падающего луча.

2. Допустим, что на разности хода лучей укладывается нечетное число полуволн. Пластинка такой толщины называется **пластинкой в полволны**. При выходе из пластинки один из лучей (обыкновенный или необыкновенный) отстанет по фазе от другого на  $\pi$  (или на целое число  $\pi$ ). Лучи будут поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Их сложение при выходе из пластинки даст другое расположение плоскости поляризации свет остается плоскополяризованным, но его плоскость колебаний повернется на некоторый угол ( $\Delta \varphi$ ).

3. Пусть разность хода такова, что на ней укладывается целое число волн плюс четверть волны. Такая пластинка называется **пластинкой в четверть волны**. Отставание по фазе одного луча от другого теперь будет равно  $\lambda/4$ . Сложение таких колебаний обуславливает движение конца вектора  $E$  не по прямой, а по эллипсу. Таким образом, пластинка в четверть волны превращает плоскополяризованный свет в свет, поляризованный по эллипсу (или по кругу).

Изотропные прозрачные среды не вызывают интерференцию, но если пластинка из такого материала (скажем, из прозрачной пластмассы) подвергнута деформации и напряжена, то она обретает анизотропные свойства и обнаруживает двойное лучепреломление.

Другое применение интерференции поляризованных лучей связано с электрическим полем. Жидкости изотропны. Жидкость, помещенная в электрическое поле, электрически поляризуется и становится анизотропной. В результате под воздействием электрического поля в жидкости возникает двойное лучепреломление.

## Тема 20. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ВЕЩЕСТВОМ

План:

1. Поглощение света.
2. Дисперсия света.
3. Эффект Доплера.
4. Излучение Вавилова-Черенкова.

Качественное понимание многих явлений взаимодействия электромагнитного излучения с веществом возможно в рамках классической электронной теории. Согласно этой теории внутри атомов находятся электроны, которые могут совершать затухающие колебания около своих положений равновесия. Для каждого атома существуют собственные частоты колебаний электронов (они в квантовой теории соответствуют переходам электронов между разрешенными уровнями энергии). В области видимого и ультрафиолетового излучения основной вклад во взаимодействие с излучением дают электроны, слабо связанные с атомами.

Под **поглощением света** понимают процесс уменьшения интенсивности, проходящей веществоэлектромагнитной волны, связанный с переходом энергии волны во внутреннюю энергию вещества (вещество нагревается, ионизируются и возбуждаются атомы и молекулы и т.д.). Световая волна в веществе возбуждает вынужденные колебания электронов внутри атомов. Эти вынужденные колебания приводят к возникновению вторичных волн, которые частично возвращают обратно энергию первичному излучению, а часть энергии превращается во внутреннюю энергию вещества. Поглощающие свойства вещества будут зависеть от частоты (длины волны) движущегося в веществе света. Зависимость интенсивности  $I$  проходящей вещество волны от расстояния  $x$  выражается **законом Бугера - Ламберта**.

$$I = I_0 e^{-\alpha x} \quad (20.1)$$

Согласно этому закону, интенсивность света при его движении в однородном веществе уменьшается с расстоянием по экспоненциальному закону. Из формулы следует, что **коэффициент поглощения** – вещества можно численно определить как толщину слоя, при прохождении которого интенсивность падающего света уменьшается в  $e$  раз.

**Дисперсия света** связана с зависимостью фазовой скорости от ее частоты или длины волны. В оптике эта зависимость сводится к зависимости показателя преломления вещества от длины волны (частоты)

$$v = v(\omega), \quad v = c/n \Rightarrow n = n(\omega), \quad n = n(\lambda_0). \quad (20.2)$$

Наглядно явление дисперсии света можно наблюдать при прохождении светом призмы из прозрачного материала. При этом разные длины волн видимого диапазона излучения имеют

разный показатель преломления  $n = n(\lambda)$ , что приводит к разложению белого света в спектр (рис.20.1).



Рис. 20.1

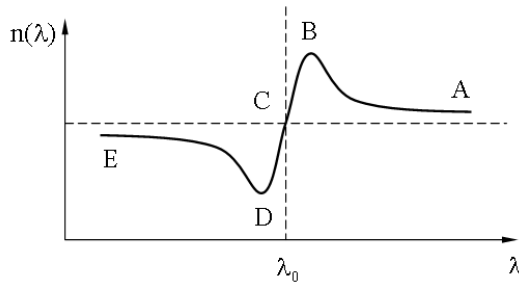


Рис. 20.2

Так как длина волны  $\lambda$  и циклическая частота  $\omega$  связаны обратной пропорциональной зависимостью, то график  $n(\lambda)$ , соответствующий приведенному выше графику, будет иметь примерно следующий вид (рис. 20.20:

$$\lambda_0 = \frac{2\pi v}{\omega_0}$$

$$(20.3)$$

На графике зависимости  $n(\lambda)$ , есть участок CDE, где  $n < 1$ . Это означает, что фазовая скорость световой волны:

$$v = \frac{c}{n} > c \tag{20.4}$$

На первый взгляд это утверждение противоречит теории относительности, согласно которой скорость света в вакууме является максимально возможной скоростью передачи сигнала. Но монохроматическая волна не может передавать сигнал: она никогда не кончается и нигде не начинается. Такая волна состоит из бесконечно повторяющихся одинаковых горбов и впадин, ничем не отличающихся друг от друга. Передавать сигнал можно только ограниченным в пространстве и во времени кусочком электромагнитной волны - электромагнитным импульсом. Такой импульс (группа волн) можно представить в виде наложения бесконечного числа монохроматических волн с разными частотами и амплитудами (интеграл Фурье).

Группа волн - это монохроматическая волна с медленно меняющейся амплитудой:

$$\xi(x, t) = A \cdot \text{Cos}(\omega t - kx) \tag{20.5}$$

Будем следить за распространением в пространстве точки  $x_m$ , где амплитуда  $A$  максимальна. Назовем *групповой скоростью*  $u$  скорость перемещения в пространстве точки с координатой  $x_m$ :

$$u \equiv \frac{dx_m}{dt} \tag{20.6}$$

Максимуму  $A$  соответствует обращение в ноль фазы косинуса в выражении для  $A$ , т.е.

$$\frac{\Delta\omega}{2} t - \frac{\Delta k}{2} x_m = 0$$

Возьмем производную по времени от этого выражения, в результате получим:

$$\frac{\Delta\omega}{2} - \frac{\Delta k}{2} \cdot \frac{dx_m}{dt} = 0$$

откуда

$$u = \frac{dx_m}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$

Переходя к пределу, получим окончательное выражение для **групповой скорости**:

$$u = \frac{d\omega}{dk} \quad (20.7)$$

Заменим в полученном только что выражении для групповой скорости круговую частоту  $\omega$  через  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{k}$ , тогда:

$$u = \frac{d(\mathbf{v} \cdot \mathbf{k})}{dk} = v + k \frac{dv}{dk}$$

Выразим производную  $dv/dk$  через производную  $dv/d\lambda$ :

$$\frac{dv}{dk} = \frac{dv}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dk}$$

Так как  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ , то  $\frac{d\lambda}{dk} = -\frac{2\pi}{k^2} = -\frac{\lambda}{k}$ .

В результате получим для групповой скорости следующее выражение:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \quad (20.8)$$

$$\frac{dv}{d\lambda} > 0$$

Если  $\frac{dv}{d\lambda}$  (**нормальная дисперсия**), то  $u < v$ , это область, где показатель преломления  $n$  убывает с ростом  $\lambda$ .

$$\frac{dv}{d\lambda} < 0$$

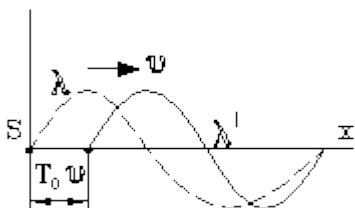
Если  $\frac{dv}{d\lambda}$  (**аномальная дисперсия**), то  $u > v$ .

Но в области аномальной дисперсии понятие групповой скорости теряет смысл из-за большого **поглощения** света.

В рамках наглядного мышления не удастся сформировать единый взгляд на природу света. Выше были проанализированы явления, которые можно объяснить, становясь на взаимно исключаящие точки зрения на свет. Можно привести примеры закономерностей световых явлений, которые не удастся хорошо объяснить ни с точки зрения наглядной волновой теории, ни с точки зрения корпускулярной. Но существуют и примеры, в равной мере хорошо объясняемые как в рамках волновой, так и в рамках корпускулярной теории света. На одном из таких явлений и остановимся. Это так называемый **эффект Доплера**.

Сущность эффекта состоит в том, что если наблюдатель или источник света находятся в движении, то воспринимаемая частота света должна отличаться от регистрируемой частоты света в случае покоящихся источника и наблюдателя. Допустим, что источник света движется навстречу наблюдателю со скоростью  $v$ .

Следовательно, частота воспринимаемого света находится следующим образом:



$$\frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{v}{\lambda_0} \quad \text{или} \quad \lambda' = \frac{\lambda_0}{1 - \frac{v}{c}}$$

Рис. 20.3

(20.9)

Так и должно быть: когда источник движется навстречу наблюдателю, то "горбы" волны чаще попадают в поле зрения наблюдателя. Если бы источник, наоборот, удалялся от наблюдателя, то картина была бы обратной и перед добавочным членом в знаменателе формулы (20.9) стоял бы знак плюс.

Опираясь на фотонную теорию:

$$h\nu' = h\nu_0 - \frac{v}{c} h\nu' \quad \text{или} \quad \nu' = \frac{\nu_0}{1 - \frac{v}{c}} \quad (20.10)$$

Формула (20.10) в точности совпадает с формулой (20.9). Таким образом, эффект Доплера одинаково хорошо можно объяснить и с волновой, и с фотонной точки зрения на свет.

Как известно, заряженная частица не излучает электромагнитных волн, если она движется с постоянной скоростью. Однако, при значениях скорости частицы, превышающей скорость света в среде,

$$v_{\text{частицы}} < v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} < c, \quad (20.11)$$

наблюдается излучение, открытое в 1934 г. **П.Вавиловым и С.Черенковым**. Поясним, как возникает это излучение. Частица в каждый момент времени излучает электромагнитные волны (точнее, частица на своем пути возбуждает колебания электронов в атомах среды, и они становятся источниками волн), которые распространяются в среде, накладываются друг на друга и формируют результирующую волну. В каждый момент времени частица излучает волны, распространяющиеся вдоль образующих конуса, ось которого совпадает с направлением скорости частицы. Угол  $\theta$  между образующими конуса и скоростью.

Для скоростей частицы, меньших скорости света в данной среде  $\sin \theta > 1$ . Это означает, что электромагнитная волна не возникает, т.е. интерференция испущенных частицей когерентных волн приводит к их гашению. Излучение Вавилова – Черенкова аналогично ударным звуковым волнам, возникающим при движении тел со скоростями, превышающими фазовые скорости упругих волн в данной среде. Излучение Вавилова – Черенкова широко используется в методах регистрации частиц большой энергии. Частицы, проходя вещество, вызывают появление световой вспышки, которая фотоумножителями превращается в импульс тока.

## Тема 21. КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЙ

### План:

1. Тепловое излучение и его характеристика.
2. Закон Кирхгофа.
3. Законы Стефана-Больцмана и смещения Вина.
4. Формула Релея-Джинса и Планка.
5. Фотоэффект
6. Эффект Комптона.

Рассмотрим произвольную замкнутую полость, в которую помещены произвольные тела в произвольном агрегатном состоянии (в газообразном, жидком, твердом). Тела в полости, как и ее стенки, будучи нагреты до определенной температуры, излучают и поглощают электромагнитные волны. Свет в полости имеет "беспорядочный" характер: различные тела излучают волны самых различных частот, самых различных направлений и самой различной поляризации. При сжатии полости при постоянной температуре количество "светового газа" уменьшается пропорционально его объему. Отсюда следует очень важный

вывод: энергия "светового газа" при равновесии пропорциональна объему, т.е. можно записать:

$$W = u(T)V \quad (21.1)$$

Здесь  $W$  - энергия "светового газа".

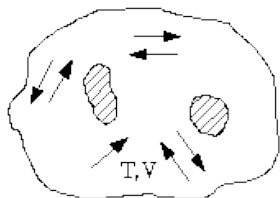


Рис. 21.1

Стало быть, плотность энергии света при его равновесии с телами зависит только от температуры.

Наряду с полной плотностью энергии равновесного "светового газа"  $u(T)$ , называемой интегральной, вводят и более детальную его характеристику - так называемую спектральную плотность энергии:

$$u_\nu = \frac{du_\nu}{d\nu} \quad (21.2)$$

Спектральная плотность энергии "равновесного света" тоже универсальная функция, но только функция температуры и частоты света -  $u(T, \nu)$ . Из свойства универсальности этой функции вытекает очень важный закон для теплового излучения - **закон Кирхгофа**. Обычно его записывают в виде

$$\Phi_\nu = \frac{r_\nu}{\alpha_\nu} \quad (21.3)$$

$\Phi_\nu$  имеет смысл падающей энергии. Такая энергия зависит от скорости "падения", т.е. от скорости света (эта величина постоянная и универсальная), и от плотности энергии "светового газа", падающего на тело. Последняя величина, как и скорость света, универсальна, она обозначена  $U(T, \nu)$ . Таким образом, в левой части равенства (21.3) стоит универсальная функция частоты и температуры. Ее смысл - энергия света с частотой  $\nu$ , падающая (при равновесии) на единицу площади поверхности тела в секунду. Ей можно придать и иной смысл. Рассмотрим тело, которое всю падающую на него световую энергию поглощает, ничего не отражая и не пропуская через себя. Такое тело называется **абсолютно черным**. Очевидно, лучепоглощательная способность абсолютно черного тела равна единице: света поглощается столько, сколько падает.

Следовательно, закон (21.3) можно переписать в такой форме:

$$\Phi_\nu = r_\nu^* \quad \text{или} \quad r_\nu^* = \frac{r_\nu}{\alpha_\nu} \quad (21.4)$$

где  $r_\nu^*$  - универсальная функция  $\nu$  и  $T$ , представляющая собой лучеиспускательную способность абсолютно черного тела. **Закон Кирхгофа** формулируется следующим образом: Отношение спектральной лучеиспускательной способности к спектральной лучепоглощательной способности для всех тел одинаково, является универсальной функцией частоты и температуры и равно лучеиспускательной способности абсолютно черного тела.

Закон Кирхгофа ведет к весьма важным следствиям: тело излучает преимущественно волны с частотами, соответствующими этим максимумам, функция  $\alpha$  на соответствующих частотах также имеет резкие максимумы (только в таком случае отношение  $r_\nu / \alpha_\nu$  их не будет иметь).

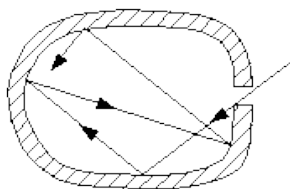


Рис. 21.2

Несколько слов по поводу абсолютно черных тел. Согласно закону Кирхгофа все они излучают совершенно одинаково. Что они собой представляют реально? Черная бумага, черный бархат близки к абсолютно черному телу. Однако можно ли создать практически идеальное абсолютно черное тело?

Представим металлическое тело, образующее замкнутую полость с небольшим отверстием (рис. 21.2).

Отверстие можно рассматривать как поверхность идеального абсолютно черного тела. Любой луч света, падающий на отверстие и попадающий в полость, обратно из нее не выйдет: он будет многократно отражаться на внутренних стенках полости, частично поглощаясь, пока не поглотится целиком.

Нагретое же до высокой температуры такое тело светится, и, более того, оно при данной температуре светится сильнее всех других тел: это опять-таки вытекает из закона



Кирхгофа. Для нечерных тел  $\alpha_v < 1$  и, следовательно,  $r_v^* > r_v$ . Лучеиспускательная способность абсолютно черного тела максимальна. При высоких температурах (в несколько тысяч градусов) абсолютно черное тело светится белым светом. Например, Солнце близко к абсолютно черному телу: свет, падающий на Солнце, почти целиком поглощается. Солнце вне атмосферы светится белым светом.

**Гипотеза Планка-Эйнштейна** о корпускулярной природе света наводит на мысль о необходимости выяснения механизма излучения и поглощения света атомами. С точки зрения классической электродинамики в теории не должно существовать понятия фотона. Свет должен излучаться непрерывно в виде волн вследствие ускоренного движения электронов атомов. Эта точка зрения почти автоматически приводила физиков к простой модели атомов: вокруг положительно заряженных ядер под действием кулоновских сил движутся по эллиптическим или круговым орбитам электроны. Они движутся с ускорением, и потому должны излучать электромагнитные волны в виде света. Однако совершенно независимо от гипотезы Планка-Эйнштейна такая точка зрения на излучение немедленно наталкивалась на серьезные трудности. В самом деле, по мере излучения атом должен терять энергию, вследствие чего электроны должны быстро приближаться к ядрам и очень скоро на них упасть. Другими словами, в соответствии с классической моделью атом не может быть устойчивым в электродинамическом смысле, чего, конечно, не наблюдается: атомы непрерывно не излучают, и электроны не падают на ядра.

Все это свидетельствует о том, что приходится радикально изменить не только точку зрения на свет как таковой (ввести гипотезу Планка-Эйнштейна), но и точку зрения на строение атома и на характер его излучения.

Энергия атома не в состоянии изменяться непрерывно и может принимать лишь ряд дискретных значений, называемых в совокупности энергетическим спектром атома. У каждого атома свой энергетический спектр. Его существование находится в согласии с гипотезой Планка-Эйнштейна о корпускулярном характере излучения атомами. Таким образом, в основе всей теории излучения (и поглощения) света атомами лежит простая формула, введенная в 1913 году Н. Бором:

$$E_* - E_{**} = h \nu \quad (21.5)$$

где  $E_*$  и  $E_{**}$  - два каких-то дискретных значения энергии атома,  $\nu$  - частота света, соответствующая данному переходу атома.

Согласно закону Кирхгофа все абсолютно черные тела излучают совершенно одинаково: их спектральная лучеиспускательная способность представляет собой универсальную (т.е. не зависящую от рода излучаемого тела) функцию частоты и температуры.

Итак, искомая функция  $r^*(\nu, T)$ , т.е. спектральная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела, приобретает вид

$$r^*(\nu, T) = \frac{2 \pi \cdot h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h \nu}{kT}\right) - 1} \quad (21.6)$$

Эта формула носит название формулы Планка.

Обозначим  $h \nu/kT$  через  $x$  и представим формулу Планка в виде

$$r^*(x, T) = \frac{2 \pi \cdot h^{-2}}{c^2} (kT)^3 \frac{x^3}{e^x - 1} \quad (21.7)$$

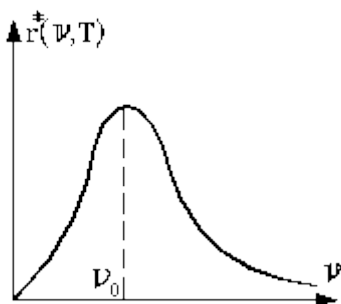


Рис. 21.3

В таком виде формула показывает, что при некотором значении безразмерного числа  $x = x_0$  функция справа должна иметь максимум. Построим график для  $r^*(\nu, T)$ ,

(рис. 21.3). С ростом температуры максимум функции  $r^*(\nu, T)$  перемещается вправо пропорционально температуре. Это обстоятельство отражает важный закон, хорошо подтверждаемый на опыте, закон Вина - Голицына: частота, соответствующая максимуму излучения абсолютно черного тела, с ростом температуры растет пропорционально абсолютной температуре. При температуре в десятки тысяч градусов черное тело светится фиолетовым светом. Температура поверхности Солнца порядка 6000 С. Солнце светится почти белым светом. Раскаленное до тысячи градусов железо светится красным светом.

Наконец, нетрудно найти интегральную лучеиспускательную способность абсолютно черного тела, обусловленную всеми частотами:

$$R^*(T) = \delta T^4, \text{ где } \delta = \text{Const} \quad (21.8)$$

Формула (21.8) представляет собой **закон Стефана-Больцмана**: интегральная лучеиспускательная способность абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры.

Множитель можно подсчитать, и он равен  $= 5.7110^{-8} \text{ Вт/м}^2 \text{ К}^4$ .

Закон Стефана-Больцмана показывает, что излучение тел сильно зависит от температуры. Увеличение абсолютной температуры в три раза увеличивает излучение черного тела почти в сто раз!

Для нечерных тел наблюдается отклонение от закона Стефана-Больцмана. Однако для многих тел (например, металлов) поправки к закону Стефана-Больцмана сравнительно невелики, и при качественном рассмотрении вопросов можно считать, что излучение многих тел растет пропорционально четвертой степени абсолютной температуры.

Окончательная формула для  $r^*$  имеет вид

$$r^* = \frac{2 \pi^5 \nu^3}{15 c^2} kT \quad (21.9)$$

Эта формула была найдена в конце прошлого века и носит название формулы **Рэля-Джинса**.

Закон Рэля-Джинса хорошо согласуется с экспериментом в области малых частот. Однако в области больших частот эта формула заведомо неверна. Таким образом, мы приходим к очень серьезному затруднению. Как же можно выйти из положения? Выход может быть один: свет характеризуется не единственной размерной универсальной постоянной  $c$ . Должна существовать еще какая-то универсальная постоянная, которую классическая теория никак не учитывает, да и учесть не может, так как в этой теории ей нет места! Присутствие другой, неучтенной, универсальной постоянной означает в известном смысле крах теории: построенная теория электромагнитного поля в своей сущности чего-то не учитывает и, значит, строго говоря, неверна! Создавшуюся ситуацию физики назвали "ультрафиолетовой катастрофой". Разрешение загадки, связанной с законом Рэля-Джинса, должно быть увязано с введением в физику каких-то постулатов, которые не содержатся в электродинамике Максвелла.

Решающий шаг в этом направлении был предпринят немецким физиком Максом Планком в 1900 году. Размышляя над создавшейся проблемой, Планк ввел новую постоянную в теорию электромагнитных волн (она получила его имя - постоянная Планка) и дал ей соответствующее толкование. Чтобы найти верную формулу для функции  $r^*(\nu, T)$ , Планк был вынужден ввести чуждую классической электродинамике гипотезу.

Он сделал допущение, что свет излучается атомами не непрерывно (как это вытекает из теории электромагнитных волн), а строгими порциями (квантами), и что эти порции пропорциональны частоте света.

Согласно допущению Планка коэффициент пропорциональности между величиной порции (по значению ее энергии) и частотой есть универсальная постоянная, ранее не известная физикам. То есть свою гипотезу Планк оформил в виде следующей формулы:

$$E = h \nu \quad (21.10)$$

где  $E$  - энергия излучаемой порции,  $h$  - новая универсальная постоянная (постоянная Планка, равна, как потом выяснилось,  $6,624 \cdot 10^{-34}$  Дж с).

С введением гипотезы Планка в физике началась новая эра - эра квантовой физики. Гипотеза Планка, конечно же, противоречит классической электродинамике, поскольку, согласно последней, электромагнитные волны излучаются зарядом, движущимся ускоренно. Ускорение же частиц никаких скачков не предполагает. Это говорит о том, что гипотеза Планка подрывает не только основы электродинамики, но и механики! Следовательно, гипотеза Планка обещала переворот во всей физике атомов.

Суть фотоэффекта состоит в способности атомов к ионизации под действием света. Практически удобнее фотоэффект наблюдать не в газах (хотя здесь мы имеем дело с "чистым" явлением, с непосредственным отрывом электронов от атомов), а в металлах. В металле валентные электроны коллективизированы и образуют, как мы знаем, своеобразный "электронный газ", заполняющий кристаллическую решетку, составленную из ионов. Но "электронный газ" в металле "заперт": вблизи поверхности металла на электроны воздействуют силы, не позволяющие им выходить наружу. Для вырывания электрона "газа" из металла ему (электрону) необходимо сообщить дополнительную, достаточно большую энергию, необходимую для преодоления потенциального барьера. Фотоны, падая на поверхность металла, проникают на очень короткое расстояние в металл и поглощаются нацело отдельными его электронами проводимости. Они сразу же увеличивают свою энергию до значения, достаточного, чтобы преодолеть потенциальный барьер вблизи поверхности металла, и вылетают наружу. Энергия фотона после поглощения его, с одной стороны, расходуется на преодоление потенциального барьера (эта часть энергии называется работой выхода электрона из металла), а с другой стороны, частично сохраняется у электрона вне металла в виде кинетической энергии. Таким образом, соотношение для энергии таково:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2} \quad (21.11)$$

где  $A$  - работа выхода электрона.

Это соотношение подтверждает тот факт, что энергия фотоэлектронов, действительно, никак не зависит от интенсивности света, а линейно зависит от частоты света.

Построим вольт-амперную характеристику фотоэлемента. Допустим, что фотоэлемент включен в цепь, изображенную на рис. 21.4. Передвигая движок потенциометра и снимая показания приборов, можно найти вольт-амперную зависимость фотоэлемента. При  $U = 0$  через элемент проходит небольшой ток ( $J_0$ ).

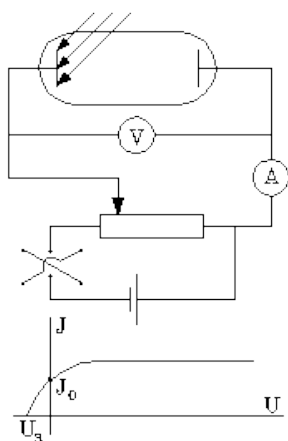


Рис. 21.4

Под действием света вырываются электроны, катод заряжается положительно. Вырванные электроны вблизи катода создают отрицательно заряженное облако, из которого большая часть электронов попадает обратно на катод (катод при  $U = 0$  притягивает электроны), а часть электронов из облака попадает

на анод. Они и создают небольшой ток  $J_0$ . Если увеличивать напряжение (увеличивать внешнее поле в баллоне элемента), то по мере его роста все большее число электронов за секунду попадает на анод. Облако из электронов вблизи катода редет, а ток через фотоэлемент растет. При достаточно сильном поле облако из электронов вблизи катода полностью исчезнет. Все электроны, вырываемые из металла катода, будут попадать на анод - наступит насыщение: дальнейшее усиление поля в баллоне фотоэлемента не приведет к увеличению тока. Очевидно, зависимость  $J^{(n)}$  должна быть прямо пропорциональная. Опыт подтверждает такую зависимость. Соотношение Эйнштейна (21.11).

При достаточно низкой частоте света фотоэффект не наблюдается: энергии фотона не хватает на преодоление потенциального барьера. Та критическая частота, при которой

прекращается фотоэффект, называется **красной границей фотоэффекта**. Красная граница фотоэффекта определяется работой выхода:

$$h\nu_{кр} = A$$

У различных металлов красная граница фотоэффекта различна.

Если фотоны действительно можно уподобить частицам, то они, кроме энергии, должны иметь и импульс. Более того, импульс фотонов, если он у них существует, должен быть связан с энергией той же формулой, которая имеет место в механике. Формула, связывающая энергию и импульс фотона, должна иметь вид:

$$p = \frac{E}{c} \quad (21.12)$$

Известно, что энергия фотона равна  $h\nu$ . Стало быть, импульс фотона должен выражаться следующей формулой:

$$p = \frac{h\nu}{c} \quad (\nu \uparrow \uparrow c) \quad (21.13)$$

Возникает вопрос: так ли это? И вообще, можно ли фотону приписать импульс? Очевидно, этот вопрос нельзя решить теоретически. Он был разрешен экспериментально в 1924 году английским физиком Комптоном.

Комптон поставил опыт по рассеянию рентгеновских лучей на графите. Известно, что видимый свет рассеивается на очень мелких, но все же макроскопических предметах (на пыли, на мелких каплях жидкости).

Следовательно,

$$\lambda - \lambda' = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) \quad (21.14)$$

Опыт блестяще подтверждает полученную формулу (21.14). На фотопленке рентгеновского спектрометра наблюдаются две полосы: одна соответствует рассеянию на сильно связанных атомами электронах без изменения длины волны  $\lambda'$ , другая - комптоновскому рассеянию с соответствующей длиной волны  $\lambda$ . Расстояние между полосами подчиняется закону (21.14).

Таким образом, опыты Комптона блестяще подтверждают фотонную теорию света: свет можно рассматривать как поток корпускул - фотонов, энергия и импульс которых определяются частотой света. Однако необходимо помнить и об ограниченности фотонной точки зрения на свет. Такие явления, как интерференция, дифракция, поляризация, фотонная теория в сущности не в состоянии объяснить. Наоборот, волновая теория света прекрасно справляется с объяснением этих явлений.

## **ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ АТОМОВ, МОЛЕКУЛ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ**

### **Тема 22. ТЕОРИЯ ТОМА ВОДОРОДА ПО БОРУ. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ.**

#### План:

1. Модель атома Резерфорда. Постулаты Бора.
2. Корпускулярно-волновой дуализм.
3. Соотношение неопределенностей. Волновая функция и ее физический и статистический смысл.
4. Общее уравнение Шредингера. Уравнение Шредингера для стационарных состояний.
5. Частица в одномерной прямоугольной «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками».

Рассеяние  $\alpha$ -частиц при прохождении через фольгу вызывается кулоновскими силами, т.е. электрическим взаимодействием частицы и заряда атома. Гравитационное взаимодействие во много раз меньше, поэтому фактически роли не играет. Какие же заряды в атоме вызывают рассеяние  $\alpha$ -частиц? Электроны не могут этого сделать, так как их масса много меньше массы частицы:  $m_\alpha = 7350m_e$ . При взаимодействии с электронами быстро движущаяся частица не изменяет направление своего движения. Причиной рассеяния  $\alpha$ -частицы является их взаимодействие с положительно заряженными частицами атома, занимающими очень малую область атома. Резерфорд назвал эту область **ядром**. В ядре сосредоточена почти вся масса атома и весь положительный заряд. Обобщив результаты опытов, Резерфорд предложил следующую модель строения атома:

**1. в центре атома - положительно заряженное ядро:** заряд ядра  $q = Z \cdot e$ , где  $Z$  - порядковый номер элемента в таблице Менделеева,  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Кл - элементарный заряд; размер ядра  $10^{-13}$  см; масса ядра фактически равна массе атома.

**2. электроны движутся вокруг ядра по круговым и эллиптическим орбитам, как планеты вокруг Солнца:** электроны удерживаются на орбите кулоновской силой притяжения к ядру, создающей центростремительное ускорение. число электронов в атоме равно  $Z$  (порядковый номер элемента) электроны движутся с большой скоростью, образуя **электронную оболочку атома**. Модель атома, предложенная Резерфордом, называется **планетарной**.

Планетарная модель атома является внутренне противоречивой. Движущийся с ускорением заряд излучает электромагнитную волну. При этом энергия атома уменьшается: электрон должен упасть на ядро, а атом прекратить свое существование. На самом деле атомы химических элементов представляют собой устойчивые структуры, существующие десятки тысяч лет без изменения. Поэтому модель атома Резерфорда была дополнена рядом положений, автором которых является датский физик Бор. В 1913 году Бор показал, что несоответствие с экспериментом выводов, основанных на модели Резерфорда, возникла потому, что поведение микрочастиц нельзя описывать теми же законами, что и макроскопических тел.

Бор предположил, что величины характеризующие микромир, должны **квантоваться**, т.е. они могут принимать только определенные дискретные значения. **Законы микромира - квантовые законы!** Эти законы в начале 20 столетия еще не были установлены наукой. Бор сформулировал их в виде трех постулатов, дополняющих (и "спасающих") атом Резерфорда.

**Первый постулат:**

Атомы имеют ряд стационарных состояний соответствующих определенным значениям энергий:  $E_1, E_2, \dots, E_n$ . Находясь в стационарном состоянии, атом энергии не излучает, несмотря на движение электронов.

**Второй постулат:**

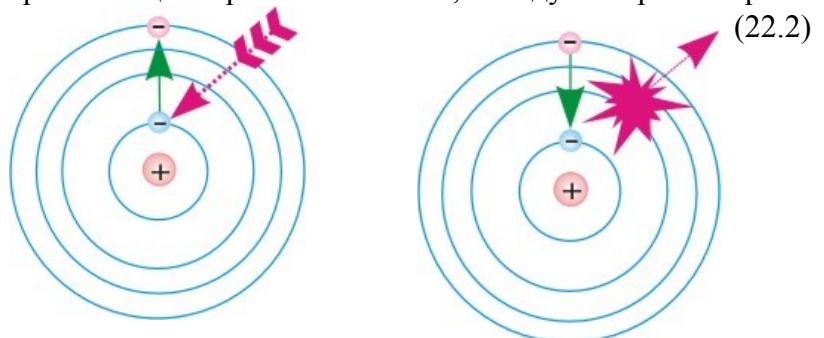
В стационарном состоянии атома электроны движутся по стационарным орбитам, для которых выполняется квантовое соотношение:

$$m \cdot v \cdot r = n \cdot h / 2 \cdot \pi \quad (22.1)$$

где  $m \cdot v \cdot r = L$  - момент импульса,  $n=1,2,3, \dots$ ,  $h$ -постоянная Планка.

**Третий постулат:**

Излучение или поглощение энергии атомом происходит при переходе его из одного стационарного состояния в другое. При этом излучается или поглощается порция энергии (**квант**), равная разности энергий стационарных состояний, между которыми происходит переход:

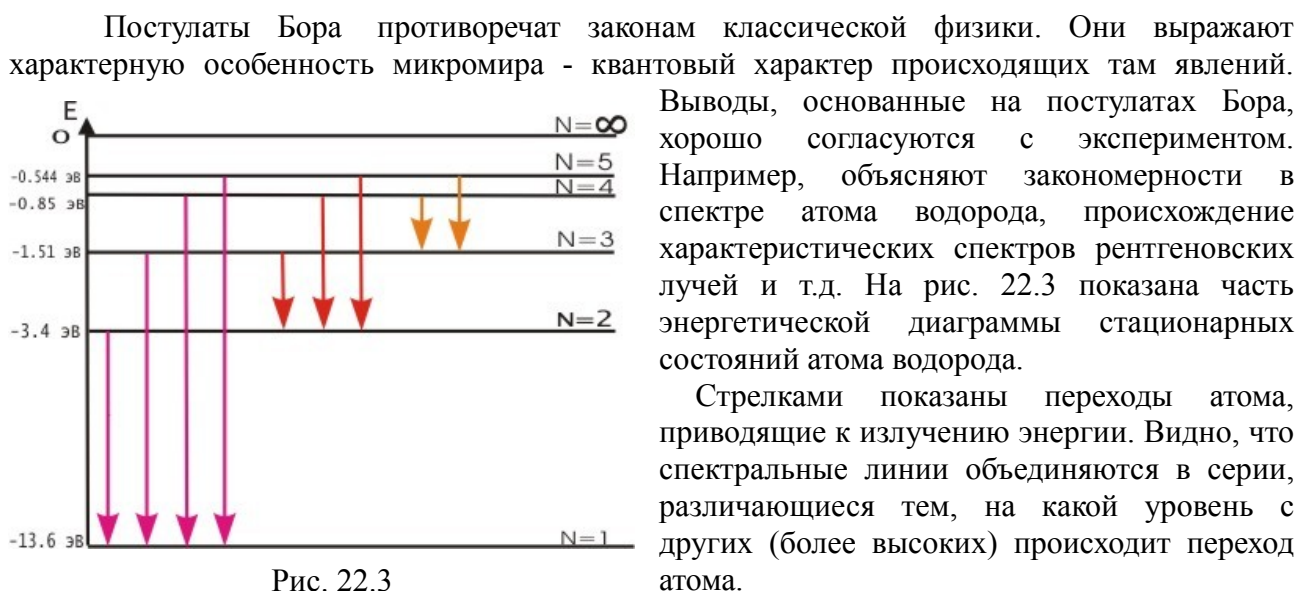


**Схемы перехода атома:**

Рис.22.1

Рис. 22.2

Рис 22.1. - Переход из основного стационарного состояния в возбужденное,  
 Рис 22.2 – Переход из возбужденного стационарного состояния в основное.



Квантовая механика, подобно теории относительности, произвела буквально переворот в самых фундаментальных понятиях, в связи с чем она существенно отличается от классической физики, включающей в себя механику Ньютона и электродинамику Максвелла. Как в теории относительности, так и в квантовой механике основное понятие, с которого нужно начинать, простое, но вместе с тем оно является одним из наиболее фундаментальных.

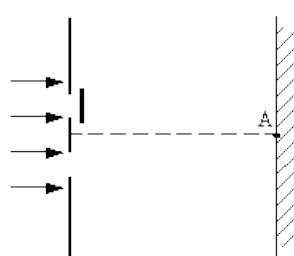


Рис. 22.4

Рассмотрим так называемую дифракцию электронов. Это опыт с дифракцией электронов на двух щелях. Дело в том, что электроны, как и электромагнитные волны, способны обнаруживать дифракцию - явление, можно сказать, чисто волновое. Допустим, что поток электронов, предварительно разогнанный в электрическом поле до определенной скорости, проходит через две щели, проделанные в экране (рис. 22.4).

За экраном помещается фотопленка, позволяющая судить о распределении электронов в пространстве после прохождения ими щелей. Рассмотрим два опыта. Пусть электроны попеременно проходят через ту или другую щель, когда соседняя перекрыта затвором. Получим две фотопленки с соответствующим распределением электронов (отдельный электрон на фотопленке создает маленькое пятно): одна будет соответствовать случаю перекрытия одной щели, другая - перекрытию другой. Если совместить эти пленки, то получится сложная картина попадания электронов от попеременно открываемых щелей. На ней в точке А, например, не будет наблюдаться максимума. Второй опыт проведем так, что одновременно обе щели открыты, и также найдем распределение пятен от электронов на фотопленке. Если исходить из того, что электрон - небольшая частица, как это мы допускали, то надо допустить, что каждый электрон проходит только через одну щель. Для него несущественно открыта или закрыта другая щель. Если так, то во втором опыте

распределение пятен на пленке должно быть точно таким же, как и при совмещении пленок в первом опыте. Ведь электрон "не чувствует", открыта или закрыта другая щель, через которую он не проходит. Его поведение за экраном в том и другом случае, кажется, не должно зависеть от соседней щели. Опыт же показывает совершенно иное. Картина второго опыта вовсе не совпадает с картиной наложения двух первоначальных пленок. Здесь наблюдается типичная картина интерференции от двух щелей с максимумом в точке А. Электроны ведут себя как волны. Причем так, как если бы каждый электрон (а не пучок!) представлял собой волну и интерферировал сам с собой!

При таком допущении это означало бы, что во втором опыте каждый электрон проходит через обе щели сразу! Такое допущение переворачивает все наши установившиеся представления об электронах. Ведь если электрон проходит через обе щели сразу, то, кажется, его можно уловить одновременно за той и другой щелью. Электрон как бы разделится на половинки, и мы в состоянии эти половинки обнаружить за щелями. Опыт ничего подобного нигде и никогда не показывает. Электрон неделим! Никто и никогда не наблюдал части электрона, он всегда выступает как целое. Если вообразить, что за щелями стоят миниатюрные счетчики, улавливающие электроны, то счетчики никогда не станут работать одновременно. Они будут работать поочередно, улавливать по закону случая лишь целые электроны, а это свидетельствует о том, что электроны вовсе не проходят обе щели сразу, а всегда проходят лишь какую-то одну щель. Таким образом, мы запутываемся в противоречиях, и становится совершенно неясным, как же понимать электроны, а кстати, и другие элементарные частицы, т.к. их поведение в данном отношении аналогично электронам?

Разобранный пример, обнаруживающий парадоксальность ситуации, отнюдь не единственный. Вся квантовая механика пронизана подобными парадоксами, что свидетельствует о существовании некоего единого корня, который нужно в общем виде разгадать с тем, чтобы избежать противоречий в атомной физике.

В основании квантовой механики лежит так называемый **принцип неопределенности**, который обычно формулируется следующим образом: электроны (как и другие квантовые частицы) - точечные частицы, но такие, что им одновременно нельзя приписать определенную координату и определенную составляющую импульса (соответствующую данной координате).

Этот принцип в конце двадцатых годов был установлен В.Гейзенбергом и Н.Бором. Координаты и соответствующие им импульсы квантовой частицы неопределенны, и их неопределенности ( $\Delta x$  и  $\Delta p$ ) связаны между собой следующими соотношениями:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \sim \hbar \tag{22.3}$$

(То же можно записать и для других пар:  $\Delta y$  и  $\Delta p_y$ ,  $\Delta z$  и  $\Delta p_z$ .)

Эти соотношения, как видим, очень просты (их **называют соотношениями Гейзенберга**), но скрытый в них смысл далеко не прост.

Соотношение неопределенностей и принцип Гейзенберга-Бора побуждает произвести специальный анализ понятия существования. В самом понятии существования нужного ответа не найдем, как не могли найти ответа на вопрос об одновременных событиях в понятии одновременности. Надо прибегнуть к какому-то критерию, который бы выводил нас за пределы самого понятия существования. В случае с одновременностью таким критерием выступал **принцип причинности** ("события одновременны, если они принципиально не в состоянии повлиять друг на друга"). Таким же критерием в понятии существования может служить понятие знания или информации. Электроны и атомы принадлежат к миру весьма малых масштабов в сравнении с масштабами мира, в котором мы живем, и вполне правомерно считать "нечто" существующим в микромире лишь при условии, что о существовании этого "нечто" мы что-либо знаем. Теперь вопрос сформулируем так: существует или нет в микромире предмет, если никаким наблюдением, косвенным

свидетельством или доказательством, основанным на опыте, мы не в состоянии подтвердить ни его существование, ни его несуществование? На такой вопрос ответить определенно невозможно. Про такой предмет ничего невозможно сказать: существует он или не существует. Существование такого предмета, если и есть основание его допустить, неопределенно. Классическая физика не сталкивалась с подобной ситуацией. В ней рассматривались лишь предметы, существование или несуществование которых было вполне и заведомо определено. Совсем иная ситуация складывается в квантовой механике, где во главу угла поставлен принцип неопределенности. Существует ли численное значение координаты у электрона, когда значение его импульса известно, т.е. определено? Принцип неопределенности на этот вопрос отвечает так: в данной физической ситуации принципиально узнать (т.е. измерить нельзя), какова координата электрона. Существует ли тогда в действительности ее значение у электрона? Ввиду вышесказанного нужно ответить так: существование координаты электрона в данных условиях неопределенно. Координата у электрона существует лишь потенциально. Это означает, что ее измерение не может дать определенного результата. Конечно, она может быть сделана определенной (при измерении), но тогда мы потеряем определенное значение импульса, т.к. измерение координаты исказит первоначальную ситуацию. Координата электрона все же может быть сделана определенной (пусть с потерей определенности импульса), и мы вправе смотреть на электрон как на частицу.

Таким образом, в квантовой механике, в отличие от классической, понятие существования раздваивается: можно говорить о действительном существовании, которое в классической физике только и фигурирует, и о потенциальном, которое при известном вмешательстве в систему может перейти в действительное. Двойственное понятие существования - новый для физики элемент, "следов" которого не было в классической физике. Поэтому квантовую механику на базе чисто классической физики понять невозможно.

Таким образом, вырисовываются общие принципы квантовой механики.

1. Теория вводит понятие неопределенной величины, существование численных значений которой потенциально;
2. Теория недетерминированная. Исследуемые в ней процессы случайны, а величины (с потенциальными значениями) можно описать лишь с помощью вероятностей тех или иных исходов измерения.

Итак, понятие физической величины в квантовой механике существенно изменяется в сравнении с обычным нашим понятием. В квантовой механике подавляющее число физических величин могут иметь неопределенное численное значение. Как можно задать неопределенную величину? Она задается не каким-то одним числом, а целым распределением чисел. Каждому значению спектра неопределенной величины ставится в соответствие некоторое число, лежащее в пределах от 0 до 1. Это число называется **вероятностью** данного значения величины при ее измерении. Допустим, что спектр величины дискретный и его возможные значения составляют ряд чисел:  $w_1, w_2, w_3, \dots$ . Тогда задание такой величины определяется рядом соответствующих чисел:  $w_1, w_2, w_3, \dots$ , которые истолковываются как вероятности обнаружения того или иного значения при измерении.

Термин "измерение" в квантовой механике имеет двусмысленное значение. Иногда измерением называют случайный исход (случайное численное значение) в единичной процедуре измерения. Как и классическая механика Ньютона, квантовая механика начинается с механики одной частицы (например, одного электрона). Любопытно, что самое главное понятие обычной механики - понятие скорости частицы - в квантовой механике, строго говоря, определить нельзя. Координаты частицы не определены, тогда как скорость определяется как производная от координаты. Кроме координат, состояние электрона характеризуется импульсом (не скоростью!) Импульс частицы и в квантовой механике может быть определен. Его определение дается через закон сохранения, а законы сохранения (в видоизмененной формулировке) имеют место и в квантовой механике. Кстати, из-за



неопределенности координат нельзя говорить и о траектории электрона, в частности об орбитах электронов в атомах.

Итак, состояние квантовой частицы задается двумя величинами: координатами (радиусом-вектором) и импульсом. Обе величины могут быть неопределенными. Как же записать основное уравнение механики частицы, которое бы заменило уравнение второго закона Ньютона? Ясно, что здесь должна быть использована другая математика.

Заметим, что спектры у координат  $(x, y, z)$  и у составляющих импульса  $(p_x, p_y, p_z)$  свободного электрона непрерывны. Это означает, что вместо дискретных рядов вероятностей  $(w_1, w_2, \dots)$  будут выступать непрерывные функции. В результате состояние электрона задается двумя **вероятностными функциями**:

$$W(x, y, z) \text{ и } V(p_x, p_y, p_z) \quad (22.4)$$

Первая характеризует неопределенные координаты электрона, вторая - неопределенные импульсы. Эти две функции должны быть связаны каким-то уравнением - аналогом уравнения второго закона Ньютона. Однако квантовая механика поступает неожиданным образом. Она прибегает к абстрактному, но весьма изящному приему. Вместо двух указанных функций  $W$  и  $V$  вводится одна, комплексная, называемая волновой функцией. (Комплексная функция равносильна двум функциям, т.к. состоит из двух частей: действительной и мнимой.) Достоинством такого метода является в первую очередь то, что действительная и мнимая части волновой функции являются функциями не различных переменных  $(x \text{ и } p_x)$ , а переменных одного рода: либо только координат, либо только импульсов. Итак, состояние электрона можно характеризовать волновой функцией (комплексной), в двух представлениях - либо в координатном:  $\Psi(x, y, z)$ , либо в импульсном:  $\Upsilon(p_x, p_y, p_z)$ .

Уравнение движения свободного электрона особенно просто выглядит в импульсном представлении, т.к. импульс свободного электрона сохраняется. Это означает на квантовом языке, что функция  $\Upsilon(p_x, p_y, p_z)$  не зависит от времени. Уравнение же связанного электрона, на который действуют силы, удобнее получить в координатном представлении. К установлению этого уравнения мы далее и приступим.

Предварительно установим, как комплексные волновые функции  $\Psi$  и  $\Upsilon$  связаны с вероятностными функциями  $W$  и  $V$ , определяющими значения неопределенных координат и импульсов.

Рассмотрим элементарный объем пространства  $dv$  около некоторой точки. Квадрат модуля комплексного числа  $|\Psi(x, y, z)|^2$ , умноженный на этот объем, дает вероятность того, что при измерении координат электрон будет обнаружен в объеме  $dv$ . В связи с этим квадрат модуля функции  $W = |\Psi|^2$  называется **плотностью вероятности** обнаружения электрона в данной точке пространства (постулат М.Борна). Точно так же определяется вероятность нахождения импульса (в пространстве импульсов) по комплексной функции  $\Upsilon(p_x, p_y, p_z)$ . Если величина имеет дискретный спектр и волновая функция задана как функция такой величины, то вероятности определяются проще: квадраты модулей комплексной волновой функции дают непосредственно вероятности обнаружения того или иного значения дискретной величины.

Теперь установим уравнение движения квантовой частицы - аналог первого и второго законов Ньютона.

**Волновая функция свободного электрона** может быть представлена следующим образом:

$$\Psi(x, y, z, t) = A \exp(i \cdot (kx - \omega t)) = A[\cos(kx - \omega t) + i \sin(kx - \omega t)] \quad (22.5)$$

Это - комплексная синусоида.

Обратим внимание на волновое число  $k$ . Оно по определению связано с длиной волны формулой:

$$k = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad (22.6)$$

С другой стороны, вспомним фотоны. Фотону приписывается импульс, равный  $\frac{h \cdot \nu}{c}$ , и

энергия  $E = h \cdot \nu$ , где  $\frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda}$ . Отсюда, связь импульса фотона с длиной волны и энергии с частотой волны света может быть представлена формулами:

$$p = \frac{h}{\lambda}; \quad E = h \cdot \nu \quad (22.7)$$

Используя формулы (22.7), волновую функцию свободного электрона с определенным импульсом можно представить следующим образом:

$$\Psi(x,t) = A \cdot \exp\left(\frac{2 \pi i \cdot (px - Et)}{h}\right) \quad (22.8)$$

Эта формула изображает комплексную волну. В физике она **называется волной де-Бройля**. Свободные электроны с определенным импульсом описываются волнами де-Бройля. Импульс волны де-Бройля определяется длиной волны, энергия - частотой (формулы (22.7)). Дифференциальное уравнение, которое и является искомым уравнением движения свободного электрона (на него можно смотреть, как на аналог первого закона Ньютона):

$$-\frac{\hbar}{i} \cdot \frac{1}{\Psi} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{1}{\Psi} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} \quad (22.9)$$

Обратимся теперь к электрону, на который действует сила, то есть найдем аналог второго закона Ньютона. Взаимодействие частиц в квантовой механике характеризуют не силой, а потенциальной энергией, формула которой заимствуется из классической механики.

$$U = q_1 \cdot \mu_2 = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \pi \epsilon_0 r} \quad (22.10)$$

Эту формулу и переносят в квантовую механику как формулу, характеризующую электрическое взаимодействие двух заряженных частиц. Если квантовая частица находится в поле другой частицы и потенциальная энергия взаимодействия частиц задается функцией  $U(x, y, z)$ , то связь энергии с импульсом усложняется:

$$E = \frac{p^2}{2m} + U(x, y, z) \quad (22.11)$$

Тогда движение связанной частицы будет задаваться уравнением следующего вида:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + U\Psi \quad (22.12)$$

Это уравнение является основным уравнением движения частицы в квантовой механике и называется **уравнением Шредингера**.

Это дифференциальное уравнение в частных производных. Его решением является не число, а функция  $\Psi(t, x)$ . Уравнение в частных производных (22.12) имеет множество решений. В каждой конкретной задаче из этого множества следует выбрать одно решение, отвечающее условиям задачи. То есть при решении конкретных задач уравнение Шредингера должно быть дополнено заданием специальных условий, которые называются начальными условиями: для момента времени  $t = 0$  (для начального момента времени) нужно задать функцию  $\Psi = \Psi_0(x, y, z, 0)$ . Начальные условия делают решение задачи вполне однозначным. Из множества решений они позволяют выбрать единственное, соответствующее поставленной задаче о движении частицы.

С физической точки зрения нужно отметить, что согласно уравнению Шредингера волновая функция изменяется детерминированно, то есть совершенно однозначно. В этом смысле квантовая механика напоминает классическую, в которой движение системы тоже детерминированно, т.е. заранее предопределено начальными условиями. Однако сама волновая функция имеет вероятностный смысл.

Наконец, необходимо отметить еще одну очень важную особенность уравнения Шредингера: оно линейно. Волновая функция и ее производные входят в него в первой степени. В теории таких уравнений доказывается очень важная теорема, физически выражающая принцип суперпозиции в квантовой механике: если функции  $\Psi_1(x, t)$  и  $\Psi_2(x, t)$  являются решением уравнения Шредингера, то и их линейная комбинация  $\Psi(x, t) = c_1\Psi_1(x, t) + c_2\Psi_2(x, t)$  является решением того же уравнения.

Принцип суперпозиции в квантовой механике играет очень важную роль: он позволяет сложные движения раскладывать на более простые движения. Например, движение свободной частицы выражается отнюдь не только волнами де-Бройля. Возможны более сложные выражения для результирующих волновых функций той же свободной частицы. Вместе с тем согласно принципу суперпозиции любое сложное движение свободной частицы можно представить как сумму волн де-Бройля.

У квантовой системы существуют особые состояния, в которых определяемые им вероятности не зависят от времени. Такие состояния называются **стационарными**. Атомы вещества обычно находятся в стационарных состояниях. Существует общий прием, определяющий стационарные состояния. Чтобы его установить, вернемся к волнам де-Бройля. Нетрудно видеть, что волны де-Бройля являются для свободных частиц волновыми функциями, выражающими именно стационарные состояния. В самом деле, плотность вероятности обнаружения электрона, описанного волной де-Бройля, есть величина постоянная:

$$|\Psi|^2 = \Psi\Psi^* = A\exp(i\varphi)A\exp(-i\varphi) = A^2 = Const$$

Это есть необходимое и достаточное условие для того, чтобы волновая функция изображала стационарное состояние.

Запишем волну де-Бройля в виде

$$\Psi = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}Et\right) \cdot A\exp\left(\frac{i}{\hbar}px\right) \quad (22.13)$$

то есть волна де-Бройля может быть представлена двумя множителями, один из которых зависит только от времени, другой - от координат. Естественно высказать допущение, что это общее свойство соблюдается для любых стационарных состояний. Проверим сделанное допущение, то есть и для общего уравнения Шредингера будем искать стационарные состояния в виде

$$\Psi = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}Et\right) \cdot \varphi(x) \quad (22.14)$$

где E - энергия системы.

Подставим решение (22.14) в уравнение Шредингера. Получим:

$$E \cdot \exp\left(-\frac{i}{\hbar}Et\right) \cdot \varphi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \exp\left(-\frac{i}{\hbar}Et\right) \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + U \cdot \exp\left(-\frac{i}{\hbar}Et\right) \cdot \varphi(x) \quad (22.15)$$

Видим, что время t выпадает из уравнения (22.15) и его можно записать в виде:

$$E\varphi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + U\varphi(x) \quad (22.16)$$

Это и свидетельствует о том, что наше допущение верно.

Итак, стационарное состояние электрона в поле сил перепишем в следующем виде:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi^0}{dx^2} + (E - U(x)) \psi^0 = 0 \quad (22.17)$$

Уравнение (22.17) тоже называется уравнением Шредингера (для стационарных состояний).

Оно позволяет находить стационарные состояния электрона, находящегося в поле сил, которое задано потенциальной энергией  $U(x)$ . Функция  $\psi^0(x)$  также называется волновой функцией (для стационарных состояний).

Решение дифференциальных уравнений включает в себе множество функций, из которых в каждой конкретной задаче нужно выбрать одну. Такая функция выбирается из множества решений при помощи специально задаваемых граничных условий (условий на границах задачи), если таковые имеются. Если же границ нет, то специальные условия задаются на бесконечности.

Рассмотрим конкретный пример квантовомеханической задачи - атом с одним электроном, атом водорода. Однако, даже для атома водорода задача разрешается (в математическом смысле) непросто. Поэтому мы вначале рассмотрим несколько искусственный объект, который не приводит бы к математическим затруднениям, но сохранил бы основные черты характерные для атома.

Рассмотрим движение электрона в одном измерении (по оси  $x$ ) между двумя стенками (на стенках как бы существуют потенциальные барьеры, не позволяющие электрону выскочить из потенциальной ямы наружу. Допустим, что высота барьеров на концах ямы бесконечна). На рис. 22.5 отражена рассматриваемая ситуация. Электрон, как и в атоме, совершает финитное движение. В нашей задаче функция  $U(x)$  имеет особый, разрывный вид: она равна нулю между стенками, а на краях ямы (на стенках) обращается в бесконечность: При  $x = 0$  и  $x = 1$   $U = \infty$ , а при  $0 < x < 1$   $U = 0$ .

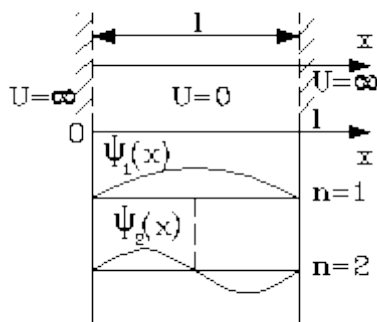


Рис. 22.5

Будем считать импульс электрона по модулю определенным, и постоянным, но каждый раз изменяющим знак при отражении от стенки.

Уравнение Шредингера для стационарных состояний частиц в точках расположенных между стенками можно записать следующим образом:

$$\psi^{0\prime\prime} + \frac{p^2}{\hbar^2} \psi^0 = 0 \quad (22.18)$$

К уравнению (22.18) необходимо добавить граничные условия на стенках ямы. Примем во внимание, что волновая функция связана с вероятностью нахождения

частиц. Кроме того, по условиям задачи за пределами стенок частица не может быть обнаружена. Тогда волновая функция на стенках и за их пределами должна обращаться в нуль, и граничные условия задачи принимают простой вид:

$$1) x \leq 0, \psi = 0; \quad 2) x \geq 1, \psi = 0 \quad (22.19)$$

В таком случае на основании принципа суперпозиции искомое решение можно попытаться представить в виде двух волн де-Бройля, бегущих друг другу навстречу с импульсами  $p$  и  $-p$ , то есть в виде

$$\psi^0 = c_1 \cdot \exp\left(\frac{i}{\hbar} px\right) + c_2 \cdot \exp\left(-\frac{i}{\hbar} px\right) \quad (22.20)$$

Постоянные  $c_1$  и  $c_2$  можно найти из одного из граничных условий и условия нормировки. Согласно первому граничному условию имеем:

$$c_1 + c_2 = c; \quad c_1 = -c_2 = c$$

Таким образом, получим решение нашей задачи:

$$\psi(x) = c \cdot \left( \exp\left(\frac{i}{\hbar} px\right) - \exp\left(-\frac{i}{\hbar} px\right) \right) \quad (22.21)$$

Как известно,  $\exp\left(\frac{i}{\hbar} px\right) - \exp\left(-\frac{i}{\hbar} px\right) = 2 \sin px / \hbar$ . Поэтому найденное решение можно переписать в виде

$$\psi(x) = A \sin \frac{px}{\hbar}, \quad A = 2ic \quad (22.22)$$

Постоянная А определяется из условия нормировки. Но здесь не она представляет особый интерес. Осталось неиспользованным второе граничное условие. Какой результат оно позволяет получить?

$$\sin \frac{pl}{\hbar} = 0$$

Из него видим, что в нашей задаче импульс р может принимать не любые значения, а только значения

$$p_n = \frac{\hbar}{l} \pi \cdot n, \quad \text{где } n = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (22.23)$$

Кстати, n не может равняться нулю, так как волновая функция тогда бы всюду на промежутке (0...l) равнялась нулю! Это означает, что частица между стенками не может находиться в покое! Она обязательно должна двигаться.

Наименьший возможный импульс движущегося электрона равен

$$\frac{\hbar}{l} \pi = \frac{\hbar \pi}{2 \pi l} = \frac{\hbar \pi}{2l} \quad (22.24)$$

Мы указали, что импульс электрона при отражении от стенок меняет знак. Поэтому на вопрос, каков импульс у электрона, когда он заперт между стенками, определенно ответить нельзя: то ли +р, то ли -р. Импульс неопределенный. Его степень неопределенности, очевидно, определяется так:  $\Delta p_x = p - (-p) = 2p$ . Неопределенность же координаты  $\Delta x$  равна l; если попытаться "поймать" электрон, то он будет обнаружен в пределах между стенками, но где точно - неизвестно. Поскольку наименьшее значение р равно  $\hbar/2l$ , то получаем:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = \hbar$$

Мы непосредственно подтвердили соотношение Гейзенберга в условиях нашей задачи, то есть при условии существования наименьшего значения р. Если же иметь в виду произвольно-возможное значение импульса, то соотношение неопределенности получает следующий вид:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar \quad (22.25)$$

Это означает, что исходный постулат **Гейзенберга-Бора** о неопределенности  $\Delta x$  и  $\Delta p_x$  устанавливает лишь нижнюю границу неопределенностей, возможную при измерениях. Если в начале движения система была наделена минимальными неопределенностями, то, вообще говоря, с течением времени они могут расти.

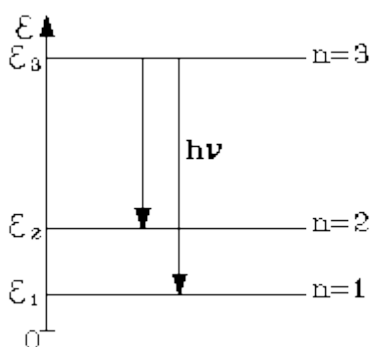


Рис. 22.6

Однако формула (22.25) указывает и на другой чрезвычайно интересный вывод: оказывается, импульс системы в квантовой механике не всегда в состоянии изменяться непрерывно (как это всегда имеет место в классической механике). Спектр импульса частицы в нашем примере дискретный, импульс частицы между стенками может изменяться только скачками (квантами). Величина скачка в рассмотренной задаче постоянна и равна  $\hbar/2l$ .

Обратимся теперь к энергии частицы. Если спектр импульса дискретный, то автоматически получается, что и спектр значений энергии частицы между стенками дискретный.

$$E_N = \frac{p_N^2}{2m_0} = \frac{1}{2m_0} \cdot \left(\frac{\hbar}{2l}\right)^2 n^2 \quad (22.26)$$

где  $n = 1, 2, \dots$ , и называется квантовым числом.

Рис.22.6 изображает расположение энергетических уровней, соответствующее условиям нашей задачи. Ясно, что для другой задачи расположение энергетических уровней будет иным. Спектр энергий квантовой системы у каждой системы свой. Если частица является заряженной (например, это электрон), то, находясь не на низшем энергетическом уровне, она будет в состоянии спонтанно излучать свет (в виде фотона). При этом она перейдет на более низкий энергетический уровень в соответствии с условием:

$$E_N - E_M = \hbar \cdot \nu_{NM} \quad (22.27)$$

Волновые функции для каждого стационарного состояния в нашей задаче представляют собой синусоиды, нулевые значения которых обязательно попадают на стенки.

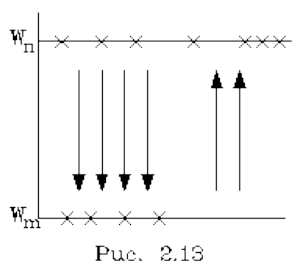
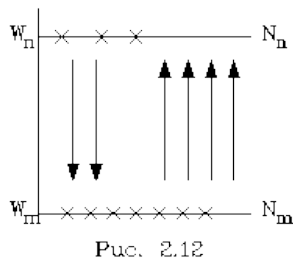
Спектры атомов, молекул, твердых тел - дискретны. Если квантовая частица совершает инфинитное движение (например, так движется свободный электрон), то энергетический спектр ее всегда непрерывный (энергия частицы может принимать любые значения в пределах от какого-то значения до бесконечности). Поэтому энергетический спектр электрона в атоме водорода дискретный, в то же время энергетический спектр ионизированного атома водорода (электрон оторван от атома) непрерывный. Важно подчеркнуть, что эти положения имеют общий характер.

### Тема 23. ЭЛЕМЕНТЫ СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКИ АТОМОВ И МОЛЕКУЛ

План:

1. Атом водорода в квантовой механике.
2. Спин электрона. Принцип неразличимости тождественных частиц. Фермионы и бозоны.
3. Принцип Паули. Распределение электронов в атоме по состояниям.
4. Молекулы: химические связи, понятие об энергетических уровнях. Молекулярные спектры.
5. Поглощение. Спонтанное и вынужденное излучения. Оптические квантовые генераторы.

Существует не один, а два механизма излучения, и это обстоятельство очень важно. Один механизм не связан ни с каким внешним воздействием на атом: возбужденный атом спустя определенное, но случайное время сам по себе переходит на нижний энергетический уровень с излучением фотона соответствующей частоты. Такой механизм излучения называется **спонтанным** (самопроизвольным) излучением. Спонтанное излучение различных атомов, очевидно, не находится ни в какой согласованности: каждый атом излучает сам по себе, независимо от другого. Другой механизм излучения называется **вынужденным или индуцированным**.



Если какую-нибудь среду (прозрачное твердое тело или газ) осветить на короткое время светом, который поглощается этой средой, то атомы среды придут в возбужденное состояние. В последующее (тоже короткое) время среда сама становится излучателем света. Это излучение обычно обусловлено спонтанными переходами атомов, независимыми друг от друга, и потому испущенный такой системой свет может быть и монохроматическим (если первоначально среда освещалась монохроматическим светом), но не когерентным и не однонаправленным. Используя же индуцированное излучение, можно добиться того, что возбужденная

среда будет излучать во всех отношениях правильный свет: и монохроматический, и когерентный, т.е. согласованный по фазе, и одинаково поляризованный, и направленный в одном определенном направлении. Именно такой свет излучается лазерами - **оптическими квантовыми генераторами**.

Для создания лазера необходимо соблюсти несколько условий. Первое и главное условие связано с процессами поглощения. Прозрачная среда всегда частично поглощает свет. Необходимо добиться, чтобы процесс индуцированного излучения преобладал над процессом поглощения. Число актов поглощения пропорционально числу атомов на некотором энергетическом уровне  $W_N - N_M$ , а число актов индуцированного излучения пропорционально числу атомов на более высоком уровне  $W_N - N_N(\epsilon_N - \epsilon_M)$ . Согласно закону Больцмана в обычной ситуации поглощение всегда будет преобладать над индуцированным излучением. Такая обычная ситуация в распределении атомов отражена на рис. 2.12. Нижний уровень более заселен атомами, чем верхний. Следовательно, главным условием создания лазера является так называемая инверсия в заполнении уровней энергии атомов перед моментом

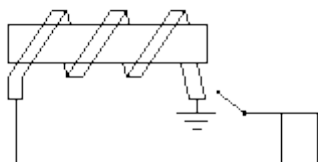


Рис. 2.14

излучения: необходимо создать условия, отраженные на рис. 2.13, условия перенаселенности верхнего уровня в сравнении с нижним. Обычным тепловым способом этого достичь невозможно. Такая перенаселенность соответствовала бы состоянию вещества с отрицательной абсолютной температурой. Чтобы достичь инверсии, прибегают к использованию очень "быстрого" во времени спонтанного излучения так называемой накачки лазера. Поясним этот на конкретном примере (суть механизма создания инверсии у лазеров различной конструкции одна и та же).

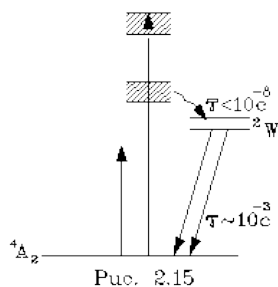


Рис. 2.15

Рассмотрим лазер на рубине (кристалл корунда  $Al_2O_3$  с примесью трехвалентного хрома  $Cr^{3+}$  ( 0,03 - 0,05% ). Рубиновый цилиндр с хорошо отшлифованными торцами, расположенными строго параллельно друг другу, освещается вспышками змеевидной ксеноновой лампы (рис. 2.14). Спектр поглощения рубина изображен на рис. 2.15. Что происходит далее после вспышки лампы накачки? Атомы рубина после предварительного возбуждения очень быстро (  $\tau < 10^{-8}$  с.) спонтанно переходят на двойной уровень  ${}^2W$  (рабочий уровень). На этом уровне их становится больше, чем на нижнем уровне  ${}^4A_2$ . Возникает состояние инверсии. Среднее время "жизни" атомов на рабочем уровне  ${}^2W$  порядка  $10^{-3}$  с. За это время происходит

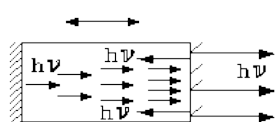


Рис. 2.16

импульсивное индуцированное излучение с переходом атомов рубина на уровень  ${}^4A_2$ . Образуется правильная, когерентная, строго направленная волна или, выражаясь иначе, возникает направленный пучок фотонов. Как он образуется? Случайный фотон, идущий перпендикулярно к основанию цилиндра, индуцированно порождает другой идентичный фотон; число фотонов нарастает лавиной (рис.2.16). Лавина фотонов "подметает" все возбужденные атомы, многократно отражаясь от оснований цилиндра (основания цилиндра покрыты тонким слоем серебра, образуя зеркала). Одно из посеребренных зеркал делается столь тонким, что оно большую часть света пропускает, лавина фотонов вырывается наружу, образуя строго направленный, монохроматический и когерентный пучок света.

Рубиновый лазер работает в импульсном режиме: после каждой вспышки лампы накачки лазер "выстреливает" пучок когерентного света. Пучки следуют друг за другом достаточно быстро, создавая картину почти непрерывного излучения света.

Чрезвычайно разнообразное использование лазеров в технике, науке, медицине обязано строго упорядоченному характеру лазерных пучков света по частоте, фазе, направлению и поляризации.

## Тема 24. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА.

### План:

1. Понятие зонной теории твердых тел.
2. Металлы, полупроводники, диэлектрики.
3. Собственная и примесная проводимость полупроводников.
4. Контакт электронного и дырочного полупроводников

Почему одни вещества, например, плохо проводят электрический ток, а другие (металлы) - наоборот, являются очень хорошими проводниками? Даже на этот фундаментальный вопрос классическая теория электропроводности не в состоянии ответить. Действительно, в любом твердом теле атомы столь сильно взаимодействуют друг с другом, что их валентные электроны коллективизированы, то есть они в состоянии переходить от одного атома к другому и как бы блуждать по твердому телу. Выход из затруднений нужно искать в квантовой природе электронов.

Во-первых, электроны в атомах и в твердом теле в состоянии принимать не любые значения энергии, а лишь некоторый дискретный ряд значений.

Во-вторых, электроны подчиняются некоторому принципу запрета (принципу запрета Паули): в системе электронов в каждом квантовом состоянии может находиться не более одного электрона.

Обычно одному энергетическому уровню соответствуют два квантовых состояния электрона (с противоположно направленными собственными моментами - импульса спинами).

Поэтому **принцип запрета Паули** можно сформулировать еще и так: на каждом энергетическом уровне может находиться не более двух электронов.

Наконец, следует учесть, что система электронов (в атоме или в твердом теле) стремится занять состояние с минимальной в данных условиях энергией. Поэтому нужно иметь в виду, что заполнение начинается снизу: сначала заполняются свободные уровни, соответствующие малым значениям энергии.

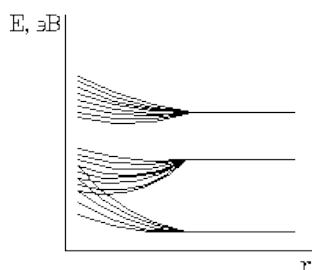
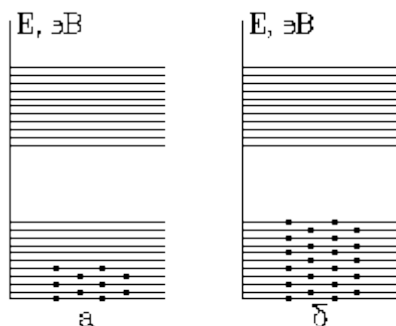


Рис. 24.1

Энергетические уровни атома располагаются группами, как показано на рис.24.1. Каждой группе уровней соответствует свой

слой электронной оболочки атома. Нас будет интересовать самый верхний слой валентных электронов атомов. Допустим, что вначале атомы твердого тела находятся на больших расстояниях друг от друга, а затем сближаются и компонуются, образуя твердое тело. Вследствие взаимодействия электронных оболочек атомов при их сближении отдельные уровни, во - первых, смещаются, во - вторых, расщепляются. Каждый уровень расщепляется на  $N$  ( $N$  - число атомов в твердом теле) очень близких подуровней, так что каждый уровень превращается в полосу (называемую зоной) тесно расположенных подуровней (рис. 24.1).

Теперь можно ответить на вопрос: почему металлы хорошо проводят электрический ток, а другие вещества являются или полупроводниками (плохими проводниками) или диэлектриками?



У **металлов** зона валентных электронов (она называется валентной зоной) не полностью заполнена электронами (рис.24.2, а). Когда металлическое твердое тело попадает в электрическое поле, электроны валентной зоны в состоянии воспринять дополнительную энергию от



поля (обычно эта дополнительная энергия очень мала), т.к. в зоне валентных электронов имеются свободные подуровни и электроны на них могут перейти.

Иная картина наблюдается для **диэлектриков**. В этих веществах вся валентная зона подуровней оказывается полностью занятой электронами. Электроны, попадая в электрическое поле, не в состоянии воспринять энергию от поля, т. к. их валентная зона заполнена полностью. Между этой зоной и зоной со свободными уровнями (ЗП) находится широкая зона энергии которую электроны под действием поля не могут преодолеть (рис.24.2, б). Наконец, нужно найти место полупроводникам. **Полупроводники** отличаются от диэлектриков лишь количественно, а не качественно. У них валентная зона заполнена полностью, а запретная зона сравнительно узка. Она составляет от 0,5 до 1,5 эВ. По сравнению с "тепловой энергией" электрона в "электронном газе" эта энергия все же велика ("тепловая энергия" электронов составляет 0,01 эВ). Поэтому если вследствие теплового движения электроны попадают в верхнюю свободную зону, лежащую над валентной зоной (эта зона называется зоной проводимости), то их количество невелико. Этим и объясняется тот факт, что полупроводники хотя и проводят электрический ток, но проводят его плохо (мало носителей тока!).

**Металлы.** Среднее число частиц газа, находящихся в определенном состоянии равновесия, определяется формулой

$$n_{\alpha} \propto e^{-\frac{E_{\alpha}}{kT}} \quad (24.1)$$

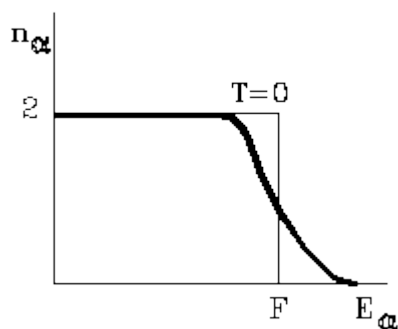


Рис. 24.3

Здесь на  $n_{\alpha}$  можно смотреть как на среднее число электронов на одном подуровне. Из формулы видно, что **закон Больцмана** не накладывает никаких ограничений на это число (оно может быть любым). В частности, при  $T = 0 \text{ К}$  все электроны должны иметь нулевую (минимальную) энергию (если  $E_{\alpha}$ , то при  $T = 0 \text{ К}$   $E_{\alpha}/kT = \infty$  и  $n_{\alpha}=0$ ; только в случае если  $E = 0$  при  $T = 0 \text{ К}$  число  $n$  может быть отлично от нуля). Согласно принципу Паули каждый подуровень может содержать не более двух электронов. Таким образом, надо отказаться от закона Больцмана и для электронов проводимости найти другой статистический закон. При  $T = 0 \text{ К}$  тепловое движение

электронов отсутствует. Электроны по два заполняют определенное число подуровней до некоторого уровня  $F$ , называемого уровнем Ферми. График распределения электронов по подуровням изображен на рис. 24.3: до некоторого значения  $F$  на каждом подуровне находятся два электрона. Если же энергия  $E > F$ , то  $n = 0$ . Допустим, что температура газа отлична от нуля, но мала (малая температура соответствует соотношению  $kT \ll F$ ). Тогда самые верхние электроны (электроны вблизи уровня Ферми) придут в тепловое движение: они будут переходить на ближайшие более высокие уровни и возвращаться обратно. Среднее число электронов на этих уровнях будет меньше двух, и график вблизи уровня Ферми несколько расплывется (как показано на рис. 24.3) Чем выше температура, тем больше будет область размытия. Аналитическая формула, которая отражает такое поведение среднего числа электронов. Она носит название **закона Ферми-Дирака** и имеет следующий вид:

$$n = \frac{2}{e^{\frac{E-F}{kT}} + 1} \quad (24.2)$$

При высокой температуре, когда график сильно расплывется и среднее число электронов на каждом подуровне будет значительно меньше двух, принцип запрета Паули станет несущественным и формула Ферми-Дирака должна перейти в формулу Больцмана. Температуры, при которых твердое тело еще не плавится, обычно относятся к низким, т.е. для них выполняется соотношение  $kT \ll F$ . Лишь небольшое число электронов принимает участие в тепловом движении. Поэтому, хотя средняя энергия каждого "теплового" электрона

пропорциональна  $kT$ , их общий вклад в тепловую энергию металла очень мал. Малым будет и вклад "электронного газа" в теплоемкость тела. Аналогичным образом можно объяснить и другие затруднения классической теории электропроводности металлов.

К полупроводникам относятся некоторые элементы (Si, Ge, Se), а также многие соединения: закись меди ( $Cu_2O$ ), сернистый свинец (Pb) и др. Рассмотрим сначала **чистый полупроводник**. У такого полупроводника нет посторонних примесей, и его кристаллическая решетка не имеет искажений. Именно к такому полупроводнику относятся те сведения об энергетических уровнях и зонах, которые были приведены выше: при  $T = 0$  К валентная зона полностью занята электронами, в зоне проводимости электронов нет. Если же температура полупроводника становится выше 0 К, то какая-то часть электронов (очень незначительная) вследствие тепловых столкновений попадает в зону проводимости. Полупроводник становится проводящим. Если в таком состоянии полупроводник попадает в электрическое поле, то электроны в зоне проводимости и электроны в валентной зоне приходят в упорядоченное движение. Теперь в этих зонах имеются свободные квантовые состояния, и электроны, находящиеся "по соседству" с ними, могут переходить в эти состояния воспринимая, энергию от поля. Движение электронов в валентной зоне имеет сложный, коллективный характер.

Если в каком-то узле появляется свободное квантовое состояние для электрона (оно называется дыркой), то под действием поля в него перейдет электрон от соседнего узла - дырка переместится по полю. Далее процесс повторяется: в дырку попадает электрон справа, дырка перемещается вправо. Дырки (конечно, условно) как частицы с определенной массой (масса дырок отлична от массы электронов проводимости) и с положительным зарядом, равным заряду электрона. Таким образом, электрический ток в полупроводнике образуется двумя родами носителей тока: электронами и дырками. Электроны движутся против вектора напряженности поля, дырки - по направлению вектора  $E$ .

Коэффициент электропроводности полупроводника выражается суммой двух членов:

$$\sigma = en\chi_- + ep_+\chi_+ \quad (24.3)$$

Подвижности электронов проводимости и дырок  $\chi_-$  и  $\chi_+$  различны, но концентрации (или плотности) электронов и дырок  $n_-$  и  $n_+$  в чистых полупроводниках одинаковы, т.к. каждая дырка рождается за счет перехода электрона из валентной зоны в зону проводимости.

Незначительная часть электронов из валентной зоны переходит в зону проводимости. Поэтому плотности (концентрации) электронов ( $n_-$ ) и дырок ( $n_+$ ) относительно невелики. Это обстоятельство, во-первых, объясняет, почему полупроводники при относительно низких температурах обладают малой электропроводностью, а, во-вторых, позволяет вместо закона Ферми-Дирака пользоваться законом Больцмана (средние числа заполнения энергетических подуровней очень малы, и принцип запрета Паули становится несущественным).

В тепловом движении дырки и электроны постоянно возникают и аннигилируют (уничтожаются): электрон, переходя из валентной зоны в зону проводимости, пополняет собой электронный газ и одновременно порождает в валентной зоне дырку, при обратном процессе, наоборот, пара "электрон проводимости - дырка" исчезает. Эти переходы осуществляются постоянно, и среднее, установившееся число электронов и дырок будет существенно зависеть от температуры (концентрации  $n_-$  и  $n_+$  являются функциями температуры). Этим, кстати, полупроводники отличаются от металлов. У металлов число электронов проводимости постоянно.

Зависимость концентрации электронов и дырок от температуры отражается на поведении электропроводности полупроводников при нагревании. Зависимость  $\sigma$  от температуры, согласно формуле (24.3), определяется двумя факторами: зависимостью подвижности  $\chi$  от температуры и зависимостью концентрации носителей тока  $n$  от температуры. Как и у металлов,  $\chi$  уменьшается с ростом температуры, но уменьшается сравнительно медленно, тогда как  $n$  растет с температурой и растет очень быстро. Тепловое движение электрона начинается с потолка валентной зоны (электрон сначала должен попасть в зону проводимости). Поэтому и энергию теплового движения электрона (и дырки) следует

отсчитывать от верхнего уровня валентной зоны. Тогда среднее число электронов (и дырок) в зоне проводимости будет определяться тем же больцмановским множителем, только под E следует понимать энергетический интервал E, отделяющий валентную зону от зоны проводимости (энергия активации, рис. 24.4). Таким образом, можно записать:

$$\sigma = C e^{-\frac{\Delta E}{kT}} \quad \text{или} \quad \rho = \frac{1}{\sigma} = C^{-1} e^{\frac{\Delta E}{kT}} \quad (24.5)$$

Если сопротивление металлов растет пропорционально абсолютной температуре, то сопротивление полупроводников уменьшается с ростом температуры по показательному закону. Темп этого уменьшения определяется "энергией активации" E.

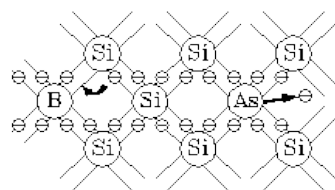


Рис. 24.5

Примеси очень сильно могут повлиять на электропроводность полупроводника. Примесная электропроводность может превысить собственную электропроводность (электропроводность чистого полупроводника) во много раз. Рассмотрим роль примесей на примерах. Атомы кремния (Si) четырехвалентны, т.е. четыре валентных электрона кремния участвуют в образовании связей между атомами. Допустим, что в каком-то месте решетки атом кремния замещен пятивалентным атомом мышьяка (As) (рис. 24.5). Один из валентных атомов мышьяка оказывается "незадействованным" в химических связях атомов. Он легко может быть оторван от атома. С точки зрения картины энергетических уровней это означает (рис. 24.6), что пятый электрон находится на дополнительном уровне вблизи зоны проводимости. Таким образом, подобные примеси дают дополнительные заполненные уровни, лежащие вблизи или даже в самой зоне проводимости. Такие примеси и им соответствующие уровни называются **донорными** (отдающими). Ясно, что донорные примеси увеличивают электропроводность полупроводника.

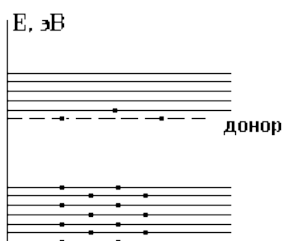


Рис. 24.6

Допустим теперь, что один из узлов кремниевой решетки занят трехвалентным атомом бора (B) (рис. 24.7). Для образования полной, (парной) связи один из недостающих электронов атом бора может позаимствовать у соседнего атома кремния - возникает дырка. С точки зрения картины энергетических уровней это означает, что атом бора добавляет в систему валентных уровней лишний незаполненный уровень. Такого рода примеси и соответственно дополнительные уровни называются **акцепторными** (принимающими). Акцепторы, как и доноры, увеличивают электропроводность полупроводника. Так как концентрации n+ и n- относительно невелики, то очень малые добавки примесей (сотые процента) могут в тысячи раз изменить электропроводность полупроводника. В примесном проводнике числа n+ и n-, очевидно, не совпадают. Они могут очень сильно отличаться. Если преобладают донорные примеси, то соответствующий

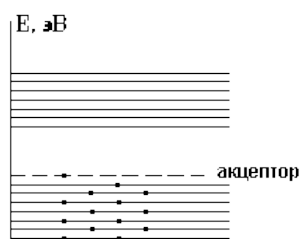


Рис. 24.7

полупроводник называется **проводником n-типа** (или электронным), если же преобладают акцепторы, то полупроводник называется **проводником p-типа** (или дырочным). В полупроводнике n-типа основными носителями тока являются электроны, неосновными - дырки. В полупроводнике p-типа основными носителями тока являются дырки, неосновными - электроны.

Рассмотрим контакт двух разнородных (p и n) полупроводников. В области контакта обнаруживается ряд интересных явлений, который носит название **p-n перехода**, связанных с электропроводностью. Плотный, устойчивый контакт достигается путем приваривания при высокой температуре одного полупроводника к другому.

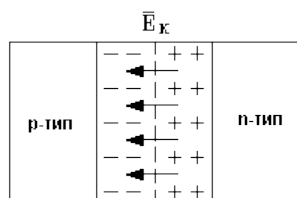


Рис. 24.8

Рассмотрим сначала р-п переход в отсутствие внешнего поля. Что произойдет в момент возникновения контакта р и п проводников? В области контакта имеет место соприкосновение двух разнородных газов: слева - дырочный, справа - электронный. (рис. 24.8) При соприкосновении газов под действием теплового движения начнется диффузия - проникновение одного газа в другой: дырки начнут диффундировать направо, электроны - налево, п-проводник начнет заряжаться положительно, р-проводник - отрицательно. В области контакта возникнет электрическое поле, направленное от п- к р-полупроводнику. Это поле будет препятствовать диффузии основных носителей тока. По мере увеличения напряженности поля на контакте диффузия основных носителей тока (дырок слева и электронов справа) будет замедляться. Однако она не прекратится совсем. Дело в том, что в каждом полупроводнике, кроме основных присутствуют, неосновные носители тока. Собственное поле в области контакта препятствует лишь движению основных носителей. Движению же неосновных носителей оно, наоборот, способствует. Таким образом, в состоянии равновесия, в которое система неизбежно придет, остаточный поток диффузии основных носителей уравнивает поток неосновных носителей, движущихся в противоположном направлении под действием собственного, контактного электрического поля. При соблюдении этого уравнения ток через контакт прекратится, вся система придет в стационарное (равновесное) макроскопическое состояние.

Рассмотрим теперь случай, когда на область контакта наложено внешнее электрическое поле. Здесь обнаруживаются два варианта: а) внешнее поле направлено против собственного и б) внешнее поле совпадает по направлению с собственным. Рассмотрим оба варианта отдельно. а) Если внешнее поле ослабляет собственное поле р-п перехода, то диффузионный поток основных носителей усиливается. Равновесие нарушится и возникнет ток в направлении внешнего поля. По мере возрастания напряженности внешнего поля суммарное поле в области контакта сначала уменьшается, а затем, пройдя через нуль, станет усиливаться в направлении внешнего поля: к потоку диффузии основных носителей прибавится ток основных носителей под действием поля. Сила тока будет увеличиваться неограниченно и быстро. б) Если внешнее поле складывается с собственным, то такая ситуация приведет к усилению поля, ослабляющего диффузию. Равновесие опять будет нарушено, но теперь за счет ослабления потока диффузии основных носителей. Последний очень быстро (по мере увеличения внешнего поля) уменьшается до нуля, и ток через контакт будет определяться только током неосновных носителей, сила которого почти не зависит от напряженности внешнего поля. Установится независимый от поля небольшой ток, обусловленный движением неосновных носителей.

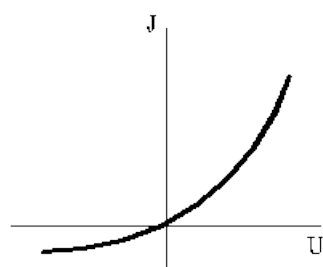


Рис. 24.9

Если подытожить все вышесказанное и построить вольт-амперную зависимость р-п перехода, то последняя примет вид, изображенный на рис. 24.9. Во-первых, зависимость тока от напряжения имеет явно нелинейный характер, т.е. не выполняется закон Ома, во-вторых, зависимость явно несимметричная по отношению к направлению тока: в одном направлении ток быстро растет с увеличением напряжения, в другом направлении - тока практически нет. Таким образом, р-п переход обладает вентиляльным свойством: он хорошо пропускает ток в одном направлении и практически не пропускает ток в другом направлении. Это свойство широко используется в технических устройствах: в выпрямителях и в усилителях (в транзисторах).

## ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

## Тема 25. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА

### План:

1. Размер, состав и заряд атомного ядра. Массовое и зарядовое числа.
2. Дефект массы и энергия связи ядра.
3. Спин ядра и его магнитный момент.
4. Ядерные силы. Модели ядра.
5. Радиоактивное излучение и его виды.
6. Закон Радиоактивного распада. Правила смещения.
7. Методы наблюдения и регистрации радиоактивных излучений и частиц.
8. Реакция деления ядра. Цепная реакция деления.
9. Реакция синтеза атомных ядер. Проблема управляемых термоядерных реакций.

Атом состоит из ядра и электронной оболочки. Размер атома определяется электронной оболочкой и равен  $\approx 10^{-8}$  см. Ядро – центральная массивная часть атома, расположено в центре атома и имеет размеры  $\approx 10^{-13} \div 10^{-12}$  см (1 – 10 Фм (ферми)).

Ядро состоит из особых частиц – протонов и нейтронов. Протон имеет один элементарный положительный электрический заряд, а электрический заряд нейтрона равен нулю. Между этими частицами в любых парных комбинациях действуют особые (ядерные) силы, не зависящие от их электрического заряда, которые обеспечивают связь отдельных частиц с ядром. Поэтому в ядерной физике используют обобщающий термин нуклон, обозначающий любую из частиц, входящую в состав ядра, – как протон, так и нейтрон.

Число нуклонов в ядре называется массовым числом и обозначается буквой  $A$ . Массовое число – всегда целое число.

Число протонов в ядре обозначается буквой  $Z$ . Кроме этого  $Z$  – число электронов в атоме с ядром, имеющим  $Z$  протонов, поскольку атом является электрически нейтральным.

Число нейтронов в ядре обозначают буквой  $N$ . Следовательно, число нейтронов в ядре  $N = A - Z$ .

Любая из трех пар чисел  $(Z, N)$ ,  $(N, A)$  или  $(A, Z)$  однозначно определяет состав ядра.

Атомы, ядра которых имеют конкретные значения  $A$  и  $Z$ , называются нуклидами. Для обозначения нуклида используют две формы записи:  $(A, Z)$  или  ${}^A_Z X$ , где  $X$  – символ химического элемента, атомы которого имеют соответствующее ядро.

Атомы, ядра которых имеют в своем составе одинаковое число протонов  $Z$ , но различающиеся числом нуклонов  $A$ , называются **изотопами** химического элемента. Нуклиды, ядра которых имеют одинаковое число нуклонов (одинаковое массовое число  $A$ ), но различное число протонов  $Z$ , называют **изобарами**. Нуклиды с одинаковым числом нейтронов в составе ядра называют **изотонами**.

Ядро имеет положительный электрический заряд, который образуют протоны. Число протонов  $Z$  называют зарядом ядра, подразумевая, что он равен величине  $Z \cdot e$  Кл, где  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  Кл ( $4,8 \cdot 10^{-10}$  СГСЕ ед.) – абсолютная величина элементарного электрического заряда. Заряд ядра был определен в 1913 г. Мозли.

Масса ядра является одной из его самых важных характеристик. Массу ядра нуклида данного состава  $(A, Z)$  будем обозначать  $M(A, Z)$  или  $M({}^A X)$ , а массу соответствующего атома  $M_{\text{ат}}$ .

В ядерной физике, так же как и в атомной физике, для измерения масс широко используется атомная единица массы (а.е.м.):

$$1 \text{ а.е.м.} = \frac{1}{12} M_{\text{ат}}({}^{12}\text{C}) \quad (25.1)$$

Эта единица удобна тем, что ее величина близка к массе нуклона.

$$1 \text{ а.е.м.} = 1,6605 \cdot 10^{-24} \text{ г,}$$

$$\text{масса покоя протона } m_p = 1,0073 \text{ а.е.м.} = 1,6726 \cdot 10^{-24} \text{ г,}$$

$$\text{масса покоя нейтрона } m_n = 1,0087 \text{ а.е.м.} = 1,6749 \cdot 10^{-24} \text{ г,}$$

масса покоя электрона  $m_e = 5,4859 \cdot 10^{-4} \text{ а.е.м.} = 9,1096 \cdot 10^{-28} \text{ Г}$ .  
 Полезно запомнить, что  $m_p / m_e = 1836$ .

Масса атома, выраженная в атомных единицах массы, является относительной величиной и называется атомной массой. Атомная масса имеет специальное обозначение  $A_r$  (не путать с массовым числом  $A$ !). Величина

$$\Delta(A, Z) = A_r(A, Z) - A, \text{ а.е.м.}, \quad (25.2)$$

называется декрементом или **избытком массы атома** и имеет большое значение в ядерной физике. Формула (25.2) выражает различие между понятиями атомной массы и массового числа. Однако величина  $\Delta(A, Z) \ll 1$  для всех атомов и поэтому даже для самых легких ядер атомная масса примерно равна массовому числу. Это послужило одной из причин выбрать пару чисел  $(A, Z)$  для идентификации состава ядра нуклида.

Связь между массой любого тела и его полной энергией дается формулой:

$$E = mc^2, \quad (25.3)$$

где  $c = 2,998 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$  - скорость света в вакууме. На этом основании в ядерной физике для измерения массы, так же как и энергии, часто используется единица энергии электронвольт (эВ) и производные от нее:

$$1 \text{ кэВ (килоэлектронвольт)} = 10^3 \text{ эВ}$$

$$1 \text{ МэВ (мегаэлектронвольт)} = 10^6 \text{ эВ}$$

$$1 \text{ ГэВ (гигаэлектронвольт)} = 10^9 \text{ эВ}.$$

Напомним, что 1эВ - энергия, приобретаемая элементарным зарядом  $e$  при прохождении им разности потенциалов в 1 В.

Установим соответствие между 1 а.е.м. и 1 эВ.

$$1 \text{ а.е.м.} = 1,6605 \cdot 10^{-27} \cdot (2,998 \cdot 10^8)^2 = 1,492 \cdot 10^{-10} \text{ Дж},$$

а из определения электронвольта:

$$1 \text{ эВ} = 1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 1 = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Таким образом, из последних двух соотношений  $1 \text{ а.е.м.} = \frac{1,492 \cdot 10^{-10}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \approx 931,5 \text{ МэВ}$ ,  
 и соответственно

$$m_p = 1,0073 \text{ а.е.м.} = 1,6726 \cdot 10^{-24} \text{ Г} = 938,2 \text{ МэВ},$$

$$m_n = 1,0087 \text{ а.е.м.} = 1,6749 \cdot 10^{-24} \text{ Г} = 939,5 \text{ МэВ},$$

$$m_e = 5,4859 \cdot 10^{-4} \text{ а.е.м.} = 9,1096 \cdot 10^{-28} \text{ Г} = 0,511 \text{ МэВ}.$$

В ядерной физике обычно пользуются не массами ядер, а массами атомов. Это вызвано тем, что невозможно измерить непосредственно массу ядер без связанных с ними электронов, за исключением легчайших. Масса нейтрального атома в пределах точности современных методов измерения масс равна сумме масс ядра и электронов, составляющих атом, хотя в принципе масса атома есть

$$M_{ам}(A, Z) = M(A, Z) + Zm_e + \frac{1}{c^2} \Sigma q_i, \quad (25.4)$$

где  $\Sigma q_i$  - энергия связи ядра и электронов,  $\Sigma q_i \approx 13,6 \cdot Z$  эВ. Таким образом, энергия связи электронов с ядром примерно в  $10^7$  раз меньше массы атома и практически не влияет на массу атома.

Массы атомов определяют с помощью приборов, которые называются масс-спектрометрами.

Ядро представляет систему связанных между собой нуклонов. Возникновение связанного состояния возможно только под действием ядерных сил притяжения, удерживающих нуклоны в ограниченном объеме. Устойчивость связанного состояния обеспечивается тем, что ядро как система из взаимодействующих между собой нуклонов должна иметь минимум полной энергии. Для устойчивого ядра полная энергия связи положительна и равна той энергии, которую надо затратить, чтобы разделить ядро на все составляющие его нуклоны.

Выражая массу протона и нейтрона в энергетических единицах:

$$\Delta W(A, Z) = Zm_p + (A - Z)m_n - M(A, Z) \quad (25.5)$$

Эта же величина, выраженная в массовых единицах, называется **дефектом массы ядра**. Следует отметить принципиальное различие между понятиями декремента массы атома и дефектом массы ядра. Например, для атома  $^{12}\text{C}$  декремент массы равен нулю по определению, а дефект массы ядра составляет 0,098940 а.е.м., или 92,1628 МэВ.

Формула (25.5) неудобна для практических расчетов, поскольку, как отмечено выше, экспериментально измеряемой величиной является масса атома  $M_{\text{ат}}(A, Z)$ , которая обычно приводится в справочных таблицах. Прибавляя к правой части выражения (25.5) и вычитая  $Zm_e$ , получим, что

$$\Delta W(A, Z) = Zm_H + (A - Z)m_n - M_{\text{ат}}(A, Z) \quad (25.6)$$

с точностью до энергии связи атомных электронов с ядром. Последнее выражение показывает, что полная энергия связи ядра обусловлена относительными величинами, значения которых много меньше единицы, и как важно понятия декремента масс атома в ядерной физике.

Как характеристика интенсивности связи нуклонов в ядре полная энергия связи неудобна, поскольку она увеличивается с ростом числа нуклонов в ядре. Для этой цели больше подходит удельная (или средняя) **энергия связи**  $\bar{\epsilon}$  нуклона в ядре  $(A, Z)$ , т.е. полная энергия связи, отнесенная к одному нуклону:

$$\bar{\epsilon}(A, Z) = - \frac{\Delta W(A, Z)}{A}, \quad (25.7)$$

которая служит мерой прочности ядра

Удельная энергия связи  $\bar{\epsilon}$  быстро возрастает при малых  $A$ , и уже для ядер с  $A > 12$  имеет примерно постоянное значение, близкое к 8 МэВ/нуклон. Приближенная независимость  $\bar{\epsilon}$  от  $A$  свидетельствует о свойстве насыщения ядерных сил, которое выражается в том, что каждый нуклон в ядре может взаимодействовать только с ограниченным числом (очевидно соседних) нуклонов и с ростом числа возможных партнеров по взаимодействию перестает «замечать» остальных. Другими словами, у каждого нуклона имеется ограниченное число возможных связей. Свойство насыщения тесно связано с короткодействием ядерных сил, и указывают на то, что ядерные силы имеют радиус действия порядка среднего расстояния между нуклонами в ядре.

Насыщение ядерных сил препятствует стягиванию ядра при накоплении числа нуклонов, и объемы ядер оказываются пропорциональными числу нуклонов в ядре, что свидетельствует о приблизительно постоянной плотности ядерного вещества.

2. Максимум удельной энергии связи приходится на ядра с массовыми числами  $55 \div 60$  и спадает к обоим краям кривой.

Резкое уменьшение  $\bar{\epsilon}(A)$  в области малых  $A$  объясняется поверхностными эффектами. Нуклоны у поверхности ядра не полностью насыщают все свои возможные связи. Этот эффект уменьшает полную энергию связи на величину, пропорциональную числу нуклонов в поверхностном слое. Роль поверхностных эффектов возрастает с увеличением отношения поверхности к объему, т.е. при переходе к легким ядрам.

Справа от максимума величина  $\bar{\epsilon}$  плавно уменьшается, достигая для самого тяжелого природного элемента - урана - значения 7,5 МэВ/нуклон. Это уменьшение объясняется электрическим отталкиванием протонов. Поскольку кулоновские силы не обладают свойством насыщения, то при переходе к тяжелым ядрам удельная энергия связи убывает из-за роста электростатической энергии взаимного расталкивания протонов, величина которой пропорциональна  $Z^2$ . В ядрах с малым числом протонов она незначительна, но существенно влияет на прочность ядер в области тяжелых ядер.

Из наличия максимума у зависимости  $\bar{\epsilon}(A)$  следует важный вывод о двух энергетически выгодных процессах: 1) для наиболее тяжелых ядер возможен процесс деления на два более легких; 2) нескольким легчайшим ядрам, наоборот, энергетически выгодно сливаться друг с

другом в более тяжелые ядра (синтез ядер). Оба процесса протекают с выделением большого количества энергии в форме кинетической энергии продуктов реакции.

3. Энергия связи одного присоединяемого или отделяемого от ядра нуклона может зависеть от четности числа имеющихся в составе ядра протонов и нейтронов. Детальный анализ удельной энергии связи как функции  $A$  и  $Z$  позволил сделать заключение о наибольшей устойчивости ядер с четным числом протонов и нейтронов (т.н. четно-четные ядра). Промежуточное положение по величине удельной энергии связи и распространенности в природе занимают четно-нечетные и нечетно-четные ядра, количества которых равны. Наименьшие значения удельной энергии связи и количества стабильных нуклидов (четыре) имеют нечетно-нечетные ядра.

Заслуживает внимания особо высокие значения удельной энергии связи, даже на фоне четно-четных ядер, для ядер с содержанием нейтронов и (или) протонов, равным 2, 8, 20, 50, 82, 126 (только для нейтронов). Эти числа (и соответствующие ядра) получили название **магических**. Элементы с магическими ядрами имеют большую распространенность в природе. Например, олово, атомный номер которого  $Z = 50$ , имеет 10 стабильных изотопов. Наблюдается наибольшее число стабильных изотопов для  $N = 82$ . Особенно устойчивыми являются **дважды магические ядра**, у которых и число нейтронов, и число протонов равно

одному из магических чисел, например,  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ,  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ .

Энергии удельной связи нуклонов в ядре примерно в миллион раз превышает энергию связи валентных электронов в атоме, равную  $\sim 10$  эВ для большинства атомов. Поэтому энергия, выделяющаяся в ядерных реакциях, примерно в миллион раз превышает энергию химических реакций, что и определяет практическое значение использования ядерных реакций в качестве источника энергии.

Средняя энергия связи для нейтрона равна:

$$\bar{\epsilon}_n(A, Z) = m_n + M(A-1, Z) - M(A, Z); \quad (25.8)$$

для протона:

$$\bar{\epsilon}_p(A, Z) = m_p + M(A-1, Z-1) - M(A, Z). \quad (25.9)$$

Первые представления о размерах ядра были получены Резерфордом при экспериментальном изучении рассеяния  $\alpha$ -частиц с энергией  $\sim 5$  МэВ при прохождении через тонкие пленки золота. В дальнейшем размеры ядер определялись разными способами. Говоря о размерах ядра, нужно всегда иметь в виду, что это достаточно условная величина. Ядро, как квантовомеханическая система, не имеет определенной границы. Наиболее точными считаются оценки размеров ядра по результатам рассеяния ядрами быстрых нейтронов и электронов. Все опыты подтвердили предположения о приблизительно сферической форме ядра, радиус которого определяется через массовое число  $A$  как

$$R = r_0 A^{1/3}, \quad (25.10)$$

где  $r_0 = (1,2 \div 1,4) \cdot 10^{-13}$  см.

Распределение ядерного вещества хорошо согласуется с моделью Ферми

$$\rho_x = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - R_0)/\delta]}, \quad (25.11)$$

где  $R_0 = 1,08 \cdot 10^{-13} \cdot A^{1/3}$  см – расстояние от центра ядра до места, где плотность ядра падает вдвое, а  $\delta \approx 0,55 \cdot 10^{-13}$  см – скорость убывания плотности ядерного вещества. Спад плотности ядерного вещества от  $0,9\rho_0$  до  $0,1\rho_0$  для всех ядер происходит на одинаковых расстояниях  $d = 4,4\delta = 2,4 \cdot 10^{-13}$  см.

Ядро, как пространственно ограниченная и связанная система взаимодействующих между собой нуклонов, во многих случаях может рассматриваться в целом как одна микрочастица. Так как нуклоны, из которых состоит ядро, обладают собственным механическим моментом, или спином, а также совершают движение относительно друг друга (орбитальное движение относительно центра инерции ядра), то и ядра должны иметь собственный механический момент (далее просто момент) или спин.



**Спин ядра**  $\vec{I}$  есть векторная сумма полных моментов  $\vec{J}_k$  отдельных нуклонов, каждый из которых складывается из орбитального момента  $\vec{l}_k$  и спина нуклона  $\vec{s}_k$ , так что

$$\vec{I} = \sum_{k=1}^A \vec{J}_k, \quad \text{а} \quad \vec{J}_k = \vec{l}_k + \vec{s}_k. \quad (25.12)$$

В отношении спинов различных ядер наблюдаются следующие опытные закономерности:

а) Для ядер с четными  $A$  спины всегда целые, а при нечетном  $A$  – всегда полуцелые.

б) Четно-четные ядра ( $A$  - четное) в основном состоянии имеют спин равный нулю. Этот факт дает основания считать, что одноименные нуклоны объединяются в пары (эффект спаривания) с противоположно направленными спинами, так что суммарный момент импульса оказывается равным нулю.

в) Нечетно-нечетные ядра ( $A$  - четное) имеют целочисленный спин. Это указывает на то, что разноименные нуклоны объединяются в пары с одинаковым направлением спинов, создавая единичный момент.

г) Ядра с нечетным  $A$  имеют полуцелый спин в пределах от  $1/2$  до  $9/2$ , что свидетельствует о том, что спины и орбитальные моменты большинства нуклонов компенсируются и не участвуют в создании спина ядра

**Магнитный момент** – основная физическая величина, характеризующая магнитные свойства вещества. Магнитными моментами обладают элементарные частицы, атомные ядра, электронные оболочки атомов и молекул. Магнитные моменты отдельных элементарных частиц (электронов, протонов, нейтронов) обусловлено существованием у них спина. Магнитные моменты ядер складываются из спиновых магнитных моментов протонов и нейтронов, образующих эти ядра, а также из магнитных моментов, связанных с их орбитальным движением внутри ядра по тем же правилам, по которым вычисляется спин ядра.

В соответствии с (1.6.10) магнитный момент ядра равен

$$\vec{\mu} = g\vec{I}, \quad (25.13)$$

где  $g$  – гиромагнитный множитель.

Методы экспериментального определения спина и магнитного момента ядер тесно между собой связаны и основаны на исследовании взаимодействия магнитного момента ядра с магнитным полем. Особенно точным методом определения магнитных моментов ядер является метод ядерного магнитного резонанса (ЯМР).

**Возбуждение ядра** – сообщение ядру дополнительной энергии, в результате чего увеличивается его внутренняя энергия, и ядро переходит из основного состояния в возбужденное.

Если энергия возбуждения ядра меньше энергии связи нуклона, то переход в основное состояние происходит с испусканием  $\gamma$ -кванта, или последовательного каскада  $\gamma$ -квантов, которые уносят из ядра энергию возбуждения. Если энергия возбуждения превышает энергию отделения нуклона, то переход в основное состояние будет происходить преимущественно с испусканием нуклона (чаще всего нейтрона, так как для него отсутствует кулоновский барьер).

**Ядерные силы** относятся к так называемым сильным взаимодействиям и существенно отличаются по своим свойствам от электромагнитных и гравитационных. В полной мере природа ядерных сил до настоящего времени не выяснена. Короткодействие ядерных сил и свойство насыщения, многообразие свойств ядерных сил не позволяют создать законченную теорию, подобную квантовой электродинамике для расчета свойств атомов.

Перечислим свойства ядерных сил.

1. Огромная энергия связи нуклонов в ядре свидетельствует о том, что между нуклонами действуют силы притяжения, что подтверждается существованием стабильных ядер.

2. Ядерные силы – короткодействующие.

3. На расстояниях, где между протонами действуют ядерные силы притяжения, они превосходят кулоновские силы отталкивания приблизительно в 100 раз, действие которых на этих расстояниях также очень велико. Короткодействие ядерных сил приводит к резкому разграничению областей, где действуют только далекодействующие кулоновские силы, или только ядерные, которые подавляют кулоновские силы на малых расстояниях. Заряженная частица для сближения с ядром или при вылете из ядра должна преодолеть кулоновский барьер. Высота кулоновского барьера в этом случае составит

$$E_K(\text{МэВ}) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} \approx \frac{Z_1 Z_2}{A^{1/3}}. \quad (25.14)$$

4. Ядерные силы зависят от взаимной ориентации спинов взаимодействующих нуклонов и от взаимной ориентации орбитального и спинового моментов каждого из нуклонов. Это означает, что внутри ядра следует учитывать спин-орбитальное взаимодействие нуклонов.

5. Интенсивность ядерного взаимодействия не зависит от электрического заряда нуклонов. Ядерные силы, действующие между двумя протонами (p – p), протоном и нейтроном (p – n) и двумя нейтронами (n – n), находящихся в одинаковых пространственных и спиновых состояниях, одинаковы по величине. Это свойство называется зарядовой независимостью ядерных сил.

6. Постоянство средней энергии связи на нуклон указывает на свойство насыщения ядерных сил. Это означает, что каждый нуклон в ядре взаимодействует с ограниченным числом соседних нуклонов.

7. Ядерные силы имеют нецентральный характер.

8. Ядерные силы имеют обменный характер. Это означает, что они обусловлены (по крайней мере, частично) обменом третьей частицей, пи-мезоном.

**Статистика** – коллективное свойство системы взаимодействующих частиц, связанное с неразличимостью частиц и вероятностным характером описания состояний системы в квантовой механике. Статистика проявляется для систем, состоящих из не менее двух одинаковых микрочастиц. Одинаковые микрочастицы имеют равные массы, электрический заряд, спин и другие характеристики, с помощью которых отличают микрочастицы одного сорта от микрочастиц другого сорта. Нельзя пронумеровать микрочастицы одной природы, чтобы можно было следить за движением каждой из них вдоль соответствующей траектории, уже хотя бы потому, что понятие траектории в квантовой теории теряет смысл. Поэтому вводится понятие **тождественности частиц**, согласно которому все одинаковые частицы, образующие данную квантовомеханическую систему, оказываются абсолютно неразличимыми. Если в системе тождественных частиц поменять местами две частицы, то перестановка частиц не приведет ни к какому изменению в состоянии системы и не может быть экспериментально обнаружена.

Частицы с целым спином (например, фотоны, пионы) образуют системы, которые описываются симметричными волновыми функциями при перестановке любой пары частиц. Частицы такого рода подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна и получили название **бозонов**.

Частицы с полуцелым спином (например, нуклоны, электроны), которые образуют связанные структуры и описываются антисимметричными функциями при перестановке частиц, подчиняются статистике Ферми-Дирака и носят названия **фермионов**. Частицы с полуцелым спином (фермионы) подчиняются принципу или запрету Паули: в любой системе тождественных фермионов в одном и том же одночастичном состоянии, которому отвечает определенный набор квантовых параметров (энергия, спин, четность), не может находиться больше одной частицы.

Атомное ядро представляет сложную многочастичную квантовую систему с сильным взаимодействием, обладающее чрезвычайно большим количеством свойств, порой противоречивых, и с теоретической точки зрения – объект исключительно сложный. Поэтому попытка создания последовательной и единой теории ядра сталкивается с целым рядом

трудностей. Из всего сказанного следует, что теория атомного ядра должна с необходимостью идти по пути создания ядерных моделей, предназначенных для описания выбранной совокупности ядерных свойств или явлений сравнительно простыми математическими способами с минимальным количеством определяемых параметров. В результате в ядерной физике приходится прибегать к большому числу моделей, приспособленных для описания ограниченного круга той или иной совокупности явлений, но которые вместе отвечают современному уровню наших знаний о ядре.

Здесь будут рассмотрены две модели: **капельная**, основанная на коллективных степенях свободы, и **оболочечная**, использующая одночастичное описание движения нуклонов.

В основу капельной модели (Вейцеккер, 1935г., Бор, 1936г.) положено сходство в поведении атомного ядра и заряженной капли жидкости. Ядра имеет достаточно четко определенный радиус  $R \sim A^{1/3}$ , из чего следует практически одинаковая (не зависящая от  $A$ ) концентрацию нуклонов в ядрах:

$$n = \frac{A}{V} = \frac{A}{(4/3)\pi R^3} = \frac{A}{(4/3)\pi r_0^3 A} = \frac{3}{4\pi r_0^3} \approx 10^{38} \text{ см}^{-3},$$

одинаковая плотность ядерного вещества

$$\rho = m_N \cdot n = 1,66 \cdot 10^{-24} \cdot 10^{38} \approx 10^{14} \text{ г/см}^3 = 10^8 \text{ т/см}^3,$$

и одинаковые средние расстояния между нуклонами:

$$\delta = \sqrt[3]{V/A} = \sqrt[3]{10^{-38}} \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ см.}$$

Эти цифры говорят о совершенно необычном, прямо-таки потрясающем, с точки зрения макроскопических тел, состоянии ядерного вещества (например, для обычных твердых тел  $\rho \approx 10^{22} \text{ см}^{-3}$ ,  $\rho \approx 10 \text{ г/см}^3$ ,  $\delta \approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ см}$ ).

То, что плотность ядерного вещества всех ядер постоянна, свидетельствует о его несжимаемости. Это свойство сближает ядерное вещество с жидкостью. Постоянство удельной энергии связи нуклонов в ядре углубляет аналогию. Основанием к такому предположению служит, прежде всего, тот факт, что химические силы, действующие между молекулами в жидкости, и ядерные силы, действующие между нуклонами в ядре, являются короткодействующими. Все это позволяет построить капельную модель атомного ядра, согласно которой ядро представляет сферическую каплю заряженной сверхплотной жидкости.

Основным результатом капельной модели является полуэмпирическая формула Вейцеккера, в которую для получения лучшего согласия с наблюдаемыми величинами пришлось добавить члены, никоим образом не связанные с капельной моделью. Эта формула позволяет с хорошей точностью ( $< 1\%$ ) вычислять энергию связи ядер по заданным значениям  $A$  и  $Z$ :

$$\Delta W(A, Z) = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_4 \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \delta a_5 A^{-3/4} \quad (25.15)$$

где  $a_1, \dots, a_5$ , и  $\delta$  - постоянные величины.  $a_1 = 15,75 \text{ МэВ}$ ;  $a_2 = 17,8 \text{ МэВ}$ ;  $a_3 = 0,71 \text{ МэВ}$ ;  $a_4 = 23,7 \text{ МэВ}$ ;  $a_5 = 34 \text{ МэВ}$ .

Первый член  $a_1 A$  в этой формуле предполагает, что все нуклоны в ядре равноценны, и определяет примерно линейную зависимость энергии связи  $\Delta W$  от  $A$ , отражая свойство насыщения ядерных сил.

Второй член  $a_2 A^{2/3}$  учитывает, что не все нуклоны в ядре равноценны и дает поправку на уменьшение полной энергии связи, обусловленную тем, что часть нуклонов находится у поверхности ядра.

Третий член  $a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}}$  в формуле определяет взаимное кулоновское расталкивание протонов, энергия которого пропорциональна  $Z^2/R$ .

Четвертый член который носит название поправки на энергию симметрии, уже не следует из модели жидкой капли и отражает наблюдаемую в природе тенденцию к симметрии в строении ядер.

Последний член отражает распространенность стабильных элементов и учитывает эффект спаривания одинаковых нуклонов. В соответствии с этим величина  $\delta$  в пятом члене формулы Вейцеккера принимает три значения:

$$\delta = \left. \begin{array}{l} +1 \text{ для Ч - Ч ядер (A - четное) :} \\ 0 \text{ для Ч - Н и Н - Ч ядер (A - нечетное);} \\ -1 \text{ для Н - Н ядер (A - четное).} \end{array} \right\}$$

Наряду с отмеченными достоинствами капельной модели, перечислим и ее некоторые основные недостатки. Капельная модель учитывает коллективное взаимодействие нуклонов между собой, но совершенно не учитывает взаимодействия и свойства отдельных нуклонов. Поэтому капельная модель приводит к плавной зависимости свойств ядер от числа и состава нуклонов в ядре. Капельная модель не объясняет наличия магических чисел, не дает правильного описания возбужденных уровней легких и средних ядер, не объясняет асимметрию деления ядер, хотя и используется довольно плодотворно в теории деления ядер.

Основные предположения при построении **оболочечной модели** следующие.

1. Нуклоны двигаются в сферически симметричном самосогласованном поле ядерных сил, создаваемом всеми нуклонами ядра, т.е. реальные силы, действующие между нуклонами, заменяются действием общего для всех нуклонов силового центра. Из-за тесного соседства нуклонов и малого радиуса действия ядерных сил средний потенциал должен быть близок к однородному внутри ядра и быстро изменяться на границе ядра. При этом необходимо учесть спин-орбитальное взаимодействие, которое выражается в том, что нуклон испытывает более интенсивное притяжение полем ядерных сил тогда, когда его векторы спина и орбитального момента направлены в одну сторону.

2. Нуклоны, двигаясь в потенциальной яме, могут находиться на различных дискретных энергетических уровнях. Основному состоянию ядра соответствует полное заполнение самых нижних уровней. При движении нуклоны могут сталкиваться и обмениваться энергией, в результате чего энергия одного из нуклонов может уменьшиться и он должен оказаться на одном из более низких энергетических уровней. Но эти уровни уже заполнены и на них, согласно принципу Паули, другие нуклоны поместить нельзя. Этим оправдывается предположение об отсутствии взаимодействия между нуклонами, как следствие, возможность одночастичной характеристики их состояний с помощью набора квантовых чисел.

Модель оболочек, учитывающая эффект спаривания одноименных нуклонов, называется моделью оболочек с феноменологическим спариванием.

В этой модели предполагается, что при четном числе нуклонов одного сорта они объединяются в пары с нулевым спином, либо при нечетном числе нуклонов в пары объединяются все, за исключением одного, состояние которого должно определять спин и четность ядра. Отсюда следует: 1. Основные состояния всех четно-четных ядер имеют характеристику  $0^+$ . Это правило не имеет исключений. 2. Характеристика основного состояния ядра с нечетным  $A$  должны иметь совпадать с характеристикой уровня, на котором располагается этот последний неспаренный нуклон.

Спин и четность нечетно-нечетного ядра в такой модели должен определяться двумя неспаренными разноименными нуклонами. Поэтому спин и четность таких ядер не могут быть однозначно представлены в рассматриваемой модели.

Оболочечная модель, несмотря на ее отмеченные успехи, имеет весьма ограниченную область применения. Она позволяет объяснить некоторые свойства сферических ядер в основном и слабо возбужденном состоянии. Она дает резко заниженные значения квадрупольных электрических моментов для ядер, число протонов, в составе которых, соответствует заполнению середины оболочки. Расхождения расчетных и экспериментальных величин для тяжелых ядер могут достигать  $10 \div 20$  раз. Считается, что

недостатки оболочечной модели вызваны предположениями о сферичности ядерного потенциала и отсутствием учета взаимодействия между нуклонами.

Эти два фактора учитывает модель атомного ядра, которая называется обобщенной моделью ядра. В этой модели одновременно учитываются коллективные и одночастичные степени свободы, т.е. она является синтезом. Ядро предполагается состоящим из сферически симметричного остова, для описания которого используется коллективная модель. Остов может иметь коллективные степени свободы, то есть колебаться или вращаться в целом, принимать несферическую форму. Нуклоны вне остова могут быть описаны на основе модели независимых частиц или частиц с взаимодействием. Такая усложненная модель значительно лучше описывает возбужденные состояния ядер, их квадрупольные электрические моменты и некоторые другие характеристики.

**Радиоактивность** - это самопроизвольное, спонтанное изменение свойств ядер со временем. Ядра, испытывающие изменение такого рода, называются радиоактивными или нестабильными ядрами. Радиоактивные ядра являются неустойчивыми нуклонными системами и, как принято говорить, испытывают радиоактивный распад. Ядро, испытывающее радиоактивный распад, будем называть **материнским**, а ядро-продукт – **дочерним**. Радиоактивный распад характеризуется временем протекания, видом и энергией испускаемых частиц, называемых излучением.

Радиоактивность ядер, существующих в природных условиях, называют **естественной**. Радиоактивные ядра, синтезированные в лабораторных условиях искусственными способами посредством ядерных реакций, называются **искусственными**.

Впервые радиоактивность природных солей урана была обнаружена А. Беккерелем в 1896 г. Искусственная радиоактивность синтезируемых ядер была открыта Ф. и И. Кюри в 1934 г. К числу радиоактивных процессов относятся:

**Альфа-излучение** - представляет собой ядра гелия, которые испускаются при радиоактивном распаде элементов тяжелее свинца или образуются в ядерных реакциях.

**Бета-излучение** - это электроны или позитроны, которые образуются при бета-распаде различных элементов от самых легких (нейтрон) до самых тяжелых.

**Космическое излучение.** Приходит на Землю из космоса. В его состав входят преимущественно протоны и ядра гелия. Более тяжелые элементы составляют менее 1%. Проникая вглубь атмосферы, космическое излучение взаимодействует с ядрами, входящими в состав атмосферы, и образует потоки вторичных частиц (мезоны, гамма-кванты, нейтроны и др.).

**Нейтроны.** Образуются в ядерных реакциях (в ядерных реакторах и в других промышленных и исследовательских установках, а также при ядерных взрывах).

**Продукты деления.** Содержатся в радиоактивных отходах переработанного топлива ядерных реакторов.

**Протоны, ионы.** В основном получают на ускорителях.

**$\gamma$ -излучение ядер.**

**Радиоактивный распад** – явление принципиально статистическое. Нельзя предсказать, когда именно распадется данное ядро, а можно лишь указать с какой вероятностью оно распадется за тот или иной промежуток времени. Распад отдельного радиоактивного ядра не зависит от присутствия других ядер и может произойти в любой интервал времени. Наблюдения за очень большим числом одинаковых радиоактивных превращений ядер позволяет установить вполне определенные количественные закономерности для характеристики процесса радиоактивного распада.

Естественная статистическая величина, характеризующая радиоактивный распад, – **постоянная (или константа) распада**  $\lambda$  – определяет вероятность распада ядра в единицу времени и имеет размерность [время]<sup>-1</sup>.

Пусть в момент времени  $t = 0$  имелось  $N_0$  радиоактивных ядер одной природы. Наиболее вероятное (ожидаемое) число ядер  $N(t)$ , которые не испытают радиоактивного распада к моменту времени  $t$ , должно составить

$$N(t) = N_0 q(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (25.16)$$

Формула (25.16) выражает основной **закон радиоактивного распада**.

В ядерной физике и ее приложениях используется еще одна временная характеристика распада – период полураспада  $T_{1/2}$ , которая определяет время, за которое первоначальное количество ядер  $N_0$  должно уменьшиться в два раза.

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (25.17)$$

Для характеристики радиоактивных свойств вещества, т.е. совокупности большого числа радиоактивных ядер, служит специальная величина, характеризующая скорость радиоактивных превращений, которая называется **активностью**. Активность  $A$  – среднее число ядер в образце, испытавших радиоактивный распад за единицу времени.

$$A(t) = \lambda N(t), \quad (25.18)$$

или же в виде

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}, \quad (25.19)$$

где  $A_0 = \lambda N_0$  – начальная активность образца.

Единицей измерения активности в СИ служит беккерель (Бк),

$$1 \text{ Бк} = 1 \text{ распад/с.}$$

Часто в практических приложениях используется другая единица измерения активности – кюри (Ки):

$$1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк.}$$

Активность, отнесенная к массе радиоактивного препарата, называется массовой **удельной активностью**.

Весьма распространенными являются случаи распада радиоактивных ядер с образованием не только стабильных, но и радиоактивных дочерних ядер. В последнем случае возникают цепочки распадов. Баланс числа радиоактивных ядер при этом определяется следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= -\lambda_1 N_1 \\ \frac{dN_2}{dt} &= -\lambda_2 N_2 + \lambda_1 N_1 \\ \frac{dN_3}{dt} &= -\lambda_3 N_3 + \lambda_2 N_2 \\ &\dots \end{aligned} \quad (25.20)$$

где индекс 1 относится к первичным материнским ядрам, а индексы 2, 3, . . . – к дочерним. Распад ядер  $N_1$  описывается обычным законом распада. Баланс ядер каждого дочернего вещества определяется скоростью собственного распада (активностью) и скоростью рождения, равной скорости распада ядер-предшественников. Решение каждого уравнения зависит только от вида решения предшествующего. В простейшем случае, когда в начальный момент времени дочерних ядер нет, а количество материнских ядер равно  $N_{10}$ , решение каждого  $k$ -го уравнения имеет вид:

$$N_k(t) = N_{01} \sum_{i=1}^k C_i e^{-\lambda_i t}; \quad C_i = \frac{\prod_{j=1}^{k-1} \lambda_j}{\prod_{j=1}^k (\lambda_j - \lambda_i)}, \quad j \neq i. \quad (25.21)$$

Полное число радиоактивных ядер есть сумма всех количеств  $N_k$ , существующих в данный момент времени.

Если  $\lambda_1 \ll \lambda_2$  (или  $(T_{1/2})_1 \gg (T_{1/2})_2$ ) и  $t \gg (T_{1/2})_2$ , то из (3.2.17) в пределе  $t \rightarrow \infty$  получаем

$$N_2 \lambda_2 = N_1 \lambda_1, \quad (25.22)$$

т.е. устанавливается **динамическое равновесие** между активностью материнского и дочернего препаратов, которое называется **вековым равновесием**.

Основным детектором частиц долгое время была пластинка, с нанесенным на нее слоем сернистого цинка. Частицы регистрировались глазом по производимым ими в сернистом цинке вспышкам света. Черенковское излучение впервые наблюдалось визуально. Первая пузырьковая камера, в которой Глезер наблюдал треки  $\alpha$ -частиц была величиной с наперсток. Источником частиц высоких энергий в то время были космические лучи - частицы, образующиеся в мировом пространстве.

Со временем экспериментальные установки становились все сложнее. Развивалась техника ускорения и детектирования частиц, ядерная электроника. Успехи в физике ядра и элементарных частиц все в большей степени определяются прогрессом в этих областях. Нобелевские премии по физике часто присуждаются за работы в области техники физического эксперимента.

Детекторы служат как для регистрации самого факта наличия частицы так и для определения её энергии и импульса, траектории движения частицы и др. характеристик. Регистрация заряженных частиц основана на явлении ионизации или возбуждении атомов, которое они вызывают в веществе детектора. Незаряженные частицы ( $\gamma$ -кванты, нейтроны, нейтрино) детектируются по вторичным заряженным частицам, возникающим в результате их взаимодействия с веществом детектора. Быстрораспадающиеся частицы регистрируются по их продуктам распада. Большое применение нашли детекторы, позволяющие непосредственно наблюдать траектории частиц.

**1. Счётчик Гейгера.** Счётчик Гейгера представляет собой, как правило, цилиндрический катод, вдоль оси, которого натянута проволока - анод. Система заполнена газовой смесью. При прохождении через счётчик заряженная частица ионизирует газ. Образующиеся электроны, двигаясь к положительному электроду - нити, попадая в область сильного электрического поля, ускоряются и в свою очередь ионизуют молекулы газа, что приводит к коронному разряду. Амплитуда сигнала достигает нескольких вольт и легко регистрируется. Счётчик Гейгера регистрирует факт прохождения частицы через счётчик, но не позволяет измерить энергию частицы.

**2. Пропорциональный счетчик.** Пропорциональный счетчик имеет такую же конструкцию, как и счётчик Гейгера. Однако за счёт подбора напряжения питания и состава газовой смеси в пропорциональном счетчике при ионизации газа пролетевшей заряженной частицей не происходит коронного разряда. Под действием электрического поля создаваемого вблизи положительного электрода первичные частицы производят вторичную ионизацию и создают электрические лавины, что приводит к усилению первичной ионизации созданной пролетевшей через счётчик частицы в  $10^3 - 10^6$  раз. Пропорциональный счетчик позволяет регистрировать энергию частиц.

**3. Ионизационная камера.** Так же как в счетчике Гейгера и пропорциональном счетчике в ионизационной камере используется газовая смесь. Однако, по сравнению с пропорциональным счетчиком напряжение питания в ионизационной камере меньше и усиления ионизации в ней не происходит. В зависимости от требований эксперимента для измерения энергии частиц используется либо только электронная компонента токового импульса, либо электронная и ионная.

**4. Полупроводниковый детектор.** Устройство полупроводникового детектора, которые обычно изготавливаются из кремния или германия, аналогично устройству ионизационной камеры. Роль газа в полупроводниковом детекторе играет определенным образом созданная чувствительная область, в которой в обычном состоянии нет свободных

носителей заряда. Попав в эту область заряженная частица вызывает ионизацию, соответственно в зоне проводимости появляются электроны, а в валентной зоне - дырки. Под действием приложенного к напыленным на поверхность чувствительной зоны электродам напряжения, возникает движение электронов и дырок, формируется импульс тока. Заряд импульса тока несет информацию об количестве электронов и дырок и соответственно об энергии, которую заряженная частица потеряла в чувствительной области.

**5. Камера Вильсона.** Принцип работы камеры Вильсона основан на конденсации пересыщенного пара и образовании видимых капель жидкости на ионах вдоль следа пролетевшей через камеру заряженной частицы. Для создания пересыщенного пара происходит быстрое адиабатическое расширение газа с помощью механического поршня. После фотографирования трека, газ в камере снова сжимается, капельки на ионах испаряются. Электрическое поле в камере служит для “очистки” камеры от ионов образовавшихся при предыдущей ионизации газа

**6. Пузырьковая камера.** Принцип действия основан на вскипании перегретой жидкости вдоль трека заряженной частицы. Пузырьковая камера представляет собой сосуд, заполненный прозрачной перегретой жидкостью. При быстром понижении давления, вдоль трека ионизирующей частицы образуется цепочка пузырьков пара, которые освещаются внешним источником и фотографируются. После фотографирования следа давление в камере повышается, пузырьки газа схлопываются и камера снова готова к работе. В качестве рабочей жидкости в камере используется жидкий водород одновременно служащий водородной мишенью для исследования взаимодействия частиц с протонами.

**7. Ядерные эмульсии.** Аналогично, как это происходит в обычной фотографии, заряженная частица нарушает вдоль своего пути структуру кристаллической решётки зерен галоидного серебра делая их способными к проявлению. Ядерная эмульсия является уникальным средством для регистрации редких событий. Стопки ядерных эмульсий позволяют регистрировать частицы очень больших энергий. С их помощью можно определить координаты трека заряженной частицы с точностью  $\sim 1$  микрона. Ядерные эмульсии широко используются для регистрации космических частиц на шарах-зондах и космических аппаратах.

**8. Искровая камера.** Искровая камера состоит нескольких плоских искровых промежутков, объединённых в одном объёме. После прохождения заряженной частицы через искровую камеру на её электроды подаётся короткий высоковольтный импульс напряжения. В результате вдоль трека образуется видимый искровой канал. Искровая камера, помещённая в магнитное поле, позволяет не только детектировать направление движения частицы, но и по искривлению траектории определять тип частицы и её импульс. Размеры электродов искровых камер могут достигать до нескольких метров.

**9. Стриммерная камера.** Это аналог искровой камеры, с большим межэлектродным расстоянием  $\sim 0.5$  м. Длительность высоковольтного разряда подаваемого на искровые промежутки составляет  $\sim 10^{-8}$  с. Поэтому образуется не искровой пробой, а отдельные короткие светящиеся световые каналы - стриммеры. В стриммерной камере можно регистрировать одновременно несколько заряженных частиц.

**10. Пропорциональная камера.** Пропорциональная камера обычно имеет плоскую или цилиндрическую форму и в каком-то смысле является аналогом многоэлектродного пропорционального счетчика. Высоковольтные проволочные электроды отстоят друг от друга на расстоянии нескольких мм. Заряженные частицы, проходя через систему электродов, создают на проволочках импульс тока длительностью  $\sim 10^{-7}$  с. Регистрируя эти импульсы с отдельных проволочек можно с точностью до нескольких микрон восстановить траекторию частиц. Разрешающее время пропорциональной камеры составляет несколько микросекунд. Энергетическое разрешение пропорциональной камеры  $\sim 5-10\%$ .

**11. Дрейфовая камера.** Это аналог пропорциональной камеры, позволяющий с ещё большей точностью восстановить траекторию частиц. Искровая, стриммерная, пропорциональная и дрейфовая камеры обладая многими преимуществами пузырьковых



камер, позволяют запускать их от интересующего события, используя их на совпадения со сцинтиляционными детекторами.

**12. Сцинтиляционный детектор.** Сцинтиляционный детектор использует свойство некоторых веществ светиться (сцинтилировать) при прохождении заряженной частицы. Кванты света, образующиеся в сцинтиляторе, затем регистрируются с помощью фотоумножителей. Используются как кристаллические сцинтилляторы, например, NaI, BGO, так и пластиковые и жидкие. Кристаллические сцинтилляторы в основном используются для регистрации гамма-квантов и рентгеновского излучения, пластиковые и жидкие - для регистрации нейтронов и временных измерений. Большие объёмы сцинтиляторов позволяют создавать детекторы очень высокой эффективности, для регистрации частиц с малым сечением взаимодействия с веществом.

**13. Калориметры.** Калориметры представляют собой чередующиеся слои вещества, в котором тормозятся частицы высоких энергий (обычно это слои железа и свинца) и детекторы, в качестве которых используют искровые и пропорциональные камеры или слои сцинтиляторов. Ионизирующая частица высокой энергии ( $E > 10^{10}$  эВ), проходя через калориметр, создаёт большое число вторичных частиц, которые, взаимодействуя с веществом калориметра, в свою очередь создают вторичные частицы - образуют ливень частиц в направлении движения первичной частицы. Измеряя ионизацию в искровых или пропорциональных камерах или световой выход сцинтиляторов, можно определить энергию и тип частицы.

**14. Черенковский счётчик.** Работа черенковского счётчика основана на регистрации излучения Черенкова - Вавилова, возникающего при движении частицы в среде со скоростью  $v$  превышающей скорость распространения света в среде ( $v > c/n$ ). Свет Черенковского излучения направлен вперёд под углом  $\theta$  по направлению движения частицы. Световое излучение регистрируется с помощью фотоумножителя. При помощи черенковского счётчика можно определить скорость частицы и отсеleccionировать частицы по скоростям.

Действие ионизирующих излучений представляет собой сложный процесс. Эффект облучения зависит от величины поглощенной дозы, ее мощности, вида излучения, объема облучения тканей и органов. Для его количественной оценки введены специальные единицы, которые делятся на внесистемные и единицы в системе СИ. Сейчас используются преимущественно единицы системы СИ. Ниже в таблице 25.1 дан перечень единиц измерения радиологических величин и проведено сравнение единиц системы СИ и внесистемных единиц.

Таблица 25.1.

Основные радиологические величины и единицы			
Величина	Наименование и обозначение единицы измерения		Соотношения между единицами
	Внесистемные	СИ	
Активность нуклида, А	Кюри (Ки, Ci)	Беккерель (Бк, Bq)	1 Ки = $3.7 \cdot 10^{10}$ Бк 1 Бк = 1 расп/с 1 Бк = $2.7 \cdot 10^{-11}$ Ки
Экспозиционная доза, X	Рентген (Р, R)	Кулон/кг (Кл/кг, C/kg)	1 Р = $2.58 \cdot 10^{-4}$ Кл/кг 1 Кл/кг = $3.88 \cdot 10^3$ Р
Поглощенная доза, D	Рад (рад, rad)	Грей (Гр, Gy)	1 рад = $10^{-2}$ Гр 1 Гр = 1 Дж/кг
Эквивалентная доза, H	Бэр (бэр, rem)	Зиверт (Зв, Sv)	1 бэр = $10^{-2}$ Зв 1 Зв = 100 бэр

Интегральная доза излучения	Рад-грамм (рад*г, rad*g)	(рад*г, Грей-кг (Гр*кг, Gy*kg))	1 рад*г=10 <sup>-5</sup> Гр*кг 1 Гр*кг=10 <sup>5</sup> рад*г
-----------------------------	--------------------------	---------------------------------	---

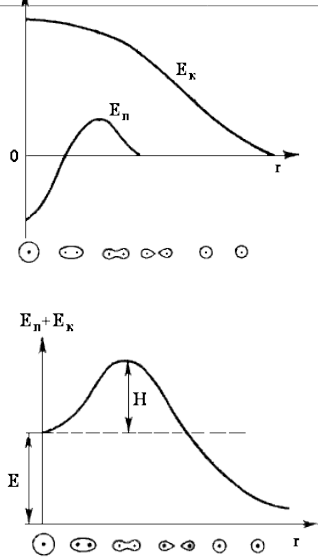


Рис. 25.2

Для описания влияния ионизирующих излучений на вещество используются следующие понятия и единицы измерения :

**Экспозиционная доза (X).** В качестве количественной меры рентгеновского и  $\gamma$ -излучения принято использовать во внесистемных единицах экспозиционную дозу, определяемую зарядом вторичных частиц (dQ), образующихся в массе вещества (dm) при полном торможении всех заряженных частиц :

$$X = dQ/dm$$

**Поглощенная доза (D)** - основная дозиметрическая величина. Она равна отношению средней энергии dE, переданной ионизирующим излучением веществу в элементарном объеме, к массе dm вещества в этом объеме :

$$D = dE/dm$$

**Эквивалентная доза (H).** Для оценки возможного ущерба здоровью человека в условиях хронического облучения в области радиационной безопасности введено понятие эквивалентной дозы H, равной произведению поглощенной дозы

$D_r$ , созданной облучением -  $r$  и усредненной по анализируемому органу или по всему организму, на весовой множитель  $w_r$  (называемый еще - коэффициент качества излучения).

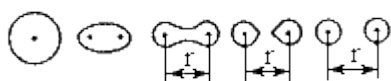


Рис. 25.1

В 1939 г. Н. Бор и Уилер, а также Френкель еще задолго до того, как деление было всесторонне изучено экспериментально, предложили теорию этого процесса, основанную на представлении о ядре как о капле заряженной жидкости.

В процессе деления ядро последовательно проходит через следующие стадии (рис.25.1): шар, эллипсоид, гантель, два грушевидных осколка, два сферических осколка. После того как деление произошло, и осколки находятся друг от друга на расстоянии, много большем их радиуса, потенциальную энергию осколков, определяемую кулоновским взаимодействием между ними, можно считать равной нулю.

Рассмотрим начальную стадию деления, когда ядро с увеличением  $r$  принимает форму все более вытянутого эллипсоида вращения. На этой стадии деления  $r$  - мера отклонения ядра от сферической формы (рис.25.2). Вследствие эволюции формы ядра изменение его потенциальной энергии определяется изменением суммы поверхностной и кулоновской энергий  $E'_n + E'_k$ . Предполагается, что объем ядра в процессе деформации остается неизменным. Поверхностная энергия  $E'_n$  при этом возрастает, так как увеличивается площадь поверхности ядра. Кулоновская энергия  $E'_k$  уменьшается, так как увеличивается среднее расстояние между нуклонами. Пусть сферическое ядро в результате незначительной деформации, характеризующейся малым параметром  $\kappa$ , приняло форму аксиально-симметричного эллипсоида.

Для того чтобы ядро мгновенно разделилось, ему необходимо сообщить энергию  $Q$ , превышающую высоту барьера  $H$ . Высота барьера  $H$  тем больше, чем меньше отношение кулоновской и поверхностной энергий  $E_k/E_n$  в начальном ядре. Это отношение, в свою очередь, увеличивается с увеличением параметра делимости  $Z^2/A$ . Т.е. согласно капельной модели в природе должны отсутствовать ядра с  $Z^2/A > 49$ , так как они практически мгновенно (за характерное ядерное время порядка  $10^{-22}$  с) самопроизвольно делятся. Самопроизвольное деление ядер с  $Z^2/A < 49$ , для которых высота барьера  $H$  не равна нулю, с точки зрения классической физики невозможно. С точки зрения квантовой механики такое деление возможно в результате прохождения через потенциальный барьер и носит название

спонтанного деления. Вероятность спонтанного деления растет с увеличением параметра делимости  $Z^2/A$ , т.е. с уменьшением высоты барьера.

Деление атомных ядер может быть вызвано различными частицами, однако практически наиболее выгодно использовать для этой цели нейтроны. Отсутствие кулоновского отталкивания позволяет нейтронам со сколь угодно малой кинетической энергией приблизиться к ядру на расстояние меньше радиуса действия ядерных сил. Захват ядром нейтрона приводит к возбуждению ядра, и, если энергия возбуждения достаточна, происходит деление.

Процесс деления изотопов урана  $^{238}\text{U}$  и  $^{235}\text{U}$  под действием нейтронов представляет особый интерес, т.к. они используются в качестве топлива в ядерных реакторах. Естественная смесь содержит 99.3% изотопа урана  $^{238}\text{U}$  и 0.7% изотопа  $^{235}\text{U}$ .  $^{238}\text{U}$  делится нейтронами с энергией  $E_n > 1$  МэВ.  $^{235}\text{U}$  делится под действием нейтронов любой энергии. Энергия возбуждения ядра  $^{236}\text{U}$  после захвата теплового нейтрона превышает высоту потенциального барьера, в то время как для  $^{239}\text{U}$  энергия возбуждения меньше высоты барьера на 1 МэВ. Поэтому тепловые нейтроны не вызывают деления  $^{239}\text{U}$ . Минимально возможная кинетическая энергия, которой должен обладать нейтрон, чтобы вызвать деление ядра  $^{238}\text{U}$ , равна разности высоты барьера и энергии отделения нейтрона в ядре  $^{239}\text{U}$ , т.е. 1 МэВ. В процессе деления основная часть энергии освобождается в виде кинетической энергии осколков деления. Под действием электрических сил отталкивания кулоновская энергия осколков переходит в кинетическую энергию.

## Тема 26. ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

### План:

1. Космическое излучение.
2. Мюоны и их свойства. Мезоны и их свойства
3. Типы взаимодействий элементарных частиц.
4. Частицы и античастицы.
5. Гипероны. Странность и четность элементарных частиц.
6. Классификация элементарных частиц. Кварки.

Космическое излучение складывается из частиц, захваченных магнитным полем Земли, галактического космического излучения и корпускулярного излучения Солнца. В его состав входят в основном электроны, протоны и альфа-частицы. Это так называемое первичное космическое излучение, взаимодействуя с атмосферой Земли, порождает вторичное излучение. В результате на уровне моря излучение состоит почти полностью из мюонов (подавляющая часть) и нейтронов. Космические лучи были открыты в 1912 г. В. Гессом. Различают первичные космические лучи - космические лучи до входа в атмосферу и вторичные космические лучи, образовавшиеся в результате процессов взаимодействия первичных космических лучей с атмосферой Земли.

В результате взаимодействия с ядрами атмосферы первичные космические лучи (в основном протоны) создают большое число вторичных частиц - пионов, протонов, нейтронов, мюонов, электронов, позитронов и фотонов. Таким образом вместо одной первичной частицы возникает большое число вторичных частиц, которые делятся на адронную, мюонную и электронно-фотонную компоненты. Такой каскад покрывает большую территорию и называется **широким атмосферным ливнем**. Образующиеся при распаде нейтральных пионов  $\gamma$ -кванты вызывают каскад электронов и  $\gamma$ -квантов, которые в свою очередь образуют электрон-позитронные пары.

Поток космических лучей на уровне моря примерно в 100 раз меньше потока первичных космических лучей ( $\sim 0.01 \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ).

Основными источниками первичных космических лучей являются взрывы сверхновых звезд (галактические космические лучи) и Солнце. Большие энергии (до  $10^{16}$  эВ) галактических космических лучей объясняются ускорением частиц на ударных волнах, образующихся взрывах сверхновых. Интенсивность космических лучей на больших интервалах времени была постоянна в течение  $\sim 10^9$  лет. Однако, появились данные, что 30-40 тыс. лет тому назад интенсивность космических лучей заметно отличалась от современной.

Мюоны ( $\mu$ ) были впервые обнаружены в 1936 году в составе космических лучей. Отрицательно заряженный и положительно заряженный мюоны являются частицей и античастицей.

Отрицательно заряженные мюоны распадаются на электрон  $e^-$ , электронное антинейтрино  $\bar{\nu}_e$  и мюонное нейтрино  $\nu_\mu$ .

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

Положительно заряженный мюон является античастицей по отношению к  $\mu^-$  и распадается на позитрон  $e^+$ , электронное нейтрино  $\nu_e$  и мюонное антинейтрино  $\bar{\nu}_\mu$ .

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

Вместе с мюонным нейтрино ( $\nu_\mu$ ) мюон составляет второе поколение лептонов.

Основным источником мюонов высоких энергий являются космические лучи и распады  $\pi$ -мезонов высоких энергий

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu.$$

Кроме того, мюоны образуются в результате столкновений высокоэнергетичных электронов и позитронов

$$e^- + e^+ \rightarrow \mu^- + \mu^+$$

Установлено, что  $\nu_\mu \neq \bar{\nu}_\mu$ ,  $\bar{\nu}_\mu \neq \bar{\nu}_e$  и  $\bar{\nu}_\mu \neq \nu_\mu$  и были установлены их лептонные числа  $L_e$  и  $L_\mu$ .  
 $L_e(\mu^\pm, \nu_\mu) = 0$ ;  $L_\mu(\mu^\pm, \nu_\mu) = 1$ ;  $L_e(e^\pm, \nu_e) = 1$ ;  $L_\mu(e^\pm, \nu_e) = 0$ .

$\pi$ -Мезоны являются членами одного изоспинового триплета  $I = 1$ ,  
 $\pi^+(I = 1, I_3 = +1)$ ,  $\pi^-(I = 1, I_3 = -1)$ ,  $\pi^0(I = 1, I_3 = 0)$

Основные характеристики  $\pi$ -мезонов приведены в табл. 26.1.

Таблица 26.1.

Частица.	Масса (МэВ)	Кварковый состав.	Спин I, чётность P, $I^P$	Изоспин	Проекция изоспина $I_3$	Среднее время жизни с
$\pi^+$	139.57	$u\bar{d}$	$0^-$	1	+1	$2.6 \cdot 10^{-8}$ с
$\pi^-$	139.57	$\bar{u}d$	$0^-$	1	-1	$2.6 \cdot 10^{-8}$ с
$\pi^0$	134.977	$u\bar{u} - d\bar{d}$	$0^-$	1	0	$8.4 \cdot 10^{-17}$ с

Т.к.  $\pi^+$ -мезон является положительно заряженной частицей, он должен распадаться на лёгкие заряженные лептоны  $e^+$  или  $\mu^+$  и соответствующие нейтрино  $\nu_e(\nu_\mu)$ . Этот распад происходит в результате слабого взаимодействия, поэтому  $\pi^+(\pi^-)$ -мезон имеет характерные для слабого взаимодействия среднее время жизни  $\tau = 2.6 \cdot 10^{-8}$  с.

Так как  $\pi^+$  и  $\pi^-$  являются частицей и античастицей, они имеют одинаковые времена жизни и зарядово-сопряженные каналы распада.  $\pi^0$ -Мезон имеет нулевой электрический заряд, поэтому он распадается в результате электромагнитного взаимодействия на два гамма-кванта. Это объясняет его малое по сравнению с заряженными пионами время жизни ( $8.4 \cdot 10^{-17}$  с).

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma, \quad \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \bar{\nu}_\mu, \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu,$$

Известно 4 различных К-мезона с примерно одинаковыми массами:  $K^+(u\bar{s})$ ,  $K^-(\bar{u}s)$ ,  $K^0(d\bar{s})$ ,  $\bar{K}^0(\bar{d}s)$ , Так же как и  $\pi$ -мезоны, К-мезоны имеют спин  $J = 0$  и отрицательную четность  $J^P(K^+, K^-, K^0, \bar{K}^0) = 0^-$ . Время жизни К-мезонов  $10^{-8}$ - $10^{-10}$  с. К-мезоны распадаются за счет слабого взаимодействия.

Все наблюдаемые в настоящее время частицы можно разбить на три большие группы (рис. 26.1).

1. **Лептоны** - частицы участвующие в электромагнитных и слабых взаимодействиях. Нейтрино участвуют только в слабых взаимодействиях.

2. **Адроны** - частицы участвующие в сильных, электромагнитных и слабых взаимодействиях. Сегодня известно свыше сотни адронов.

**Барионы** - адроны, состоящие из трёх кварков ( $qqq$ ) и имеющие барионное число  $B = 1$ .

**Мезоны** - адроны, состоящие из кварка и антикварка ( $q\bar{q}$ ) и имеющие барионное число  $B = 0$ .

3. **Калибровочные бозоны** - частицы переносящие взаимодействие между фундаментальными фермионами (кварками и лептонами).

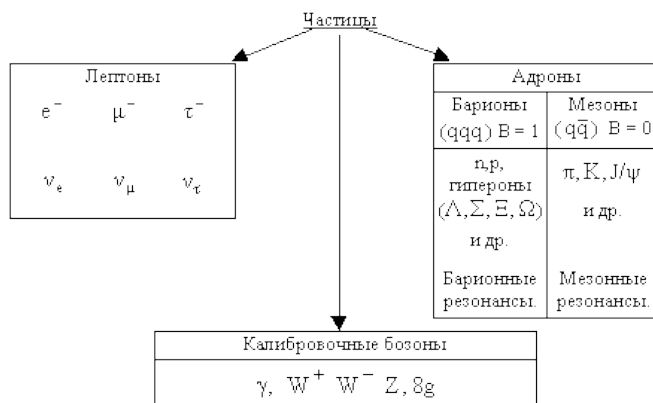


Рис. 26.1

Каждая частица описывается набором физических величин - квантовых чисел - определяющих её свойства. Наиболее часто употребляемые характеристики частиц:

**Масса частицы**,  $m$ . Массы частиц меняются в широких пределах от 0 (фотон) до 90 ГэВ (Z-бозон). **Время жизни**,  $\tau$ . В зависимости от времени жизни частицы делятся на стабильные частицы, имеющие относительно большое время жизни, и нестабильные.

К стабильным частицам относят частицы, распадающиеся по слабому или электромагнитному взаимодействию. Деление частиц на стабильные и нестабильные - условно. К нестабильным частицам относят частицы, распадающиеся в результате сильного взаимодействия. Их обычно называют резонансами. Характерное время жизни резонансов -  $10^{-23}$  -  $10^{-24}$  с.

**Спин J**. Величина спина измеряется в единицах  $\hbar$  и может принимать 0, полуцелые и целые значения. Частицы с полуцелым спином подчиняются статистике Ферми-Дирака, с целым спином - Бозе-Эйнштейна.

**Электрический заряд Q**. Электрический заряд является целой кратной величиной от  $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$  Кулон (или  $48 \cdot 10^{-10}$  ед. СГСЕ), называемой элементарным электрическим зарядом. Частицы могут иметь заряды 0,  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ .

**Внутренняя четность P**. Квантовое число P характеризует свойство симметрии волновой функции относительно пространственных отражений. Квантовое число P имеет значение  $\pm 1$ .

Наряду с общими для всех частиц характеристиками, используют также квантовые числа, которые описывают только отдельным группам частиц. Квантовые числа - барионное число B, странность s, очарование (charm) c, красота (bottomness или beauty) b, верхний (topness) t, изотопический спин I приписывают только сильно взаимодействующим частицам - адронам.

**Лептонные числа**  $L_e, L_\mu, L_\tau$ . Лептонные числа приписывают частицам, образующим группу лептонов. Лептоны  $e, \mu$  и  $\tau$  участвуют только в электромагнитных и слабых взаимодействиях. Лептоны  $\nu_e, \nu_\mu$  и  $\nu_\tau$  участвуют только в слабых взаимодействиях. Лептонные числа имеют значения  $L_e, L_\mu, L_\tau = 0, +1, -1$ . Все адроны имеют  $L_e = L_\mu = L_\tau = 0$ .

**Барионное число B**. Барионное число имеет значение  $B = 0, +1, -1$ . Барионы, например, p, n,  $\Lambda, \Sigma$ , нуклонные резонансы имеют барионное число  $B = +1$ . Мезоны, мезонные резонансы -  $B = 0$ , антибарионы -  $B = -1$ .

**Странность s.** Квантовое число s может принимать значения -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3 и определяется кварковым составом адронов.

**Charm c.** Квантовое число c может принимать значения -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3. В настоящее время обнаружены частицы, имеющие  $c = 0, +1$  и -1.

**Bottomness b.** Квантовое число b может принимать значения -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3. В настоящее время обнаружены частицы, имеющие  $b = 0, +1, -1$ .

**Topness t.** Квантовое число t может принимать значения -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3. В настоящее время обнаружено всего одно состояние с  $t = +1$ .

**Изоспин I.** Сильно взаимодействующие частицы можно разбить на группы частиц, обладающих схожими свойствами (одинаковое значение спина, чётности, барионного числа, странности и др. квантовых чисел, сохраняющихся в сильных взаимодействиях) - изотопические мультиплеты. Величина изоспина I определяет число частиц, входящих в один изотопический мультиплет.

**G-четность** - это квантовое число, соответствующее симметрии относительно одновременной операции зарядового сопряжения  $\hat{C}$  и изменения знака третьей компоненты  $I_z$  изоспина. G-четность сохраняется только в сильных взаимодействиях.

В 1928 году П. Дираком на основании анализа релятивистского уравнения было предсказано существование позитрона. В 1932 году позитрон был обнаружен в космических лучах К. Андерсоном. Античастицы были открыты у лептонов ( $\mu^+, \mu^-$ ) и мезонов ( $\pi^+, \pi^-$ ). Естественно возник вопрос, есть ли античастицы у барионов.

**Антинейтрон** был открыт в 1956 году. Антинейтроны образовывались в реакциях перезарядки антипротонов на нуклонах.

Пятидесятые годы завершились открытием антигиперонов. Сейчас почти ни у кого не вызывает сомнения тот факт, что каждая частица имеет "двойника" - античастицу. Античастицы обладают рядом характеристик, имеющих те же численные значения, что и частицы и некоторые характеристики с противоположным знаком. Так у частицы и античастицы одинаковые массы, спины, изоспины, времена жизни; противоположные знаки у электрических зарядов, магнитных моментов, барионных и лептонных зарядов, проекций изоспина, четности и др.

У истинно нейтральных частиц ( $\Upsilon, \pi^0, \eta^0$ ) частица и античастица тождественны.

Одним из главных свойств частиц является их способность превращаться друг в друга, рождаться и уничтожаться в результате взаимодействия. При столкновении электрона и позитрона происходит их аннигиляция. Электрон и позитрон исчезают, и вместо них рождаются два  $\Upsilon$ -кванта:  $e^+ + e^- \rightarrow 2\Upsilon$

Наряду с процессом аннигиляции был обнаружен и процесс рождения пары электрон-позитрон. Электрон-позитронные пары легко рождались  $\Upsilon$ -квантами с энергией в несколько МэВ в кулоновском поле атомного ядра.

Процессы аннигиляции и рождения пар заставили по-новому осмыслить, что же такое частицы, которые ранее называли элементарными. Частица перестала быть неизменным "кирпичиком" в строении материи. Возникла новая чрезвычайно глубокая концепция взаимного превращения частиц. Оказалось, что частицы могут рождаться и исчезать, превращаясь в другие частицы.

Распады частиц, их стабильность обусловлены законами сохранения. Т.к. в нашей части Вселенной практически нет античастиц и средние энергии частиц низкие, окружающее нас вещество стабильно.

Фундаментальные частицы можно разбить на два типа - на частицы вещества - фундаментальные фермионы и калибровочные бозоны, переносящие взаимодействия между частицами вещества.

Фундаментальными фермионами - частицами вещества являются кварки и лептоны. Известно 6 типов (ароматов) кварков, объединённых в три семейства (поколения).

$$\begin{array}{ccc}
 \text{1 поколение} & \text{2 поколение} & \text{3 поколение} \\
 \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L
 \end{array}$$

Кварки верхнего ряда (u,c,t) имеют электрический заряд  $Q = +2/3e$ , нижнего ряда (d,s,b) имеют электрический заряд  $Q = -1/3e$ , где e-абсолютная величина заряда электрона. Кварк каждого типа имеет три цветовых состояния. Кварки связаны внутри адронов и в свободном состоянии не наблюдаются. Масса токового кварка - это масса, которой обладал бы кварк, если бы кварки не были связаны друг с другом посредством глюонов. Масса токового кварка складываясь с энергией взаимодействия кварка в адроне дает массу кварка в составе адрона. Лептоны не имеют цветовых состояний, они не участвуют в сильных взаимодействиях. Лептонов тоже 6 типов. Они также объединены в 3 семейства (поколения).

$$\begin{array}{ccc}
 \text{1 поколение} & \text{2 поколение} & \text{3 поколение} \\
 \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L
 \end{array}$$

Электрон e, мюон  $\mu$  и тау-лептон  $\tau$  имеют одинаковые электрические заряды  $Q = -e$ . Каждый лептон верхней строки имеет своё нейтрино - электронное нейтрино  $\nu_e$ , мюонное нейтрино  $\nu_\mu$  и тау-нейтрино  $\nu_\tau$ . В процессах взаимодействия с веществом нейтрино обычно появляется в паре с соответствующим лептоном верхней строки. Электрический заряд нейтрино равен 0. Каждое поколение имеет своё лептонное число. Лептонные числа строго сохраняются, хотя почему это происходит сегодня не ясно. Массы нейтрино в рамках стандартной модели считаются равными 0. Сегодня измерены лишь верхние пределы масс нейтрино. Так же как и в случае кварков массы лептонов теоретически не объяснены. В отличие от кварков лептоны наблюдаются в свободном состоянии как отдельные частицы, участвующие в различных реакциях.

Кроме кварков и лептонов существуют частицы, которые передают взаимодействие между фундаментальными фермионами (кварками и лептонами). Это частицы с целым спином - калибровочные бозоны.

**Сильное взаимодействие.** Константа сильного взаимодействия, характеризующая интенсивность этого взаимодействия определяется взаимодействием кварков и переносчиков сильного взаимодействия - глюонов. Частицы, участвующие в сильном взаимодействии называются адронами. Характерный радиус действия сил, обусловленных сильным взаимодействием  $\sim 10^{-13}$  см. Частицы, распадающиеся в результате сильного взаимодействия имеют характерное время жизни  $\sim 10^{-20}-10^{-23}$  с, что соответствует характерным ширинам резонансов  $\Gamma > 10$  МэВ.

**Электромагнитное взаимодействие.** Константа электромагнитного взаимодействия  $(\alpha)^{1/2} = (e^2/\hbar c)^{1/2} = (1/137)^{1/2}$  ( $\alpha$  - постоянная тонкой структуры). Переносчик электромагнитного взаимодействия - фотон. То обстоятельство, что масса фотона равна нулю определяет бесконечный радиус электромагнитного взаимодействия. Константа электромагнитного взаимодействия определяет вероятность испускания или поглощения фотона частицей с зарядом  $\pm e$ . Характерное время распада частиц в результате электромагнитного взаимодействия  $> 10^{-18}$  с.

**Слабое взаимодействие.** Константа слабого взаимодействия  $\sim 10^{-6}$ . Переносчиками слабого взаимодействия являются промежуточные бозоны  $W^\pm$  и Z-бозоны. Большая масса промежуточных бозонов обуславливает характерную величину радиуса слабого взаимодействия  $\sim 10^{-16}$  см. Частицы, распадающиеся в результате слабого взаимодействия имеют времена жизни  $> 10^{-12}$  с.

**Гравитационное взаимодействие.** Сила гравитационного взаимодействия определяется соотношением  $F = Gm_1m_2/r^2$ , где  $G = 6/67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3\text{кг}^{-1}\text{с}^{-2}$  - гравитационная постоянная. Радиус

действия гравитационного взаимодействия бесконечен. В гравитационном взаимодействии участвуют все частицы. Сравнение гравитационного и электромагнитного взаимодействия двух протонов, находящихся на расстоянии друг от друга  $\sim 10^{-13}$  см приводит к соотношению  $F_{\text{грав}}/F_{\text{эл.магн}} \sim 10^{-36}$ .

К середине шестидесятых годов число обнаруженных сильновзаимодействующих элементарных частиц - адронов перевалило за 100. Возникла уверенность, что наблюдаемые частицы не отражают предельный элементарный уровень материи.

В 1964 году независимо друг от друга М. Гелл-Манн и Д. Цвейг предложили модель кварков - частиц, из которых могут состоять адроны. Появление такой модели было вполне естественным. Поэтому гипотеза о новых фундаментальных частицах, из которых можно строить адроны, казалась вполне правдоподобной.

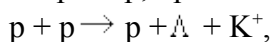
Таким образом, на этом этапе развития наших представлений о структуре материи на первый план выходят "новые элементарные частицы" - кварки. Все адроны состоят из шести кварков и есть достаточно серьезные основания считать, что их не должно быть больше.

Каждый тип кварка имеет еще одно квантовое число - цвет, которое может принимать три значения - красный, синий и зеленый. Это чисто условные названия. Главное, что каждый кварк имеет еще три дополнительных квантовых числа. Введение цветовой степени свободы кварков было необходимо, чтобы сохранить принцип Паули. Гипотеза о существовании цвета у кварков, впервые высказанная в 1965 году независимо Н. Боголюбовым, Б. Струминским, А. Тавхелидзе и М. Ханом, Й. Намбу, была впоследствии подтверждена в большом количестве экспериментов.

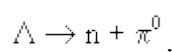
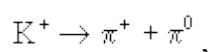
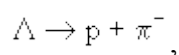
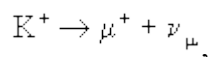
**Адроны** состоят из кварков. Они участвуют во всех видах взаимодействий. Адроны подразделяются на **барионы**, имеющие барионный заряд  $B = 1$ , и **мезоны**, для которых  $B = 0$ . Барионы состоят из трех кварков. Мезоны - из кварка и антикварка. Барионы являются фермионами (имеют полуцелый спин), мезоны являются бозонами (имеют нулевой или целочисленный спин). Адроны также характеризуются квантовыми числами  $s$  (странность),  $c$  (очарование),  $b$  (красота),  $t$  (истина), изоспином  $I$  и его третьей проекцией  $I_3$ .

Барионное число  $B$  - квантовая характеристика частиц отражающая установленный на опыте закон сохранения числа барионов. Закон сохранения числа барионов: Во всех процессах происходящих в природе разности общего числа барионов и антибарионов сохраняется.

В течение 10 лет, последовавших за открытием пиона в 1947 году, в результате изучения космических лучей и экспериментов на вновь построенных ускорителях высоких энергий таблица элементарных частиц начала быстро пополняться новыми элементарными частицами. За это время их было открыто свыше 30. Первыми из открытых частиц были  $K$ -мезоны или каоны, частицы с массой  $\sim 500$  МэВ. Затем были обнаружены тяжелые частицы  $\Lambda$  и  $\Sigma$ . Была обнаружена странная особенность вновь открытых частиц - они рождались парами, хотя не были частицей и античастицей. Здесь была другая закономерность. Так, например, при столкновении двух протонов возможна реакция



в которой рождаются две странные частицы  $\Lambda$ -частица и  $K^+$ -мезон. Образовавшиеся "странные" частицы затем распадаются на лептоны, нуклоны и пионы



Среди вновь открытых странных частиц оказались частицы, имеющие массу покоя больше массы покоя нуклона. Эти частицы были названы гиперонами. К ним относятся  $\Lambda$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^-$ ,  $\Xi^0$ ,  $\Xi^-$ ,  $\Omega^-$ .

Вторая особенность поведения странных частиц - большое время жизни. В результате распада  $\Lambda$  образуются сильно взаимодействующие частицы  $p$  и  $\pi^-$  или  $n$  и  $\pi^0$ . Поэтому казалось, что время жизни странных частиц должно быть  $\sim 10^{-22}$ - $10^{-23}$  сек. На самом деле их



время жизни  $\sim 10^{-10}$  с, характерно для слабого взаимодействия. Для того, чтобы объяснить такое поведение странных частиц М. Гелл-Манн и Нишиджима высказали предположение, что странная частица является носителем еще одного нового квантового числа, которое было названо **странностью**  $s$ . Квантовое число  $s$  может принимать значения  $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$  и определяется кварковым составом адронов,  
 $s(K^+, K^0) = +1$ ,

Образование и распад странных частиц управляются законом сохранения странности: В сильных и электромагнитных взаимодействиях странность сохраняется  $\Delta s = 0$ . В слабых взаимодействиях странность не изменяется или изменяется на единицу  $\Delta s = 0, \pm 1$ .

Это позволило сразу объяснить и парное рождение странных частиц в реакции сильного взаимодействия и большое время жизни в результате распада, происходящего за счет слабого взаимодействия. Странные частицы рождаются парами в основном в результате сильного взаимодействия, а распадаются поодиночке в результате слабого взаимодействия.

Глюоны - частицы со спином  $J = 1$  и нулевой массой переносят сильное цветное взаимодействие между кварками. При испускании или поглощении глюона кварки изменяют свой цвет. При этом остальные квантовые числа кварка и его аромат не изменяются. Глюоны обладают цветом. Так как глюоны обладают цветом в отличие от фотонов (фотон-переносчики взаимодействие между заряженными частицами не имеет электрического заряда) для них возможны процессы испускания глюоном глюона, взаимодействие двух глюонов. Взаимодействие глюонов ответственно за удержание кварков внутри адрона. В отличие от константы электромагнитного взаимодействия, константа сильного цветного взаимодействия растет с увеличением расстояния между кварками. Глюоны играют существенную роль в формировании внутренней структуры адронов.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ

1. Решение задач всех разделов удобно начинать с краткой записи условия, где необходимо отразить не только данные числовые значения, но и все дополнительные условия, которые следуют из текста задачи: неизменность или кратность каких-либо параметров, их граничные значения, условия, которые определяются физическим содержанием задачи (например, отсутствие трения, постоянство ускорения и т. п.).

Очень важно правильно поставить вопрос к задаче. Возможны следующие варианты:

- 1) найти значение какого-либо параметра (при постановке такого вопроса трудностей не возникает);
- 2) на сколько одна величина больше другой (здесь надо найти разность двух значений одного параметра - скорости, силы и т. д., то есть  $\Delta x = x_2 - x_1$ );
- 3) во сколько раз одна величина больше или меньше другой (надо найти отношение  $x_2/x_1$  или  $x_1/x_2$ );
- 4) если стоит вопрос: «Как изменился какой-либо параметр?», то можно выбрать второй или третий вариант вопроса в зависимости от данных задачи; если в условии дана кратность ряда параметров, то надо найти отношение искомых величин.

2. Надо проверить, все ли заданные величины в задаче находятся в одной системе единиц. Если величины даны в разных системах, их следует выразить в единицах системы, принятой для решения. Предпочтение отдается системе СИ, но не всегда.

3. Обязательно надо нарисовать рисунок к задаче, на котором следует обозначить те параметры (расстояния, силы, размеры тел и прочее), которые даны, и те, которые нужно найти. Рисунок особенно необходим, если используемые уравнения заданы в векторной форме. В этом случае надо нарисовать систему координат, относительно которой следует записать векторное уравнение в проекциях. Рисунок в большинстве случаев сильно облегчает процесс решения задачи.

4. Необходимо обдумать физическое содержание задачи, выяснить, к какому разделу она относится и какие законы в ней надо использовать. Задачи могут быть комбинированные, решение их требует использования законов нескольких разделов физики. В задачах механики обычно первый вопрос, который надо поставить перед собой: каков характер движения?

5. Далее следует записать формулы, соответствующие используемым в задаче законам, не следует сразу искать неизвестную величину; надо посмотреть, все ли параметры в формуле известны. Если число неизвестных больше числа уравнений, надо добавить уравнения, следующие из условия и рисунка, то есть свести задачу от физической к математической.

6. Решение задачи чаще всего следует выполнять в общем виде, то есть в буквенных обозначениях. Решение «по действию» может не получиться, так как некоторые неизвестные побочные параметры могут сократиться лишь при решении до конца в общем виде. Поэтому не надо бояться вводить параметра, не фигурирующие в условии задачи. Если же преобразования очень громоздки, то можно произвести промежуточные числовые расчеты.

7. Получив решение в общем виде, нужно проверить размерность полученной величины. Для этого в формулу подставить не числа, а размерности входящих в нее величин. Ответ должен соответствовать размерности искомой величины (смотрите в примерах).

После проверки формулы на размерность следует подставить численные значения входящих в нее величин и произвести расчет.

Далее нужно проанализировать и сформулировать ответ.

## ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

### ТЕМА №1 КИНЕМАТИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.

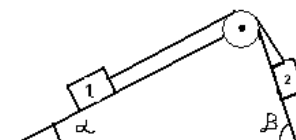
1. Дано:  $x(t) = 0.5 \cdot \cos(14 \cdot t^2 + t) + t^3$ . Найти:  $x(t)$ ,  $V(t)$ ,  $a(t)$  в момент времени  $t = 10$  с.
2. Известно что  $a(t) = 10 \cdot t^2 + \sin t$ . Найти:  $x(t)$ ,  $V(t)$  и  $x(t)$ ,  $V(t)$ ,  $a(t)$  в момент времени  $t = 130$  с.
3. В течении времени  $\tau$  скорость тела задается уравнением вида  $V = A + B \cdot t + C \cdot t^2$ . Определите среднюю скорость за промежуток времени  $\tau$ .
4. Два автомобиля, выехав одновременно из одного пункта, движутся прямолинейно в одном направлении. Зависимость пройденного ими пути задается уравнениями:  $s_1 = A \cdot t + B \cdot t^2$  и  $s_2 = C \cdot t + D \cdot t^2 + F \cdot t^3$ . Определите относительную скорость автомобилей.
5. Скорость течения реки  $V = 3$  км/ч, а скорость движения лодки относительно воды  $V_1 = 6$  км/ч. Определите под каким углом относительно берега должна двигаться лодка, чтобы проплыть поперек реки.
6. Студент проехал половину пути на велосипеде со скоростью  $V_1 = 16$  км/ч. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью  $V_2 = 12$  км/ч, а затем до конца пути шел пешком со скоростью  $V_3 = 5$  км/ч. Определите среднюю скорость движения студента на всем пути.
7. Первый вагон трогаящегося поезда проходит за 3 с мимо наблюдателя, находящегося у начала вагона. За сколько времени пройдет мимо наблюдателя весь поезд, состоящий из 9 вагонов? Движение считайте равноускоренным.
8. Тело брошено под углом к горизонту. Оказалось, что максимальная высота подъема  $h = s/4$  ( $s$  – дальность полета). Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите угол броска к горизонту.
9. С башни высотой  $H = 40$  м брошено тело со скоростью  $V_0 = 20$  м/с под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите: 1) время  $t$  движения тела; 2) на каком расстоянии  $s$  от основания башни тело упадет на Землю; 3) скорость  $v$  падения тела на Землю; 4) угол  $\phi$ , который составит траектория тела с горизонтом в точке его падения.
10. Материальная точка начинает двигаться по окружности радиусом  $r = 12,5$  см с постоянным тангенсальным ускорением  $a_\tau = 0,5$  см/с<sup>2</sup>. Определите: 1) момент времени, при котором вектор ускорения  $\mathbf{a}$  образует с вектором  $\mathbf{V}$  угол  $\alpha = 45^\circ$ ; 2) путь, пройденный за это время движущейся точкой.
11. Материальная точка движется по окружности с постоянной угловой скоростью  $\omega = \pi/6$  рад/с. Во сколько раз путь  $\Delta S$ , пройденный точкой за время  $t = 4$  с, будет больше модуля перемещения  $\Delta r$ ? Принять, что в момент начала отсчета времени радиус-вектор  $\mathbf{r}$ , задающий положение точки на окружности, относительно исходного положения был повернут на угол  $\phi_0 = \pi/3$  рад.
12. Диск вращается вокруг неподвижной оси так, что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением:  $\phi = A \cdot t^2$  ( $A = 0.5$  рад/с<sup>2</sup>). Определите к концу второй секунды после начала движения: 1) угловую скорость диска; 2) угловое ускорение диска; 3) для точки, находящейся на расстоянии 80 см от оси вращения, тангенсальное  $a_\tau$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорение.
13. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon = 3$  рад/с<sup>2</sup>. Определите радиус колеса, если через  $t = 1$  с. после начала движения полное ускорение колеса  $a = 7.5$  м/с<sup>2</sup>.
14. Диск радиусом  $R = 10$  см вращается, так что зависимость угла поворота радиуса диска от времени задается уравнением  $\phi = A + Bt^3$  ( $A = 2$  рад,  $B = 4$  рад/с<sup>3</sup>). Определите для точек на ободе колеса: 1) нормальное ускорение  $a_n$  в момент времени  $t = 2$  с; 2) тангенсальное ускорение для того же момента времени; 3) угол поворота  $\phi$ , при котором полное ускорение составляет с радиусом колеса угол  $\alpha = 45^\circ$ .

### ЗАДАЧИ ДЛЯ РГР ПО ТЕМЕ №1

1. Велосипедист проехал первую половину времени своего движения со скоростью  $V_1 = 16$  км/ч, вторую половину времени со скоростью  $V_2 = 12$  км/ч. Определите среднюю скорость движения велосипедиста.
2. Велосипедист ехал из одного пункта в другой. Первую треть пути он проехал со скоростью  $V_1 = 18$  км/ч. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью  $V_2 = 22$  км/ч, а затем до конца пути шел пешком со скоростью  $V_3 = 5$  км/ч. Определите среднюю скорость движения студента на всем пути.
3. Шарик скатился с уклона длиной 7 м за 2 с, а затем прокатился по горизонтальному участку еще 4 м. Найдите ускорение на каждом участке пути. Нарисуйте график зависимости скорости от времени.
4. Тело брошено со скоростью  $V_0 = 20$  м/с под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите для момента времени  $t = 1.5$  с после начала движения: 1) нормальное ускорение; 2) тангенсальное ускорение.
5. При падении камня в колодец его удар о поверхность воды доносится через  $t = 5$  с. Принимая скорость звука  $V = 330$  м/с, определите глубину колодца.
6. Тело падает с высоты  $h = 1$  км с нулевой начальной скоростью. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите какой путь пройдет тело: 1) за первую секунду падения; 2) за последнюю секунду падения.
7. Тело, свободно падая, за последние 2 с прошло 100 м. С какой высоты упало тело и сколько времени оно падало?
8. Тело брошено с высоты  $h$  горизонтально со скоростью  $v_0$ . Как зависят от времени координаты тела и его полная скорость? Получите уравнение траектории движения. Найдите скорость тела при его падении на Землю и угол падения.
9. Под каким углом к горизонту надо бросить тело, чтобы дальность полета была наибольшей?
10. Найдите радиус вращающегося колеса, если известно, что линейная скорость точки, лежащей на ободе, в 2,5 раза больше линейной скорости точки, лежащей на 5 см ближе к оси колеса.
11. Волчок, вращаясь с частотой 360 об/мин, свободно падает с высоты 19,6 м. Сколько оборотов он сделает за время падения?

### **ТЕМА №2 ДИНАМИКА ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.**

1. Тело массой 2 кг движется прямолинейно по закону  $s = A - B \cdot t + C \cdot t^2 - D \cdot t^3$  ( $C = 2$  м/с<sup>2</sup>,  $D = 0.4$  м/с<sup>3</sup>). Определите силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.
2. Тело массой  $m$  движется так, что зависимость пройденного пути от времени от времени описывается уравнением  $s = A \cdot \cos(\varphi \cdot t)$ , где  $A$  и  $\varphi$  постоянные. Запишите закон изменения силы от времени.
3. В вагоне движущемся горизонтально с постоянным ускорением  $3$  м/с<sup>2</sup> висит груз массой 2 кг. Определите силу натяжения  $T$  проволоки и угол  $\alpha$  ее отклонения от вертикали, если груз неподвижен относительно вагона.
4. Груз массой 45 кг вращается на канате длиной 5 метров в горизонтальной плоскости, совершая  $n = 16$  оборотов/ мин. Какой угол  $\alpha$  с вертикалью образует канат и какова сила его натяжения.
5. Магнитный брусок массой 400 г прилип к вертикальной железной стенке. Коэффициент трения бруска при перемещении по этой стенке – 0,098. Найдите величину силы магнитного притяжения.
6. С какой силой надо тянуть сани массой 50 кг за веревку, которая расположена под углом  $60^\circ$  к горизонту, если коэффициент трения полозьев о снег 0,1? Движение равномерное.
7. В установке на рисунке углы  $\alpha$  и  $\beta$  наклонных плоскостей с горизонтом равны  $30^\circ$  и  $45^\circ$ , массы тел  $m_1 = 450$  г и  $m_2 = 500$  г.



Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая силами трения, определите ускорение, с которым будут двигаться тела и силу натяжения нити.

8. Брусок массой 2 кг скользит по горизонтальной поверхности под действием груза массой 5 кг, прикрепленного к концу нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок. Коэффициент трения бруска о поверхность 0,1. Найдите ускорение движения тела и силу натяжения нити. Массами блока и нити, а так же трением в блоке пренебречь.

9. Человек массой 70 кг поднимается в лифте, движущемся вертикально вверх с ускорением  $1 \text{ м/с}^2$ . Определите силу давления человека на пол кабины. Какую перегрузку испытывает человек?

10. Определите силу давления летчика на сиденье в верхней и нижней точках петли Нестрерова, если масса летчика  $m$ , а радиус петли  $R$ . Скорость самолета считать постоянной и равной  $v$ . При какой скорости  $v_0$  летчик в верхней точке будет находиться в невесомости?

11. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину, согласно уравнению  $\varphi = At + Bt^3$ , где  $A = 2 \text{ рад/с}$ ,  $B = 0,2 \text{ рад/с}^3$ . Определите вращающий момент  $M$ , действующий на стержень через время  $t=2 \text{ с}$  после начала вращения, если момент инерции стержня  $J = 0,048 \text{ кгм}^2$ .

12. Вал в виде сплошного цилиндра массой 10 кг насажен на горизонтальную ось. На цилиндр намотан шнур, к свободному концу которого подвешена гиря массой 2 кг. С каким ускорением будет опускаться гиря, если ее предоставить самой себе.

13. Человек стоит в центре скамьи Жуковского и вместе с ней вращается по инерции. Частота вращения  $n_1 = 0.5 \text{ с}^{-1}$ . Момент инерции  $J_0$  человека относительно оси вращения равен  $1.6 \text{ кг}\cdot\text{м}^3$ . В вытянутых в стороны руках человек держит по гире массой 2 кг каждая. Расстояние между гирями 1.6 м. Определить частоту вращения  $n_2$  скамьи с человеком, когда он опустит руки и расстояние между гирями станет равным 0.4 м. Моментом инерции скамьи пренебречь.

14. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной 2.4 м и массой 8 кг, расположенный вертикально по оси вращения скамьи. Скамья с человеком вращается с частотой вращения  $n_1 = 1 \text{ с}^{-1}$ . С какой частотой  $n_2$  будет вращаться скамья с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции  $J$  скамьи и человека относительно оси вращения равен  $6 \text{ кг}\cdot\text{м}^3$ .

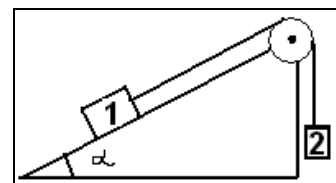
### ЗАДАЧИ ДЛЯ РГР ПО ТЕМЕ №2

1. К нити подвешен груз массой 500 г. Определите силу натяжения нити, если нить с грузом: 1) поднимается с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ ; 2) опускается с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ .

2. Тяжелый шарик, подвешенный на длинной нити, прикреплен к потолку вагона, движущегося с ускорением  $0,98 \text{ м/с}^2$  относительно Земли. Найдите угол наклона нити к вертикали.

3. Тележку массой 20 кг на которой лежит груз массой 10 кг, тянут с силой  $F$  направленной горизонтально. Коэффициент трения между грузом и тележкой 0.1. Пренебрегая трением между тележкой и опорой, найти ускорение тележки и груза, а также силу трения между грузом и тележкой в случае  $F = 10 \text{ Н}$ .

4. В установке на рисунке угол  $\alpha$  наклонной плоскости с горизонтом равен  $20^\circ$ , массы тел  $m_1 = 200 \text{ г}$  и  $m_2 = 150 \text{ г}$ . Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая силами трения, определите ускорение, с которым будут двигаться тела, если тело  $m_2$  опускается.

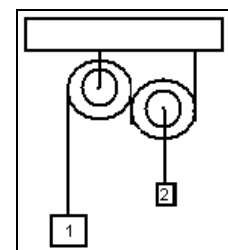


5. Два груза массами 3 и 6,8 кг висят на концах нити, перекинутой через блок. Первый груз находится на 2 м ниже второго. Грузы пришли в движение без начальной скорости. Через какое время они окажутся на одной высоте?

6. Определите ускорения  $a_1$  и  $a_2$ , с которым движутся грузы  $m_1$  и  $m_2$  в установке на рис., а также силу натяжения нити. Трением и массой блоков пренебречь. Нить считать невесомой и нерастяжимой
7. На каком расстоянии от поверхности Земли ускорение свободного падения равно  $1 \text{ м/с}^2$ ? Радиус Земли  $6400 \text{ км}$ , ускорение свободного падения у поверхности Земли  $9,8 \text{ м/с}^2$ .
8. Средняя высота спутника над поверхностью Земли –  $1700 \text{ км}$ . Определите его скорость и период обращения. Радиус Земли –  $6400 \text{ км}$ .
9. Через блок в виде диска имеющего массу  $80 \text{ г}$ , перекинута тонкая гибкая нить, к концам которой подвешены грузы массами  $100 \text{ г}$  и  $200 \text{ г}$ , с каким ускорением будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением пренебречь.
10. Камень, привязанный к веревке длиной  $50 \text{ см}$ ., равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти, при каком числе оборотов в секунду веревка разорвется, если известно, что она разрывается при нагрузке, равной десятикратному весу камня.
11. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой  $n_1 = 8 \text{ об/мин}$ , стоит человек массой  $m_1 = 70 \text{ кг}$ . Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой  $n_2 = 10 \text{ об/мин}$ . Определить массу  $m_2$  платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

### ТЕМА № 3 ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА, ЭНЕРГИИ, МОМЕНТА ИМПУЛЬСА.

1. Шарик массой  $200 \text{ г}$  падает вертикально без начальной скорости с высоты  $5 \text{ м}$ . Найдите импульс силы, действующей при ударе, в случаях: а) абсолютно неупругого удара (пластилиновый шарик); б) если после удара шарик подпрыгнул на высоту  $50 \text{ см}$ ; в) в случае абсолютно упругого удара.
2. Молекула массой  $5 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$ , летящая со скоростью  $500 \text{ м/с}$ , ударяется о стенку под углом  $30^\circ$  к перпендикуляру и упруго отскакивает о нее под тем же углом и той же по величине скоростью. Найдите импульс силы, полученной стенкой при ударе.
3. Охотник стреляет с покоящейся в стоячей воде лодки. Выстрел произведен с кормы под углом  $60^\circ$  к горизонту. Масса лодки вместе с человеком  $250 \text{ кг}$ , масса вылетевшего снаряда  $10 \text{ г}$ , скорость снаряда  $600 \text{ м/с}$ . Найдите скорость лодки после выстрела.
4. Лодка массой  $100 \text{ кг}$  плывет без гребца вдоль пологого берега со скоростью  $1 \text{ м/с}$ . Мальчик массой  $50 \text{ кг}$  переходит с берега в лодку со скоростью  $2 \text{ м/с}$ , что векторы скорости лодки и мальчика составляют прямой угол. Определите скорость лодки с мальчиком и направление ее движения.
5. Снаряд, летевший горизонтально со скоростью  $12 \text{ м/с}$ , разорвался на две части, массы которых  $10 \text{ кг}$  и  $5 \text{ кг}$ . Скорость большого осколка  $25 \text{ м/с}$  и направлена под углом  $30^\circ$  к горизонту вниз и вперед. Найдите величину и направление меньшего осколка.
6. Какую работу надо совершить, чтобы лежащий на земле однородный стержень длиной  $6 \text{ м}$  и массой  $100 \text{ кг}$  поставить вертикально?
7. Гирия, положенная на верхний конец спиральной пружины, сжимает ее на  $1 \text{ мм}$ . На сколько сожмет пружину эта же гирия, брошенная вертикально вниз с высоты  $h = 0,2 \text{ м}$ . со скоростью  $V = 1 \text{ м/с}$ .
8. Два одинаковых свинцовых шарика подвешены на длинных нитях, причем  $l_1 = l_2 = l$ . Один шарик отклонился так, что нить составила угол  $60^\circ$  с вертикалью. На какую высоту поднимутся шарики после абсолютно неупругого удара? Как изменится механическая энергия шаров после удара?
9. Стержень длиной  $l = 1,5 \text{ м}$  и массой  $M = 10 \text{ кг}$  может вращаться вокруг неподвижной оси, проходящей через верхний конец стержня. В середину стержня ударяет пуля массой  $10 \text{ г}$ ,



летящая в горизонтальном направлении со скоростью 500 м/с, и застревает в стержне. На какой угол  $\varphi$  отклонится стержень после удара.

10. На железнодорожной платформе, движущейся по инерции со скоростью  $V$ , укреплено орудие, ствол которого направлен в сторону движения платформы и приподнят над горизонтом на угол  $\alpha$ . Орудие произвело выстрел, в результате чего скорость платформы с орудием, уменьшилась в три раза. Найти скорость снаряда относительно орудия при вылете из ствола. Масса снаряда  $m$ , масса платформы с орудием  $M$ .

11. Молот массой 5 кг, двигаясь со скоростью 4 м/с, ударяет по железному изделию, лежащему на наковальне. Масса наковальни вместе с изделием равна 95 кг. Считая удар абсолютно неупругим, определить энергию, расходуемую на ковку (деформацию) изделия. Чему равен к.п.д. процессаковки при данных условиях.

### **ЗАДАЧИ ДЛЯ РГР ПО ТЕМЕ №3**

1. Два шара массами 2.5 кг и 1.5 кг движутся друг другу навстречу со скоростями 6 м/с и 2 м/с. Определить: 1) скорости шаров после удара; 2) кинетические энергии шаров до и после удара; 3) долю кинетической энергии шаров, превратившейся во внутреннюю энергию. Удар считать прямым, неупругим.

2. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает камень массой  $m_1 = 2,5$  кг под углом  $30^\circ$  к горизонту со скоростью 10 м/с. Какова будет начальная скорость движения конькобежца, если его масса  $m_2 = 60$  кг? Перемещением конькобежца во время броска пренебречь.

3. Снаряд, летевший со скоростью 400 м/с, в верхней точке траектории разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 40% от массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью 150 м/с. Найдите скорость большего осколка.

4. Какую работу нужно совершить, чтобы пружину жесткостью  $k = 800$  Н/м, сжатую на  $x = 6$  см, дополнительно сжать на  $\Delta x = 8$  см?

5. Из пружинного пистолета с пружиной жесткостью  $k = 150$  Н/м был произведен выстрел пулей массой 8 г. Определите скорость пули при выстреле ее из пистолета, если пружина была сжата на  $\Delta x = 4$  см.

6. В неподвижный маятник, имеющий массу  $M$ , попадает пуля массой  $m$ , летящая горизонтально со скоростью  $V_1$ . Определите на какую высоту поднимется маятник и какая часть механической энергии летящей пули превратится в энергию маятника с пулей?

7. Снаряд массой 100 кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью 5000 м/с, попадает в вагон с песком массой 10 т и застревает в нем. Какую скорость получит вагон, если он двигался со скоростью 7,2 км/ч в направлении, противоположном движению снаряда?

8. Определить КПД неупругого удара бойка массой  $m_1 = 0,5$  т, падающего на сваю массой  $m_2 = 120$  кг. Полезной считать энергию, затраченную на вбивание сваи

### **ТЕМА №4 ОСНОВЫ МКТ. ПЕРВОЕ НАЧАЛО. ВТОРОЕ НАЧАЛО. ТЕРМОДИНАМИКИ. ЦИКЛ КАРНО. РАСЧЕТ ЭНТРОПИИ.**

1. Газ массой 7 г, находящийся в баллоне при  $27^\circ\text{C}$ , создает давление 50 кПа. Найдите молекулярную массу газа, если известно, что водород массой 4 г создает в таком же баллоне при  $60^\circ\text{C}$  давление 444 кПа.

2. В сосуде вместимостью  $V = 0,3$  л при температуре  $T = 290$  К находится некоторый газ. На сколько понизится давление газа в сосуде, если из него из-за утечки выйдет  $N = 10^{19}$  молекул?

3. Когда объем газа уменьшили на 10 %, а температуру увеличили на  $t = 16^\circ\text{C}$ , его давление возросло на 20%. Определить начальную температуру газа.

4. Объем пузырька воздуха по мере всплывания его со дна озера на поверхность увеличился в три раза. Какова глубина озера?

5. Колбу с 600 г воды при  $10^{\circ}\text{C}$  нагревают на спиртовке с КПД 35%. Через сколько времени вода закипит? Сколько воды ежесекундно испаряется при кипении, если в 1 мин стораёт 2 г спирта? Теплоемкость колбы 100 Дж/К.
6. Плотность газа в баллоне электрической лампочки  $0,9 \text{ кг/м}^3$ . При горении лампочки средняя квадратичная скорость молекул газа в ней возросла с 547 м/с до 632 м/с. На сколько изменилось при этом давление в лампочке?
7. Определите количество теплоты, сообщенное газу, если в процессе изохорного нагревания кислорода объемом  $V = 20 \text{ л}$  его давление изменилось на  $\Delta p = 100 \text{ кПа}$ .
8. Азот массой  $m = 280 \text{ г}$  расширяется в результате изобарного процесса при давлении  $p = 1 \text{ МПа}$ . Определите: 1) работу расширения; 2) конечный объем газа, если на расширение затрачена теплота  $Q = 5 \text{ кДж}$ , а начальная температура азота  $T_1 = 290 \text{ К}$ .
9. Стальной осколок, падая с высоты 500 м, имел у поверхности Земли скорость 50 м/с. На сколько градусов нагрелся осколок, если считать, что 70% работы силы сопротивления воздуха пошло на нагревание осколка?
10. Температура нагревателя идеальной тепловой машины  $t_1 = 117^{\circ}\text{C}$ , а холодильника  $t_2 = 27^{\circ}\text{C}$ . Количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя за 1 секунду равно 60 кДж. Найти количество теплоты, отдаваемое холодильнику за это время, и мощность машины.
11. Рабочее тело – идеальный газ – теплового двигателя совершает цикл, состоящий из последовательных процессов изобарного, адиабатного и изотермического. В результате изобарного процесса газ нагревается от  $T_1 = 300 \text{ К}$  до  $T_2 = 600 \text{ К}$ . Определите термический КПД теплового двигателя.
12. Работа расширения некоторого двухатомного идеального газа составляет 2 кДж. Определите количество подведенной к газу теплоты, если процесс протекал: 1) изотермически; 2) изобарно.
13. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, 70% количества теплоты, полученного от нагревателя, отдает холодильнику. Количество теплоты, получаемое от нагревателя, равно 5 кДж. Определите: 1) термический КПД цикла; 2) работу, совершенную при полном цикле.
14. Многоатомный газ совершает цикл Карно, при этом в процессе адиабатного расширения объем газа увеличился в 4 раза. Определите термический КПД цикла.
15. При нагревании двухатомного идеального газа ( $\nu = 2$  моль) его термодинамическая температура увеличилась в 2 раза. Определите изменение энтропии, если нагревание происходит: 1) изохорно; 2) изобарно.

#### **ЗАДАЧИ ДЛЯ РГР ПО ТЕМЕ №4**

1. Определите плотность смеси, состоящей из 4 г водорода и 32 г кислорода, при температуре  $7^{\circ}\text{C}$  и давлении 700 мм. рт. ст.
2. Азот массой 7 г. Находится под давлением  $p = 0.1 \text{ МПа}$  и температуре  $T_1 = 290 \text{ К}$ . Вследствие изобарного нагревания азот занял объем  $V_2 = 10 \text{ л}$ . Определите: 1) Объем  $V_1$  газа до расширения; 2) температуру  $T_2$  газа после расширения; 3) Плотность газа до и после расширения.
3. В цилиндре под поршнем газ находится при нормальных условиях. Сначала объем газа изотермически увеличили в 10 раз, затем газ нагрели при постоянном давлении до температуры  $127^{\circ}\text{C}$ . Найти число молекул в единице объема в конечном состоянии.
4. В воде всплывает пузырек воздуха. Когда он находится на глубине 3 м, его объем равен  $5 \text{ мм}^3$ . Каков объем пузырька, когда он будет очень близок к свободной поверхности воды? Атмосферное давление нормальное. Температуру считать постоянной.
5. В баллоне емкостью 20 л находится кислород при температуре  $17^{\circ}\text{C}$  и давлении 400 кПа. Спустя несколько часов температура кислорода возросла до  $27^{\circ}\text{C}$ , а давление осталось прежним. Сколько кислорода вытекло?



6. Работа расширения некоторого двухатомного идеального газа составляет  $A = 2$  кДж. Определите количество подведенной к газу теплоты, если процесс протекал: 1) изотермически; 2) изобарно.
7. Определите среднюю кинетическую энергию поступательного движения молекул газа, находящегося под давлением  $0,1$  Па. Концентрация молекул газа равна  $10^{13}$  см<sup>-3</sup>.
8. При каком давлении средняя длина свободного пробега молекул водорода равна  $2,5$  см, если температура газа равна  $67^\circ\text{C}$ ? Диаметр молекулы водорода примите равным  $0,28$  нм.
9. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул кислорода больше их наиболее вероятной скорости на  $100$  м/с.
10. Определите среднюю продолжительность свободного пробега молекул водорода при температуре  $27^\circ\text{C}$  и давлении  $0,5$  кПа. Диаметр молекулы водорода примите равным  $0,28$  нм.
11. Двухатомный идеальный газ занимает объем  $V_1 = 1$  л и находится под давлением  $p_1 = 0,1$  МПа. После адиабатного сжатия газ характеризуется объемом  $V_2$  и давлением  $p_2$ . В результате последующего изохорного процесса газ охлаждается до первоначальной температуры, а его давление  $p_3 = 0,2$  МПа. Определите объем  $V_2$  и давление  $p_2$ .
12. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя  $T_1 = 500$  К, холодильника  $T_2 = 300$  К. Работа изотермического расширения газа составляет  $2$  кДж. Определите: 1) термический КПД цикла; 2) количество теплоты, отданное газом при изотермическом сжатии холодильнику.

### ТЕМА №5 ЭЛЕКТРОСТАТИКА.

1. Два точечных заряда находятся в вакууме на расстоянии  $3$  см друг от друга. Если их поместить в жидкий диэлектрик и увеличить расстояние на  $1,5$  см, то сила взаимодействия уменьшилась в  $8$  раз. Найдите диэлектрическую проницаемость жидкого диэлектрика.
2. Одинаковые металлические шарики, заряженные одноименно зарядами  $q$  и  $4q$ , находятся на расстоянии  $r$  друг от друга. Шарики привели в соприкосновение. На какое расстояние  $x$  их нужно развести, чтобы сила взаимодействия осталась прежней.
3. Два одинаковых маленьких шарика заряжены одноименно равными по величине зарядами. На расстоянии  $20$  см они притягиваются с силой  $9$  мН. На сколько надо изменить расстояние между шариками при сообщении каждому заряду дополнительно  $+100$  нКл, чтобы сила взаимодействия шариков осталась прежней?
4. Тонкая шелковая нить выдерживает натяжение  $9,8 \cdot 10^{-3}$  Н. Подвешенный на этой нити шарик массой  $0,67$  г имеет заряд  $1,1$  нКл. Снизу, в направлении подвеса на расстоянии  $1,8$  см к нему подносят шарик, имеющий заряд  $q_2$  противоположного знака. При какой величине заряда  $q_2$  нить может разорваться?
5. Между двумя точечными зарядами  $+15$  нКл и  $+10$  нКл помещен третий заряд  $-5$  нКл. Расстояние между первым и вторым зарядом равно  $1$  м, а третий заряд помещен на прямой, соединяющий их, на равном расстоянии от них. Найдите силу, действующую на третий заряд.
6. В вершинах равностороннего треугольника со стороной  $10$  см расположены заряды  $+100$  нКл,  $+200$  нКл и  $+150$  нКл. Найдите силу, действующую на третий заряд.
7. В двух противоположных вершинах квадрата находятся заряды по  $+5$  нКл, а в третьей вершине - заряд  $-5$  нКл. Сторона квадрата  $40$  см. Найдите напряженность поля в четвертой вершине квадрата.
8. В однородном поле с напряженностью  $E_0 = 40$  кВ/м находится заряд  $27$  нКл. Найдите напряженность результирующего поля на расстоянии  $9$  см от заряда в точках, лежащих: а) на силовой линии однородного поля, проходящей через заряд; б) на прямой, проходящей через заряд и перпендикулярной силовым линиям.
9. Электрон влетает в однородное поле плоского конденсатора по направлению линий напряженности и на участке пути в  $2$  см уменьшает скорость с  $2 \cdot 10^6$  м/с до нуля. Определите напряженность поля в плоском конденсаторе.

10. Полый шар с центром в точке  $O$  равномерно заряжен электричеством. В центре шара потенциал равен  $\phi_0 = 100$  В, а в точке  $A$ , расположенной от точки  $O$  на расстоянии 30 см, потенциал равен  $\phi_A = 50$  В. Найдите радиус шара.
11. Найдите потенциал в точке, расположенной на расстоянии 70 см от поверхности отрицательно заряженной сферы радиусом 30 см, если поверхностная плотность заряда равна  $0,5$  нКл/м<sup>2</sup>.
12. В телевизионном кинескопе ускоряющее анодное напряжение 16 кВ, а расстояние от анода до экрана составляет 30 см. За какое время электроны проходят это расстояние?
13. Электрон влетает в однородное поле плоского конденсатора против направления линий напряженности. На участке пути длиной 3 см он увеличивает свою скорость с  $0,5 \cdot 10^6$  м/с до  $10^6$  м/с. Определите разность потенциалов между обкладками конденсатора, расстояние между которыми 10 см.
14. Как изменится емкость конденсатора, если расстояние между пластинами увеличить в 2 раза, а диэлектрик заменить другим, диэлектрическая проницаемость которого в 4 раза меньше?
15. Конденсатор емкостью  $C_1$  зарядили до напряжения 500 В. При параллельном подключении этого конденсатора к незаряженному конденсатору емкостью  $C_2 = 4$  мкФ вольтметр показал 100 В. Найдите емкость первого конденсатора.
16. Три конденсатора емкостью 1 мкФ, 2 мкФ, 3 мкФ соединены последовательно и подключены к источнику напряжения с разностью потенциалов 220 В. Каков заряд и напряжение на каждом конденсаторе?
17. Расстояние между пластинами плоского конденсатора 2 мм, площадь пластин 10 см<sup>2</sup>. Конденсатор подключили к источнику напряжения 100 В. После отключения от источника, пластины раздвигают до 3 мм. Какую при этом работу совершают внешние силы?

#### ЗАДАЧИ ДЛЯ РГР ПО ТЕМЕ №5

1. Как надо изменить расстояние между двумя одинаковыми точечными зарядами, чтобы при помещении их из воздуха в масло с  $\epsilon_2 = 2$  сила взаимодействия уменьшилась в 8 раз.
2. Как изменится сила взаимодействия двух одинаковых маленьких шариков с зарядами +12 нКл и -24 нКл, если их привести в соприкосновение, а затем развести на прежнее расстояние?
3. Шарик массой 2 г, имеющий заряд 50 нКл, подвешен в воздухе на тонкой изолирующей нити. Определите натяжение нити, если снизу на расстоянии 5 см расположен заряд -100 нКл.
4. Два одинаковых шарика на нитях одинаковой длины равной 50 см. Масса каждого шарика 10 г. Какой заряд нужно сообщить каждому шарика, чтобы натяжение нитей стало равным  $15 \cdot 10^{-2}$  Н.
5. Два одинаковых шарика с зарядами 2 мкКл каждый подвешены на нитях длиной по 25 см в одной точке. Найдите массу каждого из шариков, если угол расхождения нитей  $60^\circ$ . Шарика находятся в воздухе.
6. Расстояние между точечными зарядами +5 нКл и -9,8 нКл равно 1 м. Найдите напряженность поля в точке на прямой, соединяющей эти заряды, на расстоянии 30 см от первого заряда.
7. В однородном поле с напряженностью  $E = 60$  кВ/м находится заряд 5 нКл. Вектор перемещения по модулю равен  $S = 20$  см и образует угол  $60^\circ$  с направлением силовой линии. Найти работу сил поля по перемещению заряда, разность потенциалов между начальной и конечной точками траектории. Изменение потенциальной энергии заряда.
8. Найдите потенциал поля в средней точке между двумя зарядами +5 нКл и -10 нКл. Расстояние между зарядами 1 м. В какой точке между зарядами потенциал поля будет равен нулю?

9. На расстоянии 0,9 м от поверхности шара радиусом 10 см, несущего положительный заряд с поверхностной плотностью  $3 \cdot 10^{-5}$  Кл/м<sup>2</sup>, находится точечный заряд + 7 нКл. Определите работу, которую надо совершить, чтобы перенести заряд в точку, расположенную на расстоянии 50 см от центра шара. Окружающая среда воздух.

10. Электрон, имея начальную скорость  $3 \cdot 10^6$  м/с, влетает в электрическое поле. Потенциал начальной точки поля равен 6000 В. Каков потенциал точки, в которой электрон остановится?

11. Воздушный конденсатор, состоящий из двух пластин площадью 10 см<sup>2</sup>, находящихся на расстоянии 2 см, поместили в керосин. На сколько надо раздвинуть пластины, чтобы емкость конденсатора не изменилась? Диэлектрическая проницаемость керосина равна 2,1.

### ТЕМА №6 ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА.

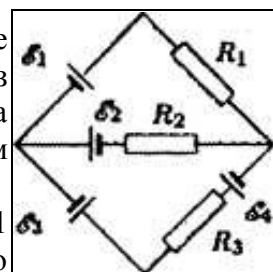
1. При подключении к батарее гальванического элементов резистора сопротивлением  $R_1 = 16$  Ом сила тока в цепи  $I_1 = 1$  А, а при сопротивлении  $R_2 = 8$  Ом сила тока в цепи  $I_1 = 1,8$  А. Найти ЭДС и внутреннее сопротивление батареи, а также напряжение на нагрузке в каждом случае.

2. Два проводника одинакового сопротивления  $R$  подключаются к сети с напряжением  $U$  сначала параллельно, а затем последовательно. В каком случае и во сколько раз потребляется большая мощность от сети?

3. Источник тока с ЭДС 9 В и внутренним сопротивлением 1 Ом питает через реостат три параллельно соединенных лампочки, рассчитанные на напряжение  $U_0 = 6,3$  В и силу тока  $I_0 = 0,3$  А. Реостат поставлен в такое положение, что лампочки работают в номинальном режиме. Одна из лампочек перегорела. Во сколько раз изменилась мощность каждой из двух оставшихся лампочек по сравнению с номинальной, если считать, что сопротивление каждой лампочки осталось прежним?

4. Определите величины сил токов, протекающих через каждое сопротивление в схеме, изображенной на рис. Величины ЭДС и сопротивлений следующие:  $\varepsilon_1 = 15$  В,  $\varepsilon_2 = 5$  В,  $\varepsilon_3 = 10$  В,  $\varepsilon_4 = 35$  В,  $R_1 = 2$  Ом,  $R_2 = 5$  Ом,  $R_3 = 10$  Ом.

5. Амперметр со шкалой, содержащий 50 делений, сопротивление которого 3 Ом, рассчитан на измерение силы тока 500 мА. Как из этого амперметра сделать прибор, годный для измерения силы тока А? Рассчитайте цену деления амперметра в первом и во втором случаях?



6. Если вольтметр включить последовательно с сопротивлением 1 кОм, то при напряжении в цепи 120 В он покажет 50 В. Если его соединить последовательно с некоторым неизвестным сопротивлением, то при том же напряжении в цепи он покажет 10 В. Определите неизвестное сопротивление.

7. Два проводника сопротивлением 50 Ом и 150 Ом соединены сначала последовательно, а затем параллельно. В каком из проводников и во сколько раз выделится большее количество теплоты при прохождении тока в обоих случаях?

8. Две спирали электроплитки можно соединять последовательно или параллельно. Сравните количество теплоты, выделившееся за одно и то же время при разных соединениях спиралей, если сопротивление каждой спирали равно 100 Ом.

### ЗАДАЧИ ДЛЯ РГР ПО ТЕМЕ №6

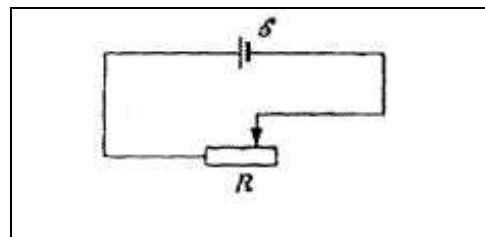
1. ЭДС аккумулятора 20 В. Напряжение на его зажимах 18,4 В при силе тока 2 А. Найти внутреннее сопротивление аккумулятора и сопротивление внешней цепи. Вычислить ток короткого замыкания.

2. Найти КПД источника тока с внутренним сопротивлением 0,1 Ом, если он работает на нагрузку с сопротивлением 1,5 Ом.

3. Электродвигатель подъемного крана работает под напряжением 380 В, при этом сила тока в его обмотке 20 А. Каков КПД установки, если груз массой 1 т кран поднимает на высоту 19 м за 50 с?

4. Вольтметр, шкала которого содержит 50 делений, имеет цену деления 0,02 В/дел. Какой величины добавочное сопротивление надо подключить к вольтметру, чтобы увеличить цену деления в 10 раз? Сопротивление вольтметра 500 Ом.

5. В цепи, состоящей из источника тока, ЭДС которого равна 6 В, а внутреннее сопротивление 2 Ом, и реостата (рис.), идет ток 0,5 А. Какой ток пойдет при уменьшении сопротивления реостата в три раза?



### **ТЕМА №7. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ.**

#### **ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТОКОВ. МАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ.**

1. В проводнике с длиной активной части 8 см сила тока 50 А. Он находится в однородном магнитном поле с индукцией 20 мТл. Какую работу совершил источник тока, если проводник переместился на 10 см перпендикулярно линиям индукции магнитного поля?

2. Определить магнитный поток, проходящий через прямоугольную рамку со сторонами 20 и 40 см, если она помещена в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 0,05$  Тл под углом  $\beta = 60^\circ$  к линиям поля?

3. Прямой проводник длиной 20 см и массой 50 г подвешен на двух легких нитях в однородном магнитном поле, индукция которого имеет горизонтальное направление и перпендикулярна проводнику. Какого направления и какой величины ток надо пропустить через проводник, чтобы нити разорвались? Индукция магнитного поля 0,5 Тл. Каждая нить разрывается при нагрузке, превышающей 0,4 Н.

4. Протон влетает в однородное магнитное поле с индукцией  $2 \cdot 10^{-5}$  Тл перпендикулярно к силовым линиям магнитного поля. Какова частота вращения протона в магнитном поле? Заряд протона  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, а его масса  $1,67 \cdot 10^{-27}$  кг.

5. Протоны влетают со скоростью 1 км/с в однородное магнитное поле под углом  $60^\circ$  к линиям индукции. Величина индукции магнитного поля 1 мТл. Определите, сколько оборотов сделает протон за 0,1 с движения и какой путь в направлении линий индукции при этом пройдет протон?

6. Тонкое кольцо массой 10 г и радиусом 8 см несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью  $\tau = 10$  нКл/м. Кольцо равномерно вращается с частотой  $15$  с<sup>-1</sup> относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через ее центр. Определите: 1) магнитный момент  $m_m$  кругового тока, создаваемого кольцом; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса кольца.

7. Определите магнитную индукцию поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного провода в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящейся на расстоянии 4 см от его середины. Длина отрезка провода 20 см, а сила тока в проводе 10 А.

8. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам, находящимся на расстоянии 10 см друг от друга в вакууме, текут токи 20 А и 30 А одинакового направления. Определите магнитную индукцию поля, создаваемого токами в точках, лежащих на прямой, соединяющей оба провода, если: 1) точка С лежит на расстоянии 2 см левее правого провода; 2) точка D на расстоянии 3 см правее правого провода; 3) точка G на расстоянии 4 см правее левого провода.

9. Циклотроны позволяют ускорять протоны до энергий 20 МэВ. Определите радиус дуантав циклотрона, если магнитная индукция 2 Тл.

### ЗАДАЧИ ДЛЯ РГР ПО ТЕМЕ №7

1. Определите индукцию магнитного поля, если на прямоугольную рамку с током 500 мА, состоящую из 100 витков и помещенную в это поле, действует максимальный вращательный момент 0,003 Н·м. Размеры рамки 20×30 мм.
2. Металлический стержень вращается в горизонтальной плоскости вокруг оси, проходящей через один из его концов. Длина стержня 2 м, вертикальная составляющая магнитного поля Земли 50 мкТл, частота вращения стержня 8 с<sup>-1</sup>. Определите разность потенциалов, возникшую между концами проводника.
3. В однородное магнитное поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл помещена квадратная рамка площадью 25 см<sup>2</sup>. Нормаль к плоскости рамки составляет с направлением магнитного поля угол 60°. Определите вращающий момент, действующий на рамку, если по ней течет ток 1 А.
4. В однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл находится прямоугольная рамка длиной 8 см и шириной 5 см, содержащая 100 витков тонкой проволоки. Ток в рамке 1 А, а плоскость рамки параллельна линиям магнитной индукции. Определите: 1) магнитный момент рамки; 2) вращающий момент, действующий на рамку.
5. Электрон, ускоренный разностью потенциалов 0,5 кВ, движется параллельно длинному проводнику на расстоянии 1 см от него. Определите силу, действующую на электрон, если через проводник пропускать ток 10 А.

### ТЕМА № 8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ. ЗАКОН ФАРАДЕЯ. МЕХАНИЧЕСКИЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ.

1. В однородном магнитном поле находится виток площадью 10 см<sup>2</sup>, расположенный перпендикулярно к силовым линиям. Какой ток пройдет через виток, если поле будет убывать со скоростью 0,01 Тл в секунду? Сопротивление витка 1 Ом.
2. Соленоид диаметром  $D = 10$  см, состоящий из 100 витков в однородном магнитном поле с индукцией 2 Тл. Соленоид поворачивается за 0,2 с на угол 180°. Определить среднее значение ЭДС, возникающее в соленоиде.
3. Магнитный поток через площадь контура, создаваемый текущим по контуру током силой 10 А, равен  $\Phi = 0,9$  м Вб. Определите ЭДС самоиндукции, возникающую в контуре при равномерном уменьшении силы тока до 5 А за 0,001 с.
4. Определите значение электродвижущей силы, индуцируемой в кольце, если кольцо, плоскость которого перпендикулярна к вектору индукции магнитного поля, повернуть на угол 90° за 0,1 с. Радиус кольца 10 см, индукция магнитного поля 1 Тл.
5. Квадратная рамка со стороной 40 см из эластичной проволоки находится в магнитном поле с индукцией 1 Тл. Плоскость рамки перпендикулярна вектору магнитной индукции. Рамку берут за два противоположных угла и стягивают в двойной прямоугольный провод. Определите величину электродвижущей силы индукции, возникающей в рамке, если деформация рамки происходит за 0,5 с.
6. Катушка замкнутая накоротко, помещена в магнитное поле, линии индукции которого составляют угол 60° с осью катушки. Площадь поперечного сечения 100 см<sup>2</sup>, ее сопротивление 50 Ом, число витков – 2000. Индукция магнитного поля меняется со скоростью 10 мТл/с. Определите тепловую мощность, выделяющуюся в витках катушки.
7. Катушку сопротивлением 10 Ом и индуктивностью 3 Гн присоединяют к источнику тока с ЭДС 15,5 В и внутренним сопротивлением 1 Ом. Через какой промежуток времени ток в катушке станет равным 0,5 А?
8. Прямолинейный проводник  $ab$ , длина которого 1,5 м, подсоединен с помощью гибких проводников к источнику тока с ЭДС 24 В и внутренним сопротивлением 2 Ом. Этот проводник равномерно перемещают в магнитном поле, индукция которого 1 Тл направлена перпендикулярно проводнику и направлению его движения. Скорость проводника 8 м/с.

Определите величину силы тока, возникающего в этой цепи, если сопротивление всей внешней цепи 10 Ом.

9. Две гладкие металлические шины, расстояние между которыми равно 30 см, со скользящей перемычкой, которая может двигаться без трения, находясь в однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл, перпендикулярном плоскости контура. Перемычка массой 5 г скользит вниз с постоянной скоростью 0,5 м/с. Определите сопротивление перемычки, пренебрегая самоиндукцией контура и сопротивлением остальной части контура.

10. Тело массой  $m = 10$  г совершает гармонические колебания по закону  $x = 0.1 \cos(4\pi t + \pi/4)$ . Определите максимальные значения: 1) возвращающей силы; 2) кинетической энергии.

11. Определите отношение кинетической энергии  $T$  точки, совершающей гармонические колебания, к ее потенциальной энергии  $\Pi$ , если известна фаза колебаний.

12. Два математических маятника имеют одинаковую массу, длину, отличающиеся в  $n = 1,5$  раза, и колеблются с одинаковой угловой амплитудой. Определите, какой маятник обладает большей энергией и во сколько раз.

13. Конденсатор емкостью  $C$  зарядили до напряжения  $U_m$  и замкнули на катушку индуктивностью  $L$ . Пренебрегая сопротивлением контура, определите амплитудное значение силы тока в данном колебательном контуре.

14. Колебательный контур содержит катушку сообщим числом витков  $N = 100$  индуктивностью  $L = 10$  мкГн и конденсатор емкостью  $C = 1$  нФ. Максимальное напряжение  $U_m$  на обкладках конденсатора составляет 100 В. Определите максимальный магнитный поток, пронизывающий катушку.

#### **ЗАДАЧИ ДЛЯ РГР ПО ТЕМЕ №8**

1. Какова была индукция магнитного поля, пронизывающего катушку из 1000 витков, если при равномерном исчезновении магнитного поля в течении промежутка времени 0,1 с в катушке индуцируется электродвижущая сила 10 В? Индукция магнитного поля перпендикулярна плоскости витков, площадь сечения катушки 10 см<sup>2</sup>.

2. Какой должна быть индуктивность катушки, чтобы при энергии магнитного поля внутри ее витков в 5 Дж соответствующий магнитный поток был равен 10 Вб?

3. Соленоид диаметром 4 см, имеющий 500 витков, помещен в магнитное поле, индукция которого изменяется со скоростью 1 мТл/с. Ось соленоида составляет с вектором магнитной индукции угол 45°. Определите ЭДС индукции, возникающую в соленоиде.

4. Катушка длиной 50 см и диаметром 5 см содержит 200 витков. По катушке течет ток 1 А. Определите: 1) индуктивность катушки; 2) магнитный поток, пронизывающий площадь ее поперечного сечения.

5. Материальная точка совершает гармонические колебания с амплитудой  $A = 4$  см и периодом  $T = 2$  с. Напишите уравнение движения точки, если ее движение начинается из положения  $x_0 = 2$  см.

6. Если увеличить массу груза, подвешенного к спиральной пружине, на 600 г, то период колебаний возрастает в 2 раза. Определите массу первоначально подвешенного груза.

7. Однородный диск радиусом  $R = 20$  см колеблется около горизонтальной оси, проходящей на расстоянии  $l = 15$  см от центра диска. Определите период колебаний  $T$  диска относительно этой оси.

#### **ТЕМА №9. ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ, ДИФРАКЦИЯ И ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА.**

1. На горизонтальном дне бассейна глубиной 1,5 м лежит плоское зеркало. Луч света входит в воду под углом 45°. Определите расстояние от места вхождения луча в воду до места выхода его на поверхность воды после отражения от зеркала. Показатель преломления воды 1,33.

2. На плоскопараллельную стеклянную пластину ( $n=1,5$ ) толщиной 5 см падает под углом  $30^\circ$  луч света. Определите боковое смещение луча, прошедшего сквозь эту пластинку.
3. Ближний и дальний пределы аккомодации глаза близорукого человека 10 см и 12,5 см. Какие очки необходимо прописать этому человеку, чтобы исправить недостатки зрения?
4. Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр ( $\lambda_z = 5 \cdot 10^{-5}$  см) заменить красным ( $\lambda_k = 6,5 \cdot 10^{-5}$  см).
5. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом длиной волны  $\lambda = 6 \cdot 10^{-5}$  см, расстояние между отверстиями 1 мм и расстояние от отверстий до экрана 3 м. Найти положение трех первых светлых полос.
6. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света было равно 0,5 мкм, расстояние до экрана 5 м. В зеленом свете получились интерференционные полосы на расстоянии 5 мм друг от друга. Найти длину волны зеленого света.
7. В установке для наблюдения колец Ньютона пространство между линзой и стеклянной пластиной заполнено жидкостью. Определить показатель преломления жидкости, если радиус третьего светлого кольца равным 3,65 мкм. Наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус кривизны линзы 10 м. Длины волны света  $5,89 \cdot 10^{-5}$  см.
8. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластиной прозрачной жидкостью радиусы темных колец в отраженном свете уменьшились в 1,21 раза. Определите показатель преломления жидкости.
9. В опыте с интерферометром Майкельсона для смещения интерференционной картины на 500 полос потребовалось переместить зеркало на расстояние 0,161 мм. Найти длину волны падающего света.
10. Пучок белого света падает нормально на стеклянную пластинку, толщина которой  $d = 0,4$  мкм. Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ . Какие длины волн, лежащие в пределах видимого спектра (от  $4 \cdot 10^{-4}$  до  $7 \cdot 10^{-4}$  мм), усиливается в отраженном пучке?
11. Свет от монохроматического источника ( $\lambda = 0,6$  мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием. Диаметр отверстия 6 мм. За диафрагмой на расстоянии 3 м от нее находится экран. 1) сколько зон Френеля укладывается в отверстии диафрагмы? 2) Каким будет центр дифракционной картины на экране: темным или светлым?
12. Вычислить радиусы первых пятен зон Френеля, если расстояние от источника света до волновой поверхности 1 м, расстояние от волнового фронта до точки наблюдения также равно 1 м и  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$  м.
13. На щель шириной 2 мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ . Найти углы, в направлении которых будут наблюдаться минимумы света.
14. Чему равна постоянная дифракционной решетки, если для того чтобы увидеть красную линию ( $\lambda = 7 \cdot 10^{-7}$  м) в спектре второго порядка трубу пришлось установить под углом  $30^\circ$  к оси коллиматора? Какое число штрихов нанесено на 1 см длины этой решетки? Свет падает на решетку нормально.
15. Найти наибольший порядок спектра для желтой линии натрия  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ , если постоянная дифракционной решетки равна 2 мкм.
16. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшится в 4 раза? Поглощением света пренебречь.
17. Луч падает на поверхность стеклянной пластины погруженной в жидкость. Отраженный от пластины луч максимально поляризован. Угол между падающим и отраженным лучом равен  $\alpha = 97^\circ$ . Определить показатель преломления жидкости. Показатель преломления стекла  $n_{ст} = 1,5$ .

18. Плоскополяризованный монохроматический пучок света падает на поляроид и полностью им гасится. Когда на пути пучка поместили кварцевую пластинку, интенсивность вышедшего из поляроида пучка была равна  $0,5 J_0$  – падающей на кварцевую пластинку. Удельное вращение  $\alpha_{\text{кв}} = 48,9$  град/мм. При какой толщине кварцевой пластины это происходит.

19. Свет падает нормально поочередно на две пластинки, изготовленные из одного и того же вещества, имеющие соответственно толщины 5 мм и 10 мм. Определите коэффициент поглощения этого вещества, если интенсивность прошедшего света через первую пластинку составляет 82%, а через вторую 67% от начальной интенсивности.

### ЗАДАЧИ ДЛЯ РГР ПО ТЕМЕ №9

1. Расстояние между предметом и его действительным изображением  $6,25F$ , где  $F$  – фокусное расстояние собирающей линзы. Найти расстояния  $d$  и  $f$  от предмета до линзы и от линзы до изображения.

2. Два малых плоских зеркала расположены на одинаковых расстояниях друг от друга и от источника света. Каков должен быть угол между зеркалами, если луч после двух отражений:

а) направляется прямо к источнику;

б) возвращается обратно к источнику по пройденному пути.

3. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны  $0,6$  мкм, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластиной заполнено жидкостью, и наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус кривизны линзы  $4$  м. Определите показатель преломления жидкости, если радиус второго светлого кольца  $1,8$  мм.

4. На стеклянный клин ( $n=1,5$ ) нормально падает монохроматический свет ( $\lambda=698$  нм). Определите угол между поверхностями клина, если расстояние между двумя соседними интерференционными минимумами в отраженном свете равно  $2$  мм.

5. Точечный источник света ( $\lambda=0,5$  мкм) расположен на расстоянии  $1$  м перед диафрагмой с круглым отверстием диаметра  $2$  мм. Определите расстояние от диафрагмы до точки наблюдения, если отверстие открывает три зоны Френеля.

6. Определите радиус четвертой зоны Френеля, если радиус второй зоны Френеля для плоского волнового фронта равен  $2$  мм.

7. Дифракция наблюдается на расстоянии  $1$  от точечного источника монохроматического света ( $\lambda=0,5$  мкм). Посередине между источником света и экраном находится непрозрачный круглый диск диаметром  $5$  мм. Определите расстояние  $l$ , если диск закрывает только центральную зону Френеля.

8. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки. Чему должна быть равна постоянная дифракционной решетки, чтобы в направлении  $\varphi = 41^\circ$  совпадали максимумы двух линий:  $\lambda_1 = 6563 \text{ \AA}$  и  $\lambda_2 = 4102 \text{ \AA}$ .

9. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет ( $\lambda=600$  нм). Определите наибольший порядок спектра, полученный с помощью этой решетки, если ее постоянная  $2$  мкм.

10. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет. В спектре, полученном с помощью этой решетки, некоторая спектральная линия наблюдается в первом порядке под углом  $\alpha = 11^\circ$ . Определите наивысший порядок спектра, в котором может наблюдаться эта линия.

11. Определите степень поляризации частично поляризованного света, если амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света, в три раза больше амплитуды, соответствующей его минимальной интенсивности.

12. Определите во сколько раз ослабится интенсивность света, прошедшего через два николя, расположенные так, что угол между их главными плоскостями  $\alpha = 60^\circ$ , а в каждом из николей теряется  $8\%$  интенсивности падающего на него света.



13. Определите, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, главные плоскости которых образуют угол в  $60^\circ$ , если каждый из николей как поглощает, так и отражает 5 % падающего на них света.

**ТЕМА №10. ТЕОРИЯ БОРА. СПЕКТР АТОМА ВОДОРОДА. СТРОЕНИЕ АТОМНОГО ЯДРА. ЗАКОН РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА.**

1. Температура внутренней поверхности муфельной печи при открытом отверстии площадью  $30 \text{ см}^2$  равна  $1,3 \text{ К}$ . Принимая, что отверстие печи излучает как черное тело, определите, какая часть мощности рассеивается стенками, если потребляемая мощность составляет  $1,5 \text{ кВт}$ .

2. Определите, как и во сколько раз изменится мощность излучения черного тела, если длина волны, соответствующая максимуму его спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с  $720 \text{ нм}$  до  $400 \text{ нм}$ .

3. Калий освещается монохроматическим светом с длиной волны  $400 \text{ нм}$ . Определите наименьшее задерживающее напряжение, при котором фототок прекратился. Работа выхода электронов из калия равна  $2,2 \text{ эВ}$ .

4. Определите длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, прошедшего разность потенциалов  $9,8 \text{ В}$ .

5. Фотон с энергией  $1,025 \text{ МэВ}$  рассеялся на первоначально покоившемся свободном электроном. Определите угол рассеяния фотона, если длина волны рассеянного фотона оказалась равной комптоновской длине волны  $2,43 \text{ пм}$ .

6. Красная граница фотоэффекта для некоторого металла равна  $500 \text{ нм}$ . Определите: 1) работу выхода электронов из этого металла; 2) максимальную скорость электронов, вырываемых из этого металла светом с длиной волны  $400 \text{ нм}$ .

7. Определите энергию фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на второй.

8. На дифракционную решетку с периодом  $d$  нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной атомарным водородом. Оказалось, что в спектре дифракционный максимум  $k$ -го порядка, наблюдаемый под углом  $\varphi$ , соответствовал одной из линий серии Лаймана. Определите главное квантовое число, соответствующее энергетическому уровню, с которого произошел переход.

9. Определите частоту вращения электрона по третьей орбите атома водорода в теории Бора.

10. Определите длину волны де Бройля для электрона, находящегося в атоме водорода на третьей боровской орбите.

11. Выведите зависимость между длиной волны де Бройля релятивистской частицы и ее кинетической энергией.

12. Ширина следа электрона (обладающего кинетической энергией  $1,5 \text{ кэВ}$ ) на фотопластинке, полученного с помощью камеры Вильсона, составляет  $1 \text{ мкм}$ . Определите, можно ли по данному следу обнаружить отклонение в движении электрона от законов классической механики.

13. Определите отношение неопределенностей скорости электрона, если его координата установлена с точностью до  $10^{-5} \text{ м}$ , и пылинки массой  $10^{-12} \text{ кг}$ , если ее координата установлена с той же точностью.

14. Определите, какую часть массы нейтрального атома  $C_6^{12}$  ( $m = 19,9272 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ ) составляет масса его электронной оболочки.

15. Определите энергию связи ядра атома гелия. Масса нейтрального атома гелия равна  $6,6467 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

16. Определите массу изотопа  $N_7^{15}$ , если изменение массы при образовании ядра  $N_7^{15}$  составляет  $0,2058 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

17. Определите, во сколько раз начальное количество ядер радиоактивного изотопа уменьшится за три года, если за год оно уменьшилось в 4 раза.

18. Первоначальная масса радиоактивного изотопа йода  $I_{53}^{131}$  (период полураспада  $T_{1/2} = 8$  сут) равна 1 г. Определите: 1) начальную активность изотопа; 2) его активность через 3 сут. Определите период полураспада радиоактивного изотопа, если  $5/8$  начального количества ядер этого изотопа распалось за время 849 с.
19. Начальная активность 1 г изотопа радия  $Ra_{88}^{226}$  равна 1 Ки. Определите период полураспада этого изотопа.
20. Пользуясь таблицей Менделеева и правилами смещения, определите, в какой элемент превращается  $U_{92}^{238}$  после трех альфа и двух бета распадов.

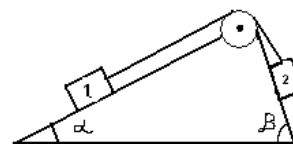
### ЗАДАЧИ ДЛЯ РГР ПО ТЕМЕ №10

1. Определите во сколько раз необходимо уменьшить термодинамическую температуру черного тела, чтобы его энергетическая светимость ослабилась в 16 раз.
2. В результате нагревания черного тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с 2,7 мкм до 0,9 мкм. Определите, во сколько раз увеличилась: 1) энергетическая светимость тела; 2) максимальная спектральная плотность энергетической светимости тела. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости черного тела возрастает по закону  $(r_{\lambda,T}) = CT^5$ , где  $C = 1,3 \cdot 10^{-5}$  Вт/(м<sup>3</sup>\*К<sup>5</sup>).
3. Принимая Солнце за черное тело и учитывая, что его максимальной спектральной плотности энергетической светимости соответствует длина волны 500 нм, определите: 1) температуру поверхности Солнца; 2) энергию, излучаемую Солнцем в виде электромагнитных волн за 10 мин; 3) массу, теряемую Солнцем за это время за счет излучения.
4. Определите работу выхода электронов из вольфрама, если красная граница фотоэффекта для него 275 нм.
5. Определите максимальную скорость фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла, если фототок прекращается при приложении задерживающего напряжения  $U_0 = 3,7$  В.
6. Определите максимальную и минимальную энергии фотона в видимой серии спектра водорода (серии Бальмера).
7. Определите, на сколько изменилась энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны  $4,86 \cdot 10^{-7}$  м.
8. Определите скорость электрона на третьей орбите атома водорода.
9. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов  $U = 500$  В, имеет длину волны де Бройля 1,282 пм. Принимая заряд этой частицы равным заряду электрона, определите ее массу.
10. Кинетическая энергия электрона равна 1 кэВ. Определите длину волны де Бройля.
11. Электронный пучок ускоряется в электронно - лучевой трубке разностью потенциалов  $U = 1$  кВ. Известно, что неопределенность скорости составляет 0,1% от ее числового значения. Определите неопределенность координаты электрона.
12. При отрыве нейтрона от ядра гелия  $He_2^4$  образуется ядро  $He_2^3$ . Определите энергию связи, которую необходимо для этого затратить. Массы нейтральных атомов  $He_2^4$  и  $He_2^3$  соответственно равна  $6,6467 \cdot 10^{-27}$  кг и  $5,0084 \cdot 10^{-27}$  кг.
13. Запишите бета распад магния  $Mg_{12}^{27}$

## ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1.

1. Велосипедист проехал первую половину времени своего движения со скоростью  $V_1 = 16$  км/ч, вторую половину времени со скоростью  $V_2 = 12$  км/ч. Определите среднюю скорость движения велосипедиста.
2. В установке на рисунке углы  $\alpha$  и  $\beta$  наклонных плоскостей с горизонтом равны  $30^\circ$  и  $45^\circ$ , массы тел  $m_1 = 450$  г и  $m_2 = 500$  г. Считая нить и блок невесомыми и пренебрегая силами трения, определите ускорение, с которым будут двигаться тела и силу натяжения нити.
3. Снаряд, летевший со скоростью 400 м/с, в верхней точке траектории разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 40% от массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью 150 м/с. Найдите скорость большего осколка.
4. Когда объем газа уменьшили на 10 %, а температуру увеличили на  $t = 16^\circ\text{C}$ , его давление возросло на 20%. Определить начальную температуру газа.



### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2.

1. Одинаковые металлические шарики, заряженные одноименно зарядами  $q$  и  $4q$ , находятся на расстоянии  $r$  друг от друга. Шарики привели в соприкосновение. На какое расстояние  $x$  их нужно развести, чтобы сила взаимодействия осталась прежней.
2. ЭДС аккумулятора 20 В. Напряжение на его зажимах 18,4 В при силе тока 2 А. Найти внутреннее сопротивление аккумулятора и сопротивление внешней цепи. Вычислить ток короткого замыкания.
3. В проводнике с длиной активной части 8 см сила тока 50 А. Он находится в однородном магнитном поле с индукцией 20 мТл. Какую работу совершил источник тока, если проводник переместился на 10 см перпендикулярно линиям индукции магнитного поля?
4. Определить магнитный поток, проходящий через прямоугольную рамку со сторонами 20 и 40 см, если она помещена в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 0,05$  Тл под углом  $\beta = 60^\circ$  к линиям поля?

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3.

1. На горизонтальном дне бассейна глубиной 1,5 м лежит плоское зеркало. Луч света входит в воду под углом  $45^\circ$ . Определите расстояние от места вхождения луча в воду до места выхода его на поверхность воды после отражения от зеркала. Показатель преломления воды 1,33.
2. Во сколько раз увеличится расстояние между соседними интерференционными полосами на экране в опыте Юнга, если зеленый светофильтр ( $\lambda_3 = 5 \cdot 10^{-5}$  см) заменить красным ( $\lambda_k = 6,5 \cdot 10^{-5}$  см).
3. Свет от монохроматического источника ( $\lambda = 0,6$  мкм) падает нормально на диафрагму с круглым отверстием. Диаметр отверстия 6 мм. За диафрагмой на расстоянии 3 м от нее находится экран. 1) сколько зон Френеля укладывается в отверстии диафрагмы? 2) Каким будет центр дифракционной картины на экране: темным или светлым?
4. Чему равен угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшится в 4 раза? Поглощением света пренебречь.

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4.

1. Определите во сколько раз необходимо уменьшить термодинамическую температуру черного тела, чтобы его энергетическая светимость ослабилась в 16 раз.

2. Определите работу выхода электронов из вольфрама, если красная граница фотоэффекта для него 275 нм.
3. На дифракционную решетку с периодом  $d$  нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной атомарным водородом. Оказалось, что в спектре дифракционный максимум  $k$ -го порядка, наблюдаемый под углом  $\varphi$ , соответствовал одной из линий серии Лаймана. Определите главное квантовое число, соответствующее энергетическому уровню, с которого произошел переход.
4. Начальная активность 1 г изотопа радия  $Ra_{88}^{226}$  равна 1 Ки. Определите период полураспада этого изотопа.

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕОМЕНДАЦИИ И ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА. ТЕХНИКА БЕЗОПАСНОСТИ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА**

- ⇒ Лабораторный практикум выполняется по индивидуальному графику бригадой, состоящей, как правило, из двух студентов.
- ⇒ Оформление результатов работы производится в **личном лабораторном журнале** студента. Утерянный лабораторный журнал подлежит восстановлению.
- ⇒ Перед выполнением эксперимента студент должен пройти собеседование с преподавателем и получить **допуск** к работе. Для получения допуска следует самостоятельно изучить и законспектировать:
  - ◇ -Теорию изучаемого явления, основные понятия, формулы.
  - ◇ -Принцип работы установки, вывод рабочих формул.
- Более подробно требования к подготовке определяются контрольными вопросами.
- ⇒ После выполнения эксперимента студент должен получить отметку преподавателя о выполнении работы. Без **подписи** преподавателя работа не считается выполненной. Не рекомендуется разбирать установку или изменять ее параметры до проверки результатов преподавателем. Одно измерение следует провести в присутствии преподавателя.
- ⇒ Отчет должен быть оформлен аккуратно: чертежи и таблицы следует выполнять **по линейке**, цифры должны легко и правильно читаться. Графики выполняются только на масштабнo-координантной бумаге (миллиметровке) форматом 150x200 мм<sup>2</sup>.
- ⇒ Для получения зачета студент представляет преподавателю оформленный отчет **со всеми расчетами**.
- ⇒ Если студент не выполнил лабораторную работу, то на следующем занятии он выполняет следующую по графику работу. Пропущенную работу можно выполнить в течение семестра на другом занятии, предварительно получив допуск у преподавателя.
- ⇒ Следует своевременно сдавать выполненные работы: не допускается выполнение следующей работы при наличии двух выполненных, но не зачтенных работ.
- ⇒ Каждую лабораторную работу следует начинать с новой страницы, пропустив 2-3 чистых листа. Чистые листы нужны для возможных исправлений и доработок (перерасчетов) предыдущей работы, не затрагивающих следующую.

Схема оформления отчета :

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № X-XX

### НАИМЕНОВАНИЕ РАБОТЫ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:.....

ОБОРУДОВАНИЕ:.....

### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ:

(Записываются контрольные вопросы и ответы, схемы, формулы)

.....  
.....

### ТАБЛИЦА СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ :

Наименование	Предел измерений	Цена деления	Погрешность

### СХЕМА УСТАНОВКИ:

### РАБОЧИЕ ФОРМУЛЫ:

.....  
.....

### РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ (таблица, дополнительные данные).


### РАСЧЕТЫ

(следует привести все расчеты )

.....  
.....

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

.....  
.....

### УКАЗАНИЯ МЕР БЕЗОПАСНОСТИ при выполнении практикума в лаборатории "Электричество и магнетизм"

### ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В лаборатории используются установки, имеющие питание от сети 220 В, что создает потенциальную опасность поражения электрическим током.

\*0 Запрещается допускать к работе студентов, не прошедших инструктаж по технике безопасности с росписью в журнале.

\*1 Запрещается работа студентов в лаборатории без преподавателя или лаборанта, который имеет группу допуска по электробезопасности не ниже III.

За нарушение правил безопасности виновные несут ответственность в административном порядке, если последствия нарушения не влекут уголовной ответственности.

### **ПЕРЕД РАБОТОЙ:**

Ознакомиться с инструкциями по выполняемой работе.

Осмотреть установку, убедиться в ее исправности.

Установки, имеющие клеммы заземления, должны быть заземлены.

Запрещается работать на установках со снятыми кожухами, поврежденной изоляцией проводов, розеток, вилок.

### **ВО ВРЕМЯ РАБОТЫ:**

\*2 Не захламлять рабочее место. На рабочем месте не должно быть посторонних предметов.

\*3 Не трогать приборы, не входящие в выполняемую работу. Без разрешения преподавателя не выполнять действий, не предусмотренных описанием работы.

\*4 При сборке схемы следить за прочным соединением монтажных проводов с клеммами.

\*5 Подключать приборы к источнику электрического тока только после проверки схемы преподавателем.

\*6 В случае каких-либо присоединений перед подключением к источнику тока схема должна быть снова проверена преподавателем.

\*7 Запрещается оставлять без присмотра схемы и приборы, находящиеся под напряжением.

\*8 При появлении признаков неисправности - нарушении режима работы, искрения, появления дыма и запаха гари, посторонних звуков выключить установку, поставить в известность преподавателя.

\*9 Сборку и разборку электрических схем, подключение дополнительных приборов, их частичное отключение или замену производить только при выключенном источнике питания.

\*10 Операции на схеме (перемещение ползунка реостата, регулирование катушек с сердечником и т. п.) производить одной рукой, не касаясь другой токонесущих частей.

### **ПОСЛЕ РАБОТЫ:**

Установить ручки приборов в исходное положение, выключить установку, вынуть вилки приборов из розеток.

Сдать лаборанту полученные принадлежности.

## **ПРОТИВОПОЖАРНЫЕ МЕРОПРИЯТИЯ И МЕРЫ**

### **ДОВРАЧЕБНОЙ ПОМОЩИ**

1. В случае возгорания сетевых и монтажных проводов, агрегатов и приборов немедленно:

отключить установку и лабораторию от сети (выключатели, автоматы и рубильники); приступить к тушению пожара имеющимися средствами (песок, углекислый или порошковый огнетушители), нельзя пользоваться водой и пенными огнетушителями; при необходимости вызвать пожарную команду по телефону 01.

2. При поражении током необходимо:

освободить пострадавшего от действия тока, отключив установку или отделив электрический контакт изолированным предметом от тела пострадавшего; пострадавшего уложить, освободив от стесняющей дыхание одежды, обеспечить приток свежего воздуха, к ногам приложить грелку, сделать искусственное дыхание и массаж сердца;

**срочно вызвать врача или скорую помощь по телефону 03.**

**УКАЗАНИЯ МЕР БЕЗОПАСНОСТИ  
при выполнении физического практикума в лаборатории  
"Оптика, атомная и ядерная физика"**

**ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

В лаборатории используются установки, имеющие питание от сети 220 В, что создает потенциальную опасность поражения электрическим током. Кроме того, в лаборатории используются источники лазерного излучения и источники ионизирующего излучения (радиоактивные источники), что создает также потенциальную опасность для здоровья экспериментатора. При проведении работ с источниками ионизирующего излучения (ИИИ) должна быть обеспечена безопасность работ в соответствии с ОСП-72/87 и НРБ-76/87.

Применяемые в лаборатории контрольные радиоактивные источники обладают удельной активностью меньшей, чем указана в п. 1.2. ОСП-72/87, что освобождает лабораторию от получения разрешения на работу с ИИИ и последующего радиационного контроля. В лаборатории применяются лазеры 2 класса, выходное излучение которых представляет опасность при облучении глаз прямым или зеркально отраженным излучением.

**Запрещается:**

◇ допускать к работе студентов, не прошедших инструктаж по технике безопасности с росписью в журнале;

◇ работа студентов в лаборатории без преподавателя или лаборанта, который имеет группу допуска по электробезопасности не ниже III.

**ПЕРЕД РАБОТОЙ**

⇒ ознакомиться с инструкциями по выполняемой работе;

⇒ осмотреть установку, убедиться в исправности установки. Установки, имеющие клеммы заземления, должны быть заземлены;

**Запрещается:**

◇ работать на установках со снятыми кожухами, поврежденной изоляцией проводов, розеток, вилок;

**ВО ВРЕМЯ РАБОТЫ**

\*11 включение установки проводить только после получения допуска

\*12 установка должна находиться под напряжением только во время проведения эксперимента, включая время, необходимое для прогрева установки. После окончания измерений установку следует обесточить

\*13 получив у преподавателя или лаборанта радиоактивный источник, следует поместить его в свинцовый домик. После проведения измерений радиоактивный препарат следует поместить в сейф,

\*14 включение лазеров проводить только во время проведения эксперимента и снятия показаний с установки. Во время измерений недопустимо нахождение посторонних лиц в зоне лазерного облучения;

\*15 при появлении признаков неисправности - нарушения режима работы, искрения, появления дыма и запаха гари, посторонних звуков - выключить установку, поставить в известность преподавателя.

**Запрещается:**

◇ захламлять рабочее место. На рабочем месте не должно быть посторонних предметов;



◇трогать приборы, не входящие в выполняемую работу.

◇выполнять действия, не предусмотренных описанием работы без разрешения преподавателя. В случае порчи приборов, вызванной грубым нарушением правил эксплуатации, виновные несут материальную ответственность;

◇прикасаться к активной поверхности радиоактивного препарата. При работе с источником излучения разрешается брать препараты только за бортики подложки;

◇выполнять действия, которые могут привести к прямому попаданию лазерного луча в глаз человека;

### **ПОСЛЕ РАБОТЫ**

\*16 установить ручки приборов в исходное положение, выключить установку, вынуть вилки приборов из розеток;

\*17 сдать лаборанту полученные принадлежности (линзы, радиоактивные источники и т.д.)

## **ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ**

### **Работа № 1**

#### **ТЕМА: «ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ»**

Целью лабораторного эксперимента, как правило, является определение физических величин и установление между ними количественных соотношений. Учебный эксперимент в процессе выполнения позволяет решить следующие задачи:

- а) проиллюстрировать теоретические положения физики;
- б) познакомиться с приборами;
- в) приобрести опыт в проведении эксперимента.

«Приобрести опыт» означает научиться планировать эксперимент, ясно и кратко вести запись измерений, правильно обрабатывать результаты измерений, оценивать точность, анализировать результаты эксперимента и делать правильно выводы. При выполнении лабораторных работ следует придерживаться следующих правил.

1. Прежде всего, необходимо ознакомиться с основами теории изучаемого явления, а также с методикой эксперимента. Выяснить, какие физические законы положены в основу работы установки, проанализировать вывод рабочей формулы. Обратит внимание на упрощающие предположения с учетом которых спланирован эксперимент.

2. Пред началом измерений полезно попрактиковаться в выполнении той или иной операции, разумеется, после изучения описания установки.

3. Даже при проведении однократных измерений следует хотя бы раз повторить опыт (без занесения результатов в протокол). Это позволит оценить правильность выполнения опыта и избежать грубых ошибок.

4. Все результаты следует немедленно записывать в протокол без какой либо обработки.

5. В протоколе эксперимента четко указывайте смысл буквенных обозначений всех используемых величин. Не забывайте указать единицы измерения.

### **ИЗМЕРЕНИЯ И ПОГРЕШНОСТИ**

Виды погрешностей. Измерение называется процесс сравнения измеряемой величины с однородной величиной, принятой за единицу измерения. В прямых измерениях искомое значение физической величины находят непосредственным отсчетом по шкале прибора. При косвенном измерении результат вычисляют по формулам, исходя из данных прямых измерений. Любое измерение осуществляется с определенной степенью точности, поэтому результат измерения содержит некоторую погрешность.

По характеру проявления погрешности разделяют на две основные группы.

1. *Систематические погрешности* сохраняют величину и знак от опыта к опыту. К ним относятся, например, погрешности, связанные с неправильным весом гирь, неточной разбивкой шкалы измерительных приборов и т.п. Эти погрешности могут быть устранены введением поправок, однако они часто остаются невыявленными.

2. *Случайные погрешности* обусловлены воздействием большого числа неконтролируемых причин, поэтому их величина и знак от опыта к опыту не сохраняется. Эти погрешности не могут быть учтены заранее, однако они подчиняются статическим законам и их влияние может быть учтено и уменьшено при многократном повторении опыта.

Систематические погрешности, в принципе, опаснее случайных. Случайные погрешности обнаруживают себя в ходе эксперимента, в то время как при наличии скрытой систематической погрешности результат будет казаться вполне надежным, хотя на самом деле он весьма неточен.

Кроме этих погрешностей встречаются грубые ошибки, называемые *промахами*. Промахи могут появиться при неправильно отсчете, нарушении юстировки прибора, случайном воздействии значительного постороннего фактора и т.д. Результат, содержащий грубую ошибку резко отличается от остальных и его после проверки следует исключить.

По форме представления разделяют погрешности *абсолютные, относительные и приведенные*.

Отклонение измеренного значения величины  $x$  от ее истинного значения  $x_0$  называется *абсолютной погрешностью*:

$$\Delta x = x - x_0$$

Абсолютная погрешность измеряется в тех же единицах, что и измеряемая величина. Мерой точности результатов измерения является *относительная погрешность*, выраженная в

$$\text{долях: } \varepsilon = \frac{\Delta x}{x}, \text{ или в процентах } \varepsilon = \frac{\Delta x}{x} 100\% .$$

*Приведенной погрешностью* называется отношение абсолютной погрешности к некоторому нормированному значению. В качестве нормированного значения выбирается, например, предел измерения вольтметра. Приведенная погрешность:

$$\Delta U = \frac{\gamma \cdot x_{np}}{100\%} .$$

В погрешность прибора могут входить как систематические (неточная разбивка шкалы и т.д.), так и случайны (силы трения в оси и т.д.) погрешности. Однако поскольку при увеличении числа измерений точность прибора не возрастает, их следует рассматривать как систематические, хотя и неизвестной величины. Вероятность предельного значения приборной погрешности не указывается, но предполагается достаточно близкой к единице. Предельные погрешности приборов, часто употребляемых в лабораторной практике указаны в таблице 1.

Таблица 1 - Предельные погрешности приборов

Прибор или инструмент	Цена деления	Предельная погрешность
Измерительная линейка	1 мм/дел	1мм
Штангенциркуль	0,1 мм/дел	0,1 мм
	0,05 мм/дел	0,05 мм
Микрометр	0,01 мм/дел	0,01 мм
Весы технические	-	0,1 г
Весы аналитические	0,1 мг/дел	1 мг
Секундомер с ручным запуском	0,1 с/дел	0,3 с
Часы с секундной стрелкой	1 с/дел	1с
Термометры	Т К/дел	Т, К
Приборы с классом точности $\gamma$	C	$\gamma \cdot x_{np} / 100 \approx C / 2$
Табличная величина	-	0,5 единицы последнего разряда

### ОБРАБОТКА ПРЯМЫХ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Статистическую обработку результатов проводят в том случае, если при измерениях в тождественных условиях результат не повторяется. Многократные измерения ( $n \geq 3$ ) позволяют уменьшить влияние случайных погрешностей и оценить доверительную границу этих погрешностей.

Рекомендуется следующий порядок обработки результатов.

1. Исключаются известные систематические погрешности.
2. За результат многократного измерения принимается среднее арифметическое из ряда  $n$  измерений:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Эта величина для конечного числа измерений является случайной величиной. Это означает, что при повторении серии измерений мы получим другой результат.

3. Определяются погрешности отдельных измерений

$$\Delta x_i = x_i - \langle x \rangle$$

4. Вычисляется среднеквадратичное отклонение среднеарифметического значения.

$$S_{\langle x \rangle} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}$$

5. Доверительная граница погрешности для заданной надежности  $\alpha$  вычисляется по формуле

$$\Delta x = t_{\alpha, n-1} \cdot S_{\langle x \rangle}$$

где  $t_{\alpha, n-1}$  - коэффициент Стьюдента, зависящий от требуемой надежности  $\alpha$  (доверительной вероятности) и числа измерений  $n$ . Коэффициент Стьюдента находится по соответствующим таблицам (см. табл. 2). Обычно полагают  $\alpha = 0,95$ .

Величину  $S_{\langle x \rangle}$  называют также стандартной погрешностью. Стандартная погрешность может рассматриваться как доверительная граница погрешности ( $\Delta x = S_{\langle x \rangle}$ ) при  $t_{\alpha, n-1} = 1$ . При этом надежность  $\alpha = 0,6-0,7$  в зависимости от числа измерений.

6. Результат представляют в виде

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x, \text{ ед. изд.}, \text{ при } \alpha = \dots, \varepsilon = \frac{\Delta x}{\langle x \rangle} \cdot 100\%$$

Таблица 2- коэффициенты Стьюдента

Число степеней свободы $f$	Надежность $\alpha$							
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,999
1	1,00	1,38	2,0	3,1	6,3	12,7	32	640
2	0,82	1,06	1,3	1,9	2,9	4,3	7,0	32
3	0,77	0,98	1,3	1,6	2,4	3,2	4,5	13
4	0,74	0,94	1,2	1,5	2,1	2,8	3,7	8,6
5	0,73	0,92	1,2	1,5	2,0	2,6	3,4	6,9
6	0,72	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,1	6,0
7	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,4	3,0	5,4
8	0,71	0,90	1,1	1,4	1,9	2,3	2,9	5,0
9	0,70	0,88	1,1	1,4	1,8	2,3	2,8	4,8
14	0,69	0,87	1,1	1,3	1,8	2,1	2,6	4,1
19	0,69	0,86	1,1	1,3	1,7	2,1	2,5	3,9
$\infty$	0,67	0,84	1,0	1,3	1,6	2,0	2,3	3,3

ПРИМЕЧАНИЕ: Число степеней свободы равно числу независимых величин  $\Delta x_i$ . При расчете  $S$  из  $n$  значений только  $n - 1$  значений будут независимыми, т.к. величины  $\Delta x_i$  связаны одним уравнением:

$$\sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0$$

Поэтому в данном случае число степеней свободы будет равно  $f = n - 1$ .

**Пример:** При измерении размера детали штангенциркулем получены следующие результаты

№ п/п	$x_i$ , мм	$\Delta x_i$ , мм	$(x_i)^2$ , мм <sup>2</sup>
1	36,2	0,05	$25 \cdot 10^{-4}$
2	36,1	-0,05	$25 \cdot 10^{-4}$
3	36,3	0,15	$225 \cdot 10^{-4}$
4	36,0	-0,15	$225 \cdot 10^{-4}$
5	36,1	-0,05	$25 \cdot 10^{-4}$
6	36,2	0,05	$25 \cdot 10^{-4}$

$$\langle x \rangle = 36,15, \quad \Sigma(x_i)^2 = 550 \cdot 10^{-4}$$

1. Результаты определения  $\langle x \rangle$ ,  $\Delta x_i$  и  $\Sigma(x_i)^2$  приведены в таблице. Таблица такого типа *рекомендуется для удобства* обработки результатов. Для вычисления  $\langle x \rangle$  вместо формулы (1) рекомендуется эквивалентная формула, которая упрощает вычисления.

$$\langle x \rangle = a + (\Sigma(x_i - a))/n,$$

где  $a$  – любое “удобное” число, близкое к результатам измерения. Если в нашем случае положить  $a = 36,0$ , то

$$\langle x \rangle = 36,0 + (0,2 + 0,1 + 0,3 + 0,0 + 0,1 + 0,2)/6 = 36,15$$

Общая часть результатов  $a = 36,0$  при этом не обрабатывается.

2. Находим среднеквадратичное отклонение по формуле (2)

$$S_{(x)} = 10^{-2} \cdot \sqrt{\frac{550}{6 \cdot 5}} = 4,3 \cdot 10^{-2}$$

Здесь общий множитель  $10^{-2}$  заранее вынесен из-под знака корня.

3. определяем по табл.2 коэффициент Стьюдента для  $\alpha = 0,95$  и  $f = 6-1 = 5$ :  $t(0,95) = 2,6$ . Предельное значение погрешности (доверительный интервал) с вероятностью (надёжностью) 0,95 равен

$$\Delta x = 2,6 - 4,3 \cdot 10^{-2} = 0,11$$

4. Так как полученная статистическая погрешность близка к погрешности штангенциркуля (0,1 мм), необходимо внести уточнения по формуле (6).

Окончательное значение погрешности

$$\Delta x = \sqrt{(0,11)^2 + (0,1)^2} = 0,15$$

5. Результат запишется в виде

$$x = 36,15 \pm 0,15 \text{ мм}, \quad \alpha = 0,95.$$

Этот результат означает, что с вероятностью 0,95 истинное значение измеряемой величины лежит внутри интервала от 36,00 до 36,30.

### ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ

Инструментальные погрешности - это погрешности вносимые измерительными приборами  $\square x_{пр}$ . Они зависят от класса точности применяемых приборов. Класс точности - это максимальная погрешность, выраженная в процентах от полной величины шкалы  $X$ .

$$\gamma = \frac{\Delta x_{пр}}{X} 100\%$$

В ряде приборов погрешность указывается в его паспорте или на самом приборе. Если погрешность прибора не указана, то приближенно она оценивается как 0,5-1 деление шкалы или 2-3 единицы последнего разряда цифрового прибора. Однако, в этом случае, точность измерений не может быть гарантирована.

### СУММИРОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Если погрешность обусловлена как измерительными приборами, так и случайными погрешностями, то результирующая погрешность  $\square x_p$  находится геометрическим суммированием погрешности прибора  $\square x_{пр}$  и статистической погрешности  $\square x$ .

$$\Delta x_p = \sqrt{(\Delta x_{np})^2 + (\Delta x)^2}$$

Если одна из составляющих погрешностей хотя бы в 2,5-3 раза меньше другой, то меньшей составляющей можно пренебречь.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИИ

Часто оказывается, что искомая величина есть функция прямо измеряемых величин. Погрешность такой величины вычисляется через погрешности прямых измерений.

Пусть искомое значение физической величины  $w$  находится расчетом как функция прямых измерений  $x, y, \dots$  и т.д. с известными погрешностями  $\Delta x, \Delta y, \dots$ , т.е.

$$w = f(x, y, \dots)$$

Требуется определить погрешность  $\Delta w$  величины  $w$ , обусловленной воздействием погрешностей  $\Delta x, \Delta y, \dots$

1. Определяются частные погрешности, обусловленные погрешностями каждого аргумента в отдельности.

$$\Delta w_x = (\partial f / \partial x) \Delta x$$

$$\Delta w_y = (\partial f / \partial y) \Delta y$$

2. Полная погрешность получается геометрическим суммированием частных погрешностей.

$$\Delta w = \sqrt{(\Delta w_x)^2 + (\Delta w_y)^2 + \dots}$$

### ТОЧНОСТЬ РАСЧЕТОВ

Если число записывается в виде десятичной дроби, то одним из источников погрешностей вычислений является округление числа. В качестве погрешности округления принимается половина единицы последнего, указанного после округления результата.

Мерой точности числа является число значащих цифр. Значащими цифрами называются все цифры, кроме левых нулей (которые служат для указания разрядов). Именно число значащих цифр определяет относительную погрешность. Примеры определения погрешностей округления некоторых чисел приведены в табл. 2

Таблица 3 – Примеры погрешностей округления некоторых чисел

Пример	Число значащих цифр	Погрешность округления
3,1416	5	0,00005
3,14	3	0,005
0,1500	4	0,00005
0,015	2	0,0005
3 (целое)	$\infty$	0,000...0...

Число значащих цифр в промежуточных расчетах должно быть на единицу больше, чем в результатах измерений. В противном случае погрешность округления (т.е. расчетов) будет сравнима с погрешностью измерений. Табличные данные следует также брать с достаточным числом значащих цифр (если это возможно), либо учитывать погрешности округления этих данных.

### ЗАПИСЬ РЕЗУЛЬТАТОВ

Результат измерения при расчете следует записывать в виде:

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x, \text{ ед. изм., } \Delta = \dots, \Delta = (\Delta x / \langle x \rangle) 100\%$$

Значение погрешности следует округлять до двух значащих цифр, если первая является единицей и до одной значащей цифры во всех остальных случаях.

Для записи измеренного значения последней записывается цифра того десятичного разряда, который содержит погрешность.

Таблица 4 - Примеры записи результата

Правильно:	Неправильно:	Ошибка:
$1,2 \pm 0,2$	$1,244 \pm 0,2$	Лишние цифры в значении результата.
$1,24 \pm 0,03$	$1,2438 \pm 0,0325$	Лишние цифры в значении погрешности.
$1,244 \pm 0,014$	$1,244 \pm 0,01$	Грубое округление погрешности.
$1,24 \pm 0,03$	$1,24 \pm 3 \cdot 10^{-2}$	Множитель $10^{-2}$ должен быть общим.

### ГРАФИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ

При обработке результатов измерений часто пользуются графическими методами, которые служат для наглядного изображения полученных результатов, а также для различных вычислительных операций. Пример правильного построения графика приведен на рисунке.

**При построении графиков следует придерживаться следующих правил:**

1. Начертить оси графика (стрелки на осях ставить не следует). Выбрать и нанести масштаб по осям абсцисс и ординат так, чтобы **график занимал по возможности всю площадь**. Обозначить оси и единицы измерения.

2. Нанести экспериментальные значения в виде четких кружочков диаметром 1-2 мм. Координаты этих точек на осях графика не указываются!

3. График по точкам должен проходить плавно, без резких искривлений и изломов. Между точками график должен проходить так, чтобы точки располагались по обе стороны от графика на одинаковых расстояниях.

4. Вычисление углового коэффициента прямой  $y = Ax + B$ :

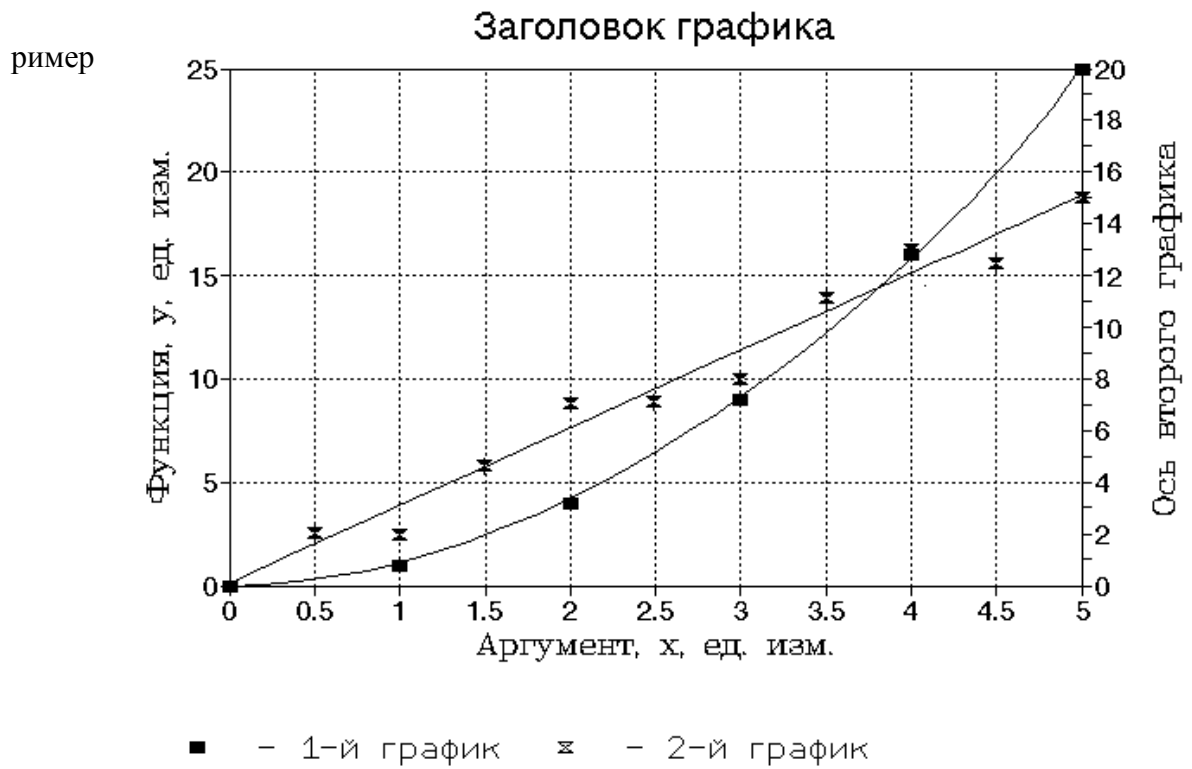
Выбрать две произвольные точки на оси абсцисс  $x_1$  и  $x_2$ . Точки  $x_1$  и  $x_2$  должны отстоять друг от друга на возможно большем расстоянии.

По графику провести отсчет соответствующих значений функции  $y_1$  и  $y_2$ .

Угловой коэффициент находится по формуле:

$$A = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Для того чтобы коэффициент имел определенный физический смысл, величины  $x$  и  $y$  следует выражать в одной физической системе единиц.



построения графика

**ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ**

1. Даны экспериментальные значения и функция зависимости. Определить погрешность функции.

1)  $F = X^3 / YZ$

X	1,23	1,21	1,22	1,20	1,24
Y	0,95	0,92	0,93	0,95	0,92
Z	2,30	2,30	2,31	2,31	2,32

2)  $F = X^3 Y / ZU$

X	1,23	1,21	1,22	1,20	1,24
Y	0,95	0,92	0,93	0,95	0,92
Z	2,30	2,30	2,31	2,31	2,32
U	0,25	0,27	0,26	0,27	0,26

3)  $F = 1 / (XYZ)$

X	1,23	1,21	1,22	1,20	1,24	1,23	1,22
Y	0,95	0,92	0,93	0,95	0,92	0,94	0,95
Z	2,30	2,30	2,31	2,31	2,32	2,33	2,31

4)  $F = Z^2 X^3 Y^{-2}$



X	1,23	1,21	1,22	1,20	1,24	1,23	1,22
Y	0,95	0,92	0,93	0,95	1,92	0,94	0,95
Z	2,30	2,30	2,31	2,31	2,32	2,33	2,31

5)  $F = \ln X / (Y^2 Z)$

X	1,23	1,21	1,22	1,20	1,24	1,23	2,22
Y	0,95	0,92	0,93	0,95	0,92	1,94	0,95
Z	2,30	2,30	2,31	2,31	2,32	2,33	3,31

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Виды погрешностей.
2. Обработка многократных прямых измерений
3. Обработка косвенных измерений
4. Графические методы обработки результатов.

### Работа № 2

#### ТЕМА: «ИЗМЕРЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ РАЗМЕРОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ»

ЦЕЛЬ: ознакомиться с принципом работы штангенциркуля, микрометра и технических весов. Определить плотность твердого тела и погрешность ее вычисления.

ОБОРУДОВАНИЕ: микрометр, штангенциркуль, технические весы, измеряемое тело.

### ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

**Штангенциркуль** предназначен для измерения внутренних и наружных размеров деталей. Конструкции штангенциркулей различных типов могут различаться, однако основные элементы являются общими (рис.1).

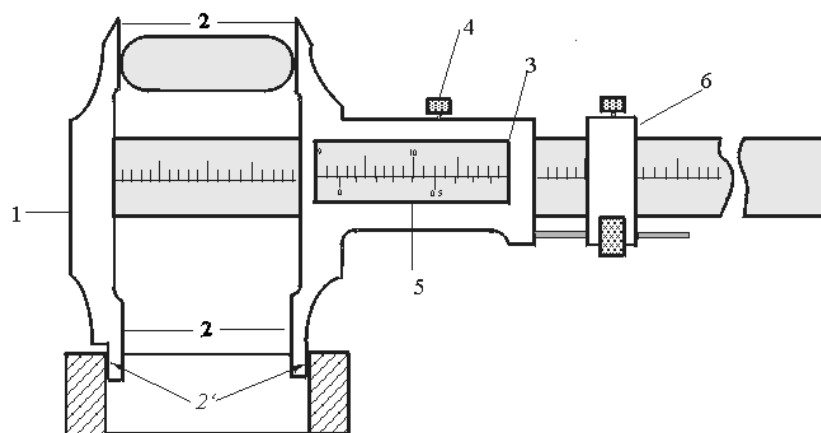


Рис. 1.

### Штангенциркуль.

Штангенциркуль состоит из штанги 1, измерительных губок 2, рамки 3, зажима рамки 4, нониуса 5 и микрометрической подачи 6 для установки рамки на точный размер.

Аналогичные отсчетные устройства имеют и другие штангенинструменты: штангенглубиномеры, штангенрейсмасы и др. Отсчет показаний штангенинструментов производится с помощью нониуса. Нониус – это дополнительная шкала, предел измерения которой равен цене деления основной миллиметровой шкалы  $a$ . Нониусы имеют различную цену деления шкалы  $c$  и модуль  $\gamma$ , который показывает, через какое число делений основной шкалы располагаются штрихи нониуса, смещенные на величину  $c$  (рис.2).

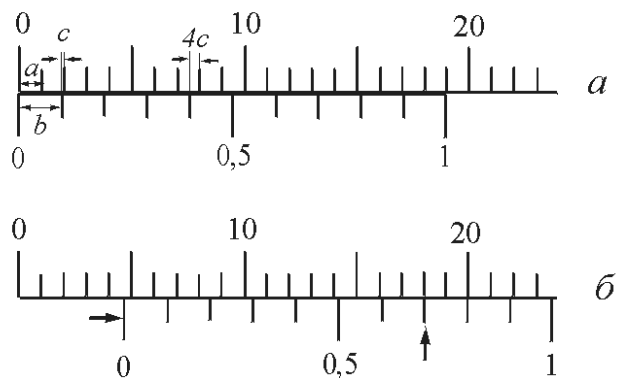


Рис. 2. Устройство нониуса ( $\gamma = 2, c = 0,1$ ).

Модуль принимают равным 1, 2 или 5, цену деления нониуса – 0,1; 0,05; 0,02 мм. Число делений нониуса  $n = a/c$ , длина деления шкалы нониуса  $b = \gamma \cdot a - c$ , полная длина шкалы нониуса  $l = n \cdot b = (\lambda \cdot n - 1) \cdot a$ .

Если нулевой штрих нониуса совпадает со штрихом основной шкалы, то первый штрих нониуса будет смещен на расстояние  $c$ , второй штрих – на  $2c$  и т.д.. При перемещении рамки на расстояние  $c$  первый штрих нониуса совпадет с основным делением, при перемещении рамки на  $2c$  – совпадет второй штрих нониуса и т.д.. Если с основным делением совпадает штрих с номером  $m$ , то дробная часть показаний будет равна

$$\Delta l = mc$$

Целое число делений основной шкалы определяется по нулевому делению нониуса.

**Отсчет на рис. 2 равен  $4 + 7 \cdot 0,1 = 4,7$  мм.**

Измеряемую деталь помещают между измерительными поверхностями губок без перекосов (рис.1). Если измеряют внутренний размер детали  $L$ , то к показанию штангенциркуля следует добавить толщину губок  $d$  ( $d = 10,00$  мм). Погрешность измерения штангенциркулем принимается равной цене деления  $c$  нониуса.

**Микрометр.** Основанием микрометра служит скоба 1 (рис.3). На скобе закреплена пятка 2 и микрометрическое устройство, состоящее из микрометрического винта 3, стебля 4 и барабана 5. При вращении барабана происходит перемещение микрометрического винта. Измеряемую деталь помещают между рабочими поверхностями пятки 2 и винта 3.

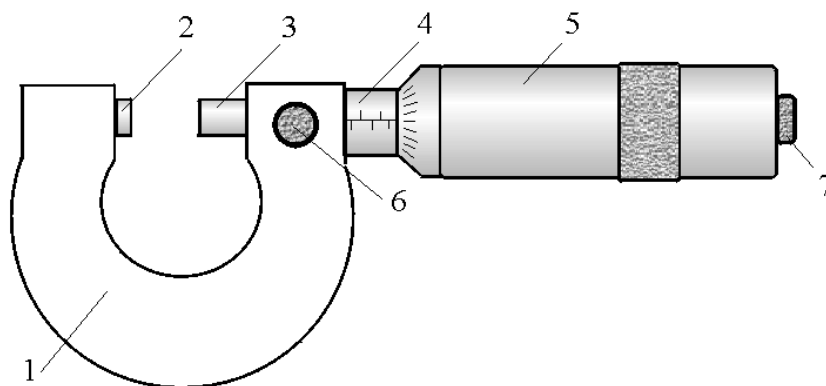


Рис 3. Устройство микрометра.

Стопор 6 служит для закрепления микрометрического винта. Вращение барабана производится за трещотку 7. При плотном соприкосновении измерительных поверхностей с деталью трещотка проворачивается с легким треском. Трещотка ограничивает измерительное усилие микрометра. *Вращать микрометрический винт за барабан нельзя*, так как при этом развиваются большие усилия, способные повредить резьбу или деталь. На стебле вдоль продольного штриха нанесена основная шкала, а на коническом срезе барабана – круговая шкала. Цена деления шкалы стебля – 0,5 мм, причем для удобства отсчета четные штрихи шкалы расположены ниже продольного штриха. Указателем основной шкалы стебля является торец барабана. Цена деления круговой шкалы барабана – 0,01 мм. Указателем круговой шкалы является продольный штрих стебля.

Перед измерением следует проверить установку микрометра на "0". Для этого, вращая барабан за трещотку, необходимо свести измерительные поверхности до соприкосновения. При этом нулевой штрих шкалы барабана должен совпасть с продольным штрихом шкалы стебля, а срез барабана – с нулевым штрихом шкалы стебля.

При измерении размеров детали микрометр следует взять в левую руку за скобу. Измеряемую деталь положить перед собой на стол. Вращая правой рукой за трещотку барабана, охватить измеряемый размер измерительными поверхностями настолько плотно, чтобы трещотка провернулась на несколько щелчков.

Результат измерения отсчитывается как сумма отсчетов по шкале стебля 4 и барабана 5 (рис.4).

Следует иметь в виду, что, если торец барабана совпал с делением стебля, а шкала барабана немного *не дошла* до нулевой отметки, то это деление стебля *не учитывается*. Так на рис.4 б отсчет равен 12,95 мм, а не 13,45 мм. Погрешность микрометра принимается равной 0,01 мм.

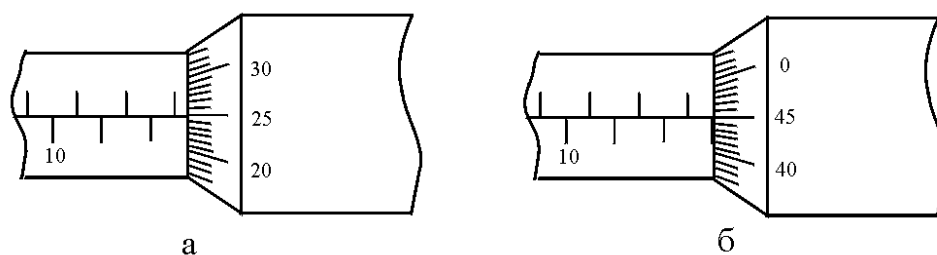


Рис.4. Отсчетное устройство микрометра;  
 а) отсчет  $12,5 + 0,25 = 12,75$  мм,  
 б) отсчет  $12,5 + 0,45 = 12,95$  мм.

**Технические весы** (рис. 5). Основной частью весов является коромысло 1, к концам которого подвешены чашки 2. Ось вращения коромысла является призма, опирающаяся на твердую пластинку. Положение коромысла регистрируется с помощью стрелки 3 и шкалы 4. В положении равновесия стрелка указывает на нулевое деление шкалы. Винты 5 служат для коррекции положения равновесия. Для закрепления коромысла в неподвижном состоянии служит арретир 6. Горизонтальное положение площадки весов можно скорректировать винтами 7.

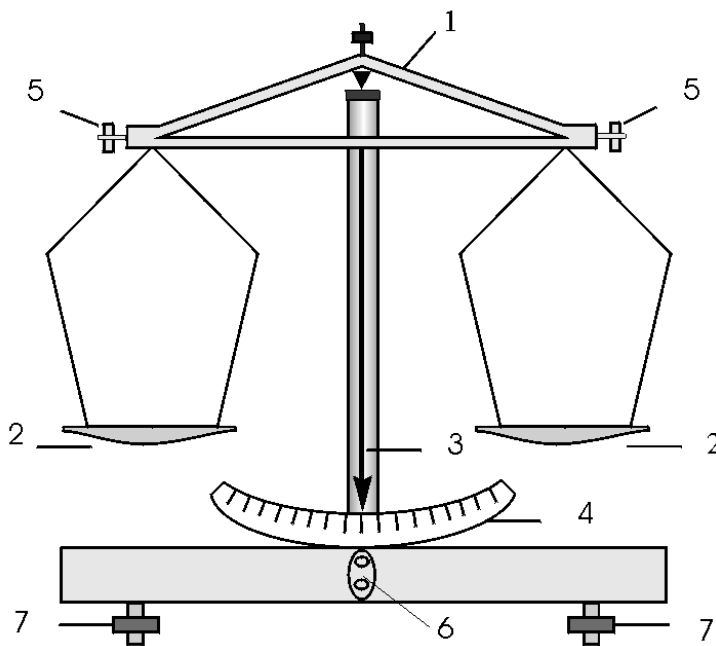


Рис. 5. Технические весы.

При взвешивании необходимо выполнять следующие основные правила:

1. Сначала следует проверить равновесие весов; при этом стрелка должна совершать симметричные колебания около нулевой отметки шкалы.
2. Взвешиваемый предмет следует класть на левую чашку, а разновесы – на правую. Для коррекции неравноплечности весов можно провести повторное взвешивание, поменяв местами предмет и разновесы. Результат определяется как среднее геометрическое из результатов взвешивания.
3. Класть тело и разновесы на чашки весов можно *только при арретированных весах*. Затем весы освобождают от арретира и проверяют состояние равновесия. Перед переключением разновесов весы следует вновь арретировать.
4. Разновесы следует брать *пинцетом*.
5. Погрешность весов определяется их классом. Приблизительно она равна минимальной величине перегрузка, вызывающей видимое нарушение равновесия.

### ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Измеряемым телом в данной работе является цилиндр. Измерить диаметр тела при помощи микрометра в разных местах следует не менее 5 раз. Результаты занести в табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	$D_i$ , мм	$\Delta D_i$ , мм	$\Delta D_i^2$ , мм
1			
2			
...			

2. Измерить высоту тела штангенциркулем один раз.
3. Определить массу тела взвешиванием на технических весах. Результаты занести в табл. 2.

Таблица 2

$h$ , мм	$\Delta h$ , мм	$\epsilon_h$	$m$ , г	$\Delta m_m$ , г	$\epsilon_m$	$\langle D \rangle$ , мм	$\Delta D$ , мм	$\epsilon_n$

### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Провести в табл. 1 статистическую обработку результатов измерения диаметра: определить среднее значение  $\langle D \rangle$  доверительную ошибку  $\Delta D$  и относительную погрешность  $\varepsilon_n = \Delta D / \langle D \rangle$ .

2. Полную погрешность  $\Delta D_{пол}$  определить геометрическим суммированием доверительной погрешности  $\Delta D$  и приборной погрешности микрометра  $\Delta D_n$ :

$$\Delta D_{пол} = \sqrt{\Delta D^2 + \Delta D_n^2},$$

Занести значения  $\Delta D_{пол}$  и  $\varepsilon_n = \Delta D_{пол} / \langle D \rangle$  в табл. 2.

3. Абсолютные погрешности измерения  $h$  и  $m$  определить как приборные погрешности штангенциркуля и весов. Занести эти значения в табл. 2.

4. Вычислить плотность цилиндра по формуле:

$$\rho = \frac{4 \cdot m}{\pi \langle D \rangle^2 h}$$

Все расчеты производить в СИ, с учетом соответствующих переводных множителей. Расчет произвести с точностью до 4–5 значащих цифр. Число  $\pi$  должно быть задано с той же точностью.

5. Частные погрешности измерения определить по формулам

$$\Delta \rho_D = (\partial \rho / \partial D) \Delta D_{пол}$$

$$\Delta \rho_m = (\partial \rho / \partial m) \Delta m$$

$$\Delta \rho_h = (\partial \rho / \partial h) \Delta h$$

Взять соответствующие производные и вычислить частные погрешности. Определить полную погрешность

$$\Delta \rho = \sqrt{\Delta \rho_D^2 + \Delta \rho_m^2 + \Delta \rho_h^2}$$

6. Результат записать в установленной форме:

$$\rho = \langle \rho \rangle \pm \Delta \rho, \text{ кг/м}^3$$

$$\alpha = \dots, \varepsilon_\rho \dots$$

Округлить величины  $\langle \rho \rangle$  и  $\Delta \rho$  в соответствии с правилами округления результатов.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте правила отсчета показаний микрометра и штангенциркуля. Чему равна их инструментальная погрешность?
2. Дайте определение плотности тела. Как определяется плотность неоднородного тела? Как вычислить массу тела с переменной плотностью?
3. Какое значение плотности получится в нашем опыте, если тело окажется неоднородным (напр., содержащим пустоты)?
4. Сформулируйте правила определения статистической погрешности, погрешности косвенных измерений.

### Работа № 3

#### ТЕМА: «ПРОВЕРКА ВТОРОГО ЗАКОНА НЬЮТОНА НА МАШИНЕ АТВУДА»

ЦЕЛЬ. Установить зависимость ускорения системы от действующей силы. Определить из полученной зависимости массу системы.

ОБОРУДОВАНИЕ. Экспериментальная установка - система двух грузов, соединенных нитью и перекинутых через блок. Время движения грузов определяется с помощью электронного секундомера.

### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

**Сила.** Материальные тела воздействуют друг на друга (т.е. взаимодействуют) посредством сил. Сила при этом выступает как векторная количественная мера *интенсивности взаимодействия*. Вектор  $F$  указывает направление взаимодействия. Воздействие, оказываемое на некоторое тело, может вызвать явления двоякого рода: изменить его скорость или вызвать деформацию (например, растянуть или сжать пружину). Оба эти эффекта поддаются измерениям. Поэтому любой из них может быть использован для количественной оценки воздействий, т.е. для сравнения сил.

**Масса.** Опыт показывает, что одинаковые воздействия вызывают у разных тел различные изменения скорости. В то же время различные силы одному и тому же телу сообщают различные ускорения. Однако отношение силы к ускорению для каждого тела всегда равно одной и той же величине:

$$F/a = const = m \quad (1)$$

Величина  $m$  называется массой тела. Масса является количественной *мерой инертности* тел. Инертность - свойство тел противиться изменению их движения. Отношение  $F/a = const$  справедливо только при достаточно малых скоростях. Если же скорость тел увеличивать, то это соотношение начинает изменяться, возрастая вместе со скоростью. Это означает, что инертные свойства тел усиливаются с увеличением скорости. Масса тела является функцией скорости:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}, \quad (2)$$

где  $m_0$  - масса покоя (масса тела при  $v = 0$ );  
 $c$  - скорость света в вакууме.

При  $v \ll c$  масса тела мало отличается от  $m_0$ , и соотношение (1) можно считать справедливым.

**Второй закон Ньютона.** Соотношение между  $a$  и  $F$  в форме (1) было получено Ньютоном и носит название второго закона Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (3)$$

Если на тело массы  $m$  действует сила  $F$ , то тело приобретает ускорение, пропорциональное силе и обратно пропорциональное массе.

Учитывая, что  $a = dv/dt$ , перепишем (3):

$$m \frac{dv}{dt} = \vec{F}$$

Преобразуем это выражение, внося  $m$  под знак дифференциала:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F} \quad (4)$$

Произведение массы тела на его скорость называется импульсом тела:

$$p = m \cdot v. \quad (5)$$

Тогда из (4) получим:

$$\frac{dp}{dt} = \vec{F} \quad (6)$$

Если на тело действует одна или несколько сил, то импульс тела изменяется. Скорость изменения импульса тела равна геометрической сумме сил, действующих на тело. В (6) под  $F$  подразумевается равнодействующая всех сил.

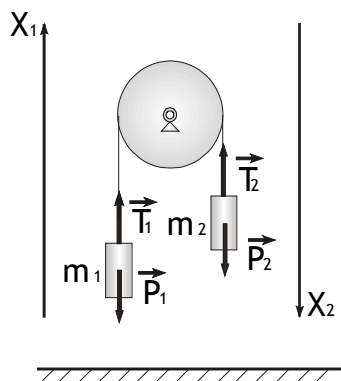
Это утверждение представляет собой вторую формулировку основного закона динамики. Уравнения (3) и (6) формально эквивалентны. Однако это имеет место только при малых скоростях движения. При очень больших скоростях соотношение (3) перестает быть справедливым (т.к.  $m \neq const$ ). Основной величиной, измеряемой в эксперименте, является импульс, поэтому основной закон динамики в форме (6) – это обобщение второго закона Ньютона для движения тел с релятивистскими скоростями.

## МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

**Задача 1. Проверка второго закона Ньютона.**

Машина Атвуда схематически представлена на рис.1. Через блок перекинута нить, к концам которой подвешены грузы  $m_1$  и  $m_2$ .

Рис. 1. Экспериментальная установка:  $P_1$  - сила тяжести груза  $m_1$ ;  $P_2$  - сила тяжести



груза  $m_2$ ;  $T_1$  и  $T_2$  - силы натяжения нити.

Рассмотрим случай, когда  $m_2 > m_1$ . Если груз  $m_1$  привести в крайнее нижнее положение и отпустить, то система грузов придет в движение под действием сил тяжести. Проанализируем это движение. При анализе примем следующие допущения:

- инертные свойства блока настолько малы, что их можно не учитывать;
- трение при вращении блока очень мало, им можно пренебречь;
- нить, на которой подвешены грузы, - невесома и нерастяжима.

Силы, действующие на тела системы, указаны на рис.1. Нерастяжимость нити приводит к тому, что ускорения грузов  $m_1$  и  $m_2$  (по модулю) будут одинаковы.

Запишем второй закон Ньютона для груза  $m_1$ :

$$m_1 a = P_1 + T$$

Спроецируем его на ось  $x$ :

$$m_1 a_1 = -P_1 + T_1 \tag{7}$$

Аналогично для груза  $m_2$ :

$$m_2 a = P_2 + T_2$$

В проекциях на ось :

$$m_2 a = P_2 - T_2 \tag{8}$$

В силу принятых выше допущений

$$a_1 = a_2, \quad T_1 = T_2$$

Складывая уравнения (7) и (8), получим:

$$(m_1 + m_2) a = P_2 - P_1 \tag{9}$$

Введем обозначения:  $M = m_1 + m_2$ , тогда

$$F = P_2 - P_1 = g(m_2 + m_1) \tag{10}$$

Тогда формула (9) примет вид:

$$M a = F \tag{11}$$

Таким образом, рассмотренная нами система будет двигаться с таким же ускорением, как тело массы  $M$  под действием силы  $F$ .

Машина Атвуда позволяет проверить следствие из второго закона Ньютона для системы тел в форме (11), где под  $M$  подразумевается суммарная масса системы, под  $F$  - эффективная сила, численно равная разности сил тяжести грузов  $m_1$  и  $m_2$ .

В работе необходимо экспериментально показать, что между  $a$  и  $F$  существует прямо пропорциональная зависимость

$$a = (1/M) F \tag{12}$$

с коэффициентом пропорциональности, обратным полной массе системы,

$$k = 1/M. \tag{13}$$

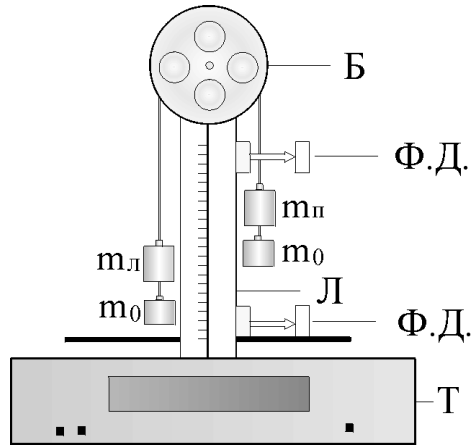


Рис. 2 . Схема экспериментальной установки:  $m_л, m_n$  - основные грузы;  $m_0$  - перегрузки;  $Б$  - блок;  $Т$  - миллисекундомер;  $Л$  - линейка,  $ФД$  - фотоэлектрические датчики.

В экспериментальной установке (см. рис. 2) груз  $m_1$  состоит из основного груза  $m_0$  и перегрузка  $m_л$ , аналогично груз  $m_2$  - из основного груза  $m_0$  и перегрузка  $m_n$ , причем  $m_n > m_л$ . Тогда выражение (10) примет вид:

$$F = g (m_n - m_л). \quad (14)$$

Переключая перегрузки с левого груза на правый (при этом полная масса системы остается неизменной:  $M = const$ ), изменяем эффективную силу (14), вследствие чего изменяется ускорение системы по закону (12).

Для проверки пропорциональности между  $a$  и  $F$  каждая из этих величин должна быть определена независимым способом.

$F$  определяется из выражения (14), а ускорение вычисляется из соотношения кинематики:

$$a = 2S/t^2, \quad (15)$$

где  $t$  - время движения грузов,

$S$  - путь, пройденный одним грузом за время  $t$ .

**Задача 2.** Проверка формулы пути:  $S = \frac{at^2}{2}$ .

Для данного эксперимента используют стандартные перегрузки массой  $\sim 3$  г каждый. Помещают один перегрузок на правый груз  $m_n$ . Левый груз (без перегрузков) приводят в крайнее нижнее положение и фиксируют электромагнитом или рукой.

Неподвижную платформу  $П$  устанавливают на расстоянии  $S'$  ( $\sim 10$  см) от края правого груза.

Левый груз отпускают и измеряют время движения системы на пути  $S'$ . Эксперимент повторяют не менее 5 раз и определяют среднее время  $\langle t \rangle$  прохождения участка  $S'$ . Вычисляют ускорение системы:

$$a = \frac{2S'}{\langle t \rangle^2}. \quad (16)$$

Затем платформу  $П$  устанавливают в положение  $S''$  ( $\sim 20$  см) от края первого груза. Опыт повторяют, определяя новое значение  $\langle t'' \rangle$  для пути  $S''$ .

Аналогичные измерения проделывают при  $S''' = 30$  см. Данные заносят в таблицу 2. Необходимо показать, что:



$$a: \frac{2S'}{t'} : \frac{2S''}{t''} : \frac{2S'''}{t'''} : \text{const.} \quad (17)$$

Из трех значений  $a$  находят  $\langle a \rangle$ . Затем кладут на правый груз  $m_n$  еще один перегрузок и повторяют все предыдущие действия. Так как масса системы изменились, то ее ускорение будет иным, но и в этом случае справедливо равенство (17).

Добавляя перегрузки на правый груз (общую массу перегрузков будем обозначать  $m_i$ ), получаем новые значения для ускорения системы  $\langle a \rangle_i$ .

### Задача 3. Оценка влияния инерции блока на результаты измерений.

В задаче 1 предполагалось, что момент инерции блока  $I$  пренебрежимо мал. Принимая его равным нулю, проверяют пропорциональность между  $F$  и  $a$ , где коэффициент пропорциональности - величина, обратная полной массе системы:  $K = \frac{1}{M}$ ; в данном случае эффективная сила  $F$  вычисляется без учета разницы сил  $T_1$  и  $T_2$ , вносимой блоком (см. формулу (14)). Вследствие такого приближения коэффициент  $1/M$ , определяемый из графика зависимости  $a=f(F)$ , будет отличаться от значения, полученного путем непосредственного взвешивания системы грузов. Разница между  $M$ , найденным из графика, и  $M'$ , найденным взвешиванием ( $\Delta M$ ), объясняется несколькими причинами: пренебрежением массой нити, силой трения в подшипнике блока, пренебрежением инерцией блока, погрешностью в определении времени движения грузов  $\Delta t$  и проходимого ими пути  $S$ . В этом задании предлагается оценить влияние инерции блока на движение системы и сделать вывод о правильности допущений, принятых в задаче 1.

Рассмотрим закон движения грузов из предыдущего эксперимента. Учет инерции блока приводит к нарушению равенства  $T_1$  и  $T_2$ , (см. рис.3). Сила натяжения нитей создает вращательный момент. Согласно основному закону динамики вращательного движения:

$$I\varepsilon = T_2r - T_1r, \quad (18)$$

где  $I$  - момент инерции блока;

$\varepsilon$  - его угловое ускорение.

Обозначим  $M_1 = T_1r$  и  $M_2 = T_2r$  - моменты сил  $T_1$  и  $T_2$  относительно оси вращения блока (Y).

Если нить не скользит по блоку, то  $\varepsilon = a/r$ , и уравнение (18) можно переписать

$$\frac{I \cdot a}{r} = T_2 - T_1. \quad (19)$$

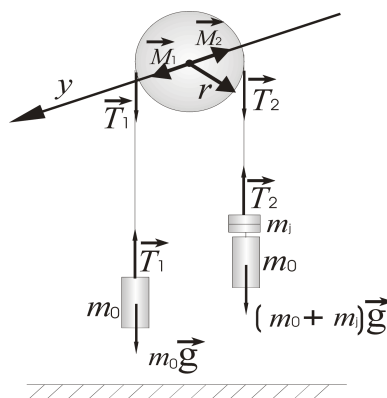


Рис.3. Учет инерции блока.

Записывая II закон Ньютона для грузов на концах нити и проецируя его на ось X, имеем:

для правого груза

$$(m_o + m_i)g - T_2 = (m_o + m_i)a; \quad (20)$$

для левого груза

$$m_o g - T_1 = -m_o a. \quad (21)$$

Вычитаем (21) из (20), получаем:

$$(2m_o + m_i)a = m_i g - T_1 + T_2. \quad (22)$$

Исключая из уравнений (19) и (22) величину  $T_1 + T_2$ , находим выражение

$$\left(2m_o + m_i + \frac{I}{r^2}\right)a = m_i g,$$

из которого определим величину

$$\frac{I}{r^2} = \left[ m_i \left( \frac{g}{a} - 1 \right) - 2m_o \right]. \quad (23)$$

Отношение  $\frac{I}{r^2}$ , имеющее размерность массы, будем называть эффективной массой

$$m_{\text{эфф}} = \frac{I}{r^2}. \quad (24)$$

Эффективная масса  $m_{\text{эфф}}$  численно равна массе блока с таким же моментом инерции, в котором масса равномерно распределена по ободу.

Сравнивая величину  $m_{\text{эфф}}$  с полученным значением  $\Delta M$ , можно оценить влияние инертных свойств блока на движение системы.

## ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

**Задача 1.** Проверка второго закона Ньютона.

1. Определить взвешиванием массы грузов и перегрузков.
2. Установить левый груз в крайнее нижнее положение.
3. Поместить на правый груз большой перегрузок, на левый груз - все маленькие перегрузки.
4. Отпустить левый груз и измерить время движения грузов, а также путь, пройденный одним из них.
5. Переносить по одному перегрузку с левого груза на правый, повторять опыт до тех пор, пока на левом грузе не останется ни одного перегрузка. Результаты измерений занести в табл. 1.

**Таблица 1**

№ п/п	$m_0$ , Г	$m_i$ , Г	$S$ , см	$t$ , с	$F$ , Н	$a$ , м/с <sup>2</sup>

6. Рассчитать эффективную силу и ускорение системы по формулам (14) и (15).

**Замечание:** поскольку формула (15) предполагает равноускоренное движение с нулевой начальной скоростью то, нижний край правого груза следует располагать непосредственно над окном фотоэлемента. Секундомер включится в момент затемнения окна фотоэлемента, т.е. в момент начала движения.

**Обработка результатов на ЭВМ.**

1. Начертить координатные оси. По оси абсцисс отложить эффективную силу, а по оси ординат - ускорение. Изобразить точками значения ускорений при соответствующих им значениях эффективной силы.
2. В соответствии с инструкцией к программе обработки линейных зависимостей методом наименьших квадратов, ввести в ЭВМ экспериментальные значения  $F_i$  и  $a_i$  и вычислить параметры прямой  $a = f(F)$ .
3. На графике нанести контрольные точки и провести через них оптимальную прямую.
4. Определить полную массу системы из параметров зависимости  $a = f(F)$  и погрешности ее измерения.

**Обработка результатов вручную.**

1. Построить график зависимости  $a = f(F)$ , учитывая, что осредняющая прямая должна проходить через начало координат и по обе ее стороны должно находиться примерно одинаковое количество точек.
2. Исходя из осредняющей прямой, определить по графику коэффициент пропорциональности ( $k$ ) и его обратную величину, равную полной массе системе -  $M=1/k$ .
3. Определить массу системы  $M'$  взвешиванием. Найти разность  $\Delta M = M - M'$ .

**Сформулировать выводы:**

1. Какой характер имеет экспериментальная зависимость  $a=f(F)$ ?
2. Сравнить результаты определения массы системы из параметров прямой и методом взвешивания.

**Задача 2.** Проверка формулы пути  $S = \frac{at^2}{2}$ .

1. Заготовьте таблицу 2.
2. Привести левый груз  $m_0$  в крайнее нижнее положение и зафиксировать его электромагнитом.
3. Установить платформу П на расстояние  $S'$  (~10см) от нижнего края правого груза  $m_0$ .

Таблица 2.

$m_1 = \dots$				$m_2 = \dots$				...	$m_i = \dots$			
$t'$	$\langle t' \rangle$	$S'$	$a_1'$	$t''$	$\langle t'' \rangle$	$S''$	$a_2''$		$t'''$	$\langle t''' \rangle$	$S'''$	$a_i'''$
1.												
...												
$t''$	$\langle t'' \rangle$	$S''$	$a''_1$	$t'''$	$\langle t''' \rangle$	$S'''$	$a'''_1$		$t''''$	$\langle t'''' \rangle$	$S''''$	$a_i''''$
1.												
...												
$t'''$	$\langle t''' \rangle$	$S'''$	$a'''_1$	$t''''$	$\langle t'''' \rangle$	$S''''$	$a''''_1$		$t'''''$	$\langle t''''' \rangle$	$S'''''$	$a_i'''''$
1.												
...												
$\langle a \rangle_1 = \dots$				$\langle a \rangle_2 = \dots$					$\langle a \rangle_i = \dots$			

4. Поместить на правый груз  $m_0$  один перегрузок массой  $m_1$ , выключить электромагнит и измерить время движения системы  $t'$  на расстоянии  $S'$ .
  5. Повторить опыт 5 раз и найти среднее время  $\langle t' \rangle$ , по формуле (16) вычислить ускорение  $a_1'$ .
  6. Изменить положение платформы:  $S''=20$  см. Повторив эксперимент (п. 3-4), найти время  $\langle t'' \rangle$  и соответствующее ему ускорение  $a_1''$ .
- Аналогично определить  $a_1'''$  для интервала движения  $S'''$  (см. методику эксперимента).

7. Из значений  $a_1'$ ,  $a_1''$  и  $a_1'''$  найти среднее значение  $\langle a_1 \rangle$ , соответствующее массе  $m_1$

перегруза.

8. Повторить пункты 1-6 для других значений  $m_i$ , добавляя по одному стандартному перегрузку на правый груз.

9. Проверить выполнение равенства (17).

**Задача 3. Оценка влияния инерции блока на результаты измерений.**

1. Используя данные табл. 2, вычислить  $m_{эфф}$  по формуле (23) для различных  $m_i$  и соответствующих им  $\langle a \rangle_i$ . Данные занести в табл. 3.

Таблица 3.

$m_i$	$\langle a \rangle_i$	$m_{эфф}$

2. Найти среднее значение  $\langle m_{эфф} \rangle$ , сравнить его с  $\Delta M$ , определяемым в задании 1. Сделать выводы о правильности допущений, принятых в задании 1.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Объясните, что такое ускорение, сила, масса, импульс.
2. Запишите две формулировки II закона Ньютона, укажите области их применения.
3. Начертите схему установки. На схеме укажите все силы, действующие на систему. Выведите закон, определяющий ускорение системы.
4. Объясните, почему в данной работе можно принять допущения  $a_1 = a_2$ ,  $T_1 = T_2$ , описанные в методике эксперимента?

### Работа № 4

#### ТЕМА: «ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ»

**ЦЕЛЬ.** Установить зависимость углового ускорения маятника от момента силы. Определить момент инерции маятника.

**ОБОРУДОВАНИЕ.** Маятник Обербека, линейка, миллисекундомер, набор грузов, штангенциркуль, технические весы, вращающаяся платформа.

#### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Основной закон динамики вращательного движения говорит о том, что угловое ускорение, приобретаемое телом под действием вращающего момента, пропорционально вращающему моменту сил и обратно пропорционально моменту инерции тела, т.е.

$$\varepsilon = \frac{M}{I}. \quad (1)$$

Моментом силы называют физическую величину, характеризующую вращательное действие силы и равную произведению силы  $F$  на плечо  $r$ . В векторном виде

$$M = [r; F].$$

Изменение угловой скорости тела всегда связано с действием на него момента силы.

Момент инерции является физической величиной, характеризующей инертность тела. Под действием одного и того же момента силы тело с меньшим моментом инерции приобретает большее угловое ускорение, чем тело с большим моментом инерции (1). Таким образом, при вращательном движении, инерционные свойства тела определяются его моментом инерции, момент инерции во вращательном движении играет такую же роль, как и масса в поступательном.

Момент инерции тела относительно какой - либо оси равен сумме моментов инерции всех точек относительно этой оси

$$I = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2. \quad (2)$$

Момент инерции тела зависит не только от массы, но и от ее распределения относительно оси вращения.

## МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

**Задача 1.** *Определение момента инерции и проверку закона динамики вращательного движения проводим при помощи маятника Обербека.*

Маятник Обербека (рис.1) представляет собой крестовину, состоящую из 4-х стержней, прикрепленных к втулке с осью. На стержни надевают грузы одинаковой массы  $m$ , которые могут быть закреплены на различные расстояния от оси вращения. Два легких шкива с различными радиусами  $r_1$  и  $r_2$  насажены на ось вращения маятника. На шкив наматывается шнур, к свободному концу которого прикрепляется груз массы  $m_1$ . Под действием груза шнур разматывается и груз падает вниз.

Пренебрегая силами трения, можем записать уравнение вращательного движения маятника.

$$I\varepsilon = M = RT, \quad (3)$$

где  $M$  - вращающий момент, создается силой натяжения нити  $T$ , которая имеет плечо  $r_1$  или  $r_2$ , в зависимости от радиуса шкива.

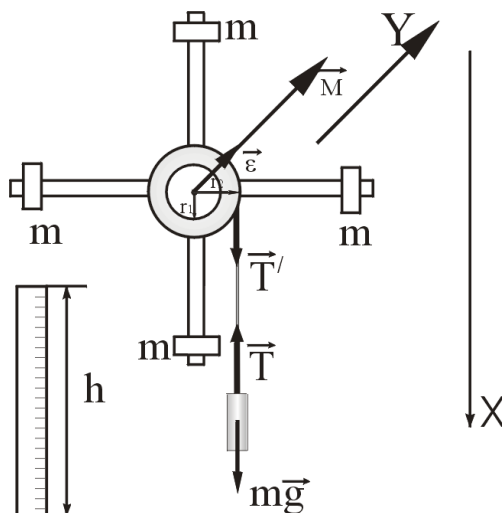


Рис.1. Схема установки.

Если, двигаясь равноускоренно, груз за время  $t$  опускается на высоту  $h$  (рис.1), то его линейное ускорение можно определить по формуле:

$$a = 2h/t^2. \quad (4)$$

Учитывая, что ускорение груза равно тангенциальному ускорению точек обода шкива и  $a = \varepsilon r$ , получим:

$$\varepsilon = 2h/r t^2. \quad (5)$$

По второму закону Ньютона ускорение груза равно

$$m_1 a = m_1 g + T. \quad (6)$$

Спроектировав векторное уравнение (6) на ось X, получим

$$m_1 a = m_1 g - T.$$

Отсюда найдем силу натяжения нити  $T$  и момент этой силы  $M$ .

$$T = m_1(g - 2h/t^2), \quad (7)$$

$$M = m_1 r(g - 2h/t^2). \quad (8)$$

Учитывая, что  $D = 2r$ , где  $D$  - диаметр шкива, получим рабочие формулы:

$$\varepsilon = 4h/(Dt^2), \quad (9)$$

$$M = m_1 D/2 \cdot (g - 2h/t^2). \quad (10)$$

Уравнения (3-10) получены без учета силы трения в оси маятника и силы трения о воздух. Силой трения при поступательном движении грузов на нити можно, несомненно, пренебречь. При вращательном движении маятника наибольшую роль играет момент силы трения в оси маятника (момент силы трения о воздух незначителен). Величина момента

силы трения в оси при небольших угловых скоростях вращения маятника является практически постоянной величиной, равной моменту силы трения покоя. Это позволяет произвести оценку этой величины. Для этой цели к концу нити, намотанной на тот или иной шкив, прикрепляют грузы различного веса, постепенно увеличивая его до тех пор, пока маятник не начнет вращаться. За истинное значение принимается среднеарифметическое из полученных величин. Поэтому вместо уравнения (1) следует пользоваться более точным уравнением:

$$M - M_{mp} = I\varepsilon. \quad (11)$$

**Задача 2.** Определение момента инерции тел различной формы при помощи вращающейся платформы.

Схема установки представлена на рис. 2. Установка состоит из вращающейся платформы, на которую помещаются различные тела. На вращающийся обод платформы наматывается шнур, к концу которого прикреплен груз  $m_1$ . Высота падения груза определяется по линейке, время падения - при помощи секундомера.

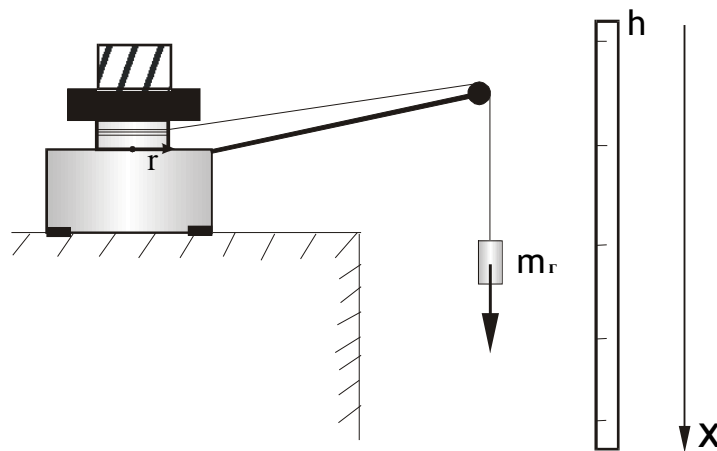


Рис.2. Схема установки.

Запишем уравнение (1) в виде

$$I = M/\varepsilon, \quad (1')$$

где  $M$  - вращающийся момент, определяется выражением (8),

$\varepsilon$  - угловое ускорение, определяется по формуле (5).

Подставив выражения (8) и (5) в уравнение (1'), получим

$$I = \frac{m_1 r^2 t^2}{2h} \left( g - \frac{2h}{t^2} \right) = \frac{m_1 r^2 t^2 g}{2h} - m_1 r^2, \quad (12)$$

где  $t$  - время падения груза  $m_1$ , величина  $m_1 r^2$  - имеет размерность момента инерции и интерпретируется, исходя из начальных условий эксперимента, т.к.  $m_1$  - масса груза,  $r$  - радиус вращающегося обода платформы. Поэтому величину  $m_1 r^2 = I_0$  можно обозначить как условный момент инерции,  $t$  - время падения груза  $m_1$ .

Величины  $h$  и  $r$ , входящие в уравнение (12), постоянны, следовательно

$$I \sim t^2. \quad (13)$$

В общем случае можно предположить, что

$$I = kt^2 - I_0, \quad (14)$$

где  $k$  - некоторая константа,  $I_0$  - условный момент инерции.

В нашем эксперименте присутствуют три тела: платформа, тело, момент инерции которого известен  $I_3$ , и тело, момент инерции которого необходимо определить  $I_x$  (тело неправильной формы). Тогда согласно выражению (14), уравнения движения этих тел запишутся следующим образом:

$$I_n = kt_n^2 - I_0$$

$$\begin{aligned} I_n + I_3 &= kt_3^2 - I_0 \\ I_n + I_x &= kt_x^2 - I_0 \end{aligned} \quad (15)$$

где,  $I_n$  - момент инерции платформы.

Решая систему (15) относительно величины  $I_x$ , получаем рабочую формулу:

$$I_x = I_3 \frac{t_x^2 - t_n^2}{t_3^2 - t_n^2} \quad (16)$$

где  $t_n$  - время движения пустой платформы;  $t_3$  – время нахождения на платформе тела, момент инерции которого известен;  $t_x$  – время нахождения на платформе тела, момент инерции которого необходимо определить.

## ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

### Задача 1.

1. Заготовить таблицу измерений.

*Таблица.*

№, n/n	D, м	m <sub>1</sub> , кг	h, м	t, с	M, Н*м	ε, с <sup>-1</sup>

2. Измерить штангенциркулем диаметры малого и большого шкивов  $D_1$  и  $D_2$ .
3. Подвижные грузы на крестовине закрепить на стержнях вблизи оси вращения так, чтобы маятник был в безразличном равновесии.
4. Намотать нить на один из шкивов, подвесить один из грузов на платформе. Включить установку и измерить время падения груза с высоты  $h$ .
5. Повторить опыт измерения массы грузов, а также диаметр шкива. Результаты занести в табл. 1. Вычислить  $\varepsilon$  и  $M$  для каждого опыта.
6. Изменить момент инерции крестовины. Повторить опыты (п. 4 и 5). Результаты занесите в табл.2, аналогичную табл.1.
7. Оценить величину момента сил трения в оси маятника.

### Задача 2.

1. Измерить штангенциркулем диаметр вращающегося обода платформы.
2. Намотать нить на обод, подвесить груз и измерить время падения груза с высоты  $h$  при всех ситуациях согласно формуле (16).

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ.

1. Построить оси графика зависимости  $\varepsilon$  от  $M$ . Согласно правилам построения графиков нанести, масштаб и экспериментальные точки согласно табл.1.
2. Через экспериментальные точки и начало координат провести прямую так, чтобы по обе стороны от нее было расположено одинаковое число точек на примерно одинаковом расстоянии.
3. Вычислить угловой коэффициент данной прямой А. Согласно (1), величина  $I/A$  будет равна усредненному значению момента инерции  $\langle I \rangle$ .
4. Записать полученное значение момента инерции в отчет.
5. Прodelать п.п.1-4 для другого положения грузов на стержнях.
6. Записать в отчет полученное значение момента сил трения.
7. Записать в отчет полученное значение момента инерции тела неправильной формы.

### ***Сформулировать выводы.***

1. Какой характер имеет зависимость  $\varepsilon$  от  $M$ ?
2. Как отношение  $M/\varepsilon$  зависит от положения грузов на стержне, диаметр шкива, массы подвешиваемых грузов? Ответ обосновать ссылкой на соответствующие параграфы.
3. Какой геометрический смысл имеет момент инерции на зависимости  $\varepsilon$  от  $M$ ?

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение момента силы. Укажите на схеме силу и плечо, создающие вращающий момент. Укажите направление вектора.
2. Дайте определение углового ускорения тела. Укажите направление вектора углового ускорения на схеме.
3. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения. Дайте определение момента инерции.
4. Какие величины непосредственно измеряются в данной работе? Выведите рабочую формулу для определения.

### Работа № 5

#### ТЕМА: «ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА»

ЦЕЛЬ: определить коэффициент вязкости жидкости.

ОБОРУДОВАНИЕ: вертикальный сосуд с вязкой жидкостью, шарики, микрометр, секундомер.

#### ОСНОВЫ ТЕОРИИ

Известно, что при движении жидкости вдоль трубы наибольшая скорость наблюдается в средней, прилегающей к оси части трубы. По мере приближения к стенкам скорость уменьшается, а слой, непосредственно прилегающий к стенкам трубы, покоится (рис. 1). При этом между слоями жидкости возникает сила, ускоряющая медленный слой и тормозящая быстрый. Вязкость жидкости – это свойство, характеризующее возникновение касательных сил трения между слоями жидкости при их относительном скольжении.

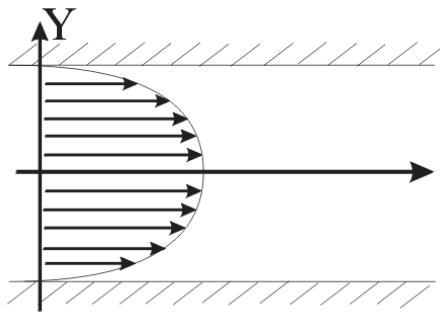


Рис. 1.

Величиной, характеризующей скольжение слоев друг относительно друга, является градиент скорости, определяемый по формуле

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta y}.$$

Эта величина показывает изменение скорости слоев жидкости, отнесенное к единице расстояния между слоями (в пределе на бесконечно малом расстоянии).

Из опыта следует, что сила внутреннего трения  $F$  пропорциональна площади слоев  $S$  и градиенту скорости  $\partial v / \partial y$

$$F = \eta \frac{\partial v}{\partial y} S, \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности  $\eta$  в уравнении (1) называется коэффициентом вязкости.



Коэффициент вязкости может быть экспериментально определен по измеренной силе трения при заданных условиях движения

$$\eta = \frac{F}{S \frac{\partial v}{\partial y}}. \quad (2)$$

Из формулы (2) можно выяснить физический смысл коэффициента вязкости. Коэффициент вязкости численно равен силе трения, действует на единицу площади поверхности, разделяющих два соседних слоя жидкости, при градиенте скорости, равном единице.

В СИ единицей вязкости является 1 Па·с (Паскаль-секунда) – вязкость такой жидкости, для которой сила трения между соприкасающимися слоями единичной поверхности (1м<sup>2</sup>) равна одному Ньютону при единичном градиенте скорости (1 м/с)/(1м)

$$[\eta] = \frac{1Н \cdot 1м}{1м^2 \cdot 1м/с} = 1Па \cdot с.$$

Выделим два слоя А и В, которые движутся с различными скоростями  $v_1$  и  $v_2$  (рис. 2).

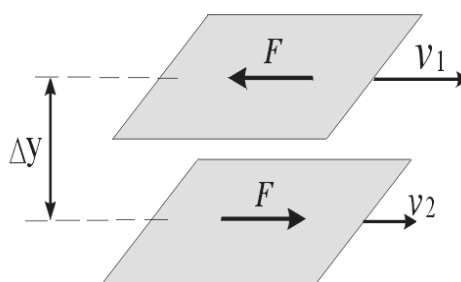


Рис. 2.

С точки зрения молекулярно-кинетической теории в движущейся жидкости на колебательное движение молекул наложена переносная скорость, одинаковая для всех молекул одного слоя и разная для разных слоев  $v_1$  и  $v_2$ . Причиной появления вязкости является обмен молекул между соседними слоями. Молекулы, перелетая из более быстрого слоя в медленный, переносят с собой большую составляющую импульса и тем самым ускоряют медленный слой. Молекулы медленного слоя имеют малую составляющую импульса и, попав в быстрый слой, они уменьшают его импульс.

Это значит, что на каждый из слоев действует сила, равная изменению импульса в единицу времени (второй закон Ньютона). Эта сила, направленная по касательной к поверхности соприкосновения слоев, и есть сила внутреннего трения.

Молекулы в жидкости совершают колебательные движения вокруг положения равновесия, лишь изредка (по сравнению с периодом колебаний) перескакивая в соседнее положение равновесия. Именно при таких перескоках происходит перенос импульса из слоя в слой. С ростом температуры вероятность (и частота) перескоков резко возрастает, поэтому вязкость жидкости сильно зависит от температуры.

В газах переход молекул из слоя в слой ограничен длиной свободного пробега, которая значительно больше межмолекулярного расстояния в жидкости. Поэтому вязкость газов сравнительно мала.

## МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Для экспериментального определения коэффициента вязкости пользуются методом Стокса. Метод состоит в следующем. В сосуд с исследуемой жидкостью опускают маленький твердый шарик (рис3) На шарик действуют три силы:

1. Сила тяжести  $P = mg$ . Ее можно определить, зная диаметр шарика  $d$  и плотность  $\rho$  материала, из которого он изготовлен:

$$P = \rho (\pi d^3/6)g. \quad (3)$$

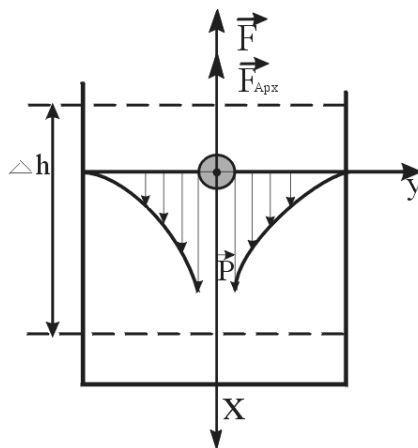


Рис 3

2. Сила внутреннего трения  $F$ . При движении шарика слой жидкости, непосредственно касающийся поверхности шарика и прилипшей к нему, движется вместе с ним со скоростью  $v$ . Следующие слои жидкости, расположенные справа и слева от шарика также приводятся в движение, полученная ими скорость тем меньше, чем дальше они находятся от шарика. На рис. 3. показан график распределения скоростей слоев жидкости вблизи шарика. Следовательно, слой жидкости, соприкасающийся с шариком, и сам шарик будут испытывать силу трения со стороны соседних слоев жидкости.

Стокс установил, что сила сопротивления при движении тела сферической формы пропорциональна вязкости жидкости  $\eta$ , радиусу тела  $r$  и скорости его движения  $v$ .

$$F = 6 \pi \eta r v. \quad (4)$$

Эта формула называется законом Стокса. Вывод его довольно сложен и поэтому не может быть приведен здесь. Его можно найти в специальной литературе. Формула Стокса справедлива при медленном (ламинарном) обтекании шарика жидкостью.

Сила Архимеда в нашем случае меньше силы тяжести, а сила Стокса  $F$  в начальный момент, когда скорость мала, тоже очень мала. Шарик начинает двигаться ускоренно вниз под действием результирующей силы

$$F_p = P - F_A - F.$$

С увеличением скорости растет сила Стокса  $F$  и через некоторое достаточно короткое время результирующая сила  $F_p$  станет практически равной нулю. (Для определения этого времени необходимо решить дифференциальное уравнение движения шарика.) Начиная с этого времени, движение шарик можно считать равномерным с некоторой постоянной скоростью  $v$ .

Тогда из равенства  $P - F_A - F = 0$  можно найти силу Стокса  $F$ , а, зная также радиус  $r$  шарика и его скорость, можно найти коэффициент вязкости жидкости  $\eta$ .

$$F = P - F_A$$

$$6\pi \eta v \frac{d}{2} = \frac{\rho \pi d^3 g}{6} - \frac{\rho_w \pi d^3 g}{6}.$$

Откуда:

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_w)gd^2}{18v}. \quad (5)$$

Скорость шарика определяется по измерению времени  $\Delta t$  прохождения участка пути  $\Delta h$  между двумя метками с постоянной скоростью

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_w)gd^2}{18} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta h}. \quad (6)$$

В данной работе  $\rho = 2,60 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_w = 1,24 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$

## ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Заготовить таблицу.

Таблица.

№ п/п	$d$ , мм	$\square h$ , м	$\square t$ , с	$\square$ , Па·с

2. Просмотрите в лупу ряд шариков. Эти шарики имеют различную форму. Выберите из них такой шарик, который имеет сферическую форму. При помощи микрометра или лупы с делениями измерьте диаметр выбранного шарика. Данные занесите в таблицу.

3. Положите шарик на поверхность жидкости. Тонуть шарик не будет из-за большой величины силы поверхностного натяжения. Протолкните шарик в жидкость. Он начинает падать вниз. В момент прохождения верхней метки заметьте показания стрелки часов. Измерьте время  $\square t$  движения шарика между метками на расстоянии  $\square h = 10-15$  см. Величины  $\square h$  и  $\square t$  занесите в таблицу.

4. Повторите аналогичные измерения еще для четырех шариков различных диаметров.

5. По рабочей формуле (6) вычислите коэффициент вязкости данной жидкости.

6. Рассчитайте погрешность измерения по общей формуле.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем состоит явление внутреннего трения (вязкости)? Какова природа внутреннего трения.

2. Какая величина характеризует относительное скольжение слоев? Дайте определение градиента скорости.

3. Запишите формулу силы трения между слоями жидкости. Какой физический смысл имеет коэффициент вязкости жидкости?

4. Изобразите тело, движущееся в жидкости. Покажите на чертеже, все силы действующие на тело. Запишите выражение для каждой силы. От каких свойств тела, жидкости и параметров движения зависит каждая из них?

5. Выведите рабочую формулу.

6. Как изменились бы результаты эксперимента при увеличении вязкости жидкости? Почему?

## Работа № 6

### ТЕМА: «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ МЕТОДОМ АДИАБАТИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ»

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: Определить показатель адиабаты для воздуха.

ОБОРУДОВАНИЕ: Баллон, ручной насос, манометр.

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ

Идеальным называется газ, в котором взаимодействием молекул между собой можно пренебречь. Состояние газа описывается макроскопическими параметрами:  $p$  - давлением,  $V$  - объемом,  $T$  - температурой. Параметры состояния термодинамической системы связаны между собой *уравнением состояния*. Для идеального газа это уравнение имеет вид:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT. \quad (1)$$

*Термодинамическим процессом* называется переход системы из одного состояния в другое. Такой переход всегда связан с нарушением равновесия системы. Если же нарушение равновесия пренебрежимо мало, такой процесс называется *равновесным* (или квазиравновесным).

В различных процессах газ подчиняется некоторому дополнительному условию, которое определяет характер этого процесса. Если поддерживать давление газа постоянным, то такой процесс называется *изобарическим*. В этом случае дополнительное условие имеет вид  $p = const$ . Процесс называется *изохорическим*, если остается неизменным объем ( $V = const$ ) и *изотермическим* – при постоянной температуре ( $T = const$ ). Процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой, называется *адиабатическим*. При адиабатическом процессе параметры  $p$  и  $V$  связаны между собой соотношением, называемым *уравнением Пуассона*

$$pV^\gamma = const, \quad (2)$$

где  $\gamma$  - параметр, называемый *показателем адиабаты*.

При помощи уравнения состояния можно получить также связь между параметрами  $p$ - $T$  и  $V$ - $T$  в адиабатическом процессе.

Показатель адиабаты представляет собой характерную для каждого газа величину. Он равен отношению теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме

$$\gamma = C_p / C_v \quad (3)$$

Для идеального газа величина  $\gamma$  определяется числом и характером степеней свободы газа

$$\gamma = (i + 2)/i. \quad (4)$$

*Первое начало термодинамики* представляет собой закон сохранения энергии при термодинамических процессах. При совершении одним телом над другим работы  $A$ , а также при сообщении одним телом другому теплоты  $Q$ , происходит обмен внутренней энергией.

Для совершения работы необходимо *макроскопическое* перемещение, связанное с изменением объема тела. *Теплотой  $Q$*  называется количество энергии, переданное системе без совершения макроскопической работы. Физическая природа теплопередачи заключается в том, что молекулы обмениваются энергией путем столкновения, либо через излучение.

Таким образом, внутренняя энергия системы изменяется только при наличии теплопередачи или совершения макроскопической работы

$$\Delta U = Q - A. \quad (5)$$

При передаче телу некоторого количества теплоты его внутренняя энергия увеличивается ( $\Delta U > 0$ ), а при совершении положительной работы данным телом над внешними телами – уменьшается ( $\Delta U < 0$ ).

Для адиабатического процесса  $Q=0$ , поэтому формула (5) приобретает вид

$$\Delta U = -A. \quad (6)$$

При адиабатическом расширении объем системы увеличивается и работа  $A$  будет положительной ( $A > 0$ ). Внутренняя энергия при этом будет уменьшаться ( $\Delta U < 0$ ). Поэтому при адиабатическом *расширении температура газа будет понижаться*. При адиабатическом сжатии, напротив, происходит увеличение внутренней энергии и температуры.

## МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В работе используется метод Клемана – Дезорма. Установка состоит из стеклянного сосуда 1, соединенного с водяным манометром 2 и насосом 3. Баллон закрыт пробкой 4, зажим на трубке 5 отсекает баллон от насоса.

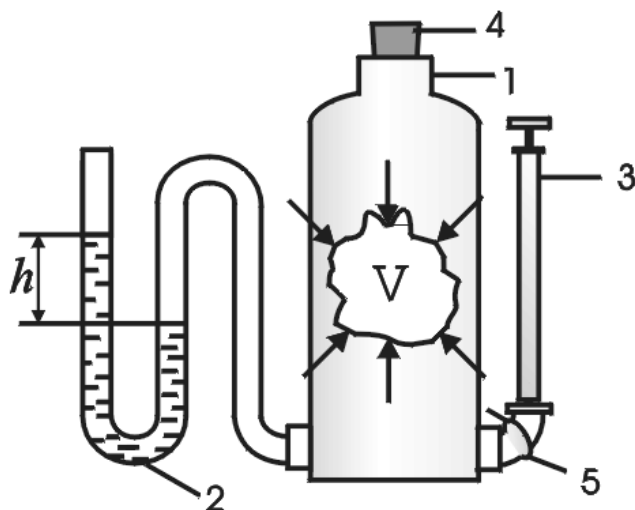


Рис. 1. Схема установки.

Выделим в баллоне некоторую постоянную массу газа. В начальном состоянии газ находится при атмосферном давлении  $p_0$ , имеем температуру окружающей среды  $T_0$  и занимает объем  $V_0$  (состояние «а» - рис.2).

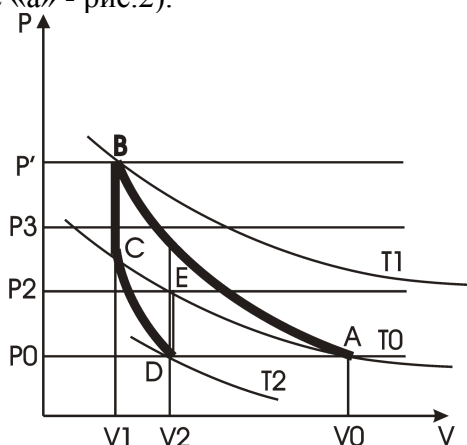


Рис.2. Диаграмма рабочего цикла.

1. Быстро накачаем воздух в баллон. Теплообменом через стенки сосуда с окружающей средой можно пренебречь, поэтому процесс  $a-b$  можно считать адиабатическим. В конце процесса параметры газа будут  $p'$ ,  $V_1$  и  $T_1$ . Давление газа будет выше атмосферного, а температура - выше комнатной.

2. Если прекратить накачивать воздух и перекрыть трубку 5, то вследствие теплообмена через стенки сосуда будет происходить изохорное охлаждение газа  $b-c$ . Процесс окончится, когда температура газа сравняется с комнатной.

Процессы  $a-b$  и  $b-c$  являются подготовительными. Их цель - создать состояние газа с комнатной температурой  $T_0$  и повышенным давлением  $p_1$

3. Вынув пробку 4, быстро выпустим воздух из баллона. Так как процесс протекает быстро, теплообмен с окружающей средой будет мал. Поэтому процесс  $c-d$  можно считать адиабатическим. Давление упадет до атмосферного  $p_0$ , температура понизится до  $T_2$ . Процесс описывается уравнением Пуассона.

4. Тотчас после окончания расширения газа сосуд следует закрыть пробкой. После этого за счет теплообмена будет происходить изохорное нагревание газа  $d-e$  до комнатной температуры  $T_0$ . Давление газа повысится до значения  $p_2$ .

Идея метода измерения основана на том, что снижение температуры газа при адиабатическом расширении  $c-d$  и последующее повышение давления  $d-e$  определяются значением показателя адиабаты.

Применим для адиабатического процесса  $c-d$  формулу Пуассона (2) в виде

$$(p_1/p_0)^\gamma = V_2/V_1. \quad (7)$$

Поскольку состояния  $c$  и  $e$  находятся на одной изотерме ( $T=T_0$ ), то к этим состояниям можно применить закон Бойля-Мариотта.

$$p_1/p_0 = V_2/V_1. \quad (8)$$

Подставив (8) в (7), получим

$$(p_1/p_0)^\gamma = p_1/p_2. \quad (9)$$

Манометр 2 измеряет разность давлений

$$\Delta p = p - p_0 = \rho gh, \quad (10)$$

где  $\rho$  - плотность жидкости в манометре,

$h$  - разность уровней жидкости в манометре,

$g$  - ускорение свободного падения.

Формула (9) примет вид

$$\left[ \frac{p_0 + \Delta p_1}{p} \right]^{1/\gamma} = \frac{p_0 + \Delta p_1}{p_0 + \Delta p_2}. \quad (11)$$

Преобразуем левую и правую части выражения (11)

$$\frac{p_0 + \Delta p_1}{p} = 1 + \frac{\Delta p_1}{p_0},$$

$$\frac{p_0 + \Delta p_1}{p_0 + \Delta p_2} = \frac{p_0 + \Delta p_2 - \Delta p_2 + \Delta p_1}{p_0 + \Delta p_2} = 1 + \frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{p_0 + \Delta p_2}.$$

Учитывая, что перепады давления малы ( $\Delta p_1/p_0 \ll 1$  и  $p_0 + \Delta p_2 \approx p_0$ ) и используя известную формулу приближенных вычислений для  $x \ll 1$

$(1+x)^n \approx 1+nx$  получим из формулы (11)

$$1 + \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\Delta p_1}{p_0} = 1 + \frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{p_0 + \Delta p_2}. \quad (12)$$

Учитывая формулу (10) и сократив подобные члены в правой и левой частях, получим рабочую формулу для определения через показания манометра  $h_1$  и  $h_2$  для давлений  $\Delta p_1$  и  $\Delta p_2$ .

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (13)$$

## ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Закрыть баллон пробкой и накачать баллон так, чтобы разность уровней жидкости в манометре составляла не менее 25 см.
2. Пережать трубку 5 и выждать 1-2 мин, пока газ в баллоне не примет температуру окружающей среды. При этом уровень жидкости в манометре перестанет изменяться. Произвести отсчет давления в баллоне  $h_1$ .
3. Вынув пробку, быстро выпустить воздух из баллона. Как только воздух перестанет выходить, тотчас закрыть пробку. От четкости этой операции зависит качество опыта.
4. Выдержать 1-2 мин, пока газ в баллоне не примет температуру окружающей среды. Произвести отсчет показания манометра  $h_2$ .
5. Занести результаты в таблицу. Опыт повторить 10 раз.

Таблица

№ п/п	$h_1$ , см	$h_2$ , см	$\gamma$
1.			
2.			
...			

6. Вычислить значения  $\gamma$  по формуле (13). По статистическим формулам найти среднее значение  $\langle \gamma \rangle$ , доверительную  $\Delta\gamma$  и относительную  $\varepsilon$  погрешности. Результат записать в стандартном виде.

7. Сделайте вывод, какому числу степеней свободы соответствует полученный результат (см. формулу (4)).

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение основным термодинамическим процессам: изотермическому, изобарическому, изохорическому, адиабатическому. Напишите уравнения этих процессов.
2. Сформулируйте первое начало термодинамики. Определите понятие теплоты, работы, внутренней энергии.
3. Определите основные особенности адиабатического процесса. Объясните изменение температуры при адиабатическом процессе с позиции первого начала термодинамики.
4. От чего зависит показатель адиабаты? Вычислить теоретическое значение  $\gamma$  для одно-, двух-, и трехатомного газа.
5. Объясните методику эксперимента. Выведите рабочую формулу. Как изменился бы ход опыта при изменении значения  $\gamma$ ?

### Работа № 7

#### ТЕМА: «ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ»

##### ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Изучить принцип действия электроизмерительных приборов.
2. Научиться определять технические характеристики приборов.
3. Освоить методику определения показаний приборов и погрешностей измерений.

##### ОСНОВЫ ТЕОРИИ

Электроизмерительные приборы по способу преобразования входной величины разделяются на две большие группы: аналоговые и цифровые.

Преобразование измеряемой величины в аналоговых приборах происходит непрерывно в вид удобный для отсчета. В цифровых приборах отсчеты измеряемой величины производятся через некоторые промежутки времени, либо фиксируется определенный уровень входной величины (т.е. измеряемая величина квантуется по времени или уровню). Результат измерений представляется в цифровой форме. Применение приборов той или иной группы зависит от цели и условий конкретной задачи. Необходимо отметить, что цифровые приборы обладают высоким быстродействием, удобством представления результата, возможностью вывода результата на ЭВМ или цифropечатающее устройство.

Тем не менее, применение аналоговых приборов вполне оправдано при проведении научного эксперимента, в технологических процессах для контроля определенных параметров, в ходе выполнения лабораторных работ.

Электроизмерительные приборы служат для измерения электрических величин. Для измерения силы тока применяются амперметры, напряжения - вольтметры и гальванометры, сопротивления - омметры, мощности - ваттметры. Проектирование и эксплуатация приборов

производится в соответствии с нормативной документацией, которая определяет условия применения и эксплуатации прибора, а также точность измерения.

Для правильного применения конкретного прибора необходимо знать принцип его действия, назначение, диапазон измеряемых величин. Необходимые для работы прибора сведения можно узнать, если уметь читать условные обозначения, вынесенные на лицевую панель (шкалу) прибора. Классификация электроизмерительных приборов осуществляется по нескольким признакам: по роду измеряемой величины, т.е. приборы для измерения тока, напряжения, сопротивления, мощности и т.д.; по роду измеряемого тока, т.е. приборы могут работать на постоянном, переменном, трехфазном токе; по условиям эксплуатации (группы А, В, В1, В2, Т), группа эксплуатации определяет температурный режим, влажность окружающей среды, рабочее атмосферное давление, рабочее положение.

Для устранения влияния на работу приборов внешних электрических и магнитных полей предусматриваются конструктивные элементы (экраны), устраняющие помехи. Существует четыре группы защиты, которые обозначаются римскими цифрами.

В основе конструкции прибора заложен принцип преобразования электрической величины, действующей на входе прибора, в механическое смещение, поворот стрелки прибора или, если это цифровой прибор, в другую электрическую величину.

По принципу действия аналоговые прибора подразделяются на магнитоэлектрические, электромагнитные, электродинамические, электростатические, ферродинамические, индукционные, тепловые. Рассмотрим принцип действия наиболее часто применяемых приборов.

### Приборы магнитоэлектрической системы.

Механизм прибора состоит из постоянного магнита с двумя полюсными башмаками (рис.1) и подвижной рамки, закрепленной на неподвижном металлическом цилиндре с помощью пружин. Рамка представляет собой несколько слоев медной проволоки, намотанной на алюминиевый каркас. Каркас имеет две полуоси, вокруг которых может вращаться рамка. К полуосям прикреплены указательная стрелка и один из концов спиральных пружин, другой конец пружин закреплен неподвижно.

Пружины удерживают рамку в первоначальном положении и возвращают ее в первоначальное положение после проведения измерений.

При пропускании электрического тока по рамке прибора со стороны магнита на рамку начинает действовать сила Ампера, которая создает вращающий момент:

$$M_{ep} = IBSN \quad (1)$$

где  $I$  - ток в рамке;  $B$  - магнитная индукция в зазоре;  $S$  - площадь рамки;  $N$  - число витков рамки.

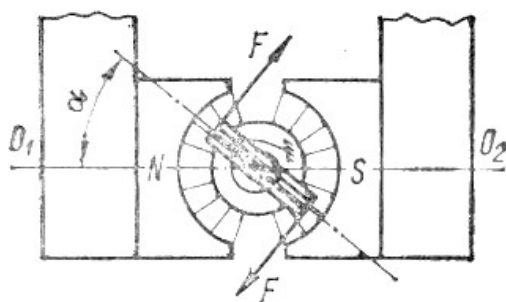


Рис. 1

С другой стороны при закручивании пружины в ней возникает момент упругих сил, который противодействует моменту сил Ампера.



$$M_{\text{упр}} = k\alpha \quad (2)$$

где  $k$ - коэффициент жесткости пружины;  $\alpha$  -угол поворота рамки.

Если упругий момент равен моменту сил Ампера, то рамка останавливается, останавливается и стрелка прибора, по которой снимается отсчет измеряемой величины. Из условия равенства моментов следует, что сила тока, протекающего по рамке, пропорциональна углу поворота рамки.

$$IBSN = k\alpha \quad (3)$$

или

$$\alpha = S_I I \quad (4)$$

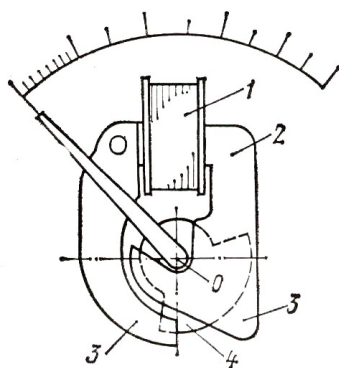
Коэффициент  $S_I = B S N / k$  называется токовой чувствительностью прибора и является величиной постоянной, поэтому шкала данного прибора равномерная.

Достоинствами приборов магнитоэлектрической системы являются высокая чувствительность, точность и равномерность шкалы. Внешние поля слабо влияют на показания приборов данной системы. К недостаткам относятся недостаточная устойчивость к перегрузкам и работа только на постоянном токе.

### Приборы электромагнитной системы.

Конструкция прибора состоит из неподвижной катушки и подвижного стального сердечника, который соединен со стрелкой прибора (рис.2).

Необходимой частью приборов данной системы является демпфер (успокоитель), который служит для гашения колебаний стрелки и скорейшего установления равновесия. К оси, на которой находятся стрелка и сердечник прикреплен один конец стальной пружины, в которой при отклонении стрелки возникает механический упругий момент.



1-катушка, 2- сердечник, 3 – магнитопровод, 4 – стрелочный механизм.

Рис. 2.

Если по катушке пропустить измеряемый ток, то на стальной сердечник начнет действовать вращающий момент:

$$M_1 = k_1 I^2 \quad (5)$$

где  $k_1$  - постоянная, зависящая от материала, формы и расположения сердечника.

При повороте стрелки в пружине возникает момент упругих сил:

$$M_2 = k_2 \alpha \quad (6)$$

$k_2$  - коэффициент упругости пружины;  $\alpha$  - угол поворота стрелки.

При наступлении равновесия моменты  $M_1$  и  $M_2$  равны, откуда получим, что

$$\alpha = k I^2 \quad (7)$$

где  $k = k_1 / k_2$ .

Таким образом, угол поворота пропорционален второй степени силы тока, что указывает на неравномерность шкалы приборов электромагнитной системы и является недостатком данных приборов. К недостаткам также относится невысокая точность (из-за гистерезиса в сердечнике) и чувствительность к внешним магнитным полям.

Достоинством данной системы является простота конструкции, механическая прочность, стойкость к перегрузкам, работа как на постоянном, так и на переменном токе.

### **Приборы электродинамической системы.**

Приборы данной системы используются для измерения силы тока, напряжения и мощности в цепях постоянного и переменного тока. Принцип действия приборов основан на взаимодействии постоянного и переменного токов. Измерительная часть прибора состоит из двух катушек, одна из которых неподвижна, а вторая, подвижная, находится внутри неподвижной.

Подвижная катушка очень легкая и имеет небольшое число витков тонкого медного провода, что обеспечивает малую инерционность катушки. Катушки находятся на одной оси, к этой же оси прикрепляются две спиральные пружины, которые создают механический упругий момент при повороте стрелки, соединенной с подвижной катушкой, и одновременно служат для подведения тока к подвижной катушке. Неподвижная катушка выполняет роль электромагнита.

Вращающий момент возникает в подвижной катушке при одновременной подаче тока в обе катушки. Ток  $I_1$ , протекающий по неподвижной катушке создает магнитное поле. Ток  $I_2$  (измеряемый ток) протекает по подвижной катушке. Со стороны неподвижной катушки на подвижную действует вращающий момент

$$M \approx I_1 I_2 \quad (8)$$

Поэтому, если приборы данной системы используются как вольтметры или амперметры, то шкала будет неравномерной, если же по данной схеме построены ваттметры (приборы для измерения мощности), то шкала будет равномерной. Это объясняется тем, что неподвижная (токовая) катушка соединяется с нагрузкой последовательно, а подвижная (катушка напряжения) - параллельно. В этом случае угол поворота определяется соотношением:

$$\alpha = k_1 I \cdot I_u = k_1 \frac{U}{R_u} I = k_2 W \quad (9)$$

где  $I$  - ток последовательной катушки;

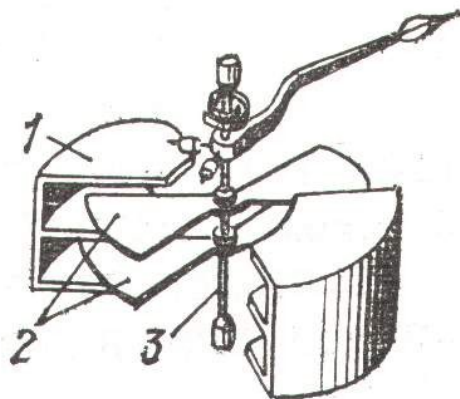
$I_u$  - ток параллельной катушки;

$R_u$  - сопротивление параллельной катушки.

К недостаткам приборов данной системы относятся большая чувствительность к перегрузкам, значительное собственное потребление энергии, влияние внешних магнитных полей на показания прибора.

### **Приборы электростатической системы.**

Принцип действия приборов данной системы основан на взаимодействии системы неподвижных пластин конденсатора с подвижными пластинами конденсатора (рис.4).



1 – неподвижные пластины, 2 – подвижные пластины, 3 – ось прибора.

Рис. 4.

Угол поворота пропорционален квадрату напряжения. Вследствие этого шкала данных приборов неравномерная. К недостаткам приборов данной системы относится их малая чувствительность. Достоинствами данной системы являются высокое входное сопротивление и малая потребляемая мощность.

**Условные обозначения на шкале прибора**

По роду измеряемой величины приборы можно разделить на:

- A - приборы для измерения тока;
- V - приборы для измерения напряжения;
- $\Omega$  - приборы для измерения сопротивления;
- H - приборы для измерения частоты;
- W - приборы для измерения мощности;

и т.д.

Электроизмерительные приборы различаются по роду измеряемого тока:

- - постоянный ток;
- ~ - переменный ток;
- ≈ - трехфазный ток.

Для каждого прибора определяются определенные эксплуатационные условия.


Существует четыре группы защиты приборов от влияния внешних магнитных и электрических полей. Каждая группа I, II, III, IV определяет величину дополнительной погрешности от влияния внешних полей.

Существуют пять групп A, B, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, и B<sub>3</sub> которые определяют интервал рабочих температур и влажности.


Различным может быть и рабочее положение:

- - горизонтальное;
- ↑ - вертикальное;

Электрическая прочность изоляции, выраженная в киловольтах, маркируется на шкале прибора следующим образом:

-  - измерительная цепь изолирована от корпуса и испытана при напряжении, например 2КВ.

В зависимости от принципа действия приборы делаются на системы: магнитоэлектрическую, электромагнитную, электродинамическую, тепловую, термоэлектрическую, индукционную, электростатическую и другие.

-  - магнитоэлектрический прибор с подвижной рамкой



- электромагнитный прибор;
- электродинамический прибор;
- ферродинамический прибор;
- индукционный прибор;
- электростатический прибор;
- магнитоэлектрический прибор с выпрямителем;
- тепловой прибор.

### Основные характеристики электроизмерительных приборов.

**1. Точность.** Точность электроизмерительных приборов не может быть однозначно установлена абсолютной или относительной погрешностью измерения. Абсолютная погрешность не определяет точность, относительная же зависит от значения измеряемой величины, т.е. различна для различных участков шкалы прибора.

Для характеристики точности прибора используется приведенная погрешность. Приведенная погрешность определяется отношением абсолютной погрешности прибора  $\Delta x$  к максимальному значению измеряемой величины  $x_{np}$ , которую можно измерить при отклонении стрелки на всю шкалу.

$$\gamma = \frac{\Delta x}{x_{np}} \quad (10)$$

Часто приведенную погрешность выражают в процентах. Для этого соотношение (10) нужно умножить на 100 %.

Величина приведенной погрешности, выраженная в процентах, называется **классом точности** прибора. Электроизмерительные приборов согласно ГОСТ 23217-78 могут иметь следующие классы точности: 0,05; 0,1; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 4,0. Класс точности прибора обязательно указывается на шкале прибора.

Таким образом, точность электроизмерительного прибора определяется его классом точности, т.е. величиной приведенной погрешности измерения данной физической величины.

**2. Предел измерения.** Пределом измерения электроизмерительного прибора называется максимальное значение измеряемой физической величины, которое вызывает отклонение указателя шкалы прибора на всю шкалу.

**3. Быстродействие.** Быстродействием называется время необходимое для измерения данной физической величины. Чаще всего это время определяется временем успокоения измерительного механизма.

**4. Чувствительность.** Чувствительность - это способность прибора реагировать на изменение измеряемой величины, т.е. величина, показывающая на сколько делений  $\Delta n$  перемещается указатель прибора при изменении значения измеряемой величины  $\Delta x$  на единицу:

$$S = \frac{\Delta n}{\Delta x} \quad (11)$$

Единица измерения чувствительности зависит от рода измеряемой величины (дел./В, дел./А и т.д.).

**5. Надежность.** Надежность прибора - способность работать нормально в течение определенного времени при определенных эксплуатационных условиях, определяемых группой прибора.

**6. Цена деления прибора.** Цена деления прибора - это основная его характеристика, которая определяет правильность снятия численного значения измеряемой величины. Цена деления - это величина обратная чувствительности:

$$C = \frac{1}{S} = \frac{\Delta x}{\Delta n} \quad (12)$$

Цена деления численно равна значению измеряемой величины  $x$ , вызвавшей отклонение указателя прибора на одно деление шкалы (измеряется в В/дел., А/дел. и т.д.).

## ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ

### ВЕЛИЧИН

Для снятия показаний электроизмерительные приборы имеют шкалу. На шкале наносятся деления, которые не всегда соответствуют значению измеряемой величины. Это связано с тем, что часто измеряемые значения имеют малый порядок или прибор имеет несколько пределов измерения.

Перед началом работы необходимо определить цену деления прибора на каждом пределе измерения.

$$C = \frac{x_{np}}{N} \quad (13)$$

где  $x_{np}$  - предел измерения данной величины;

$N$  - полное число делений шкалы.

Для определения значения измеряемой величины необходимо цену деления прибора на данном пределе измерения умножить на число делений, которое показывает стрелка.

$$x_{изм} = Cn \quad (14)$$

$n$  - номер деления, на котором остановилась стрелка прибора.

Для определения погрешности измерения воспользуемся соотношением (9).

$$\Delta x = \frac{\gamma x_{np}}{100\%} \quad (15)$$

$\gamma$  - класс точности прибора;

$x_{np}$  - предел измерения прибора.

Относительная погрешность показывает какую часть составляет абсолютная погрешность  $\Delta x$  от измеренного значения величины  $x_{изм}$ :

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{изм}} 100\% \quad (16)$$

Относительная погрешность с учетом соотношений (15) и (16) равна:

$$\varepsilon = \frac{\gamma x_{np}}{x_{изм}} \quad (17)$$

т.е. относительная погрешность превышает класс точности прибора тем больше, чем меньше показания прибора по сравнению с его пределом.

Для более высокой точности измерения предел измерения прибора выбирают таким образом, чтобы отсчет производился во второй половине шкалы, тем более у многих приборов первая треть шкалы может быть нелинейной.

Погрешность измерения с помощью цифровых приборов рассчитывается по специальным формулам, которые приводятся в паспорте прибора.

## ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ.

1. Изучить содержание данного методического пособия.
2. Определить основные характеристики выданного преподавателем прибора:
  - а) род прибора (название);
  - б) на каком токе работает (постоянном или переменном);
  - в) определить систему прибора и рассказать принцип действия, достоинства и недостатки данной системы;
  - г) условия эксплуатации прибора, указав при этом :
    - нормальное рабочее положение;
    - категорию защищенности от внешних полей;
    - эксплуатационную группу прибора;
    - электрическую прочность изоляции;
  - д) пределы измерения;
  - е) цену деления прибора на каждом пределе измерения;
  - ж) класс точности прибора;
  - з) определить абсолютную погрешность измерения на каждом пределе.
3. Зарисуйте шкалу вашего прибора и, для определенного положения стрелки (указанного преподавателем), определите показание прибора и погрешность измеренного значения.
4. Результат измерения представить в виде:
$$x = (x_{изм} \pm \Delta x) \text{ ед. изм. ; } \varepsilon = \dots\dots\%.$$

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие приборы называются аналоговыми и цифровыми?
2. Какие существуют системы аналоговых приборов?
3. Каков принцип действия основных систем аналоговых приборов?
4. Что такое класс точности прибора? Что он определяет?
5. Что такое цена деления прибора? Как определить цену деления прибора?
6. Как рассчитать погрешность измерения данного прибора?
7. Какие еще характеристики работы прибора Вы знаете?

## Работа № 7

### ТЕМА: «ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОЛУЧЕВОГО ОСЦИЛЛОГРАФА»

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** Ознакомиться с устройством осциллографа. Измерить амплитуду напряжения, частоту и длительность исследуемого сигнала. Провести калибровку тракта горизонтального отклонения.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** Электроннолучевой осциллограф С1-72, звуковой генератор ГЗ-55.

### НАЗНАЧЕНИЕ И БЛОК-СХЕМА ОСЦИЛЛОГРАФА

#### Назначение осциллографа.

Работа в современной физической лаборатории, настройка и ремонт современной электронной аппаратуры невозможны без использования измерительных приборов, одним из которых является электроннолучевой осциллограф (ЭЛО). Он позволяет непосредственно на экране электроннолучевой трубки наблюдать форму исследуемого электрического сигнала, его изменение во времени и произвести его качественную и количественную оценку. Например, с помощью осциллографа можно измерить силу тока, напряжение, их изменения во времени, измерять частоты, амплитуды, сравнивать фазы различных переменных

напряжений. Кроме того, осциллограф при применении соответствующих преобразователей позволяет исследовать неэлектрические процессы, например, измерять малые промежутки времени, перемещения, вибрации и т.д.

Достоинствами ЭЛО являются его высокая чувствительность и малая инерционность, что позволяет исследовать процессы, длительность которых порядка  $10^{-6} - 10^{-8}$  с.

**Функциональная схема осциллографа.**

Функциональная схема осциллографа показана на рис. 1. Важнейшими функциональными частями этого прибора являются: 1-электроннолучевая трубка, 2,3-усилители сигнала, 4-генератор развертки, 5-блок синхронизации, 6-блок питания.

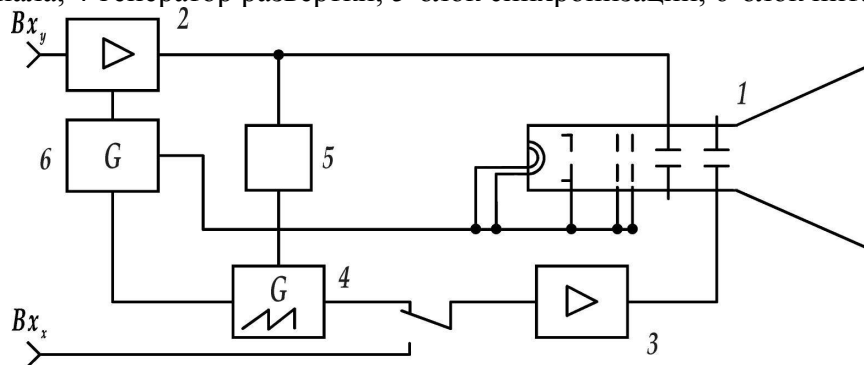


Рис.1.

Электроннолучевая трубка (ЭЛО) - представляет собой стеклянную колбу, внутри которой создан высокий вакуум (рис. 2). Внутри трубки расположены: 1 - подогреватель катода, 2 - катод (источник электронов), 3 - модулятор, управляющий яркостью изображения, 4 -фокусирующий электрод, (первый анод), 5 - второй анод, 6 - горизонтально отклоняющие пластины, 7 - вертикально отклоняющие пластины, 8 - ускоритель (третий анод, представляющий собой проводящий слой на боковой поверхности колбы ), 9 - флюоресцирующий экран.

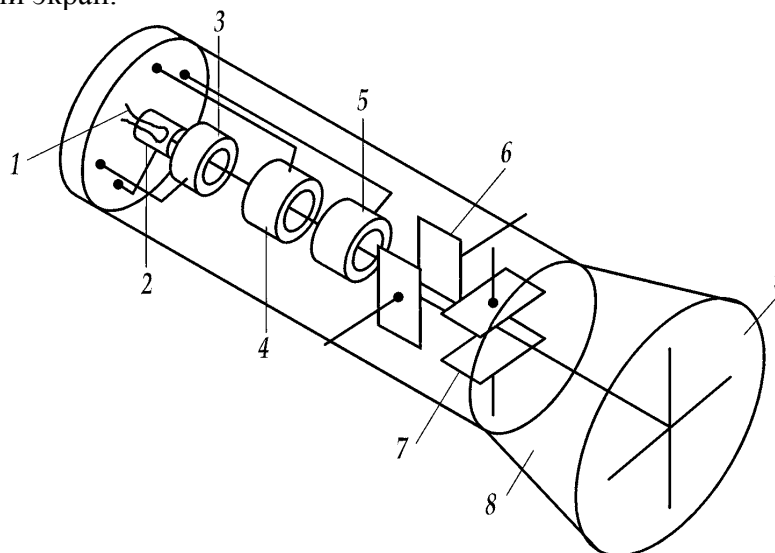


Рис 2.

Источником электронов является разогретый катод. Интенсивность электронного луча регулируется путем изменения отрицательного смещения модулятора. Модулятор и система анодов образуют фокусирующе-ускоряющую систему. Сформированный электронный луч проходит между отклоняющими пластинами, и, попадая на флюоресцирующий экран, образует на нем светящееся пятно. Электрическое поле, созданное между отклоняющими пластинами, отклоняет траекторию электронов и вызывает смещение светящегося пятна на экране

Перемещение луча в пределах экрана осуществляется ручками  $\updownarrow$  и  $\leftrightarrow$ , расположенными на панели управления. Ручки  $\square$  и  $\odot$  служат для фокусировки и управления яркостью луча.

### Получение изображения на экране ЭЛО

Исследуемое напряжение  $U_y$  подается через усилитель 2 (рис. 1) на вертикальные отклоняющие пластины. Это напряжение вызывает отклонение электронного луча от своего первоначального направления вверх или вниз, причем отклонение луча пропорционально исследуемому напряжению. Для наблюдения зависимости исследуемого напряжения от времени необходимо "развернуть" процесс вдоль горизонтальной оси так, чтобы отклонение луча было пропорционально времени. Для перемещения луча в горизонтальном направлении по оси  $x$  на горизонтальные отклоняющие пластины подается напряжение  $U_x$ , полученное в генераторе пилообразного развертывающего напряжения 4. Это напряжение должно изменяться равномерно (линейно) во времени (прямой ход) и в конце периода развертки  $T$  быстро спадать до начального уровня (обратный ход) -рис. 3. Поэтому горизонтальное отклонение луча будет пропорционально времени (на отрезке прямого хода) Размах (амплитуда) напряжения развертки должен обеспечивать отклонение луча в пределах рабочей части (сетки) экрана ЭЛТ.

Электронный луч под действием напряжения  $U_y$  исследуемого сигнала и напряжения развертки  $U_x$  участвует одновременно в двух движениях по оси  $x$  и оси  $y$ , поэтому на экране электроннолучевой трубки будет наблюдаться график зависимости переменного сигнала от времени. Зная время, за которое луч проходит весь экран, либо определенный отрезок длины (1 см или 1 деление), можно определить длительность исследуемого процесса.

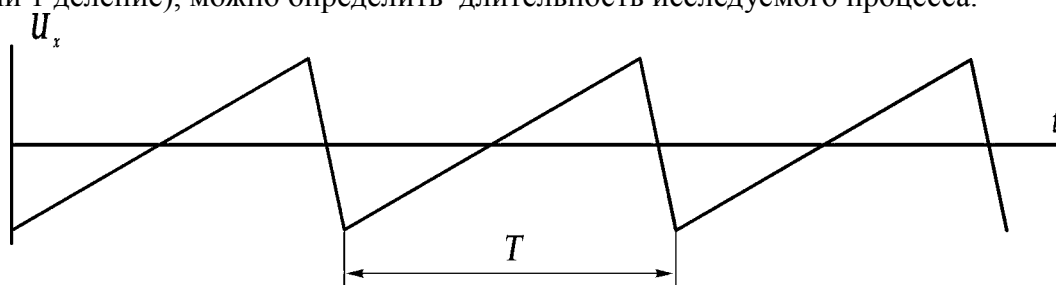


Рис. 3. Эпюра напряжения развертки

Если за время  $t$  луч прошел по горизонтали расстояние  $x$  (дел.) то цена деления (длительность развертки  $k$ ) определяют как

$$k_t = \frac{t_0}{x_0}, \quad (\text{с/дел}) \quad (1)$$

Длительность сигнала определяется по формуле

$$t = k_t \cdot x \quad (2)$$

где  $x$  - отклонение, соответствующее измеряемому времени.

Современные осциллографы имеют калиброванные развертки, позволяющие измерять длительность сигналов непосредственно по шкале, нанесенной на экран трубки. Длительность развертки обычно определяют в микро-, мили- или секундах на сантиметр или деление шкалы. В осциллографе *С1-72* длительность развертки устанавливают ступенчатым переключателем "ВРЕМЯ/ДЕЛ" в пределах от 0,05 мкс/дел до 50 мс/дел. При отсутствии калиброванной развертки, необходимо провести калибровку самостоятельно по формуле (1), используя сигнал известной длительности  $t_0$ , и измерив на экране соответствующее отклонение  $x_0$ .

### Измерение амплитуды исследуемых сигналов.

Исследуемый сигнал, поступающий на вход  $y$  осциллографа, подается на вход усилителя вертикального отклонения (УВО), а с выхода УВО усиленный сигнал поступает на вертикально отклоняющие пластины ЭЛТ.



Пусть под действием напряжения  $U_y$ , поданного на вход  $y$ , след электронного луча смещается на величину  $y$  в вертикальном направлении. Величина

$$S_y = \frac{y}{U_y}, \quad (\text{дел/В}) \quad (3)$$

называется чувствительностью входа  $y$  к напряжению. Она равна отклонению электронного луча на экране (в делениях шкалы) при разности потенциалов на входе равной 1 В и зависит от коэффициента усиления УВО, а также конструкции ЭЛТ.

Для измерения величины напряжения, поданного на вход осциллографа, пользуются величиной обратной чувствительности, т.е.

$$k_y = \frac{1}{S_y} = \frac{U_y}{y} \quad (4)$$

которая называется *коэффициентом отклонения* луча по вертикали. Коэффициент  $k_y$  отклонения луча по вертикали показывает, какое напряжение  $U_y$  на входе  $y$  осциллографа соответствует смещению луча на экране ЭЛТ на 1 деление шкалы (цена деления).

В осциллографе *С1-72* величину  $k_y$  можно изменять от 20 мВ/дел до 10 В/дел при помощи ступенчатого переключателя "УСИЛИТЕЛЬ  $Y$ ". В некоторых типах осциллографов величина  $k_y$  должна быть определена по известному (калиброванному) напряжению и соответствующему отклонению луча по формуле (4).

### **Устройство синхронизации.**

Для наблюдения на экране ЭЛО устойчивого изображения исследуемого сигнала необходимо, чтобы начало развертки было согласовано со строго определенной фазой исследуемого сигнала. Устройство синхронизации подстраивает начало запуска развертки к определенной фазе либо исследуемого напряжения (внутренняя синхронизация), либо внешнего синхронизирующего сигнала (внешняя синхронизация). Устойчивой и четкой синхронизации добиваются ручками "УРОВЕНЬ" и "СТАБИЛЬНОСТЬ". Для внутренней синхронизации исследуемым сигналом должна быть нажата кнопка  $\square$ . (Кнопка включает синхронизацию внешним сигналом)

При нажатой кнопке "ВХОД  $X$ " генератор развертки отключается, отклонение луча по оси  $x$  осуществляется от внешнего источника. Такой режим работы используется, когда нужно получить зависимость исследуемого сигнала  $U_y$  от другого напряжения  $U_x$ . Например, для получения вольтамперной характеристики, т.е. зависимости силы тока  $I$  от напряжения  $U$  на каналы  $x$  и  $y$  осциллографа необходимо подать напряжения  $U_x \sim U$  и  $U_y \sim I$ .

## **ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ**

### **Подготовка прибора к измерению**

Перед включением прибора в цепь предварительно установите органы управления в следующие положения:

- ручки "☀", " $\square$ ", " $\updownarrow$ ", " $\leftrightarrow$ ", "УРОВЕНЬ" - в среднее положение;
- "СТАБИЛЬНОСТЬ" - в крайнее положение;
- переключатель "ВОЛЬТ/ДЕЛ" в положение 10 В/дел;
- переключатель синхронизации в положение " $\square$ ";
- переключатель "ВХОД  $X$ " - в выключенном положении.

Шнур питания прибора соедините с источником напряжения, нажатием кнопки переключателя "СЕТЬ" включите прибор. При этом должна загореться сигнальная лампочка. Через 2-3 минуты после включения прибора следует отрегулировать яркость и фокусировку линии развертки с помощью ручек "☀", " $\square$ ".

Если при максимальной яркости на экране не будет луча, необходимо при помощи ручек " $\updownarrow$ ", " $\leftrightarrow$ " переместить его в пределы рабочей зоны экрана.

### Задание 1. Измерение длительности и частоты исследуемого сигнала.

1.1. Соединить выход генератора с выходом  $y$  осциллографа. Подобрать чувствительность вертикального канала, чтобы исследуемый канал укладывался в пределах сетки экрана. Подобрать скорость развертки так, чтобы в сетке экрана укладывалось 1-4 периода колебаний.

1.2. При помощи ручек "УРОВЕНЬ" и "СТАБИЛЬНОСТЬ" получить на экране ЭЛО устойчивое изображение исследуемого сигнала.

1.3. Измерить число  $N$  - целых периодов колебаний, укладываемых на длине сетки экрана. Зарисовать в отчет осциллограмму исследуемого сигнала.

1.4. Измерить длительность  $N$  - периодов в делениях шкалы -  $x$  (дел).  
Зафиксировать длительность развертки  $k_t$  (Ручка "ВРЕМЯ/ДЕЛ").

Таблица 1.

№	$N$	$k_t, c/дел$	$x, дел$	$T, c$	$\nu, Гц$	$\nu_r, Гц$

1.5. Вычислить период колебаний  $T = \frac{t}{N} = \frac{k_t \cdot x}{N}$  и частоту колебаний  $\nu = \frac{1}{T}$ .

Сравнить полученную частоту с показаниями шкалы генератора. Результаты занести в таблицу 1.

1.6. Выполнить п.п. 2-5 для другой частоты генератора.

### Задание 2. Измерение амплитуды исследуемого сигнала.

2.1. Получить на экране устойчивое изображение сигнала.

2.2. Измерить размах колебаний луча  $y$  по вертикали, соответствующий удвоенной амплитуде колебаний. Вычислить соответствующее напряжение  $\Delta U = k_y \cdot y$  и амплитуду сигнала  $U_0 = \frac{\Delta U}{2} = \frac{k_y \cdot y}{2}$ . Коэффициент отклонения  $k_y$  определить по шкале "ВОЛЬТ/ДЕЛ".

2.3. Вычислить эффективное значение напряжения

$$U_{эфф} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

Сравнить полученный результат с показанием вольтметра генератора.

2.4. Результаты занести в таблицу 2.

Таблица 2.

№	$k_y, B/дел$	$y, дел$	$U_0, B$	$U_{эфф}, B$	$U_r, B$

2.5. Выполнить п.п. 2.1-2.4 для другого значения напряжения.

### Задание 3. Калибровка горизонтального канала осциллографа.

3.1. Нажать кнопку "ВХОД X". Подать на клемму "ВХОД СИНХ." известное (эталонное) напряжение амплитудой  $U_0$ .

3.2. Измерить горизонтальное отклонение луча  $x$ , которое соответствует размаху колебаний  $2U_0$ .

3.3. Вычислить коэффициент отклонения луча по горизонтали

$$k_x = \frac{2 \cdot U_0}{x}$$

3.4. Результаты занести в таблицу 3.

Таблица 3.

№	$U_0, B$	$x, дел$	$k_x, в/дел$

3.5. Выполнить п.п. 3.1-3.4 для другого значения  $U_0$ .

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как работает электроннолучевая трубка?
2. Перечислить основные блоки осциллографа. Каково их назначение?
3. Как измеряется величина сигнала (напряжение) при помощи осциллографа? Что такое чувствительность и коэффициент отклонения осциллографа?
4. Как измеряется длительность сигнала при помощи ЭЛО? Что такое длительность развертки?
5. Как осуществить калибровку осциллографа по напряжению и по времени (т.е. определить величины  $k_x$  и  $k_y$ ), имея в распоряжении источник эталонного напряжения и сигнал эталонной длительности?
6. Что такое амплитуда и эффективное значение синусоидального напряжения?

### Работа № 9

#### ТЕМА: «ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ПРОВОДНИКА»

ЦЕЛЬ: измерить сопротивление проводника методом "амперметра-вольтметра"; определить удельное сопротивление материала проводника.

ОБОРУДОВАНИЕ: лабораторный прибор *FRM-01* для измерения сопротивления, состоящий из нихромового проводника, источника тока, амперметра, вольтметра и регулятора тока.

### ОСНОВЫ ТЕОРИИ

#### Закон Ома для однородного участка цепи.

Если на концах однородного участка цепи существует разность потенциалов  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ , то в данной цепи возникает электрический ток. Сила тока  $I$ , текущего через данный участок, пропорциональна разности потенциалов  $\Delta\varphi$  на концах участка и обратно пропорциональна сопротивлению  $R$  этого участка цепи (или этого проводника)

$$I = \frac{\Delta\varphi}{R} \quad (1)$$

Величина  $U = I \cdot R$  называется падением напряжения на проводнике и численно равна количеству тепла, выделяющегося в проводнике при прохождении через него единичного электрического заряда.

Для однородного участка (т.е. не содержащего э.д.с.) разность потенциалов на концах участка численно равна падению напряжения на этом участке, т.е.  $\Delta\varphi = U$ .

Если обычный аналоговый вольтметр (отклонение стрелки которого обусловлено током, проходящим в рамке или катушке) присоединить к точкам 1 и 2 участка цепи, то он покажет разность потенциалов  $\Delta\varphi$  между этими точками. Разность потенциалов в этом случае будет равна падению напряжения  $U$  на вольтметре, т.е.

$$U = I_v \cdot R_v \quad (2)$$

где  $R_v$  - сопротивление вольтметра,

$I_v$  - ток, протекающий через вольтметр.

#### Сопротивление проводников.

Если участок цепи представляет собой проводник длиной  $l$  постоянного сечения  $S$ , однородного химического состава, то сопротивление  $R$  этого проводника определяется по формуле:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S} \quad (3)$$

где  $\rho$ - удельное сопротивление материала.

Удельное сопротивление численно равно сопротивлению однородного проводника единичной длины и единичного сечения. Оно зависит от химического состава материала проводника, его температуры, и измеряется в системе СИ в Ом·м. На практике часто пользуются внесистемной единицей - Ом·мм<sup>2</sup>/м

При комнатной температуре наименьшее удельное сопротивление имеют проводники из химически чистых металлов. Удельное сопротивление сплавов имеет большую величину, что позволяет применять их для изготовления резисторов с большим сопротивлением (реостаты, нагревательные элементы, шунты и добавочные сопротивления). В табл. 1 даны значения удельного сопротивления некоторых материалов.

Таблица 1.

Металл или сплавы (состав %)	Удельное сопротивление при 20°C (Ом·мм <sup>2</sup> /м)
Серебро	0,016
Медь	0,017
Алюминий	0,028
Железо	0,093
Константан (58,8% Cu, 40% Ni, 1,2% Mn)	0,44-0,52
Нихром	1,0-1,1
Графит	8,0

### Методы измерения сопротивления.

Одним из методов измерения сопротивления проводника является метод "амперметра-вольтметра", состоящим в практическом использовании закона Ома для однородного участка цепи. Из формул (1) и (2) следует

$$R = \frac{U}{I} \quad (4)$$

т.е. измеряя разность потенциалов  $U$  на концах проводника и величину тока  $I$ , протекающего через него, можно определить сопротивление  $R$  проводника.

Другим методом измерения сопротивлений является метод мостовых схем, который рассматривается в другой лабораторной работе. В мостовых схемах не требуется измерять токи и напряжения, поэтому они дают более точные результаты.

### Погрешности измерения сопротивлений.

При измерениях возникают погрешности, имеющие различную природу. Погрешность метода (или теоретическая погрешность) связана с несовершенством метода, с упрощениями, принятыми в уравнениях для измерений. Погрешность метода проявляется, прежде всего, как систематическая, для компенсации которой возможно введение поправок. При измерении сопротивления методом "амперметра-вольтметра" возникает погрешность, определяемая способом подключения амперметра и вольтметра к исследуемому участку цепи.

Для измерения сопротивления  $R$  вольтметр и амперметр могут быть включены в цепь по одной из схем, изображенных на рис. 1

В схеме 1 а (технический метод с точным измерением тока) вольтметр измеряет разность потенциалов  $U = \varphi - \varphi$  на последовательно соединенных проводнике сопротивлением  $R$  и амперметре  $PA$  сопротивлением  $R_A$ . Поэтому разность потенциалов, измеренная вольтметром между точками 1 и 2, будет равна сумме падений напряжения на сопротивлении  $R$  проводника и сопротивлении  $R_A$  амперметра:

$$U = I \cdot R + I \cdot R_A \quad (5)$$

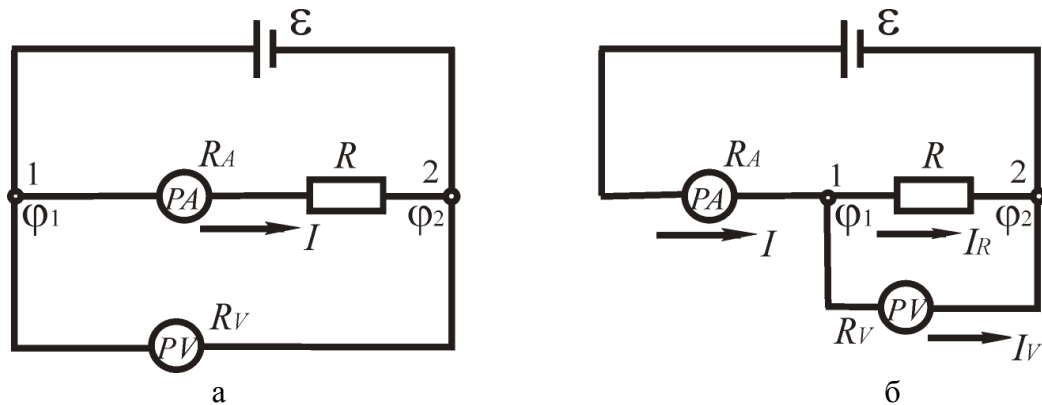


Рис.1

Расчет по формуле (4) будет содержать систематическую погрешность, обусловленную особенностями метода (упрощениями, принятыми при таком расчете).

Величина истинного сопротивления  $R$  проводника будет равна

$$R = \frac{U}{I} - R_A \quad (6)$$

где через  $U$  обозначена разность потенциалов на участке  $I-2$ .

Следовательно, разница  $\Delta R$  между результатами измерения сопротивления  $R_3$  по формуле (4) и истинным  $R$  и является той методической ошибкой, которая возникает при данном способе включения измерительных приборов.

$$\Delta R = R_3 - R = \frac{U}{I} - \left( \frac{U}{I} - R_A \right) = R_A \quad (7)$$

Относительная погрешность этого метода равна:

$$\varepsilon_{m1} = \frac{\Delta R}{R} \approx \frac{R_A}{R_3} \quad (8)$$

Т.е. точность измерения сопротивления будет тем больше, чем меньше сопротивление  $R_A$  амперметра по сравнению с сопротивлением  $R$  проводника. (Идеальным будет амперметр с бесконечно малым собственным сопротивлением).

В схеме  $1б$  (технический метод с точным измерением напряжения) амперметром измеряется суммарный ток  $I$ , текущий через сопротивление  $R$  и вольтметр  $PV$ , имеющий собственное сопротивление  $R_V$ . Разность потенциалов в этом случае одинакова как для проводника, так и для вольтметра.

Тогда по закону Ома (1):

$$I_R = \frac{U}{R} \quad (9)$$

$$I_V = \frac{U}{R_V} \quad (9)$$

где  $I_R$  и  $I_V$  - токи, текущие соответственно через проводник и вольтметр  $PV$ ,  $U$  - разность потенциалов, измеренная вольтметром.

Так как измеряемый ток равен  $I = I_R + I_V$  то, учитывая (9), получим

$$I = \frac{U}{R} + \frac{U}{R_V}$$

Если не учитывать тока  $I_V$ , текущего через сопротивление  $R_V$  вольтметра, то величину сопротивления  $R_3$  проводника также можно найти по упрощенной формуле (4).

Величина истинного сопротивления  $R$  проводника будет равна

$$R = \frac{U}{I_R} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_V}} \quad (10)$$

$$R = \frac{\frac{U}{I}}{1 - \frac{R}{R_V}} = \frac{R_{\text{э}}}{1 - \frac{R}{R_V}} \quad (10')$$

Следовательно, в этом способе измерения также возникает погрешность метода  $\Delta R = R + R_{\text{э}}$

Относительная погрешность этого метода равна:

$$\varepsilon_{m2} = \frac{\Delta R}{R} = \frac{R}{R_V} \approx \frac{R_{\text{э}}}{R_V} \quad (11)$$

т.е. точность измерения сопротивления будет тем больше, чем больше сопротивление вольтметра по сравнению с сопротивлением  $R$  проводника. Идеальным будет вольтметр с бесконечно большим собственным сопротивлением. Высокоомными являются электронные аналоговые и цифровые вольтметры, вносящие малую погрешность.

Погрешности метода возникают при использовании формулы (4). Они могут быть скорректированы, если известны сопротивления амперметра  $R_A$  или вольтметра  $R_V$ . Формулы (6) и (10) дают уже исправленный результат измерений, свободный от погрешности этого типа.

Другим источником погрешности являются инструментальные погрешности, обусловленные конструкцией прибора. Инструментальные погрешности содержат как систематическую, так и случайную составляющую. При каждом отдельном измерении сопротивления  $R$  мы производим измерения тока  $I$  и разности потенциалов  $U$  с погрешностью, определяемой классом точности измерительного прибора

$$\Delta I = \frac{\gamma_A \cdot I_m}{100}$$

$$\Delta U = \frac{\gamma_V \cdot U_m}{100}$$

где  $\gamma_A$ - класс точности амперметра, имеющего предельный ток  $I_m$ ,

$\gamma_V$  - класс точности вольтметра с пределом  $U_m$ .

Погрешность определения сопротивления, обусловленная погрешностями приборов определяется по правилам переноса погрешностей косвенных измерений

$$\Delta R_I = \frac{\partial R}{\partial I} \Delta I = - \frac{U}{I^2} \Delta I \quad (12)$$

$$\Delta R_U = \frac{\partial R}{\partial U} \cdot \Delta U = - \frac{1}{I} \Delta U \quad (12')$$

$$\Delta R_{\text{ИП}} = \sqrt{\Delta R_I^2 + \Delta R_U^2} \quad (13)$$

$$\varepsilon_{\text{ИП}} = \frac{\Delta R_{\text{ИП}}}{R} = \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2} \quad (13')$$

Из формул (13)-(13') видно, что приборную погрешность можно уменьшить, применяя амперметр и вольтметр высокого класса точности, а также выбирать токи и напряжения такой величины, чтобы стрелки приборов при снятии показаний находились во второй половине шкалы (возможно ближе к пределу измерений).

Случайные погрешности возникают при сочетании не воспроизводимых от измерения к измерению факторов: нестабильности источника тока, погрешности оператора, случайной составляющей приборной погрешности и т.д. Для определения случайной погрешности

проводят серию многократных измерений  $R_i$  при разных токах и напряжениях. Статистическая погрешность  $\Delta R_{CT}$  определяется в соответствии с правилами обработки многократных измерений.

Полная погрешность определяется композицией приборной  $\Delta R_{IP}$  и статистической  $\Delta R_{CT}$  погрешностей

$$\Delta R = \sqrt{\Delta R_{IP}^2 + \Delta R_{CT}^2} \quad (14)$$

$$\varepsilon_R = \frac{\Delta R}{R} \quad (14')$$

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Прибор FRM-01 представлен на рис.2. К основанию (1) прикреплена колонна (2) с нанесенной миллиметровой шкалой (3). На колонне укреплены два неподвижных кронштейна (4) и один подвижный кронштейн (5), который может передвигаться вдоль колонны и фиксироваться в любом положении. Между верхним и нижним кронштейном натянут нихромовый провод (6).

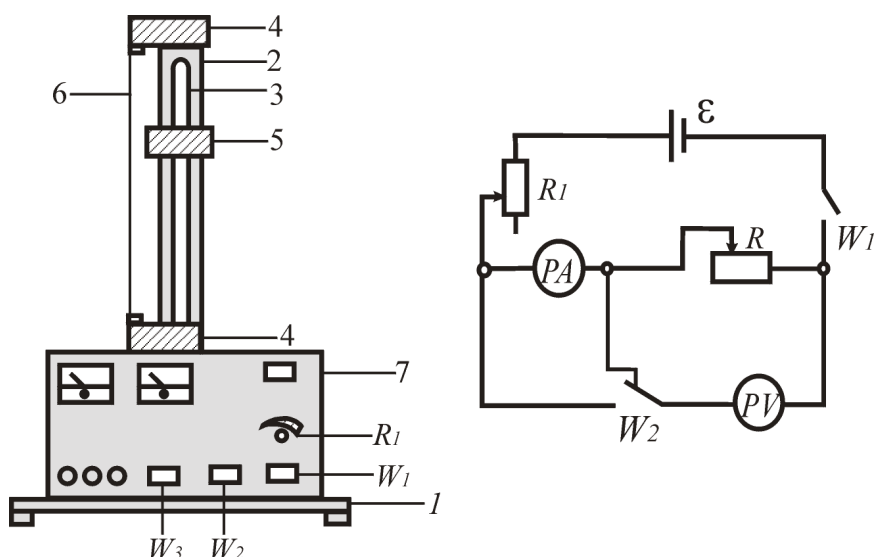


Рис. 2

Через контактный зажим на подвижном кронштейне обеспечивается хорошее гальваническое соединение с проводом. На подвижном кронштейне нанесена черта, которая облегчает определение по шкале длины отрезка измеряемого нихромового провода. Нижний, верхний и центральный подвижные контакты нихромового провода подведены при помощи проводов низкого сопротивления к измерительной части прибора (7), которая помещена в центральном корпусе.

На лицевой панели корпуса расположены амперметр  $PA$ , вольтметр  $PV$ , клавиша  $W1$  для включения установки в сеть напряжением 220 В, переключатели  $W2$  и  $W3$ , ручка реостата  $R1$  регулировки тока. Отжатая клавиша переключателя  $W3$  позволяет использовать нихромовый провод в мостовых схемах измерения сопротивления. Нажатая клавиша  $W3$  позволяет произвести измерение активного сопротивления провода с использованием амперметра и вольтметра.

Если клавиша  $W2$  отжата, то измерение происходит по схеме рис.1а - технический метод с точным измерением тока, если нажата - по схеме рис.1б - технический метод с точным измерением напряжения.

## ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Заготовьте таблицу результатов измерений.

Таблица 2

№	$I_i, \text{мА}$	$U_i, \text{В}$	$R_{\text{э}i}, \text{Ом}$	$R_i, \text{Ом}$

2. Ручку регулятора тока установите в положение минимального тока (поверните против часовой стрелки до упора). Передвигая подвижный кронштейн (5), установите произвольную длину  $l$  проводника. Определите длину проводника, его диаметр (микрометром), класс точности приборов и запишите результаты в табл. 3

Таблица 3 -Справочные данные

$l, \text{мм}$	$d, \text{мм}$	$R_A, \text{Ом}$	$\gamma_A$	$R_V, \text{Ом}$	$\gamma_V$

3. Включите установку и произведите пять измерений сопротивления при разных токах методом точного измерения тока

4. Заготовьте таблицу, аналогичную табл. 2. Произведите аналогичную серию измерений методом с точным измерением напряжения

5. Выключите установку.

### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Вычислите неисправленное  $R_{\text{э}i}$  и исправленные значения  $R_i$  сопротивления проводника по формулам (4), (6) и (10), а также их средние значения  $\langle R_{\text{э}} \rangle$  и  $\langle R \rangle$  в каждом методе измерения.

2. Определите погрешности метода  $\epsilon_{m1}$  и  $\epsilon_{m2}$  по формулам (8) и (11) для каждого метода измерения.

3. Определите приборные погрешности  $\Delta R_{\text{пр}}$  и  $\epsilon_R$  для двух опытов по формулам (12)- (13') (для минимального и максимального тока), используя данные более точного метода.

4. Определите случайную погрешность  $\Delta R_{\text{ст}}$  и  $\epsilon_{\text{ст}}$  (для более точного метода).

5. Определите полную абсолютную и относительную погрешности измерения сопротивления  $\Delta R$  и  $\epsilon_R$  по формулам (14) и (14').

6. Определите удельное сопротивление  $\rho$  нихромового провода по формуле (3).

7. Выведите формулу для определения погрешности по правилам оценки погрешностей косвенных измерений (через погрешности  $\Delta R$ ,  $\Delta d$ , и  $\Delta l$ ). Определите абсолютную и относительную  $\Delta \rho$  погрешности для наиболее точного результата измерений  $\langle R \rangle$ .

### ВЫВОДЫ

1. Запишите результат измерения  $R$  и  $\rho$  в стандартной форме.

2. Какой метод измерения сопротивления точнее? Подтвердите это сравнением погрешностей обоих методов включения амперметра и вольтметра.

3. Какой вид погрешности (метода, приборная или статистическая) имеет наибольшее влияние на результат определения погрешности сопротивления в Ваших опытах?

4. Следует ли учитывать сопротивления амперметра и вольтметра в данных опытах?

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение разности потенциалов и падения напряжения на участке цепи. В каком случае они равны?

2. Каков физический смысл сопротивления проводника? От чего оно зависит?

3. В чем состоит метод измерения сопротивления с точным измерением тока? За счет чего возникает погрешность этого метода? Чему она равна, и как ее можно уменьшить?

4. В чем состоит метод измерения сопротивления с точным измерением напряжения? За счет чего возникает погрешность этого метода? Чему она равна, и как ее можно уменьшить?



5. Как определяются приборные и случайные погрешности измерения в данной работе?

## Работа № 10

### ТЕМА: «ИССЛЕДОВАНИЕ НЕОДНОРОДНОГО УЧАСТКА ЦЕПИ»

**ЦЕЛЬ:** проверить закон Ома для участка цепи, содержащего э.д.с; построить распределение потенциала вдоль исследуемого участка цепи.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** источник тока (3 шт.), магазины сопротивлений (3 шт.), миллиамперметр, вольтметр.

### ОСНОВЫ ТЕОРИИ

#### Сторонние силы.

Движение положительных зарядов в электрическом поле происходит в сторону от большего потенциала к меньшему. Следовательно, в замкнутой цепи должен существовать хотя бы один участок, на котором заряды перемещаются от меньшего потенциала к большему. Силы, обеспечивающие такое перемещение, называются сторонними. Работа сторонних сил идет на создание и поддержание энергии электростатического поля. Устройства, обеспечивающие возникновение сторонних сил, называются источниками тока.

Природа сторонних сил зависит от типа источника тока - это могут быть силы химического происхождения, силы Лоренца, силы, действующие на заряды со стороны вихревого электрического поля и т.д. Общее свойство всех сторонних сил - их неконсервативный характер: перемещая заряды против электростатического поля внутри источника, они не должны препятствовать движению зарядов под действием поля на внешнем участке цепи (т.е. их работа по замкнутому контуру должна быть отличной от нуля).

Величина сторонних сил, действующих на заряд, может быть выражена через напряженность поля сторонних сил

$$F^{CT} = q \cdot E^{CT} \quad (1)$$

Работа сторонних сил выражается через э.д.с.

$$A = q \cdot \oint E_i^{CT} \cdot dl = q \cdot \varepsilon \quad (2)$$

Если э.д.с. действует только на участке замкнутой цепи, то интеграл по замкнутому контуру равен интегралу по соответствующему участку.

В общем случае, на заряд  $q$  могут действовать как электростатические, так и сторонние силы. Их работа на участке 1-2 равна

$$A = A^{эл} + A^{CT} = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}) \quad (3)$$

Величина, равная

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12} \quad (4)$$

называется напряжением (или падением напряжения). Она численно равна работе результирующих сил по перемещению единичного заряда ( $|q| = 1$ ) на этом участке.

**Закон Ома** для неоднородного участка цепи позволяет вычислить силу тока на неразветвленном участке цепи, если известны характеристики электростатических ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) и сторонних ( $\varepsilon_{12}$ ) сил, а также сопротивление этого участка  $R_{12}$  (рис. 1)

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}}{R_{12}} \quad (5)$$

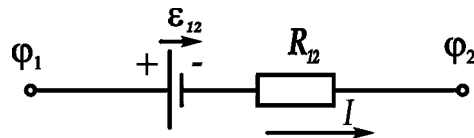


Рис. 1.

В дифференциальной форме закон Ома формулируется через локальные (т.е. определяемые в каждой точке среды) величины

$$j = \frac{E^{\text{эл}} + E^{\text{СТ}}}{\rho} \quad (5')$$

где  $j$ - плотность тока,  $\rho$ - удельное сопротивление среды,  $E^{\text{эл}}$  и  $E^{\text{СТ}}$  - напряженность поля электростатических и сторонних сил соответственно. Из формул (4) и (5) следует, что напряжение на участке цепи может быть определено как

$$U_{12} = I \cdot R_{12} \quad (6)$$

При использовании формулы (5) необходимо строго учитывать правила знаков:

1. *Направление обхода* участка может быть выбрано произвольно, но под  $\varphi_1$ - подразумевается потенциал *начальной* точки, а  $\varphi_2$  - конечной. Величина  $\varphi_1 - \varphi_2$  будет положительной, если потенциал падает вдоль направления обхода и отрицательный - если возрастает.
2. Э.д.с. считается положительной, если сторонние силы действуют по направлению обхода. Напомним, что сторонние силы внутри источника действуют от "минуса" к "плюсу" (от меньшего потенциала к большему, т.е. против электростатических сил, созданных этим источником).
3. Сила тока считается положительной, если ток течет по направлению обхода.
4. Сопротивление участка - величина положительная. Формула (5) позволяет также вычислить разность потенциалов на концах любого участка

$$\varphi_1 - \varphi_2 = I \cdot R_{12} - \varepsilon_{12} \quad (7)$$

На практике встречаются два важных частных случая.

1. Сопротивление участка  $R_{12}$  мало. Тогда в случае малых токов (или отсутствия тока) величиной  $I \ll R_{12}$  можно пренебречь. В этом случае падение потенциалов на концах участка равно э.д.с. с обратным знаком.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\varepsilon_{12} \quad (7')$$

На этом основано измерение э.д.с. при помощи вольтметра (измеряющего разность потенциалов). Для повышения точности измерения, ток, протекающий через источник, следует либо уменьшить, отключив нагрузку (в этом случае ток источника обусловлен сопротивлением вольтметра), либо вовсе скомпенсировать при помощи другого источника (компенсационный метод).

2. Участок не содержит э.д.с. В этом случае

$$\varphi_1 - \varphi_2 = I \cdot R_{12} \quad (7'')$$

Графики изменения потенциала в этих случаях выглядят следующим образом:

1. На участке, не содержащем э.д.с. и обладающим сопротивлением  $R$ , потенциал *падает* вдоль направления протекания тока (рис.2,а) на величину  $I \cdot R$ .
2. На участке, содержащем э.д.с. и имеющем пренебрежимо малое сопротивление, потенциал *возрастает* вдоль направления э.д.с. на величину  $\varepsilon$  (см. формулу (7')). Возрастание потенциала можно изобразить в виде двух скачков на двух пластинах гальванического элемента (рис. 2,б). Это связано с тем, что сторонние силы в гальваническом элементе действуют только в приповерхностном слое пластин.
3. Если гальванический элемент обладает внутренним сопротивлением  $r$ , то реализуются одновременно два вышеупомянутых случая: скачкообразное возрастание потенциала на пластинах элемента *вдоль* э.д.с. и падение потенциала в электролите между пластинами *вдоль направления протекания тока* (рис. 2,в).

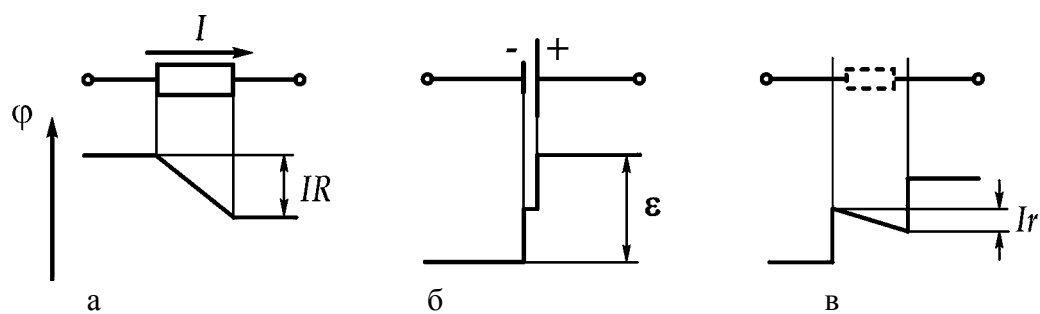


Рис. 2.

Рассмотрим превращение энергии в простейшей замкнутой цепи, выделив в ней два участка: внутренний и внешний (рис. 3). При прохождении внутри источника пробного единичного заряда  $|q| = 1$  сторонние силы совершают работу, численно равную  $\epsilon$ . Эта работа совершается против электростатического поля и частично идет на увеличение потенциальной энергии этого заряда (численно равной  $\phi_1 - \phi_2$  – потенциал растет).

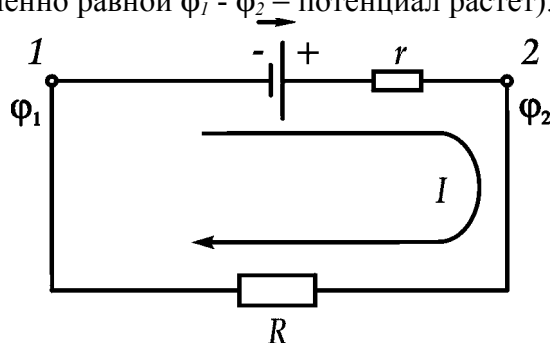


Рис. 3.

Другая часть работы сторонних сил превращается в тепло внутри источника из-за наличия у него внутреннего сопротивления  $r$ . Эта часть работы численно равна падению напряжения внутри источника на участке 1-ε-2.

$$U_{1-\epsilon-2} = \phi_1 - \phi_2 + \epsilon_{12} = \epsilon_{12} - (\phi_1 - \phi_2) \quad (8)$$

Из формулы (8) видно, что в тепло превращается разность между работой сторонних сил и изменением потенциальной энергии единичного заряда. Работа сторонних сил связана с преобразованием химической энергии аккумулятора (или механической энергии в генераторе) в энергию электростатических сил с частичной потерей внутри источника.

На внешнем участке 2-R-1 потенциальная энергия электростатических сил превращается в тепло.

$$U_{2-R-1} = I \cdot R = \phi_2 - \phi_1 \quad (9)$$

(Возможно превращение и в другие виды энергии, но тогда на этом участке также появятся сторонние силы).

Если ток внутри источника течет против э.д.с. (под действием других источников), то работа электростатических сил внутри источника будет положительной, а сторонних сил – отрицательной. В этом случае энергия электростатических сил превращается в химическую энергию (или механическую – генератор будет работать как электродвигатель).

## МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперимент производится на установке, схема которой показана на рис. 4

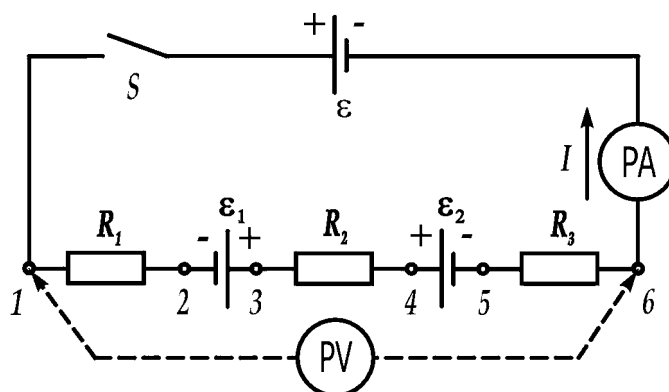


Рис. 4

Исследуемый участок 1-6 содержит 2 источника э.д.с.  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  (аккумуляторы) и 3 переменных резистора  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  (магазины сопротивлений). Источник э.д.с.  $\varepsilon$  служит для создания на участке 1-6 отличной от нуля разности потенциалов. Сопротивления источников пренебрежимо малы.

Формула (5) может быть применена для *любого* участка цепи. Ток в замкнутой цепи создается тремя источниками тока, однако, для расчета тока на любом участке достаточно знать э.д.с. *только на этом участке* и разность потенциалов на его концах. Разность потенциалов измеряется при помощи вольтметра *PV*.

**Запомним правило:** вольтметр измеряет разность потенциалов между двумя точками, а не напряжение! Напряжение, в соответствии с определением (4), определяется не между двумя точками, а для конкретного участка цепи. И только на участках цепи, не содержащих э.д.с., значение напряжения совпадает с разностью потенциалов, что и дает основание (только в этом случае!) говорить, что вольтметр измеряет напряжение. Ток в цепи измеряется миллиамперметром *PA*.

В ходе эксперимента необходимо решить две задачи:

1. Рассчитать ток на участке 1-6 по формуле (5) и сравнить его с показаниями прибора *PA*.
2. Для каждого из участков 1-2, 2-3, ... 5-6 рассчитать и построить график изменения потенциала по формуле (7). Сравнить суммарный результат изменения потенциала на участке 1-6 с показаниями прибора *PV*.

## ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Заготовьте таблицу

Таблица

$\varepsilon_1, B$	$\varepsilon_2, B$	$R_1, \text{Ом}$	$R_2, \text{Ом}$	$R_3, \text{Ом}$	$\varphi_1 - \varphi_2, B$	$I, \text{мА}$

2. Соберите схему в соответствии с рис.4. При разомкнутом ключе *S* измерьте вольтметром *PV* э.д.с. источников  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ . Запишите результаты в таблицу (Не забудьте правильно определить знаки э.д.с для участка 1-6).

3. Установите сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  по указанию преподавателя. Замкните цепь и измерьте ток в цепи  $I$  (амперметром *PA*) и разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_6$  на концах участка 1-6 (вольтметром *PV*). Результаты запишите в таблицу. Разберите цепь.

4. Вычислите значение тока  $I'$  на участке 1-6 по формуле (5) и сравните с результатом  $I$  измерения прибором *PA*. Определите меру расхождения результатов

$$\delta = \frac{I - I'}{I} \cdot 100\%$$

5. Для каждого из участков 1-2, 2-3, ... 5-6 рассчитайте изменения потенциала по формулам (7) - (7"). 6. Изобразите на миллиметровке схему участка 1-6 (длиной 10-15 см). Постройте

под схемой график распределения потенциала на участках 1-2, 2-3 и т.д. в соответствии с рис.3, используя результаты расчетов в п.5. (Рекомендуемый масштаб: 1В - 2 2,5 см).

7. Определите по *графику* падение потенциала  $(\phi_1 - \phi_6)_{РАС}$  и сравните его с показаниями вольтметра *PV*.

8. Объясните превращения энергии на каждом из участков 1-2, 2-3 и т.д., а также на участке 1-6 в целом.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение сторонних сил. Какое устройство называется источником тока?
2. Дайте определение э.д.с. и напряжения на участке цепи. Каков их физический смысл?
3. Сформулируйте закон Ома для неоднородного участка цепи и правила знаков для силы тока, э.д.с. и падения потенциала.
4. Опишите превращения энергии внутри источника тока и на активном сопротивлении.
5. Объясните изменение потенциала внутри источника тока и на активном сопротивлении.
6. В каком случае э.д.с. можно измерять вольтметром?

### Работа № 11

#### ТЕМА: «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ»

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: Определить горизонтальную составляющую магнитного поля Земли.

ОБОРУДОВАНИЕ: Тангенс-гальванометр, амперметр, реостат, ключ, источник тока, провода соединительные.

#### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Магнитное поле - это особое состояние пространства, которое создается электрическими токами, движущимися зарядами и некоторыми телами - постоянными магнитами. Основными характеристиками магнитного поля являются вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  и вектор напряженности  $\vec{H}$ , которые связаны между собой соотношением

$$\vec{B} = \mu \cdot \mu_0 \cdot \vec{H}$$

где  $\mu_0$  - магнитная постоянная, равная  $4 \cdot 10^{-7}$  Гн/м,

$\mu$  - магнитная проницаемость среды. Для воздуха  $\mu = 1$ .

В дальнейшем для записи соотношений будем использовать вектор напряженности  $\vec{H}$ .

Графически магнитное поле изображается силовыми линиями. Густота их определяет величину, а касательная к силовой линии - направление  $\vec{H}$  в данной точке поля.

#### *Магнитное поле кругового тока (витка с током)*

Напряженность магнитного поля элементарного участка проводника длиной  $dl$  с током  $I$  в точке, отстоящей от проводника на расстоянии  $r$ , определяется законом Био-Савара-Лапласа.

$$d\vec{H} = \frac{I \cdot [\vec{dl} \cdot \vec{r}]}{4 \cdot \pi \cdot r^3} \quad (1)$$

Магнитное поле подчиняется принципу суперпозиции (наложения) полей: магнитное поле создаваемое системой токов можно вычислить как векторную сумму полей, создаваемых каждым источником в отдельности

$$\vec{H} = \sum_{i=1}^N \vec{H}_i \quad (2)$$

Используя закон Био-Савара-Лапласа и принцип суперпозиции, вычислим магнитное поле в центре кругового витка с током. Разобьем круговой ток на элементарные участки длиной  $dl$ . Магнитное поле, создаваемое каждым из участков определяется соотношением (1). Направление его в центре витка совпадает с направлением оси витка (рис.1) - вертикально вниз ("от нас"), если ток течет по часовой стрелке, и вертикально вверх - если против (см. правило правого буравчика).

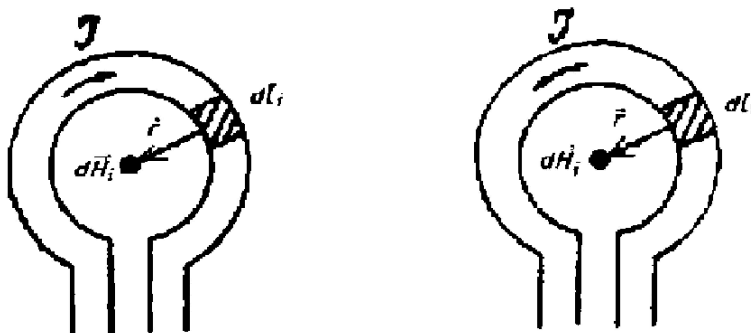


Рис. 1.

Так как  $dH$  от всех элементов тока  $dl$  направлены в одну сторону, то согласно принципу суперпозиции векторную сумму можно заменить алгебраической:

$$H = \int dH = \frac{I}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \int dl \cdot \sin \alpha \quad (3)$$

где  $\alpha$ - угол между векторами  $dl$  и  $r$ .

Для кругового тока  $\alpha = 90$ ,  $r$  - радиус витка ( $R$ ). Длина окружности одного витка радиуса  $R$  равна  $2 \cdot \pi \cdot R$ , поэтому интегрируя от  $0$  до  $2 \cdot \pi \cdot R$  получим величину напряженности  $H$  магнитного поля, создаваемого всем круговым током

$$H = \frac{I}{4 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi \cdot R} dl = \frac{I}{2 \cdot R} \quad (4)$$

В случае, если число витков  $n$ , то  $H$  определяется как:

$$H = \frac{I \cdot n}{2 \cdot R} \quad (5)$$

Напряженность в центре кругового витка с током можно представить через дипольный магнитный момент витка  $p_m$ . Дипольный магнитный момент витка с током равен произведению силы тока в нем ( $I$ ) на площадь витка ( $S$ ). Для кругового витка  $S = \pi \cdot R^2$ . Направления  $H$  и  $p_m$  в центре кругового витка совпадают

$$H = \frac{p_m}{2 \cdot \pi \cdot R^2} \quad (6)$$

Следовательно, магнитное поле витка с током можно рассматривать как магнитное поле "магнитного диполя", причем положительным или северным полюсом называют ту сторону плоскости витка, из которой линии магнитной индукции выходят, а отрицательным или южным полюсом - ту сторону в которую они входят.

### Магнитное поле Земли

Земной шар обладает собственным магнитным полем. Природа сего магнитного поля до сих пор окончательно не выяснена. Одним из предположений является то, что магнитное поле создается электрическими токами, текущими внутри жидкой мантии Земли. Структура магнитного поля Земли аналогична структуре магнитного поля магнитного диполя, помещенного в центр Земли (рис.2).

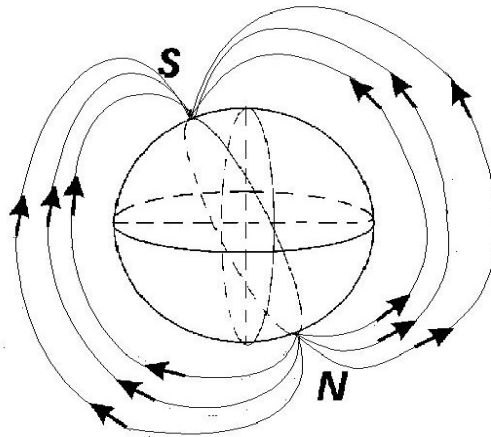


Рис. 2.

Магнитные силовые линии начинаются на северном и заканчиваются на южном магнитном полюсе. Южный и Северный магнитные полюсы не совпадают с географическими. Южный магнитный полюс находится вблизи северного географического полюса, а возле южного географического полюса - северный магнитный полюс. Если подвесить магнитную стрелку так, чтобы точка подвеса совпадала с центром тяжести стрелки, то она установится по касательной к направлению силовой магнитной линии Земли (рис. 3).

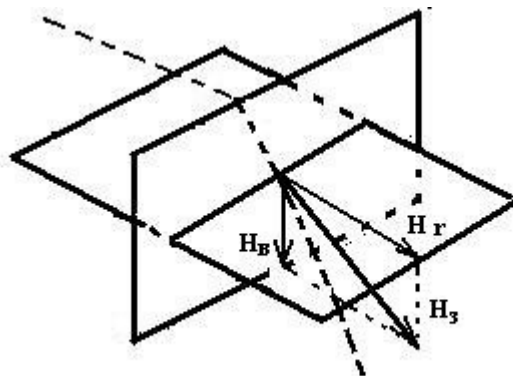


Рис. 3.

Конец стрелки будет наклонен к Земле и составит с горизонтом угол, который называется углом наклона. Следовательно, вектор напряженности может быть разложен на две составляющие - горизонтальную  $H_r$  и вертикальную  $H_v$  (рис. 3).

Плоскость, в которой устанавливается магнитная стрелка, называется плоскостью магнитного меридиана. Угол между плоскостью магнитного меридиана и плоскостью географического меридиана называется углом магнитного склонения (рис. 2).

На практике, при проведении геофизических измерений используются горизонтально установленные компасы, реагирующие только на горизонтальную составляющую магнитного поля Земли. Величину и направление этой составляющей, как наиболее практически значимой, мы и будем определять в этой работе

#### **Действие магнитного поля на магнитный диполь.**

В общем случае, на любой магнитный диполь с моментом в однородном магнитном поле, характеризуемым напряженностью  $H_r$ , действует механический вращательный момент

$$M = [\vec{p}_m \cdot \vec{H}]$$

В результате этого магнитный момент установится по касательной к силовой линии магнитного поля. Это в полной мере относится к магнитной стрелке, как одному из простейших вариантов магнитного диполя. Если на диполь действует несколько полей (от разных источников), то он устанавливается по направлению результирующего поля, определяемого по принципу суперпозиции.

### МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В данной работе для определения горизонтальной составляющей  $H_r$  магнитного поля Земли используется тангенс-гальванометр (рис. 4). Он представляет собой проволочную катушку большого радиуса  $R$ . Плоскость катушки вертикальна и находится в плоскости магнитного меридиана. В центре катушки находится магнитная стрелка, которая может вращаться вокруг вертикальной оси. Магнитная стрелка в отсутствии тока в катушке располагается по направлению горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

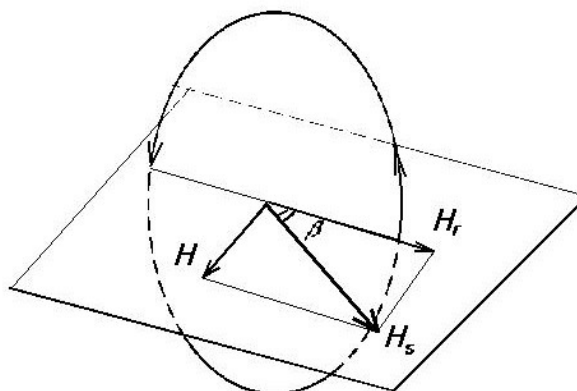


Рис. 4.

При пропускании тока через катушку в центре ее создается магнитное поле (рис.4), напряженность  $H$  которого определяется соотношением (5). Магнитное поле катушки  $H$  складывается с магнитным полем Земли ( $H_r$ ).

Вектор напряженности результирующего поля, согласно принципу суперпозиции определяется, как

$$\vec{H}_3 = \vec{H}_r + \vec{H} \quad (7)$$

Это результирующее поле ориентирует магнитную стрелку, отклоняя ее на угол  $\beta$  от направления  $H_r$ . Магнитная стрелка располагается по направлению результирующего вектора. Из (рис. 4) видно, что  $H$  и  $H_r$  связаны соотношением:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{H}{H_r} \quad (8)$$

Таким образом, зная величину напряженности магнитного поля катушки ( $H$ ) и соотношение (8), можно определить горизонтальную составляющую напряженности магнитного поля Земли ( $H_r$ ).

$$H_r = \frac{I \cdot n}{2 \cdot R \cdot \operatorname{tg}\beta} \quad (9)$$

### ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Заготовьте следующую таблицу:

Таблица

№	$\beta$ , град	$I$ , А	$\operatorname{tg}\beta$	$H_r$ , А/м
---	----------------	---------	--------------------------	-------------



2. Соберите электрическую цепь согласно рис. 5.

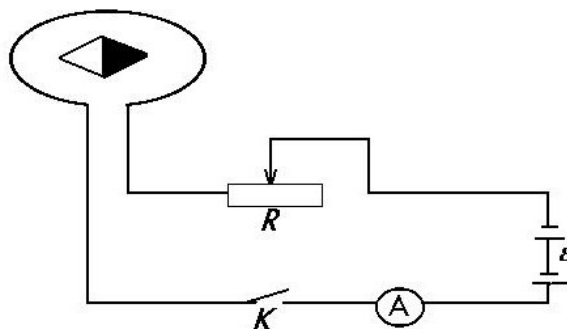


Рис. 5.

3. Поверните катушку так, чтобы магнитная стрелка установилась в ее плоскости. В этом случае конец магнитной стрелки должен указывать на нуль лимба (шкалы) тангенс - гальванометра.
4. Переместите ползунок реостата так, чтобы в цепь было включено его полное сопротивление.
5. Замкните ключ  $S$  и установите такое направление тока (путем перебрасывания проводов на аккумуляторе), чтобы магнитная стрелка отклонилась в сторону возрастания углов  $\beta$ . Затем при помощи реостата подберите такой ток, чтобы магнитная стрелка отклонилась примерно на 15 градусов. Измерьте угол  $\beta$ , величину  $I$  и занесите их в таблицу.
6. Опыт проделайте 4-5 раз для углов 30 - 45 градусов.
7. Вычислите искомое значение поля для каждого опыта. Проведите статистическую обработку результатов измерений. Результат измерений запишите в стандартном виде.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Используя закон Био-Савара-Лапласа и принцип суперпозиции найти напряженность магнитного поля в центре кругового витка.
2. Почему и каким образом стрелка компаса ориентируется в магнитном поле.
3. Что представляет собой магнитное поле Земли? Его основные элементы.
4. Вывести рабочую формулу для определения  $H_T$ .
5. Почему ориентация магнитной стрелки в тангенс - гальванометре зависит от силы тока в катушке?

### Работа № 12

#### ТЕМА: «ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА МЕТОДОМ МАГНИТНОЙ ФОКУСИРОВКИ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ»

ЦЕЛЬ: изучить устройство электроннолучевой трубки; ознакомиться с методом магнитной фокусировки электронных пучков; определить удельный заряд электрона.

ОБОРУДОВАНИЕ: электроннолучевая трубка, соленоид, блок питания, амперметр, реостат.

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ

На движущийся в магнитном поле с индукцией  $B$  электрический заряд  $e$  действует сила Лоренца

$$\mathbf{F} = e[\mathbf{v}; \mathbf{B}] \quad (1)$$

где  $\mathbf{v}$ - скорость движения заряда.

В скалярной форме:

$$F = evB \sin \alpha = ev_n B \quad (2)$$

Эта сила перпендикулярна как магнитному полю, так и направлению скорости движения заряда. Характер движения частицы в однородном поле зависит от угла между направлением скорости  $\mathbf{v}$  и индукции  $\mathbf{B}$  магнитного поля.

1.  $\alpha = \pi/2$ . Скорость заряда перпендикулярна магнитной индукции, сила Лоренца имеет максимальное значение  $F = evB$ . Эта сила создает центростремительное ускорение и заставляет электрон двигаться по окружности в плоскости, перпендикулярной индукции магнитного поля (рис.1).

2.  $\alpha = 0$ . Скорость заряда параллельна магнитной индукции, тогда  $F = 0$  – магнитное поле никакого действия на заряд не производит.

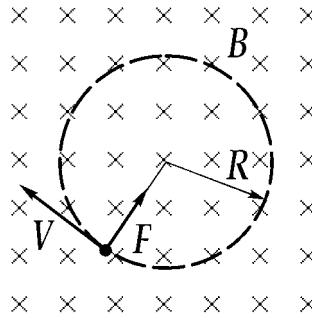


Рис. 1.

3.  $0 < \alpha < \pi/2$ . Скорость заряда направлена под острым углом к магнитной индукции (рис. 2а), тогда скорость  $\mathbf{v}$  движения электрона можно разложить на две составляющие, одна из которых  $v_n$  перпендикулярна, а другая  $v_\tau$  - параллельна магнитному полю.

$$\begin{aligned} v_n &= v \cdot \sin \alpha \\ v_\tau &= v \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, на величину силы Лоренца  $F$ , помимо величины поля, влияет только нормальная составляющая скорости. Справедливо и обратное утверждение – сила Лоренца изменяет только нормальную составляющую скорости. Рассматривая движение электрона как сложное движение со скоростями  $v_n$  и  $v_\tau$  можно утверждать, что сила Лоренца не возникает при движении по прямой вдоль поля и является причиной изменения *направления* нормальной составляющей скорости (движение по окружности). Результирующее движение будет движением *по винтовой линии* (рис.2а).

$$evB = \frac{mv_n^2}{R} \quad (4)$$

Тогда время одного оборота  $T$  с учетом (4) равно:

$$T = \frac{2\pi R}{v_n} = \frac{2\pi m}{eB} \quad (5)$$

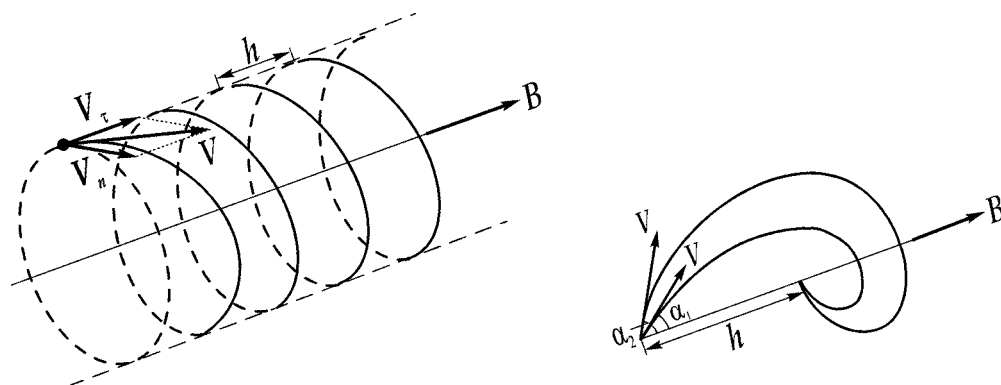


Рис. 2.

Для движения по окружности в плоскости, перпендикулярной к вектору  $\mathbf{B}$ , сила Лоренца (3) является центростремительной:  
 За время одного оборота электрон, участвуя в равномерном и прямолинейном движении вдоль поля, сместится в этом направлении на расстояние, равное шагу винта  $h$ :

$$h = v_{\parallel} \cdot T \quad (6)$$

Из (2), (5), (6) следует, что:

$$h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{eB} \quad (7)$$

Рассмотрим случай, когда углы  $\alpha$  малы ( $\alpha \ll 1$ ). Тогда  $\cos \alpha \approx 1$ . В этом случае

$$h = \frac{2\pi m v}{eB} \quad (8)$$

Таким образом, путь  $h$ , пройденный электроном в магнитном поле за один оборот, для малых углов не зависит от величины угла. Поэтому все электроны, вышедшие из одной точки в разных направлениях под небольшими углами к магнитному полю, после одного оборота вновь соберутся в одной точке (рис. 2.б). В этом и заключается принцип магнитной фокусировки электронов. Соотношение (8) может служить для определения удельного заряда электрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi v}{hB} \quad (9)$$

Для осуществления эксперимента электроны разгоняются в электрическом поле с разностью потенциалов  $U$  и приобретают кинетическую энергию:

$$\frac{mv^2}{2} = eU \quad (10)$$

Решая совместно (9) и (10), можно найти:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U}{h^2 B^2} \quad (11)$$

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка состоит из электронно-лучевой трубки (ЭЛТ), помещенной в магнитное поле, и блока питания БП (рис. 3).

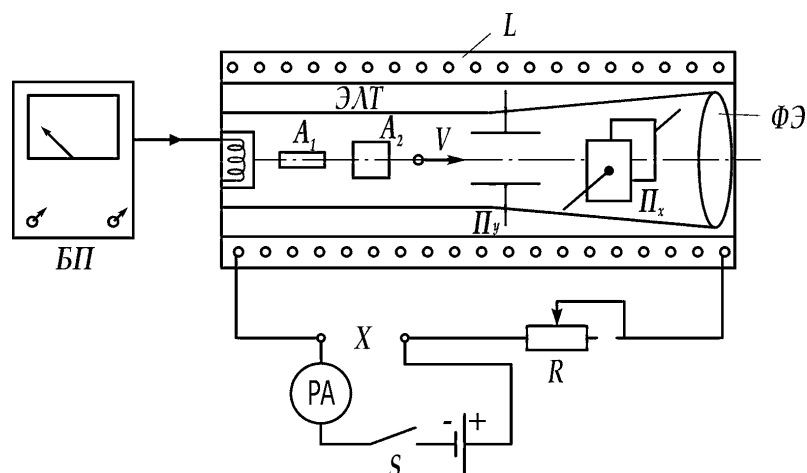


Рис. 3.

Магнитное поле, создаваемое катушкой-соленоидом с большим числом витков, направлено вдоль оси ЭЛТ. Катушка выполнена на картонном каркасе из толстого изолированного медного провода (намотка в 4 слоя, 19,1 витков на 1 см). Питание катушки осуществляется от аккумуляторов через реостат  $R$  и амперметр  $РА$ . ЭЛТ дает возможность получить узкий, сфокусированный пучок электронов, движущийся вдоль оси трубки. Питание самой трубки осуществляется от блока питания  $БП$ . Регулировка яркости, ускоряющего напряжения и фокусировка осуществляются посредством потенциометров, ручки которых выведены на переднюю панель блока ЭЛТ и соленоида. Горизонтальные отклоняющие пластины осциллографа могут быть подсоединены к источнику переменного напряжения, вертикальные отклоняющие пластины заземлены. Вольтметр  $PV$  для измерения ускоряющего напряжения  $U$  расположен на лицевой панели блока питания.

Величину скорости можно изменять путем изменения ускоряющего напряжения, а первоначальная фокусировка пучка электронов осуществляется изменением фокусирующего напряжения, подаваемого соответственно на второй и первый аноды трубки. При выходе электронов из второго анода возникает узкий пучок электронов, движущихся вдоль оси трубки со скоростью  $v$ . Затем сфокусированный электронный пучок проходит между отклоняющими пластинами  $П_x$  и  $П_y$ , расположенными во взаимно-перпендикулярных плоскостях.

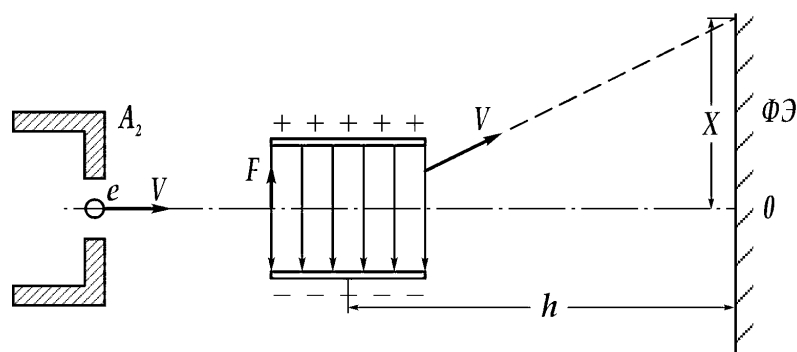


Рис. 4.

При подведении к отклоняющим пластинам напряжения, между пластинами возникнет электростатическое поле, отклоняющее луч. Отклонение пятна  $x$  на экране зависит от напряжения, поданного на отклоняющие пластины. Если же на пластины подать переменное напряжение, то, пройдя эти пластины, электронный пучок будет выходить из промежутка между пластинами со скоростями, направленными под разными углами к оси трубки. На экране будет наблюдаться прямая горизонтальная линия.

Для фокусировки электронного пучка в точку создадим магнитное поле, направленное вдоль оси электроннолучевой трубки. Тогда электроны, расходящиеся из центра пластин под разными углами к магнитному полю, начнут двигаться по винтовым линиям. Изменяя индукцию  $B$  магнитного поля можно добиться фокусировки пучка в центре экрана: все электроны, сделав один оборот по разным траекториям, вновь соберутся в одной точке. В этом случае шаг винта  $h$  (формула (8)) будет равен расстоянию от середины пластин  $P_X$  до экрана ФЭ (рис. 4).

Величина магнитной индукции соленоида определяется по формуле

$$B = \mu_0 n I \quad (12)$$

где  $n$  - число витков, приходящихся на единицу длины соленоида,

$I$  - ток в соленоиде,

$\mu_0$  - магнитная постоянная.

Используя формулы (11) и (12), получим:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2}{\mu_0^2 n^2 h^2} \cdot \frac{U}{I^2} \quad (13)$$

Учитывая, что  $n = 1,91 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1}$  и  $h = 12,7 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ , получим рабочую формулу:

$$\frac{e}{m} = 8,50 \cdot 10^8 \cdot \frac{U}{I^2} \quad (14)$$

### ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Соберите схему питания катушки-соленоида по рис. 3. Для этого к клеммам  $X$ , расположенным на правой панели электроннолучевой трубки ЭЛТ, подключите источник питания  $GB$  с э.д.с. = 6,5 В с ключом  $S$  и амперметр  $PA$  на 2,5 А. Реостат  $R$ , с клеммами  $X$  служащий для изменения тока  $I$ , протекающего через катушку, расположен на правой стороне панели ЭЛТ. Движок реостата должен стоять в крайнем положении "а", а ключ  $S$  разомкнут.
2. Включите вилку блока питания ЭЛТ в сеть. Включите тумблер "сеть-220 В". Тумблер "20 В" должен быть выключен.
3. При помощи ручки потенциометра "ускоряющее напряжение", расположенного на лицевой панели ЭЛТ, установите ускоряющее напряжение 700-800 В. по вольтметру  $PV$ , расположенному в блоке питания ЭЛТ. Запишите значение напряжения  $U$  в таблицу.

Таблица.

$U, \text{ В}$	
$I, \text{ А}$	
$e/m, \text{ Кл/кг}$	

4. При помощи потенциометров  $R1$  (яркость) и  $R2$  (фокус), расположенных на лицевой панели ЭЛТ, добейтесь четкого изображения луча в виде точки на экране электроннолучевой трубки.

5. Подайте на отклоняющие пластины электроннолучевой трубки переменное напряжение 20 В (тумблер "20 В", расположенный на блоке питания ЭЛТ). На экране трубки появится светящаяся линия, соответствующая расходящемуся пучку.

6. Восстановите фокусировку магнитным полем. Для этого замкните ключ  $S$  (см. рис. 3). Увеличивая при помощи реостата  $R$  ток через катушку, добейтесь снова четкого изображения точки на экране ЭЛТ. Значение тока  $I$  запишите в таблицу.

7. Возвратите движок реостата в исходное положение, разомкните ключ  $S$ , выключите тумблер "20 В". Повторите опыт не менее 5 раз для других значений ускоряющего напряжения в диапазоне 700-1200 В.

8. Выключите установку.
9. Вычислите значение  $e/m$  по формуле (14) для каждого опыта. Проведите статистическую обработку результатов.
10. Ответ запишите в установленной форме. Сравните результат с табличными значениями. Проанализируйте, наблюдается ли зависимость величины  $e/m$  от ускоряющего напряжения?

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое сила Лоренца? От чего зависит ее величина и направление? Изобразите векторы  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{F}$  на схеме.
2. Объясните траекторию полета электрона в магнитном поле.
3. Как определить величину скорости движения электрона, ускоренного разностью потенциалов  $U$ ?
4. Зарисуйте схему электроннолучевой трубки, объясните назначение всех электродов ЭЛТ. Поясните на схеме работу отклоняющихся пластин.
5. Объясните принцип магнитной фокусировки.
6. Выведите рабочую формулу для определения удельного заряда электрона.

### Работа № 13

#### ТЕМА: «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ПРОЗРАЧНОЙ ПЛАСТИНКИ С ПОМОЩЬЮ МИКРОСКОПА»

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** Изучение устройства и принципа работы оптического микроскопа. Определение показателя преломления тонкой пластины.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** Микроскоп, прозрачная пластинка, микрометр.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Электромагнитные волны в диапазоне от 410 нм до 810 нм называются световыми волнами. Исторически оптика подразделяется на геометрическую и волновую. В основании геометрической оптики лежит понятие о световом луче, т.е. сколь угодно узком пучке света, распространяющемся вдоль линии, перпендикулярной к волновой поверхности. В действительности, создать такой пучок нельзя. Поэтому геометрическая оптика справедлива только в случае выполнения отношения

$$b^2 / L \lambda \gg 1 \tag{1}$$

где  $b$  - характерный размер неоднородностей,  
 $L$  - характерное расстояние,  
 $\lambda$  - длина волны.

Геометрическая оптика строится, в основном, на следующих 4-х законах.

1. *Закон прямолинейного распространения света* утверждает, что в однородной среде свет распространяется прямолинейно.

2. *Закон независимости световых лучей* утверждает, что лучи не возмущают друг друга. Этот закон справедлив лишь при не слишком больших интенсивностях света в среде. При больших интенсивностях света в среде возникают эффекты *нелинейной оптики*.

3. *Закон отражения света* утверждает: 1) падающий луч, отраженный луч и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости; 2) угол падения равен углу отражения.

4. *Закон преломления света* гласит, что: 1) падающий, преломленный луч и перпендикуляр к границе раздела двух сред, восстановленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости; 2) отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных двух сред.

$$\sin \alpha / \sin \beta = n_{21} \tag{2}$$

где  $\alpha$  - угол падения,  $\beta$  - угол преломления,  
 $n_{21}$  - относительный показатель преломления, который равен отношению абсолютных показателей преломления сред

$$n_{21} = n_2 / n_1 \quad (3)$$

Рассмотрение волнового характера распространения света позволяет определить, что абсолютный показатель преломления среды  $n$  равен отношению скорости света в вакууме к скорости света в среде

$$n = c/v \quad (4)$$

Основным элементом линзы является сферическая поверхность, разделяющая области с различными показателями преломления. Используя законы геометрической оптики можно показать, что гомоцентрированные световые пучки, т.е. пучки света, вышедшего из одной точки  $S_1$  собираются такой сферической поверхностью в точке  $S_2$ .

Линза представляет собой прозрачное тело, ограниченное с двух сторон сферическими поверхностями, в общем случае, с разными радиусами кривизны. Прямая, на которой лежат центры кривизны обеих поверхностей, называется главной оптической осью линзы. Пучок лучей, параллельных главной оптической оси, соберется в точке, которая называется главным фокусом линзы. Если фокусное расстояние значительно превосходит толщину линзы, то говорят, что это тонкая линза.

Построение изображения в тонких линзах выполняется по следующим правилам:

- 1) луч, проходящий через оптический центр, не преломляется в линзе;
- 2) луч, идущий параллельно главной оптической оси, в точке пересечения с линзой преломляется и проходит через фокус;
- 3) луч, проходящий через фокус, после преломления идет параллельно главной оптической оси.

В зависимости от положения предмета собирающая линза может работать как проектор или как лупа. Если для расстояния от предмета  $A$  до линзы  $d_0$  и фокусного расстояния этой линзы  $f$  справедливо соотношение

$$f < d_0 < 2f,$$

то, как видно из рис. 1, можно получить увеличенное действительное изображение  $A'$ , находящееся на расстоянии  $d_i$  от линзы. Если же  $d_0 > 2f$ , то изображение будет уменьшенным.

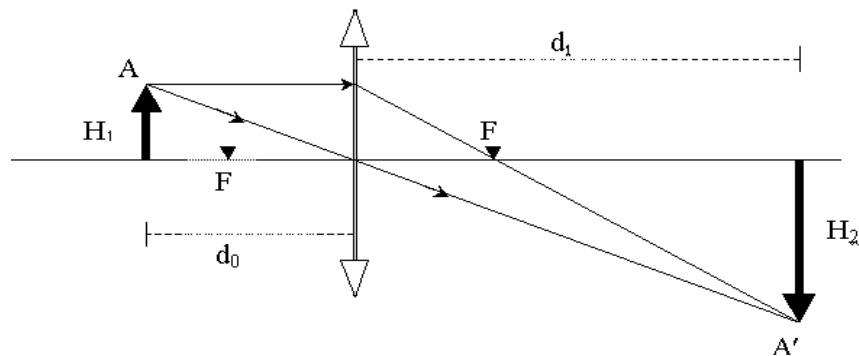


Рис. 1

Поперечное увеличение линзы определяется при помощи формулы

$$L = H_1 / H_2 = d_i / d_0$$

В случае лупы (рис. 2) предмет помещается ближе фокусного расстояния собирающей линзы - практически в главном фокусе ( $d_0 \approx f$ ), настолько близко, что можно считать расстояние до предмета  $d_0$  равным фокусному расстоянию  $f$ . Появляющееся в глазу изображение предмета  $A$  будет таким же, как от предмета  $A'$ , поэтому говорят, что лупа дает *увеличенное мнимое* изображение, находящееся по ту же сторону от линзы, что и предмет.

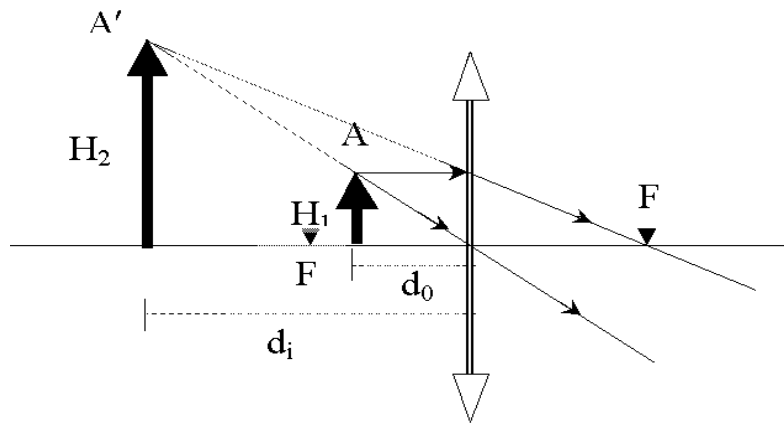


Рис. 2.

Расстояние до изображения  $d_i$  будет большим ( $d_i \gg f$ ), причем угловой размер наблюдаемого изображения определяется положением предмета (почти в фокусе!) и не зависит от конкретного положения изображения (при выполнении соотношения  $d_i \gg f$ ). Предмет, наблюдаемый невооруженным глазом будет иметь наибольший размер при наблюдении с расстояния 25 см, потому что минимальное расстояние нормального зрения невооруженного глаза примерно равно 25 см. Увеличение лупы определяется отношением расстояний наилучшего зрения (0,25 м) и положения предмета при наблюдении в лупу ( $f$ ).

$$L = 0.25/f$$

Во всех случаях величины  $d_0$ ,  $f$ ,  $d_i$  связаны между собой соотношением которое называется формулой тонкой линзы.

$$1/d_0 + 1/d_i = 1/f \quad (5)$$

### МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Показатель преломления прозрачной пластинки в данной работе определяется при помощи микроскопа. Основными частями оптического микроскопа являются (рис. 3): 1) источник света, 2) конденсор, 3) объектив, 4) окуляр. Источник света помещается в главном фокусе системы линз, составляющих конденсор, в результате на выходе конденсора получается пучок параллельных лучей. Объектив представляет из себя систему линз с малым фокусным расстоянием и работает как проектор. Окуляр имеет большее фокусное расстояние, чем объектив, и работает как лупа. Он дает прямое, мнимое, увеличенное изображение уже перевернутого и увеличенного изображения предмета. Таким образом, на сетчатке глаза появляется действительное изображение, какое при отсутствии микроскопа давал бы предмет В". Общее увеличение микроскопа равно

$$L = L_1 L_2 \quad (6)$$

где  $L_1$ - увеличение объектива,  $L_2$ - увеличение окуляра.

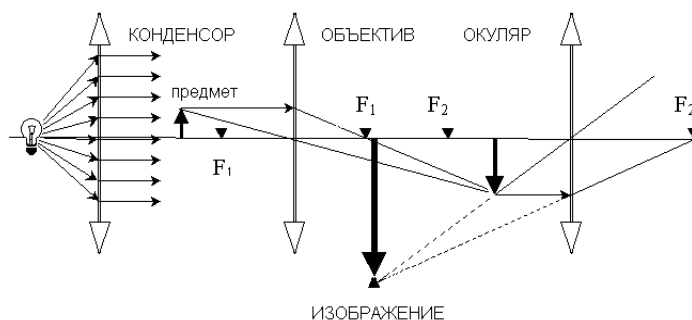


Рис. 3 Схема положения основных частей микроскопа и хода лучей, образующих изображение.



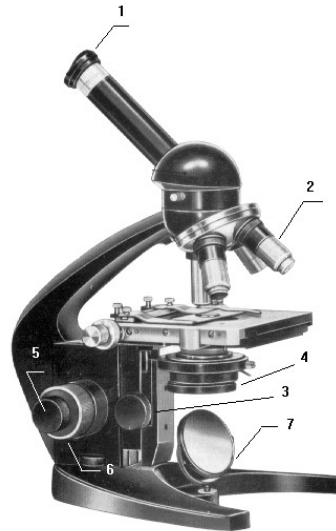


Рис. 4 Общий вид микроскопа, используемого в настоящей работе.

1-окуляр, 2-объективы, 3-рукоятка перемещения конденсора, 4-конденсор, 5-вороток грубой фокусировки, 6-вороток тонкой фокусировки, 7-зеркало.

Для определения показателя преломления в работе используется прозрачная пластинка, на которую нанесены на разных ее сторонах два взаимноперпендикулярных штриха (рис. 5).

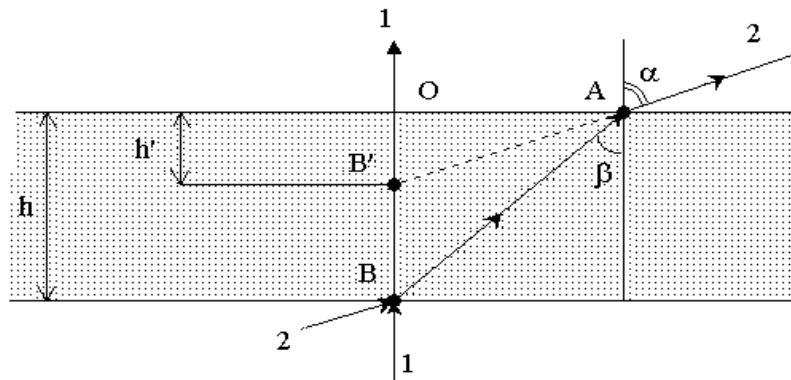


Рис 5.

Рассмотрим ход лучей в плоскопараллельной пластинке, на нижней стороне которой находится освещенная точка В. На рис. 5 показаны: луч 2, падающий из точки В на границу раздела двух сред под углом  $\alpha$ , преломленный под углом  $\beta$  и луч 1, выходящий из пластинки перпендикулярно границе раздела (не преломляется!). Изображение точки В получится на мнимом продолжении двух лучей (точка В'). Точка В' расположена на расстоянии  $h'$  от верхней плоскости и кажется наблюдателю приподнятой. Таким образом, при наблюдении точки В в микроскопе его необходимо сфокусировать на точку В'.

По закону преломления

$$\sin \alpha / \sin \beta = n_{21} .$$

Учитывая, что при наблюдении в микроскопе угол  $\alpha$  , а следовательно, и угол  $\beta$  , малы, получим

$$\sin \alpha \approx \alpha , \sin \beta \approx \beta , \alpha / \beta \approx n_{21} .$$

Используя рис. 5 запишем выражения для толщины пластинки  $h$ , расстояния  $h'$  и найдем их отношение

$$h = AO \operatorname{ctg} \beta \approx AO/\beta, \quad h' = AO \operatorname{ctg} \alpha \approx AO/\alpha,$$

$$h/h' \approx \alpha/\beta \approx n_{21}$$

(7)

Таким образом, измерив  $h$  и  $h'$  можно найти коэффициент преломления. Измерение  $h$  производится микрометром, а  $h'$  - с помощью микроскопа. Для этого необходимо, последовательно фокусируя микроскоп на точки  $O$  и  $B'$ , по шкале барабана микрометрической фокусировки определить величину перемещения тубуса микроскопа.

### ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Заготовьте таблицы.
2. Произведите измерение истинной толщины пластинки  $h$  микрометром не менее 5 раз и занесите результаты в таблицу 1.

Таблица 1

$h$	
$h'$	

Таблица 2

$\langle h \rangle$	$\langle h' \rangle$	$N$	$\square h_1$	$\square h_1'$	$\square h_2$	$\square h_2'$	$\square h$	$\square h'$	$\square n$

3. Произведите измерение кажущейся толщины пластинки  $h'$  микроскопом 5 раз. Для этого:

⇒ поместите пластинку на предметный столик так, чтобы штрихи прочерченные на верхней и нижней сторонах пластинки оказались на оси объектива и поочередно наблюдались при изменении фокусировки,

⇒ рукоятками фокусировки конденсора и полевой диафрагмы добиться качественного освещения,

⇒ сфокусировать микроскоп рукоятками грубой и точной фокусировки на один из штрихов пластинки,

⇒ вращая рукоятку микрометрической фокусировки, получить резкое изображение другого штриха; перемещение тубуса (расстояние определить по шкале барабана.

(При этом необходимо также считать *число полных оборотов* барабана. Один оборот барабана соответствует перемещению тубуса на 0,5 мм. Цена деления шкалы барабана - 0,01 мм).

4. Определите и занесите в таблицу 2 *приборные* погрешности микрометра ( $\Delta h_1$ ) и винта микрометрической фокусировки микроскопа ( $\square h_1'$ ). Вычислите средние значения величин  $\langle h \rangle$ ,  $\langle h' \rangle$  и их *статистические* погрешности  $\square h_2$  и  $\square h_2'$ . Найдите *суммарные* погрешности для  $\square h$  и  $\square h'$  по стандартной методике.

5. Вычислите  $\langle n \rangle$  по формуле (7).

6. Вычислите погрешность измерения показателя преломления  $\square n$  по правилу вычисления погрешностей косвенных измерений.

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте законы преломления света на границе сред.
2. Начертите чертежи хода лучей при построении изображений в проекторе и лупе.
3. Начертите ход лучей при построении изображения в оптическом микроскопе.
4. Перечислите основные части оптического микроскопа и объясните их назначение.
5. Объясните методику эксперимента, получите рабочую формулу.

### Работа № 14

#### ТЕМА: «ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА МАЛЮСА»

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: Экспериментальная проверка закона Малюса.

ОБОРУДОВАНИЕ: Источник света, два поляризатора, фотоприемник.

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ

Согласно теории Максвелла, свет представляет собой электромагнитные волны с длиной волны от 400 до 800 нм. Плоская электромагнитная волна является поперечной: векторы  $E$  и  $B$  взаимноперпендикулярны и колеблются перпендикулярно направлению распространения волны (рис. 1)

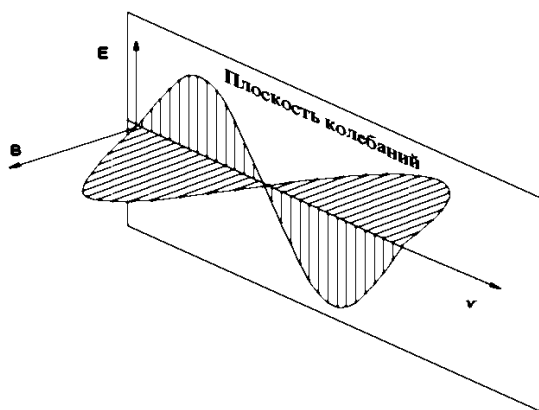


Рис. 1

Обычные источники света являются совокупностью большого числа быстровсвечивающихся ( $10^{-7}$  -  $10^{-8}$  с) элементарных источников (атомов или молекул), испускающих свет независимо друг от друга. Ориентация векторов  $E$  и  $B$  в результирующей волне будет хаотически изменяться, оставаясь, однако в плоскости, перпендикулярной лучу. Такой свет называется естественным или неполяризованным. Свет, в котором направление колебаний упорядочено каким-либо образом, называется поляризованным.

В плоскополяризованной волне колебания светового вектора (т.е. вектора напряженности электрического поля  $E$ ) происходят в одной плоскости. Эта плоскость называется плоскостью колебаний. Перпендикулярная к ней плоскость, в которой колеблется вектор индукции магнитного поля  $B$ , называется плоскостью поляризации (см. рис. 1). Свет, в котором направление вектора  $E$  (а, следовательно и  $B$ ) хаотически изменяется, но имеет преимущественную ориентацию, называется частично поляризованным.

Между различными видами поляризации существует взаимосвязь. Известно, что при сложении двух когерентных (т.е. имеющих постоянную во времени разность фаз) взаимно перпендикулярных колебаний в общем случае получается движение по эллипсу (см. тему "Сложение взаимно перпендикулярных колебаний"). В световой волне по эллипсу будет вращаться конец вектора  $E$  (и, разумеется,  $B$ ). Такая волна называется эллиптически поляризованной.

Когда разность фаз взаимно перпендикулярных колебаний равна 0 или  $\pi$ , эллипс вырождается в прямую, что соответствует плоскополяризованной волне. Т. е. плоскополяризованная волна, в свою очередь, является предельным случаем эллиптически поляризованной.

При равенстве амплитуд слагаемых и разности фаз равной  $\pi/2$  получается свет с циркулярной (круговой) поляризацией.

Неполяризованный (или частично поляризованный) свет можно представить как суперпозицию некогерентных плоскополяризованных световых волн: из-за изменяющейся во времени разности фаз упорядоченность колебаний вектора  $E$  будет нарушаться. Мы будем наблюдать как бы непрерывный хаотический переход одного вида поляризации в другой.

Плоскополяризованный свет можно получить из естественного с помощью поляризаторов, пропускающих колебания только с определенным направлением вектора  $\mathbf{E}$ . Это направление называется разрешенным. Соответствующая плоскость называется плоскостью поляризатора.

Для получения плоскополяризованного света используются различные явления.

1. При отражении электромагнитной волны от границы раздела двух диэлектриков коэффициент отражения зависит от ориентации вектора  $\mathbf{E}$  в соответствии с формулами Френеля. Компоненты с параллельной и перпендикулярной плоскости падения ориентацией светового вектора будут отражаться по-разному, поэтому отраженный луч будет частично поляризованным.

Если же угол падения  $i$  удовлетворяет условию

$$\operatorname{tg} i_B = n_2 / n_1, \quad (1)$$

то отраженный луч является плоскополяризованным (закон Брюстера). Световой вектор в такой волне будет ориентирован перпендикулярно плоскости падения.

2. Ряд кристаллов обладает двойным лучепреломлением, т. е. зависимостью показателя преломления от направления колебаний вектора  $\mathbf{E}$ . Упавший на кристалл луч разделяется на два луча со взаимно перпендикулярными направлениями колебаний, которые преломляются под различными углами. Один луч затем используется, а другой - поглощается. На этом явлении работают поляризационные призмы (николи).

3. Некоторые двоякопреломляющие кристаллы обладают свойством дихроизма, т. е. различного поглощения света в зависимости от ориентации светового вектора. Если одна из компонент испытывает практически полное поглощение, прошедший свет будет плоскополяризованным.

Неидеальный поляризатор пропускает небольшую долю волн поляризованных перпендикулярно разрешенному направлению. Для частично поляризованного света можно ввести величину, которая называется степенью поляризации  $P$

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (2)$$

где  $I_{max}$  и  $I_{min}$  - максимальная и минимальная интенсивности света, соответствующие взаимноперпендикулярным максимальной и минимальной компонентам вектора  $\mathbf{E}$ .

Поляризатор может быть использован для исследования поляризованного света, т.е. в качестве анализатора (рис. 2).

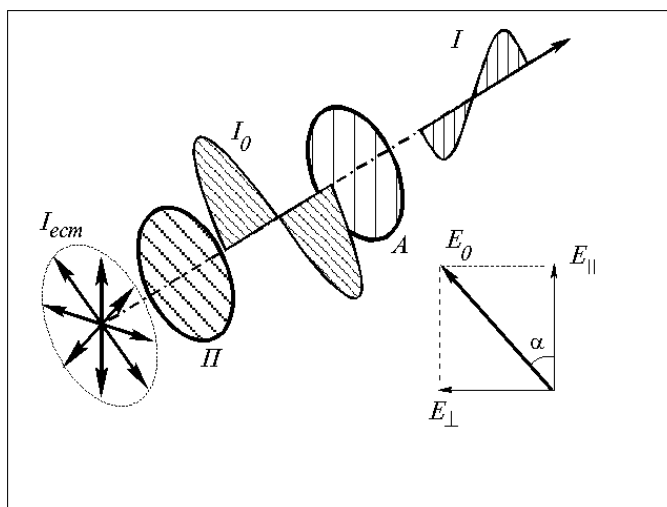


Рис. 2 Схема прохождения световой волны через систему поляризатора и анализатора.

Пусть поток естественного света падает на два последовательно расположенных поляризатора П и А. Интенсивность естественного света  $I_{ест}$  можно представить как сумму равных интенсивностей  $I_0$  двух линейно поляризованных волн со взаимно перпендикулярной поляризацией. После прохождения поляризатора П одна из волн поглотится. Прошедшая волна с интенсивностью  $I_0$  будет линейно поляризована, причем световой вектор будет ориентирован в плоскости поляризатора П.

Интенсивность поляризованного света в случае полной поляризации (и отсутствии поглощения для разрешенного направления светового вектора) связана с интенсивностью падающего (естественного) света  $I_{ест}$  соотношением

$$I_0 = \frac{1}{2} I_{ест} \quad (3)$$

Обозначим амплитуду электрического вектора для луча, прошедшего через поляризатор, через  $E_0$ . Если плоскость анализатора будет составлять угол  $\alpha$  с ориентацией вектора  $E_0$ , то составляющая, перпендикулярная плоскости анализатора

$$E_n = E_0 \sin \alpha$$

не пройдет, а составляющая

$$E_{\square} = E_0 \cos \alpha$$

пройдет через анализатор. Отношение интенсивностей света, прошедшего через анализатор  $I$  и падающего на анализатор  $I_0$ , равно отношению квадратов их амплитуд

$$\frac{I}{I_0} = \frac{E_{\square}^2}{E_0^2} \quad (4)$$

Отсюда

$$I = I_0 \cos^2 \alpha \quad (5)$$

Уравнение (5) выражает закон Малюса: интенсивность света, прошедшего через анализатор, равна интенсивности падающего на анализатор света, умноженной на квадрат косинуса угла  $\alpha$  между осями поляризатора и анализатора.

Таким образом, при помощи анализатора можно осуществлять анализ света на наличие преимущественной ориентации светового вектора: если световой вектор в падающей волне имеет преимущественную ориентацию, то при вращении анализатора интенсивность прошедшего света будет изменяться. Если же падающая волна линейно поляризована, то интенсивность света будет изменяться по закону Малюса.

### МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

На рис.3 представлена схема установки, используемой в данной работе.

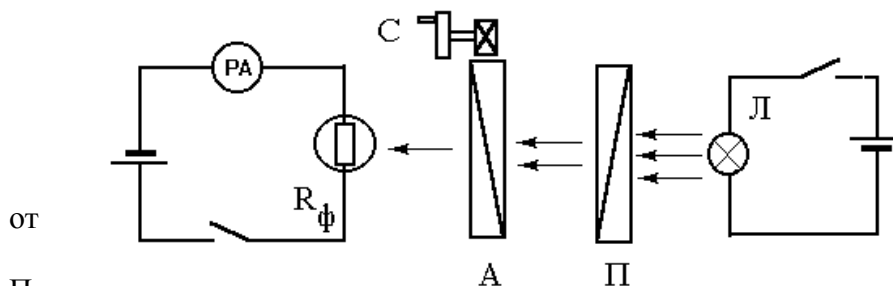


Рис. 3

Естественный свет лампы Л проходит через поляризатор при этом свет поляризуется. Свет, прошедший через

анализатор А, имеющий амплитуду

$$E_{\square} = E_0 \cos \alpha$$

и интенсивность

$$I = I_0 \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 \alpha \quad (6)$$

попадает на фоторезистор  $R_{\phi}$ . Ток фоторезистора  $i$  регистрируется стрелочным прибором. Вращая анализатор рукояткой С, можно снять зависимость силы тока  $i$  от угла  $\alpha$  между плоскостями поляризатора и анализатора

$$i = f(\alpha),$$

т.е. экспериментально проверить закон Малюса с учетом того, что сила тока пропорциональна интенсивности света ( $i \propto I$ ).

### ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Открыть крышку ящика, ознакомиться с монтажной схемой в соответствии с рис. 3.
2. Закрыть крышку и включить в сеть источник света.
3. Вращая ручку С добиться максимального показания прибора РА, что будет соответствовать параллельному положению плоскостей поляризаторов П и А, т. е.  $\alpha = 0$ .
4. Заготовить таблицу.

Таблица

$\alpha$	
$i$	
$i_T$	

5. Поворачивая рукоятку С (т.е. вращая анализатор) снять показания прибора через интервал в одно деление шкалы рукоятки (цена деления -  $15^\circ$ ) в диапазоне  $0 - 360^\circ$ .

6. Построить график зависимости  $i = f(\alpha)$

7. Определив по графику  $i_{\max} = i_0$ , рассчитать теоретически и построить соответствующий закону Малюса график зависимости

$$i_T = i_0 \cos^2 \alpha$$

8. Объяснить причину расхождения графиков  $i = f(\alpha)$  и  $i_T = f(\alpha)$ .

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое свет? Изобразите гармоническую электромагнитную волну. Укажите плоскость колебаний и плоскость поляризации.
2. Что такое поляризация? Какие существуют виды поляризации? Изобразите графически результат сложения двух взаимно перпендикулярных плоскополяризованных колебаний в случае: а) фазы колебаний одинаковы; б) сдвиг фаз равен  $\pi/2$ .
3. Какие существуют методы получения плоскополяризованного света? Начертите схему призмы Николя.
4. Получите выражение для закона Малюса.

### Работа № 15

#### ТЕМА: «ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИУСА КРИВИЗНЫ ЛИНЗЫ ПО КОЛЬЦАМ НЬЮТОНА»

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** Определить радиус кривизны линзы по интерференционным кольцам Ньютона.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** Обойма с линзой и плоскопараллельной пластинкой, оптическая скамья, гелий-неоновый лазер, короткофокусная линза, экран.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Свет, с точки зрения классической электродинамики, представляет собой поперечные электромагнитные волны, распространяющиеся в вакууме со скоростью  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. Белый

свет представляет собой совокупность монохроматических волн различных частот и длин волн. Длина волны монохроматического света связана с частотой  $\nu$  соотношением

$$\lambda = v/\nu ;$$

$$v = c/n,$$

где  $v$  - скорость распространения света в данной среде,  
 $n$  - абсолютный показатель преломления среды.

Монохроматические волны различных частот воспринимаются человеческим глазом и вызывают различные цветовые ощущения. Например, свет с частотой  $\nu = 0,4 \cdot 10^{15}$  Гц ( $\lambda = 750$  нм) воспринимается как красный.

Для волн различной природы характерно явление интерференции. Явление интерференции возникает при сложении двух волн, испущенных когерентными источниками. Когерентными называются источники, испускающие волны одинаковой частоты с постоянной разностью фаз и совпадающими плоскостями колебаний вектора напряженности электрического поля.

При наложении таких волн наблюдается устойчивая интерференционная картина, при которой в одних точках пространства происходит усиление интенсивности света (амплитуда колебаний увеличивается), а в других точках пространства происходит ослабление интенсивности света (амплитуда колебаний уменьшается почти до нуля), т.е. для явления интерференции характерно перераспределение энергии волн в пространстве.

Рассмотрим интерференцию света от двух когерентных источников света  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 1).

В точку М приходят две волны, прошедшие соответственно пути  $S_1M=l_1$  и  $S_2M = l_2$ . Величина

$$\Delta l = l_2 - l_1 \tag{1}$$

называется геометрической, а величина

$$\Delta = \Delta l \cdot n \tag{1'}$$

-оптической разностью хода интерферирующих волн.

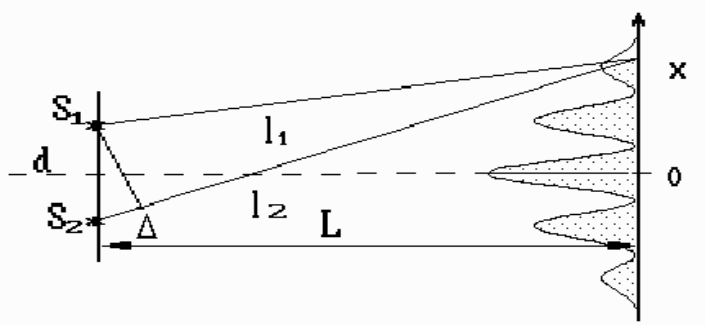


Рис. 1

Амплитуда  $E_0$  и интенсивность  $I$  (пропорциональная квадрату амплитуды) результирующего колебания в точке М зависят от разности фаз волн  $\delta$ , пришедших в данную точку пространства

$$E_0 = \sqrt{E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cdot \cos\delta} \tag{2}$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos\delta \tag{2'}$$

где  $E_{01}$ ,  $I_1$ ,  $E_{02}$ ,  $I_2$  - соответственно амплитуды и интенсивности волн от первого и второго источников.

Разность фаз  $\delta$  в точке М связана с разностью хода  $\Delta$  соотношением

$$\delta = 2\pi\Delta/\lambda \tag{3}$$

Анализируя (2') и (3), можно сказать, что максимальная освещенность будет наблюдаться в таких точках экрана, для которых разность хода волн будет равна четному

числу полуволн, а минимальная освещенность будет в точках экрана, для которых разность хода будет равна нечетному числу полуволн, т.е.

$$\Delta = 2k\lambda/2 \quad (4)$$

- условие максимума при интерференции,

$$\Delta = (2k+1)\lambda/2 \quad (4')$$

- условие минимума.

В результате интерференции на экране возникнет совокупность светлых (максимумы) и темных (минимумы) полос.

### МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В данной работе мы определяем радиус кривизны линзы с помощью колец Ньютона.

Пусть выпуклая поверхность линзы с большим радиусом кривизны  $R$  соприкасается в некоторой точке  $O$  с плоской поверхностью хорошо отполированной пластинки так, что остающаяся между ними воздушная прослойка постепенно утолщается от точки соприкосновения к краям (рис.2).

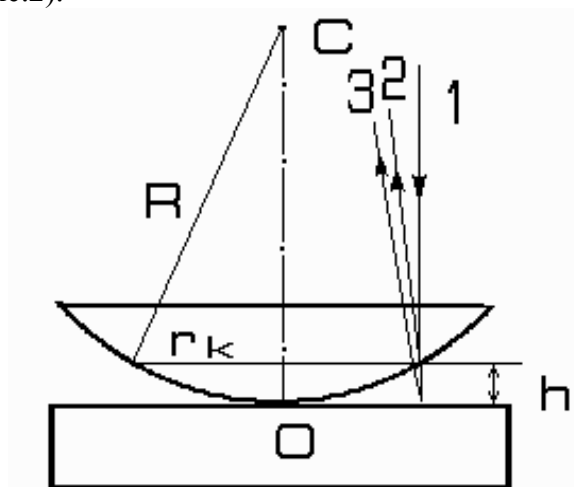


Рис. 2

Если на такую систему падает нормально пучок монохроматического света (луч 1), то световые волны, отраженные от нижней поверхности линзы (луч 2) и верхней поверхности пластинки (луч 3), будут интерферировать между собой. При этом образуются интерференционные линии, имеющие форму концентрических светлых и темных колец убывающей ширины, называемых кольцами Ньютона.

При такой схеме поперечное смещение двух частей волны очень мало, поэтому схема не требует источника света с высокой пространственной когерентностью. При небольших порядках интерференции также не требуется высокой продольной (временной) когерентности. Даже в белом свете кольца могут наблюдаться за счет того, что глаз человека является монохроматором, т.е. различает длины волн по цвету.

При нормальном падении лучей на линзу и большом радиусе кривизны вблизи точки соприкосновения линзы и пластинки их поверхности практически параллельны, поэтому отклонением лучей от нормали при преломлении и отражении можно пренебречь. Разность хода лучей 2 и 3 в произвольной точке линзы будет определяться толщиной зазора  $h$ :

$$\Delta = 2h + \lambda/2 \quad (5)$$

Добавочная разность хода в полволны объясняется тем, что при отражении от нижней пластинки, представляющей более плотную среду, чем воздух, волна 3 меняет фазу на  $\pi$ , что эквивалентно увеличению (либо уменьшению) ее пути на полволны  $\lambda/2$ .

В точке  $O$  - месте соприкосновения линзы с пластинкой остается тонкая воздушная прослойка, толщина которой значительно меньше длины волны. Поэтому разность хода



между лучами 2 и 3, возникающая в этой точке, будет определяться лишь потерей полуволны при отражении от пластинки ( $\Delta = \lambda/2$ ). Следовательно, в центре интерференционной картины должно наблюдаться темное пятно. Толщина зазора  $h$  может быть выражена через радиус кривизны  $R$  линзы и радиус кольца  $r$  из рис. 2.

$$r^2 + (R - h)^2 = R^2,$$

откуда, пренебрегая  $h^2$  по сравнению с  $R^2$ , получим

$$r^2 = 2Rh$$

или

$$h = r^2 / 2R \tag{6}$$

Подставляя (6) в (5) и используя условие максимума при интерференции (4), найдем связь между радиусом кривизны линзы и радиусом темных колец Ньютона (кольца нумеруются индексом порядка интерференции  $k$ )

$$2(r_k^2 / 2R) + \lambda/2 = 2k\lambda/2 + \lambda/2,$$

т.е.

$$r_k^2 = kR\lambda \tag{7}$$

Однако формула (7) не может быть применена для опытной проверки. Дело в том, что, за счет деформации линзы и наличия на поверхности даже очищенного стекла пылинок, стеклянная линза не примыкает к плоскопараллельной пластинке. Между ними имеется незначительный зазор величиной  $d$ , зависящий от размеров пылинок и степени деформации стекла. Поэтому толщина зазора  $h$  (и разность хода интерферирующих лучей) будут отличаться от расчетной по формуле (6). Возникает дополнительная разность хода в  $2d$ . Тогда условие образования темных колец примет вид:

$$\Delta = 2h + \lambda/2 + 2d \tag{8}$$

или

$$2h + \lambda/2 + 2d = (2k + 1) \cdot \lambda/2 \tag{8'}$$

Приравнявая (6) и (8'), получим

$$r_k^2 / (2R) = k\lambda/2 - d,$$

откуда

$$r_k^2 = kR\lambda - 2Rd \tag{9}$$

Из формулы (9) видно, что квадрат радиуса темного кольца  $r_k^2$  является линейной функцией ( $y = Ax + B$ ) номера  $k$  кольца, причем угловой коэффициент этой прямой  $A$  равен

$$A = R\lambda \tag{10}$$

Определив угловой коэффициент  $A$  и, зная длину волны источника монохроматического света, можно определить радиус  $R$  кривизны линзы.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

В данной работе используется установка, схема которой дана на рис.3. На оптической скамье укреплен источник 1 монохроматического света - гелий-неоновый лазер. Свет от него, пройдя короткофокусную линзу 2, служащую для расширения светового пучка, падает на линзу, которая вместе с плоскопараллельной пластиной закреплена в держателе 3. Лучи, отраженные от линзы и пластинки, интерферируют и дают изображение в виде темных и светлых колец на экране 4. Так как углы расширения пучка света малы, то справедливы предыдущие расчеты для нормального падения света на систему пластинка-линза.

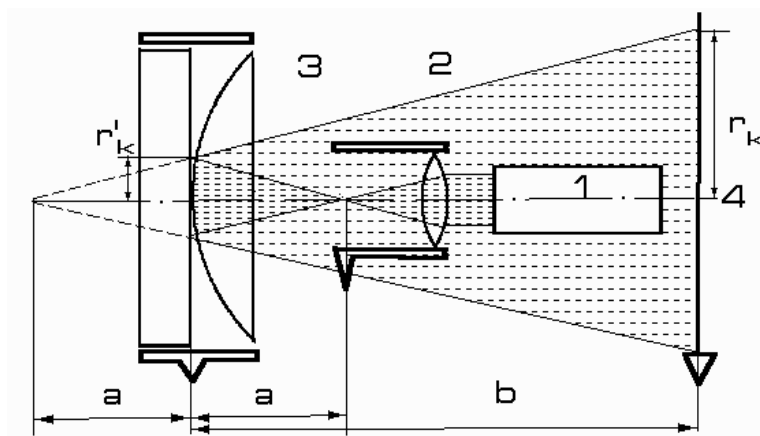


Рис. 3

Измерив радиус  $r_k'$  какого-либо кольца на экране и используя принцип подобия, можно из геометрии чертежа (рис.3) определить истинный радиус  $r_k$  кольца

$$r_k/a = r_k'/(a + b),$$

где  $a$  - расстояние между держателем 3 и фокусом линзы 2  
 $b$  - между держателем 3 и экраном 4, откуда

$$r_k = r_k' a/(a + b) \tag{11}$$

Измерение радиусов колец Ньютона на экране производится либо миллиметровой линейкой, либо по делениям миллиметровой шкалы, нанесенной на экран.

### ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Включите тумблер "Сеть" оптического квантового генератора.
2. Установите держатель 3 (рис.3) на расстоянии 80-90 см от лазера 1.
3. Передвигая линзу-расширитель 2, установите расстояние  $a = 30-50$  см и добейтесь четкого изображения интерференционных колец на экране 4.
4. Измерьте расстояния  $a$  и  $b$  и запишите данные в таблицу.
5. Измерьте радиусы 7-8 колец  $r_k'$  и данные занесите в таблицу. (Удобнее измерять диаметры с последующим перерасчетом).

Таблица

№ пп	$k$	$r_k'$ , м	$r_k$ , м	$r_k^2$ , м <sup>2</sup>

$a =$  ;  $b =$  ;  $\lambda = 0,6328 \cdot 10^{-6}$  м.

6. Выключите установку.
7. Рассчитайте истинные радиусы  $r_k$  колец по формуле (11) и квадраты радиусов  $r_k^2$ .

### ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Ручная обработка.
  - 1.1. Постройте график зависимости  $r_k^2 = f(k)$ : начертите оси, выберите нужный масштаб и нанесите на график экспериментальные точки  $(k, r_k^2)$ .
  - 1.2. Через экспериментальные точки проведите усредняющую прямую так, чтобы точки ложились на минимальном расстоянии по обе стороны от прямой.
  - 1.3. Определите по графику угловой коэффициент прямой  $A$  зависимости  $r_k^2 = f(k)$ .
  - 1.4. По данным расчета углового коэффициента  $A$  и с учетом формулы (10) определите радиус  $R$  кривизны линзы.

## 2. Обработка на ЭВМ.

2.1. При наличии программы обработки линейных зависимостей методом наименьших квадратов на ЭВМ, введите в программу в соответствии с инструкцией полученные данные (аргумент -  $k$ , функция -  $r_k^2$ ). Определите параметры линейной зависимости  $A$  и  $B$ .

2.2. По данным расчета углового коэффициента  $A$  и с учетом формулы (10) определите радиус  $R$  кривизны линзы.

2.3. Постройте график зависимости  $r_k^2 = f(k)$ : начертите оси, выберите нужный масштаб и нанесите на график экспериментальные точки ( $k, r_k^2$ ).

2.4. Проведите на графике прямую в соответствии с вычисленными параметрами. Данная прямая будет оптимальным графиком зависимости квадрата радиуса темного кольца  $r_k^2$  от номера кольца  $k$ .

2.5. Определите доверительную погрешность для  $R$ , пользуясь правилом нахождения косвенных погрешностей: зная  $S(A)$  - среднеквадратичное отклонение углового коэффициента и пренебрегая погрешностью длины волны.

## ВЫВОДЫ

1. Запишите результат определения  $R$  в стандартной форме.
2. Пользуясь графиком и формулой (9), оцените величину зазора  $d$ .

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие источники света являются когерентными?
2. В чем состоит явление интерференции света? Выведите условия максимума и минимума амплитуды результирующей волны при интерференции?
3. Почему кольца Ньютона называют "линиями равной толщины"?
4. Выведите формулу для определения радиуса колец Ньютона. Сделайте соответствующий чертеж
5. Получите рабочую формулу. Как определяется истинный радиус колец Ньютона в данной работе?

## Работа № 16

### ТЕМА: «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ СВЕТА ПРИ ПОМОЩИ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ»

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** Познакомиться с принципом действия дифракционной решетки. Познакомиться с принципом работы оптического квантового генератора. Определить длину волны света гелий-неонового лазера.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** гелий-неоновый лазер, дифракционная решетка, экран с нанесенными на нем миллиметровыми делениями, оптическая скамья.

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Процесс распространения колебаний в пространстве называется волной. Волны подразделяются на продольные и поперечные в зависимости от взаимной ориентации направления колебаний и направления распространения волны. Важнейшими характеристиками волн являются амплитуда, частота, длина волны.

Длиной волны  $\lambda$  называется расстояние между точками, фазы колебаний в которых различается на  $2\pi$ . Длина волны связана с фазовой скоростью  $v$  и частотой  $\nu$  формулой

$$\lambda = v/\nu \quad (1)$$

Для волн различной физической природы существуют особые способы измерения характеристик, в том числе и длины волны. Методы определения длин волн могут быть

прямые и косвенные. Прямые методы применимы только для механических волн. Для волны другой природы необходимо использовать или метод сравнения с волнами, характеристики которых известны, или методы, основанные на измерении величин, связанных с длиной волны формулами, полученными при теоретическом рассмотрении характерного для данной волны явления. Одно из таких явлений - дифракция.

Дифракцией света называется совокупность явлений, которые заключаются в отклонении от законов геометрической оптики и захождении света в область геометрической тени, при распространении света в среде с резкими неоднородностями. Дифракция света имеет много общих черт с интерференцией, однако исторически сложилось так, что интерференция от непрерывно расположенных источников когерентных волн была названа дифракцией.

По способу расчета дифракционной картины различают два случая: дифракция Фраунгофера (еще ее называют дифракцией плоских волн или дифракцией в параллельных лучах) и дифракция Френеля (дифракция сферических волн). Дифракция Фраунгофера имеет место когда источник света удален от препятствия настолько, что падающие на препятствие лучи можно считать параллельными между собой (плоская электромагнитная волна). Удаление экрана, на котором визуализируется дифракционная картина (плоскость наблюдения), от препятствия также должно быть достаточно велико, чтобы падающие на экран лучи были параллельны между собой. Параллельность лучей может быть также достигнута при помощи линзы.

Дифракционная решетка представляет собой стеклянную пластину, на которую при помощи специальной машины нанесены параллельные друг другу штрихи, которые непрозрачны для света. Расстояние между серединами двух соседних щелей называется периодом решетки  $d$  (рис. 1).

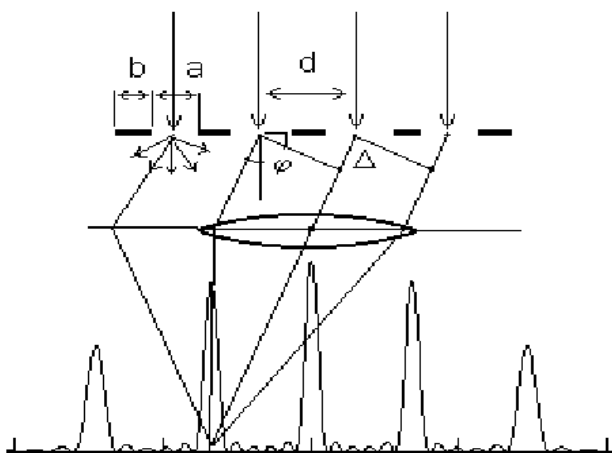


Рис. 1

Пусть на дифракционную решетку падает плоская монохроматическая волна. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля каждая точка щели становится источником вторичных волн, которые между собой когерентны. Фронт волны, испускаемой каждым таким источником, - сферический. Этим объясняется захождение света в область геометрической тени. Рассмотрим два луча, вышедших из средин соседних щелей решетки под одинаковыми углами  $\varphi$ . Из свойства таутохронности линзы следует, что разность хода лучей  $\Delta$  между лучами будет равна  $d \sin \varphi$ . В направлениях, для которых разность хода  $\Delta$  будет равна четному числу полуволн, распространение света будет происходить с максимальной плотностью энергии  $I$ .

Каждому углу  $\varphi$ , как видно из рис. 1, на экране соответствует единственная точка, в которой собираются все лучи, вышедшие из решетки под этим углом. Поэтому в тех точках экрана, для которых разность хода  $\Delta$  будет равна четному числу полуволн, будут наблюдаться максимумы интенсивности. Таким образом, положение главных интерференционных максимумов определяется уравнением

$$d \sin \varphi = k \lambda \quad (2)$$

где  $k$  - целое число.

Эти максимумы определяются как спектральные линии порядка  $k$ .

Главные минимумы соответствуют таким углам  $\varphi$ , для которых интенсивность света, излучаемая каждой щелью равна нулю

$$b \sin \varphi = + m \lambda \quad (3)$$

$$(m=1, 2, 3 \dots)$$

где  $b$  - ширина каждой щели в решетке.

Кроме минимумов, определяемых условием (3) в промежутке между двумя главными максимумами имеется  $(N-1)$  добавочных минимумов и максимумов. Эти минимумы возникают, когда волны от отдельных щелей взаимно погашают друг друга. В реальном эксперименте все добавочные минимумы сливаются в один темный участок. Поэтому дифракционная картина выглядит как совокупность коротких ярких участков, разделенных длинными темными. Из условия (2) можно определить длину волны падающего на решетку света

$$\lambda = d \sin \varphi / k \quad (4)$$

### МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Наблюдать дифракцию можно с помощью линзы на экране, расположенном в ее фокальной плоскости (рис. 2).

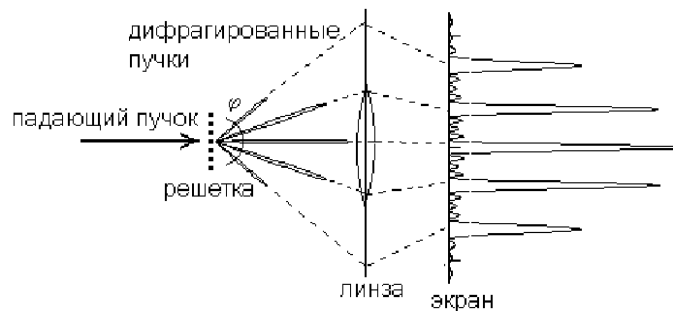


Рис. 2

В качестве источника излучения в данной работе используется оптический квантовый генератор - лазер. Его работа основана на принципиально квантовых явлениях, связанных с переходом атомов рабочего вещества лазера из возбужденного состояния в основное.

Работа лазера, главным образом, включает в себя два процесса: передачи лазеру энергии (процесс накачки) и излучения. В результате накачки атомы рабочего вещества лазера переходят в возбужденное состояние и могут некоторое время там находиться. Если на эту систему оказать воздействие (даже достаточно слабое), атомы синхронно перейдут из крайне неустойчивого возбужденного состояния в основное.

При этом каждый атом испустит световую волну с частотой  $\nu = (E^* - E_0)/h$ , где  $E^*$  - энергия возбужденного состояния,  $E_0$  - энергия основного состояния,  $h$  - постоянная Планка.

Складываясь эти волны образуют световой поток, обладающий целым набором свойств, отличающих лазерное излучение от излучения естественных источников света. Это - монохроматичность лазерного излучения, его поляризация, когерентность и очень малый угол расхождения светового пучка. Последняя особенность тождественна тому, что лазерный пучок представляет собой плоскую волну и на небольших расстояниях имеет очень малое сечение.

Следовательно при использовании лазера в качестве источника света нет необходимости ставить линзу между источником и решеткой для реализации дифракции Фраунгофера.

Условие параллельности лучей, падающих на экран после дифракции, можно записать как малость разности хода, обусловленную непараллельностью, для лучей, идущих из противоположных щелей решетки. Это условие после преобразований принимает вид:

$$L \gg B^2 / \lambda,$$

где  $L$  - расстояние между решеткой и экраном,  
 $B$  - ширина решетки.

В случае лазерного источника в дифракции участвует не вся решетка, а только ее часть, освещаемая лазерным пучком. Поэтому в вышеприведенном условии за  $B$  следует принимать диаметр лазерного луча. Если  $B \approx 0.1:0.2$  мм то при  $L > 20$  см можно считать условие дифракции Фраунгофера выполненным и для экрана, что позволяет не ставить линзу между источником и экраном. Если это не выполняется, то можно закрыть часть луча непосредственно перед решеткой. При выполнении всех перечисленных выше условий экспериментальная установка будет иметь вид, показанный на рис. 3.

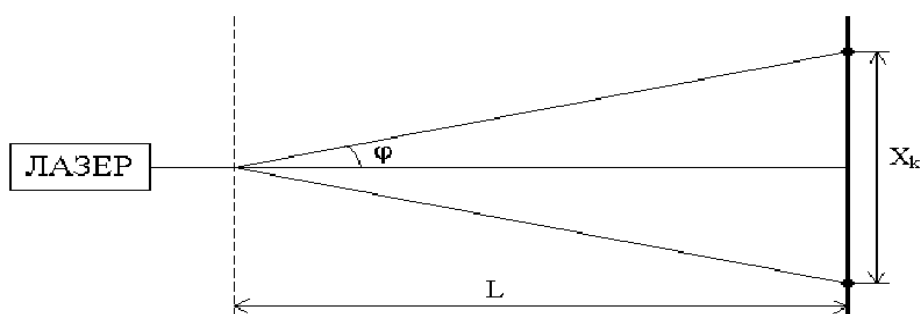


Рис.3

Решетка располагается на расстоянии  $L$  от экрана. Расстояние между двумя максимумами  $k$ -го порядка  $X_k$  изменяется в зависимости от расстояния  $L$ . В формуле (4) для расчета длины волны необходимо знать угол дифракции  $\varphi$ . Из рисунка 3 видно, что

$$\operatorname{tg} \varphi = X_k / 2L$$

Если  $L \gg X_k$ , то можно записать

$$\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = X_k / 2L \quad (5)$$

Подставив выражение (4) в (3), получим

$$\lambda = X_k d / 2Lk \quad (6)$$

### ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Заготовьте таблицу.

Таблица

№ п.п.	$L_i$ , м	$K$	$X_i$ , м	$\lambda_i$ , м
1		1		
2		2		
3		1		
...		...		

2. Включите лазер. Для каждого из трех указанных преподавателем расстояний  $L_i$  измерить расстояния  $X_i$  между максимумами 1-го и 2-го порядков. Результаты занести в таблицу.

3. По формуле (6) рассчитать длину волны  $\lambda$ .

4. Провести обработку результатов измерений и записать результат в виде  $\lambda = \langle \lambda \rangle \pm \Delta \lambda$ .

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение света.
2. Дайте определение дифракции. Приведите примеры. Для волн какой природы возможна дифракция?
3. Запишите 4 основных положения принципа Гюйгенса-Френеля. Объясните их смысл.
4. Чем отличается дифракция Фраунгофера от дифракции Френеля. Условия наблюдения дифракции Фраунгофера.
4. Объясните условия образования максимумов и минимумов освещенности при дифракции на дифракционной решетке. Выведите формулу для вычисления полного количества максимумов, которое можно наблюдать на экране.
5. Каков механизм излучения лазерных источников света? Чем отличается излучение лазерных источников от излучения естественных источников света?

### Работа № 17

#### ТЕМА: «ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРА АТОМА ВОДОРОДА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ РИДБЕРГА»

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** Изучить структуру спектра атомарного водорода для серии Бальмера. Определить постоянную Ридберга.

**ПРИБОРЫ:** Монохроматор УМ-2, газоразрядная трубка, ртутная лампа ДРШ-250.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Излучение и поглощение света веществом сопровождается переходом части атомов или молекул из одного энергетического состояния в другое. Атомы в обычных условиях находятся в основных, т.е. в невозбужденных, состояниях, при этом они не излучают и не поглощают энергию. Чтобы перевести атомы вещества в возбужденное состояние надо сообщить им дополнительную энергию, например, за счет соударений с электронами при газовом разряде, как это происходит в газоразрядной трубке или ртутной лампе ДРШ-250.

Возбужденные атомы излучают линейчатые спектры. Этот процесс сопровождается переходом атомов из состояния с большей энергией (возбужденное) в состояние с меньшей энергией (основное). Спектры являются характеристикой атомов или молекул. Самый простой спектр имеет атом водорода, спектральные линии которого сгруппированы в несколько серий.

Рассмотрим с точки зрения квантовой механики атом водорода, т.е. систему, состоящую из неподвижного ядра и электрона, находящегося в поле ядра. Движение электрона в электрическом поле неподвижного ядра описывается волновой функцией, удовлетворяющей стационарному уравнению Шредингера

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0 \quad (1)$$

где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  - оператор Лапласа,

$m$  - масса электрона,

$E$  - полная энергия электрона,

$U = -\frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r}$  - потенциальная энергия электрона в поле ядра

$r$  - расстояние электрона от ядра.

Сама волновая функция физического смысла не имеет, но квадрат ее модуля определяет вероятность  $dP$  того, что микрочастица будет обнаружена в пределах некоторого объема  $dV$

$$dP = |\psi|^2 dV \quad (2)$$

Уравнение (1) при отрицательных значениях энергии  $E$  (электрон связан с ядром) имеет решение только при вполне определенных дискретных значениях энергии (энергия электрона квантуется)

$$E_n = - \frac{me^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (3)$$

$n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ .

При этом вид волновой функции  $\psi = \psi_{nlm}$  зависит от трех квантовых чисел  $n, l, m$ .

Параметр  $n$  - главное квантовое число, - характеризует энергетическое состояние системы и совпадает с номером стационарного состояния.

Из решения уравнения Шредингера (1) следует, что орбитальный момент импульса электрона в атоме  $L$  также принимает дискретные значения (квантуется)

$$L_l = \hbar \cdot \sqrt{l(l+1)} \quad (4)$$

где  $l$  - азимутальное (орбитальное) квантовое число, характеризующее модуль момента импульса электрона, движущегося по орбите.

Кроме квантования энергии существует так называемое пространственное квантование. Вектор момента импульса электрона может принимать лишь те ориентации в пространстве, при которых проекция  $L_z$  вектора  $L$  на некоторое направление  $z$  (например, внешнего магнитного поля) принимает дискретные значения, кратные

$$L_z = m \cdot \hbar \quad (5)$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots, l$  - магнитное квантовое число.

При заданном главном квантовом числе  $n$ , числа  $l$  и  $m$  могут принимать несколько значений. Этому соответствуют различные волновые функции. Следовательно, атом водорода может иметь одно и то же значение энергии, находясь в различных состояниях, отличающихся значениями квантовых чисел  $l$  и  $m$ . Состояния с одинаковой энергией называются вырожденными, а число различных состояний с одним значением энергии называют кратностью вырождения этого состояния. Для атома водорода кратность вырождения уровня энергии равна:

$$\sum_{l=0}^{n-1} 2l + 1 = n^2$$

Ряд возможных значений энергии атома водорода для различных значений азимутального квантового числа представлен в виде схемы (рис.1). Показаны переходы, разрешенные правилом отбора для  $l$  ( $\Delta l = \pm 1$ ). Это означает, что возможны только такие переходы электрона, при которых  $l$  меняется на единицу. Это правило обусловлено тем, что фотон обладает спином - собственным моментом импульса. При испускании фотон уносит этот момент, а при поглощении атомом энергии приносит, так что правило отбора для  $l$  является следствием закона сохранения момента импульса.



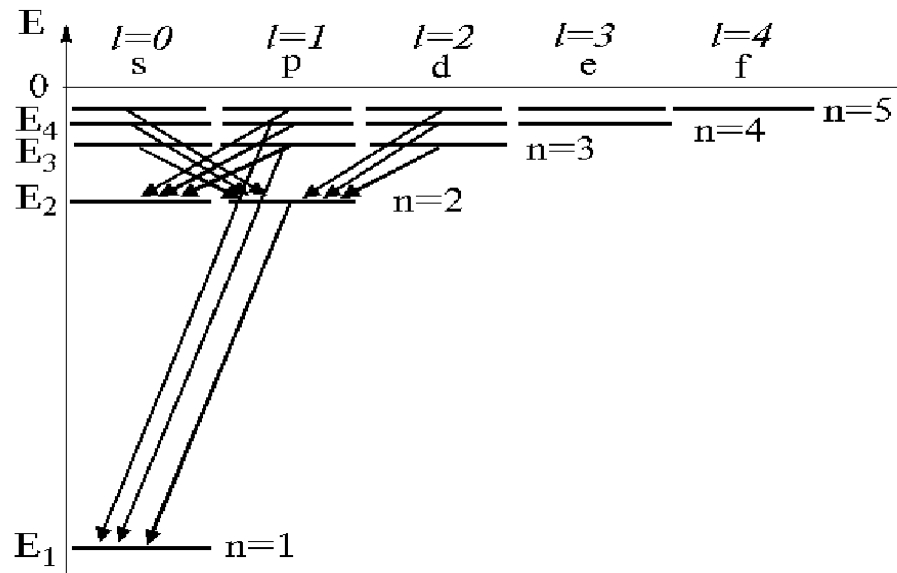


Рис. 1 Уровни энергии атома водорода и образование спектральных линий.

Зная структуру энергетических уровней, можно представить и структуру спектра излучения-поглощения. Поскольку

$$\Delta\omega = E_n - E_m \quad (6)$$

то, частоты, соответствующие различным спектральным линиям, можно записать в виде:

$$(7)$$

$$\omega = \frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^3} \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Таким образом, решение уравнения Шредингера для электрона в атоме водорода дает объяснение экспериментально наблюдаемым спектральным сериям в спектре водорода. Спектр водорода состоит из ряда закономерно повторяющихся спектральных линий, которые объединены в серии:

1 - серия Лаймана ( $m=1, n=2, 3, 4\dots$ ) лежит в дальней ультрафиолетовой области (97-122нм);

2 - серии Бальмера ( $m=2, n=3,4,5\dots$ ) в видимой и близкой ультрафиолетовой области (397-656нм);

3 - серии Пашена ( $m=3$ ), Брекета ( $m=4$ ), Пфунда ( $m=5$ ) находятся в инфракрасной области (свыше 956 нм).

В данной работе изучается серия Бальмера атомарного водорода, в которой обнаружено 25 линий от  $n=3$  до  $n=27$ . Для этой серии можно записать формулу Бальмера

$$(8)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \cdot \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

где  $R$  - постоянная Ридберга

$$R = \frac{me^4}{64\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3 c} \quad (9)$$

$c=3 \cdot 10^8$  м/с - скорость света в вакууме, -  
 $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м - электрическая постоянная,  
 $m=9,1 \cdot 10^{-31}$  кг - масса электрона,  
 $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл -заряд электрона,  
 $\hbar=1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж с - постоянная Планка.

В видимую область спектра попадают первые линии серии Бальмера  $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma, H_\delta$ , которые соответствуют  $n = 3, 4, 5, 6$  и находятся в красной, зеленой, голубой и фиолетовой областях спектра. Интенсивность линий убывает с возрастанием  $n$ . Легко наблюдаются в спектре линии  $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma$ , а линию  $H_\delta$  можно найти при внимательном рассмотрении синего-голубой области спектра.

### ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Для исследования спектра атома водорода используются водородная лампа и монохроматор УМ-2, предназначенный для измерения длин волн в диапазоне от 380 нм до 1000 нм. В состав прибора входят основные части (рис.2).

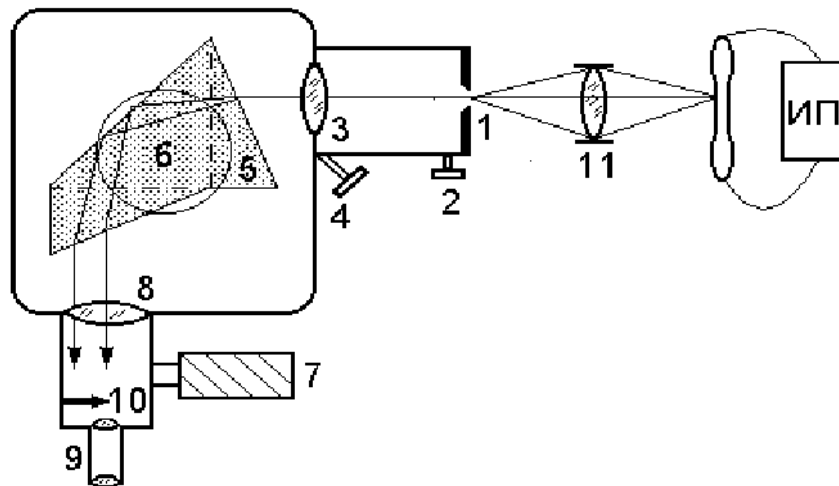


Рис. 2 Устройство монохроматора УМ-2

- Входная щель 1, снабженная микрометрическим винтом 9, который позволяет открывать щель на нужную ширину.

- Коллиматорный объектив 2, снабженный микрометрическим винтом 8, позволяющим смещать объектив относительно щели для фокусировки спектральных линий.

- Сложная спектральная призма 3, установленная на поворотном столике 6, вращающемся вокруг вертикальной оси при помощи микрометрического винта с барабаном 7. На барабан нанесена винтовая дорожка с градусными делениями (цена деления = 2 градуса), вдоль дорожки скользит указатель поворота барабана. При вращении барабана призма 3 поворачивается и в центре поля зрения появляются различные участки спектра.

- Зрительная труба, состоящая из объектива 4 и окуляра 5, объектив 4 дает изображение входной щели 1 в своей фокальной плоскости, в этой же плоскости расположен указатель 10. Изображение рассматривается через окуляр 5;

- На оптической скамье могут перемещаться рейтеры с источником света и конденсором 11, служащим для концентрации света на входной щели.

Луч света от источника освещает входную щель 1 монохроматора. Узкая полоска света - изображение щели, пройдя объектив, попадает на спектральную призму 3. За счет дисперсии лучи разных длин волн, имеющиеся в пучке, преломляются по-разному и,

следовательно, выходят из призмы под разными углами. Таким образом, излучение источника света монохроматором разлагается в спектр. Вращая призму можно направить в зрительную трубу пучок света определенной длины волны.

Источником света является стеклянная трубка с капилляром посередине, наполненная очищенным водородом при давлении около 1 мм. рт. ст. При включении высокого напряжения от индукционной катушки происходит свечение капилляра. Капиллярная часть трубки располагается параллельно вертикальной щели спектрометра.

## ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Отъюстируйте монохроматор:

- Установите ртутную лампу на расстоянии 40 см от щели монохроматора, а конденсор 11 примерно в 25 см от источника.

- Включите пульт управления, служащий для питания источников. Для яркого освещения входной щели перемещайте конденсор вдоль скамьи, стремясь получить на щели резкое изображение источника света. При этом для удобства наводки наденьте на щель белый колпачок с перекрестием. Для получения резких спектральных линий ширина входной щели устанавливается (барabanом 9) равной 0,02 - 0,04 мм.

- Для наблюдения спектра произведите тщательную фокусировку, с тем чтобы указатель 10 и спектральные линии имели четкие, ясные границы. Для этого, вращая кольцо окуляра, получите резкое изображение острия указателя, а вращением микрометрического винта 8 получите резкое изображение спектральных линий.

2. Вращая барабан монохроматора выставьте в окуляре красную область спектра. Поворачивая барабан в одном направлении (спектр смещается влево) определите показания барабана N, соответствующее каждой спектральной линии спектра ртути согласно табл. 1.

Таблица 1.

Цвет линии	Относительная яркость,	$\lambda$ , нм	Отсчет по барабану N
Красная	4	623,4	
Желтая дублет (левая)	10	579,1	
Светло-зеленая	10	546,0	
Зелено-голубая	10	491,6	
Синяя	10	435,8	
Фиолетовая дублет (левая)	7	410,8	

3. Выключите ртутную лампу. Уберите ее с оптической скамьи. Установите на скамью водородную лампу на том же расстоянии от входной щели. Перемещая конденсор поперек скамьи, добейтесь попадания светящегося изображения трубки во входную щель. Заготовьте таблицу 2.

Таблица 2.

цвет и индекс линии	отсчет по барабану N	длина волны $\lambda$ , нм	квантовое число n	постоянная Ридберга R, м
ярко-красная $H_{\square}$				
зелено-голубая $H_{\square}$				
синяя $H_{\square}$				
$H_{\square}$				

4. Вращая барабан 7, проведите отсчет положения линий:

- Найдите ярко-красную линию  $H_{\square}$ . Следует отметить, что в спектре водородной трубки наряду с линиями атомного спектра наблюдается спектр молекулярного водорода. Поэтому поиск нужных линий следует начинать у наиболее яркой красной линии.

Вторая линия  $H_{\beta}$  - зелено-голубая. В промежутке между ними располагаются несколько красно-желтых и зеленых сравнительно слабых молекулярных полос.

Третья линия  $H_{\gamma}$  - фиолетовая. Перед этой линией располагаются две слабые размазанные молекулярные полосы синего цвета. Четвертая линия - фиолетовая - в нашей установке не видна.

Для уменьшения ошибки ширину входной щели 1 делают малой (0,02 + 0,03 мм винтом 9). Для наблюдения слабых линий в крайней фиолетовой области щель приходится расширять до 0,05 + 0,06 мм. Глаз лучше замечает слабые линии в движении, при наблюдении удобно слегка поворачивать барабан в обе стороны до среднего положения.

5. Запишите показания барабана для линий  $H_{\alpha}$ ,  $H_{\beta}$ ,  $H_{\gamma}$  в таблицу.

6. Выключите водородную лампу. По данным табл. 1 постройте градуировочный график  $N = f(\lambda)$ . По градуировочному графику  $N = f(\lambda)$  и данным табл. 2 определите длины волн  $\lambda_{\alpha}$ ,  $\lambda_{\beta}$ ,  $\lambda_{\gamma}$ . Для определения линии  $\lambda_{\alpha}$  график следует экстраполировать в сторону больших длин волн.

7. Вычислите значение постоянной Ридберга в единицах, обратных длине для трех длин волн используя формулу (8) и данные таблицы 2.

8. Вычислите среднее значение  $\langle R \rangle$  и погрешности  $\Delta R$ ,  $\Delta R(\%)$ .

9. Вычислите теоретическое значение постоянной Ридберга по формуле (9). Сравните полученные результаты с экспериментальным значением  $R$ .

### ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ:

Понаблюдайте спектр неона и лампы накаливания. Сформулируйте выводы:

- Каков спектр лампы накаливания?
- Каков спектр неона и чем он отличается от спектра водорода?

### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Напишите уравнение Шредингера для атома водорода. В чем состоит физический смысл волновой функции?
2. Как объясняет квантовая теория испускание и поглощение света? Каков физический смысл квантовых чисел?
3. Объясните возникновение спектра испускания водорода и серийные закономерности?
4. Как устроен спектрометр-монохроматор УМ-2?

### Работа № 18

#### ТЕМА: «ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ БЕТА-СПЕКТРА ПО ТОЛЩИНЕ СЛОЯ ПОЛОВИННОГО ОСЛАБЛЕНИЯ»

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** Определить слой половинного ослабления бета- лучей в алюминии. Определить максимальную энергию бета-спектра.

**ОБОРУДОВАНИЕ:** Свинцовый домик с торцевым счетчиком СБТ-13, радиоактивный бета-источник, набор поглотителей - пластинок алюминия, пересчетная установка,

### КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

Радиоактивностью называется способность некоторых атомных ядер самопроизвольно (спонтанно) распадаться и превращаться в ядра атомов другого элемента с испусканием альфа-, бета- и гамма- лучей и других частиц (протонов, нейтронов).

Бета-излучение представляет собой поток электронов или позитронов, испускаемых соответственно при бета-минус распаде или бета-плюс распаде.

Бета-распадом называется самопроизвольное превращение ядра с испусканием бета-частицы, в результате чего ядро-продукт будет иметь то же массовое число, а заряд его будет

отличаться от заряда исходного ядра на единицу. Известно три типа бета-распадов: электронный бета-распад, позитронный бета-распад и электронный захват, или e-захват. Например, электронный бета-минус распад ядер кобальта-60 происходит согласно реакции:



Бета-частицы, вылетевшие из ядер, имеют различные начальные скорости, некоторые из них могут достигать 0,99 скорости света, энергия их может достигать 10 МэВ. В отличие от альфа-частиц, энергетический спектр которых линейчатый, бета-частицы обладают сплошным энергетическим спектром (рис.1).

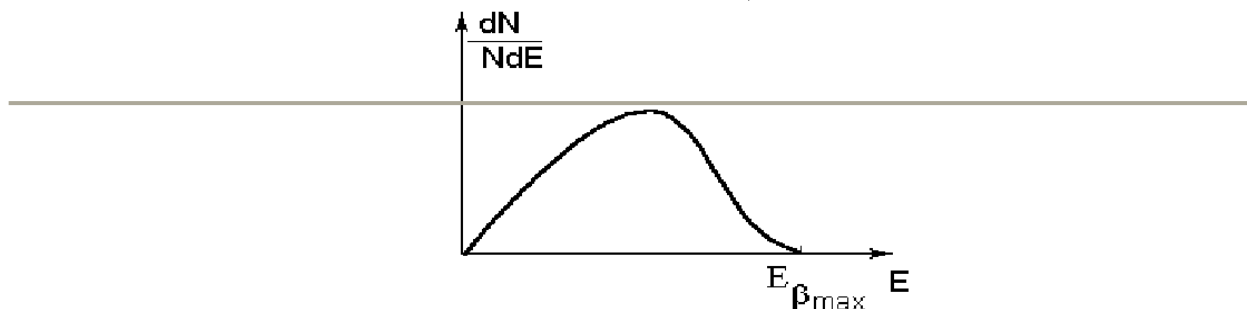


Рис. 1

Это означает, что при бета-распаде какого-либо изотопа испускаются бета-частицы самых различных энергий, величина энергии каждой частицы может быть любой, но не более  $E_{\beta_{max}}$  которая называется максимальной энергией бета-спектра и является характеристикой данного изотопа. Эта особенность бета-распада объясняется тем, что исходное ядро и ядро-продукт обладают дискретными, т.е. вполне определенными энергиями (рис.2)

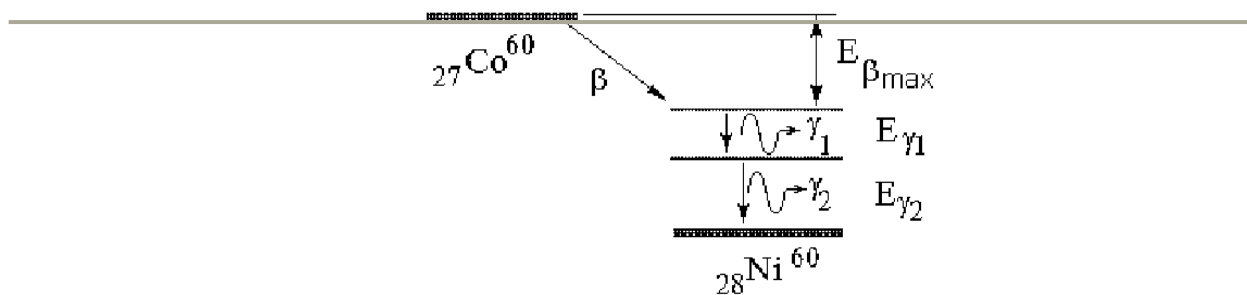


Рис. 2

Из энергетической диаграммы видно, что при электронном бета-распаде ядра  ${}_{27}^{60}\text{Co}$  его энергия уменьшается на 0,31 МэВ и возникает ядро  ${}_{28}^{60}\text{Ni}$  в возбужденном энергетическом состоянии. Выделяющаяся при этом распаде энергия 0,31 МэВ является максимальной энергией бета-спектра  $E_{\beta_{max}}$ . Эта энергия характерна для данного изотопа и является одинаковой у каждого из ядер одного и того же изотопа. Так как кроме бета-частицы при распаде выделяется еще и антинейтрино, то энергия 0,31 МэВ распределяется между электроном ( $\beta$ -частицей) и антинейтрино  ${}_0^0\nu$ . На долю электрона статистически в каждом конкретном случае бета-распада приходится большая или меньшая часть полной энергии бета-распада поэтому энергетический спектр бета-частиц оказывается сплошным.

Из схемы распада (рис.2) также видно, что ядро-продукт находится после распада в возбужденном состоянии и при переходе его в нормальное состояние испускаются гамма-кванты с энергиями 1,17 и 1,33 МэВ. Следовательно, энергетический спектр гамма-квантов,

сопровождающих бета-распад, линейчатый, и испускаются гамма-кванты не исходным ядром, а ядром-продуктом.

Бета-частицы (быстрые электроны или позитроны), испущенные ядрами при распаде, движутся в веществе, испытывая взаимодействие с электронными оболочками атомов и атомными ядрами среды. При упругом соударении электрона с атомами среды электрон изменяет направление и скорость движения, но суммарная кинетическая энергия электрона и атома не меняется. Так как масса электрона значительно меньше массы атома, передаваемой атому кинетической энергией можно пренебречь, т.е. при упругом рассеянии электроны не отдают энергию атомам среды.

При неупругих соударениях за счет кинетической энергии электронов происходит возбуждение или ионизация атомов среды. Потери энергии электронов на ионизацию и возбуждение атомов среды называют ионизационными потерями.

Кроме ионизационных потерь энергии, взаимодействие быстрых электронов с кулоновским полем атомных ядер приводит к торможению электронов с испусканием тормозного излучения, т.е. возникают радиационные потери энергии.

Таким образом, при взаимодействии бета-электронов с атомами вещества бета-частицы за счет ионизационных и радиационных потерь тормозятся до тепловых скоростей, поглощаются веществом и выбывают из распространяющегося пучка.

Обозначим:  $N_0$  - число бета-частиц, падающих параллельным пучком на вещество. После прохождения слоя вещества толщиной  $d$  пучке остается  $N$  бета-частиц. Закон поглощения имеет вид:

$$N = N_0 \cdot e^{-\mu d} \quad (2)$$

где  $\mu$  - линейный коэффициент ослабления бета-частиц в данном веществе. Если толщина вещества  $d$  такова, что

$$d = d_{05} = \ln 2 / \mu \quad (3)$$

то из уравнения (2) следует, что  $N/N_0 = 0,5$ .

Следовательно, мишень толщиной  $d$  ослабляет интенсивность пучка бета-частиц в 2 раза. Величину  $d$  называют слоем половинного ослабления бета-частиц в веществе. Она является характеристикой данного вещества и зависит только от максимальной энергии  $E_{\max}$

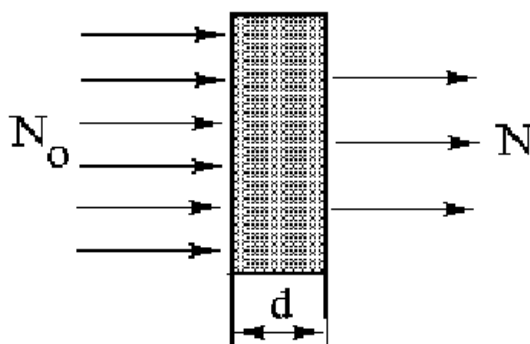


Рис. 3

Бета-частицы поглощаются веществом слабее альфа-частиц. Так, если пробег альфа-частиц в воздухе достигает 10 см, то бета- частицы проходят в воздухе десятки метров. Слой половинного ослабления бета-частиц с максимальной энергией бета-спектра 2 МэВ составляет: для алюминия - 0,5 мм, для латуни - 0,16 мм. Таким образом, слой латуни толщиной 1,5-2 мм практически полностью поглощает все падающие на него бета-частицы.

## СХЕМА УСТАНОВКИ И МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ

В данной работе слой половинного ослабления определяется методом поглощения. Толщина слоя половинного ослабления  $d$  определяется путем построения кривой поглощения бета-частиц, т.е. зависимости интенсивности прошедшего  $\beta$ -излучения ( скорости счета  $N$  бета-частиц) от толщины слоя  $d$  поглотителя.

Для построения кривой поглощения используется счетная установка с торцовым счетчиком (рис.4).

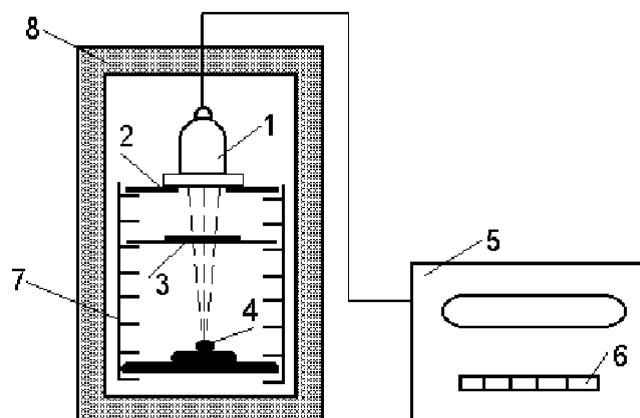


Рис. 4

При помощи диафрагмы 2 выделяется узкий пучок бета-частиц, испускаемых радиоактивным источником 4. Пучок бета-частиц проходит через пластинки поглотителя 3 и попадает в детектор 1, представляющий из себя газоразрядный счетчик Гейгера-Мюллера. При попадании бета-частицы в рабочий объем счетчика в нем возникает кратковременный электрический разряд.

Этот электрический сигнал поступает на пересчетную установку 5 где производится счет импульсов за заданный промежуток времени. Счетчик, поглотитель, диафрагма и источник бета-частиц помещены в свинцовый домик 8. Измерение времени счета производится либо секундомером либо при помощи реле времени находящимся в пересчетной установке.

Помещая между источником бета-частиц и счетчиком алюминиевые поглотители разной толщины  $d$ , снимаем кривую поглощения. Логарифмируя закон поглощения (2) и учитывая (3), получим:

$$\ln(N) = -(\ln 2/d_{05}) \cdot d + N_0 \quad (4)$$

Из выражения (4) видно, что логарифм скорости счета является линейной функцией толщины поглотителя  $d$ , причем толщина слоя половинного ослабления  $d_{05}$  бета-частиц в веществе обратно пропорциональна угловому коэффициенту  $A = -(\ln 2/d_{05})$  линейной зависимости  $\ln(N) = f(d)$

Практически слой половинного ослабления удобно выражать не в единицах длины (сантиметрах или миллиметрах), а в единицах поверхностной плотности ( $\text{г/см}^2$  или  $\text{мг/см}^2$ , т.е. указывать массу поглотителя, приходящуюся на единицу его поверхности)  $\square_{05}$ .

$$\Delta_{05} = d_{05} \cdot \rho \quad (5)$$

где  $\square$  - объемная плотность поглотителя.

Удобство измерять слой половинного ослабления в единицах поверхностной плотности состоит в том, что величина  $\square_{05}$  для частиц данной энергии в различных материалах имеет одно и то же значение. Зная слой половинного ослабления  $\square_{05}$ , находим максимальную энергию бета-спектра по таблице 1, либо по формуле





1.1. Постройте график зависимости  $\ln(N) = f(d)$  : постройте оси, нанесите нужный масштаб и экспериментальные точки  $(d_i, \ln(N)_i)$  согласно табл. 2.

1.2. Через экспериментальные точки проведите оптимизированную прямую (так, чтобы по обе стороны от нее было расположено одинаковое число точек на примерно одинаковом расстоянии).

1.3. Определите по графику угловой коэффициент прямой по формуле:  $A = \Delta y / \Delta x$ , где  $\Delta y$  и  $\Delta x$  - приращение ординаты и абсциссы, определенные по двум произвольным точкам на прямой.

~~1.4. Согласно (4) по величине обратного значения углового коэффициента  $(1/A)$  полученной прямой вычислите толщину  $d_{05}$  и слоя половинного ослабления по формулам (4) и (5). По табл. 1 или формуле (6) определите максимальную энергию бета-спектра.~~

2. Обработка на ЭВМ.

2.1. В соответствии с инструкцией к программе обработки линейных зависимостей методом наименьших квадратов произведите обработку экспериментальной зависимости  $\ln(N) = f(d)$

1.3. Провести на графике прямую через рассчитанные на ЭВМ контрольные точки. Данная прямая будет оптимальным графиком нашей экспериментальной зависимости.

1.4 Согласно (4) по величине обратного значения углового коэффициента  $(1/A)$  полученной прямой вычислите толщину  $d_{05}$  и слоя половинного ослабления  $\Delta_{05}$ , по формулам (4) и (5). По табл. 1 или формуле (6) определите максимальную энергию бета-спектра.

1.5. Определите доверительную погрешность  $\Delta(d_{05})$  по формуле:

$$\Delta(d_{05}) = t_{\alpha(n-2)} \cdot S(1/A) \cdot \ln 2$$

где  $t_{\alpha(n-2)}$  - коэффициент Стьюдента для числа степеней свободы, равного  $(n-2)$ ,  $S(1/A)$  - среднеквадратичное отклонение обратного значения углового коэффициента  $(1/A)$ .

## ВЫВОДЫ

1. Запишите результаты измерения в виде

$$d_{05} = \text{_____} \pm \text{_____}, \text{ см, } \alpha = 0,95$$

$$\Delta_{05} = \text{_____}, \text{ мг/см,}$$

$$E_{\square max} = \text{_____}, \text{ МэВ}$$

2. По полученному графику оцените, как выполняется закон поглощения (2). Мерой невыполнения закона может также служить величина  $\Delta(d_{05})/(d_{05})$

---

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое бета-излучение? Какие бывают виды бета распадов? Записать реакции каждого вида бета-распада.

2. Какой характер имеет спектр энергий бета-частиц? Как объяснить его происхождение? Что называют максимальной энергией бета-спектра?

3. Запишите закон ослабления  $\square$ -излучения в веществе. Что называется слоем половинного ослабления? Какой вид имеет зависимость

$$\ln(N) = f(d)?$$

4. Объясните принцип работы счетчика Гейгера-Мюллера?

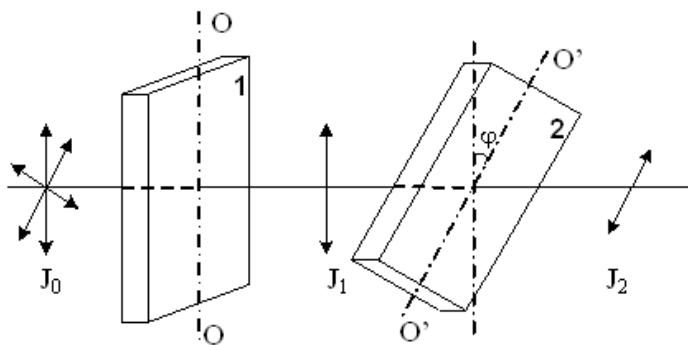
5. Каким методом определяется слой половинного ослабления в данной работе?

**ПРИМЕРНЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ПО ПРОВЕРКЕ ОСТАТОЧНЫХ  
ЗНАНИЙ ДЛЯ СТУДЕНТОВ**

---

Время выполнения теста: **80** минут  
Количество заданий: **30**

пластинки 1 и 2 соответственно, и  $\varphi = 45^\circ$ , тогда угол между направлениями  $OO$  и  $O'O'$  равен...

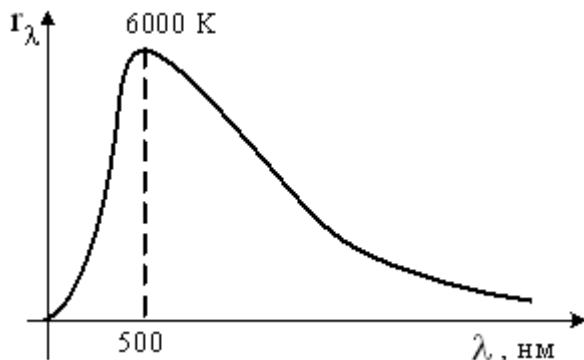


**ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:**

- |    |            |    |            |
|----|------------|----|------------|
| 1) | $45^\circ$ | 2) | $30^\circ$ |
| 3) | $90^\circ$ | 4) | $60^\circ$ |

**ЗАДАНИЕ N 23** (- выберите один вариант ответа)

На рисунке показана кривая зависимости спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела от длины волны при  $T=6000\text{K}$ . Если температуру тела уменьшить в 4 раза, то длина волны, соответствующая максимуму излучения абсолютно черного тела, ...

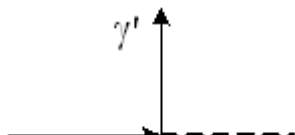


**ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:**

- |    |                     |    |                     |
|----|---------------------|----|---------------------|
| 1) | уменьшится в 4 раза | 2) | уменьшится в 2 раза |
| 3) | увеличится в 4 раза | 4) | увеличится в 2 раза |

**ЗАДАНИЕ N 24** (- выберите один вариант ответа)

На рисунке показаны направления падающего фотона ( $\square$ ), рассеянного фотона ( $\square'$ ) и электрона отдачи ( $e$ ). Угол рассеяния  $90^\circ$ , направление движения электрона отдачи составляет с направлением падающего фотона угол  $\varphi = 30^\circ$ . Если импульс падающего фотона  $3(\text{МэВ} \cdot \text{с})/\text{м}$ , то импульс рассеянного фотона (в тех же единицах) равен...



---

---

---

---

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Рабочая программа для специальности 130301 «Геологическая съемка, поиски и разведка полезных ископаемых»	3
2. Конспект лекций	21
3. Методические рекомендации к выполнению практических заданий	162
4. Практические занятия	163
5. Примерные варианты контрольных работ	179
6. Методические рекомендации и правила выполнения физического практикума	181
7. Физический практикум	186
8. Примерный вариант тестовых заданий по проверке остаточных знаний	276

---