

Федеральное агентство по образованию  
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГОУВПО «АмГУ»

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой энергетики  
\_\_\_\_\_ Н.В.Савина  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2007 г.

*Математические модели и методы в расчетах на ЭВМ*  
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ  
для специальностей:

140203	«Релейная защита и автоматизация энергетических систем»;
140204	«Электрические станции»;
140205	«Электроэнергетические системы и сети»;
140211	«Электроснабжение»;
140101	«Тепловые электрические станции»;

Составитель: доц. Л.А. Гурина

Благовещенск

2007 г.

Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
энергетического факультета  
Амурского государственного университета

Л.А. Гурина

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Математические модели и методы расчетов на ЭВМ» предназначен для студентов очной и заочной форм обучения специальностей 140203 – «Релейная защита и автоматизация электроэнергетических систем», 140204 – «Электрические станции», 140205 – «Электроэнергетические системы и сети», 140211 – «Электроснабжение». – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2007.

Учебно-методический комплекс ориентирован на оказание помощи студентам очной и заочной форм обучения по специальностям 140203 – «Релейная защита и автоматизация электроэнергетических систем», 140204 – «Электрические станции», 140205 – «Электроэнергетические системы и сети», 140211 – «Электроснабжение» для изучения математических методов моделирования на основе теории вероятностей, теории случайных процессов, теории нечетких множеств, вейвлет-анализа, а также для формирования навыков и умений решения технических задач в программных продуктах MathCAD, MATLAB.

## *Содержание*

1. Рабочая программа дисциплины.....	4
2. График самостоятельной работы студентов по дисциплине на каждый семестр с указанием ее содержания, объема в часах, сроков и форм контроля.....	22
3. Методические указания и рекомендации по проведению семинарских и практических занятий, самостоятельной работы студентов.....	25
4. Методические указания и рекомендации по проведению лабораторных работ. Комплекты заданий для лабораторных работ.....	33 5.
Краткий конспект лекций.....	40
6. Методические указания по выполнению домашних заданий .....	70
7. Перечень программных продуктов, реально используемых в практике деятельности выпускников.....	70
8. Методические указания по применению современных информационных технологий для преподавания учебной дисциплины.....	70
9. Методические указания профессорско-преподавательскому составу по организации межсессионного и экзаменационного контроля знаний студентов .....	70
10. Контрольные вопросы к зачету (экзамену).....	71
12. Карта обеспеченности дисциплины кадрами профессорско-преподавательского состава.....	72

## 1. Рабочая программа дисциплины.

Федеральное агентство по образованию РФ  
Амурский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по УНР  
Е.С. Астапова  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине «*Математические модели и методы в расчетах на ЭВМ*»  
для специальностей:

140203	«Релейная защита и автоматизация энергетических систем»;
140204	«Электрические станции»;
140205	«Электроэнергетические системы и сети»
140211	«Электроснабжение»

Очная форма обучения	Заочная форма обучения
Курс 2	Курс 2
Лекции – 36 час.	Лекции – 6 час.
Практические занятия – 18 час.	Практические занятия – 4 час.
Лабораторные занятия – 18 час.	Лабораторные занятия – 6 час.
СРС – 54 час.	СРС – 110 час.
Зачет – 4 семестр	Зачет – 4 семестр
Всего часов - 126	Всего часов - 126

Составитель: *Гурина Л.А., ст. преподаватель, канд. техн. наук*

Факультет *Энергетический*  
Кафедра *Энергетики*

Рабочая программа составлена на основании Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению 650900 «Электроэнергетика». В рамках данного направления на кафедре Энергетики реализуется подготовка дипломированных специалистов по специальностям: 140203, 140204, 140205, 140211.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры энергетики

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Н.В. Савина

Рабочая программа одобрена на заседании УМС специальностей 140203, 140204, 140205, 140211

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_

Председатель УМСС \_\_\_\_\_

СОГЛАСОВАНО

Начальник УМУ

\_\_\_\_\_ Г.Н.Торопчина

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

СОГЛАСОВАНО

Председатель УМС факультета

\_\_\_\_\_ « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

СОГЛАСОВАНО

Заведующий выпускающей кафедрой

\_\_\_\_\_ Н.В. Савина

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

# 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ, ЕЕ МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Государственный образовательный стандарт подготовки дипломированного специалиста по направлению «Электроэнергетика» включает изучение дисциплины «Математические модели и методы в расчетах на ЭВМ» в разделе ОПД.Ф.08 «Электроэнергетика».

## *1.1. Цель преподавания дисциплины*

Энергетика страны – сложная технико-экономическая система, для изучения и управления которой применяют многоуровневый подход, представляю систему совокупностью моделей, каждая из которых описывает ее поведение с точки зрения того или иного уровня абстрагирования.

Разнообразие свойств энергетических систем и определяемая этим многоаспектность анализа влекут за собой многообразие взаимосвязанных задач математического моделирования, решение которых необходимо для жизнеобеспечения энергетического комплекса. Совокупности математических моделей и методов, ориентированные на решение конкретных практических задач, реализуются обычно в форме комплексов программ для ЭВМ.

Предметом изучения данной дисциплины являются знаковые модели, которые могут замещать в определенной мере конкретные реальные системы при их познании или при целенаправленном воздействии на их поведение.

Цель преподавания дисциплины – сформировать у студентов знаний основ современных методов математического и имитационного моделирования, методов построения моделей различных классов и их реализации на компьютерной технике посредством прикладных программных продуктов для решения задач количественного обоснования принимаемых решений с учетом развития средств автоматизации управления функционированием ЭЭС.

## ***1.2. Задачи изучения дисциплины***

Задачи изучения дисциплины - освоение студентами современных методов математического моделирования процессов и систем, этапов математического моделирования, принципов построения и основных требований к математическим моделям, схемы их разработки и методов исследования, формализации процесса функционирования системы, имитационного моделирования, технических и программных средств моделирования.

Дисциплина дает студентам знания основных современных методов математического моделирования процессов и систем различного уровня и назначения, навыки применения этих методов на практике.

В результате изучения дисциплины в соответствии с квалификационной характеристикой выпускников, студенты должны

знать:

- классификацию моделей и их виды;
- виды моделирования;
- принципы и методологию математического моделирования процессов и систем;
- методы исследования математических моделей процессов и систем;
- программные средства моделирования.

уметь:

- реализовывать простые алгоритмы математического и имитационного моделирования;
- использовать основные методы построения математических моделей процессов и систем, их элементов и систем управления ими;
- работать с каким-либо из основных типов программных систем, предназначенных для математического и имитационного моделирования: MathCAD, MATLAB и т.д.

### ***1.3. Перечень дисциплин, освоение которых необходимо при изучении данной дисциплины***

Высшая математика: алгебра; основные алгебраические структуры, векторные пространства и линейные отображения, булевы алгебры; геометрия: элементы топологий; дискретная математика; логические включения, графы, теория алгоритмов, анализ: дифференциальное и интегральное исчисления, элементы теории функций и функционального анализа, теория функций комплексного переменного, дифференциальные уравнения; вероятность и статистика; элементарная теория вероятностей, математические основы теории вероятностей, проверка гипотез, принцип максимального правдоподобия, статистические методы обработки экспериментальных данных.

Информатика: понятие информации; общая характеристика процессов сбора, передачи, обработки и накопления информации; технические и программные средства реализации информационных процессов; модели решения функциональных и вычислительных задач; алгоритмизация и программирование; компьютерная графика; локальные сети и их использование в решении прикладных задач обработки данных.

## **2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### ***2.1. Федеральный компонент***

ЕН.Ф.01 вероятность и статистика; модели случайных процессов и величин, статистические методы обработки экспериментальных данных.

ЕН.Ф.02 модели решения функциональных и вычислительных задач, программное обеспечение и технология программирования.

### ***2.2. Наименование тем, их содержание и объем в часах.***

Тема 1.

Введение. Основы математического моделирования. (2 час.)



Концепция моделирования. Некоторые аспекты применения математического моделирования в решении практических проблем. Роль новых информационных технологий и математического обеспечения в энергетике.

#### Тема 2.

Моделирование как средство представления знаний. (2 час.)

Типы моделей. Проблемы создания моделей. Этапы математического моделирования.

#### Тема 3. (2 часа)

Формальные средства представления знаний.

Понятие формальной модели. Численные модели. Графические модели. Лингвистические модели. Формально-логические модели.

#### Тема 4.

Структурная модель системы (2 часа).

Определение структуры системы. Средства формализации языка теории систем

#### Тема 5.

Обработка табличных данных (4 час.).

Понятие о приближении функций. Точечная аппроксимация. Равномерное приближение. Линейная и квадратичная интерполяция. Многочлен Лагранжа. Метод сплайнов. Эмпирические формулы. Метод наименьших квадратов.

#### Тема 6.

Модель – случайное событие (3 час.).

Случайные явления и процессы электроэнергетике. Основные понятия и определения теории вероятностей. Случайные события, классификация случайных событий. Примеры случайных событий в электроэнергетике. Полная группа событий. Принцип практической уверенности. Формула полной вероятности. Теорема о повторении опытов. Построение упорядоченных диаграмм с помощью схемы независимых испытаний. Основные понятия

теории надёжности. Применение основных теорем теории вероятностей для определения показателей надёжности схем электроснабжения

#### Тема 7.

Модель – случайная величина (3 час.).

Случайные величины в электроэнергетике. Непрерывные и дискретные случайные величины. Статистический ряд, многоугольник распределения. Законы распределения случайных величин, числовые характеристики случайных величин и их свойства. Законы распределения вероятностей случайных величин, применяемые в электроэнергетике. Определение вероятности попадания случайной величины в заданный интервал. Системы случайных величин и их характеристики, коэффициент корреляции.

#### Тема 8.

Модель – случайный процесс (8 часов).

Общие сведения о случайных функциях и процессах. Характеристики случайных процессов, их экспериментальное определение. Авто- и взаимно корреляционные функции. Стационарные и нестационарные случайные процессы. Эргодическое свойство стационарных случайных процессов. Корреляционный и спектральный анализ случайных процессов. Пуассоновские процессы, потоки событий. Моделирование случайных процессов изменения электрических нагрузок.

#### Тема 9.

Вейвлет-анализ случайных процессов изменения параметров режима (4 час.).

Основы теории вейвлетов. Вейвлеты Хаара, Добеши. Масштабирующие функции. Вейвлет-преобразования случайных процессов.

#### Тема 10.

Применение теории нечетких множеств при решении задач электроэнергетики (2 час.).

Основные понятия теории нечетких множеств. Операции над нечеткими множествами. Множества альфа-уровня. Логика принятия решений.

Определение функций принадлежности. Схема управления на основе нечеткой логики. Представление параметров режима нечеткими моделями в условиях неопределенности.

#### Тема 11.

Нейросетевое моделирование(4 час.) .

Искусственные нейронные сети. Нейрон. Многослойные сети прямого распространения. Сеть Кохонена. Сеть Хопфилда. Обучение ИНС. Особенности применения технологий ИНС при решении задач оперативного управления ЭЭС.

### **2.3. Практические занятия (18 часов).**

№ п.п.	Наименование темы	Кол-во часов
1.	Точность вычислительного эксперимента	2
2.	Логико-математическое моделирование	2
3.	Структурная модель системы	2
4.	Аппроксимация графиков изменения параметров режима	2
5.	Определение надежности работы системы. Схемы с отдельным и общим резервированием.	2
6.	Определение вероятности попадания параметров режима, показателей качества электрической энергии в заданный интервал при различных законах распределения	2
7.	Вероятностное моделирование ГЭН.	2
8.	Нечеткое моделирование напряжения, тока, активной и реактивной составляющих мощности при неполной исходной информации.	2
9.	Обзор задач по всем темам за семестр.	2

### **2.4. Лабораторные занятия.**

№ п.п.	Наименование темы	Кол-во часов
1.	Основы работы с вычислительной системой MathCad	2
2.	Геометрические построения	2
3.	Аппроксимация данных кубическими сплайнами	2
4.	Моделирование случайных величин и случайных событий, генераторы случайных чисел	2
5.	Статистический анализ в MathCad	2

6.	Символьные вычисления в MathCad. Расчет электрических цепей по правилам Кирхгофа.	2
7.	Преобразование Фурье в MathCad	2
8.	Вейвлетные преобразования в среде MATLAB	2
9.	Нечеткое моделирование в среде MATLAB	2

### ***2.5. Самостоятельная работа студентов.***

Содержание самостоятельной работы студентов очной формы обучения

1. Приближенные числа. Числа с плавающей точкой;
2. Понятие погрешности;
3. Системы управления;
4. Имитационное моделирование;
5. Аналоговое моделирование;
6. Справочная система HELP в MatCad;
7. Строка меню в MathCad;
8. Работа с массивами, векторами и матрицами в MathCad;
9. Выполнение арифметических операций в MathCad;
10. Регрессионные модели;
11. Реализация итерационных вычислений;
12. Численное дифференцирование функций;
13. Хаотическое поведение динамических систем;
14. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений систем в MathCad;
15. Линейные преобразования случайных последовательностей;
16. Цепи Маркова;
17. Узкополосный случайный процесс;
18. Широкополосные сигналы.

### ***Содержание самостоятельной работы студентов заочной формы обучения***

1. Приближенные числа. Числа с плавающей точкой;
2. Понятие погрешности;
3. Системы управления;

4. Имитационное моделирование;
5. Аналоговое моделирование;
6. Справочная система HELP в MathCAD;
7. Строка меню в MathCAD;
8. Работа с массивами, векторами и матрицами в MathCAD;
9. Выполнение арифметических операций в MathCAD;
10. Выполнение линейной регрессии;
11. Реализация итерационных вычислений;
12. Численное дифференцирование функций;
13. Хаотическое поведение динамических систем;
14. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений систем в MathCAD;
15. Линейные преобразования случайных последовательностей;
16. Цепи Маркова;
17. Узкополосный случайный процесс;
18. Широкополосные сигналы;
19. Понятие о приближении функций.
20. Точечная аппроксимация.
21. Равномерное приближение.
22. Линейная и квадратичная интерполяция.
23. Многочлен Лагранжа. Метод сплайнов.
24. Эмпирические формулы.
25. Метод наименьших квадратов.
26. Основные понятия и определения теории вероятностей.
27. Случайные события, классификация случайных событий.
28. Примеры случайных событий в электроэнергетике.
29. Полная группа событий. Принцип практической уверенности.
30. Формула полной вероятности.
31. Теорема о повторении опытов.

32. Построение упорядоченных диаграмм с помощью схемы независимых испытаний.

33. Непрерывные и дискретные случайные величины.

34. Статистический ряд, многоугольник распределения.

35. Законы распределения случайных величин, числовые характеристики случайных величин и их свойства.

36. Законы распределения вероятностей случайных величин, применяемые в электроэнергетике.

37. Определение вероятности попадания случайной величины в заданный интервал.

38. Системы случайных величин и их характеристики, коэффициент корреляции

## ***2.6. Перечень и темы промежуточных форм контроля знаний.***

К промежуточной форме контроля знаний относится:

- блиц-опрос на лекциях, практических и лабораторных занятиях по пройденному материалу;
- Выступление с докладом по темам, указанным в пункте 2.5.

## ***2.7. Вопросы к зачету***

1. Роль новых информационных технологий и математического обеспечения в энергетике.

2. Типы моделей.

3. Этапы математического моделирования.

4. Понятие формальной модели.

5. Численные модели.

6. Графические модели.

7. Лингвистические модели.

8. Формально-логические модели.

9. Структурная модель системы

10. Обработка табличных данных. Понятие о приближении функций.

11. Обработка табличных данных. Точечная аппроксимация.

12. Обработка табличных данных. Равномерное приближение.
13. Обработка табличных данных. Линейная интерполяция.
14. Обработка табличных данных. Квадратичная интерполяция.
15. Обработка табличных данных. Многочлен Лагранжа.
16. Обработка табличных данных. Метод сплайнов.
17. Эмпирические формулы.
18. Метод наименьших квадратов.
19. Случайные события, классификация случайных событий. Примеры случайных событий в электроэнергетике.
20. Полная группа событий.
21. Формула полной вероятности.
22. Теорема о повторении опытов.
23. Построение упорядоченных диаграмм с помощью схемы независимых испытаний.
24. Основные понятия теории надёжности.
25. Применение основных теорем теории вероятностей для определения показателей надёжности схем электроснабжения.
26. Случайные величины в электроэнергетике. Непрерывные и дискретные случайные величины.
27. Статистический ряд, многоугольник распределения.
28. Законы распределения случайных величин, числовые характеристики случайных величин и их свойства.
29. Определение вероятности попадания случайной величины в заданный интервал при различных законах распределения.
30. Системы случайных величин и их характеристики, коэффициент корреляции.
31. Определение случайного процесса и его характеристик.
32. Корреляционный анализ случайных процессов.
33. Спектральный анализ случайных процессов.
34. Классификация случайных процессов.

35. Пуассоновские процессы, потоки событий.
36. Моделирование случайных процессов изменения электрических нагрузок.
37. Основы теории вейвлетов.
38. Вейвлеты Хаара, Добеши.
39. Масштабирующие функции.
40. Вейвлет-преобразования случайных процессов.
41. Основные понятия теории нечетких множеств.
42. Операции над нечеткими множествами.
43. Множества альфа-уровня. Логика принятия решений.
44. Определение функций принадлежности. Схема управления на основе нечеткой логики.
45. Представление параметров режима нечеткими моделями в условиях неопределенности.
46. Искусственные нейронные сети.
47. Многослойные сети прямого распространения.
48. Сеть Кохонена.
49. Сеть Хопфилда.
50. Обучение ИНС.
51. Особенности применения технологий ИНС при решении задач оперативного управления ЭЭС.

### **3. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

#### ***3.1. Литература***

##### Основная литература

1. Васильков Ю.В., Василькова Н.Н. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании: Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 256 с.
2. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учеб. пособие. – СПб.: Питер, 2003. – 604 с.



3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2000. – 383 с.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. – 5-е изд. Стер. – М.: Высш. шк., 1998. – 576 с.

#### Дополнительная литература

5. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. Изд. 2-е, перераб. И доп. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 400 с.
6. Гурина Л.А. Математические модели и методы представления информации для АСДУ электроэнергетическими системами в условиях неопределенности: Автореф. дис.... канд. техн. наук. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2004. – 23 с.;
7. Интеграция информационных технологий в системных исследованиях энергетики/ Л.В. Массель, А.Ю. Горнов и др. Под ред. Н.И. Воропая.- Новосибирск: Наука, 2003. – 320 с.;
8. Новые информационные технологии в задачах оперативного управления электроэнергетическими системами. Екатеринбург: УрО РАН, 2002. 205 с.
9. Семененко М.Г. Математическое моделирование в MathCad. – М.: Альтекс-А, 2003. – 208 с.
10. Сдвижков О.А. MathCad-2000: Введение в компьютерную математику. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К<sup>0</sup>», 2002. – 204 с.
11. Турчак Л.И. Основы численных методов: учеб. пособие. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит., 1987. – 320 с.

### **3.2. Наглядные пособия**

1. Слайды к медиапроектору.

Таблица 1.

## Учебно-методическая карта дисциплины

№ недели	№ темы	Наименование вопросов изучаемых на лекции	Занятия (номера)		Используемые наглядные и методические пособия	Самостоятельная работа студентов		Формы контроля
			Практич. (семина.)	Лабораторные		Содержание	Час	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	Содержание вопросов изучаемых на лекции приведены в подразделе 2.2.		Основы работы с вычислительной системой MathCad		Приближенные числа. Числа с плавающей точкой; Понятие погрешности; Справочная система HELP в MathCAD.	9	Блиц-опрос на практ. и лабор. занятиях
2	2		Точность вычислительного эксперимента			Системы управления; Имитационное моделирование; Аналоговое моделирование;	9	Блиц-опрос на лекции и лабор. занятиях

Продолжение табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3			Геометрические построения в среде MathCad	Слайды для медиапроектора по теме «Формальные средства представления данных»	Строка меню в MathCad; Работа с массивами, векторами и матрицами в MathCad;	6	Блиц-опрос на лабор. занятиях
2	4		Логико-математическое моделирование		Слайды для медиапроектора по теме «Структурная модель системы»	Выполнение арифметических операций в MathCad.	3	Блиц-опрос на лабор. занятиях
1	5			Аппроксимация данных кубическими сплайнами.	Слайд «Точечная аппроксимация», Слайд «Равномерное приближение», Слайд «Линейная и квадратичная интерполяция»	Регрессионные модели.	3	Выступление с докладом на лекции
2	5		Структурная модель системы		Слайд «Многочлен Лагранжа», Слайд «Линейная и квадратичная интерполяция»	Реализация итерационных вычислений.	3	Блиц-опрос на лабор. занятиях

Продолжение табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	6			Моделирование случайных величин и случайных событий, генераторы случайных чисел	Слайд «Основные понятия и определения теории вероятностей», Слайд «Примеры случайных событий в энергетике»	Численное дифференцирование функций.	3	Блиц-опрос на лекциях
2	6,7		Аппроксимация графиков изменения параметров режима		Слайд «Основные понятия теории надежности», Слайд «Примеры случайных величин в энергетике»	Хаотическое поведение динамических систем.	3	Выступление с докладом на лекции
1	7			Статистический анализ в MathCad	Слайд «Законы распределения вероятностей случайных величин, применяемые в электроэнергетике»	Решение обыкновенных дифференциальных уравнений систем в MathCad.	3	Блиц-опрос на лабор. занятиях
2	8		Определение надежности работы системы. Схемы с отдельным и общим резервированием.		Слайд «Характеристики случайных процессов, их экспериментальное определение»	Линейные преобразования случайных последовательностей.	3	Блиц-опрос на лекциях

1	8		Символьные вычисления в MathCad. Расчет электрических цепей по правилам Кирхгофа.	Слайд «Стационарные и нестационарные случайные процессы»	Цепи Маркова.	3	Выступление с докладом на лекции
---	---	--	---	--	---------------	---	--

Продолжение табл.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	8		Определение вероятности попадания параметров режима, показателей качества электрической энергии в заданный интервал при различных законах распределения		Слайд «Корреляционный и спектральный анализ случайных процессов»	Узкополосный случайный процесс.	3	Выступление с докладом на лекции
1	8			Преобразование Фурье в MathCad	Слайд «Пуассоновские процессы, потоки событий»			
2	9		Вероятностное моделирование ГЭН.		Слайд «Вейвлеты Хаара, Добеши»	Широкополосные сигналы.	3	Выступление с докладом на лекции
1	9			Вейвлетные преобразования в среде MATLAB	Слайд «Вейвлет-преобразования случайных процессов»			

Продолжение табл.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	10		Нечеткое моделирование напряжения, тока, активной и реактивной составляющих мощности при неполной исходной информации.		Слайды «Операции над нечеткими множествами», Слайд «Схема управления на основе нечеткой логики»			
1	11			Нечеткое моделирование в среде MATLAB	Слайд «Нейрон», Слайд «Многослойные сети прямого распространения»			
2	11		Обзор задач по всем темам за семестр.		Слайд «Сеть Кохонена», Слайд «Сеть Хопфилда»			

**2. График самостоятельной работы студентов по дисциплине на каждый семестр с указанием ее содержания, объема в часах, сроков и форм контроля.**

Таблица 2

№	Содержание	Объем в часах	Формы контроля	Сроки (понеделные)
1	Приближенные числа. Числа с плавающей точкой	3	Блиц-опрос на практических и лабораторных занятиях	1
2	Понятие погрешности	3	Блиц-опрос на практических и лабораторных занятиях	1
3	Справочная система HELP в MathCAD	3	Блиц-опрос на практических и лабораторных занятиях	1
4	Системы управления	3	Блиц-опрос на практических и лабораторных занятиях	2
5	Имитационное моделирование	3	Блиц-опрос на практических и лабораторных занятиях	2
6	Аналоговое моделирование	3	Блиц-опрос на практических и лабораторных занятиях	2
7	Строка меню в MathCAD	3	Блиц-опрос на лабораторных занятиях	3
8	Работа с массивами, векторами и матрицами в MathCAD	3	Блиц-опрос на лабораторных занятиях	3
9	Выполнение арифметических операций в MathCAD	3	Блиц-опрос на лабораторных занятиях	4
10	Регрессионные модели	3	Выступление с докладом на лекции	5
11	Реализация итерационных вычислений	3	Блиц-опрос на лабораторных занятиях	6



Продолжение табл. 2

№	Содержание	Объем в часах	Формы контроля	Сроки (понедельные)
12	Численное дифференцирование функций	3	Блиц-опрос на лекции	7
13	Хаотическое поведение динамических систем	3	Выступление с докладом на лекции	8
14	Решение обыкновенных дифференциальных уравнений систем MathCAD	3	Блиц-опрос на лабораторных занятиях	9
15	Линейные преобразования случайных последовательностей	3	Блиц-опрос на лекции	10
16	Цепи Маркова	3	Выступление с докладом на лекции	11
17	Узкополосный случайный процесс	3	Выступление с докладом на лекции	12
18	Широкополосные сигналы	3	Выступление с докладом на лекции	14

### 3. Методические указания и рекомендации по проведению семинарских и практических занятий, самостоятельной работы студентов.

В табл. 3 приведены темы практических занятий и количество часов для их изучения.

Таблица 3

#### Тематика практических занятий

№ п.п.	Наименование темы	Кол-во часов
1	Точность вычислительного эксперимента	2
2	Логико-математическое моделирование	2
3	Структурная модель системы	2
4	Аппроксимация графиков изменения параметров режима	2
5	Определение надежности работы системы. Схемы с отдельным и общим резервированием	2
6	Определение вероятности попадания параметров режима, показателей качества электрической энергии в заданный интервал при различных законах распределения	2
7	Вероятностное моделирование ГЭН	2
8	Нечеткое моделирование напряжения, тока, активной и реактивной составляющих мощности при неполной исходной информации	2
9	Обзор задач по всем темам за семестр	2

Цель практических занятий – научиться практическому использованию основных методов математического моделирования из теории вероятностей и математической статистики, теории случайных процессов, численных методов, теории нечетких множеств, теории графов, математической логики при решении электроэнергетических задач.

Задачи практических занятий. По окончании практических занятий студенты должны

знать:

- методы определения погрешностей при постановке вычислительного эксперимента;
- методы построения формально-логических моделей;

- приемы построения структурных моделей при анализе схем электроэнергетических систем;
- алгоритмы интерполяции и аппроксимации табличных данных;
- методы моделирования случайных событий для определения надежности работы системы;
- формулы для определения вероятности попадания параметров режима, показателей качества электрической энергии в заданный интервал при различных законах распределения;
- методы моделирования случайных процессов изменения электрической нагрузки;
- алгоритмы применения основных понятий теории нечетких множеств при математическом описании напряжения, тока, активной и реактивной составляющих мощности в условиях неполной исходной информации;

уметь:

- рассчитывать погрешности при постановке эксперимента, при обработке округленных данных на ЭВМ;
- строить формально-логические модели при управлении системами;
- строить структурную модель системы;
- аппроксимировать и интерполировать табличные данные различными методами;
- определять вероятность безотказной работы для систем, заданных схемами с общим и отдельным резервированием;
- определять вероятность попадания случайных величин в заданный интервал;
- проводить вероятностный анализ графиков электрической нагрузки;
- применять приемы теории нечетких множеств при обработке неполной режимной информации.

Схематичный план проведения практических занятий представлен на рис.

1.

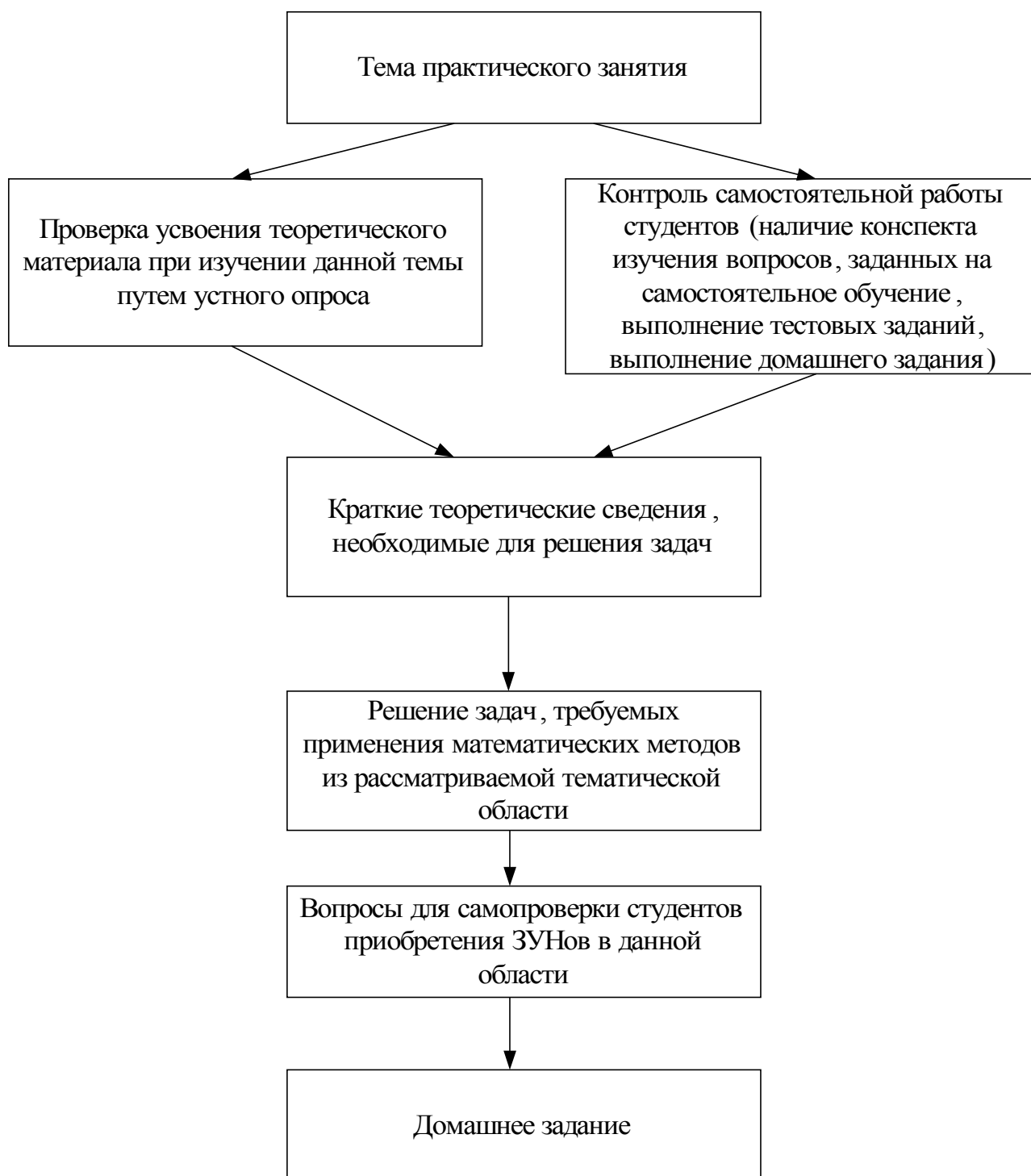


Рис. 1. План проведения практических занятий.

При самостоятельной работе с учебниками рекомендуется вести краткий конспект изучаемых разделов в соответствии с вопросами указанными в разделе «Самостоятельная работа студентов». Контроль за усвоением материала осуществляется с помощью вопросов для самопроверки. Студент выполняет контрольные работы на практических занятиях, а также домашние задания.

Пример – Тема практического занятия «Логико-математическое моделирование».

Логика высказывание изучает предложения естественного языка, которые могут быть истинны или ложны. Исчисление высказываний можно рассматривать как формальную модель со всеми присущими ей атрибутами, построение которой было рассмотрено на лекции.

Множество базовых элементов (МБ) логики высказываний включает:

А) множество высказываний, обозначаемых строчными буквами латинского алфавита;

Б) пять логических связок:

1. отрицание  $\neg$  ;
2. конъюнкция  $\wedge$  ;
3. дизъюнкция  $\vee$  ;
4. импликация  $\rightarrow$  ;
5. эквивалентность  $\leftrightarrow$  .

Синтаксическими правилами (СИП)

Соединяя символы латинского алфавита логическими связками, из исходных высказываний можно строить составные высказывания

$(a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)$  .

Синтаксически правильное высказывание называется формулой, и оно должно быть построено в соответствии с синтаксическими правилами:

1. Всякое высказывание из МБ есть формула. Напр.,  $x$  - формула,  $y$  - формула при  $x \in \text{МБ}$ ,  $y \in \text{МБ}$  .
2. Если  $A$  - формула, то  $\neg A$  - формула;
3. Если  $A$  и  $B$  - формулы, то  $A \vee B$ ,  $A \wedge B$ ,  $A \rightarrow B$ ,  $A \leftrightarrow B$  - формулы

Примечание.

$x \in \text{МБ}$ ,  $y \in \text{МБ}$  - символы,  $A$  и  $B$  - метасимволы, т.е.  $A$  и  $B \in \text{МБ}$

Вывод: Синтаксис позволяет распознавать формулы среди набора слов.

Семантические правила

Семантика придает определенное значение формулам. Семантическая область состоит из значений истинности  $\{1,0\}$ . Интерпретировать формулу – значит приписать одно из двух значений истинности.

Семантика отрицания имеет вид:

$A$	$\neg A$
1	0
0	1

Семантика бинарных связок следующая:

$A$	$B$	$A \vee B$	$A \wedge B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

Правила преобразования логических выражений:

$$x \vee 1 = x; x + 1 = 1; x \vee 0 = 0; x + 0 = 0;$$

$$x \vee x = x; x + x = x; x \vee \bar{x} = 1; x + \bar{x} = 0;$$

Сочетательный (ассоциативный закон) закон:

$$x_1 \vee (x_2 \vee x_3) = (x_1 \vee x_2) \vee x_3 = x_1 \vee x_2 \vee x_3;$$

$$x_1 + (x_2 + x_3) = (x_1 + x_2) + x_3 = x_1 + x_2 + x_3.$$

Переместительный (коммутативный закон):

$$x_1 \vee x_2 = x_2 \vee x_1;$$

$$x_1 + x_2 = x_2 + x_1.$$

Распределительный (дистрибутивный закон):

$$x_1 \vee (x_2 + x_3) = x_1 \vee x_2 + x_1 \vee x_3;$$

$$x_1 + (x_2 \vee x_3) = (x_1 + x_2) \vee (x_1 + x_3).$$

Закон инверсий:

$$\neg(\neg x_1 \vee \neg x_2) = x_1 + x_2;$$

$$\neg(x_1 + x_2) = \neg x_1 \vee \neg x_2.$$

Операция поглощения:

$$x_1 \cup x_2 + x_1 = x_1;$$

$$x_1(x_1 + x_2) = x_1.$$

Функция состояния системы может быть описана как функция алгебры логики, у которой аргументом являются двоичные переменные состояния элементов  $x_i$ .

При последовательном соединении элементов

$$z = x_1 x_2,$$

а при параллельном соединении

$$z = x_1 + x_2,$$

где  $z$  - логическая функция работоспособности системы.

### Задания

1. Доказать истинность следующей формулы:

$$(a \rightarrow (b \rightarrow c)) \Leftrightarrow ((a \cup b) \rightarrow c).$$

Решение.

$a$	$b$	$c$	$b \rightarrow c$	$a \rightarrow (b \rightarrow c)$	$a \cup b$	$(a \cup b) \rightarrow c$	$(a \rightarrow (b \rightarrow c)) \Leftrightarrow ((a \cup b) \rightarrow c)$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	1	1

Вывод: формула общезначима, так как она истинна независимо от значений, принимающих составляющими ее высказываниями.

2. Определить функцию работоспособности системы, представленной мостиковой схемой (рис. 2), относительно третьего узла.

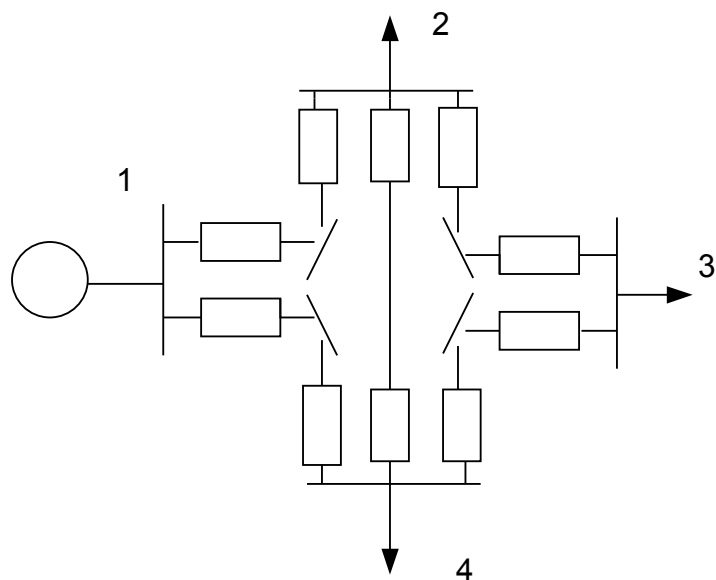


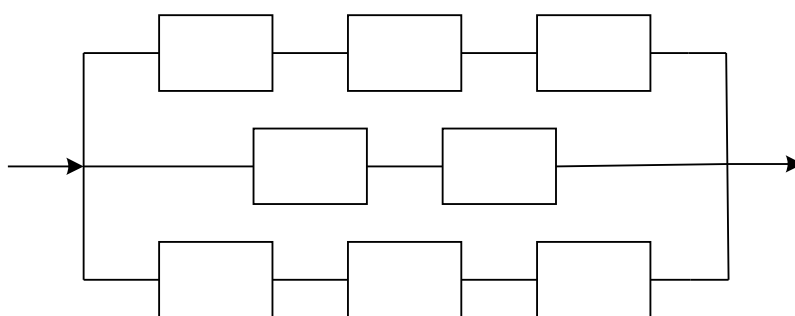
Рис. 2. Схема системы.

Решение

Функция работоспособности системы определяется следующим образом:

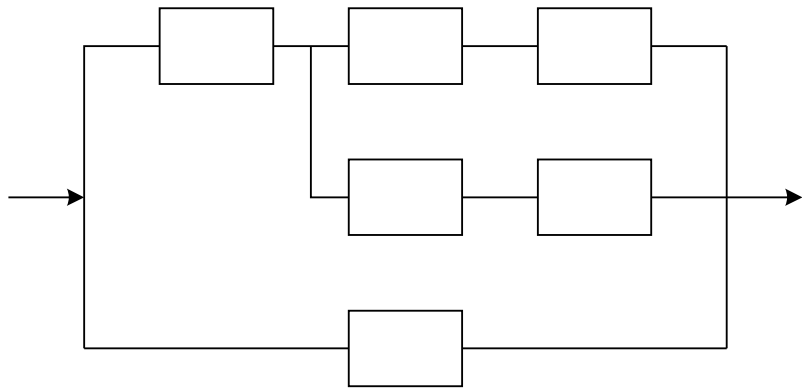
$$z = x_1 \cdot x_{12} \cdot x_2 \cdot x_{23} \cdot x_3 + x_1 \cdot x_{14} \cdot x_4 \cdot x_{43} \cdot x_3 + x_1 \cdot x_{14} \cdot x_{42} \cdot x_2 \cdot x_{23} \cdot x_3 + x_1 \cdot x_{12} \cdot x_{24} \cdot x_4 \cdot x_{43} \cdot x_3$$

3. Определить функцию работоспособности для систем, заданных схемами (рис.3)



a)



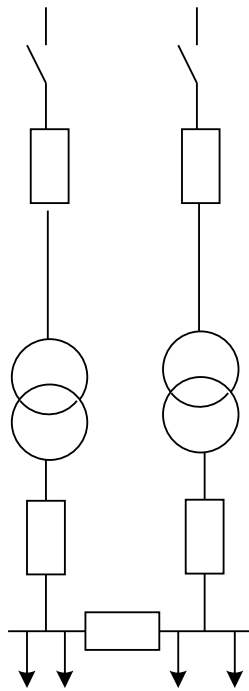


б)

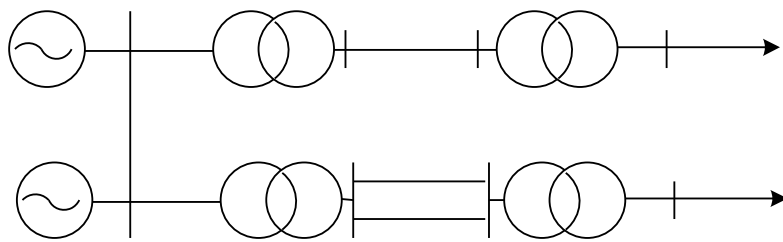
Рис. 3. Схемы к задаче.

Задачи для самостоятельной работы

1. Для схем, приведенных на рис. 4, определить функцию работоспособности.



а)



б)

Рис. 4. Схемы к задаче.

### Вопросы для самопроверки

1. Является ли составное высказывание  $\exists x \forall y$  формулой?
2. Определить принадлежность к СИП следующих высказываний

$$(A \supset B) \rightarrow B;$$

$$\exists \exists A \rightarrow A.$$

3. Общезначима или противоречива следующая формула

$$\exists (a \rightarrow (b \rightarrow c)) \wedge ((a \supset b) \rightarrow c)?$$

### 4. Методические указания и рекомендации по проведению лабораторных занятий. Комплекты заданий для лабораторных работ.

#### Перечень лабораторных занятий

№ п.п.	Наименование темы	Кол-во часов
1.	Основы работы с вычислительной системой MathCAD	2
2.	Геометрические построения	2
3.	Аппроксимация данных кубическими сплайнами	2
4.	Моделирование случайных величин и случайных событий, генераторы случайных чисел	2
5.	Статистический анализ в MathCAD	2
6.	Символьные вычисления в MathCAD. Расчет электрических цепей по правилам Кирхгофа.	2
7.	Преобразование Фурье в MathCAD	2
8.	Вейвлетные преобразования в среде MATLAB	2
9.	Нечеткое моделирование в среде MATLAB	2

#### План проведения лабораторных занятий

1. Техника безопасности;
2. Теоретический опрос (допуск к работе);
3. Проведение эксперимента;
4. Обработка результатов эксперимента;
5. Выводы по проделанной работе;
6. Защита отчетов;
7. Оформление отчетов.

Цель лабораторных занятий – ознакомление с пользовательскими интерфейсами систем MathCAD, MatLAB, приобретение навыков и умений решений практических задач математического моделирования в указанных программных продуктах.

*Рекомендуемые задания к лабораторной работе №1*

**«Основы работы с вычислительной системой MathCAD»**

1. Вычислить:

$$\frac{\left(1 + \frac{m}{12} - \frac{n}{18} + \frac{4n - 6m}{72}\right) + 12n\left(\frac{13}{44} - \frac{2}{11} - \frac{5}{66} + \frac{2}{5}\right)}{2.2 + 0.8\left(5 + \frac{1}{2} - 3.25\right) + n};$$

2. Упростить:

$$\frac{(nx)^3 + (my)^3}{(nx)^2 - (my)^2} - \frac{1}{(my)^{-1} - (nx)^{-1}} (nx - my)^{-1} + \frac{x^2 - 2mx + m^2 - n^2}{x - m - n};$$

3. Решить алгебраическое уравнение

$$nx^2 + |x + m| - m - n - 1 = 0;$$

4. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} nx + y + \frac{mx}{y} = 9 \\ \frac{(nx + y)mx}{y} = 20 \end{cases};$$

5. Решить неравенство, содержащее модуль

$$|x + m| \leq (n + 1)x.$$

*Рекомендуемые задания к лабораторной работе №2*

**«Геометрические построения»**

1. Построить графики функций:

$$y = |x^2 + m|x| - n(m + n)|;$$

$$y = \exp(ncos x + msin x);$$

2. Построить параметрически заданные кривые:

$$x = m \cos t, y = n \sin t;$$

$$x = m(t - \sin t), y = m(1 - \cos t);$$

3. Построить кривые, заданные в полярных координатах

$$r = n \cos m\varphi;$$

$$r = n(1 - \cos\varphi);$$

4. Построить поверхность и линии уровня поверхности:

$$z = n \cos \frac{xy}{m}.$$

*Рекомендуемые задания к лабораторной работе №3*

**«Аппроксимация данных кубическими сплайнами»**

Зависимость  $y$  от  $x$  задана таблицей

$x$	$-m$	$0$	$1$	$2,5$	$m+2$
$y$	$2$	$n$	$1,5$	$m$	$4$

Интерполировать зависимость  $y$  от  $x$  кубическими сплайнами:

1. с линейными краевыми условиями;
2. с параболическими краевыми условиями;
3. с кубическими краевыми условиями.

*Рекомендуемые задания к лабораторной работе №4*

**«Моделирование случайных величин и случайных событий, генераторы случайных чисел»**

1. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения

$X$	$-5$	$2$	$3$	$4$
$P$	$0,4$	$0,3$	$0,1$	$0,2$

Требуется:

- 1) построить многоугольник распределения,
- 2) составить интегральную функцию распределения и построить ее график,
- 3) вычислить математическое ожидание  $m_x$ ,

- 4) найти дисперсию  $D_x$  и среднеквадратическое отклонение  $\sigma_x$ .
2. Задана плотность совместного распределения непрерывной двумерной случайной величины  $(X, Y)$ :

$$f(x, y) = \begin{cases} 4xye^{-x^2-y^2}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Найти:

- 1) математические ожидания  $m_x, m_y$ ;
- 2) дисперсии  $D_x, D_y$ .

*Рекомендуемые задания к лабораторной работе №5*

**«Статистический анализ в MathCAD»**

1. С помощью функции  $rnorm(100,1,3)$  генерировать выборку и, принимая число групп  $k = 7$ , составить:

- 1) интервальный вариационный ряд и построить гистограмму частот;
- 2) дискретный вариационный ряд и построить полигон относительных частот.

2. Двумерная выборка задана корреляционной таблицей:

$Y$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$n_x$
$X$						
$x_1$	2	3				5
$x_2$	3	8	2			13
$x_3$		$8 + m$	$12 + n$			$20 + m + n$
$x_4$			$16 - m$	$14 - n$		$30 - m - n$
$x_5$			9	10		19
$x_6$			3	6	1	10
$x_7$				1	2	3
$n_y$	5	$19 + m$	$42 + n - m$	$31 - n$	3	100

где  $x_i = 0.2m + (i - 1) \cdot 0.3n$ ,  $y_j = 0.5m + (j - 1) \cdot 0.2n$ .

Составить:

- 1) выборочное уравнение прямолинейной регрессии  $Y$  по  $X$ ;

- 2) выборочное уравнение параболы регрессии  $Y$  по  $X$  и найти выборочное корреляционное отношение.

*Рекомендуемые задания к лабораторной работе №6*

**«Символьные вычисления в MathCAD. Расчет электрических цепей по правилам Кирхгофа»**

Применяя законы Кирхгофа, составить систему соответствующих уравнений и найти токи в цепи, изображенной на рис. 5.

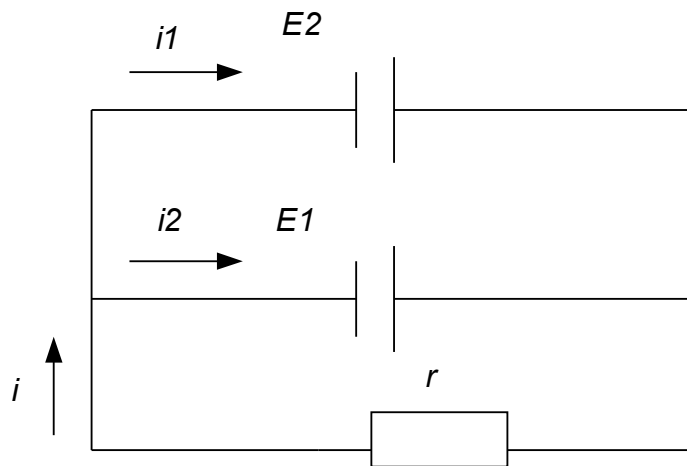


Рис. 5. Электрическая цепь с ЭДС

*Рекомендуемые задания к лабораторной работе №7*

**«Преобразование Фурье в MathCAD»**

1. Разложить в ряд Фурье функцию  $f(x) = |\cos(x)|$ ,  $-\pi < x < \pi$ .
2. Применяя преобразование Фурье, получить спектр сложного колебания  $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ ,

где  $x_1(t) = 4\cos\frac{\pi}{8}t$ ,  $x_2(t) = 2\cos\frac{\pi}{4}t$ .

*Рекомендуемые задания к лабораторной работе №8*

**«Вейвлетные преобразования в среде MATLAB»**

1. Сигнал описывается функцией  $s = \sin(0.5n)$ . Найти его разложение, используя вейвлет Хаара, а затем – Добеши.

2. Восстановить сигнал исходя из единственного коэффициента по вейвлету Добеши db6 вверх на уровни от 1 до 6. Вейвлет db6 имеет носитель на промежутке  $[0,10]$  длины 10.

*Рекомендуемые задания к лабораторной работе №9*

**«Нечеткое моделирование в среде MATLAB»**

Изменение электрической нагрузки задано таблицей

**Значения активной мощности**

<i>N</i> замера	<i>P</i> , МВт	<i>N</i> замера	<i>P</i> , МВт	<i>N</i> замера	<i>P</i> , МВт	<i>N</i> замера	<i>P</i> , МВт
1	30	41	30	81	30	121	28
2	28	42	30	82	30	122	27
3	31	43	28	83	30	123	27
4	28	44	30	84	30	124	30
5	29	45	29	85	31	125	29
6	27	46	28	86	28	126	27
7	27	47	26	87	32	127	28
8	29	48	27	88	30	128	29
9	28	49	29	89	31	129	28
10	30	50	30	90	29	130	27
11	32	51	31	91	31	131	28
12	28	52	29	92	29	132	29
13	29	53	29	93	28	133	27
14	30	54	28	94	30	134	31
15	30	55	28	95	30	135	28
16	30	56	29	96	30	136	30
17	27	57	30	97	31	137	30
18	30	58	28	98	30	138	31
19	29	59	27	99	28	139	30
20	27	60	30	100	29	140	30
21	28	61	30	101	30	141	29
22	30	62	30	102	27	142	30
23	27	63	28	103	28	143	28
24	28	64	30	104	27	144	28
25	29	65	30	105	30		
26	29	66	28	106	32		
27	30	67	27	107	27		
28	29	68	31	108	29		
29	31	69	30	109	28		
30	29	70	28	110	27		
31	29	71	26	111	30		
32	28	72	24	112	30		
33	29	73	30	113	29		
34	30	74	28	114	27		
35	30	75	30	115	29		
36	30	76	28	116	29		
37	27	77	29	117	27		

38	28	78	30	118	29		
39	28	79	29	119	28		
40	27	80	29	120	28		

Найти значения функции принадлежности значений активной мощности, используя выражение

$$\mu(P_i) = \begin{cases} 0, P_i \leq P_i^{I-} \\ 1 + \frac{P_i - P_i^{I-}}{P_i^{I-} - P_i^{III-}}, P_i^{I-} < P_i < P_i^{III-} \\ 1 + \frac{P_i^{III+} - P_i}{P_i^{I+} - P_i^{III+}}, P_i^{III+} < P_i < P_i^{I+} \\ 0, P_i \geq P_i^{I+} \end{cases},$$

где значения  $[P_i^{III-}, P_i^{III+}]$  является наиболее возможным ( $\mu(P_i) = 1$ ), а значения из  $[P_i^{I-}, P_i^{I+}]$  и  $[P_i^{III-}, P_i^{III+}]$  являются менее возможными, но допустимыми ( $0 < \mu(P_i) < 1$ ).

Список рекомендуемой литературы, используемой при проведении лабораторных занятий

#### Основная

1. Васильков Ю.В., Василькова Н.Н. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании: Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 256 с.

#### Дополнительная

2. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. Изд. 2-е, перераб. И доп. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 400 с.
3. Семененко М.Г. Математическое моделирование в MathCAD. – М.: Альтекс-А, 2003. – 208 с.
4. Сдвижков О.А. MathCAD-2000: Введение в компьютерную математику. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К<sup>0</sup>», 2002. – 204 с.

### 5. Краткий конспект лекций

*Тема 1. Введение. Основы математического моделирования. (2 час.)*



Концепция моделирования. Некоторые аспекты применения математического моделирования в решении практических проблем. Роль новых информационных технологий и математического обеспечения в энергетике.

### ***Краткий конспект лекции***

Математическое моделирование как инструмент познания применяется в различных областях деятельности человека. Оно становится главенствующим направлением в проектировании и исследовании новых систем, анализе свойств существующих систем, выборе и обосновании оптимальных условий их функционирования.

Основная задача моделирования различного рода процессов и систем с целью исследования объектов, прогнозирования их поведения или поиска наилучших условий функционирования сводится к расчету анализируемых показателей по математическому моделированию при тех или иных значениях входных величин. Важное значение при этом приобретают вычислительные алгоритмы, с помощью которых можно получить при моделировании решение конкретной математической задачи.

При моделировании в процессе изучения свойств объекта модель выступает как самостоятельный объект исследования. Одной из форм такого исследования является проведение «модельных» экспериментов, при котором сознательно изменяются условия функционирования модели и систематизируются данные о ее «поведении». Конечным результатом этого этапа является множество знаний о модели.

В различных отраслях знаний этапы процесса моделирования приобретают свои специфические черты. Но можно выделить несколько, в той или иной мере присущих процессу моделирования в любой сфере. Перечислим их:

1. Постановка проблема и ее количественный анализ;
2. Построение математической модели.
3. Математический анализ модели;
4. Подготовка исходной информации;
5. Численное решение;

## 6. Анализ численных результатов и их применение.

Информационную технологию определяют как использование вычислительной техники и систем связи для создания, сбора, передачи, хранения, обработки информации для всех сфер общественной жизни.

С точки зрения информационной технологии, специфика научных исследований энергетики состоит в том, что ее результатом является информационный продукт.

Энергетика страны – сложная технико-экономическая система, для изучения и управления которой применяют многоуровневый подход, представляя систему совокупностью моделей, каждая из которых описывает ее поведение с точки зрения того или иного уровня абстрагирования

Совокупности математических моделей и методов, ориентированные на решение конкретных задач, реализуются обычно в форме комплексов программ для ЭВМ.

В подобных случаях используются новые информационные технологии и реализуемые с их помощью последние достижения в сфере логического управления и искусств, опирающиеся на неколичественные аспекты, т.е. символьное представление предметной области, к которой относится решаемая задача, символичный логический вывод и эвристический поиск.

### ***Тема 2. Моделирование как средство представления знаний. (2 час.)***

#### ***План***

Типы моделей. Проблемы создания моделей. Этапы математического моделирования.

#### ***Краткий конспект лекции***

*Модель* является представлением объекта, системы или понятия в некоторой форме, отличимой от формы их реального существования.

Можно выделить следующие типы моделей.

*Натуральные*, или физические, внешне напоминающие изучаемую систему.

*Аналоговые объекты.* В моделях такого типа то или иное свойство реального объекта заменяется некоторым другим свойством модели. *Символические*, или знаковые модели. Для представления объекта или процесса используются знаки, символы. Под знаком понимаются элементы, обладающие одновременно тремя свойствами – синтаксисом, семантикой и прагматикой.

*Синтаксис* – набор правил, позволяющий из знаков образовать синтаксически правильные совокупности.

*Семантика* – смысловая часть совокупности знаков.

*Прагматика* – прикладная часть совокупностей знаков, указывающая практическую часть этой совокупности, т.е. та часть, которая оказывает влияние на поведенческие аспекты субъекта, воспринимающего знаковую систему.

Выделяют следующие этапы построения моделей конкретной системы:

1. Определение системы;
2. Формулирование модели;
3. Подготовка данных;
4. Трансляция модели;
5. Оценка адекватности;
6. Стратегическое планирование;
7. Экспериментирование;
8. Интерпретация;
9. Реализация;
10. Документирование.

### **Тема 3. Формальные средства представления знаний. (2 часа)**

Понятие формальной модели. Численные модели. Графические модели. Лингвистические модели. Формально-логические модели.

*Краткий конспект лекции*

Познакомимся с элементами формализма, с помощью которых при соответствующей их интерпретации выявляются общие черты знаковых моделей разных классов.

Формальной моделью называется четверка:

$$M = (MB, СИП, A, СЕП),$$

где  $MB$  – множество базовых элементов; СИП – синтаксические правила;  $A$  – множество аксиом; СЕП – семантические правила.

$MB$  – конечное или счетное множество элементов любой природы, из которого будут строиться все остальные компоненты системы.

$СИП$  – используется для того, чтобы из базовых элементов строить такие их сочетания, которые в рамках данной системы считаются правильными совокупностями.

$СЕП$  расширяют, если возможно множество аксиом, добавляя к ним синтаксически и семантически правильные совокупности, или накладывают на них определенные (смысловые) ограничения. Множество, полученное после применения семантических правил к аксиомам, называется множеством семантически правильных совокупностей.

Наиболее распространенный способ представления знаний об объекте формализованными средствами – создание численных математических моделей, описывающих количественные отношения между переменными.

Множество базовых элементов для численных моделей совпадает с множеством подходящих для данной задачи действительных, комплексных или целых чисел.

Отличительной особенностью логико-лингвистических моделей является то, что они соединяют лингвистический характер описаний образов реального мира с механизмом логического вывода, который является средством формирования решений.

#### **Тема 4. Структурная модель системы (2 часа)**

Определение структуры системы. Средства формализации языка теории систем.

*Краткий конспект лекции*

Разработка структуры моделей – наиболее важный этап процесса разработки формальной модели изучаемой системы.

Под структурой понимается состав элементов рассматриваемой системы и связи между ними.

Этот этап при достаточно сложном объекте исследования обязательно предшествует этапу составления подробной логико-математической модели.

Для выявления общей структуры системы, а также для упрощения работы по дальнейшей структуризации и построению аналитических моделей применяют блочные, функциональные, принципиальные схемы. Их достоинства – простота и надежность.

*Система* есть совокупность элементов, объединенных между собой связями.

Для любых систем характерно наличие существенных связей между элементами, превосходящих по мощности (силе) связи этих элементов с элементами, не входящими в данную систему. Указанное свойство позволяет выделить систему из окружающей среды в виде целостного объекта.

Современные электроэнергетические сети представляют собой совокупности множества электрических станций, объединенных между собой и с потребителями электрической энергии электрической сетью. Электрическую сеть составляют ЛЭП и трансформаторы. Для многих задач элементами ЭЭС, как системы, являются отдельные электрические станции (или их агрегаты) и конкретные потребители, подключенные к узлам электрической сети [5].

Одна из важнейших характеристик всякой системы – ее структура. Под структурой системы понимается совокупность элементов и связей между ними, которые определяются, исходя из функций и целей, поставленных перед системой.

В большинстве случаев понятие структуры принято связывать с графическим отображением. Однако это не обязательно. Структура может быть представлена в виде теоретико-множественных описаний, в виде матриц, графов и других языков моделирования структур.

Для задач анализа режимов, задач управления ЭЭС целесообразно пользоваться некоторыми представлениями из топологической теории графов. Так, конфигурацию схемы замещения электрической сети можно отобразить в виде графа.

При формализованном задании графа используют:

1. графическое представление;
2. матричное представление;
3. множественное представление.

### **Тема 5. Обработка табличных данных (4 час.)**

Понятие о приближении функций. Точечная аппроксимация. Равномерное приближение. Линейная и квадратичная интерполяция. Многочлен Лагранжа. Метод сплайнов. Эмпирические формулы. Метод наименьших квадратов;

#### ***Краткий конспект лекций***

#### **Обработка табличных данных**

Рассмотрим основные направления обработки данных (интерполяция и аппроксимация), являющиеся базой для решения всех других задач обработки данных.

#### ***1. Понятие о приближении функции***

Пусть задана функция  $y = f(x)$  для любого  $x \in D$  (область определения поставлена в соответствие значению  $Y$ ).

На практике часто явная связь между  $Y$  и  $X$  не известна, т.е. невозможно записать  $y = f(x)$ .

Наиболее распространенным и практически важным случаем, когда вид связи между параметрами  $X$  и  $Y$  неизвестен, является задание этой связи в виде некоторой таблицы  $\{x_i, y_i\}$ .

Таким образом, мы приходим к необходимости использовать имеющиеся табличные данные для приближенного вычисления искомого параметра  $Y$  при любом значении (из некоторой области) параметра  $X$ , поскольку точная связь  $y = f(x)$  неизвестна.

Этой цели и служит задача о приближении (аппроксимации) функции: данную функцию  $f(x)$  требуется приближенно заменить (аппроксимировать) некоторой функцией  $\varphi(x)$ , чтобы отклонение  $\varphi(x)$  от  $f(x)$  в заданной области было наименьшим. Функция  $\varphi(x)$  называется аппроксимирующей. На практике весьма важен случай аппроксимации функции многочленом:

$$\varphi(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^n.$$

При этом коэффициенты  $a_j$  будут подбираться таким образом, чтобы достичь наименьшего отклонения многочлена от данной функции.

## ***2. Точечная аппроксимация***

Интерполирование – основной тип точечной аппроксимации. Для данной функции  $y = f(x)$  строится многочлен, принимающий в заданных точках  $x_i$  те же значения  $y_i$ , что и функция  $f(x)$ , т.е.:

$$\varphi(x_i) = y_i, i = \overline{0, n}.$$

Следовательно, близость интерполяционного многочлена к заданной функции состоит в том, что их значения совпадают в заданной системе точек.

Интерполяционные многочлены могут строиться отдельно для разных частей рассмотренного интервала изменения  $x$ . В таком случае имеем кусочную (или локальную) интерполяцию.

## ***3. Равномерное приближение***

При построении приближения ставится условие – требуется, чтобы во всех точках некоторого отрезка  $[a, b]$  отклонение многочлена  $\varphi(x)$  от функции  $f(x)$  по абсолютной величине было меньше заданной величины  $\varepsilon > 0$ .

$$|f(x) - \varphi(x)| < \varepsilon, a \leq x \leq b.$$

В этом случае говорят, что многочлен  $\varphi(x)$  равномерно аппроксимирует функцию  $f(x)$  с точностью  $\varepsilon$  на  $[a, b]$ .

#### **4. Линейная и квадратичная интерполяция**

Простейшим и часто используемым видом локальной интерполяции является линейная. Она состоит в том, что заданные точки  $(x_i, y_i)$ ,  $i = \overline{1, n}$  соединяются прямолинейными отрезками, и функция  $f(x)$  приближается ломаной с вершинами в данных точках.

Уравнения каждого отрезка ломаной в общем случае разные. Так, для  $i$ -го интервала можно написать уравнение прямой, проходящей через точки  $(x_{i-1}, y_{i-1})$  и  $(x_i, y_i)$ , в виде:

$$\frac{y - y_{i-1}}{y_i - y_{i-1}} = \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}. \quad (*)$$

Следовательно, при использовании линейной интерполяции нужно определить интервал, в который попадает значение аргумента  $x$ , а затем представить в виде (\*) и найти приближенное значение функции в этой точке.

Рассмотрим случай квадратичной интерполяции. В качестве интерполяционной функции на  $[x_{i-1}, x_{i+1}]$  принимается квадратичный трехчлен:

$$y = a_i x^2 + b_i x + c_i, \quad x_{i-1} \leq x \leq x_{i+1}. \quad (**)$$

#### **5. Многочлен Лагранжа**

Перейдем к случаю глобальной интерполяции. При этом график интерполяционного многочлена должен проходить через все заданные точки, принадлежащие  $\varphi(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$ .

Будем искать многочлен в виде линейной комбинации многочленов степени  $n$ :

$$L(x) = y_0 l_0(x) + y_1 l_1(x) + \dots + y_n l_n(x).$$



При этом потребуем, чтобы каждый многочлен  $l_i(x)$  обращался в нуль во всех узлах интерполяции, за исключением одного ( $i$ -го), где он должен равняться единице. Этим условиям отвечает многочлен вида:

$$l_0(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_n)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)\dots(x_0 - x_n)}$$

### **6. Метод сплайнов**

В некоторых случаях возникает задача восстановления не только значений функций, но также ее первой и второй производной. Для решения указанного класса задач успешно применяют сплайновые интерполяции.

Наибольшее распространение получила интерполяция с помощью кубических сплайнов.

*Сплайн* – это функция, которая на каждом междузловом интервале совпадает с некоторым полиномом, своим для каждого интервала.

Полиномы соседних интервалов строятся так, чтобы функция была непрерывной. Дополнительно требуют непрерывности нескольких произвольных (в кубических сплайнах – двух).

Важным достоинством интерполяции кубическими сплайнами является определение функции, имеющей минимальную возможную кривизну.

К недостаткам сплайновой интерполяции относится необходимость определения сравнительно большого числа параметров.

### **7. Эмпирические формулы. Метод наименьших квадратов**

Изучая неизвестную функциональную зависимость между  $y$  и  $x$ , в результате серии экспериментов произвели ряд измерений этих величин (табл. ).

*Таблица*

**Ряд измерений**

$x_0$	$x_1$	...	$x_n$
$y_0$	$y_1$	...	$y_n$

Задача состоит в том, чтобы найти приближенную зависимость,

$$y = f(x), \quad (***)$$

значение которой при  $x = x_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) мало отклоняется от опытных данных  $y_i$ .

Приближенная функциональная зависимость (\*\*\*), полученная на основании экспериментальных данных, и называется *эмпирической формулой*.

Построение эмпирической формулы состоит из двух этапов:

- 1) подбор общего вида этой формулы;
- 2) определение наилучших значений содержащихся в ней параметров.

Будем считать, что тип эмпирической формулы выбран и ее можно представить в виде:

$$y = \varphi(x, a_0, a_1, \dots, a_m),$$

где  $\varphi$  – известная функция;

$a_0, a_1, \dots, a_m$  – неизвестные постоянные параметры.

Задача состоит в том, чтобы определить такие значения этих параметров, при которых эмпирическая формула дает хорошее приближение данной функции, значения которой в точках  $x_i$  равны  $y_i$  ( $i = \overline{0, n}$ ).

Здесь не ставится условие (как в случае интерполяции) совпадения опытных данных  $y_0$  со значением эмпирической функции в точках.

Разности между этими значениями (отклонения) обозначаются через  $\varepsilon_i$ :

$$\varepsilon_i = \varphi(x_i, a_0, a_1, \dots, a_m) - y_i.$$

Задача нахождения наилучших значений параметров  $a_0, a_1, \dots, a_m$  сводится к некоторой минимизации отклонений  $\varepsilon_i$ . Запишем сумму квадратов отклонений для всех точек  $x_0, x_1, \dots, x_n$ :

$$\delta = \sum_{i=0}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=0}^n [\varphi(x_i, a_0, a_1, \dots, a_n) - y_i]^2.$$

Параметры эмпирической формулы находятся из условия минимума функции  $S = S(x_i, a_0, a_1, \dots, a_m)$ . В этом состоит метод наименьших квадратов (МНК).

### **Тема 6. Модель – случайное событие (3 час.)**

Случайные явления и процессы электроэнергетике. Основные понятия и определения теории вероятностей. Случайные события, классификация случайных событий. Примеры случайных событий в электроэнергетике. Полная группа событий. Принцип практической уверенности. Формула полной вероятности. Теорема о повторении опытов. Построение упорядоченных диаграмм с помощью схемы независимых испытаний. Основные понятия теории надёжности. Применение основных теорем теории вероятностей для определения показателей надёжности схем электроснабжения.

#### ***Краткий конспект лекций***

Каждое явление окружающего нас мира, в том числе и происходящее в электроэнергетической системе при производстве, передаче и потреблении электроэнергии, связано со множеством других явлений более или менее тесными взаимосвязями. Изучать явления в ЭЭС путем прослеживания всех возможных взаимосвязей и количественного их описания практически невозможно. При их познании целесообразно разделить все связи на две категории:

- основные, или доминирующие, определяющие общие черты явления (свойство периодичности графика нагрузки электрических систем и их элементов – суточной, недельной, сезонной, годовой);
- второстепенные, по-разному влияющие на данное явление и приводящие к некоторому отклонению результатов многократного его наблюдения от закономерности (случайных флуктуаций ординат процессов вследствие включения и отключения отдельных приемников, различных метеоусловий, загрузки оборудования).

Отклонения от закономерности, порождаемые бесчисленным множеством неучтенных связей, называются случайными явлениями.

Закономерности в самих случайных отклонениях можно обнаружить только при анализе массовых явлений, являющихся предметом изучения теории вероятностей и математической статистики.

Изучение случайных явлений необходимо начинать с выявления закономерностей в них самих, при этом количественная оценка возможна на основе вероятностно-статистических методов. Так, электроэнергетические системы представляют собой многосвязную совокупность элементов. Изменения параметров режима, обусловленные внутренними и внешними возмущениями одних элементов ЭЭС, неизбежно приводят к изменению параметров других элементов. Поэтому управление ЭЭС зачастую происходит в условиях неопределенности. Неопределенность – объективное свойство энергосистем. Она заложена в самой природе управления ЭЭС.

Это связано с незнанием или недостаточным знанием существующих закономерностей состоявшихся или ожидаемых событий в функционировании энергосистемы, с гибкостью объектов управления, с недостоверностью режимной информации. Отсюда видно, что решение задач энергетики лежит в области применения методов теории вероятностей и математической статистики, теории случайных процессов.

Область применения вероятностных методов в энергетике непрерывно расширяется на этапе проектирования и эксплуатации электрических систем. Сами методы, которые применяются с различной степенью глубины для решения перечисленных вопросов, позволяют количественно оценить частоту появления тех или иных условий.

Задачей вероятностных и других методов математики в решении прикладных технических задач является преобразование исходной информации в форму, удобную для принятия практических решений.

## ***Определение случайного события***

*Событие* – всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти. Примером случайного события может послужить отказ турбоагрегата или элемента в сети.

Чтобы количественно сравнивать между собой события по степени их возможности, необходимо с каждым связать определенное число, которое тем больше, чем более возможно событие. Такое число называется вероятностью события. Существует класс событий, где возможен непосредственный расчет их вероятностей. Эти опыты с симметричными и одинаково возможными исходами.

Несколько событий в таких опытах образуют *полную группу событий*, если в результате опыта должно появиться хотя бы одно из них.

Несколько событий называются *несовместными* в данном опыте, если никакие два из них не могут произойти. Пример – отказ агрегата и о одновременного его безотказная работа в течение некоторого рассматриваемого промежутка времени.

Несколько событий называются *равновозможными*, если по условиям симметрии есть основание считать, что ни одно из них не является объективно более возможным, чем другое. Пример – отказ в работе любого агрегата из группы однотипных, находящихся в одинаковых условиях эксплуатации, равновозможен.

Существуют группы событий, обладающие всеми тремя названными свойствами: *они образуют полную группу событий, несовместны и равновозможны.*

События образующие такую группу называют *случаями*. Случай считается благоприятным для некоторого события, если его появление влечет за собой появление данного события.

### *Сумма и произведение событий*

*Суммой* двух событий  $A$  и  $B$  называется событие  $C$ , состоящее в выполнении события  $A$  или события  $B$ , либо их обоих вместе, иначе говоря, состоящее в появлении хотя бы одного из событий  $A$  или  $B$ .

*Произведением* двух событий  $A$  и  $B$  называется событие  $C$ , состоящее в совместном появлении обоих событий

*Противоположными* событиями называются два несовместных события, образующих полную группу.

Вероятность события  $A$  вычисленная при условии, что имело место другое событие  $B$ , называется *условной вероятностью* события  $A$

$$P(A/B).$$

Вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную при условии, что первое имело место.

Два события называются *независимыми*, если появление одного из них не изменяет вероятности появления другого.

Пример. Найти безотказную работу схемы, показанной на рис.

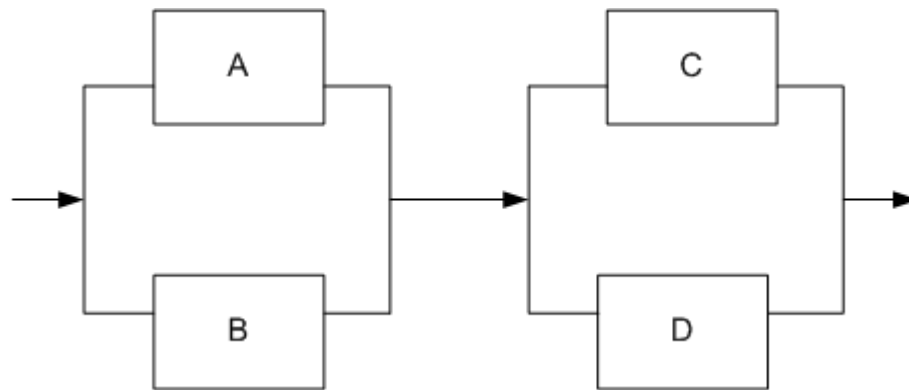


Рис. Схема с отдельным резервированием.

Вероятности безотказной работы элементов, составляющих эту схему:

$$P_A = 0.9, P_B = 0.8, P_C = 0.7, P_D = 0.6 .$$

Решение.

Определим вероятность работы подсистемы  $AB$  согласно выражениям (3.3), (3.6):

$$P_{AB} = 1 - P_{\bar{A}}P_{\bar{B}} = 1 - 0.1 \cdot 0.2 = 0.98.$$

Аналогично для подсистемы, образованной элементами  $C$  и  $D$

$$P_{AB} = 1 - 0.3 \cdot 0.4 = 0.88.$$

Следовательно, вероятность безотказной работы всей системы составляет

$$P = P_{AB}P_{CD} = 0.98 \cdot 0.88 = 0.86.$$

Существуют задачи, в которых один и тот же опыт или аналогичные опыты повторяются неоднократно. В результате каждого эксперимента может появиться или не появиться некоторое событие  $A$ , причем нас интересует не результат каждого отдельного эксперимента, а общее число появления события  $A$  в результате серии опытов. В подобных задачах требуется уметь определить вероятность любого заданного числа появления события в результате серии опытов.

Число способов, которыми из  $n$  опытов можно выбрать  $m$ , где произошло событие  $A$ , находится следующим образом:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Согласно теореме о произведении опытов, если производится  $n$  независимых опытов, в каждом из которых событие  $A$  появляется с вероятностью  $P$ , то вероятность того, что событие  $A$  появится ровно  $m$  раз, выражается формулой

$$P_{m,n} = C_n^m p^m q^{n-m},$$

которая носит название формулы Бернулли.

Пример.

Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжение одних суток не превысит установленной нормы, равна  $p = 0.75$ . Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

Решение.

Вероятность нормального расхода электроэнергии в продолжении каждых из 6 суток постоянна и равна 0.75. Следовательно, вероятность перерасхода электроэнергии в каждые сутки тоже постоянна и равна  $q = 1 - p = 0.25$ .

Используя формулу Бернулли, получим:

$$P_{4,6} = 0.3.$$

### **Тема 7. Модель – случайная величина (3 час.).**

Случайные величины в электроэнергетике. Непрерывные и дискретные случайные величины. Статистический ряд, многоугольник распределения. Законы распределения случайных величин, числовые характеристики случайных величин и их свойства. Законы распределения вероятностей случайных величин, применяемые в электроэнергетике. Определение вероятности попадания случайной величины в заданный интервал. Системы случайных величин и их характеристики, коэффициент корреляции.

#### ***Краткий конспект лекций***

*Случайной величиной* называется величина, которая в результате опыта может принять то или иное значение, причем неизвестно заранее, какое именно. Различают случайные величины непрерывного и дискретного типа. Возможные значения дискретных величин могут быть заранее перечислены. Возможные значения непрерывных величин не могут быть заранее перечислены и непрерывно заполняют некоторый промежуток.

Пример.

Число отказавших элементов в приборе – дискретная случайная величина, а время безотказной работы прибора – непрерывная случайная величина.

*Законом распределения* случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

Формы задания законов распределения дискретных случайных величин:

1. Ряд распределения



## 2. Многоугольник распределения

Для непрерывной случайной величины существует распределение вероятностей, но не в том смысле, что для дискретной. Для этого используют вероятность события  $X < x$ , где  $x$  - некоторая текущая переменная. Вероятность этого события есть функция от  $x$  - *функция распределения* случайной величины  $F(X)$  -  $F(X) = P(X < x)$ , которая носит название *интегрального закона распределения*.

*Плотностью распределения вероятностей* (ПРВ) непрерывной случайной величины  $X$  называют функцию  $f(x)$  – первую производную от функции распределения  $F(X)$ , т.е  $f(x) = F'(x)$ .

### **Числовые характеристики случайных величин**

*Математическим ожиданием* случайной величины называется сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятности этих значений.

Рассмотрим дискретную случайную величину  $X$ , имеющую возможные

Дисперсией дискретной случайной величины называется математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания.

Дисперсия случайной величины есть характеристика разбросанности значений случайной величины около ее математического ожидания.

Средним квадратическим отклонением случайной величины называется квадратный корень из дисперсии.

Пример.

Найти дисперсию напряжения  $U$ , зная закон распределения (табл.).

*Таблица*

### **Закон распределения значений напряжения**

$U, \text{кВ}$	110	112	109	115
$p$	0.4	0.2	0.15	0.25

Решение

Найдем математическое ожидание, согласно (3.18):

$$m_U = 110 \cdot 0.4 + 112 \cdot 0.2 + 109 \cdot 0.15 + 115 \cdot 0.25 = 111.5.$$

Составим ряд распределения для квадрата напряжения (табл.).

Таблица

**Ряд распределения для квадрата напряжения**

$U^2, \text{кВ}^2$	12100	12544	11881	13225
$P$	0.4	0.2	0.15	0.25

Найдем математическое ожидание квадрата напряжения

$$m_{U^2} = 12100 \cdot 0.4 + 12544 \cdot 0.2 + 11881 \cdot 0.15 + 13225 \cdot 0.25 = 12437.2.$$

С учетом выражения (3.22) получим значение дисперсии

$$D_x = 4.95.$$

**Определение законов распределения вероятностей случайных величин на основе опытных данных**

Вид распределения	Математическое ожидание	Дисперсия	СКО
Равномерное в (a,b)	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	$\frac{b-a}{2\sqrt{3}}$
Простейшее нормальное	0	1	1
Общее нормальное с параметрами $a$ и $\sigma$	$a$	$\sigma^2$	$\sigma$
Биномиальное $m$	$np$	$npq$	$\sqrt{npq}$
$\frac{m}{n}$	$p$	$\frac{pq}{n}$	$\sqrt{\frac{pq}{n}}$
По Пуассону	$\lambda$	$\lambda$	$\sqrt{\lambda}$

*Вероятность попадания случайных величин, подчиненных нормальному закону распределения, на заданный участок*

Вероятность попадания случайной величины в интервал от  $\alpha$  до  $\beta$  определяется как

$$P(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - m}{\sigma}\right).$$

*Вероятность попадания в заданный интервал при показательном распределении случайной величины*

Найдем вероятность попадания в интервал от  $a$  до  $b$ :

$$P(a < x < b) = F(b) - F(a).$$

$$F(a) = 1 - e^{-\lambda a},$$

$$F(b) = 1 - e^{-\lambda b}$$

Следовательно,

$$P(a < x < b) = -e^{-\lambda b} + e^{-\lambda a},$$

где  $e^{-x}$  - табличные данные.

### *Равномерный закон распределения*

Заранее известно, что возможные значения непрерывной случайной величины лежат в пределах некоторого определенного интервала, и в этих пределах все значения случайной величины одинаково вероятные, т.е. обладают одной и той же плотностью вероятности.

Вероятность попадания случайной величины  $x$ , распределенной по закону равномерной плотности на интервале  $(a, b)$ , представляющей собой часть интервала  $(\alpha, \beta)$ :

$$P(a < x < b) = \frac{b - a}{\beta - \alpha}.$$

## **Тема 8. Модель – случайный процесс (8 часов).**

Общие сведения о случайных функциях и процессах. Характеристики случайных процессов, их экспериментальное определение. Авто- и взаимно корреляционные функции. Стационарные и нестационарные случайные процессы. Эргодическое свойство стационарных случайных процессов.

Корреляционный и спектральный анализ случайных процессов. Пуассоновские процессы, потоки событий. Моделирование случайных процессов изменения электрических нагрузок.

Задачей вероятностных и других методов математики при управлении режимами ЭЭС является преобразование исходной информации в форму, удобную для принятия практических решений, выбора математической модели параметров режима, электрических нагрузок и электропотребления при различных технологических потоках. Так, при оценке качества напряжения по интегральным критериям на основе информации о меняющейся нагрузке, когда последовательность и связь между ординатами несущественны, информация о последовательности значений играет первостепенную роль для выбора рационального закона регулирования напряжения.

В первом случае моделью может быть случайная величина или система случайных величин, во втором – случайный процесс. При расчете баланса мощности модель может быть представлена случайной величиной, при прогнозировании или определении перетоков мощности – случайным процессом.

Теория случайных процессов разработана фундаментальными трудами А.Н. Колмогорова, А.Я. Хинчина, Н. Винера и т.д. Книги В.И.Бунимовича, В.В. Солодовника (1952, 1960), Б.Р. Левина (1957, 1966, 1968), В.П. Лебедева (1958), Р.Л. Стратоновича (1961), В.И. Тихонова (1966, 1978), А.А. Свешникова (1968), А.М. Рытова (1976, 1978) и других создали мощный научный плацдарм для радиофизиков и энергетиков России.

Случайным процессом  $\zeta_t(\omega)$  называется функция двух переменных  $t \in T$ ,  $\omega \in \Omega$ , где  $\Omega$  – пространство элементарных событий,  $T$  – некоторое множество. При этом каждому  $\theta \in T$  соответствует случайная величина  $\zeta_\theta(\omega)$ . Иногда случайный процесс называется вероятностным, или стохастическим процессом, а также случайной функцией  $\varphi(t, \omega) = \zeta_t(\omega)$ . Отметим, что при каждом значении аргумента  $t = \theta$  величина  $\varphi(\theta, \omega)$  является случайной.

Обычно аргумент  $t$  обозначает время. Если  $T = \{0; \pm 1; \pm 2; \dots\}$ , то  $\zeta_t(\omega)$  называется случайной последовательностью (иначе – случайный процесс с дискретным временем). Если  $T = (-\infty; \infty)$ , тогда  $\zeta_t(\omega)$  является случайным процессом с непрерывным временем [1,3].

При любом фиксированном  $\theta \in T$  случайная величина  $\zeta_\theta(\omega)$  называется *сечением* случайного процесса  $\zeta_t(\omega)$  в точке  $\theta$ .

При фиксированном  $\gamma \in \Omega$  детерминированная функция  $\varphi(t, \gamma) = x(t)$ , определенная на  $T$ , называется *реализацией* случайного процесса  $\zeta_t(\omega)$  или его выборочной функцией.

Процессы изменения активной  $P$  и реактивной  $Q$  мощностей, тока  $I$  или напряжения относятся к физическим явлениям, которые описываются функциями, имеющими в качестве аргумента время, т.е. случайными процессами. Изменение мощности  $P(t)$  и  $Q(t)$  или тока  $I(t)$  называется графиком нагрузок. Значение производной в  $i$ -й момент времени есть сечение случайного процесса.

*Средним значением* (математическим ожиданием) случайного процесса  $\{x(t), -\infty < t < \infty\}$ , называется неслучайная функция

$$m_x(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x,t)dx,$$

где  $f(x,t)$  - плотность распределения вероятностей ординат случайного процесса  $x(t)$ .

Дисперсией случайного процесса  $\{x(t)\}$  называется неслучайная функция

$$D_x(t) = \sigma_x^2(t) = E\{[x(t) - m_x(t)]^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} [x - m_x(t)]^2 P(x,t)dx.$$

Дисперсии ординат, вычисленные для других моментов времени  $t_2, t_3, \dots, t_n$ , дают неслучайную функцию  $D_x(t)$ , называемую оценкой дисперсии  $\{x(t)\}$ .

Характеристика, приведенная к размерности случайного процесса  $\{x(t)\}$ , называется стандартным, или среднеквадратическим отклонением случайного процесса и связана с дисперсией следующим соотношением:

$$\sigma_x(t) = \sqrt{D_x(t)}.$$

Взаимосвязь между ординатами реализаций случайного процесса в различные моменты времени определяется центральной смешанной моментной функцией второго порядка. Эта функция называется корреляционной и является двумерной средней вероятностной характеристикой случайного процесса  $\{x(t)\}$ , поскольку определяется для двух моментов времени.

*Корреляционной функцией* случайного процесса  $\{x(t)\}$  называется неслучайная функция двух переменных:

$$R_x(t_1, t_2) = E[x(t_1)x(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2;$$

$$x_1 = x(t_1); x_2 = x(t_2).$$

*Ковариационной функцией* (КВФ) случайного процесса  $\{x(t)\}$  называется функция двух переменных

$$K_x(t_1, t_2) = E\{[x(t_1) - m_x(t_1)][x(t_2) - m_x(t_2)]\}.$$

Как и для системы случайных величин, для случайного процесса вводится нормированная корреляционная функция (НКФ)

$$\rho_x(t_1, t_2) = \frac{K_x(t_1, t_2)}{\sigma_x(t_1)\sigma_x(t_2)},$$

где  $-1 \leq \rho_x(t_1, t_2) \leq 1$ .

При моделировании расчетных характеристик графиков электрической нагрузки рассматривается  $N$  исходных графиков  $P_i(t)$ , представляющих случайный процесс  $\{P(t)\}$  изменения нагрузки и его вероятностные характеристики.

При этом функция распределения имеет вид:

$$E[P(t_1) \leq P_y] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_y[P(t_1) \leq P_y]}{N},$$

где  $N[P(t_1) \leq P_y]$  – число графиков нагрузки  $P(t)$ , значения ординат которых в момент времени  $t_1$  не превышают заданного уровня  $P_y(t)$ ;  $N$  – общее число графиков  $P(t)$  нагрузки.

Плотность распределения определяется как

$$f(P, t_1) = F'(P, t_1) = \frac{dF(P, t_1)}{dP}.$$

Оценка статистической ковариационной функции

$$K(t_1, t_2) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [P_i(t_1) - P_{cp}(t_1)][P_i(t_2) - P_{cp}(t_2)],$$

которая связывает значения графиков  $P_i(t)$  в моменты времени  $t_1$  и  $t_2 = t_1 + \tau$ .

Нормированная корреляционная функция:

$$\rho(t_1, t_2) = \frac{K(t_1, t_2)}{DP(t_1)DP(t_2)},$$

которая определяет степень зависимости ординат случайного процесса, разделенных интервалом времени  $\tau = t_2 - t_1$ .

Наиболее распространенные способы задания корреляционных функций, используемые при моделировании электрических нагрузок промышленных установок, указаны в табл.

Таблица

### Способы задания корреляционных функций

Коварелляционные функции	Авторы предлагаемых аппроксимаций
$K(\tau) = K(0) \exp(-\alpha  \tau );$ $K(\tau) = K(0) \exp(-\alpha  \tau ) \cos \beta \tau;$ $K(\tau) = K(0) \exp(-\alpha  \tau ) (\cos \beta \tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta  \tau );$	Жежеленко И. В. Степанов В. П. Быховская О. В. Токмак Е. В.
$K(\tau) = a \exp(-\alpha  \tau ) + b \exp(-\beta  \tau );$	Никитин Б.К.
$K(\tau) = A_1 \exp(-\alpha_1  \tau ) \cos \beta_1 \tau + A_2 \exp(-\alpha_2  \tau ) \cos \beta_2 \tau;$	Михайлов О. П. Лебединский Б. П.

$$K(\tau) = A \exp(-\beta |\tau|) \cos \gamma \tau + C \exp(-\delta |\tau|) + \mu;$$

Денисенко Н. А.  
Хоффман И.

В теории вероятностей случайные процессы делятся на две группы – стационарные и нестационарные (рис.).

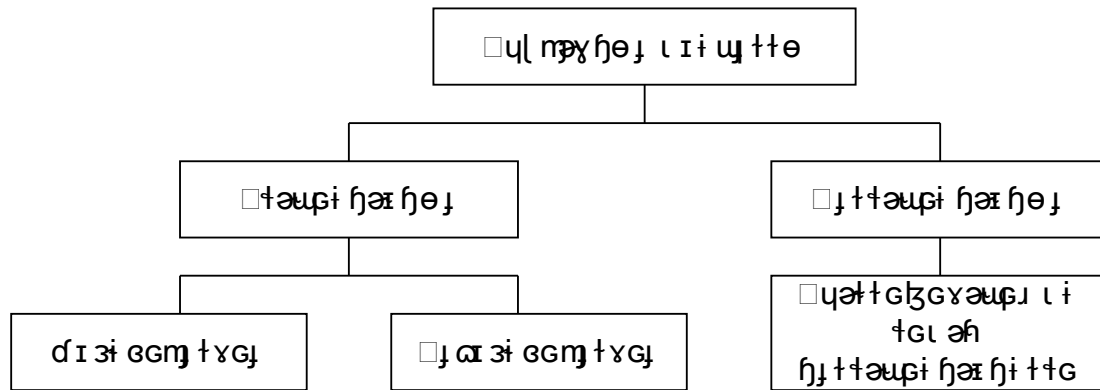


Рис. Классификация случайных процессов.

Исследования корреляционных функций нагрузок позволили выявить характерные признаки каждой группы.

Для вводных присоединений подстанций, основной уровень нагрузки которых в сезонный период и характер ее изменения мало меняются, характерен стационарный эргодический процесс.

Стационарный неэргодический процесс присущ для распределительным подстанциям, основной уровень нагрузки которых и характер ее изменения постоянны лишь при определенных условиях работы. Такой процесс характеризуется неодинаковостью плотностей распределения каждой реализации, вычисленных усреднением по времени (неэргодичность), но постоянством математического ожидания, вычисленного по времени (стационарность).

Нестационарные процессы наблюдаются у распределительных подстанций, основной уровень и характер изменений нагрузки которых зависят от условий работы и времени. Они характерны для распределительных подстанций, питающих электроприемники различных технологических



производств (нестационарность) и различных технологических цепочек в каждом производстве (неэргодичность), а также для распределительных подстанций, питающих синхронные машины с меняющимся током возбуждения.

Важное значение в теории электрических нагрузок имеют стационарные и эргодические случайные процессы.

К нестационарным относятся все процессы, не удовлетворяющие условиям стационарности. Если отсутствуют дополнительные ограничения, то свойства нестационарного случайного процесса обычно зависят от времени и могут быть установлены только путем усреднения в отдельные моменты времени по ансамблю выборочных функций, образующих процесс.

Во многих случаях нестационарные случайные процессы, отвечающие реальным физическим явлениям, имеют особенности, упрощают их анализ и измерение. Например, иногда случайные данные можно представить в виде случайного процесса  $\{X(t)\}$ , все выборочные функции которого имеют вид

$$X(t) = a(t)u(t),$$

где  $u(t)$  - выборочная функция стационарного случайного процесса  $\{u(t)\}$ ,  $a(t)$  – детерминированная функция.

Случайный процесс с нормальной ПРВ называется *гауссовским*.

Одномерный нормальный закон распределения вероятностей представляют собой функцию вида

$$P(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}}.$$

Гауссовский случайный процесс является одним из самых распространенных случайных процессов.

Большинство важнейших характеристик случайного процесса удается определить по аналогии со спектральным анализом детерминированных сигналов. Для этого используют преобразование Фурье от функций, полученных путем усреднения реализаций на конечном интервале времени  $T_x$ .

Во многих инженерных проблемах возникает задача о распределении потока случайных событий во времени.

Одним из простейших случайных процессов является последовательность событий, или поток случайных однородных событий, т.е. случайное чередование этих событий. Пример – Вызовы абонентов телефонных станций, нейтронные процессы.

*Простейшим пуассоновским потоком* однородных событий называется поток, обладающий тремя свойствами: стационарностью, отсутствием последствия и ординарностью.

Пуассоновский поток – частный случай потока Пальма, поскольку в нем расстояния  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k, \dots$  представляют собой случайные величины, распределенные по одному и тому же показательному закону; их независимость следует из первого условия (отсутствие последствия), а расстояние по времени между любыми событиями не зависит от того, какие расстояния между ними.

На практике используются и другие модели потоков, в частности поток *Эрланга*, который образуется в результате «прореживания» простейшего потока. Например, если на оси времени в простейшем потоке сохранить каждую вторую точку, то образуется поток Эрланга второго порядка, если сохранить каждую  $k$ -ю точку, то получим поток Эрланга  $k$ -го порядка  $Y_k$ , для которого ПРВ интервала между событиями имеет вид

$$f_k(t) = \frac{\lambda (\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, t > 0. \quad \text{Этот}$$

закон называется законом Эрланга  $k$ -го порядка.

Пример. Поток отказов сложного оборудования, машины, механизмов можно считать простейшим, если он складывается из большого числа независимых потоков отказов отдельных частей этого механизма (устройства), причем вероятность отказа каждой части мала.

## Тема 9. Вейвлет-анализ случайных процессов изменения параметров режима (4 час.).

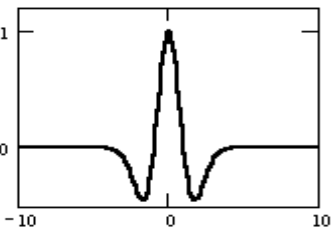
Основы теории вейвлетов. Вейвлеты Хаара, Добеши. Масштабирующие функции. Вейвлет-преобразования случайных процессов.

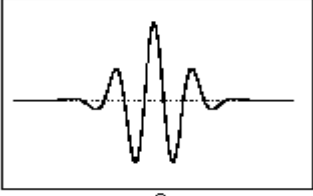
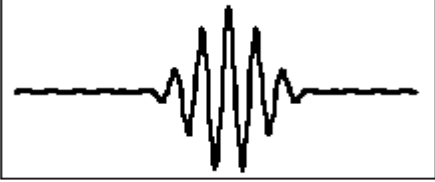

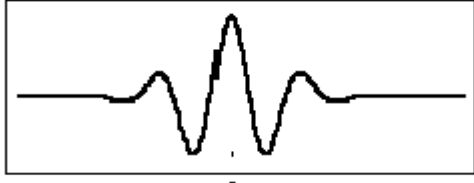
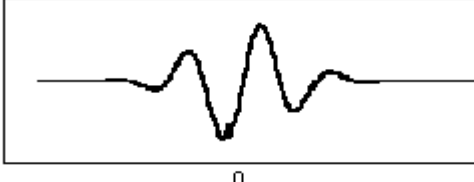
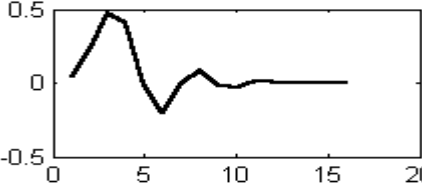
Тенденция увеличения сложности математических и формальных моделей параметров режима и процессов управления, связанная с желанием повысить их адекватность и учесть все большее число факторов с развитием рынка, оказывающего влияние на принятие решений, приводит к новой концепции моделирования информации в АСДУ. Традиционные методы построения моделей при решении инженерных задач не приводят к удовлетворительным результатам, когда исходное описание параметров режима является неточным или неполным, или избыточным в случае неопределенности. В подобных ситуациях наиболее целесообразно воспользоваться такими методами, которые ориентированы на построение моделей, учитывающих различную степень неполноты и неточности исходных данных. Именно в таких ситуациях технологии вероятностного, нечеткого моделирования, вейвлет-анализа и искусственного интеллекта оказываются наиболее конструктивными.

Проведенный анализ информационных потоков, характеризующих периодические и непериодические нелинейные стационарные случайный процессы, позволил выделить вейвлеты, обеспечивающие наибольшую точность при математическом моделировании параметров режима. Эти вейвлеты приведены в табл..

*Таблица*

**Виды вейвлетов**

Вейвлет «Мексиканская шляпа»	 <p>График вейвлета «Мексиканская шляпа» (Mexican Hat wavelet). По оси абсцисс (t) отложено значение от -10 до 10, по оси ординат — от -1 до 1. Кривая имеет вид колокола, направленного вверх, с центром в t=0, достигая максимума в 1. Вокруг центра (t=0) есть небольшие отрицательные боковые доли.</p>
------------------------------	---

Гауссов Вейвлет	
В-сплайновый вейвлет	 <p style="text-align: center;">0 Действительная часть</p>  <p style="text-align: center;">0 Мнимая часть</p>
Вейвлет Морле	 <p style="text-align: center;">0 Действительная часть</p>  <p style="text-align: center;">0 Мнимая часть</p>
Вейвлет Добеши	 <p style="text-align: center;">0.5 0 -0.5 0 5 10 15 20</p>

Из них для моделирования текущих значений параметров режима целесообразно использовать вейвлеты Морле и В-сплайновый, а для периодических процессов вейвлет «Мексиканская шляпа» и Гауссов вейвлет.

### **Тема 10. Применение теории нечетких множеств при решении задач электроэнергетики (2 час.)**

Основные понятия теории нечетких множеств. Операции над нечеткими множествами. Множества альфа-уровня. Логика принятия решений. Определение функций принадлежности. Схема управления на основе нечеткой

логики. Представление параметров режима нечеткими моделями в условиях неопределенности.

### ***Краткий конспект лекции***

Теория нечетких множеств – это, по сути дела, шаг на пути к сближению точности классической математики и всепроникающей неточности реального мира, к сближению, порожденному непрекращающимся человеческим стремлением к лучшему пониманию процессов мышления и познания.

Выделение методов и средств обработки нечеткой информации в отдельное направление современной информационной технологии оправдано тем, что эта технология является базой для построения всевозможных интеллектуальных программных систем, получивших название нечетких систем или нечетких множеств. Наиболее широкое распространение нечеткие множества получили в области управления.

Общая схема обработки информации выглядит следующим образом. Точные исходные данные с датчиков, контролирующего управляющий процесс, переводятся в значения лингвистических переменных в специальном блоке, получившем название «фазификатор». Далее реализуются процедуры нечеткого вывода на множестве продукционных правил, составляющих базу знаний системы управления, в результате чего формируются выходные лингвистические значения. Последние переводятся в точные значения результатов вычисления в специальном блоке-дефазификаторе. На выходе последнего формируются управляющие воздействия на исполнительные механизмы. Эта концептуальная схема лежит в основе так называемого нечеткого контроллера, используемого в интеллектуальных системах обработки неопределенной информации, в частности в системах интеллектуального управления.

Понятие нечеткого множества основывается на предположении о том, что любой элемент лишь в некоторой степени принадлежит данному множеству, поэтому одним из основных способов математического описания нечеткого множества является определение степени такой принадлежности некоторым

числом, например из отрезка  $[0;1]$ . При этом границы интервала, т.е. 1 и 0 означают соответственно «принадлежит» и «не принадлежит».

### **Тема 11. Нейросетевое моделирование (4 час.)**

Искусственные нейронные сети. Нейрон. Многослойные сети прямого распространения. Сеть Кохонена. Сеть Хопфилда. Обучение ИНС. Особенности применения технологий ИНС при решении задач оперативного управления ЭЭС.

#### ***Краткий конспект лекций***

Модели, основанные на искусственном интеллекте, все больше привлекают внимание современных исследователей. Это объясняется заметной их мощностью и результативностью в большинстве приложений и при этом достаточной простотой применения.

Искусственная нейронная сеть (ИНС) предназначена для параллельной распределенной обработки информации, она состоит из обрабатывающих элементов – формальных нейронов, которые могут иметь локальную память и выполнять локальные операции по обработке информации. Нейроны организованы в отдельные группы – слои – и связаны между собой синаптическими связями, через которые проходит передача информации от нейрона к нейрону. Все знания, которыми обладает ИНС, сосредоточены в ее структуре и базируются на весах синаптических связей между нейронами.

Важным свойством ИНС является способность адаптироваться, т.е. менять свое поведение и знания в зависимости от состояния внешней среды. Это процесс называется обучением ИНС.

Наиболее известные представители ИНС – самоорганизующиеся сети Кохонена, многослойные персептроны, сети Хопфилда.

ИНС нашли широкое применение при решении задач АСДУ ЭЭС, таких как, оценивание состояния ЭЭС, прогнозирование электрической нагрузки и электропотребления, обнаружение грубых ошибок в телеизмерениях.

## **6. Методические указания по выполнению домашних заданий.**

Выполнение домашних заданий и контрольных работ предусматривает использование теоретического материала, изученного на лекции, применение знаний, умений и навыков, полученных на практических занятиях.

## **7. Перечень программных продуктов, реально используемых в практике деятельности выпускников.**

При изучении данной дисциплины используются следующие программные продукты – MathCAD, MATLAB.

## **8. Методические указания по применению современных информационных технологий для преподавания учебной дисциплины.**

1. Презентации, слайды;
2. Схемы, таблицы, рисунки под медиапроектор;
3. Лазерные пленки к проектоскопу;
4. Программные продукты – MathCAD, MATLAB.

## **9. Методические указания профессорско-преподавательскому составу по организации межсессионного и экзаменационного контроля знаний студентов.**

При изучении дисциплины предусматриваются следующие виды промежуточного контроля знаний студентов:

- опрос студентов на каждой лекции;
- проведение коллоквиумов по лекционному материалу.

К промежуточным формам контроля знаний относятся:

- блиц-опрос на лекциях по пройденному материалу;
- контрольные работы;
- написание рефератов с последующей их защитой.

## **10. Контрольные вопросы к зачету.**

1. Роль новых информационных технологий и математического обеспечения в энергетике.
2. Типы моделей.
3. Этапы математического моделирования.
4. Понятие формальной модели.
5. Численные модели.
6. Графические модели.
7. Лингвистические модели.
8. Формально-логические модели.
9. Структурная модель системы
10. Обработка табличных данных. Понятие о приближении функций.
11. Обработка табличных данных. Точечная аппроксимация.
12. Обработка табличных данных. Равномерное приближение.
13. Обработка табличных данных. Линейная интерполяция.
14. Обработка табличных данных. Квадратичная интерполяция.
15. Обработка табличных данных. Многочлен Лагранжа.
16. Обработка табличных данных. Метод сплайнов.
17. Эмпирические формулы.
18. Метод наименьших квадратов.
19. Случайные события, классификация случайных событий. Примеры случайных событий в электроэнергетике.
20. Полная группа событий.
21. Формула полной вероятности.
22. Теорема о повторении опытов.
23. Построение упорядоченных диаграмм с помощью схемы независимых испытаний.
24. Основные понятия теории надёжности.
25. Применение основных теорем теории вероятностей для определения показателей надёжности схем электроснабжения.



26. Случайные величины в электроэнергетике. Непрерывные и дискретные случайные величины.
27. Статистический ряд, многоугольник распределения.
28. Законы распределения случайных величин, числовые характеристики случайных величин и их свойства.
29. Определение вероятности попадания случайной величины в заданный интервал при различных законах распределения.
30. Системы случайных величин и их характеристики, коэффициент корреляции.
31. Определение случайного процесса и его характеристик.
32. Корреляционный анализ случайных процессов.
33. Спектральный анализ случайных процессов.
34. Классификация случайных процессов.
35. Пуассоновские процессы, потоки событий.
36. Моделирование случайных процессов изменения электрических нагрузок.
37. Основы теории вейвлетов.
38. Вейвлеты Хаара, Добеши.
39. Масштабирующие функции.
40. Вейвлет-преобразования случайных процессов.
41. Основные понятия теории нечетких множеств.
42. Операции над нечеткими множествами.
43. Множества альфа-уровня. Логика принятия решений.
44. Определение функций принадлежности. Схема управления на основе нечеткой логики.
45. Представление параметров режима нечеткими моделями в условиях неопределенности.
46. Искусственные нейронные сети.
47. Многослойные сети прямого распространения.
48. Сеть Кохонена.
49. Сеть Хопфилда.

50. Обучение ИНС.

51. Особенности применения технологий ИНС при решении задач оперативного управления ЭЭС.

**11. Карта обеспеченности дисциплины кадрами профессорско-преподавательского состава.**

*Таблица*

**Карта обеспеченности дисциплины кадрами профессорско-преподавательского состава**

Вид учебной нагрузки	ППС
Лекции	Гурина Л.А., доц., канд. техн. наук
Практические занятия	Гурина Л.А.
Лабораторные занятия	Бодруг Н.С., ассистент
Зачет	Гурина Л.А.