Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Амурский государственный университет
(ГОУВПО «АмГУ»)

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИЕ РАБОТЫ ПО ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКЕ

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Семичевская Н.П.

Благовещенск 2007

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
факультета математики
и информатики
Амурского государственного
университета

Расчетно-графические работы по дискретной математике: Учебно-методическое пособие для специальностей 230201 – «Автоматизированные системы обработки и управления» и 230201 – «Информационные системы и технологии»: учебно-методический комплекс дисциплины. / Семичевская Н.П. – Благовещенск. Изд-во Амурского гос. ун-та, 2007. 102 с.

Рецензенты:
Е.Ф. Попова, к.т.н., доцент кафедры информатики Благовещенского педагогического государственного университета.

Т. А. Макарчук, к.пед.н., доцент кафедры общей математики и информатики Амурского государственного университета.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов специальностей 230201 – «Автоматизированные системы обработки и управления» и 230102 – «Информационные системы и технологии» для выполнения расчетно-графических работ по дисциплине «Дискретная математика». Пособие содержит варианты заданий для 2-х расчетно-графических работ с примерами выполнения одного варианта.

1. ТРЕБОВАНИЯ К ОТЧЕТУ ПО ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

1. Для выполнения расчетно-графической работы (РГР) выдается вариант из 25-ти предложенных вариантов. В течение семестра студент должен выполнить две РГР.
2. Титульный лист к отчету по лабораторной работе оформляется в соответствии со стандартом (смотреть приложение 1)
3. В отчете следует отразить этапы выполнения расчетно-графической работы, указав основные методы, которые использовались при выполнении работы, и отразив, все этапы выполнения заданий из РГР с подробными пояснениями.

2. ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЕ №1

N,**Z**,**R**,**Q** – символы стандартных множеств соответственно натуральных, целых, действительных, рациональных чисел;

$\cup$– бинарная операция объединения множеств;

$\cap$– бинарная операция пересечения множеств;

$\setminus$ – операция разность множеств;

$\oplus$– бинарная операция симметрическая разность множеств;

$\rceil$ – унарная операция дополнения множества до универсального;

$|Q| = n$ – мощность множества Q, количество элементов множества Q;

$\beta(U)$ – булеан множества U;

$Y\times X$ – прямое произведение множеств X,Y;

$\oplus_p$, $\otimes_p$ – бинарные операции соответственно сложение, умножение по модулю p, заданные на множестве $N_p = \{0,1,2, \ldots p-1\}$;

R^{-1} – обратное отношение;

$\rceil R$ – дополнение отношения;

f^{-1} – обратная функция.

3. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ВАРИАНТА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ №1

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество натуральных четных чисел, кратных 3.

Решение

Для того чтобы задать множество, с помощью характеристического предиката надо порождающую процедуру или правило представить в виде предиката: $M=\{m|\ (m=2k,\ k\in\mathbf{N})\ \&$ (m делится на 3 без остатка); $m\in\mathbf{N}\}$, если представить элементы множества M = 6, 12, 18, 24, 30, 36, … Порождающая процедура для этого множества записывается как $M = \{m|\ m=6n,\ n,m\in\mathbf{N}\}$.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:

а) $S=\{s \mid s = k+l,\ k,l$ – делители числа $24\}$;

Решение

Перечислим делители числа 24, это множество D = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12}, тогда множество S получится из множества D как различные суммы его элементов S = {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15, 16, 18, 20}.

б) $X=\{x \mid (x-5)^2(x-3)(x-7)(x+1)(x^2-144) = 0\}$;

Решение

Множество X - это множество корней уравнения $(x-5)^2(x-3)(x-7)(x+1)(x^2-144)=0$, данное уравнение представлено в виде сомножителей, поэтому множество X={-12,-1, 5, 3, 7, 12}.

в) множество натуральных отрицательных чисел.

Решение

Множество натуральных отрицательных чисел есть $\varnothing$ т.к. натуральные числа это только целые положительные числа, множество натуральных чисел не содержит отрицательных чисел, поэтому это множество равно $\varnothing$

3. Записать множество порождающей процедурой:

а) {1,2,3,…};

Решение

$A=\{a|\ a+1,\ a\in\mathbf{N}_0\}$

б) {2, 4, 8, 16, 32, …,1024};

Решение

$B=\{b|\ 1)\ b=2,\ b\in B;\ 2)\ b= b*2,\ b\in B\}$

б) множество чисел кратных 3.

Решение

Множество описывается порождающей процедурой C={c| c=3*n, n∈**N**}.

4. Верны ли утверждения:

а) A={1,2,{3,4,5},{10}}, |A|=6,| |β(A)|=2^6;

Решение

Неверно, т.к. множество A содержит 4 элемента, два из которых есть множества.

б) {2}∈{1,2,3,4,5,6};

Решение

Неверно, т.к. множество не содержит элементов, которые есть множества.

в) {(0,0),(1,1)} ⊂ B_n(U), U - двухэлементное множество, n=2;

Решение

Неверно, т.к. множество B_n (U) содержит не все векторы-наборы для двухэлементного множества, B_n (U)={(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)}.

г) [0,1) ⊆**R**, |[0,1)|=∞.

Решение

Верно, по теореме о мощности отрезка.

5. Найти все подмножества множества D={слон, лось, зубр, зебра}; сколько подмножеств содержат только слова зебра и слон; какова мощность булеана множества D(|β(D)|)?

Решение

Булеан β(D) запишем в таблицу:

№	B_n	β(D)
0	(0 0 0 0)	{∅}
1	(0 0 0 1)	{ зебра }
2	(0 0 1 0)	{ зубр}
3	(0 0 1 1)	{ зубр, зебра }
4	(0 1 0 0)	{ лось}
5	(0 1 0 1)	{ лось, зебра }
6	(0 1 1 0)	{ лось, зубр}
7	(0 1 1 1)	{ лось, зубр, зебра }
8	(1 0 0 0)	{ слон }
9	(1 0 0 1)	{ слон, зебра }
10	(1 0 1 0)	{ слон, зубр}

11	(1 0 1 1)	{слон, зубр,зебра }
12	(1 1 0 0)	{слон, лось}
13	(1 1 0 1)	{слон, лось, зебра }
14	(1 1 1 0)	{слон, лось, зубр}
15	(1 1 1 1)	{слон,лось,зубр,зебра}

Одно подмножество множества D содержит только слова зебра и слон, его порядковый номер 9; мощность булеана множества D $|\beta(D)| = 2^4 = 16$, т.е. всего 16 подмножеств можно сформировать для множества D.

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества X – множество простых чисел, Y – множество четных чисел. Определить множества: $X\cap Y$, $X\cup Y$, $X\setminus Y$.

Решение

а) $X\cap Y = \{2\}$, т.к. множество простых чисел пересекается с множеством четных чисел только для числа 2, простые числа – это числа, которые делятся без остатка на 1 или на себя и нет больше для этих чисел делителей, а четные числа делятся без остатка на 2, на 1 и на себя, также для этих чисел существует ряд делителей отличных от 1, 2 и самого четного числа;

б) $X\cup Y$ – это множество простых и четных чисел;

в) $X\setminus Y = X$ – множество простых чисел.

7. Доказать:

а) если $A\cup B\cup C=U$ (U-универсальное множество) и $A\cap B=\varnothing$, $A\cap C=\varnothing$, $B\cap C=\varnothing$, то $\rceil A=B\cup C$;

Решение

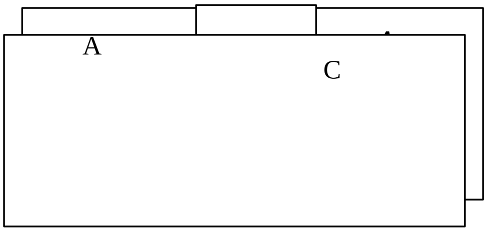
Для доказательства утверждения $\rceil A=B\cup C$, при выполнении условий задачи запишем формулу $A\cap(B\cup C)= A\cap\varnothing= \varnothing$ получаем, что множество A не пересекается с множеством $(B\cup C)$, а при объединении этого множества с множеством A получаем множество универсальное U. Из определения операции дополнения множества D (до универсального множества U) $\rceil D = U\setminus D$, $D\cap\rceil D=\varnothing$, $D\cup\rceil D=U$. Получаем, что множество $B\cup C$ является дополнением множества A до универсального или $\rceil A= B\cup C$.

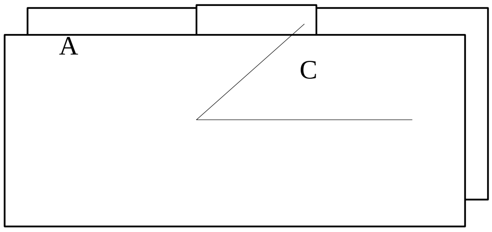
б) $X \setminus (Y \setminus X) = X$.

Покажем, что множество $X \setminus (Y \setminus X)$ равно множеству X. Для любого элемента $a \in X \setminus (Y \setminus X)$ это значит, что $a \in X$ и $a \notin (Y \setminus X)$. Получаем, что $a \in X$ и $a \notin Y$. Из этого следует, что $a \in X$.

Если $a \in X$, то $a \in X \setminus (Y \setminus X)$.

Следовательно два множества $X \setminus (Y \setminus X)$ и X равны.





8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:

Решение

а) $A \cup B \cap C = (A \cap C) \cup (A \cup B)$;

$\neq$

$A \cup B \cap C$ $(A \cap C) \cup (A \cup B)$

б) $(A \cap B) \setminus C = A \setminus C \cap B \setminus C$;

$=$

$(A \cap B) \setminus C$ $A \setminus C \cap B \setminus C$

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и определением равенства множеств, доказать: $\varnothing \cap A = \varnothing$.

Решение

Докажем $\varnothing \cap A = \varnothing$, используя определение операции пересечения и утверждение о равенстве двух множеств. Пусть $a \in \varnothing \cap A$, по определению операции пересечение ($\cap$) это значит, что $a \in \varnothing$ и $a \in A$, ($a \in \varnothing$ не возможно, т.к. пустое множество не содержит элементов) из этого следует, что множество пустое.

10. Какое множество изображено заштрихованной фигурой?

Решение

$(U \backslash A) \cup B$.

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Проверить свойства бинарных операций (сложение, умножение) $\varphi(x_1, x_2)= x_1+x_2$ и $\gamma(x_1, x_2)= x_1*x_2$ (ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность), заданных на конечном множестве $M = \{1,2,3,4,5,6\}$. Задать операции таблицами Кэли.

Решение

Постоим таблицы Кэли для операций $\varphi(x_1, x_2)$ и $\gamma(x_1, x_2)$.

$\varphi(x_1, x_2)$	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$\gamma(x_1, x_2)$	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

Коммутативность $\varphi(x_1, x_2)$: $x_1+x_2= x_2 +x_1$, для любых $x_1, x_2 \in M$, (2+5 = 5+2).

Ассоциативность $\varphi(x_1, x_2)$: $(x_1+x_2) + x_3 = x_1+ (x_2 + x_3)$, для $x_1, x_2 \in M$.

Дистрибутивность $\varphi(x_1, x_2)$ относительно $\gamma(x_1, x_2)$: $(x_1* x_2) + x_3 \neq x_1+x_3 * x_2+x_3$, для $x_1, x_2 \in M$, ((1*2)+4 $\neq$ 1+4 * 2+4, 6 $\neq$ 30). Операция $\varphi(x_1, x_2)$ не дистрибутивна относительно операции $\gamma(x_1, x_2)$.

Коммутативность $\gamma(x_1, x_2)$: $x_1 *x_2= x_2 *x_1$, для любых $x_1, x_2 \in M$, (4*3 = 3*4).

Ассоциативность $\gamma(x_1, x_2)$: $(x_1 * x_2)* x_3 = x_1 * (x_2 * x_3)$, для $x_1, x_2 \in M$.

Дистрибутивность $\gamma(x_1, x_2)$ относительно $\varphi(x_1, x_2)$: $(x_1+ x_2) * x_3 = x_1*x_3 + x_2*x_3$, для $x_1, x_2 \in M$, ((1+2)*3=1*3+2*3, 9=9). Операция $\gamma(x_1, x_2)$ дистрибутивна относительно операции $\varphi(x_1, x_2)$.

Замечание. Множество M не замкнуто относительно $\varphi(x_1, x_2)$ и $\gamma(x_1, x_2)$.

2. Пусть соответствие G1 задано на декартовой плоскости, определить его свойства:

а) G1

Решение

$G1=\{(x,y) \mid 2<=x<=6,\ y=4;\ x,y\in \mathbf{R}\}$, $G1\subseteq [2,6]\times[2,6]$

1) Соответствие G1 *всюду определено*, т.к. $пр_1G1=[2,6]$;

2) Соответствие G1 *не сюръективно*, т.к. $пр_2G1 \neq [2,6]$;

3) Соответствие G1 *функционально*, т.к. для любого $x\in пр_1G1=[2,6]$ существует единственный $y\in пр_2G1= 4$ (выполняется единственность образа);

4) При соответствие G1 не выполняется единственность прообраза образа т.к. для любого $y\in пр_2G1= 4$ существует неединственный $x\in пр_1G1=[2,6]$ (т.е $y=4$ соответствуют все $x\in[2,6]$).

3. Для функции f(x) задать несколько типов, для каждого из заданных типов функции $f(x)$ определить свойства $f(x)$, имеет ли $f(x)$ обратную функцию $f^{-1}(x)$, является $f^{-1}(x)$ отображением:

а) $f(x) = \lg x$;

б) $f(x) = x^n$, n – фиксированное натуральное число.

Решение

а) $f(x) = \lg x$;

Тип функции $f:\mathbf{N}\rightarrow\mathbf{N}$,

1)всюду определено, т.к. все значения $x\in\mathbf{N}$ или $пр_1f(x)=\mathbf{N}$, следовательно f(x) -отображение;

2)не сюръективно,т.к. $пр_2f(x)\neq\mathbf{N}$, область значения функции не все множество натуральных чисел;

3)инъективно т.к.для любых $x_1\neq x_2$ верно, что $f(x_1)\neq f(x_2)$

4)не биективно.

Тип функции $f:\mathbf{R}_+/\{0\}\rightarrow\mathbf{R}$,

1)всюду определено, т.к. все значения $x\in \mathbf{R}_+/\{0\}$ или $пр_1f(x)= \mathbf{R}_+/\{0\}$, следовательно $f(x)$ -отображение;

2)сюръективно,т.к. $пр_2f(x)= \mathbf{R}$, область значения функции множество действительных чисел;

3)инъективно т.к.для любых $x_1 \neq x_2$ верно, что $f(x_1) \neq f(x_2)$

4)биективно.

б) $f(x) = x^n$, n –четное число.

Тип функции $f{:}\mathbf{N} \to \mathbf{R}$,

1)всюду определено, т.к. все значения $x \in \mathbf{N}$ или $пр_1 f(x) = \mathbf{N}$, следовательно $f(x)$ -отображение;

2)не сюръективно, т.к. $пр_2 f(x) \neq \mathbf{R}$, область значения функции не все множество **R**;

3)инъективно т.к.для $x_1 \neq x_2$ из **N** верно, что $f(x_1) \neq f(x_2)$, например n=4, $x_1=2$, $x_2=3$, $f(x_1) \neq f(x_2)$, т.к. $16 \neq 81$.

4)не биективно.

Тип функции $f{:}\mathbf{R}_+/\{0\} \to \mathbf{N}$,

1)всюду определено, т.к. все значения $x \in \mathbf{R}_+/\{0\}$ или $пр_1 f(x) = \mathbf{R}_+/\{0\}$, следовательно $f(x)$ -отображение;

2)сюръективно, т.к. $пр_2 f(x) = \mathbf{N}$, область значения функции множество **N**;

3)инъективно т.к.для $x_1 \neq x_2$ из $\mathbf{R}_+/\{0\}$ верно, что $f(x_1) \neq f(x_2)$, например n=4, $x_1=2$, $x_2=3$, $f(x_1) \neq f(x_2)$, т.к. $16 \neq 81$.

4)биективно.

4. Пусть алгебры заданы $A=(N_4, \oplus_4)$ и $B=(N_4, \otimes_4)$, где $N_4 = \{0,1,2,3\}$, $\oplus_4$ - сложение по модулю 4, $\otimes_4$ - умножение по модулю 4. Является ли отображение Г: $0 \to 3, 1 \to 0, 2 \to 1, 3 \to 2$ гомоморфизмом и изоморфизмом?

Решение

Запишем тождество гомоморфизма $Г(a \oplus_4 b) = Г(a) \otimes_4 Г(b)$ и проверим его для всех элементов множества $N_4=\{0,1,2,3\}$.

Рассмотрим отображение Г : $0 \to 3, 1 \to 0, 2 \to 1, 3 \to 2$:

$Г(0 \oplus_4 0=0)=\mathbf{3} \neq Г(0) \otimes_4 Г(0)=3 \otimes_4 3=\mathbf{2}$; *

$Г(0 \oplus_4 1=1)=\mathbf{0} = Г(0) \otimes_4 Г(1)=3 \otimes_4 0=\mathbf{0}$;

$Г(0 \oplus_4 2=2)=\mathbf{1} \neq Г(0) \otimes_4 Г(2)=3 \otimes_4 1=\mathbf{3}$; *

$Г(0 \oplus_4 3=3)=\mathbf{2} = Г(0) \otimes_4 Г(3)=3 \otimes_4 2=\mathbf{2}$;

$Г(1 \oplus_4 1=2)=\mathbf{1} \neq Г(1) \otimes_4 Г(1)=0 \otimes_4 0=\mathbf{0}$; *

$Г(1 \oplus_4 2=3)=\mathbf{2} \neq Г(1) \otimes_4 Г(2)=0 \otimes_4 1=\mathbf{0}$; *

$Г(1 \oplus_4 3=0)=\mathbf{3} \neq Г(1) \otimes_4 Г(3)=0 \otimes_4 2=\mathbf{0}$; *

$Г(2 \oplus_4 2=0)=\mathbf{3} \neq Г(2) \otimes_4 Г(2)=1 \otimes_4 1=\mathbf{1}$; *

$\Gamma(2 \oplus_4 3=1)=\mathbf{0} \neq \Gamma(2) \otimes_4 \Gamma(3)=1 \otimes_4 2=\mathbf{2}$; *

$\Gamma(3 \oplus_4 3=2)=\mathbf{1} \neq \Gamma(3) \otimes_4 \Gamma(3)=2 \otimes_4 2=\mathbf{0}$; *

Таким образом отображение $\Gamma: A \rightarrow B$ не является гомоморфизмом, т.к. тождество гомоморфизма не выполняется (строчки помеченные символом *). Следовательно Г не является и изоморфизмом.

5. Для отношений R1, R2 определить отношения $R1^{-1}$, дополнение R1, $R2^{-1}$, дополнение R2:

а) R1 – быть старше;

б) R2 – {(x,y) | “x-y – четное, положительное число”; x,y ∈X}, X={1,2,…,9}.

Решение

а) Отношение R1 – «быть старше» определено на множестве людей, обратное к нему отношение $R1^{-1}$ - «быть младше», т.к. если aR1b, т.е. a старше b, то b младше a, b $R1^{-1}$ a; дополнение R1 – “быть не старше”;

б)R2={(9,1),(7,1),(5,1)(3,1),(1,1),(8,2),(6,2),(4,2),(2,2),(9,3),(7,3),(5,3),(3,3),(8,4),(6,4),(4,4),(9,5),(7,5), (5,5),(8,6),(6,6),(9,7),(7,7),(8,8)}

отношение R2 содержит 24 пары вида (*x*,*y*) таких, что разность *x*-*y* есть четное, положительное число, включая 0;

обратное к R2 отношение $R2^{-1}$ ={(x,y) | “ y - x – четное, положительное число”; *x*,*y* ∈X}, таким образом, отношение $R2^{-1}$ содержит 24 пары вида (*y*,*x*);

$R2^{-1}$ ={(1,9),(1,7),(1,5)(1,3),(1,1)(2,8),(2,6),(2,4),(2,2),(3,9),(3,7),(3,5),(3,3),(4,8),(4,6),(4,4),(5,9),(5,7), (5,5),(6,8),(6,6),(7,9),(7,7),(8,8)};

дополнение R2 до множества X^2 содержит все те пары элементов, которые не вошли в R2, таких пар 57 (9,2),(7,2),…(9,8), т.е. дополнение R2 ={(*x*,*y*) | “*x*-*y* – нечетное, положительное число”; *x*,*y* ∈X}, X={1,2,…,9}.

4. ВАРИАНТЫ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ №1

Вариант 1

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: Множество положительных целых чисел, не превышающих 15.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
а) множество натуральных чисел кратных 12 до 144.
б) множество простых натуральных чисел не превышающих 100.

3. Какие из следующих множеств пусты:
а) множество действительных корней уравнения: $12x^2 + 4x+1=0$;
б) множество четных (положительных) чисел;
в) множество четных, отрицательных натуральных чисел.

4. Верны ли утверждения:
а) $|\varnothing| \neq 0$;
б) $\forall Z, \varnothing \subseteq Z$;
в) $X=Y$, тогда $\forall y \in Y, y \in Y$;
г) $G = \{15, 12, 11, 9, 7, 5\} \subset \mathbf{N}$, $14 \notin G$, $14 \subset \mathbf{N}$.

5. Найти все подмножества следующего множества: C = {, . ? ! -}, сколько подмножеств содержат знаки «.» и «,»; какова мощность булеана множества C? ($|\beta(C)|$)

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества X, Y, Z, **N**, где X – множество четных чисел,Y – множество чисел кратных трем, Z – множество чисел кратных пяти , **N** – множество натуральных чисел. Определить множества: а) $(X \cup Y) \cap Z$, б) $Y \cap Z$, в) дополнение X до **N** (обозначение $\rceil X$).

7. Найти:
а) $\{1,2,3,4\} \cap \{0,1,3,5\}$;
б) $\{0.5, 1.1, -0.01\} \cup \{-1, 0, 1\}$;
в) $\{a,b,c,d\} \setminus \{d,p,q,r\}$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
а) если $A \subseteq B$, то $A \cap B = A$;
б) $\rceil X \cap \rceil Y = \rceil (X \cup Y)$.

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и определением равенства множеств, доказать: $(X \cap Y) \cup (X \cap \rceil Y) = X$.

10. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера-Виенна.
В отделе НИИ работают несколько человек, причем каждый из них знает хотя бы один иностранный язык. Английский знают 6 человек, немецкий – 7 человек, французский – 7человек. Четыре человека знают английский и немецкий языки, три человека – немецкий и французский, два – французский и английский, один знает все три языка. Сколько человек работают в отделе? Сколько человек знают только английский язык?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Пусть множество M={1, 2, 3, 4, 5}. Составить матрицы отношения C1, C2:

а) C1 – «больше либо равно»;
б) C2 – « x делитель y»;
в) C3 – « x + y = 5»;

2. Проверить свойства бинарных отношений C1, C2, C3 (рефлексивность/ антирефлективность, симметричность/антисимметричность, транзитивность).

3. Пусть некоторая программа читает два числа из множества M={1,2,3,4}, обозначаемых x, y, и, если x< y печатает число z из множества M такое, что x<=z<y. Программа останавливается после считывания чисел на множестве M. Определить отношение. Чему равны области определения и значения отношения?

4. Какой порядок на множестве M={1,2,3,4} задают отношения:
а) R1 ={(2,1),(3,1),(4,1),(3,2),(4,2),(4,3)};
б) R2 ={(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)}.

5. y=F(x), где $F \subset X \times X$; X={1,2,3,4,5}. Определить свойства соответствий. Указать функциональное соответствие:

а) F={(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)};
б) F={(1,4),(2,4),(3,4),(4,4),(5,4)};
в) F={(1,2),(2,3),(3,1),(4,5),(5,4)}.

Вариант 2

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество квадратов натуральных чисел, включая 100.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
а) $S=\{s \mid s = n^2+1,\ n \in \mathbf{Z},\ -5<n<5\}$;
б) $Y=\{x \mid x=y+z;\ y,z \in X\},\ X=\{1,2,3\}$;
в) множество студентов вашей группы мужского пола.

3. Какие из следующих множеств пусты:
а) множество отрицательных действительных корней уравнения $x^2+x+1=0$;
б) $Z=\{z \mid z = n\backslash(n+1);\ n\geq 0,\ n,z \in \mathbf{Z},\ \}$.

4. Верны ли утверждения:
а) $A=\{1,2,3,\{4,3\},\{1,2\}\}$; $|A|=5$;
б) $2\in\{\{1\},\{2\},3\}$
в) $|\boldsymbol{\beta}(\varnothing)| = 1$;
г) L={а, б, в, г, д, е, …, ю, я}; ъ, ь, й$\in$L, $\varnothing\in$L.

5. Найти все подмножества следующего множества: C = {ко, ка, ку, ки, ке}, сколько трехэлементных подмножеств; какова мощность булеана множества C ($|\boldsymbol{\beta}(C)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X=\{1,2,3,4,5\}$, $Y=\{0,1,3\}$. Определить множества: а) $X\cap Y$; б) $X\backslash Y$; в) $X\oplus Y$, где $\oplus$ - операция симметрическая разность множеств.

7. Найти:
а) $\{a,\{b,c\},d,\} \cup\{a,b,c\} \cap \{a,\{b\},\{c\}\}$;
б) $\{1,2,3\} \cap \{2,3,4\}\backslash\{2,4,6,8\}$;
в) $\{a,b,c,d\}\oplus\{f,g,h\}$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
а) $B\backslash(A \cup B)= \varnothing$;
б) $\rceil(\rceil X)=X$ (закон двойного отрицания).

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и

определением равенства множеств, доказать:

$(X \cap Y) \cup (X \cap \rceil Y) = X$.

10. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера-Виенна.
Из 80 студентов занимаются баскетболом 30 человек, легкой атлетикой 25 человек, шахматами 40 человек. Баскетболом и легкой атлетикой 8 человек, шахматами и легкой атлетикой 10 человек, шахматами и баскетболом 5 человек. Тремя видами спорта занимаются три человека. Сколько студентов занимаются только баскетболом, только шахматами, только легкой атлетикой?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Пусть множество M={1, 2, 3, 4,5}. Составить матрицы отношения C1, C2, C3:

а) C1 – «x делит y без остатка»;
б) C2 – « x=y »;
в) C3 – « $x \neq y$ ».

2. Проверить свойства бинарных отношений C1, C2, C3 (рефлексивность, антирефлективность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

3. Пусть некоторая программа читает два числа из множества M= {0,1,2}, обозначаемых x, y, и, если x< y печатает число z из множества M такое, что x<=z<y. Программа останавливается после считывания чисел на множестве M. Определить отношение. Чему равны области определения и значения отношения?

4. Какой порядок на множестве M={0,1,2,3} задают отношения:
а) R1 ={(1,0),(2,0),(3,0), (2,1),(3,1),(3,2)};
б) R2 ={(0,0),(1,1),(2,2),(3,3)}.

5. y=F(x), где $F \subset X \times X$; X={1,2,3,4,5}. Определить свойства соответствий. Указать функциональное соответствие:
а) F={(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(4,5)};
б) F={(3,1),(4,5),(1,4),(4,4),(5,3)};
в) F={(2,2),(3,3),(3,4),(5,5),(5,3)}.

Вариант 3

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката:

Множество положительных целых чисел, не превышающих 13.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:

а) множество натуральных чисел кратных 12 до 144.

б) множество простых натуральных чисел не превышающих 100.

3. Какие из следующих множеств пусты:

а) множество отрицательных корней уравнения x^2-5x+6=0;

б) множество четных (положительных) чисел;

в) $Y=\{y \mid y = (n-1)\backslash(n+1);\ 6>n\geq 0,\ n,\ y \in \mathbf{Z},\ \}$.

4. Верны ли утверждения:

а) $|\varnothing| =\{0\}$;

б) $X,Z,\varnothing$- множества; $\varnothing\in X$, $\varnothing\subseteq Z$;

в) $X=\{1,2,3\}, Y=\{y \mid y\in X\}$, тогда $\forall y\in Y,\ y\in X$;

г) $A=\{1.5, -0.5, -1.5, 2.2\}$; $A\subseteq\mathbf{R}$.

5. Найти все подмножества следующего множества: $T = \{\rightarrow, , \leftarrow, \downarrow\}$; какие подмножества содержат только вертикальные стрелки; какова мощность булеана множества T ($|\beta(T)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X=\{0,1,2,3\}, Y=\{y \mid y=2x,\ x\in X\}$. Определить множества: а) $X\backslash Y$, б) $X\cup Y\cap X$, в) $Y\cap X\backslash Y$.

7. Найти:

а) $\{a,\{b\},c,d,\} \cup\{a,b,c\} \cap\{\{a\},\{b\},\{c\}\}$;

б) $\{2,4,8\} \cap\{2,4,6,8,10\}\backslash\{4,6,8\}$;

в) $\{f,g,h,j\}\oplus\{i,k,l\}$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:

а) $A\cup B\cup C = \rceil A\cap\rceil B\cap\rceil C$;

б) $A\backslash B = \rceil (\rceil B\backslash A)$.

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и определением равенства множеств, доказать: $(A\cup B) \cap(A\cup\rceil$

B)=A.

10. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера-Виенна.

Из 75 студентов занимаются баскетболом 28 человек, легкой атлетикой 23 человек, шахматами 30 человек. Баскетболом и легкой атлетикой 8 человек, шахматами и легкой атлетикой 10 человек, шахматами и баскетболом 5 человек. Тремя видами спорта занимаются два человека. Сколько студентов занимаются только баскетболом, только шахматами, только легкой атлетикой?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Пусть множество M={2, 4, 6, 8}. Составить матрицы отношения C1, C2, C3:

а) C1 – «y делит x без остатка»;

б) C2 – « $x \neq y$ »;

в) C3 – « $x > y$ ».

2. Проверить свойства бинарных отношений C1, C2, C3 (рефлексивность, антирефлективность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

3. Найти область определения и область значений для отношений:

а) $Q=\{(x,y) | x,y \in B, x+y<=0\}$, $B=\{-2,-1,0,1,2\}$;

б) $T=\{(x,y) | x,y \in X$, y – делит x без остатка$\}$, $X=\{3,5,6\}$;

4. Выяснить в каждом из следующих случаев, является ли указанное отношение рефлексивным, симметричным, транзитивным:

а) $R1=\{(x,y) \in \mathbf{Z}^2 |$ x-y кратна 5$\}$;

б) R2 – «перпендикулярность прямых».

5. $y=F(x)$, где $F \subset X \times X$; $X=\{1,2,3,4,5\}$. Определить свойства соответствий. Указать взаимно однозначное соответствие:

а) $F=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\}$;

б) $F=\{(3,1),(4,5),(1,4),(4,4),(5,3)\}$;

в) $F=\{(2,2),(3,3),(3,4),(5,5),(5,3)\}$.

Вариант 4

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество целых чисел в интервале от –20 до 5.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) S={s | s = k+l, k,l – делители числа 49};
   б) X={x |x=y+z; y,z $\in$ Y}, Y={0,1,2};
   в) множество студентов вашей группы женского пола.

3. Какие из следующих множеств пусты:
   а) M = {m | m – натуральное число -15<m<0};
   б) X={x |x=n\(n+1); n>0, x$\in$**R**}.

4. Верны ли утверждения:
   а) A={a,b,c,{d},{e,f,g}}, |A|=7,| |β(A)|=2^7;
   б) {a,o,e,y}$\in${a,c,f,h,k,l};
   в) {(0,1),(1,0)} $\subset\beta$(двухэлементное множество);
   г) L={a}, |β(L)|=2.

5. Найти все подмножества следующего множества: R={1, {2}, {3,4}}; какова мощность булеана множества R (|β(R)|)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества X,Y,Z,**N**, где X – множество нечетных чисел, Y- множество чисел кратных трем, Z – множество чисел кратных пяти, **N** – множество натуральных чисел. Определить множества:
   а) X$\cup$Y$\cup$Z;
   б) X$\cap$Y**N**;
   в) $\rceil$X.

7. Найти:
   а) {a,{b},c,d,} $\cup${a,{c},{d}};
   б) {0,1,2} \\{2,4,6,8};
   в) $\rceil${1,2,…,15} (дополнение до 1,2,…,100).

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) X\\(Y$\cap$Z) = X\\Y$\cup$X\\Z;
   б) $\rceil$X$\cup$Y = $\rceil$ (X\\Y).

9. Какие из следующих множеств всегда пусты (изобразить на диаграмме):
   а) $\rceil(\rceil X \cup Y) \cup X \cup \rceil Y$;
   б) $(A \cap B) \setminus (B \cup A)$.

10. Упростить:
   а) $(B \cup (\rceil B \cap A)) \cap A$;
   б) $(A \cup B) \cap (\rceil A \cup B)$.

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

5. Пусть множество M={1, 3, 5, 7, 9}. Составить матрицы отношения C1, C2, C3:
   а) C1 – «$x^2-y^2=0$»;
   б) C2 – « $x=y$ »;
   в) C3 – « $x<=y$ ».

6. Проверить свойства бинарных отношений C1, C2, C3 (рефлексивность, антирефлективность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

7. Найти область определения и область значений для отношений:
   а) $R=\{(x,y)|x,y\in B, x-y<=0\}$, $B=\{-2,-1,0,1,2\}$;
   б) $Y=\{(x,y)|x,y\in X, y >= x\}$, $X=\{3,5,6\}$;

8. Выяснить в каждом из следующих случаев, является ли указанное отношение рефлексивным, симметричным, транзитивным:
   а) $R1=\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 | x^2+y^2<=1\}$;
   б) R2 – «моложе, чем».

5. $y=F(x)$, где $F\subset X\times X$; $X=\{1,2,3,4,5\}$. Определить свойства соответствий. Указать взаимно однозначное соответствие:
   а) $F=\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,5),(5,1)\}$;
   б) $F=\{(3,1),(4,5),(1,4),(4,4),(5,3)\}$;
   в) $F=\{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5)\}$.

Вариант 5

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество натуральных четных чисел.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) S={s | s = k+l, k,l – делители числа 24};
   б) $X=\{x \mid (x-1)^2(x+2)(x-3)(x-5)(x^2-121) = 0\}$;
   в) множество студентов вашей группы мужского пола.

3. Записать множество порождающей процедурой:
   а) {1,2,3,…};
   б) {2, 4, 8, 16, 32, …,1024};
   б) множество чисел кратных 3.

4. Верны ли утверждения:
   а) $A=\{1,2,\{3,4,5\},\{10\}\}$, $|A|=6$,| $|\beta(A)|=2^6$;
   б) $\{2\}\in\{1,2,3,4,5,6\}$;
   в) $\{(0,0),(1,1)\} \subset \beta(U)$, U - двухэлементное множество;
   г) $[0,1] \subseteq \mathbf{R}$, $|[0,1]|=\infty$.

5. Найти все подмножества следующего множества: D={лес, лев, лань, луг}; сколько подмножеств содержат слова лес и лань; какова мощность булеана множества D ($|\beta(D)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X=\{0,1,2\}$, $Y=\{y \mid y=a+b;\ a,b\in X\}$. Определить множества: $X \cap Y$, $\rceil X$(дополнение доY).

7. Найти:
   а) $\{a,\{b\},c,f,\} \cap \{a,c,d,e\} \cup \{a,\{c\},\{d\}\}$;
   б) $\{0,1,2\}\oplus\{2,4,6,8\}$;
   в)$\rceil$ {1, 2,…, 10, 21, 22,…, 40, 51, 52,…, 80, 91, 92,…, 100} (дополнение до 1,2,…,100).

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) $(X\cup Y) \cup Z = X\cup(Y\cup Z)$;
   б) $(X\cup Y) \cap (X\cup \rceil Y)=X$.

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и

определением равенства множеств, доказать:
$A \cup (A \cap B) = A \cap (A \cup B)$.

10. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера-Виенна.
Из 20 студентов группы изучают французский язык 8 человек, немецкий - 9 человек, английский - 10 человек. Из студентов, изучающих два языка три человека изучают немецкий и французский, два человека – английский и французский и четыре человека изучают немецкий и английский. Сколько студентов вообще не изучают иностранный язык, если известно, что ни один из студентов не изучает три языка одновременно?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Пусть множество M={0, 1, 2, 3, 4, 5}. Составить матрицы отношения C1, C2, C3:
   а) C1 – «y делит x без остатка»;
   б) C2 – « иметь один и тот же остаток от деления на 3 »;
   в) C3 – « x>=y ».

2. Проверить свойства бинарных отношений C1, C2, C3 (рефлексивность, антирефлективность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

3. Найти область определения и область значений для отношений:
   а) $Q=\{(x,y) \mid x,y \in B,\ x-y>=0\}$, $B=\{-1,0,1,2,3\}$;
   б) $T=\{(x,y) \mid x,y \in X$, y – делит x без остатка$\}$, $X=\{1,2,3,4\}$;

4. Выяснить в каждом из следующих случаев, является ли указанное отношение рефлексивным, симметричным, транзитивным:
   а) $R1=\{(x,y) \in \mathbf{N}^2 \mid x-y$ кратна $5\}$;
   б) R2 – «половина от».

5. $y=F(x)$, где $F \subset X \times Y$; $X=\{1,2,3,4,5\}$, $Y=\{2,4,6\}$. Определить свойства соответствий. Указать взаимно однозначное соответствие:
   а) $F=\{(1,2),(2,2),(3,4),(4,4),(5,6)\}$;
   б) $F=\{(3,2),(4,2),(1,2),(4,4),(5,2)\}$;
   в) $F=\{(2,2),(3,4),(3,6),(5,6),(5,2)\}$.

Вариант 6

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество М с помощью характеристического предиката: множество положительных целых чисел, не превышающих 15.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) множество натуральных чисел кратных 12 до 144.
   б) множество простых натуральных чисел не превышающих 100.

3. Какие из следующих множеств пусты:
   а) множество отрицательных действительных корней уравнения $x^2 - 2x + 3=0$;
   б) множество четных чисел.

4. Верны ли утверждения:
   а) $|\varnothing|=0,|$ $|\beta(\varnothing)|=2^0$;
   б) $A=\{1,2,3\}\in\{1,2,3,4,5,6\}$;
   в) $\{(0,0),(1,1)\} \subset \beta$(двухэлементное множество);
   г) $[0,1] \subseteq \mathbf{R}$, $|[0,1]|=\infty$.

5. Найти все подмножества следующего множества: E={@, #, $, %, &}; сколько одноэлементных подмножеств множества E; какова мощность булеана множества E ($|\beta(E)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X=\{0, 1, 2, 3\}$,$У=\{x \mid x =2r, r\in\mathbf{N}\}$: Определить множества: $X\setminus Y$; $X\cap Y$; $Y\cup X\cap Y$.

7. Найти:
   а) $\{a,b,c,\ldots, f\} \cap \{a,c,d,e\} \cup \{c,e,g,i\}$;
   б) $\{1,2\}\oplus\{2,4,6,8\}\oplus\{3,5,7,9\}$;
   в) $\urcorner\{10, 20, 30, 40, 50\}$ (дополнение до 1,2,…,50).

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) $A\cup B\cup C=\urcorner A\cap \urcorner B\cap \urcorner C$;
   б) $A\setminus B=\urcorner(\urcorner B\setminus A)$.

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и определением равенства множеств, доказать:
   $A\cup(B\cap C) = A\cup B \cap A\cup C$.

10. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера-Виенна.

Из 80 студентов занимаются баскетболом 30 человек, легкой атлетикой 25 человек, шахматами 40 человек. Баскетболом и легкой атлетикой 8 человек, шахматами и легкой атлетикой 10 человек, шахматами и баскетболом 5 человек. Тремя видами спорта занимаются три человека. Сколько студентов занимаются только баскетболом, только шахматами, только легкой атлетикой?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Пусть множество $\mathbf{Z}\backslash\{0\}$ (множество целых чисел без нуля)
   Определить отношения C1, C2, C3:
   а) $C1 =\{(x,y,z) \mid x+y+z = xyz,\ x,y,z \in\mathbf{Z}\backslash\{0\}\}$;
   б) $C2 = \{(x,y) \mid$ “ x-y делится на 5 ”, $x,y \in\mathbf{N}\}$;
   в) $C3 = \{(x,y) \mid |xy| < 2,\ x,y \in\mathbf{Z}\backslash\{0\}\}$.

2. Проверить свойства бинарных отношений C2, C3 (рефлексивность, антирефлективность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

3. Является ли функцией отношение. Определить обратное отношение R^{-1}:
   а) $R=\{(4,1), (4,2), (2,4), (2,2),(2,3), (3,1)\}$, $R \subseteq M$, $M=\{1,2,3,4\}$;
   б) $R=\{(x,y)| x,y\in B, x+y<=0\}$, $B=\{-2,-1, 0,1,2\}$;
   в) R – отношение «>=», $R \subseteq \mathbf{N}$.

4. Определить взаимнооднозначное соответствие между множествами M_1 и M_2: $M_1=\mathbf{N}$, $M_2 = \{m| m= 2k+1, k\in \mathbf{N}_0\}$;

5. Определить композиции функций и свойства композиций:
   а) $f(x) = 2x+4$, $g(x) = \ln(x+5)$;

   б) $\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$, $\beta = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}$.

Вариант 7

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество М с помощью характеристического предиката: множество корней уравнения $\sin(x)=0$.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) $\{x \mid x=n(n+2);\ n\geq 0,\ n\in\mathbf{Z}\}$;
   б) множество простых чисел не превышающих 55;
   в) $\{r \mid r=(-n)^2;\ 3<n\leq 12,\ n\in\mathbf{N}\}$.

3. Какие из следующих множеств пусты:
   а) множество положительных корней уравнения $x^2 - 12x + 15 = 0$;
   б) множество решений неравенства $(x - 12)^2 \leq 0,\ x\in\mathbf{R}$;
   в) множество однобуквенных слов русского языка, состоящих из согласных букв.

4. Верны ли утверждения:
   а) $\varnothing$- множество не содержащее элементов;
   б) $\{r \mid r=(-n)^2;\ n\in\mathbf{Z}_-\} = \{s \mid s=n^2;\ n\in\mathbf{Z}_+\}$;
   в) $0\in \mathbf{Z}$ и $0\in \mathbf{N}$;
   г) $\varnothing\in\mathbf{R}$.

5. Найти все подмножества следующего множества: $V=\{\alpha, \beta, \gamma, \lambda\}$; сколько одноэлементных подмножеств множества V; какова мощность булеана множества V ($|\beta(V)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества X,Y, Z, **N**, где X – множество четных чисел; Y – множество чисел кратных трем; Z – множество чисел кратных двум. Определить множества:
   а) $\mathbf{N}\backslash(X\cup Y)$;
   б) $Y\cup Z\cup X$;
   в) $Z\backslash\mathbf{N}$.

7. Найти:
   а) $\{x \mid x=a^3-1;\ 0<a<10,\ a\in\mathbf{Z}\} \cup \{2,7,10,12,15\}$;
   б) $\{1,2,3\}\cap(\{0,1\}\cap\{2,3,4,5\})$;
   в) {@,#,%,&,*}\{^,%,*}∩{!,@,&,%}.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:

а) $X \cup (X \cap Y) = X$ – тождество Порецкого;
б) $\rceil (X \cap Y) = \rceil X \cup \rceil Y$ –тождество Моргана.

9. Какие из слежующих множеств всегда пусты:
а) $((A \cap \rceil B) \cup C) \cap (\rceil A \cap B) \cap \rceil C$;
б) $\rceil (\rceil X \cup Y) \cup X \cup \rceil Y$.

10. Применить законы для упрощения выражений:
а) $(A \cup B) \cap (A \cap B)$;
б) $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B)$;
в) $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B)$.

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Пусть множество $\mathbf{Z} \setminus \{0\}$ (множество целых чисел без нуля). Определить отношения C1, C2, C3:
а) $C1 = \{(x,y) \mid x+y = xy,\ x,y \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}\}$;
б) $C2 = \{(x,y) \mid$ " $x+y$ делится на 5 ", $x,y \in M_{2n}\}$, где M_{2n} – множество четных чисел;
в) $C3 = \{(x,y) \mid |x+y| < 3,\ x,y \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}\}$.

2. Проверить свойства бинарных отношений C2, C3 (рефлексивность, антирефлективность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

3. Является ли функцией отношение. Определить обратное отношение R^{-1}:
а) $R=\{(2,1), (1,2), (3,4), (4,3)\}$, $R \subseteq M$, $M=\{1,2,3,4\}$;
б) $R=\{(x,y) \mid x,y \in B$, "x делимое y»$\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7,8\}$;
в) R – отношение «=», $R \subseteq \mathbf{N}$.

4. Определить взаимнооднозначное соответствие между множествами M_1 и M_2: $M_1=\mathbf{N}$, $M_2 = \{m \mid m=2k,\ k \in \mathbf{N}_0\}$;

5. Определить композиции функций и свойства композиций:
а) $f(x) = x^2$, $g(x) = \ln(2x)$;

б) $\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\beta = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$.

Вариант 8

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество положительных целых чисел, кратных 5.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
а) $X = \{0, 1, 2\}$, $Y = \{y \mid x= y+z;\ x,z \in X\}$;
б) множество нечетных чисел, не превышающих число 25;
в) множество корней уравнения $\sin(x)=0$, принадлежащих промежутку $[-\pi \backslash 2;\ \pi]$.

3. Приведите примеры множеств A,B,C,D, удовлетворяющих соотношениям:
а) $A=\varnothing$; $A, B, C \subseteq D$;
б) $A,B,C,D\neq\varnothing$; $A\in B$, $B\in C$, $B,C \subset D$.

4. Верны ли утверждения:
а) $|\{\varnothing\}| = 0$;
б) A,B – множества такие, что $A \subset B$, тогда для любого элемента $b\in B$, $b\in A$;
в) $A=\{a \mid a=2i+1;\ i\in \mathbf{Z}\}$; $0\in A$ и $\{1,2,3\}\subset A$;
г) $\{ a \mid a=2i-1;\ i\in \mathbf{N_0} \} \subset \mathbf{Z}$.

5. Найти все подмножества следующего множества: A={221, 231, 325, 121}; перечислить подмножества содержащие числа большие 230; какова мощность булеана множества A ($|\beta(A)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X=\{x \mid 0<x<150;\ x\in \mathbf{N_0} \}$, $Y=\{-15,-12,-10, 0, 15, 17, 100, 120, 151, 163\}$. Определить множества: $X\cap Y$, $X\backslash Y$, $Y\backslash X$.

7. Найти:
а) $\{x \mid x=a^2+1;\ -5<a<5,\ a\in \mathbf{Z}\} \cup \{2,7,10,12,15\}$;
б) $\{2,3,4\}\cap(\{0,1,2\}\cup\{2,3,4,5\})$;
в) $\{18.5, 2.01, 15, 1\}\backslash\{x \mid x>0,\ x\in \mathbf{Z} \}\cap\{-1.1, -0.2, 1\}$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
а) $(A\cap B)\backslash B = \varnothing$;

б) $X \setminus (Y \setminus X) = X$;
в) $\rceil X \cap Y = \rceil X \setminus \rceil Y$.

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и определением равенства множеств, доказать:

$A \cup (\rceil A \cap B) = A \cup B$.

10. Какое множество изображено заштрихованной фигурой?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Пусть множество $\mathbf{Z} \setminus \{0\}$ (множество целых чисел без нуля)

Определить отношения C1, C2, C3:

а) $C1 = \{(x,y,z) \mid x^2+y^2+z^2 < 9,\ x,y,z \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}\}$;

б) $C2 = \{(x,y) \mid$ “ $x+y <= 0$ ”, $x,y \in M_{2n}\}$, где M_{2n} – множество четных чисел;

в) $C3 = \{(y,z) \mid |y+z| < 5,\ y,z \in \mathbf{Z} \setminus \{0\}\}$.

2. Проверить свойства бинарных отношений C2 и C3 (рефлексивность/ антирефлективность, симметричность/антисимметричность, транзитивность).

3. Является ли функцией отношение? Определить обратное отношение R^{-1}:

а) $R=\{(2,3), (3,2), (5,4), (6,3),(4,5)\}$, $R \subseteq M$, $M=\{2,3,4,5,6\}$;

б) $R=\{(x,y) \mid x,y \in B$, “x и y имеют один и тот же остаток от деления на 2»$\}$, $B=\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$;

в) R – отношение «$x+y = 6$», $R \subseteq \mathbf{N}$.

4. Определить взаимнооднозначное соответствие между множествами M_1 и M_2: $M_1=\mathbf{N}$, $M_2 = \{3^k, k \in \mathbf{N}_0\}$;

5. Определить композиции функций и свойства композиций:

а) $f(x) = (1+x^2)$, $g(x) = 2x$;

б)

$\lceil$ 1 2 3 4 5 $\rceil$ $\lceil$ 1 2 3 4 5 $\rceil$

$\alpha = \lfloor 5\ 4\ 3\ 2\ 1 \rfloor$, $\beta = \lfloor 1\ 5\ 3\ 4\ 1 \rfloor$.

Вариант 9

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество целых чисел, по абсолютному значению не превышающих 10.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) множество натуральных чисел кратных 15 до 1504;
   б) $X = \{1,2,3\}$, $Y = \{x \mid x=y+z;\ y,z \in X\}$;
   в) $M = \{ m \mid m$ – делители числа $112\}$.

3. Приведите примеры множеств A,B,C,D, удовлетворяющих соотношениям:
   а) A, B, C, D – множества не имеющие общих элементов;
   б) $A,B,C,D \neq \varnothing$; $A \in C$, $B \subset C$, $A \in B$.

4. Верны ли утверждения:
   а) $\mathbf{N_0} = \mathbf{Z}_+$;
   б) $M = \{0,\ 1.1,\ 0.2,\ 10,\ 5.5\}$; $M \subset \mathbf{R}$;
   в) мощность булеана $\boldsymbol{\beta}$ двухэлементного множества равна 2;
   г) множества равны, если их мощности равны.

5. Найти все подмножества следующего множества: $Q = \{10,\ 20,\ 30,\ 40\}$; сколько трехэлементных подмножеств содержится в множестве Q; какова мощность булеана множества Q ($|\boldsymbol{\beta}(Q)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X = \{1,2,3,4\}$, $Y = \{n \mid n^3;\ n \in \mathbf{Z}_-\}$. Определить множества: $X \cap Y$, $\rceil X$ (дополнение до множества Y).

7. Найти:
   а) $\{x \mid x=(a+1)\backslash 3;\ -5<a<5,\ a \in \mathbf{Z}\} \cap \{-2,-1,0,1,2,5\}$;
   б) $\{2,3,4,5\} \cap \{0,1\} \cup \{2,3,4,5\}$;
   в) $\{8,5,\ 2,15,\ 1\} \backslash \{x \mid x>10,\ x \in \mathbf{Z}\} \cap \{x \mid 3<x<7,\ x \in \mathbf{N}\}$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) если $X \backslash Y = X \cap \rceil Y$, то $X \cap Y = X \backslash (X \backslash Y)$;
   б) $(\rceil A \cap \rceil B \cap C) \cap \rceil(\rceil A \cap B) \cap \rceil A \cap C = \varnothing$ для любых A,B,C.

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и

определением равенства множеств, доказать тождество Порецкого: $X \cap (X \cup Y) = X$.

10. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера-Виенна.
    В отделе работают несколько человек, причем каждый знает хотя бы один иностранный язык. Английский знают 6 человек, немецкий – 6 человек, французский – 7 человек. 4 человека знают английский и немецкий языки, 3 человека - немецкий и французский, 2 человека – французский и английский. Сколько человек работают в отделе? Сколько из них знают только французский и только немецкий язык? (Все языки не знает никто).

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Пусть множество $\mathbf{Z}\backslash\{0\}$ (множество целых чисел без нуля)
   Определить отношения C1, C2, C3:
   а) $C1 = \{(x,y,z) \mid x^2+y^2+z^2 = 0,\ x,y,z \in \mathbf{Z}\backslash\{0\}\}$;
   б) $C2 = \{(x,y) \mid$ “ $x+y >= 0$ ”, $x,y \in M_{2n}\}$, где M_{2n} – множество четных чисел;
   в) $C3 = \{(y,z) \mid |y-z| < 5,\ y,z \in \mathbf{Z}\backslash\{0\}\}$.

2. Проверить свойства бинарных отношений C2, C3 (рефлексивность, антирефлективность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

3. Является ли функцией отношение. Определить обратное отношение R^{-1}:
   а) $R=\{(2,3), (3,2), (5,4), (6,3),(4,5),(1,1),(2,2),(3,3)\}$, $R \subseteq M$, $M=\{1,2,3,4,5,6\}$;
   б) $R=\{(x,y) \mid x,y \in B,$ “$x \neq y$ »$\}$, $B=\{1,3,5,7,9,11\}$;
   в) R – отношение «$x+y = 0$», $R \subseteq \mathbf{N}$.

4. Определить взаимнооднозначное соответствие между множествами M_1 и M_2: $M_1=\mathbf{N}$, $M_2 = \{2^k, k \in \mathbf{N}_0\}$;

5. Определить композиции функций и свойства композиций:
   а) $f(x) = e^x$, $g(x) = \ln x$;

   б) $\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $\beta = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.

Вариант 10

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество чисел степеней двойки.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) множество чисел степеней двойки кратных 12 до 100;
   б) $X=\{1,2,3\}$, $Y=\{y \mid x=y+z,\ x,z\in X\}$;
   в) $T=\{t \mid t=q^3/2,\ -2<q<7,\ q,t\in \mathbf{Z},\}$.

3. Задать множество рекурсивной порождающей процедурой:
   а) $X=\{x \mid x=2^{n+1},\ n\in \mathbf{N_0}\}$;
   б) множество четных (положительных) чисел.

4. Верны ли утверждения:
   а) если $X=\{1,2\}$ и $Y=\{y \mid y = x +z,\ x,z\in X\}$, то $X=Y$;
   б) $\{a\} \in \{\{a,b\},\{c,d\},\{e,f\}\}$;
   в) $X=\{1,2,3\}$, $Y=\{y \mid x=y+z,\ x,z\in X\}$, $|X|=|Y|$;
   г) $\mathbf{N}=\mathbf{Z}$.

5. Найти все подмножества следующего множества: $B = \{0,1\}$; какова мощность булеана множества B ($|\beta(B)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X =\{1,4,9,16,25, \ldots\}$, $Y =\{y \mid y=k^2;\ 5<k<25,\ k\in \mathbf{Z}_+\}$. Определить множества: $X\cap Y$, $X\cup Y$, $X\setminus Y$.

7. Доказать:
   а) если $A\cup B\cup C=U$ (U-универсальное множество) и $A\cap B=\varnothing$ $A\cap C=\varnothing$ $B\cap C= \varnothing$, то $A\not\subset B$.
   б) $\rceil(X\cup Y) = \rceil X\cap \rceil Y$ –тождество Моргана.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) если $X\cap Y=\varnothing$, то $X\not\subset Y$ и $Y \not\subset X$;
   б) $(X\setminus Y) \cap Z = X\cap Z \setminus Y\cap Z$.

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и определением равенства множеств, доказать:
   $(X\setminus Y)\cup Z = (X\setminus Y) \setminus (Y\cup Z)$.

10. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера-Виенна.
    В двух параллельных группах учатся 45 студентов из них 25 девушек. Хорошистов всего 30 человек, из них 16 девушек. Спортом занимаются 28 человек, из них 18 девушек. Среди занимающихся спортом 17 хорошистов. 15 девушек учатся хорошо и в то же время занимаются спортом. Проверить есть ли противоречие в условии задачи? В чем оно выражено?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Пусть множество $\mathbf{Z}\setminus\{0\}$ (множество целых чисел без нуля).
   Определить отношения C1, C2, C3:
   а) $C1 =\{(x,y,z) \mid x - y + z = 0,\ x,y,z \in \mathbf{Z}\setminus\{0\}\}$;
   б) $C2 = \{(x,y) \mid$ “ $x-y >=0$ ”, $x,y \in M_{2n}\}$, где M_{2n} – множество четных чисел;
   в) $C3 = \{(y,z) \mid |yz| < 1,\ y,z \in \mathbf{Z}\setminus\{0\}\}$.

2. Проверить свойства бинарных отношений C2, C3 (рефлексивность, антирефлективность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

3. Является ли функцией отношение. Определить обратное отношение R^{-1}:
   а) $R=\{(2,3), (3,2), (5,4), (6,3),(4,5),(1,6)\}$, $R \subseteq M$, $M=\{1,2,3,4,5,6\}$;
   б) $R=\{(x,y) \mid x,y \in B$, “$x – y =0$ »$\}$, $B=\{1,3,5,7,9,11\}$;
   в) R – отношение «x делит y», $R \subseteq \mathbf{N}$.

4. Определить взаимнооднозначное соответствие между множествами M_1 и M_2: $M_1=\{(m_1, m_2,\ldots,m_n) \mid m_1, m_2,\ldots,m_n \in \{0,1\}\}$, $\boldsymbol{\beta}(M_2)$ – булеан M_2, $|M_2|=n$;

5. Определить композиции функций и свойства композиций:
   а) $f(x) = e^x$, $g(x) = x+1$;

   б) $\alpha = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, $\beta = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 5 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$.

Вариант 11

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: $M=\{m \mid m=2p(2q-1),\ p,q\in\mathbf{N}\}$.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) $K=\{n \mid n=2k-1,\ 1<k<10,\ k\in\mathbf{N}\}$;
   б) $R=\{r \mid r=pq,\ p<10,\ q<20,\ p,q$ – простые числа$\}$;
   в) $X=\{0, 1, 2\}$, $Y=\{y \mid x=y+z,\ x,z\in X\}$.

3. Задать множество порождающей процедурой:
   а) множество целых чисел 1, 2, 6, 24, 120, 720, …
   б) множество натуральных чисел с 0.

4. Верны ли утверждения:
   а) $0 \in \varnothing$;
   б) $|\beta(B)|=2^{|B|}$;
   в) L – множество букв латинского алфавита, x, y, z, and $\in L$;
   г) если A=B, то $A\subset B$ и $B\subset A$.

5. Найти все подмножества следующего множества: $U = \{t, u, v\}$; сколько трехэлементных подмножеств содержится в множестве U; какова мощность булеана множества U ($|\beta(U)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества X – множество простых чисел, Y – множество нечетных чисел. Определить множества: $X\cap Y$, $X\cup Y$, $X\setminus Y$.

7. Доказать:
   а) если $A\cup B\cup C=U$ (U-универсальное множество) и $A\cap B=\varnothing$ $A\cap C=\varnothing$ $B\cap C=\varnothing$, то $\rceil A.=B\cup C$;
   б) $X\setminus(Y\setminus X) = X$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) $A\cup B\cap C = (A\cap C) \cup (A\cup B)$;
   б) $(A\cap B)\setminus C = A\setminus C \cup B\setminus C$;

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и определением равенства множеств, доказать: $\varnothing\cap A = \varnothing$.

10. Какое множество изображено заштрихованной фигурой?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Проверить свойства бинарных операций (сложение, умножение) $\varphi(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ и $\gamma(x_1, x_2) = x_1 * x_2$ (ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность), заданных на конечном множестве M = {1,2,3,4,5,6}. Задать операции таблицами Кэли.

2. Пусть соответствия G1 и G2 заданы на декартовой плоскости, определить свойства бинарных отношений:
   а) G1

   б) G2

3. Для функции $f(x)$ задать несколько типов, для каждого из заданных типов функции $f(x)$ определить свойства $f(x)$, имеет ли $f(x)$ обратную функцию $f^{-1}(x)$, является ди $f^{-1}(x)$ отображением:
   а) $f(x) = \lg x$;

б) $f(x) = x^n$, n – фиксированное натуральное число.

4. Пусть алгебры заданы $A=(N_4, \oplus_4)$ и $B=(N_4, \otimes_4)$, где $N_4 = \{0,1,2,3\}$, $\oplus_4$ - сложение по модулю 4, $\otimes_4$ - умножение по модулю 4. Является ли отображение Г: $0\to1, 1\to2, 2\to3, 3\to0$ гомоморфизмом и изоморфизмом?

5. Для отношений R1, R2 определить отношения $R1^{-1}$, дополнение R1, $R2^{-1}$, дополнение R2:
   а) R1 – быть отцом;
   б) R2 – $\{(x,y) \mid$ “x-y” – четное число, $x,y \in X, \}$, $X=\{1,2,\ldots,9\}$.

Вариант 12

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M простых чисел с помощью характеристического предиката.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) $N=\{n \mid n=(2k-1)/2,\ 1<k<10,\ k,n\in\mathbf{N}\}$;
   б) $R=\{r \mid r=p/q,\ p<10,\ q<20,\ p,q$ – простые числа$\}$;
   в) $X=\{0, 1\}$, $Y=\{y \mid x=y+z,\ x,z\in X\}$.

3. Какие из следующих множеств пусты:
   а) множество отрицательных корней уравнения $(x-1)^2(x^2+5x+4)=0$;
   б) множество положительных целых корней тригонометрического уравнения $\sin x+\cos x=1$;
   в) $X=\{x \mid x^{\sqrt{x}}<=0,\ x\in\mathbf{N_0}\}$.

4. Верны ли утверждения:
   а) $\{1,2\}\in\{\{1,2,3\},\{1,\}\{1,2\},\{2\}\}$;
   б) $|\varnothing|\neq 0$;
   в) если $A\subset B$, то $A\neq B$;
   г) $|\boldsymbol{\beta}(\varnothing)|=0$.

5. Найти все подмножества следующего множества: $G = \{s, t, u, v\}$; сколько трехэлементных подмножеств содержится в множестве G; какова мощность булеана множества G ($|\boldsymbol{\beta}(G)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X, Y, Z\subset\mathbf{N}$, где X – множество четных чисел; Y – множество простых чисел; Z – множество чисел кратных пяти. Определить множества: $X\cup Y\cap Z$; $X\cap Y\cap Z$.

7. Доказать:
   а) $X\cup(Y\cap Z)=(X\cup Y)\cap Z$;
   б) $X\cap(Y\cup Z)=X\cap Y\cup X\cap Z$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) если $A\cap B\subseteq\rceil C$ и $A\cup C\subseteq B$, то $A\cap C=\varnothing$;
   б) $A\cup(A\cap B)=A\cap(A\cup B)$.
9. Какие из следующих множеств всегда пусты:

а) $\neg(\neg(\neg A \cup B) \cup (A \cup \neg B))$;
б) $(A \cap B) \cup (A \cap \neg B) \cup (\neg A \cap B)$.

10. Упростить выражение:
а) $\neg(\neg X \cup Y) \cup X \cup \neg Y$;
б) $(A \cup B) \cap (\neg A \cup \neg B)$.

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Проверить свойства бинарных операций (сложение, возведение в степень) $\varphi(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ и $\gamma(x_1, x_2) = (x_1)^{x_2}$ (ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность), заданных на конечном множестве $M = \{1,2,3,4\}$. Задать операции таблицами Кэли.

2. Пусть соответствия G1 и G2 заданы на декартовой плоскости, определить свойства бинарных отношений:
а) G1

б) G2

3. Для функции f(x) задать несколько типов, для каждого из заданных типов функции f(x) определить свойства f(x), имеет ли f(x) обратную функцию $f^{-1}(x)$, является ди $f^{-1}(x)$ отображением:
   а) f(x) = x^2;
   б) f(x) = x+2.

4. Пусть алгебры заданы A=(N_4, $\oplus_4$) и B=(N_4, $\otimes_4$), где N_4 = {0,1,2,3}, $\oplus_4$ - сложение по модулю 4, $\otimes_4$ - умножение по модулю 4. Является ли отображение Г: 0$\rightarrow$1,1$\rightarrow$2, 2$\rightarrow$3, 3$\rightarrow$0 гомоморфизмом и изоморфизмом?

5. Для отношений R1, R2 определить отношения $R1^{-1}$, дополнение R1, $R2^{-1}$, дополнение R2:
   а) R1 – быть старше;
   б) R2 – {(x,y) | "x+y" – четное число, x,y $\in$X, }, X={1,2,…,9}.

Вариант 13

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество корней уравнения $\cos x = 1$.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) $S=\{s \mid s=p+q,\ p,q$ – делители числа $24\}$;
   в) $X=\{5,4,3\}$, $Y=\{x \mid x=y+z,\ y,z\in X\}$;
   б) множество простых натуральных чисел не превышающих 100.

3. Приведите примеры множеств A,B,C,D, удовлетворяющих следующим соотношениям:
   а) $A\neq B$, $C=\varnothing$, $A,B,C\subseteq D$;
   б) $A\subseteq B$ и $B\subseteq A$.

4. Верны ли утверждения:
   а) $\{1, 2, 3, -1,-2,-3\}\subseteq \mathbf{N}$;
   б) $\{0,3,8,15,24,\ldots\}=\{x \mid x=k+l;\ k,l\in \mathbf{N_0},\ k=x+2, l=3\}$;
   в) множество нулей уравнения $x^2+1=0$ не пусто;
   г) $\{X,Y,Z,T\}$ – подмножество множества букв латинского алфавита.

5. Найти все подмножества следующего множества: G = {А,Б,В,Г,Д}; сколько трехэлементных подмножеств содержится в множестве G; какова мощность булеана множества G ($|\beta(G)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X=\{x \mid x=k+l;\ k,l\in \mathbf{N_0},\ k=x+2, l=3\}$, $Y=\{1,3,5,7,9,\ldots\}$. Определить множества: $\rceil Y$; $X\cap Y$.

7. Доказать:
   а) $Y\cup Y=Y$ - идемпотентность;
   б) $X \cup (Y\cap Z)= X \cup Y\cap X\cup Z$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) $X\subseteq X\cup Y$ – экстенсивность;
   б) $Y\cap \rceil X=\rceil(\rceil X\cup \rceil Y)$.

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и определением равенства множеств, доказать: $A=(A\setminus B)\cup(A\cap B)$.

Y

10. Какое множество изображено заштрихованной фигурой?

X

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Проверить свойства бинарных операций (деление, возведение в степень) $\varphi(x_1, x_2)=x_1/x_2$ и $\gamma(x_1,x_2)=(x_1)^{x_2}$ (ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность).

2. Пусть соответствия G1 и G2 заданы на декартовой плоскости, определить свойства бинарных отношений:
   а) G1

   б) G2

3. Для функции f(x) задать несколько типов, для каждого из заданных типов функции f(x) определить свойства f(x), имеет ли f(x) обратную функцию $f^{-1}(x)$, является ди $f^{-1}(x)$ отображением:
   а) f(x) = $\log x$;
   б) f(x) = 1/x.

4. Пусть алгебры заданы $A=(\mathbf{R},+)$ и $B=(\mathbf{R}_+,\times)$. Является ли отображение Γ: $\mathbf{R}_+\to \mathbf{R}$, $\Gamma(x) = \log x$ гомоморфизмом и изоморфизмом?

5. Для отношений R1, R2 определить отношения $R1^{-1}$, дополнение R1, $R2^{-1}$, дополнение R2:
   а) R1 – $\{(x,y) \mid x + y=0;\ x,y \in \mathbf{Z}\}$;
   б) R2 – $\{(x,y) \mid$ “x делитель y”; $x,y \in X,\ \}$, $X=\{1,2,\dots,9\}$.

Вариант 14

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество корней уравнения $x^2=1$.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) множество натуральных чисел кратных 15 до 144;
   б)) $S=\{s \mid s=p+q,\ p,q$ – простые числа натурального ряда от 7 до 29$\}$;
   в) $Y=\{y/2 \mid -3 < y < 5,\ y \in \mathbf{Z}\}$.

3. Приведите примеры множеств A,B,C,D, удовлетворяющих следующим соотношениям:
   а) $A \subseteq B$, $B \in C$, $C \subseteq D$;
   б) $A \subseteq B$ и $B \subseteq C$, $C \in D$.

4. Верны ли утверждения:
   а) $\{-1,1\}=\{(-1)^n,\ n \in \mathbf{N}\}$;
   б) если $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$, то $|A| \neq |B|$;
   в) $|\boldsymbol{\beta}(\varnothing)|=1$.

5. Найти все подмножества следующего множества: N = {!, ?, |, /}; сколько трехэлементных подмножеств содержится в множестве N; какова мощность булеана множества N ($|\boldsymbol{\beta}(N)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X,Y,Z \subset \mathbf{N}$, где X – множество четных чисел; Y – множество простых чисел; Z – множество чисел кратных трем. Определить множества: $X \cap Z$; $X \cap Y \cap Z$; $\mathbf{N} \cap Y$.

7. Доказать:
   а) $X \cup (Y \setminus Z) = (X \cup Y) \setminus (X \cup Z)$;
   б) $X \cap (Y \cup Z) = X \cap Y \cap Z$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) если $A \cup B \cup C = U$ (U-универсальное множество) и $A \cap B = \varnothing$, $A \cap C = \varnothing$, $B \cap C = \varnothing$, то $\rceil A. = B \cup C$;
   б) если $A \subseteq \rceil(B \cup C)$ и $B \subseteq \rceil(A \cup C)$, то $B = \varnothing$.

9. Какие из следующих множеств всегда пусты:

Y

а) $B \setminus (A \cup \neg B)$;
б) $(A \cap B) \cap (C \cap \neg A)$.

10. Упростить выражение:
а) $X \cup \neg (X \cup \neg Y) \cap U$ (U – универсальное множество);
б) $(A \cup B) \cap (\neg A \cup \neg B)$.

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Проверить свойства бинарных операций (сложение, возведение в степень) $\varphi(x_1, x_2)=x_1+x_2$ и $\gamma(x_1,x_2)=(x_1)^{x_2}$ (ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность).

2. Пусть соответствия G1 и G2 заданы на декартовой плоскости, определить свойства бинарных отношений:
а) G1

б) G2

3. Для функции $f(x)$ задать несколько типов, для каждого из заданных типов функции $f(x)$ определить свойства $f(x)$, имеет ли $f(x)$ обратную функцию $f^{-1}(x)$, является ди $f^{-1}(x)$ отображением:
а) $f(x) = x^3$;
б) $f(x) = (x-1)^2$.

4. Пусть алгебры заданы $A=(\mathbf{R},+)$ и $B=(\mathbf{R},+)$. Является ли отображение $\Gamma: \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $\Gamma(x) = 2x$ гомоморфизмом и изоморфизмом?

5. Для отношений R1, R2 определить отношения $R1^{-1}$, дополнение R1, $R2^{-1}$, дополнение R2:
   а) R1 – быть старше;
   б) R2 – $\{(x,y) \mid$ "$x - y = 0$"; $x,y \in X, \}$, $X=\{1,2,\ldots,9\}$.

Вариант 15

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество корней уравнения $x^2-5x+6=0$.

2. Задайте множества порождающей процедурой:
   а) множество натуральных чисел кратных 13 не превышающих 121;
   б) $\{0, 10, 20, 30, 40, 50\}$;
   в) $Y=\{y \mid y = 2^n;\ n\in \mathbf{N_0}\}$.

3. Какие из следующих множеств пусты:
   а) множество отрицательных корней уравнения $x^2-7 = 0$;
   б) множество целых корней тригонометрического уравнения $\sin x+\cos x=1$;
   в) $X=\{x \mid x(x^2+1)<=0,\ x\in \mathbf{N_0}\}$.

4. Верны ли утверждения:
   а) $\varnothing=\{0\}$ и $|\varnothing|=0$;
   б) $\{a, d, b\}=\{\{a\}, b, d\}$;
   в) $|\boldsymbol{\beta}(\varnothing)| = 0$;
   г) множество нулей уравнения $x^2-1 = 0$ пусто.

5. Найти все подмножества следующего множества: $X = \{1, \{2\}, 3\}$; какова мощность булеана множества X ($|\boldsymbol{\beta}(X)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X,Y,Z\subset \mathbf{N}$, где X – множество четных чисел; Y – множество нечетных чисел; Z – множество чисел кратных трем. Определить множества: $X\cap Z$; $X\cap Y\cap Z$; X/Y.

7. Найти:
   а) $\{x \mid x=(a+1)^2;\ -3<a<3,\ a\in \mathbf{Z}\} \cap \{-2,-1,0,12,15\}$;
   б) $\{2,3,4,5\}\cap\{0,1\}\cup\{2,3,4,5\}$;
   в) $\{1,2,4,8,16,32,64\}\setminus\{x \mid x>6,\ x\in \mathbf{Z}\}\cap\{x \mid 3<x<7,\ x\in \mathbf{N}\}$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) $A\cap B\subseteq A$, $B\subseteq A$;
   б) $X\cap Y\neq\varnothing$, $Y\cap Z\neq\varnothing$,$X\cap Z\neq\varnothing$, $X\cap Y\cap Z\neq\varnothing$.

9. Какие из следующих множеств всегда пусты:

а) $\rceil(\rceil A\cap\rceil B\cap C)\cap\rceil(\rceil A\cap B)\cap\rceil A\cap C$;
б) $(A\cap B)\backslash B$.

10. Упростить выражения:
а) $A\cap\rceil B\cap\rceil A\cap B$;
б) $C\cup\rceil(A\cap\rceil C)\backslash C$.

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Проверить свойства бинарных операций (умножение, возведение в степень) $\varphi(x_1, x_2)=x_1\times x_2$ и $\gamma(x_1,x_2)=(x_1)^{x_2}$ (ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность).

2. Пусть соответствия G1 и G2 заданы на декартовой плоскости, определить свойства бинарных отношений:
а) G1

б) G2

3. Для функции $f(x)$ задать несколько типов, для каждого из заданных типов функции $f(x)$ определить свойства $f(x)$, имеет ли $f(x)$ обратную функцию $f^{-1}(x)$, является ди $f^{-1}(x)$ отображением:
а) $f(x) = 2^x$;
б) $f(x) = \ln x$.

4. Пусть алгебры заданы $A=(\mathbf{R},+)$ и $B=(\mathbf{R}_+,\times)$. Является ли отображение Γ: $\mathbf{R}_+\rightarrow \mathbf{R}$, $\Gamma(x) = \log x$ гомоморфизмом и изоморфизмом?

5. Для отношений R1, R2 определить отношения $R1^{-1}$, дополнение R1, $R2^{-1}$, дополнение R2:
   а) R1 – жить этажом выше;
   б) R2 – $\{(x,y) \mid$ "$x / y = 2$"; $x,y \in X, \}$, $X=\{1,2,\ldots,9\}$.

Вариант 16

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество положительных корней уравнения $(x-5)(x+3)^2(x+1)^3=0$.

2. Задайте множества порождающей процедурой:
   а) множество натуральных чисел;
   б) $\{5,10,15,20,25,30,35\}$;
   в) $Y=\{y \mid y = 2^n;\ n\in\mathbf{N_0}\}$.

3. Какие из следующих множеств пусты:
   а) множество действительных корней уравнения $x^2-5 = 0$;
   б) множество целых корней тригонометрического уравнения $\sin x =1$;
   в) $X=\{x \mid (x^2+1)<=0,\ x\in\mathbf{N_0}\}$.

4. Верны ли утверждения:
   а) $\varnothing=\{0\}$ и $|\varnothing|=1$;
   б) $\{x \mid x=-(n^2),\ n\in\mathbf{N_0}\}=\{s \mid s=k^2,\ k\in\mathbf{Z}_-\}$;
   в) $|\boldsymbol{\beta}(\varnothing)| = 1$;
   г) множество нулей уравнения $x^2+1 = 0$ пусто.

5. Найти все подмножества следующего множества: $T_r = \{\aleph,\Im,\Re,\wp\}$; какова мощность булеана множества T_r ($|\boldsymbol{\beta}(T_r)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X,Y,Z\subset\mathbf{N}$, где X – множество четных чисел; Y – множество чисел кратных семи; Z – множество чисел кратных трем. Определить множества: $X\cap Z$; $X\cap Y\cap Z$; X/Y.

7. Доказать справедливость равенств для произвольных множеств, используя соотношение $X\backslash Y= X \cap \rceil Y$:
   а) $X\backslash(Y\cup Z)= (X\backslash Y) \cap (X\backslash Z)$;
   б) $X\cup Y=X\cup(Y\backslash X)$.

8. Какие из следующих множеств всегда пусты:
   а) $(A\cap B) \cap (C \cap \rceil A)$;
   б) $B\backslash(A \cap B)$.

9. Показать на примерах:

а) не всегда $(X \cup Y) \cap Z = (X \cup Z) \cap Y$;
б) при $X \cap Y \neq \varnothing$, $Y \cap Z \neq \varnothing$, $X \cap Z \neq \varnothing$ возможно $X \cap Y \cap Z \neq \varnothing$.

10. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера-Виенна.
В двух параллельных группах учатся 45 студентов, из них 25 девушек. Хорошистов всего 30 человек, из них 16 девушек. Спортом занимаются 26 человек, из них 18 девушек. Среди занимающихся спортом 18 хорошистов. 15 девушек учатся хорошо и в то же время занимаются спортом. Сколько юношей занимаются спортом и хорошо учатся?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Укажите отношения нестрого порядка
а) отрезок *a* короче отрезка *b*;
б) Васильев знает Петрова;
в) Иванов живет этажом выше Соколова;
г) числа *x* и *y* не являются двузначными.

2. Даны множества $X=\{1,2,3,4,5\}$, $Y=\{2,4,6,8,10\}$ и $F \subseteq Y \times X$ – соответствие. Укажите функциональные соответствия:
а) $F=\{(2,2),(4,4),(6,5),(8,3),(10,1)\}$;
б) $F=\{(2,1),(4,2),(6,3),(8,4),(10,5)\}$;
в) $F=\{(1,2),(2,4),(3,6),(4,8)(5,10)\}$.

3. Для операций $\otimes_5$ и $\oplus_5$, заданных на множестве $N_5 = \{0,1,2,3,4\}$ построить таблицы Кели и определить свойства операций.

4. Определить композицию $h(x)=g(f(x))$ функций $f(x) = \begin{cases} |x|, & -5<x<3 \\ x-8, & x>=3 \\ x^2, & x<=-5 \end{cases}$

$$g(x)=\begin{cases} x+1, & x<-2 \\ 3x, & |x|<=2 \\ 1, & x>2. \end{cases}$$

5. Задано множество $D=\{f, q\}$ на множестве $\beta(D)$ заданы теоретико-множественные операции. Сколько всевозможных бинарных операций можно задать на множестве $\beta(D)$?

Вариант 17

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество М с помощью характеристического предиката: множество нечетных чисел, не превышающих 155.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) множество натуральных чисел кратных 15 до 150;
   б) $T=\{t \mid t=(k+i)>5$, k, i делители числа 69$\}$;
   в) $X=\{x \mid (x+1)^2(x^2-121)=0, x\in \mathbf{N_0}\}$.

3. Какие из следующих множеств пусты:
   а) $\{x|-x^2, x\in \mathbf{N_0}\}$;
   б) множество являющееся решением неравенства $(x-5)(x+10)<0$, $x\in \mathbf{R}$.

4. Верны ли утверждения:
   а) если все элементы множества А принадлежат другому множеству С, то множество А подмножество С;
   б) $A=\{1,2,3\}$, $C=\{c| c\in A\}$, $C\subseteq A$ или $A\subseteq C$;
   в) $\{a,b,c\}\in L$, $L=\{x, y, z, l, m, n, a, b, c, d\}$;
   г) $|B|=5$, $|\beta(B)|=5$.

5. Найти все подмножества следующего множества: $T_r = \{q,w,e,r\}$; какова мощность булеана множества T_r ($|\beta(T_r)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X,Y,Z\subset \mathbf{N}$, где X – множество четных чисел; Y – простые числа; Z – множество чисел кратных трем. Определить множества: $\rceil Y$; $X\cap Y\cap Z$; X/Z.

7. Доказать справедливость равенств для произвольных множеств, используя соотношение $X\setminus Y= X \cap \rceil Y$:
   а) $X\setminus(Y\setminus X)=X$;
   б) $\rceil X\cup Y=\rceil X\cup(Y\cap X)= \rceil(X\setminus Y)$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
а) $(A\cup B) \cup A= A\cup B$;
б) если $A\subseteq B$, то $A\cup B = B$.

9. Применить законы поглощения для упрощения выражения: $(A\cap B)\cap(A\cap B\cap C)\cup B$.

10. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера-Виенна.

    В студенческой группе 25 человек, 13 из них знают английский язык, 12 – немецкий, 13 – французский.;3 человека знают английский и французский, 6 – английский и немецкий, 5 – немецкий и французский. Сколько студентов знают все три языка?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Укажите отношения эквивалентности

   а) отрезок *a* короче отрезка *b*;

   б) Васильев знает Петрова;

   в) Иванов живет этажом выше Соколова;

   г) числа *x* и *y* не являются двузначными.

2. Даны множества X={1,2,3,4,5}, Y={2,4,6,8,10} и $F\subseteq X\times Y$ – соответствие. Укажите функциональные соответствия:

   а) F={(2,2),(4,4),(6,5),(8,3),(10,1)};

   б) F={(2,1),(4,2),(6,3),(8,4),(10,5)};

   в) F={(1,2),(2,4),(3,6),(4,8)(5,10)};

   г) F={(1,10),(5,10),(2,6),(3,6),(4,8),(5,2)}.

3. Даны таблицы Кели, бинарных операций p_1 и p_2, заданных на множестве K={1,2,3}, определить свойства операций:

p_1	1	2	3
1	2	1	3
2	3	1	2
3	1	2	3

p_2	1	2	3
1	2	1	3
2	2	2	3
3	2	1	2

4. Определить композицию h(*x*)=g(f(*x*)) функций $f(x)=\begin{cases} x^3, & -3<x<3 \\ x-2, & x>=3 \\ 5x, & x<=-3 \end{cases}$

$$g(x)=\begin{cases} x+5, & x<-1 \\ 3x, & |x|<=1 \\ x-1, & x>1. \end{cases}$$

5. Задано множество D={*f*, *q*, *p*} на множестве заданы бинарные операции типа $D^2\to D$. Сколько всевозможных бинарных операций можно задать на множестве D?

Вариант 18

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество М с помощью характеристического предиката: множество корней уравнения $x^2+5x+6=0$.

2. Задайте множества порождающей процедурой:
   а) множество натуральных чисел кратных 13 не превышающих 121;
   б) {0, 10, 20, 30, 40, 50};
   в) $Y=\{y \mid y = 2^n; n\in\mathbf{N_0}\}$.

3. Какие из следующих множеств пусты:
   а) множество отрицательных корней уравнения $x^2+5 = 0$;
   б) множество целых корней тригонометрического уравнения $\cos x=1$;
   в) $X=\{x \mid x(x^2+1)<=0, x\in\mathbf{N_0}\}$.

4. Верны ли утверждения:
   а) $\varnothing=\{0\}$ и $|\varnothing|=0$;
   б) {a, d, b}={{a}, b, d};
   в) $|\boldsymbol{\beta}(\varnothing)| = 0$;
   г) множество нулей уравнения $x^2-1 = 0$ пусто.

5. Найти все подмножества следующего множества: X = {1, {2}, 3}; какова мощность булеана множества X ($|\boldsymbol{\beta}(X)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X,Y,Z\subset\mathbf{N}$, где X – множество четных чисел; Y – множество нечетных чисел; Z – множество чисел кратных трем. Определить множества: $X\cap Z$; $X\cap Y\cap Z$; X/Y.

7. Найти:
   а) $\{x \mid x=(a+1)^2; -4<a<6, a\in\mathbf{Z}\} \cap \{-2,-1,0,1,2,3,12,15\}$;
   б) $\{3,4,5\}\cap\{0,1,2\}\cup\{2,3,4,5\}$;
   в) $\{1,2,4,8,16,32,64\}\setminus\{x \mid x>10, x\in\mathbf{Z}\}\cap\{x \mid 1<x<9, x\in\mathbf{N}\}$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) $A\cap B\subseteq A$, $B\subseteq A$;
   б) $X\cap Y\neq\varnothing$, $Y\cap Z\neq\varnothing$, $X\cap Z\neq\varnothing$, $X\cap Y\cap Z=\varnothing$.

9. Какие из следующих множеств всегда пусты:

а) $\rceil(\rceil A\cap\rceil B\cap C)\cap\rceil(\rceil A\cap B)\cap\rceil A\cap C$;
б) $(A\cap B)\backslash B$.

10. Упростить выражения:
а) $A\cap\rceil B\cap\rceil A\cap B$;
б) $C\cup\rceil(A\cap\rceil C)\backslash C$.

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Укажите отношения эквивалентности
а) отрезок *a* не короче отрезка *b*;
б) Васильев и Петров друзья;
в) Иванов живет в одном доме с Соколовым;
г) числа *x* и *y* не равны.

2. Даны множества X={1,2,3,4,5}, Y={2,4,6,8,10} и $F\subseteq Y\times X$ – соответствие. Укажите функциональные соответствия:
а) F={(2,2),(4,4),(6,5),(8,3),(10,1)};
б) F={(2,1),(4,2),(6,3),(8,4),(10,5)};
в) F={(6,2),(2,4),(8,5),(4,3)(10,1)};
г) F={(1,10),(5,10),(2,6),(3,6),(4,8),(5,2)}.

3. Даны таблицы Кели, бинарных операций p_1 и p_2, заданных на множестве K={1,2,3}, определить свойства операций:

p_1	1	2	3
1	1	2	3
2	3	1	2
3	1	2	1

p_2	1	2	3
1	2	1	3
2	1	2	3
3	2	1	3

4. Определить композицию h(*x*)=g(f(*x*)) функций $f(x)=\begin{cases} x^3, & -3<x<3 \\ x-3, & x>=3 \\ 3x, & x<=-3 \end{cases}$

$$g(x)=\begin{cases} x+1, & x<-1 \\ 4x, & |x|<=1 \\ x-5, & x>1. \end{cases}$$

5. Задано множество D={q, p} на множестве заданы бинарные операции типа $D^3\to D$. Сколько всевозможных бинарных операций можно задать на множестве D?

Вариант 19

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество корней уравнения $\cos x = 1$.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) $S=\{s \mid s=p+q,\ p,q$ – делители числа $16\}$;
   в) $X=\{5,4,3\}$, $Y=\{x \mid x=y+z,\ y,z\in X\}$;
   б) множество простых натуральных чисел не превышающих 99.

3. Приведите примеры множеств A,B,C,D, удовлетворяющих следующим соотношениям:
   а) $A\neq B$, $C=\varnothing$, $A,B,C\subseteq D$;
   б) $A\subseteq B$ и $B\subseteq A$.

4. Верны ли утверждения:
   а) $\{1, 2, 3, -1,-2,-3,-4\}\subseteq \mathbf{N}$;
   б) $M=0,3,8,15,24,\ldots=\{x \mid x=k+l;\ k,l\in \mathbf{N_0},\ k=x+2, l=3\}$;
   в) множество нулей уравнения $x^2+1=0$ не пусто;
   г) $\{X,Y,Z,T\}$ – подмножество множества букв латинского алфавита.

5. Найти все подмножества следующего множества: G = {А,Б,В,Г,Д}; сколько трехэлементных подмножеств содержится в множестве $\beta(G)$; какова мощность булеана множества G ($|\beta(G)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X=\{x|x=k+l;k,l\in \mathbf{N_0},$ $k=x+2,l=3\}$, $Y=\{1,3,5,7,9,\ldots\}$. Определить множества: $\rceil Y$; $X\cap Y$.

7. Доказать:
   а) $Y\cup Y=Y$ - идемпотентность;
   б) $X \cup (Y\cap Z)= X \cup Y\cap X\cup Z$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) $X\subseteq X\cup Y$ – экстенсивность;
   б) $Y\cap \rceil X=\rceil(\rceil X\cup \rceil Y)$.

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и определением равенства множеств, доказать: $A=(A\setminus B)\cup(A\cap B)$.

10.Какое множество изображено заштрихованной фигурой?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Укажите отношения нестрогого порядка:
   а) дом *a* не выше дома *b*;
   б) прямая *a* перпендикулярна прямой *b*;
   в) Иванов задает вопросы Петрову;
   г) числа *x* следует за числом *y*.

2. Даны множества X={1,2,3,4,5}, Y={5,4,3,2,1} и $F \subseteq X \times Y$ – соответствие. Укажите функциональные соответствия:
   а) F={(2,2),(4,4),(5,5),(3,3),(1,1)};
   б) F={(2,1),(4,3),(5,2),(3,4),(4,5)};
   в) F={(1,2),(2,4),(3,5),(4,3)(5,1)};
   г) F={(1,1),(5,1),(2,5),(3,5),(4,3),(5,2)}.

3. Даны таблицы Кели, бинарных операций p_1 и p_2, заданных на множестве K={1,2,3}, определить свойства операций:

p_1	1	2	3
1	2	1	3
2	3	2	1
3	1	3	2

p_2	1	2	3
1	3	1	3
2	2	3	3
3	2	1	3

4. Определить композицию h(*x*)=g(f(*x*)) функций $f(x) = \begin{cases} x^3, & -2<x<2 \\ x+2, & x>=2 \\ 5x, & x<=-2 \end{cases}$

$g(x)=\begin{cases} x^2, & x>1 \\ 3x, & |x|<=1 \\ x+1, & x<-1. \end{cases}$

5. Задано множество D={a, b, c} на множестве заданы бинарные операции типа $D^2 \to D$. Сколько всевозможных бинарных операций можно задать на множестве D?

Вариант 20

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество корней уравнения $\sin(x)=0$.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) $\{x \mid x=n(n+2);\ n\geq 0,\ n\in\mathbf{Z}\}$;
   б) множество простых чисел не превышающих 55;
   в) $\{r \mid r=(-n)^2;\ 3<n\leq 12,\ n\in\mathbf{N}\}$.

3. Какие из следующих множеств пусты:
   а) множество положительных корней уравнения $x^2 - 12x + 15 = 0$;
   б) множество решений неравенства $(x - 12)^2 \leq 0,\ x\in\mathbf{R}$;
   в) множество однобуквенных слов русского языка, состоящих из согласных букв.

4. Верны ли утверждения:
   а) $\varnothing$- множество не содержащее элементов;
   б) $\{r \mid r=(-n)^2;\ n\in\mathbf{Z}_-\} = \{s \mid s=n^2;\ n\in\mathbf{Z}_+\}$;
   в) $0\in\mathbf{Z}$ и $0\in\mathbf{N}$;
   г) $\varnothing\in\mathbf{R}$.

5. Найти все подмножества следующего множества: $V=\{\alpha, \beta, \gamma, \lambda\}$; сколько одноэлементных подмножеств множества V; какова мощность булеана множества V ($|\beta(V)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества X,Y, Z, **N**, где X – множество четных чисел; Y – множество чисел кратных трем; Z – множество чисел кратных двум. Определить множества:
   а) $\mathbf{N}\setminus(X\cup Y)$;
   б) $Y\cup Z\cup X$;
   в) $Z\setminus\mathbf{N}$.

7. Найти:
   а) $\{x \mid x=a^3-1;\ 0<a<10,\ a\in\mathbf{Z}\} \cup \{2,7,10,12,15\}$;
   б) $\{1,2,3\}\cap(\{0,1\}\cap\{2,3,4,5\})$;
   в) $\{@,\#,\%,\&,*\}\setminus\{\wedge,\%,*\}\cap\{!,@,\&,\%\}$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли

следующие утверждения:

а) $X \cup (X \cap Y) = X$ – тождество Порецкого;

б) $\rceil(X \cap Y) = \rceil X \cup \rceil Y$ –тождество Моргана.

9. Какие из следующих множеств всегда пусты:

   а) $((A \cap \rceil B) \cup C) \cap (\rceil A \cap B) \cap \rceil C$;

   б) $\rceil(\rceil X \cup Y) \cup X \cup \rceil Y$.

10. Применить законы для упрощения выражений:

   а) $(A \cup B) \cap (A \cap B)$;

   б) $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B)$;

   в) $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B)$.

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Укажите отношения строгого порядка:

   а) отрезок *a* длинее отрезка *b* на 3 см;

   б) Васильев выше Петрова;

   в) точка *d* на числовой оси находится левее точки *b*;

   г) расстояние между населенными пунктами равно 100 км.

2. Даны множества $X=\{1,2,3,4,5\}$, $Y=\{m,n,l,p,q\}$ и $F \subseteq Y \times X$ – соответствие. Укажите функциональные соответствия:

   а) $F=\{(m,2),(n,4),(l,5),(p,3),(q,1)\}$;

   б) $F=\{(2,l),(4,m),(5,n),(4,q),(5,p)\}$;

   в) $F=\{(q,2),(l,4),(p,5),(l,3)(m,1)\}$;

   г) $F=\{(m,1),(n,2),(p,3),(q,4),(l,5),(n,3)\}$.

3. Даны таблицы Кели, бинарных операций p_1 и p_2, заданных на множестве $K=\{1,2,3\}$, определить свойства операций:

p_1	1	2	3
1	1	1	3
2	2	1	2
3	3	2	3

p_2	1	2	3
1	1	2	3
2	2	3	1
3	3	1	2

4. Определить композицию $h(x)=g(f(x))$ функций $f(x) = \begin{cases} x^3, & |x|<=1 \\ x-2, & x>=1 \\ 5x, & x<=-1 \end{cases}$

$$g(x)=\begin{cases} x+5, & x<-3 \\ 3x, & -3<x<3 \\ x-1, & x>3. \end{cases}$$

5. Задано множество $D=\{0,1,2\}$ на множестве заданы унарные операции типа $D \rightarrow D$. Сколько всевозможных унарных операций можно задать на

множестве D?

Вариант 21

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью порождающей процедуры рекурсивного типа:
   Множество положительных целых чисел, не превышающих 15.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) множество натуральных чисел кратных 12 до 144.
   б) множество простых натуральных чисел не превышающих 100.

3. Какие из следующих множеств пусты:
   а) множество действительных корней уравнения: $12x^2 + 4x+1=0$;
   б) множество четных (положительных) чисел;
   в) множество четных, отрицательных натуральных чисел.

4. Верны ли утверждения:
   а) $|\varnothing| \neq 0$;
   б) $\forall Z, \varnothing \subseteq Z$;
   в) $X=Y$, тогда $\forall y \in Y, y \in Y$;
   г) $G = \{15, 12, 11, 9, 7, 5\} \subset \mathbf{N}$, $14 \notin G$, $14 \subset \mathbf{N}$.

5. Найти все подмножества следующего множества: C = {, . ? ! -}, сколько подмножеств содержат знаки «.» и «,»; какова мощность булеана множества C ($|\boldsymbol{\beta}(C)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X,Y,Z \subset \mathbf{N}$, где X – множество четных чисел; Y – множество чисел кратных семи; Z – множество чисел кратных трем. Определить множества: $X \cap Z$; $X \cap Y \cap Z$; X/Y.

7. Доказать справедливость равенств для произвольных множеств, используя соотношение $X \setminus Y= X \cap \rceil Y$:
   а) $X \setminus (Y \cup Z)= (X \setminus Y) \cap (X \setminus Z)$;
   б) $X \cup Y=X \cup (Y \setminus X)$.

8.Какие из следующих множеств всегда пусты:
   а) $(A \cap B) \cap (C \cap \rceil A)$;
   б) $B \setminus (A \cap B)$.

9.Показать на примерах:
   а) не всегда $(X \cup Y) \cap Z=(X \cup Z) \cap Y$;

б) при $X \cap Y \neq \varnothing$, $Y \cap Z \neq \varnothing$, $X \cap Z \neq \varnothing$ возможно $X \cap Y \cap Z \neq \varnothing$.

10. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера-Виенна.
В двух параллельных группах учатся 45 студентов, из них 25 девушек. Хорошистов всего 30 человек, из них 16 девушек. Спортом занимаются 26 человек, из них 18 девушек. Среди занимающихся спортом 18 хорошистов. 15 девушек учатся хорошо и в то же время занимаются спортом. Сколько юношей занимаются спортом и хорошо учатся?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Укажите отношения строгого порядка:
а) отрезок *a* длинее отрезка *b* на 3 см;
б) Васильев выше Петрова;
в) точка *d* на числовой оси находится левее точки *b*;
г) расстояние между населенными пунктами равно 100 км.

2. Даны множества $X=\{1,2,3,4,5\}$, $Y=\{m,n,l,p,q\}$ и $F \subseteq Y \times X$ – соответствие. Укажите функциональные соответствия:
а) $F=\{(m,2),(n,4),(l,5),(p,3),(q,1)\}$;
б) $F=\{(2,l),(4,m),(5,n),(4,q),(5,p)\}$;
в) $F=\{(q,2),(l,4),(p,5),(l,3)(m,1)\}$;
г) $F=\{(m,1),(n,2),(p,3),(q,4),(l,5),(n,3)\}$.

3. Даны таблицы Кели, бинарных операций p_1 и p_2, заданных на множестве $K=\{1,2,3\}$, определить свойства операций:

p_1	1	2	3
1	1	1	3
2	2	1	2
3	3	2	3

p_2	1	2	3
1	1	2	3
2	2	3	1
3	3	1	2

4. Определить композицию $h(x)=g(f(x))$ функций $f(x) = \begin{cases} x^3, & |x|<=1 \\ x-2, & x>=1 \\ 5x, & x<= -1 \end{cases}$

$$g(x)=\begin{cases} x+5, & x<-3 \\ 3x, & -3<x<3 \\ x-1, & x>3. \end{cases}$$

5. Задано множество $D=\{0,1,2\}$ на множестве заданы унарные операции типа $D \to D$. Сколько всевозможных унарных операций можно задать на множестве D?

Вариант 22

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество М с помощью характеристического предиката: множество корней уравнения $x^2 = 1$.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) множество натуральных чисел кратных 15 до 144;
   б)) S={s | s=p+q, p,q – простые числа натурального ряда от 7 до 29};
   в) $Y=\{y/2 \mid -3 < y < 5, y \in \mathbf{Z}\}$.

3. Приведите примеры множеств A,B,C,D, удовлетворяющих следующим соотношениям, построить диаграммы Эйлера-Виенна:
   а) $A \subseteq B$, $B \in C$, $C \subseteq D$;
   б) $A \subseteq B$ и $B \subseteq C$, $C \in D$.

4. Верны ли утверждения:
   а) $\{-1,1\}=\{x=(-1)^n \mid n \in \mathbf{N}\}$;
   б) если $A \subseteq B$ и $B \subseteq A$, то $|A| \neq |B|$;
   в) $|\beta(\varnothing)|=1$.

5. Найти все подмножества следующего множества: N = {!, ?, |, /}; сколько трехэлементных подмножеств содержится в множестве N; какова мощность булеана множества N ($|\beta(N)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества X={1,2,3,4,5}, Y={0,1,3}. Определить множества: а) $X \cap Y$; б) $X \backslash Y$; в) $X \oplus Y$, где $\oplus$ - операция симметрическая разность множеств.

7. Найти:
   а) $\{a,\{b,c\},d,\} \cup \{a,b,c\} \cap \{a,\{b\},\{c\}\}$;
   б) $\{1,2,3\} \cap \{2,3,4\} \backslash \{2,4,6,8\}$;
   в) $\{a,b,c,d\} \oplus \{f,g,h\}$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) $B \backslash (A \cup B) = \varnothing$;
   б) $\rceil(\rceil X)=X$ (закон двойного отрицания).

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и

определением равенства множеств, доказать:
$(X \cap Y) \cup (X \cap \rceil Y) = X$.

10. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера-Виенна.
Из 80 студентов занимаются баскетболом 30 человек, легкой атлетикой 25 человек, шахматами 40 человек. Баскетболом и легкой атлетикой 8 человек, шахматами и легкой атлетикой 10 человек, шахматами и баскетболом 5 человек. Тремя видами спорта занимаются три человека. Сколько студентов занимаются только баскетболом, только шахматами, только легкой атлетикой?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Проверить свойства бинарных операций (умножение, возведение в степень) $\varphi(x_1, x_2)=x_1 \times x_2$ и $\gamma(x_1,x_2)=(x_1)^{x_2}$ (ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность).

2. Пусть соответствия G1 и G2 заданы на декартовой плоскости, определить свойства:
а) G1

б) G2

3. Для функции f(x) задать несколько типов, для каждого из заданных типов функции f(x) определить свойства f(x), имеет ли f(x) обратную функцию $f^{-1}(x)$, является ли $f^{-1}(x)$ отображением:
   а) $f(x) = 2^x$;
   б) $f(x) = \ln x$.

4. Пусть алгебры заданы $A=(\mathbf{R},+)$ и $B=(\mathbf{R}_+,\times)$. Является ли отображение Г: $\mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}$, $\Gamma(x) = \log x$ гомоморфизмом и изоморфизмом?

5. Для отношений R1, R2 определить отношения $R1^{-1}$, дополнение R1, $R2^{-1}$, дополнение R2:
   а) R1 – жить этажом выше;
   б) R2 – {(x,y) | “x / y = 2”; x,y ∈X, }, X={1,2,…,9}.

Вариант 23

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество М с помощью с помощью порождающей процедуры рекурсивного типа:
   Множество положительных целых чисел, не превышающих 13.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) множество натуральных чисел кратных 12 до 144.
   б) множество простых натуральных чисел не превышающих 100.

3. Какие из следующих множеств пусты:
   а) множество отрицательных корней уравнения x^2-5x+6=0;
   б) множество четных (положительных) чисел;
   в) $Y=\{y \mid y = (n-1)\backslash(n+1);\ 6>n\geq 0,\ n,\ y \in \mathbf{Z}, \}$.

4. Верны ли утверждения:
   а) $|\varnothing| =\{0\}$;
   б) $X,Z,\varnothing$- множества; $\varnothing\in X$, $\varnothing\subseteq Z$;
   в) $X=\{1,2,3\}, Y=\{y| y\in X\}$, тогда $\forall y\in Y$, $y\in X$;
   г) $A=\{1.5, -0.5, -1.5, 2.2\}$; $A\subseteq\mathbf{R}$.

5. Найти все подмножества следующего множества: $T = \{\rightarrow, , \leftarrow, \downarrow\}$; какие подмножества содержат только вертикальные стрелки; какова мощность булеана множества T ($|\boldsymbol{\beta}(T)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X=\{0,1,2,3\}$, $Y=\{y \mid y=2x, x\in X\}$. Определить множества: а) $X\backslash Y$, б) $X\cup Y\cap X$, в) $Y\cap X\backslash Y$.

7. Найти:
   а) $\{a,\{b\},c,d,\} \cup\{a,b,c\} \cap\{\{a\},\{b\},\{c\}\}$;
   б) $\{2,4,8\} \cap\{2,4,6,8,10\}\backslash\{4,6,8\}$;
   в) $\{f,g,h,j\}\oplus\{i,k,l\}$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:
   а) $A\cup B\cup C = \rceil A\cap\rceil B\cap\rceil C$;
   б) $A\backslash B = \rceil (\rceil B\backslash A)$.

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и определением равенства множеств, доказать: $(A\cup B) \cap(A\cup\rceil B)=A$.

10. Решить задачу, используя диаграммы Эйлера-Виенна.

Из 75 студентов занимаются баскетболом 28 человек, легкой атлетикой 23 человек, шахматами 30 человек. Баскетболом и легкой атлетикой 8 человек, шахматами и легкой атлетикой 10 человек, шахматами и баскетболом 5 человек. Тремя видами спорта занимаются два человека. Сколько студентов занимаются только баскетболом, только шахматами, только легкой атлетикой?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Пусть множество M={2, 4, 6, 8}. Составить матрицы отношения C1, C2, C3:

а) C1 – «y делит x без остатка»;

б) C2 – « $x \neq y$ »;

в) C3 – « $x > y$ ».

2. Проверить свойства бинарных отношений C1, C2, C3 (рефлексивность, антирефлективность, симметричность, антисимметричность, транзитивность).

3. Найти область определения и область значений для отношений:

а) $Q=\{(x,y)|x,y \in B, x+y<=0\}$, $B=\{-2,-1,0,1,2\}$;

б) $T=\{(x,y)|x,y \in X$, y – делит x без остатка$\}$, $X=\{3,5,6\}$;

4. Выяснить в каждом из следующих случаев, является ли указанное отношение рефлексивным, симметричным, транзитивным:

а) $R1=\{(x,y) \in \mathbf{Z}^2|$ x-y кратна $5\}$;

б) R2 – «перпендикулярность прямых».

5. $y=F(x)$, где $F \subset X \times X$; $X=\{1,2,3,4,5\}$. Определить свойства соответствий. Указать взаимно однозначное соответствие:

а) $F=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\}$;

б) $F=\{(3,1),(4,5),(1,4),(4,4),(5,3)\}$;

в) $F=\{(2,2),(3,3),(3,4),(5,5),(5,3)\}$.

Вариант 24

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество корней уравнения $\cos x = 0$.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:
   а) $S=\{s \mid s=p+q,\ p,q$ – делители числа $24\}$;
   в) $X=\{5,4,3\}$, $Y=\{x \mid x=y+z,\ y,z\in X\}$;
   б) множество простых натуральных чисел не превышающих 100.

3. Приведите примеры множеств A,B,C,D, удовлетворяющих следующим соотношениям:
   а) $A\neq B$, $C=\varnothing$, $A,B,C\subseteq D$;
   б) $A\subseteq B$ и $B\subseteq A$.

4. Верны ли утверждения:
   а) $\{1, 2, 3, -1,-2,-3\}\subseteq \mathbf{N}$;
   б) $\{0,3,8,15,24,\ldots\}=\{x \mid x=k+l;\ k,l\in \mathbf{N_0},\ k=x+2, l=3\}$;
   в) множество нулей уравнения $x^2+1=0$ не пусто;
   г) $\{X,Y,Z,T\}$ – подмножество множества букв латинского алфавита.

5. Найти все подмножества следующего множества: G = {А,Б,В,Г,Д}; сколько трехэлементных подмножеств содержится в множестве G; какова мощность булеана множества G ($|\beta(G)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества $X,Y,Z,\mathbf{N}$, где X – множество нечетных чисел, Y- множество чисел кратных трем, Z – множество чисел кратных пяти, **N** – множество натуральных чисел. Определить множества:
   а) $X\cup Y\cup Z$;
   б) $X\cap Y\setminus \mathbf{N}$;
   в) $\rceil X$.

7. Найти:
   а) $\{a,\{b\},c,d,\} \cup \{a,\{c\},\{d\}\}$;
   б) $\{0,1,2\} \setminus \{2,4,6,8\}$;
   в) $\rceil\{1,2,\ldots,15\}$ (дополнение до $1,2,\ldots,100$).

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:

Y

а) $X\setminus(Y\cap Z) = X\setminus Y\cup X\setminus Z$;
б) $\neg X\cup Y = \neg (X\setminus Y)$.

9. Какие из следующих множеств всегда пусты (изобразить на диаграмме):
   а) $\neg(\neg X\cup Y) \cup X\cup \neg Y$;
   б) $(A\cap B) \setminus(B\cup A)$.

10. Упростить:
   а) $(B\cup(\neg B\cap A)) \cap A$;
   б) $(A\cup B) \cap(\neg A\cup B)$.

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Проверить свойства бинарных операций (сложение, возведение в степень) $\varphi(x_1, x_2)=x_1+x_2$ и $\gamma(x_1,x_2)=(x_1)^{x_2}$ (ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность).

2. Пусть соответствия G1 и G2 заданы на декартовой плоскости, определить свойства:
   а) G1

   б) G2

3. Для функции f(x) задать несколько типов, для каждого из заданных типов функции f(x) определить свойства f(x), имеет ли f(x) обратную функцию $f^{-1}(x)$, является ли $f^{-1}(x)$ отображением:
   а) f(x) = x^3;
   б) f(x) = $(x-1)^2$.

4. Пусть алгебры заданы A=(**R**,+) и B=(**R**,+). Является ли отображение Г: **R**→ **R**, Г(x) = 2x гомоморфизмом и изоморфизмом?

5. Для отношений R1, R2 определить отношения $R1^{-1}$, дополнение R1, $R2^{-1}$, дополнение R2:
   а) R1 – быть старше;
   б) R2 – {(x,y) | "x – y =0"; x,y ∈X, }, X={1,2,…,9}.

Вариант 25

ОПИСАНИЕ МНОЖЕСТВ

1. Задайте множество M с помощью характеристического предиката: множество натуральных четных чисел.

2. Задайте перечислением элементов следующие множества:

а) $S=\{s \mid s = k+l,\ k,l$ – делители числа $24\}$;

б) $X=\{x \mid (x-1)^2(x+2)(x-3)(x-5)(x^2-121) = 0\}$;

в) множество студентов вашей группы мужского пола.

3. Записать множество порождающей процедурой:

а) $\{1,2,3,\ldots\}$;

б) $\{2, 4, 8, 16, 32, \ldots,1024\}$;

б) множество чисел кратных 3.

4. Верны ли утверждения:

а) $A=\{1,2,\{3,4,5\},\{10\}\}$, $|A|=6$, $|\beta(A)|=2^6$;

б) $\{2\}\in\{1,2,3,4,5,6\}$;

в) $\{(0,0),(1,1)\} \subset\beta(U)$, U - двухэлементное множество;

г) $[0,1] \subseteq\mathbf{R}$, $|[0,1]|=\infty$.

5. Найти все подмножества следующего множества: D={лес, лев, лань, луг}; сколько подмножеств содержат слова лес и лань; какова мощность булеана множества D ($|\beta(D)|$)?

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

6. Заданы числовые множества X – множество простых чисел, Y – множество нечетных чисел. Определить множества: $X\cap Y$, $X\cup Y$, $X\setminus Y$.

7. Доказать утверждение и тождество:

а) если $A\cup B\cup C=U$ (U-универсальное множество) и $A\cap B=\varnothing$, $A\cap C=\varnothing$, $B\cap C=\varnothing$, то $\rceil A=B\cup C$;

б) $X\setminus(Y\setminus X) = X$.

8. С помощью диаграмм Эйлера-Виенна проверить, верны ли следующие утверждения:

а) $A\cup B\cap C = (A\cap C) \cup(A\cup B)$;

б) $(A\cap B)\setminus C = A\setminus C \cup B\setminus C$;

9. Пользуясь только определениями операций над множествами и

Y

определением равенства множеств, доказать: $\varnothing \cap A = \varnothing$.

10. Какое множество изображено заштрихованной фигурой?

ОТНОШЕНИЯ, СООТВЕТСТВИЯ, ФУНКЦИИ, ОПЕРАЦИИ

1. Проверить свойства бинарных операций (сложение, умножение) $\varphi(x_1, x_2) = x_1 + x_2$ и $\gamma(x_1, x_2) = x_1 * x_2$ (ассоциативность, коммутативность, дистрибутивность), заданных на конечном множестве M = {1,2,3,4,5,6}. Задать операции таблицами Кэли.

2. Пусть соответствия G1 и G2 заданы на декартовой плоскости, определить их свойства:

а) G1

б) G2

3. Для функции $f(x)$ задать несколько типов, для каждого из заданных типов функции $f(x)$ определить свойства $f(x)$, имеет ли $f(x)$ обратную функцию $f^{-1}(x)$, является ли $f^{-1}(x)$ отображением:

а) $f(x) = \lg x$;

б) $f(x) = x^n$, n – фиксированное натуральное число.

4. Пусть алгебры заданы A=(N_4, $\oplus_4$) и B=(N_4, $\otimes_4$), где N_4 = {0,1,2,3}, $\oplus_4$ – сложение по модулю 4, $\otimes_4$ – умножение по модулю 4. Является ли отображение Г: $0\to3, 1\to0, 2\to1, 3\to2$ гомоморфизмом и изоморфизмом?

5. Для отношений R1, R2 определить отношения $R1^{-1}$ и $R2^{-1}$, дополнения R1 и R2:

а) R1 – быть старше;

б) R2 – {(x,y) | “x-y” – четное число, x,y $\in$X}, X={1,2,…,9}.

5. ТАБЛИЦА ИСТИННОСТЕЙ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

x_1 x_2	ψ_0	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ_5	ψ_6	ψ_7	ψ_8	ψ_9	ψ_{10}	ψ_{11}	ψ_{12}	ψ_{13}	ψ_{14}	ψ_{15}
0 0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0 1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1 0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1 1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
Символ операции	**0**	$\wedge$ $\cdot$ &		$\mathbf{x_1}$		$\mathbf{x_2}$	$\oplus$	$\vee$ +	$\downarrow$	~	$\neg\mathbf{x_2}$		$\neg\mathbf{x_1}$	$\rightarrow$	|	**1**

6. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ВАРИАНТА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ №2

АЛГЕБРА ЛОГИКИ

1. Построить таблицу истинности логической функции
   $f(x,y,z)= (\neg z\rightarrow y) \oplus((y\rightarrow x)\&z)$;

для заданной функции f построить логическую схему.

Решение

Таблица истинности для функции $f(x,y,z)= (\neg z\rightarrow y) \oplus((y\rightarrow x)\&z)$:

x, y, z	$\neg z$	$(\neg z\rightarrow y)$	$(y\rightarrow x)$	&z	$\oplus$
0 0 0	1	0	1	0	**0**
0 0 1	0	1	1	1	**0**
0 1 0	1	1	0	0	**1**
0 1 1	0	1	0	0	**1**
1 0 0	1	0	1	0	**0**
1 0 1	0	1	1	1	**0**
1 1 0	1	1	1	0	**1**
1 1 1	0	1	1	1	**0**

Логическую схему можно построить по СДНФ функции:

$$f(x,y,z) = \neg xy\neg z\vee \neg xyz \vee xy\neg z$$

СДНФ можно минимизировать, тогда логическая схема упроститься, аналогично строится схема и для упрощенной формы.

2. Логическую функцию $Z(A,B) = \neg A \lor B \;\&\; A \lor B \;\&\; \neg A$ представить картой Вейча.

Решение

Этот вопрос дается на самостоятельное рассмотрение, поэтому, для функции трех переменных построить карту Вейча, используя рекомендованную литературу.

Для заданной функции Z(A,B) карта Вейча имеет вид:

1	1
0	1

3. Функцию $g(x,y)=1$ представить в базисе $\{\lor,\neg\}$.

Решение

Запишем сначала СДНФ функции $g(x,y)=1$, а затем исключим из формулы все конъюнкции, используя тождество де-Моргана:

$g(x,y)= \neg x\neg y \lor x\neg y \lor \neg xy \lor xy = \neg(x\lor y)\lor\neg(x\lor\neg y)\lor\neg(\neg x\lor y)\lor\neg(\neg x\lor\neg y)=1.$

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg xyt \lor xy\neg z \lor x\neg zt \lor xz\neg t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;

b) используя законы 0 и 1;

c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить равносильность формул f1 и f2:

$f1=x\lor(y \,\&\neg z) \to (\neg x\to y);$

$f2= \neg y\lor z.$

Решение

Проверим равносильность на наборах, при этом надо учитывать, что функция f2 есть функция от двух переменных, а функция f1 – функция от трех переменных, поэтому в функцию f2 введем фиктивную переменную, получим выражение для $f2= (x\&\neg x)\lor(\neg y\lor z)$:

x, y, z	$x \vee (y \& \neg z)$	$(\neg x \to y)$	f1	$0 \vee (\neg y \vee z)$	f2
0 0 0	0	0	1	1	1
0 0 1	0	0	1	1	1
0 1 0	1	1	1	0	0
0 1 1	0	1	1	1	1
1 0 0	1	1	1	1	1
1 0 1	1	1	1	1	1
1 1 0	1	1	1	0	0
1 1 1	1	1	1	1	1

Формулы f1 и f2 неравносильны, т.к. их значения совпадают не на всех наборах переменных.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат $P(x,y)$ задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

   1) $\exists x \exists y\ P(x,y)$;
   2) $\forall x P(x,c)$;
   3) $\exists y P(b,y)$.

x y	P(x,y)
a a	0
a b	1
a c	0
b a	0
b b	1
b c	1
c a	1
c b	0
c c	0

Решение

1) $\exists x \exists y\ P(x,y)$ – значение предикатной формулы равно истина, т.к. существуют и x и y, такие что предикат P принимает значение истина;
2) $\forall x P(x,c)$ – значение предикатной формулы равно ложь, т.к. не для каждого x при y=c предикат P принимает значение истина;
3) $\exists y P(b,y)$ значение предикатной формулы равно истина, т.к. существует такой y, (например y=b), что предикат P принимает значение истина.

7. Проверить истинность, ложность или выполнимость предикатной формулы, на множестве $\mathbf{N}_0$:

   $(\exists x)(\Sigma(x,y,y) \to (\forall y)\Sigma(x,y,y))$.

Решение

Предикатная формула тождественно истинна.

Высказывание, выраженное формулой следующее: «Если *существует* x, такой что $x+y=y$, то *для любого* y выполняется $x+y=y$».

Рассмотрим левую и правую часть импликации.

На множестве натуральных чисел с нулевым элементом N_0 существует такое число x=0, что $x+y=y$, таким образом левая часть импликации истинна на N_0. Если предикатная формула находится в области действия квантора по переменной x, то при x=0 для любого у будет выполняться $x+y=y$. Следовательно, импликация, в которой левая и правая часть истинна – истинна, формула тождественно истинна на множестве N_0.

7. ВАРИАНТЫ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ №2

АЛГЕБРА ЛОГИКИ

Вариант 1

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = \neg(x\&(z\to y))\vee((y\to\neg x)\&z)$;

для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = A\vee B\vee\neg B\&C$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y)=x\oplus y$ представить в базисе $\{\&,\vee,\neg\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg xy\vee y\neg z\vee\neg zt\vee x\neg t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить законы поглощения и склеивания с помощью эквивалентных преобразований выражений.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\forall x\forall yP(x,y)$; 2) $\exists xP(x,a)$; 3) $\forall yP(b,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	1
a c	1
b a	1
b b	0
b c	1
c a	1
c b	1
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ

Вариант 2

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = (x\&z\rightarrow y)\oplus\neg(y\vee x\rightarrow\neg x\&z)$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C)=AB\neg C\vee\neg ABC\vee A\neg B\neg C\vee ABC$ представить картой Вейча

3. Функцию $g(x1, x2)= x1 \oplus x2$ представить в базисе $\{\neg,\vee\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = xyz\vee yzt\vee xzt$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Путешественник попал к людоедам. Они разрешают ему произнести какое-нибудь высказывание и ставят условие, что если его высказывание будет истинным, то его сварят, а если ложным, то зажарят. Какое высказывание следует произнести путешественнику, чтобы избежать гибели?

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\exists x\exists yP(x,y)$; 2) $\exists xP(x,a)$; 3) $\forall yP(a,y)$.

x y	P(x,y)
a a	0
a b	0
a c	0
b a	1
b b	0
b c	1
c a	0
c b	0
c c	0

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 3

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = (x\&y\&z\to\neg y)\sim\neg(x\&z\to y\vee x)$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C)=\neg A\neg BC\vee\neg ABC\vee A\neg BC\vee A\neg BC$ представить картой Вейча

3. Функцию $g(x,y)= \neg y \oplus\neg x$ представить в базисе $\{\neg,\&\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = x\neg yzt\vee x\neg yz\vee\neg zt\vee\neg xt$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить законы поглощения и склеивания с помощью таблиц истинности.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:
1) $\exists x\exists yP(x,y)$; 2) $\exists xP(x,a)$; 3) $\forall yP(c,y)$.

x y	P(x,y)
a a	0
a b	0
a c	1
b a	1
b b	0
b c	1
c a	0
c b	1
c c	0

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 4

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = \neg(x\&y\&z) \sim (\neg x \rightarrow \neg y \rightarrow \neg z)$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C)= \neg A\neg B\neg C \vee \neg ABC \vee AB\neg C \vee ABC$ представить картой Вейча

3. Функцию $g(x,y) = x \rightarrow y$ представить в базисе $\{\&,\vee,\neg\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg yzt \vee xyz \vee x\neg zt \vee \neg xt$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Даны высказывания X – “любое натуральное число четное” и Y – “простые числа четные и нечетные”. Какое значение принимаютвысказывания $X \vee Y$; $Y \rightarrow X$; $X\&Y$.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\exists x \forall y P(x,y)$; 2) $\exists x P(x,a)$; 3) $\exists y P(b,y)$.

x y	P(x,y)
a a	0
a b	0
a c	1
b a	1
b b	0
b c	1
c a	0
c b	1
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ

Вариант 5

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = \neg(x\&y\&z) \sim (\neg x \vee \neg y \vee \neg z)$;

для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = \neg A \neg B \neg C \vee \neg A \neg BC \vee ABC$ представить картой Вейча

3. Функцию $g(x,y)= y \to \neg x$ представить в базисе $\{\neg, \vee\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t)= \neg x \neg y \neg z \neg t \vee \neg xyz \vee \neg zt \vee x \neg t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;

b) используя законы 0 и 1;

c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить равносильность формул F1 и F2:

$F1=(X \to Y) \vee (X \to Z)$, $F2=X \to (Y \vee Z)$.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\exists x \exists y P(x,y)$; 2) $\exists x P(x,a)$; 3) $\forall y P(a,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	0
a c	1
b a	1
b b	0
b c	1
c a	0
c b	1
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 6

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = ((x\to y)\lor(x\to z))\sim(x\to(y\lor z))$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию

$Z(A,B,C) = \neg A\neg B\neg C\lor\neg A\neg BC\lor\neg AB\neg C\lor\neg ABC\lor A\neg B\neg C$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x_1,x_2\ 2)= x_2 \to x_1$ представить в базисе $\{\&,\oplus,1\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg xy\neg z\lor\neg xyz\lor x\neg zt\lor xy\neg t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Даны высказывания X – “всякое натуральное число четное” и Y – “простые числа четные или нечетные”. Какое значение принимают высказывания $X\lor Y$; $X\&Y$. Сформулировать $\neg X$, $\neg Y$.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\exists x\forall yP(x,y)$; 2) $\exists xP(x,b)$; 3) $\forall yP(a,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	1
a c	1
b a	1
b b	0
b c	1
c a	0
c b	0
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 7

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y, z) = (x\to y)\sim \neg(x\to y) \to z \& \neg z$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = ABC \vee A\neg BC \vee \neg ABC \vee A\neg B\neg C$ представить картой Вейча

3. Функцию $g(x,y) = y \mid \neg x$ представить в базисе $\{\neg, \&\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg x\neg y \vee yz \vee \neg zt \vee xt$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить правильность логического рассуждения:”Если сегодня будет мороз, то я не пойду на каток. Если сегодня будет оттепель, то я пойду на дискотеку. Сегодня будет мороз или оттепель. Следовательно, я не пойду на дискотеку, а пойду на каток”.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\exists x\forall y P(x,y)$; 2) $\exists x P(x,c)$; 3) $\forall y P(c,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	1
a c	1
b a	1
b b	0
b c	1
c a	0
c b	1
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 8

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y)=(x\to y)\sim(x\&\neg y)\to y$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = \neg AB\neg C\vee\neg A\neg B\neg C\vee\neg AB\neg C\vee\neg ABC\vee ABC$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y)= x \mid y$ представить в базисе $\{\&,\vee,\neg\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg x\neg yz\vee yzt\vee x\neg zt\vee xyt$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

5. Проверить истинность ложность или выполнимость на модели $\mathcal{A}=\{\mathbf{N_0}; \Sigma, \Pi, E\}$ предикатной формулы $(\Sigma(x,y,z)\&\Sigma(x,y,u)) \to E(z,u)$.(Σ-предикат суммы, П-предикат произведения, Е- предикат эквивалентности).

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1)$\forall x\forall yP(x,y)$; 2) $\exists xP(x,c)$; 3) $\exists yP(a,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	1
a c	0
b a	0
b b	0
b c	0
c a	0
c b	1
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 9

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = (x\&z\to y)\oplus(y\vee x\sim\neg x\&z)\mid y$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = AB\neg C\vee\neg A\neg B\neg C\vee\neg AB\neg C\vee\neg A\neg BC\vee ABC$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y)= x \mid y$ представить в базисе $\{\&,\oplus,1\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) =\neg x\vee y\vee\neg z\vee t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

5. Проверить истинность ложность или выполнимость на модели $\wp=\{\mathbf{N};\ \Sigma,\ \Pi,\ E\}$ предикатной формулы $\exists y\ \Pi(x,x,y) \ \to\ \Sigma(x,x,y)$.(Σ-предикат суммы, П-предикат произведения, Е- предикат эквивалентности).

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\forall x\exists yP(x,y)$; 2)$\forall xP(x,a)$; 3) $\forall yP(b,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	0
a c	0
b a	1
b b	1
b c	0
c a	0
c b	0
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 10

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z)= (x\&z|y) \ \& \ (y\oplus x\sim\neg x\oplus z)\rightarrow y$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = AB\neg C\vee\neg A\neg B\neg C\vee\neg AB\neg C\vee\neg A\neg BC$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y)=x\downarrow y$ представить в базисе $\{\&,\vee,\neg\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = xy\vee yz\vee zt\vee xt$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить правильность логического рассуждения: ”Если сегодня будет мороз, то я не пойду на каток. Если сегодня будет оттепель, то я пойду на дискотеку. Сегодня будет мороз или оттепель. Следовательно, я пойду на дискотеку”.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:
1) $\exists x\forall yP(x,y)$; 2) $\forall xP(x,c)$; 3) $\forall yP(c,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	0
a c	1
b a	1
b b	0
b c	1
c a	0
c b	1
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 11

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = (x\&z\downarrow y)\to(y\oplus x\sim\neg x\&z)\to 1$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию

$Z(A,B,C) = AB\neg C\vee ABC\vee A\neg BC\vee\neg A\neg B\neg C\vee\neg A\neg BC\vee\neg AB\neg C\vee\neg ABC\vee A\neg B\neg C$
представить картой Вейча

3. Функцию $g(x,y)= y\downarrow x$ представить в базисе $\{\neg, \&\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = x\vee y\vee z \;\&\; \neg x\vee\neg y\vee\neg z$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

5. Проверить истинность ложность или выполнимость на модели $\mathcal{M}=\{\mathbf{N}; \Sigma, \Pi, E\}$ предикатной формулы $(\Pi(x,y,z) \vee \Pi(x,y,u)) \to E(z,u)$.(Σ-предикат суммы, П-предикат произведения, Е- предикат эквивалентности).

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\forall x\forall yP(x,y)$; 2) $\exists xP(x,c)$; 3) $\forall yP(a,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	0
a c	0
b a	0
b b	0
b c	1
c a	0
c b	0
c c	0

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 12

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z)= \neg(x \vee z \vee y) \downarrow (y \oplus x \rightarrow x \& y \& z) \sim 0$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию

$Z(A,B,C)= (A \vee B \vee \neg C) \& (A \vee B \vee C) \& (A \vee \neg B \vee C) \& (\neg A \vee \neg B \vee \neg C)$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x1,x2)= x2 \downarrow \neg x1$ представить в базисе $\{\neg, \vee\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = x \vee t \ \& \ \neg x \vee \neg y \ \& \ y \vee \neg z$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить истинность высказывания: «Если капиталовложения останутся постоянными, то возрастут правительственные расходы или возникнет безработица. Если правительственные расходы не возрастут, то налоги будут снижены. Если налоги будут снижены и капиталовложения останутся постоянными, то безработица не возникнет. Следовательно, правительственные расходы возрастут».

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\forall x \exists y P(x,y)$; 2)$\forall x P(x,b)$; 3) $\forall y P(c,y)$.

x y	P(x,y)
a a	0
a b	0
a c	1
b a	1
b b	1
b c	1
c a	0
c b	0
c c	0

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 13

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = \neg(x\&\neg z\vee y)\rightarrow(y|x\downarrow x\&y\rightarrow z) \sim x\vee z$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = (A\vee B\vee\neg C)\&(A\vee B\vee C)\&(A\vee\neg B\vee C)\ \&$ $\&(\neg A\vee\neg B\vee\neg C)\&(\neg A\vee B\vee\neg C)\&(\neg A\vee B\vee C)$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y)= \neg x\sim\neg y$ представить в базисе $\{\&,\vee,\neg\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = x\vee y\ \&\ \neg y\vee\neg z\ \&\ z\vee\neg t\ \&\ x\vee t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

5. Проверить истинность ложность или выполнимость на модели $\wp=\{\mathbf{N}; \Sigma, \Pi, E\}$ предикатной формулы $\exists x\ \Pi(x,x,u) \rightarrow \rceil\ E\ (x,u)$.(Σ-предикат суммы, П-предикат произведения, Е- предикат эквивалентности).

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\forall x\forall y P(x,y)$; 2)$\forall x P(x,c)$; 3) $\exists y P(a,y)$.

x y	P(x,y)
a a	0
a b	0
a c	1
b a	0
b b	0
b c	0
c a	1
c b	1
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 14

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y) = (x\sim y) \sim((x\&y) \vee (\neg x\&\neg y))$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = (A\vee B\vee\neg C)\&(A\vee\neg B\vee C)\&$

$\& (\neg A\vee\neg B\vee\neg C)\&(\neg A\vee B\vee\neg C)$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y)= \neg x\sim y$ представить в базисе $\{\neg,\vee\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg x\vee y\vee t \ \&\ x\vee y\vee z \ \&\ y\vee\neg z\vee\neg t \ \&\ x\vee y\vee t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить истинность высказывания: «Верно ли, что если среди бандитов есть не начальники и среди умывающихся каждый месяц не начальников нет бандитов, то все бандиты каждый месяц умываются?»

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\exists x\forall y P(x,y)$; 2) $\forall x P(x,c)$; 3) $\forall y P(b,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	0
a c	1
b a	1
b b	0
b c	0
c a	0
c b	0
c c	0

АЛГЕБРА ЛОГИКИ

Вариант 15

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = (x\&y\vee z) \mid (y\rightarrow x\downarrow x\&y\rightarrow z) \sim z$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = (A\vee B\vee C)\&(\neg A\vee\neg B\vee C)\&(\neg A\vee\neg B\vee\neg C)\ \&$

$\&(\neg A\vee B\vee\neg C)\&(A\vee B\vee\neg C)$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y)= \neg x$ представить в базисе $\{\&,\vee,\neg\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg x\vee\neg y\vee\neg t\ \&\ \neg x\vee\neg y\vee\neg z\ \&\ \neg y\vee\neg z\vee\neg t\ \&\ x\vee y\vee t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. К какой схеме относится рассуждение: «Если Джонс, не встречал ночью Смита, то либо Смит был убийцей, либо Джонс лжет. Если Смит не был убийцей, то Джонс не встречал Смита ночью, и убийство имело место после полуночи. Если убийство имело место после полуночи, то либо Смит был убийцей, либо Джонс лжет. Следовательно, Смит был убийцей».

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат $P(x,y)$ задан таблицей на предметной области $D=\{a,b,c\}$, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\forall x\exists yP(x,y)$; 2)$\forall xP(x,c)$; 3) $\forall yP(a,y)$.

x y	P(x,y)
a a	0
a b	0
a c	1
b a	0
b b	0
b c	1
c a	0
c b	0
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 16

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = \neg(x\&y\&z) \sim (y\to(x\&\neg y) \to z) \downarrow y$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = AB\neg C\vee\neg A\neg B\neg C\vee\neg AB\neg C\vee\neg AB\neg C$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y)= \neg y$ представить в базисе $\{\&,\oplus,1\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg x\vee y\vee t \,\&\, y\vee\neg z\vee\neg t \,\&\, x\vee y\vee t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Придумать высказывание к схеме формулы правила дилемм:

$$\frac{A\to C,\ B\to C,\ A\vee B.}{C}$$

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\forall x\forall y P(x,y)$; 2) $\exists x P(x,a)$; 3) $\exists y P(b,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	1
a c	1
b a	0
b b	0
b c	1
c a	0
c b	1
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 17

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = (x\vee y\vee z) \downarrow (y\rightarrow x\rightarrow z) \sim z$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = AB\neg C\oplus\neg A\neg B\neg C\oplus\neg AB\neg C\oplus\neg AB\neg C$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y)= \neg (x\rightarrow y)$ представить в базисе $\{\&,\vee,\neg\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg x\vee t\ \&\ y\vee t\ \&\ \neg z\vee\neg t\ \&\ x\vee y\vee t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. К какой схеме относится рассуждение: «Если при выполнении программы отклонение контролируемых параметров превышает предусмотренные стандарты, то требуется оперативная корректировка программы или уточнение стандартов. Выявленное отклонение превышает стандарты. Следовательно, требуется корректировка программы или уточнение стандартов».

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\exists x\exists yP(x,y)$; 2)$\forall xP(x,a)$; 3) $\forall yP(a,y)$.

x y	P(x,y)
a a	0
a b	0
a c	1
b a	0
b b	0
b c	1
c a	1
c b	0
c c	0

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 18

1. Построить таблицу истинности логической функции
$f(x,y,z) = (x\&y\vee z) \sim (y\to x\downarrow x\&y\to z) \mid x$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = A\neg B\vee BC\vee A\neg C\vee\neg AC\neg B$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x1,x2)= \neg (x2\to x1)$ представить в базисе $\{\&,\vee,\neg\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg x\vee y\vee z\vee t \;\&\; x\vee y \;\&\; y\vee\neg z\vee\neg t\&\neg x\vee\neg y\vee\neg t$ получить ее СДНФ и СКНФ:
a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить истинность высказывания: «Этот человек постоянно проживает в Москве или Санкт-Петербурге. Человек не проживает в Москве. Следовательно, он живет в Санкт-Петербурге». Определить к какой схеме высказываний относится данное рассуждение.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:
1) $\exists x\exists yP(x,y)$; 2)$\forall xP(x,b)$; 3) $\forall yP(a,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	0
a c	1
b a	0
b b	0
b c	1
c a	0
c b	0
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 19

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y) = (x\downarrow y) \sim (x\&y) \to (\neg x\&\neg y) \oplus y$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = (A\vee B)\&(\neg A\vee C)\&(A\vee\neg B)\&(\neg A\vee\neg C)\&\&(A\vee\neg C)$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x_1,x_2)= (x_2\to\neg x_1)$ представить в базисе $\{\neg,\vee\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg x\vee y \;\&\; x\vee\neg y \;\&\; \neg z\vee\neg t \;\&\; \neg x\vee\neg t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. К какой схеме относится рассуждение: «Сегодня понедельник или пятница. Сегодня пятница. Следовательно, сегодня не понедельник или не пятница».

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\forall x\exists y\, P(x,y)$; 2) $\forall x P(x,c)$; 3) $\exists y P(b,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	0
a c	1
b a	0
b b	0
b c	0
c a	0
c b	0
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 20

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = (x \oplus y \oplus z) \mid (y \to x \downarrow x \oplus y \to z) \sim z$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = (A \vee \neg B \vee \neg C) \& (\neg A \vee \neg B \vee C) \&$
$\& (\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \& (\neg A \vee B \vee \neg C) \& (A \vee B \vee \neg C)$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y) = (x \to y)$ представить в базисе $\{\&, \oplus, 1\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = x \vee y \vee z \vee t \ \& \ x \vee y \vee \neg t \ \& \ \neg z \vee t \ \& \ \neg x \vee \neg t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить равносильность формул f1 и f2:
$f1 = ((x \vee y) \& \neg z) \to \neg (x \to y)$; $f2 = \neg y \vee z$.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:
1)$\exists x \exists y\, P(x,y)$; 2)$\forall x P(x,a)$; 3) $\forall y P(b,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	1
a c	1
b a	0
b b	0
b c	1
c a	1
c b	1
c c	0

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 21

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z)= (x\&y\oplus z) \mid (y\to x\downarrow x\sim y\to\neg z) \oplus\neg z$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C)=(A\vee\neg B\vee\neg C)\&(\neg A\vee\neg B\vee C)\&(\neg A\vee\neg B\vee\neg C)\&(\neg A\vee B\vee\neg C)\&(A\vee B\vee\vee\neg C)\ \&(A\vee\neg B\vee C)$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y)= \neg(x\downarrow y)$ представить в базисе $\{\&,\oplus,1\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = x\vee z\vee t\ \&\ x\vee y\vee\neg t\ \&\ \neg z\vee t\ \&\ \neg x\vee z\vee\neg t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

5. Проверить истинность ложность или выполнимость на модели $\mathcal{M}=\{\mathbf{N_0};\ \Sigma, \Pi, E\}$ предикатной формулы $\exists x\ \Sigma (x,y,y) \to \forall x\ \Sigma (x,y,y)$.(Σ-предикат суммы, П-предикат произведения, Е- предикат эквивалентности).

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\exists x\forall y\ P(x,y)$; 2) $\exists x P(x,a)$; 3) $\exists y P(c,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	1
a c	0
b a	0
b b	0
b c	0
c a	1
c b	0
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ

Вариант 22

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z)= (x\&(y\vee\neg z)) \mid (y\rightarrow x)\downarrow (\neg x\&y\rightarrow z)$;

для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = \neg(A\vee C)\&(\neg A\vee\neg B)\&(\neg A\vee\neg B\vee\neg C)$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y)= \neg xy$ представить в базисе $\{\&, \oplus, 1\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg x\vee\neg y\vee\neg t \ \& \ \neg x\vee\neg y\vee\neg z \ \& \ \neg y\vee\neg z\vee\neg t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;

b) используя законы 0 и 1;

c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. К какой схеме относится рассуждение: «Если Джонс, не встречал ночью Смита, то либо Смит был убийцей, либо Джонс лжет. Если Смит не был убийцей, то Джонс не встречал Смита ночью, и убийство имело место после полуночи. Если убийство имело место после полуночи, то либо Смит был убийцей, либо Джонс лжет. Следовательно, Смит не был убийцей».

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\forall x\forall y\, P(x,y)$; 2) $\forall x P(x,b)$; 3) $\exists y P(c,y)$.

x y	P(x,y)
a a	0
a b	0
a c	0
b a	1
b b	1
b c	0
c a	1
c b	0
c c	0

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 23

1. Построить таблицу истинности логической функции
   $f(x,y,z)=\neg(x\&(z\rightarrow y)) \oplus ((y\rightarrow\neg x)\&z)$;

для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию $Z(A,B,C) = \neg A\vee B \;\&\; A\vee\neg B \;\&\; \neg A\vee\neg C$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y)= \neg x\oplus y$ представить в базисе $\{\vee,\neg\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg xyt \vee x\neg y\neg z \vee x\neg zt \vee xz\neg t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить равносильность формул f1 и f2:
   $f1=x\vee(y\,\&\neg z) \rightarrow (\neg x\rightarrow y)$; $f2= \neg y\vee z$.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:
   1) $\exists x\exists y\, P(x,y)$; 2) $\forall x P(x,c)$; 3) $\exists y P(b,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	1
a c	0
b a	1
b b	1
b c	0
c a	1
c b	1
c c	0

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 24

1. Построить таблицу истинности логической функции

$f(x,y,z) = (x\&z\vee y) \to ((y|x)\downarrow x\&y\to z) \sim \neg(x\vee z)$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию

$Z(A,B,C) = (A\vee B\vee\neg C)\&(A\vee B\vee C)\&(A\vee\neg B\vee C)\&(\neg A\vee\neg B\vee\neg C)\&(\neg A\vee B\vee\neg C)$
представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x,y)= \neg x\sim y$ представить в базисе $\{\&,\vee,\neg\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = x\vee y\ \&\ \neg y\vee\neg z\ \&\ z\vee\neg t\ \&\ x\vee t$ получить ее СДНФ и СКНФ:

a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Проверить истинность ложность или выполнимость на модели $\wp=\{\mathbf{N}; \Sigma, \Pi, E\}$ предикатной формулы $(\Pi(x,y,z)\ \&\rceil\ \Pi(x,y,z)) \to E(x,y)$.(Σ-предикат суммы, П-предикат произведения, Е- предикат эквивалентности).

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:

1) $\forall x\exists y\ P(x,y)$; 2)$\forall x P(x,a)$; 3) $\exists y P(c,y)$.

x y	P(x,y)
a a	0
a b	0
a c	1
b a	0
b b	0
b c	1
c a	0
c b	0
c c	1

АЛГЕБРА ЛОГИКИ
Вариант 25

1. Построить таблицу истинности логической функции
$f(x,y,z) = ((x\rightarrow y)\vee(x\rightarrow z))\sim((x\rightarrow y)\vee z)$;
для заданной функции f построить логическую схему.

2. Логическую функцию
$Z(A,B,C) = A\neg B\neg C\vee\neg A\neg BC\vee\neg AB\neg C\vee\neg ABC\vee A\neg B\neg C$ представить картой Вейча.

3. Функцию $g(x_1,x_2)= \neg(x_1 \rightarrow x_2)$ представить в базисе $\{\&,\oplus,1\}$.

4. Для функции $f(x,y,z,t) = \neg xy\neg z\vee\neg xyz\vee x\neg zt$ получить ее СДНФ и СКНФ:
a) по таблице истинности;
b) используя законы 0 и 1;
c) минимизировать СДНФ методом Блейка-Порецкого.

5. Даны высказывания X – “ не всякое натуральное число четное” и Y – “простые числа четные и нечетные”. Какое значение принимают высказывания $X\vee Y$; $X\&Y$. Сформулировать $\neg X$, $\neg Y$.

ЛОГИКА ПРЕДИКАТОВ

6. Предикат P(x,y) задан таблицей на предметной области D={a,b,c}, провести квантификацию и определить логический смысл формул:
1) $\exists x\forall y\, P(x,y)$; 2)$\exists xP(x,c)$; 3)$\forall yP(a,y)$.

x y	P(x,y)
a a	1
a b	0
a c	1
b a	0
b b	1
b c	0
c a	1
c b	0
c c	1

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Амурский государственный университет
(ГОУВПО «АмГУ»)

Факультет

Математики и информатики

Кафедра

Информационных и управляющих систем

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА №___

Вариант № ___

Исполнитель:

Студент группы №__ Ф.И.О.

Проверил:

доцент кафедры ИУС Семичевская Н.П.

Благовещенск

2007 г.

Наталья Петровна СЕМИЧЕВСКАЯ

доцент кафедры информационных управляющих систем АмГУ

Редактор О.К. Мамонтова

Учебно-методическое пособие

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИЕ РАБОТЫ ПО ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Издательство АмГУ. Подписано к печати ___.___.07. Формат _____. Усл. печ.л. ________, уч.-изд. л. ______. Тираж _____. Заказ ___.