

Федеральное агентство по образованию  
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГОУВПО «АмГУ»

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой энергетики  
\_\_\_\_\_ Н.В.Савина  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2007 г.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ  
«Применение ЭВМ в энергетике»  
для специальности 140205 – Электроэнергетические системы и сети

Составитель: канд. техн. наук, доц. А.В. Пешков

Благовещенск

2007 г.

Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
энергетического факультета  
Амурского государственного университета

А.В. Пешков

Учебно-методический комплекс по дисциплине «Применение ЭВМ в энергетике» для студентов очной и заочной форм обучения специальности 140205 – Электроэнергетические системы и сети – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2007.

Учебно-методический комплекс ориентирован на оказание помощи студентам очной и заочной форм обучения по специальности 140205 – Применение ЭВМ в энергетике для формирования специальных знаний в области разработки алгоритмов и программ для решения задач электроэнергетики в качестве специалиста, работающего в сфере эксплуатации и управления энергосистемами на любом уровне (энергосистема, предприятие электрических сетей, район электрических сетей).

© Амурский государственный университет, 2007

© А.В. Пешков

### *Аннотация*

Настоящий УМКД предназначен в помощь студентам всех форм обучения специальности «Электроэнергетические системы и сети» при изучении дисциплины «Применение ЭВМ в энергетике».

При его написании учитывались рекомендации из положения «Об учебно-методическом комплексе дисциплины». УМКД разрабатывался на основе утвержденных в установленном порядке Государственного образовательного стандарта, типовых учебных планов и рабочей программы дисциплины, а также нормативных документов Министерства образования и науки Российской Федерации по вопросам организации учебно-воспитательного процесса.

## Содержание

<u>1. Рабочая программа дисциплины.....</u>	<u>5</u>
<u>2. Методические рекомендации по проведению семинарских и практических занятий.....</u>	<u>19</u>
<u>3. КРАТКИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ.....</u>	<u>21</u>
<u>4. Самостоятельная работа.....</u>	<u>65</u>
<u>5. Лабораторные занятия, их содержание и объем в часах.....</u>	<u>65</u>
<u>6. Перечень программных продуктов, реально используемых в практике деятельности выпускников и соответствующее учебно-методическое пособие.....</u>	<u>67</u>
<u>7. Методические указания по применению современных информационных технологий для преподавания учебной дисциплины.....</u>	<u>67</u>
<u>8. Методические указания профессорско-преподавательскому составу по организации межсессионного и экзаменационного контроля знаний студентов (материалы по контролю качества образования).....</u>	<u>67</u>
<u>9. Комплекты экзаменационных билетов для каждого из предусмотренных экзаменов по дисциплине и контрольные вопросы к зачету.....</u>	<u>68</u>
<u>10. Карта обеспеченности дисциплины кадрами профессорско-преподавательского состава.....</u>	<u>69</u>

# 1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Федеральное агентство по образованию РФ  
Амурский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по УНР  
Е.С. Астапова

"\_\_" \_\_\_\_\_ 200\_\_ г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

По дисциплине «Применение ЭВМ в энергетике»

для специальности 140205 «Электроэнергетические сети и системы»

Курс 4	Очное обучение	Заочное обучение
Семестр	7,8	7,8
Лекции (час)	32+30 (час)	10+18 (час)
Практические занятия	16+15 (час)	12 (час)
Лабораторные работы	15 (час)	6 (час)
Самостоятельная работа	62 (час)	124 (час)
КСР	30 (час) – 8 семестр	30 (час) – 8 семестр
Экзамен	8 семестр	8 семестр
Зачет	7 семестр	7 семестр
ВСЕГО часов	200 (час)	200 (час)

Составитель Пешков А.В., доцент, канд. техн. наук

Факультет энергетический

Кафедра энергетики

2006 г.

Рабочая программа составлена на основании ГОС ВПО по направлению подготовки дипломированного специалиста 650900 – ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКА. В рамках данного направления на кафедре Энергетики реализуется подготовка дипломированного специалиста по специальности 140205 Государственного образовательного стандарта ВПО.

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры энергетики

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_ г. (протокол № \_\_\_\_\_)

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_ (Н.В.Савина)

Рабочая программа одобрена на заседании учебно-методического совета направления (специальности) \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_ г. (протокол № \_\_\_\_\_)

Председатель УМС \_\_\_\_\_ ( \_\_\_\_\_ )

СОГЛАСОВАНО  
Начальник УМУ

СОГЛАСОВАНО  
Начальник УМС факультета

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_ г.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_ г.

СОГЛАСОВАНО  
Заведующий выпускающей ка-  
федры

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 200\_ г.

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ, ЕЕ МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Дисциплина «Применение ЭВМ в энергетике» является основной профилирующей дисциплиной специальности 140205 и предусмотрена Государственным образовательным стандартом в разделе специальных дисциплин по шифром СД-05.

### **Государственный образовательный стандарт (выдержки)**

**СД-05. Применение ЭВМ в электроэнергетике:**

общая структура алгоритмов расчета установившихся режимов электроэнергетической системы; способы задания исходных данных; формирование уравнений установившегося режима; алгоритмы решения уравнений методами Гаусса-Зейделя и Ньютона-Рафсона; алгоритмы оптимизации режимов системы; симплекс-метод и его модификации, вычислительная процедура метода; расчеты статической устойчивости на ЭВМ; блочно-матричная запись уравнения малых колебаний сложных систем; поисковые и прямые алгоритмы расчета статической устойчивости.

#### 1.1. Цель преподавания дисциплины

Целью изучения дисциплины является подготовка инженеров в области разработки алгоритмов и программ для решения задач электроэнергетики. Основное внимание при этом уделяется рассмотрению алгоритмов расчета установившихся режимов, апериодической и колебательной статической устойчивости, анализу динамических свойств сложных электроэнергетических систем (ЭЭС), а также переходных процессов в них.

#### 1.2. Задачи изучения дисциплины

Задачей изучения дисциплины является ознакомление студентов со способами формирования уравнений установившихся режимов и различными методами их решения, методами анализа апериодической, колебательной статической устойчивости, динамических свойств и переходных процессов в сложных ЭЭС. Кроме того, в задачи изучения дисциплины входит освоение студентами современных промышленных программ, реализующих вышеназванные алгоритмы.

1.3. Перечень дисциплин, усвоение которых необходимо студентам при изучении данной дисциплины

Изложение содержания дисциплины базируется на математической и общей электротехнической подготовке и знаниях, полученных при изучении специальных дисциплин “Математические задачи энергетики”, “Переходные процессы в электрических системах”, “Электрические сети и системы”.

#### 1.4. Требования к уровню освоения содержания дисциплины.

В результате изучения дисциплины студенты должны:

- научиться формировать уравнения установившихся режимов сложных ЭЭС, знать методы решения систем этих уравнений и их особенности (с точки зрения эффективности) применительно к различным формам записи, освоить различные промышленные программы для ПЭВМ расчета режимов и сопоставить их эффективность;

- знать условия оценки апериодической статической устойчивости и научиться определять предельные режимы сложных ЭЭС на основе использования современных программ для ПЭВМ;

- научиться формировать математическую модель ЭЭС для анализа колебательной статической устойчивости и оценивать вычислительную эффективность алгебраических и частотных методов расчета колебательной устойчивости, научиться производить модальный анализ динамических свойств сложных ЭЭС с использованием программ на ПЭВМ;

- знать математическое описание основных элементов ЭЭС для проведения расчетов электромеханических переходных процессов при больших возмущениях, методы численного интегрирования дифференциальных уравнений переходных процессов и особенности организации вычислительного процесса при расчетах переходных режимов на ПЭВМ.

## 2. ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

### 2.1. ЛЕКЦИОННЫЙ КУРС (72 ЧАСА)

Седьмой семестр - 32 часов

**Тема 1.** *Задачи расчетов и исходная информация для расчета установившихся режимов (УР) ЭЭС – 4 часа.*

Расчеты установившихся режимов как самостоятельная задача и как промежуточный этап при решении других задач. Активные, пассивные, узловые и линейные элементы схемы замещения.

Модель ветви, модель узла. Банк данных. СУБД и ее функции.

**Тема 2.** *Основные уравнения, описывающие УР ЭЭС. Эффективность расчета УР на этапах формирования и решения уравнений – 8 часов.*

Узловое уравнение состояния ЭЭС в форме баланса токов или мощностей. Базисный и балансирующий узлы. Требования к выбору балансирующего узла.

Формирование матрицы инцидентности и проверка связности графа сети.

Формирование матрицы узловых проводимостей, программная реализация. Учет трансформаторных связей в расчетах УР.

Выбор эффективного метода решения систем нелинейных узловых уравнений.

**Тема 3.** *Вычислительные схемы методов Гаусса-Зейделя и Ньютона-Рафсона и их модификаций – 6 часов.*

Принципы учета слабой заполненности сетевых матриц при использовании метода Гаусса. Алгоритмы упорядочения, схемы упаковки, формирование матрицы  $Y$  в компактной форме.

Области сходимости, вычислительная эффективность, свойства метода Зейделя. Методы расчета режимов, основанные на сочетании методов Гаусса и Зейделя.

Сущность метода Ньютона. Решение узловых уравнений в форме баланса мощностей, записанных в прямоугольной и полярной системах координат, методом Ньютона. Свойства метода Ньютона и его модификации.

**Тема 4.** *Учет работы генераторов с APB в расчете установившихся режимов – 2 часа.*

Формы представления генераторных узлов при расчете установившихся режимов при  $P, |U| = \text{const}$  и  $P, Q = \text{const}$ .

**Тема 5.** *Решение оптимизационных задач с помощью методов линейного программирования – 6 часов.*

Симплексный метод, его модификации и вычислительная процедура

Транспортные задачи без транзита, их модификации и способы решения.

Транспортные задачи с учетом транзита и ограничением по пропускной способности, их модификации и способы решения.

**Тема 6.** *Решение оптимизационных задач с помощью методов нелинейного и динамического программирования – 6 часов.*

Методы приведенного градиента в задачах оптимизации режима, достоинства и недостатки.

Применение метода Ньютона для оптимизации режима.

Методы динамического программирования, область применения и способы решения

Восьмой семестр – 30 часов

**Тема 7.** *Оптимизация режимов, оперативные расчеты и оценка состояния – 4 часа.*

Алгоритмы оптимизации режимов. Допущения, принимаемые для проведения оперативных расчетов режимов при идеализации по постоянному току.

Регрессионный и факторный анализ. Математическая формулировка задачи оценки состояния по данным телеизмерений и телесигнализации.

**Тема 8.** *Задачи расчетов апериодической и колебательной статической устойчивости ЭЭС – 6 часов.*

Определение предельных режимов ЭЭС по условиям апериодической статической устойчивости. Математические модели элементов ЭЭС для анализа устойчивости.

Критерий апериодической статической устойчивости. Условия оценки апериодической статической устойчивости ЭЭС по знаку якобиана уравнений установившегося режима.

Задача расчетов статической устойчивости с учетом самораскачивания.

**Тема 9. Формирование математической модели ЭЭС в блочно-матричном виде – 6 часов.**

Математическая модель ЭЭС для анализа колебательной устойчивости в блочно-матричном виде. Вид и особенности блоков  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D(1)$ ,  $D(2)$ ,  $D(3)$ ,  $D(4)$ .

Сравнительный анализ вычислительной эффективности алгебраических и частотных методов расчета колебательной статической устойчивости. Алгоритм вычисления определителей высоких порядков.

Понижение порядка характеристического определителя. Прямые и поисковые алгоритмы расчета областей статической устойчивости сложных ЭЭС.

**Тема 10. Модальный анализ динамических свойств ЭЭС – 6 часов.**

Системные и локальные формы ЭМК (электромеханических колебаний). Динамические свойства простейшей и сложной ЭЭС.

Приведение математических моделей элементов ЭЭС к нормальной форме, вычисление матрицы состояния системы. Вывод основного соотношения, связывающего матрицу состояния с ее собственными значениями и собственными векторами.

Понятие формы электромеханических колебаний. Модальный анализ динамических свойств сложных ЭЭС и выделение системных и локальных форм электромеханических колебаний. Методы решения частичной и полной проблем собственных значений.

**Тема 11. Исследование динамической устойчивости. Методы численного интегрирования – 8 часов.**

Задачи расчетов динамической устойчивости. Математическое описание основных элементов ЭЭС для расчетов электромеханических переходных процессов при больших возмущениях.

Методы численного интегрирования дифференциальных уравнений переходных процессов в ЭЭС: методы Рунге-Кутты, метод прогноза и коррекции, метод трапеций.

Особенности организации вычислительного процесса при расчетах переходных режимов на ПЭВМ. Методы понижения порядка и жесткости системы дифференциальных уравнений.

Способы учета систем автоматического регулирования и управления в расчетах электромеханических переходных процессов.

## 2.2. ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

На практических занятиях должны быть рассмотрены:

- 3.1. Задачи расчетов установившихся режимов (УР) ЭЭС и требуемая исходная информация.
- 3.2. Основные уравнения, описывающие УР ЭЭС. Эффективность расчета УР на этапах формирования и решения уравнений.
- 3.3. Вычислительные схемы методов Гаусса-Зейделя, Ньютона-Рафсона и их модификаций.
- 3.4. Разделенные методы расчета режима.
- 3.5. Влияние работы генераторов с АРВ на сходимость итерационного процесса.
- 3.6. Применение метода приведенного градиента и метода Ньютона для оптимизации режимов с целью минимизации потерь активной мощности.
- 3.7. Симплексный метод линейного программирования.
- 3.8. Применение транспортных задачи в задачах оптимизации развития ЭЭС.
- 3.9. Методы динамического программирования, построение сетевых графиков.
- 3.10. Методы оценивания состояния энергосистем.
- 3.11. Оценивание апериодической статической устойчивости энергосистем.
- 3.12. Задачи расчетов апериодической и колебательной статической устойчивости ЭЭС.
- 3.13. Формирование математической модели ЭЭС в блочно-матричном виде.
- 3.14. Модальный анализ динамических свойств ЭЭС.
- 3.15. Исследование динамической устойчивости. Методы численного интегрирования.

### 2.3. ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ.

На лабораторных занятиях закрепляются теоретические знания студентов, полученные на лекциях, а также формируются навыки самостоятельного анализа процессов, происходящих в энергосистеме. При подготовке к выполнению работ студенты изучают математическую модель, проводят предварительные расчеты схемных параметров. В рамках часов, отведенных под лабораторные занятия, могут быть выполнены следующие работы:

№ темы дисциплины	Наименование лабораторных работ
1	Работа на персональном компьютере в локальной сети. Определение параметров схемы замещения сложной электрической системы с использованием баз данных
2, 3	Сравнительный анализ эффективности различных методов расчета установившихся режимов сложных электрических систем.
3, 4	Разработка программы расчета установившегося режима сложной электрической системы с применением элементов структурного программирования.
3, 4	Исследование сходимости различных модификаций метода

	Ньютона при расчете на ЭВМ установившихся режимов сложных ЭЭС.
8	Оценка апериодической статической устойчивости сложной электроэнергетической системы.
9	Исследование статической колебательной устойчивости сложной регулируемой электроэнергетической системы с использованием ПЭВМ.
10	Исследование динамических свойств сложной регулируемой электрической системы.

### 3. ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

#### 3.1. ЛЕКЦИОННЫЙ КУРС (28 ЧАСА)

Седьмой семестр - 10 часов

Тема 1. *Задачи расчетов и исходная информация для расчета установившихся режимов (УР) ЭЭС – 2 часа.*

Расчеты установившихся режимов как самостоятельная задача и как промежуточный этап при решении других задач. Активные, пассивные, узловое и линейные элементы схемы замещения.

Модель ветви, модель узла. Банк данных. СУБД и ее функции.

Тема 2. *Основные уравнения, описывающие УР ЭЭС. Эффективность расчета УР на этапах формирования и решения уравнений – 4 часа.*

Узловое уравнение состояния ЭЭС в форме баланса токов или мощностей. Базисный и балансирующий узлы. Требования к выбору балансирующего узла.

Формирование матрицы инциденции и проверка связности графа сети.

Тема 3. *Вычислительные схемы методов Гаусса-Зейделя и Ньютона-Рафсона и их модификаций – 2 часа.*

Сущность метода Ньютона. Решение узловых уравнений в форме баланса мощностей, записанных в прямоугольной и полярной системах координат, методом Ньютона. Свойства метода Ньютона и его модификации.

Тема 4. *Учет работы генераторов с АРВ в расчете установившихся режимов – 2 часа.*

Формы представления генераторных узлов при расчете установившихся режимов при  $P, |U| = \text{const}$  и  $P, Q = \text{const}$ .

Восьмой семестр – 18 часов

Тема 5. *Решение оптимизационных задач с помощью методов линейного программирования – 6 часов.*

Симплексный метод, его модификации и вычислительная процедура  
 Транспортные задачи без транзита, их модификации и способы решения.  
 Транспортные задачи с учетом транзита и ограничением по пропускной способности, их модификации и способы решения.

Тема 6. *Решение оптимизационных задач с помощью методов нелинейного и динамического программирования* – 4 часа.

Применение метода Ньютона для оптимизации режима.

Методы динамического программирования, область применения и способы решения

Тема 7. *Оптимизация режимов, оперативные расчеты и оценка состояния* – 2 часа.

Регрессионный и факторный анализ. Математическая формулировка задачи оценки состояния по данным телеизмерений и телесигнализации.

Тема 8. *Задачи расчетов апериодической и колебательной статической устойчивости ЭЭС* – 4 часа.

Определение предельных режимов ЭЭС по условиям апериодической статической устойчивости. Математические модели элементов ЭЭС для анализа устойчивости.

Критерий апериодической статической устойчивости. Условия оценки апериодической статической устойчивости ЭЭС по знаку якобиана уравнений установившегося режима.

Тема 9. *Исследование динамической устойчивости. Методы численного интегрирования* – 2 часа.

Задачи расчетов динамической устойчивости. Математическое описание основных элементов ЭЭС для расчетов электромеханических переходных процессов при больших возмущениях.

### 3.2. ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

На практических занятиях решают задачи по расчету и анализу установившихся режимов при различных моделях задания нагрузочных и генераторных узлов. Должны быть рассмотрены:

- 3.1. Задачи расчетов и исходная информация для расчета установившихся режимов (УР) ЭЭС.
- 3.2. Основные уравнения, описывающие УР ЭЭС. Эффективность расчета УР на этапах формирования и решения уравнений.
- 3.3. Вычислительные схемы методов Ньютона-Рафсона и их модификаций.
- 3.4. Оптимизация режимов, оперативные расчеты и оценка состояния .
- 3.5. Задачи расчетов апериодической и колебательной статической устойчивости ЭЭС.

### 3.6. Исследование динамической устойчивости. Методы численного интегрирования.

### 3.3. ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

На лабораторных занятиях закрепляются теоретические знания студентов, полученные на лекциях, а также формируются навыки самостоятельного анализа процессов, происходящих в энергосистеме. При подготовке к выполнению работ студенты изучают математическую модель, проводят предварительные расчеты схемных параметров. В рамках часов, отведенных под лабораторные занятия, могут быть выполнены следующие работы:

№ п/п	№ темы дисциплины	Наименование лабораторных работ
2	1, 2	Сравнительный анализ эффективности различных методов расчета установившихся режимов сложных электрических систем.
4	3, 4	Исследование сходимости различных модификаций метода Ньютона при расчете на ЭВМ установившихся режимов сложных ЭЭС.
5	8,9	Оценка апериодической статической устойчивости сложной электроэнергетической системы.

## 4. КУРСОВАЯ РАБОТА

Целью курсовой работы является освоение, в основном – самостоятельно – принципов формирования уравнений установившегося режима, его расчета и оптимизации. Пример задания на курсовой проект приведен в приложении 1.

## 5. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТА

Включает изучение лекционного материала и литературы по дисциплине при подготовке к практическим и лабораторным занятиям а также активный поиск новой информации в Интернете по заданию лектора или руководителя практических занятий.

№	Содержание	Объем в часах	Формы контроля	Сроки (понеделные)
1	2	3	4	5
1	Разделенные методы расчета установившихся режимов	5	Защита рефератов на семинаре	2
2	Расчеты электрических	5	Проверка на лабо-	4

	режимов с учетом частоты		ракторных занятиях	
3	Методы комплексной оптимизации режимов	3	Проверка на семинарских занятиях	5
4	Методы оценивания состояния энергосистем	4	Проверка на практ. занятиях	6
5	Способы оценки колебательной устойчивости энергосистемы	4	Проверка на практ. занятиях	7

## 6. ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ

В процессе изучения дисциплины «Применение ЭВМ в энергетике» предусмотрены следующие виды промежуточного контроля знаний студентов:

- экспресс-опрос лектора по итогам изучения разделов курса;
- выполнение и защита отчетов по лабораторным работам.
- выполнение контрольных работ по темам, рассмотренным на практических занятиях.

## 8. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ «ПРИМЕНЕНИЕ ЭВМ В ЭНЕРГЕТИКЕ»

Номер недели	Номер темы	Вопросы, изучаемые на лекции	Занятия (номера)		Используемые наглядные и методические пособия	Самостоятельная работа студентов		Формы контроля
			практ.	лаб		содержание	час	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Седьмой семестр								
1	1	<i>Тема 1. Задачи расчетов и исходная информация для расчета установившихся режимов (УР) ЭЭС</i> Расчеты установившихся режимов как самостоятельная задача и как промежуточный этап при решении других задач. Активные, пассивные, узловые и линейные элементы схемы замещения. 2 ч.			Электрические системы. Электрические сети / Под ред. В.А. Веникова, В.А. Строева - М.: Высшая школа, 1998 Методы решения задач электроэнергетики с использованием ЭВМ. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2002.		2	Выборочный опрос
2	1	Модель ветви, модель узла. Банк данных. СУБД и ее функции. 2 ч.			Электрические системы. Электрические сети / Под ред. В.А. Веникова, В.А. Строева - М.: Высшая школа, 1998		2	Выборочный опрос
3	2	<i>Тема 2. Основные уравнения, описывающие УР ЭЭС. Эффективность расчета УР на этапах формирования и решения уравнений.</i> Узловое уравнение состояния ЭЭС в форме баланса токов или мощностей. Базисный и балансирующий узлы. Требования к выбору балансирующего узла. 2 часа.			Алгоритмизация решения задач АСУ в электроэнергетике. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2006.		2	Выборочный опрос
4	2	Формирование матрицы инцидентности и проверка связности графа сети. 2 часа			Алгоритмизация решения задач АСУ в электроэнергетике. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2006.		2	Выборочный опрос
5	2	Формирование матрицы узловых проводимостей, программная реализация. Учет трансформаторных связей в расчетах УР. 2 часа			Методы решения задач электроэнергетики с использованием ЭВМ. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2002.		2	Выборочный опрос
6	2	Выбор эффективного метода решения систем нелинейных узловых уравнений. 2 часа			Электрические системы. Электрические сети / Под ред. В.А. Веникова, В.А. Строева - М.: Высшая школа, 1998		2	Выборочный опрос
7	3	<i>Тема 3. Вычислительные схемы методов Гаусса-Зейделя и Ньютона-Рафсона и их модификаций.</i> Принципы учета слабой заполненности сетевых матриц при использовании метода Гаусса. Алгоритмы упорядочения, схемы упаковки, формирование матрицы Y в компактной форме. 2 часа			Методы решения задач электроэнергетики с использованием ЭВМ. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2002.		2	Выборочный опрос
8	3	Области сходимости, вычислительная эффективность, свойства метода Зейделя. Методы расчета режимов, основанные на сочетании методов Гаусса и Зейделя. 2 ч			Электрические системы. Электрические сети / Под ред. В.А. Веникова, В.А. Строева - М.: Высшая школа, 1998		2	Выборочный опрос
9	3	Сущность метода Ньютона. Решение узловых уравнений в форме баланса мощностей, записанных в прямоугольной и полярной системах координат, методом Ньютона. Свойства метода Ньютона и его модификации. 2 часа			Электрические системы. Электрические сети / Под ред. В.А. Веникова, В.А. Строева - М.: Высшая школа, 1998		2	Выборочный опрос
10	4	<i>Тема 4. Учет работы генераторов с АРВ в расчете установившихся режимов.</i> Формы представления генераторных узлов при расчете установившихся режимов при $P,  U  = \text{const}$ и $P, Q = \text{const}$ . 2 часа			Методы решения задач электроэнергетики с использованием ЭВМ. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2002.		2	Выборочный опрос
11	5	<i>Тема 5. Решение оптимизационных задач с помощью методов линейного программирования.</i> Симплексный метод, его модификации и вычислительная процедура. 2 часа			Алгоритмизация решения задач АСУ в электроэнергетике. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2006.		2	Выборочный опрос
12	5	Транспортные задачи без транзита, их модификации и способы решения. 2 часа			Алгоритмизация решения задач АСУ в электроэнергетике. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2006.		2	Выборочный опрос
13	5	Транспортные задачи с учетом транзита и ограничением по пропускной способности, их модификации и способы решения. 2 часа			Алгоритмизация решения задач АСУ в электроэнергетике. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2006.		2	Выборочный опрос

Номер недели	Номер темы	Вопросы, изучаемые на лекции	Занятия (номера)		Используемые наглядные и методические пособия	Самостоятельная работа студентов		Формы контроля
			практ.	лаб.		содержание	час	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Седьмой семестр								
14	6	<i>Тема 6. Решение оптимизационных задач с помощью методов нелинейного и динамического программирования.</i> Методы приведенного градиента в задачах оптимизации режима, достоинства и недостатки. 2 часа			Алгоритмизация решения задач АСУ в электроэнергетике. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2006.		2	Выборочный опрос
15	6	Применение метода Ньютона для оптимизации режима.. 2 часа.			Алгоритмизация решения задач АСУ в электроэнергетике. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2006.		2	Выборочный опрос
16	6	Методы динамического программирования, область применения и способы решения. 2 часа.			Алгоритмизация решения задач АСУ в электроэнергетике. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2006.		2	Выборочный опрос
Восьмой семестр								
17	7	<i>Тема 7. Оптимизация режимов, оперативные расчеты и оценка состояния.</i> Алгоритмы оптимизации режимов. Допущения, принимаемые для проведения оперативных расчетов режимов при идеализации по постоянному току. 2 ч.			Методы решения задач электроэнергетики с использованием ЭВМ. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2002.		2	Выборочный опрос
18	7	Регрессионный и факторный анализ. Математическая формулировка задачи оценки состояния по данным телеизмерений и телесигнализации. 2 часа			Алгоритмизация решения задач АСУ в электроэнергетике. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2006.		2	Выборочный опрос
19	8	<i>Тема 8. Задачи расчетов аperiodической и колебательной статической устойчивости ЭЭС.</i> Определение предельных режимов ЭЭС по условиям аperiodической статической устойчивости. Математические модели элементов ЭЭС для анализа устойчивости. 2 часа			Методы решения задач электроэнергетики с использованием ЭВМ. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2002.		2	Выборочный опрос
20	8	Критерий аperiodической статической устойчивости. Условия оценки аperiodической статической устойчивости ЭЭС по знаку якобиана уравнений установившегося режима. 2 часа			Методы решения задач электроэнергетики с использованием ЭВМ. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2002.		2	Выборочный опрос
21	8	Задача расчетов статической устойчивости с учетом самораскачивания.. 2 часа.			Переходные процессы электрических систем в примерах и иллюстрациях. Учебное пособие для вузов / Под ред. В.А. Строева - М.: Знак, 1996.		2	Выборочный опрос
22	9	<i>Тема 9. Формирование математической модели ЭЭС в блочно-матричном виде.</i> Математическая модель ЭЭС для анализа колебательной устойчивости в блочно-матричном виде. Вид и особенности блоков А, В, С, D(1), D(2), D(3), D(4). 2 часа			Переходные процессы электрических систем в примерах и иллюстрациях. Учебное пособие для вузов / Под ред. В.А. Строева - М.: Знак, 1996.		2	Выборочный опрос
23	9	Сравнительный анализ вычислительной эффективности алгебраических и частотных методов расчета колебательной статической устойчивости. Алгоритм вычисления определителей высоких порядков. 2 часа.			Переходные процессы электрических систем в примерах и иллюстрациях. Учебное пособие для вузов / Под ред. В.А. Строева - М.: Знак, 1996.		2	Выборочный опрос
24	9	Понижение порядка характеристического определителя. Прямые и поисковые алгоритмы расчета областей статической устойчивости сложных ЭЭС. 2 часа			Переходные процессы электрических систем в примерах и иллюстрациях. Учебное пособие для вузов / Под ред. В.А. Строева - М.: Знак, 1996.		2	Выборочный опрос
25	10	Модальный анализ динамических свойств ЭЭС – 6 часов. Системные и локальные формы ЭМК (электромеханических колебаний). Динамические свойства простейшей и сложной ЭЭС. 2 часа			В.А. Веников. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. - М.: Высшая школа, 1985.		2	Выборочный опрос
26	10	Приведение математических моделей элементов ЭЭС к нормальной форме, вычисление матрицы состояния системы. Вывод основного соотношения, связывающего матрицу состояния с ее собственными значениями и собственными векторами. 2 ч.			В.А. Веников. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. - М.: Высшая школа, 1985.		2	Выборочный опрос

Номер недели	Номер темы	Вопросы, изучаемые на лекции	Занятия (номера)		Используемые наглядные и методические пособия	Самостоятельная работа студентов		Формы контроля
			практ.	лаб		содержание	час	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Седьмой семестр								
27	10	Понятие формы электромагнитных колебаний. Модальный анализ динамических свойств сложных ЭЭС и выделение системных и локальных форм электромагнитных колебаний. Методы решения частичной и полной проблем собственных значений. 2 часа			Переходные процессы электрических систем в примерах и иллюстрациях. Учебное пособие для вузов / Под ред. В.А. Строева - М.: Знак, 1996.		2	Выборочный опрос
28	11	<i>Тема 11. Исследование динамической устойчивости. Методы численного интегрирования.</i> Задачи расчетов динамической устойчивости. Математическое описание основных элементов ЭЭС для расчетов электромагнитных переходных процессов при больших возмущениях. 2 ч.			Переходные процессы электрических систем в примерах и иллюстрациях. Учебное пособие для вузов / Под ред. В.А. Строева - М.: Знак, 1996.		2	Выборочный опрос
29	11	Методы численного интегрирования дифференциальных уравнений переходных процессов в ЭЭС: методы Рунге-Кутты, метод прогноза и коррекции, метод трапеций. 2 ч.			Переходные процессы электрических систем в примерах и иллюстрациях. Учебное пособие для вузов / Под ред. В.А. Строева - М.: Знак, 1996.		2	Выборочный опрос
30	11	Особенности организации вычислительного процесса при расчетах переходных режимов на ПЭВМ. Методы понижения порядка и жесткости системы дифференциальных уравнений. 2 ч.			Переходные процессы электрических систем в примерах и иллюстрациях. Учебное пособие для вузов / Под ред. В.А. Строева - М.: Знак, 1996.		2	Выборочный опрос
31	11	Способы учета систем автоматического регулирования и управления в расчетах электромагнитных переходных процессов. 2 ч.			Переходные процессы электрических систем в примерах и иллюстрациях. Учебное пособие для вузов / Под ред. В.А. Строева - М.: Знак, 1996.		2	Выборочный опрос

## 9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

### а) основная литература:

1. Методы решения задач электроэнергетики с использованием ЭВМ. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2002.

2. Алгоритмизация решения задач АСУ в электроэнергетике. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Благовещенск: АмГУ, 2006.

### б) дополнительная литература:

1. Электрические системы и сети в примерах и иллюстрациях / Под ред. В.А. Строева - М.: Высшая школа, 1999.

2. Переходные процессы электрических систем в примерах и иллюстрациях. Учебное пособие для вузов / Под ред. В.А. Строева - М.: Знак, 1996.

3. Электрические системы. Электрические сети / Под ред. В.А. Веникова, В.А. Строева - М.: Высшая школа, 1998.

4. В.А. Веников. Переходные электромагнитные процессы в электрических системах. - М.: Высшая школа, 1985.

## 10. СРЕДСТВА ОБЕСПЕЧЕНИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.

Программные комплексы СДО-6, MathCad для работы на ПЭВМ.

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОВЕДЕНИЮ СЕМИНАРСКИХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Практические занятия предусмотрены в рабочей программе в объеме 31 час. Тематика практических занятий представлена в таблице.

№ темы	Название темы	Кол-во часов
1.	Задачи расчетов установившихся режимов (УР) ЭЭС и требуемая исходная информация.	2
2.	Основные уравнения, описывающие УР ЭЭС. Эффективность расчета УР на этапах формирования и решения уравнений.	2
3.	Вычислительные схемы методов Гаусса-Зейделя, Ньютона-Рафсона и их модификаций.	2
4.	Разделенные методы расчета режима.	2
5.	Влияние работы генераторов с АРВ на сходимость итерационного процесса.	2
6.	Применение метода приведенного градиента и метода Ньютона для оптимизации режимов с целью минимизации потерь активной мощности.	3
7.	Симплексный метод линейного программирования.	2
8.	Применение транспортных задачи в задачах оптимизации развития ЭЭС.	2
9.	Методы динамического программирования, построение сетевых графиков.	2
10.	Методы оценивания состояния энергосистем.	2
11.	Оценивание апериодической статической устойчивости энергосистем.	2
12.	Задачи расчетов апериодической и колебательной статической устойчивости ЭЭС.	2
13.	Формирование математической модели ЭЭС в блочно-матричном виде.	2
14.	Модальный анализ динамических свойств ЭЭС.	2
15.	Исследование динамической устойчивости. Методы численного интегрирования.	2

Цель практических занятий – научить студентов выполнять расчеты и анализ режимных параметров питающих и распределительных сетей, их оптимизацию с помощью программно-вычислительных комплексов MathCad, СДО-6, РАСТР.

Практические занятия проводятся как в аудиториях, так и в компьютерном классе в соответствии с учебными пособиями:

-Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Методы решения задач электроэнергетики с использованием ЭВМ - Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2002;

-Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Алгоритмизация решения задач АСУ в электроэнергетике - Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2006.

### 3. КРАТКИЙ КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

Тема 1. *Задачи расчетов и исходная информация для расчета установившихся режимов (УР) ЭЭС – 4 часа.*

#### 1.1 Основные понятия и определения

*Электрическая система* – частный случай электрической цепи.

*Схемой замещения* (или просто схемой) называют графическое изображение электрической цепи, показывающее последовательность соединения участков и отображающее свойства рассматриваемой электрической цепи. Электрическая цепь и ее схема содержат ветви, узлы и в общем случае контуры [1].

*Ветвь* – участок электрической цепи, в котором в любой момент времени ток имеет одно и то же значение.

*Узел* – место соединения двух или большего числа ветвей. Одной из ветвей, соединяющихся в узле, может быть источник тока.

*Контур* – любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям. Если схема электрической цепи не содержит контуров, она называется разомкнутой. Схема, содержащая хотя бы один контур, именуется замкнутой.

*Связь* – совокупность сетевых элементов (линий электропередачи, трансформаторов и т.д.), соединяющих две части энергосистемы.

*Сечение* схемы – совокупность элементов одной или нескольких связей, отключение которых приводит к полному разделению энергосистемы на две изолированные части.

Элементы электрических схем делятся на активные и пассивные.

*Пассивные элементы* схем замещения (сопротивления и проводимости) создают пути для прохождения электрических токов. Пассивные элементы (ветви) электрических систем обычно разделяют на продольные и поперечные.

Поперечные пассивные элементы – это ветви, включенные между узлами схемы и нейтралью, т. е. узлом, имеющим напряжение, равное нулю. Продольные – ветви, соединяющие все узлы, кроме узла с напряжением, равным нулю, т. е. продольные ветви не соединены с нейтралью. Продольные ветви включают активные и индуктивные сопротивления линий электропередачи и обмоток трансформаторов, емкости устройств продольной компенсации и т. д. Поперечные пассивные элементы соответствуют проводимостям линий электропередачи на землю, реакторам и конденсаторам, включенным на землю, и т. д. В некоторых случаях потери в стали трансформаторов представляются в схеме замещения как поперечные проводимости.

*Активные элементы* схем замещения – источники ЭДС и тока. Для них наиболее характерно то, что они определяют напряжения или токи в точках присоединения этих элементов в соответствующей цепи независимо от ее остальных параметров. Источники ЭДС в расчетах электрических систем используются редко. Поэтому дальше речь будет идти в основном об источниках тока.

Под источником тока в расчетах электрических систем понимают активные элементы схемы, соответствующие нагрузкам потребителей и генераторов

электрических станций. Именно эти активные элементы потребляют и генерируют мощность.

## 1.2. Линейные и нелинейные уравнения установившегося режима

Основными параметрами рассмотренных выше пассивных элементов электрических цепей являются сопротивление  $R$ , индуктивность  $L$  и емкость  $C$ . Взаимная индуктивность для простоты изложения учитываться не будет. Параметры цепи почти всегда в той или иной степени зависят от тока и напряжения. Сопротивление  $R$  меняется при изменении тока, поскольку при этом изменяется температура проводника. Емкость конденсатора может зависеть от напряжения, а индуктивность катушки – от тока. Однако во многих случаях эта зависимость настолько слабая, что ею можно пренебречь и считать параметры пассивных элементов цепи не зависящими от тока и напряжения. В таких случаях характеристики элементов электрической цепи (зависимости напряжения от тока в сопротивлении  $R$ , заряда от напряжения на конденсаторе с емкостью  $C$ , потокосцепления от тока катушки с индуктивностью  $L$ ) являются прямыми линиями. Такие элементы цепи называются *линейными*. В них сопротивление  $R$ , емкость  $C$  и индуктивность  $L$  постоянны, т.е. не зависят от тока и напряжения этих элементов.

*Установившимся режимом* электрической цепи при постоянных источниках тока и напряжения называют такое состояние, при котором ток в любой ветви и напряжение в любом узле остаются неизменными в течение сколь угодно длительного времени. Установившиеся режимы цепей, содержащих только линейные пассивные элементы и постоянные, не изменяющиеся по модулю и фазе источники тока, описываются линейными алгебраическими уравнениями – линейными уравнениями установившегося режима. Такие цепи называются **линейными электрическими цепями**. Этот случай соответствует расчету установившихся режимов электрических систем при задании постоянных по модулю и фазе токов нагрузки потребителей и генераторов во всех узлах электрической системы.

Если параметры пассивных элементов электрической цепи существенно зависят от тока или напряжения, т. е. характеристики этих элементов нелинейны, то и сами элементы называются нелинейными. В расчетах установившихся режимов электрических систем нелинейность пассивных элементов, как правило, не учитывается. В этом смысле продольная часть схемы замещения всегда линейна. В то же время при расчетах установившихся режимов электрических систем учитываются нелинейные характеристики источников тока. Нелинейность источников тока соответствует заданию в узлах нагрузки потребителей или генераторов с постоянной мощностью либо заданию нагрузки ее статическими характеристиками, определяющими зависимость мощности от напряжения. Установившиеся режимы электрических систем с нелинейными источниками тока описываются нелинейными алгебраическими уравнениями — **нелинейными уравнениями установившегося режима**.

Методы решения уравнений установившегося режима можно разделить на две группы: точные (прямые) и итерационные (приближенные).

*Точными, или прямыми* называются такие методы, которые в предположении, что все вычисления ведутся точно (без округлений), позволяют получить точные значения неизвестных в результате конечного числа операций. Однако практически все вычисления ведутся с округлениями, поэтому и значения неизвестных, полученных точным методом, будут содержать погрешности.

*Итерационными, или приближенными* называют такие методы, которые даже в предположении, что вычисления ведутся без округлений, позволяют получить решение системы уравнений лишь с заданной точностью. Точное решение системы в случае применения итерационных методов может быть получено теоретически как результат бесконечного итерационного процесса. Эти методы не всегда сходятся при решении линейных уравнений установившегося режима.

Тема 2. Основные уравнения, описывающие УР ЭЭС. Эффективность расчета УР на этапах формирования и решения уравнений – 8 часов.

### 2.1. Разреженные матрицы

Матрица, имеющая небольшой процент ненулевых элементов, называется разреженной. Практически матрицу размеров  $n \times n$  можно считать разреженной, если количество ее ненулевых элементов имеет порядок  $n$ . Разреженные матрицы встречаются в задачах линейного программирования, структурного анализа, теории цепей и т.д. Матрицы  $Y$ ,  $M$  также являются разреженными. Так как такие матрицы, как правило, разрежены, то полезно знать существующие методы обработки разреженных матриц, что позволяет выбрать лучший метод для каждой разреженной матрицы. Затрата времени и усилий на создание различных методов, пригодных для разреженных матриц, особенно оправданы в тех случаях, когда рассматриваются несколько матриц с одинаковой структурой распределения нулей и с различными численными значениями ненулевых элементов. Большие разреженные матрицы обычно хранятся в ЭВМ в упакованном виде. Другими словами, хранятся только ненулевые элементы таких матриц вместе с необходимой информацией об их положении в матрице. Можно указать четыре причины использования упакованной формы хранения. Во-первых, такая форма позволяет хранить и обрабатывать в оперативной памяти ЭВМ матрицы больших размерностей, чем при обычном хранении. Во-вторых, могут встретиться случаи, когда даже в упакованном виде матрица не размещается в оперативной памяти (например, при работе ЭВМ в режиме с разделением времени), и требуется использовать внешнюю память. Поэтому упакованная форма хранения предпочтительнее также и при использовании внешней памяти. В-третьих, существенно экономится время благодаря тому, что программой предусматривается исключение тривиальных операций, т. е. вычисления с нулевыми элементами матрицы опускаются. Это часто является единственной возможностью обработки больших матриц. В-четвертых, можно добиться эко-

нонии в памяти при хранении обратных матриц, если их представлять в виде произведения элементарных матриц и в упакованной форме хранить только нетривиальные элементы таких матриц. Такие формы обратной матрицы особенно предпочтительны в тех случаях, когда они многократно используются для умножения на ряд вектор - строк и столбцов, как, например, в линейном программировании или при расчетах электрических режимов.

Существует много различных схем упаковки. Некоторые из них описаны ниже—они были признаны эффективными и внедрены в программы для ЭВМ.

Пусть квадратная матрица  $A$  порядка  $n$  содержит  $t$  ненулевых элементов, причем  $t \ll n^2$ . Ясно, что матрица  $A$  является разреженной. Обозначим элемент  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца матрицы через  $a_{ij}$ . Для того чтобы хранить в памяти только ненулевые элементы  $a \neq 0$ , необходимо запомнить  $i$ ,  $j$  и  $a_{ij}$ . Если используется одна ячейка памяти для каждой из этих величин, то для хранения всех ненулевых элементов матрицы  $A$  требуется  $3t$  ячеек. Очевидно, что  $3t$  должно быть существенно меньше  $n^2$ , чтобы имело смысл тратить на введение упаковки дополнительные усилия и машинное время.

Одним из способов хранения разреженной матрицы является использование связанных списков. Симметричность МУП позволяет запоминать и хранить только элементы главной диагонали и расположенные выше (ниже) ее.

Связный список для МУП включает пять массивов:

- 1) массив диагональных элементов  $D$ ;
- 2) оглавление матрицы  $H$ , предназначенное для определения информации, относящейся к заданной строке;
- 3) массив ненулевых внедиагональных элементов  $Y$ ;
- 4) массив номеров столбцов  $C$  ненулевых внедиагональных элементов, хранящихся в массиве  $Y$ ;

5) массив номеров следующего элемента данной строки  $N$ , если  $N$  равно 0, то данный элемент является последним в рассматриваемой строке.

Когда оперируют связными списками, обычно используют понятие триад. В данном случае триада - это элементы массивов  $C$ ,  $Y$  и  $N$ , относящиеся к одному элементу матрицы. Одна триада включает три компонента, отсюда и произошло ее название,  $i$ -й триаде соответствует элемент, значение которого хранится в  $i$ -м элементе массива  $Y$ , номер его столбца равен  $C(i)$ , а номер триады следующего элемента строки  $N(i)$ . Диагональные элементы матрицы хранятся отдельно в массиве  $D$ , так что  $D(i)$  равен  $(i, i)$ -му диагональному элементу. Для доступа к элементам строк используется еще один массив -  $H$ ,  $i$ -й элемент которого указывает номер триады первого элемента  $i$ -й строки. Оперируя этими массивами, можно легко найти нужный элемент в списке.

## 2.2. Общие положения расчетов установившихся режимов ЭЭС

Основным режимом, при котором обеспечивается надежное электроснабжение потребителей при нормальных показателях качества электроэнергии, является установившийся режим работы энергосистемы, поэтому при любых нарушениях в работе систему стараются быстрее ввести в УР.

Результаты расчетов установившегося режима используются для выбора схемы сети, проверки допустимости ремонтных схем, разработки мероприятий по снижению потерь в сетях, для определения требований к противоаварийной автоматике. Необходимым условием существования УР является статическая устойчивость режима, а необходимым требованием к режиму — обеспечение нормативного запаса по устойчивости. Кроме того, расчет УР позволяет получить ответы на ряд практических вопросов:

- 1) возможна ли передача требуемой мощности к потребителю (при возможности осуществления режима);
- 2) не превышает ли ток в сети допустимого тока в послеаварийных и ремонтных режимах;
- 3) не выходит ли за заданные пределы напряжение в узловых точках.

Решения уравнений систем электрической сети могут быть основаны на методах контурных токов или узловых напряжений. Однако многие задачи расчета режима формируются так, что метод контурных токов становится непригодным для их решения. Характерным примером служит задача расчета электрического режима сети при задании исходной информации об узлах в виде комплекса их мощностей  $S = P + jQ$  или в виде активной мощности  $P$  и модуля напряжения в узле  $U$ . В то же время решение этой задачи методом узловых напряжений не представляет труда. Уравнения узловых напряжений (УУН) для каждой сети имеют однозначную структуру матрицы коэффициентов, что облегчает их программирование. Таким образом, возможности решения режимных задач с использованием УУН гораздо шире, чем с помощью контурных уравнений.

В качестве неизвестных при составлении уравнений установившегося режима примем  $n$  узловых напряжений и установившийся режим при этом опишем только узловыми уравнениями, вытекающими из первого закона Кирхгофа и закона Ома. В матричной форме УУН можно записать в следующем виде:

$$Y_y * U = I, \quad (1)$$

где  $Y_y$  - полная матрица узловых проводимостей;

$U$  - вектор-столбец напряжений в узлах;

$I$  - вектор-столбец токов узлов.

В зависимости от вида задания нагрузки и источников в системе уравнения установившегося режима получаются линейными и нелинейными. Линейные уравнения, как сказано, решаются точными и итерационными методами; нелинейные можно решить только приближенно итерационными методами.

Из точных методов наиболее распространены метод последовательного исключения (метод Гаусса), способ решения системы уравнений с помощью обратной матрицы  $Z_u$  и метод триангуляции матриц [1].

Метод Гаусса удобен тем, что если точно выполнить все предусмотренные действия, то получаем точное решение системы уравнений. Решение по методу Гаусса распадается на два этапа:

- 1) прямой ход – приведение системы уравнений узловых напряжений к эквивалентной системе с треугольной матрицей;

2) обратный ход – последовательное вычисление всех неизвестных.

Реализация метода Гаусса наглядна и проста, но общее время, необходимое для выполнения арифметических операций, пропорционально  $n^3$ , где  $n$  – число неизвестных системы уравнений.

Достоинство метода Гаусса еще и в том, что при его применении гарантируется получение решения в результате выполнения числа операций, определяемых только порядком системы  $n$ . В такой определенности и состоит основное преимущество точных методов.

Недостаток метода Гаусса – необходимость многократного пересчета матрицы коэффициентов системы уравнений, невозможность заблаговременно оценить значения ведущих элементов, низкое быстродействие и использование большой памяти ЭВМ при работе со сложными схемами.

Использование обратной матрицы целесообразно, когда одна и та же система линейных уравнений решается большое количество раз с различными правыми частями. Применение этой матрицы требует ЭВМ с большой оперативной памятью для увеличения быстродействия расчетов. Для обратной матрицы при  $n > 4$  требуется большее машинное время, поэтому на практике это делается крайне редко.

Если учитывать нелинейность источников тока в системе, то система уравнений узловых напряжений в форме баланса токов получается линейной слева и нелинейной справа. За счет линейности системы слева для ее решения можно применить методы Гаусса и метод матрицы  $Z_u$ . Метод Гаусса можно использовать на каждом шаге итерационного процесса, считая систему нелинейных уравнений линейной на данном шаге. При этом исчезает основное преимущество метода Гаусса – возможность получить решение за определенное число шагов, так как здесь точный метод становится итерационным, при этом ухудшается быстродействие расчетов и сходимость решения. На каждом шаге итерационного процесса может использоваться матрица  $Z_u$ . Метод обладает быстрой сходимостью, но его существенный недостаток – необходимость запоминать элементы матрицы  $Z_u$ , в которой нет нулевых элементов.

Иногда при расчете режимов применяют метод триангуляции матриц, использующий разложение квадратной матрицы коэффициентов системы уравнений на произведение двух треугольных матриц. Метод нагляден и при  $n < 4$  легко программируется, но при увеличении размерности матрицы коэффициентов возрастают требования к качеству программирования, что ограничивает практическое использование метода в расчете режимов электрических систем.

*Тема 3. Вычислительные схемы методов Гаусса-Зейделя и Ньютона-Рафсона и их модификаций – 6 часов.*

### 3.1. Нелинейные уравнения установившегося режима

Расчет установившегося режима электроэнергетических систем возможен только итерационными методами. В настоящее время накоплен достаточно большой опыт практических расчетов установившихся режимов на ЭВМ, а так-

же исследовательских разработок по их усовершенствованию и сопоставлению. Этот опыт убедительно показывает, что наиболее эффективно применение нелинейных уравнений узловых напряжений, которые следует решать методом Ньютона или Зейделя, а в случае плохой сходимости – по параметру.

Нелинейные уравнения узловых напряжений описывают установившийся режим электрической системы при задании нелинейных источников тока. В схеме замещения электрической системы нелинейным источникам тока соответствуют генераторы с постоянной мощностью либо нагрузки потребителей, заданные статической характеристикой или постоянной мощностью. Постоянная мощность нагрузки потребителя или генератора задается в виде узлового тока

$$i_k(U) = \frac{\hat{S}_k}{\sqrt{3} * \hat{U}_k}, \quad (12)$$

где  $\hat{S}_k = \text{const}$  – сопряженное значение мощности трех фаз  $k$ -го узла;

$\hat{U}_k$  – сопряженный комплекс междуфазного напряжения  $k$ -го узла;

$I_k(U)$  – нелинейный источник тока, зависящий от напряжения.

Если мощность нагрузки потребителя задана статической характеристикой, то нелинейный источник тока определяется следующим выражением:

$$i_k(U) = \frac{\hat{S}_k(U)}{\sqrt{3} * \hat{U}_k} = \frac{\hat{P}_k(U) - \hat{Q}_k(U)}{\sqrt{3} * \hat{U}_k}, \quad (13)$$

где  $P_k(U)$ ,  $Q_k(U)$  – статические характеристики активной и реактивной нагрузок  $k$ -го узла.

*Нелинейные уравнения узловых напряжений при задании постоянной мощности нагрузки потребителей и генераторов в узлах в матричной форме уравнения узловых напряжений имеют вид:*

$$\dot{Y}_y * \dot{U} = \sqrt{3} * \dot{I}(U) - \dot{Y}_o * \dot{U}_o, \quad (14)$$

где  $\dot{Y}_y$  – комплексная матрица узловых проводимостей;

$I(U)$  – вектор-столбец задающих токов;

$U_o$  – заданное напряжение балансирующего узла.

Будем называть (14) уравнениями узловых напряжений в форме баланса токов. Система  $n$  комплексных уравнений узловых напряжений (14) может быть заменена системой из  $2n$  действительных уравнений. В систему (14) не входит уравнение балансирующего узла.

Если один из узлов – балансирующий по реактивной мощности, то его уравнение баланса мнимых составляющих токов не входит в число независимых уравнений узловых напряжений. В общем случае может быть не один, а несколько балансирующих узлов. После решения системы независимых уравнений все  $P_z$  и  $Q_z$  для балансирующих узлов и  $Q_z$  для узлов, балансирующих по  $Q$ , определяются из уравнений баланса токов для этих узлов, не входящих в число независимых уравнений узловых напряжений.

Часто используются уравнения узловых напряжений в форме баланса мощности, которые можно получить, если каждое уравнение баланса токов (14) умножить на сопряженный комплекс напряжения соответствующего узла. Узловые уравнения баланса мощности для системы переменного тока можно записать в матричной форме следующим образом:

$$\widehat{U}_a^* (Y_y * U + Y_a^* U_a) = \widehat{S}^* \quad (15)$$

где  $\widehat{U}_a$  – диагональная матрица,  $k$ -й диагональный элемент которой равен сопряженному комплексу напряжения  $k$ -го узла;

$\widehat{S}$  – вектор-столбец сопряженных мощностей в узлах,  $k$ -й элемент которого равен заданной сопряженной мощности  $k$ -го узла.

Матричное уравнение узловых напряжений в форме баланса мощностей (15) можно получить в результате умножения матричного уравнения баланса токов (14) слева на диагональную матрицу. Чтобы получить алгебраическое уравнение баланса мощностей, необходимо уравнение баланса токов умножить на сопряженный комплекс напряжения узла.

*Нелинейные уравнения установившегося режима в самой общей форме можно записать в виде системы неявных функций [1]:*

$$W(X, Y) = 0, \quad (16)$$

где  $W$  – вектор-функция;

$X$  и  $Y$  – вектор - столбцы зависимых и независимых параметров режима.

Эти уравнения связывают между собой параметры установившегося режима электрической системы. Часть параметров режима задана (независимые переменные). Обозначим вектор-столбец независимых переменных при расчете установившегося режима  $Y$ . Остальные (зависимые) переменные могут быть найдены из уравнений установившегося режима. Обозначим вектор-столбец зависимых переменных  $X$ . Число зависимых переменных  $X_k$  равно числу уравнений установившегося режима. Это означает, что вектор-функция  $W$  и вектор-столбец  $X$  имеют одинаковый порядок. В зависимости от постановки задачи и способов задания исходных данных в состав векторов независимых и зависимых переменных  $Y$  и  $X$  могут входить разные параметры режима.

Разделение параметров режима на зависимые и независимые переменные играет важную роль при оптимизации режимов и при определении предельных по статической аperiodической устойчивости режимов.

При расчетах установившегося режима вектор независимых переменных задан, т. е.  $Y = \text{const}$ . Нелинейную систему уравнений установившегося режима можно записать в следующем виде, вытекающем из (16) при  $Y = \text{const}$ :

$$W(X) = 0. \quad (17)$$

Число уравнений в этой системе равно числу зависимых переменных  $X$ , т.е. равно порядку вектора  $X$ . В результате решения уравнений установившегося режима (17) можно найти все зависимые переменные  $X$ .

Выше рассматривались нелинейные уравнения узловых напряжений. Уравнения установившегося режима могут быть записаны и в виде нелинейных контурных уравнений [1]. Однако нелинейные контурные уравнения оказались менее эффективными при расчетах и оптимизации режимов на ЭВМ, чем уравнения узловых напряжений.

Система нелинейных уравнений узловых напряжений в форме баланса токов обладает следующей особенностью. Эта система уравнений линейна слева и нелинейна в правой части. Левые части (5) и (17) одинаковы и равны произведению матрицы проводимостей узлов на вектор-столбец переменных – напряжений узлов. Именно в этом смысле нелинейная система уравнений узловых напряжений в форме баланса токов линейна слева. Нелинейность системы (14) состоит только в наличии нелинейных правых частей. Физически эта особенность определяется тем, что все параметры схемы замещения электрической системы линейны, кроме источников токов  $I_k(U_k)$ . Иногда говорят, что продольная часть схемы замещения линейна, а поперечная нелинейна.

### 3.2. Методы Ньютона

Метод Ньютона удобен для решения нелинейных алгебраических уравнений, так как он обладает быстрой сходимостью при относительно несложной схеме вычисления. Основная идея метода состоит в замене нелинейной системы уравнений линейной, решение которой позволяет приближаться к решению нелинейной системы на каждой итерации. Для функций одной переменной  $W(X)=0$ , например, после линеаризации:

$$W(X) = W(X^{(k)}) + W'(X^{(k)}) \Delta X^{(k)},$$

откуда

$$\Delta X^{(k)} = X^{(k+1)} - X^{(k)} = - \frac{W(X^{(k)})}{W'(X^{(k)})}.$$

Для ошибки приближения можно записать:

$$\lim \frac{\Delta X^{(k+1)}}{(\Delta X^{(k)})^2} = \frac{\overline{W''}(X)}{2 \cdot \overline{W}'(X)} = c$$

или

$$\Delta X^{(k)} = c \cdot (\Delta X^{(k)})^2.$$

Таким образом, при  $\Delta X^{(k)} \rightarrow 0$  число правильных цифр удваивается на каждой итерации из-за возведения погрешности в квадрат. Поэтому метод Ньютона имеет квадратичную сходимость.

Для действительных нелинейных алгебраических уравнений:

$$w_1(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0$$

$$w_2(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0$$

.....

$$w_n(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0$$

систему можно записать в матричном виде:

$$W(X) = 0.$$

Задавшись начальными приближениями  $X_1^{(0)}, X_2^{(0)}, \dots, X_n^{(0)}$ , систему линеаризованных уравнений запишем как:

$$W(X^{(0)}) + \frac{\partial W}{\partial X}(X^{(0)}) * (X - X^{(0)}) = 0.$$

Если матрица Якоби  $\partial W / \partial X$  не вырождена, то, найдя  $\Delta X^{(1)}$  методом Гаусса, можно определять:

$$X^{(1)} = X^{(0)} + \Delta X^{(1)}.$$

Итерационный процесс Ньютона в матричной форме для  $(i+1)$  шага итерационного процесса имеет вид

$$X^{(i+1)} = X^{(i)} - \left[ \frac{\partial W}{\partial X}(X^{(i)}) \right]^{-1} * W(X^{(i)}), \quad (32)$$

где  $\left[ \frac{\partial W}{\partial X}(X^{(i)}) \right]$  — якобиан системы уравнений J.

Тема 4. Учет работы генераторов с APB в расчете установившихся режимов – 2 часа.

Особенность моделирования синхронных генераторов (СГ) состоит в том, что генераторы меняют свой тип в зависимости от условий работы, так как у СГ есть пределы возможного изменения реактивной мощности, в которых он может поддерживать заданный модуль напряжения. Выход из этого диапазона или наоборот, заход в него, влечет за собой смену типа узла, и следовательно, реформированию УУН. Такая смена сильно сказывается на расчете УР и в некоторых случаях из-за неудачной смены типа и других действий решение УУН можно не получить или потребуется слишком большое число итераций. Поэтому вопрос учета  $P, |U|$  узлов является другим важным аспектом реализации метода Ньютона, существенно сказывающимся на быстродействии и надежности расчетов УР.

Генераторы с APB моделируются обычно кусочно-линейной характеристикой мощности генератора  $Qr(U)$ , как показано на рис.3а. В этом случае не учитывается статизм генератора, а также зависимость предельных реактивных мощностей от  $Ur$ . Более точное моделирование, необходимое для расчетов предельных режимов, можно выполнить путем замены характеристики на рис.3а на характеристику рис.3б или аналитического задания характеристики  $Qr = Qr(U)$ .

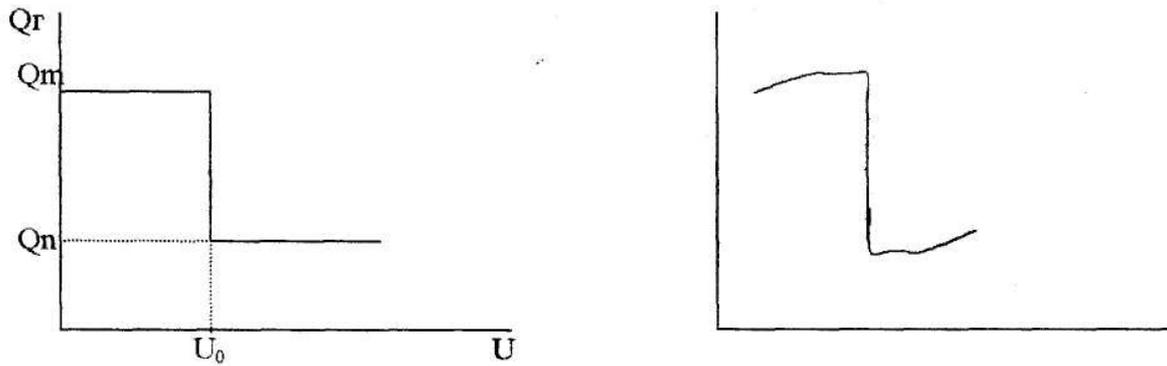


Рис.3 Моделирование генераторов с АРВ

Для определения параметров работы генератора необходимо иметь внешнюю характеристику реактивной мощности системы, показывающую изменение  $Q$  в зависимости от напряжения на шинах генератора  $Q_{\Gamma} = Q_{\Gamma}(U)$ . Для сложных энергосистем внешняя характеристика может быть построена посредством выполнения многократных расчетов УР с различными значениями напряжения генератора. Однако в принципе такую характеристику строить не надо, поскольку она является одним из результатов решения УУН при расчете УР. При расчетах УР важен лишь наклон внешней характеристики. Для большинства режимов  $\partial Q_s / \partial U_{\Gamma} > 0$ , и характеристика имеет вид, показанный на рис.4а-в. Решение находится на пересечении внешней характеристики с характеристикой АРВ генератора. На рис. 4а решение имеет место при  $Q = Q_m$  и  $U_{\Gamma} < U_0$ , на рис.4б - при  $U_{\Gamma} = U_0$  и  $Q_n < Q < Q_m$ , а на рис. 4в - при  $Q_{\Gamma} = Q_n$  и  $U_{\Gamma} > U_0$ .

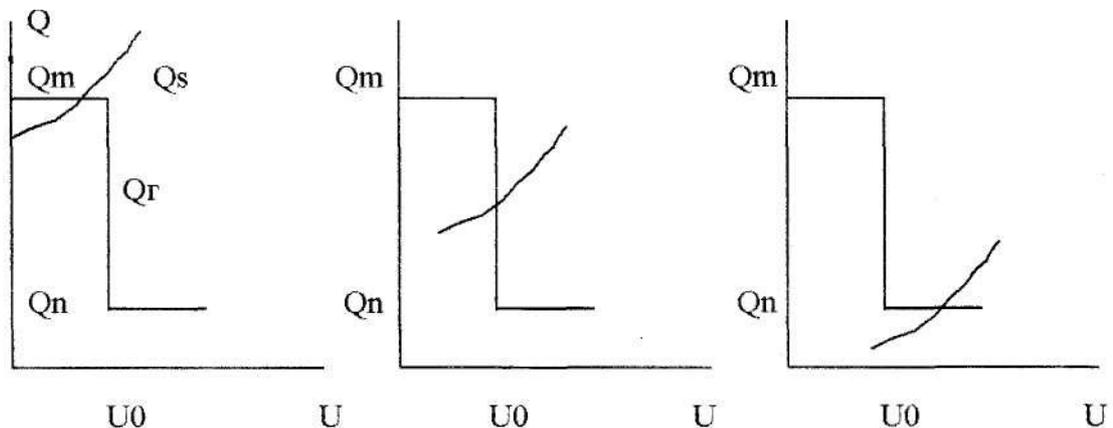


Рис. 4 Внешняя характеристика системы и генератора с АРВ.

Существует несколько способов учета характеристик генераторов с АРВ при расчетах режимов методом Ньютона или разделенными методами Ньютона, которые можно разбить на две группы. Методы первой группы основаны на введении ряда ограничений и последовательной смене типов узлов при нарушении ограничений. Методы другой группы базируются на аппроксимации характеристики генератора с АРВ гладкой кривой (рис.8).

Рассмотрим методы первой группы. В этом случае каждому генераторному узлу, оснащённому АРВ, ставится в соответствие 3 различные характеристики  $Q_G=Q(U_G)$  (рис.5):

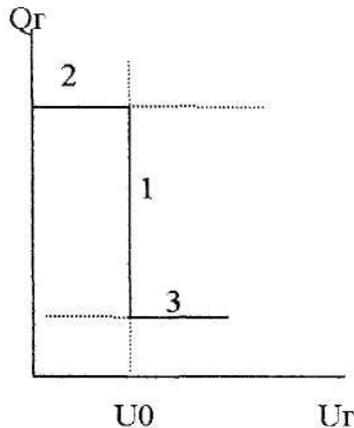


Рис.5 Моделирование характеристики генератора с АРВ: 1-  $U=U_G$

В процессе расчета режима по мере необходимости осуществляется переход от одной к другой характеристике. Характеристика 1 соответствует узлу типа PU, характеристики 2 и 3 - узлам типа PQ с фиксированными  $Q$ . Для узлов типа PU в ходе расчета следует контролировать соблюдение неравенств:

$$Q_n < Q < Q_m. \quad (4).$$

При нарушении (4) необходимо перейти к характеристике 2 или 3, изменив тип узла PU на PQ. Для генераторных узлов, переведенных в тип PQ и вырабатывающих максимальную (минимальную) мощность, необходимо контролировать ограничение:

$$U_G < U_0 \text{ при } Q=Q_m \quad (U_G > U_0 \text{ при } Q=Q_n) \quad (5)$$

В случае нарушения (5) следует перейти к характеристике 1 и сменить тип узла на PU.

Процесс перехода от одной характеристики к другой показан на рис.6 а-г и сопровождается переформированием линеаризованных УУН, так как PU и PQ узлам соответствуют разные уравнения. При смене характеристик в узлах возникает дополнительный небаланс  $Q$ , имеющий дефицитный характер на рис.6а,г и избыточный - на рис.6б,в. В дальнейшем этот небаланс перераспределяется между другими узлами с фиксированными  $|U|$ , (так как они являются балансирующими по  $Q$ ) и приводит к изменению  $U$  в PQ - узлах.

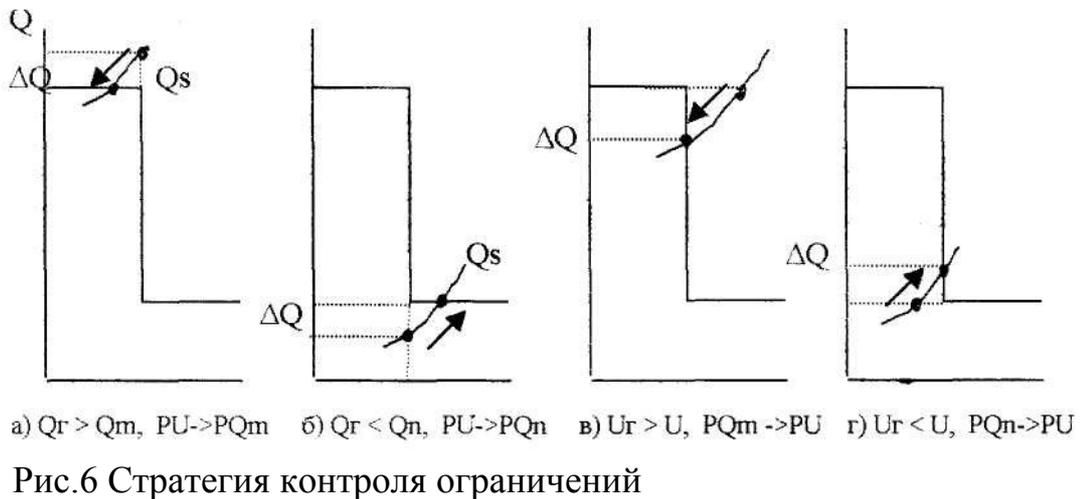


Рис.6 Стратегия контроля ограничений

Одновременный (на одной итерации) учет ограничений, приводящих к избытку или дефициту  $Q$ , проводить нецелесообразно. С одной стороны, это может привести к ухудшению сходимости или к расходящемуся итерационному процессу. С другой стороны, если после выполнения очередной итерации в ЭС имеется несколько узлов с различными формами нарушенных ограничений (4,5), то учет только ограничений, вызывающих дефицит  $Q$ , приведет на последующих итерациях к увеличению генерации  $Q$  в узлах типа  $PU$  (рис 6б), и к уменьшению модуля  $U$  в узлах типа  $PQ$  (рис 6в), то есть часть ограничений могут быть удовлетворены без смены характеристик для них. В последнюю очередь необходимо учитывать нарушение ограничений по  $Q_n$  (рис. 6б), поскольку их удовлетворение может привести к необоснованному заданию  $Q_g = Q_n$  и, следовательно, к искусственному ограничению располагаемой мощности генераторов и возможной расходимости итерационного процесса (при посадке генераторов на минимум выработки  $W$  решения УУН может и не быть).

Тема 5. Решение оптимизационных задач с помощью методов линейного программирования – 6 часов.

### 5.1. Задачи линейного программирования

Значительную часть исследований в электроэнергетике, как и в других отраслях техники, составляют так называемые оптимизационные задачи, когда из всех возможных вариантов решения нужно найти оптимальный — наиболее предпочтительный по тем или иным заданным показателям— критериям оптимальности.

Для электроэнергетических систем (ЭЭС) характерными оптимизационными задачами являются:

- управление нормальными установившимися режимами ЭЭС,
- планирование развития ЭЭС на разную временную перспективу.

Первая задача, называемая задачей оптимизации режима ЭЭС, состоит в определении таких его параметров, которым соответствует минимум эксплуата-

ционных издержек на производство электроэнергии в системе в целом. При этом должно обеспечиваться максимально надежное электроснабжение потребителей электроэнергией заданного качества без перегрузки основных элементов системы и при минимальном вредном воздействии энергетики на окружающую среду. Аналогично формулируется задача планирования развития ЭЭС, только минимизируются суммарные затраты по системе, включая стоимость сооружения новых электростанций, линий электропередач и т. п.

Приведенные оптимизационные задачи чрезвычайно сложны, что существенно затрудняет не только их решение, но и составление исходного математического описания. Факторами, определяющими сложность этих задач, являются:

- 1) многокритериальность—т. е. наличие нескольких критериев оптимальности; в приведенной выше задаче оптимизации режима ЭЭС это — экономичность, уровень надежности, влияние на окружающую среду;
- 2) высокая размерность — т. е. большое число переменных задачи и их сильная взаимосвязь;
- 3) наличие случайных факторов и неопределенность исходной информации;
- 4) различный характер изменения переменных — непрерывный и дискретный.

В связи с этим в практике решения оптимизационных задач широко используются упрощенные подходы, позволяющие обойти эти сложности и получить решения близкие к действительно оптимальным.

Во-первых, многокритериальные задачи сводят, как правило к однокритериальным, выбирая один из критериев в качестве основного, а остальные учитывая в виде ограничений. Например, задачу оптимизации режима ЭЭС формулируют как задачу достижения минимума эксплуатационных издержек при заданном уровне надежности и заданном допустимом вредном воздействии на окружающую среду.

Во-вторых, сложные оптимизационные задачи высокой размерности делят на ряд относительно самостоятельных подзадач меньшей размерности, которые решаются отдельно и, при необходимости, полученные решения согласовываются между собой. Такое деление возможно по нескольким признакам: функциональному, временному и территориальному. В частности, по функциональному признаку задачу оптимизации режима ЭЭС делят на две: экономически целесообразное распределение активной мощности между электростанциями и оптимизация режима по напряжению и реактивной мощности. Аналогично, единую задачу планирования развития ЭЭС делят на три [1]:

- оптимальное развитие структуры генерирующих мощностей,
- оптимальное размещение и развитие электростанций,
- оптимальное развитие электрических сетей.

В-третьих, учет случайных факторов и неопределенности исходной информации может быть выполнен с помощью метода статистического моделирования, сводящего решение исходной задачи к многократному решению задач с однозначно заданными — детерминированными — исходными параметрами.

Кроме того, часто дискретно изменяющиеся переменные упрощенно заменяют непрерывными с последующей корректировкой полученного решения.

Отметим, что при решении оптимизационных задач электроэнергетики, как и любых других инженерных задач, выбор математического описания и его упрощения должны базироваться на глубоких знаниях объекта исследования, позволяющих учитывать существенные взаимосвязи и важнейшие факторы, влияющие на решение. В то же время—не следует загромождать это описание несущественными факторами, значительно повышающими его сложность, но практически не влияющими на решение.

С учетом рассмотренных упрощений общая формулировка оптимизационных задач в электроэнергетике может быть следующей: определить значения переменных  $x_i, i = 1, \dots, n$  (например, параметров режима ЭЭС), доставляющих минимум заданному критерию оптимальности, представленному в виде функции этих переменных  $z(x_1, \dots, x_n)$ , т. е. целевой функции (например, приведенных затрат) при ограничениях на эти переменные и функции от этих переменных в виде равенств и неравенств [2, 3].

Математически эта задача формулируется так:

$$\text{Min } Z\{x_1, \dots, x_n\} \quad (1)$$

при

$$F_i(x_1, \dots, x_n) = 0, \quad i = 1, \dots, I; \quad (2)$$

$$\Phi_j^{\max} \geq \Phi_j(x_1, \dots, x_n) \geq \Phi_j^{\min}, \quad j = 1, \dots, J \quad (3)$$

$$x_i^{\max} \geq x_i \geq x_i^{\min} \quad i = 1, \dots, I. \quad (4)$$

Задачи на поиск экстремума (минимума или максимума) функции, по мере возрастания сложности, как известно, классифицируются следующим образом:

1) задачи на безусловный экстремум; в этом случае ограничения на переменные отсутствуют и формулировка задачи содержит только условие (1);

2) задачи на условный экстремум, с ограничениями вида равенств; формулировка задачи включает (1) и (2);

3) задачи математического программирования; в этом случае хотя бы одно ограничение имеет вид неравенства; общая формулировка задачи включает (1)—(4).

В электроэнергетике практически все оптимизационные задачи являются задачами математического программирования. Эти задачи делятся на два класса: задачи нелинейного математического программирования и линейного математического программирования. Для того, чтобы задача была отнесена к классу задач нелинейного математического программирования, достаточно, чтобы хотя бы одно из ограничений (2), (3) или целевая функция (1) были нелинейны относительно переменных. К нелинейному программированию относят также задачи с линейными ограничениями и линейной целевой функцией, но при дискретности переменных.

В настоящее время методы решения нелинейных задач разработаны значительно хуже, чем методы линейного программирования, которые позволяют найти решение за конечное число шагов. Достоинства методов линейного программирования приводят к попыткам линеаризовать исходную нелинейную за-

дачу и применить их для поиска оптимального решения. В том случае, если некоторая зависимость существенно нелинейна, можно применить кусочно-линейную аппроксимацию и путем повторных расчетов по линейной модели достаточно точно отразить эту нелинейность.

Основным недостатком линейных моделей является то, что они не позволяют учесть дискретность искомых параметров энергетических объектов. Это обстоятельство определяет область применения линейных моделей. Они дают приемлемые результаты тогда, когда фактор дискретности не оказывает решающего влияния на результат оптимизации.

В данном курсе будет рассматриваться применение методов математического программирования для решения оптимизационных задач в области функционирования и развития электроэнергетических систем.

Линейное программирование—наиболее разработанный раздел математического программирования. В конце 30-х годов советский математик Л. В. Канторович впервые решил задачу линейного программирования — транспортную задачу. Однако его работы не были широко известны. В конце 40-х годов американский математик Джордж Бернард Данциг разработал универсальный метод решения оптимизационных линейных задач и назвал его симплексным.

## 5.2. Общая формулировка задачи линейного математического программирования

Общая формулировка задачи линейного программирования такова: найти минимум линейной целевой функции:

$$\min Z = C_1 X_1 + \dots + C_n X_n + C_0 \quad (11)$$

при ограничениях:

$$A_{i1} X_1 + \dots + A_{in} X_n \begin{cases} \geq \\ = \\ \leq \end{cases} b_i \quad (12)$$

$$i = 1, \dots, m.$$

В качестве примера задачи линейного программирования в электроэнергетике можно привести задачу определения мощностей электростанций для снабжения нагрузки [6] для схемы на рис. 1.1. В качестве исходных данных заданы следующие величины: числа часов использования установленной мощности ТЭС и ГЭС, обозначенные  $h_T$  и  $h_G$  соответственно; удельная стоимость топлива на ТЭС  $\gamma_T$ , необходимого на выработку единицы электроэнергии; удельные капиталовложения на ТЭС и ГЭС  $k_T$  и  $k_G$ ; мощность нагрузки в час максимума  $P_H$ ; годовое электропотребление  $\mathcal{E}_G$ . Задача формулируется так: определить мощности электростанций  $P_G$  и  $P_T$ , обеспечивающие минимум приведенных затрат:

$$Z = E_H (k_G P_G + k_T P_T) + P_T h_T \gamma_T \quad \text{при ограничениях:}$$

$$P_G h_G + P_T h_T = \mathcal{E}_G$$

$$P_G + P_T \geq P_H ;$$

$$P_G \geq P_{G \min} , P_G \leq P_{G \max} ,$$

$$P_T \geq P_{T \min}, P_T \leq P_{T \max}.$$

Здесь  $E_n$  — нормативный коэффициент эффективности капиталовложений. Потери в сетях учитываются в величине нагрузки. Решением задачи будут оптимальные значения  $P_2$  и  $P_T$ . Даже и в таком простейшем случае ограничения весьма разнородны (равенства и два типа неравенств).

Для формулировки единого общего метода решения желательно задачу линейного программирования представить в общей форме, которая охватывала бы все возможные частные случаи. С этой целью задачу линейного программирования записывают в стандартной форме.

### 5.3. Стандартная форма записи линейного программирования

Задача стандартного вида записывается так [5, 6]:

минимизировать

$$Z = C_1 X_1 + \dots + C_n X_n + C_0 \quad (13)$$

при ограничениях:

$$a_{11} x_1 + \dots + a_{1n} x_n = b_1;$$

.....

$$a_{m1} x_1 + \dots + a_{mn} x_n = b_m;$$

$$x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0, b_i \geq 0 \quad i=1, \dots, m \quad (14)$$

Легко показать, что к такому виду можно свести любую задачу линейного программирования. Действительно:

если  $b_i < 0$ , то следует умножить обе части ограничений на  $-1$ ;

если ограничения имеют вид неравенства,

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i$$

то оно приводится к равенству введением дополнительной переменной  $X_{n+1}$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + x_{n+1} = b_i; x_{n+1} \geq 0 \quad (15)$$

если ограничение имеет вид неравенства

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i$$

то оно приводится к равенству введением дополнительной переменной  $X_{n+1}$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - x_{n+1} = b_i; x_{n+1} \geq 0 \quad (16)$$

если по существу задачи  $x_j \leq 0$ , то производится такая замена

$$x_{n+1} = -x_j \geq 0; \quad (17)$$

5) если  $x_i$  по существу задачи может быть любого знака, то она представляется так:

$$X_i = X_{n+1} - X_{n+2}, X_{n+1} \geq 0, X_{n+2} \geq 0 \quad (18)$$

Итак, любая задача линейного программирования может быть приведена к стандартному виду:

$$(19)$$

$$\min z = c_0 + \sum_j^n c_j x_j \quad (20)$$

при

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &= b_i \geq 0; \\ i &= 1, \dots, m; \\ x_j &\geq 0, j=1, \dots, n. \end{aligned}$$

Приведение задачи к такому виду позволяет выполнить ее общий анализ, опираясь на число переменных  $n$  и число ограничений  $m$ :

а)  $n < m$ , т. е. число переменных меньше числа уравнений. Если эти уравнения несовместны, то задача поставлена некорректно. Если среди уравнений есть линейно зависимые, то следует соответствующим исключением уравнений уменьшить  $m$ ;

б)  $n = m$ , число переменных равно числу уравнений ограничений. При условии взаимной независимости уравнений получаем единственное решение только на основе ограничений. Задача минимизации  $Z$  теряет смысл;

в)  $n > m$  число переменных больше числа ограничений. В этом случае можно произвольно задать  $(n - m)$  переменных, а значения остальных  $m$  переменных определить решением системы  $m$  уравнений ограничений. Различным вариантам таких решений будут соответствовать в общем случае различающиеся значения  $z$ , среди которых находится и минимальное. Пока не ясно, как найти  $\min Z$ , ясно лишь, что оптимизационная задача имеет смысл только при  $n > m$ , т. е. при наличии степеней свободы, число которых определяется как  $k = n - m$ , т. е. как число независимых переменных.

Матрица  $A$  уравнений ограничений прямоугольная и имеет  $m$  строк и  $n$  столбцов. Условие независимости ограничений требует, чтобы ранг матрицы был бы равен  $m$ , т. е.

$$\text{rank } A = m.$$

В этом случае хотя бы один минор  $A$  порядка  $m$  должен быть отличен от нуля.

Как решать такие задачи? Для выяснения этого обратимся к геометрической интерпретации на простом конкретном примере:

$$\begin{aligned} Z &= 5 - X_1 - X_2; \\ X_1 - 2X_2 + X_3 &= 4; \\ 3X_1 - 2X_2 + X_4 &= 6; \\ X_1 + 2X_2 + X_5 &= 6; \\ X_j &\geq 0, j = 1, \dots, 5. \end{aligned}$$

Для этой задачи число переменных  $n = 5$ , число уравнений ограничений  $m = 3$ . Следовательно, число степеней свободы:  $k = n - m = 5 - 3 = 2$ .

Найдем область допустимых решений задачи, определяемую положительными значениями переменных, удовлетворяющими уравнениям ограничений. Для этого, поскольку  $k = 2$ , перепишем уравнения ограничений в виде зависимостей трех переменных от любых двух, например, от  $X_1$  и  $X_2$ .

$$X_3 = 4 - X_1 + 2X_2;$$

$$X_4 = 6 - 3X_1 + 2X_2;$$

$$X_5 = 6 - X_1 - 2X_2.$$

Построим на плоскости  $X_1, X_2$  прямые  $X_3 = 0, X_4 = 0, X_5 = 0$ . Область допустимых значений на рис. 1.2 заштрихована. Любой точке из этой области (т. е. значениям  $X_1 \geq 0, X_2 \geq 0$ ) соответствуют  $X_3 \geq 0, X_4 \geq 0, X_5 \geq 0$ , определяемые решением уравнений ограничений.

Для того, чтобы найти в этой области минимальное значение  $Z$ , определим в плоскости  $X_1, X_2$ , направление, по которому  $Z$  максимально убывает и будем двигаться в этом направлении. Это направление определяется антиградиентом, т. е. Вектором

$$-\begin{pmatrix} \frac{\partial Z}{\partial X_1} \\ \frac{\partial Z}{\partial X_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Перпендикулярно этому вектору идут линии равных значений  $z$  — линии уровня. В нашем примере наименьшее значение  $Z$  соответствует точке пересечения прямых  $X_4 = 0$  и  $X_5 = 0$ . Этой точке соответствуют такие значения остальных переменных:  $X_1 = 3; X_2 = 1,5; X_3 = 4, Z = 1/2$ . Решение получено в одной из вершин многоугольника допустимых решений. В общем случае область допустимых решений может быть замкнутой. В этом случае, как и в рассматриваемом примере, решение находится в вершине или на стороне многоугольника, параллельно которой идут линии уровня. На рис. 1.3 показан именно такой случай. Экстремум достигается на стороне  $AB$  и не является единственным.

Может оказаться, что область допустимых решений не ограничена в направлении убывания целевой функции при поиске минимума (см. рис. 1.4). В таком случае при увеличении  $X_i$  целевая функция  $Z$  непрерывно убывает. Это бывает в том случае, если при формулировке задачи не учли какое-то существенное ограничение.

Может оказаться, что уравнения ограничений противоречивы и область допустимых решений не существует (см. рис. 1.5).

Подведем итоги и отметим общие закономерности.

1. Оптимальное решение, если оно существует, не может лежать внутри области допустимых решений, а располагается на ее границе.

2. Оптимальное решение может быть не единственным. Это бывает в том случае, когда линии уровня целевой функции располагаются параллельно той стороне многоугольника допустимых решений, на которой достигается экстремум.

3. Если область допустимых решений не ограничена в направлении убывания целевой функции, то задача не имеет решения, хотя область допустимых решений существует.

4. Оптимальное решение всегда достигается в одной из вершин области допустимых решений. В том случае, когда решение достигается на целой стороне, то оно достигается и в каждой из вершин, через которые проходит эта сторона.

5. Для того, чтобы найти оптимальное решение, достаточно перебрать все вершины области допустимых решений и выбрать из них ту, где целевая функция имеет минимальное значение. При ограниченной области допустимых решений такой перебор может быть сделан за конечное число шагов, поскольку число ее вершин ограничено.

6. Если число степеней свободы равно 2 и оптимальное решение существует, то оно всегда находится в вершине. В каждой вершине по крайней мере  $k=2$  переменных из  $X_1, \dots, X_n$  обращаются в нуль. В самом деле, в любой из вершин пересекаются не менее двух из ограничивающих прямых. Случай, когда в вершине пересекается большее число прямых, называется вырожденным (см. рис. 1.6).

Все перечисленные закономерности могут быть распространены на более общий случай, когда  $n-m = k > 2$ .

Вершины многоугольника называются опорными точками. При  $k > 2$  мы имеем дело с многогранником. Его вершины в геометрии называются симплексами. Итак, решение задачи линейного программирования находится в одном из симплексов (т. е. в точке  $X_j=0, j=1, \dots, k; X_i > 0, i \neq j$ ). Этот вывод справедлив для задач любой размерности с любым числом степеней свободы  $k=n-m$ .

Данный вывод приводит к общему алгоритму решения задачи линейного программирования: необходимо вычислить значения  $Z$  в каждом из допустимых симплексов и выбрать из них наименьшее. Общее число симплексов определяется как  $C_k^n = n! / (k! (n-k)!)$ .

Для рассмотренного конкретного примера ( $n=5, k=2$ ):  $C_2^5 = 5! / (2! \cdot 3!) = 10$  (точки  $0, a, \dots, k$  на рис. 1.2). Из 10 симплексов 4 (точки  $0, g, h, k$ ) являются допустимыми ( $x_j \geq 0$ ). и одному из них ( $h$ ) соответствует оптимальное решение  $Z_{\min}$ . В задачах большей размерности число симплексов будет очень велико, и среди них может быть много недопустимых. Поэтому полный перебор потребует большого объема расчетов. Целесообразно алгоритм построить так, чтобы:

оперировать только с допустимыми симплексами,

для каждого последующего симплекса значение  $z$  должно быть меньше, чем для предыдущего. Это позволит значительно сократить число шагов расчета по сравнению с полным перебором. На этой основе построен симплексный метод (симплекс—метод) решения задачи линейного программирования.

#### 5.4. Симплексный метод

Для применения симплексного метода систему ограничений и целевую функцию надо представить в канонической форме. Она имеет вид:

$$\begin{aligned} x_1 + a_{1,m+1}x_{m+1} + \dots + a_{1,s}x_s + \dots + a_{1,n}x_n &= b_1; \\ x_q + a_{q,m+1}x_{m+1} + \dots + a_{q,s}x_s + \dots + a_{q,n}x_n &= b_q; \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} x_m + a_{m,m+1}x_{m+1} + \dots + a_{m,s}x_s + \dots + a_{m,n}x_n &= b_m; \\ c_{m+1}x_{m+1} + \dots + c_sx_s + \dots + c_nx_n &= z - C_0 \end{aligned} \quad (22)$$

Переменные  $X_i, i=1, \dots, m$  называются базисными. Их количество равно числу ограничений, т. е.  $m$ . Переменные  $X_j=0, j=m+1, \dots, n$  называются незави-

симыми или свободными. Их количество равно числу степеней свободы, т. е.  $k=n-m$ . Отметим характерные черты канонической формы записи уравнений.

В каждом уравнении базисная переменная имеет коэффициент +1, в остальных уравнениях коэффициент при этой переменной равен нулю. Таким образом, подматрица коэффициентов при базисных переменных единичная. Коэффициенты при свободных переменных могут быть произвольными. Свободные члены во всех ограничениях должны быть неотрицательными. В выражении целевой функции коэффициенты при базисных переменных должны быть равны нулю.

Для данной канонической формы при  $X_{m+1} = \dots = X_n = 0$  получаем допустимый симплекс:  $X_1 = b_1, \dots, X_m = b_m$  для которого  $Z = C_0$ . Переход к любому другому симплексу соответствует изменению состава базисных и свободных переменных. Для канонической формы записи задачи легко определить, отвечает ли данный симплекс минимуму  $Z$ . С этой целью достаточно проверить знаки  $c_j$ . Если все  $c_j$  положительны, то переход к любому другому симплексу приводит к увеличению  $Z$  и, следовательно, данному исходному симплексу соответствует  $\min Z$ . Если хотя бы один из коэффициентов  $c_j$  отрицателен, то увеличением соответствующего  $x_j$  (т. е. его переводом в состав базисных переменных) можно уменьшить  $Z$ .

Тема 6. Решение оптимизационных задач с помощью методов нелинейного и динамического программирования – 6 часов.

Наиболее перспективными в решении оптимизационных задач энергетики являются метод приведенного градиента (МПГ) и его обобщение—метод обобщенного приведенного градиента (МОПГ). Они составляют базу, на основе которой формируются многочисленные промышленные алгоритмы оптимизации.

Основная идея методов заключается в применении теоремы о неявных функциях к системе ограничения типа равенств. В соответствии с этой теоремой в окрестности некоторого решения  $W(X_0)$  системы  $n$  нелинейных уравнений с  $n+m$  неизвестными  $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m$ :

$$W(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) = 0 \quad (2)$$

можно найти  $n$  зависимых переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , которые однозначно выражаются через оставшиеся независимые переменные  $y_1, y_2, \dots, y_m$ .

Если переменные  $x_i$  объединить в вектор  $X$  размерности  $n$ , а остальные — в вектор  $Y$  размерности  $m$ , то достаточные условия существования и однозначности соотношений (2) сводятся к следующим:

1) функции  $W_i$  должны быть непрерывны и дифференцируемы по всем переменным  $x_i$  и  $y_i$ ;

2) определитель матрицы частных производных :

$$\frac{\partial W}{\partial X} = \begin{bmatrix} \frac{\partial W_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial W_1}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial W_n \dots \partial W_n}{\partial x_1 \quad \partial x_n}$$

в точке  $X_0$  должен быть отличен от нуля.

Если условия существования неявной функции выполнены, то из приведенной матрицы  $\partial W/\partial X$  и аналогичной матрицы  $\partial W/\partial Y$ , содержащей  $n$  строк и  $m$  столбцов, можно связать между собой векторы малых отклонений  $\Delta X$  с компонентами  $\Delta x_i = x_i - x_i^0$  и векторы отклонений  $\Delta Y$  с компонентами  $\Delta y_i = y_i - y_i^0$ :

$$\Delta X = - \frac{\partial W^{-1} \partial W}{\partial X \quad \partial Y} \Delta Y \quad (6)$$

Из выражения (6) можно получить матрицу  $\Delta X/\Delta Y$  частных производных зависимых переменных по независимым, рассчитанную в начальной точке:

$$\frac{\partial X}{\partial Y} = - \frac{\partial W^{-1} \partial W}{\partial X \quad \partial Y} \quad (7)$$

В дальнейшем будем считать условия существования неявной функции выполненными в любой промежуточной точке оптимизации. Компоненты вектора  $Y$  будем называть независимыми, а компоненты вектора  $X$  — зависимыми переменными.

Зададимся произвольным вектором независимых переменных  $Y$  и найдем производные целевой функции, учитывая связи между зависимыми и независимыми переменными:

$$\frac{dZ}{dy_i} = \frac{\partial Z}{\partial y_i} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial Z}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial y_i} \quad (8)$$

и ограничения типа неравенств:

Если соотношения (8) записать в матричной форме, то получим следующую основную формулу метода приведенного градиента:

$$\nabla Z = \frac{\partial Z}{\partial Y} - \frac{\partial W^T}{\partial Y} \left[ \frac{\partial W^{-1}}{\partial X} \right]^T \frac{\partial W}{\partial X} \quad (9)$$

Выражение (9) определяет направление градиента целевой функции  $Z$ , выраженной через независимые переменные  $y_i$ . В простейших оптимизационных методах, не учитывающих ограничение (3) (задачах на поиск условного экстремума), приведенный антиградиент принимается в качестве шага оптимизации. В задачах нелинейного программирования эта задача решается сложнее.

На основе алгоритма МПГ в ИСЭМ СО РАН разработана одна из наиболее популярных промышленных программ оптимизации установившихся режимов электрических сетей СДО-6 [15]. Рассмотрим последовательность выполнения основных этапов МПГ при использовании операции замены системы независи-

мых переменных на этапе при определении допустимого направления оптимизации.

1. Определение состава независимых переменных итерации  $k$ . К независимым причисляются все переменные, значения которых находятся на верхнем или нижнем пределах, а также мощности нерегулируемых узлов электрической системы.
2. Формирование линеаризованных уравнений установившегося режима и матриц  $[\partial\phi/\partial X]$ ,  $[\partial\phi/\partial Y]$  Формирование матриц  $[\partial\phi/\partial X]$ ,  $[\partial\phi/\partial Y]$  выполняется по тем же формулам, по которым формируются матрицы Якоби в расчетах установившегося режима [4].
3. Получение приведенного градиента по формуле (43).
4. Нахождение вектора допустимых направлений и проверка оптимальности найденного решения оптимизационной задачи. Для оптимального решения, не принадлежащего границе допустимой области, все компоненты приведенного вектора-градиента должны быть равными нулю. Если же точка принадлежит границе области, то для удовлетворения условий оптимальности вектор допустимых направлений оптимизации должен быть равен нулю. Очевидно, данный вектор равен нулю и в точке оптимума, находящейся внутри области ограничений.
5. Определение направления изменения зависимых переменных  $x_{i0}$ . Для этого находится начальный вектор изменения зависимых переменных  $\Delta X_0$ .
6. Определение допустимой и оптимальной длины шага изменения решения в найденном направлении оптимизации.
7. Уточнение решения оптимизационной задачи на шаге  $k$  с учетом нелинейных уравнений (1). Для этого используются итерационный метод Ньютона и матрица производных, полученная на этапе выбора направления оптимизации.

Тема 7. *Оптимизация режимов, оперативные расчеты и оценка состояния* – 4 часа.

### 7.1. Задачи оценивания состояния

При долгосрочном планировании электрических режимов ЭЭС используются ее базовые расчетные модели, получаемые путем соответствующей обработки контрольных замеров для нескольких характерных точек характерных зимних и летних суточных графиков нагрузки ЭЭС. В основе контрольного замера лежит определение текущего состояния ЭЭС по данным телеизмерений и других замеров, в состав которых входят различные параметры режима: модули напряжений узлов, активные и реактивные нагрузки электростанций, перетоки по ЛЭП, нагрузки узлов и т.д.

Вектор измеренных параметров содержит ошибки измерений, возникающие из-за ошибок датчиков, помех в телеканалах, неодновременности проведения измерений, ошибок дежурного персонала при ручном снятии показаний

приборов и т.п. С помощью оценивания состояния удастся уточнить вектор  $U$  и обеспечить балансирование текущего режима ЭЭС.

Оцениванием состояния называют такую обработку данных, которая позволяет определить текущий режим ЭЭС на основании телеизмерений, математической модели электрической сети ЭЭС и априорной информации о параметрах режима, определяемых как псевдоизмерения (ПИ). В качестве ПИ при оценивании состояния могут использоваться нагрузки узлов, ограничения, определяемые областью изменения параметров режима, уравнения регрессии между различными параметрами режима.

Поскольку при обработке контрольного замера (ОКЗ) измеренные параметры режима относятся к одному и тому же моменту времени, то в основу ОКЗ положено статическое оценивание состояния. С его помощью по данным контрольных измерений для различных сезонов обеспечивается расчет фактических характерных режимов ЭЭС, в дальнейшем используемых при планировании электрических режимов.

Математически задача оценивания состояния формируется следующим образом [4, 10]. В  $n$ -узловой сети ЭЭС требуется по измеренным параметрам режима  $U$  определить такие значения модулей и фаз напряжений в узлах (обозначим их вектором  $x$ ), при которых обеспечиваются минимальные отклонения измеренных значений параметров  $U$  от значений тех же параметров  $U(x)$ , вычисленных при найденных модулях и фазах напряжений.

Термин «минимальное отклонение» для векторных величин требует пояснения, возможны различные критерии близости двух векторов. Наиболее часто используется в качестве критерия минимум сумм взвешенных квадратов отклонений измеренных значений от вычисленных, т.е. ищется минимум функции

$$F = [\bar{V} - V(x)]^T \mathbf{R}^{-1} [\bar{V} - V(x)], \quad (4.1)$$

где  $x = (u_1, \dots, u_n, \delta_1, \dots, \delta_n)$  называется обычно вектором состояния,  $i = n$  соответствует узлу с  $\delta_n = 0$ , называемому базисным;  $V(x)$  — вектор нелинейных зависимостей, отражающий зависимости измеряемых параметров в установившемся режиме от модулей и фаз напряжений узлов;  $\mathbf{R}$  — диагональная матрица, содержащая на диагонали дисперсии ошибок соответствующих измерений,

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_m^2 \end{pmatrix};$$

$m$  — число измерений.

Соответственно величины  $1/\sigma_i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) выступают как весовые коэффициенты при слагаемых в критерии (4.1). Чем меньше дисперсия ошибки измерения, тем больше можно «доверять» данному измерению и тем больше соответственно весовой коэффициент. Априорные сведения о дисперсиях оши-

бок измерений можно получить по информации о классе точности измерения  $\Delta_i$ , %, максимальной шкале  $A_i$  данного канала измерений, например,

$$\sigma_i = \frac{\Delta_i}{k_i \cdot 100} A_i, \quad (4.2)$$

где коэффициент  $k_i$  зависит от вероятности попадания ошибки измерения  $\Delta_i$  в диапазон  $(\pm k_i \delta_i)$ . Так, при вероятности 0,997  $k_i = 3$  (для нормального распределения ошибок). В ряде случаев для оценивания состояния используют информацию о диапазоне изменения измеряемого (или вычисляемого) параметра режима

$$\underline{h}_i \leq h_i(x) \leq \bar{h}_i, \quad (4.3)$$

где  $\bar{h}_i$  и  $\underline{h}_i$  — соответственно максимальное и минимальное значение параметра  $h_i$ .

Наряду с ограничениями в виде неравенств (4.3) возможны ограничения в виде равенств:

$$h_i(x) = C, \quad (4.4)$$

например, условия баланса мощностей в узлах с нулевой инъекцией (транзитных узлах) или измерения, имеющие нулевую дисперсию  $\sigma_i = 0$ .

Совокупность условий (4.1) и (4.3) образует задачу нелинейного программирования, для решения которой разработан и в принципе может быть использован богатый арсенал вычислительных методов. Если, как это часто бывает, не очень существен учет ограничений (4.3) и (4.4), то используют методы безусловной минимизации функции (4.1) [10], сканирования (обработка измерительной информации порциями) [4], метод контрольных уравнений [10]. При затруднениях, вызванных плохой обусловленностью задачи оценивания состояния, используют приемы регуляризации. Учет ограничений чаще всего производится с помощью штрафных функций и сводится к добавлению к целевой функции штрафов за выход параметра режима за предельное значение, определяемое неравенством (4.3), или штрафов, пропорциональных отклонению от нуля ограничения типа равенств (4.4).

При решении задачи оценивания возникает несколько специфических проблем. *Первая проблема* — обеспечение наблюдаемости, т.е. наличие такого состава измерений, чтобы по нему можно было бы рассчитать все неизмеренные параметры режима в расчетной схеме ЭЭС. Наблюдаемость определяется в основном двумя факторами — количеством измерений и их расстановкой в схеме сети. Число измеряемых параметров режима должно быть не меньше  $2n - 1$  — числа подлежащих определению компонент вектора состояния  $x$ . Это необходимое условие, но недостаточное: размещение в сети измерений должно быть таково, чтобы матрица  $dU/dx$  имела ранг, равный  $2n - 1$ , т.е.

$$\text{rang}\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right) = 2n - 1. \quad (4.5)$$

Выполнению достаточного условия (4.5) сопутствуют необходимые топологические условия (топологическая наблюдаемость), определяющие места расста-

новки измерений в сети в зависимости от ее топологии. Один из возможных вариантов соблюдения топологической наблюдаемости — выделение дерева-схемы сети и расстановка измерений в ветвях дерева-схемы. Существуют и другие варианты. При обработке контрольного замера, как правило, измерений достаточно и удается обеспечить соблюдение условий наблюдаемости. Если все же остаются ненаблюдаемые районы сети, т.е. районы, для которых по имеющимся измерениям нельзя рассчитать неизмеренные параметры, то необходимо такое эквивалентирование сети, чтобы полученный эквивалент сети был наблюдаем.

*Вторая проблема*, довольно остро стоящая при обработке контрольного замера, — обнаружение и исключение грубых ошибок в измерениях. Грубыми ошибками измерений считаются такие, которые значительно превышают априорные допущения о классах точности измерений. Наличие таких ошибок приводит к заметному искажению общей картины режима, особенно при малой избыточности измерений. Искажение, вносимое грубыми ошибками, проявляется в оценках многих смежных данному измерению параметрах режима («эффект размазывания»). Детекция грубых ошибок обязательно требует избыточного состава измерений, чтобы можно было сопоставить измеренное значение параметра режима со значением, вычисленным по данным других измерений. Уравнение

$$\bar{V}_i - V_i(x(\bar{U})) = 0, \quad (4.6)$$

связывающее измеренное и вычисленное значения, называется контрольным (КУ). Контрольные уравнения по сути возникают только благодаря избыточности измерений. Анализ невязок контрольных уравнений позволяет достаточно уверенно локализовать грубые ошибки и заменить ошибочные измерения вычисленными.

Существуют и другие подходы, позволяющие сравнивать оценки параметров режима, найденные с использованием «подозреваемых» измерений и без использования их. Представляется, что эти подходы уступают в эффективности метода контрольных уравнений. Заметим, что контрольные уравнения исключительно полезны и на других этапах обработки телеизмерений.

В соответствии со сложившейся иерархией диспетчерского управления, наличием ТИ и вычислительной техники можно выделить три территориальных уровня решения задачи ОКЗ на основе оценивания состояния: уровень ЭЭС; уровень ОЭС; уровень ЕЭС.

*На уровне ЭЭС* на момент контрольного измерения фиксируются параметры режима:

- автоматически в случае наличия в ЭЭС ЭВМ, обрабатывающей ТИ;
- автоматически в случае наличия на подстанциях ЭЭС микроЭВМ, осуществляющей сбор, первичную обработку и формирование данных в соответствии с представлением схемы подстанции в расчетной схеме ЭЭС;
- вручную на подстанциях на машинно-ориентированных документах, соответствующих схеме и установленным измерительным приборам каждой подстанции ЭЭС. Эти данные пересылаются в диспетчерское управление ЭЭС и загружаются в ЭВМ.

Для взаимодействия с другими уровнями необходима декомпозиция задачи оценивания, при этом все компоненты вектора состояния  $i$ -й ЭЭС можно разде-

лить на «внутренние» и «граничные», соответственно  $X_j = f(x_{ri}, x_{в})$ . Задача распадается на две: получение оценок для каждой ЭЭС и балансирование граничных оценок, общих для смежных ЭЭС. Один из возможных алгоритмов декомпозиции состоит в следующем.

На основе телесигнализации, а также информации о состоянии коммутационных аппаратов, содержащейся в документах, поступающих с подстанций, формируется расчетная схема ЭЭС для ОКЗ.

Далее проводится детекция грубых ошибок в измерениях, а также проверка правильности формирования расчетной схемы, т.е. обнаружение ошибочных ТС, после чего решается задача ОКЗ как задача статистической оценки состояния режима ЭЭС по методике, описанной выше. В результате решения случается базовая расчетная модель ЭЭС, которая пересылается на верхний уровень ОЭС в соответствии с их требованиями и может быть уточнена после решения задачи ОКЗ на уровне ОЭС.

На уровне ОЭС на момент контрольного измерения автоматически фиксируются в ЭВМ ТИ и ТС, поступающие в ОДУ. В ЭВМ загружаются полученные от ЭЭС их расчетные модели. Схема ОЭС образуется путем «синтеза» полученных моделей ЭЭС. Трудности создания расчетной модели ОЭС на основе моделей, входящих в нее ЭЭС, заключаются в согласовании режимов отдельных ЭЭС. Их также можно успешно преодолеть на основе оценивания состояния.

Пусть ОЭС состоит из ЭЭС, соединенных линиями связи, которые связывают граничные узлы ЭЭС. Рассматривается подсистема связи, включающая линии связи и граничные узлы всех ЭЭС. Связь между базисным узлом ОЭС и «базисными узлами отдельных ЭЭС определяется фазовым вектором, каждая компонента которого является разностью фазовых углов напряжений базисных узлов ЭЭС и фазовым углом напряжения базисного узла одной из ЭЭС, принятого в качестве базисного для ОЭС. При этом в качестве исходных данных о режиме ЭЭС используются результаты ОКЗ по ЭЭС.

Получение расчетной модели ОЭС можно представить в виде следующего итеративного процесса.

Рассчитываются режимы каждой ЭЭС, затем решается задача коррекции режимов ЭЭС, сводящаяся к изменению фазовых углов напряжений базовых узлов ЭЭС и перетоков мощностей по линиям связи; проверяются условия окончания расчета и осуществляется возврат в начало, т.е. к расчету режимов тех ЭЭС, для которых не соблюдены эти условия.

Расчет режима отдельных ЭЭС проводится по программе оценивания состояния. В результате расчета определяется вектор оцененных параметров  $x_i = (x_{ei}, x_{rj})$  для каждой  $i$ -и ЭЭС, состоящей соответственно из оцененных параметров  $x_{ei}$  и  $x_{rj}$  внутренних и граничных узлов ЭЭС.

Векторы  $x_i$  определены из условия минимума функции  $F_i$  каждой ЭЭС и в общем случае могут не соответствовать минимуму функции  $F$  для ОЭС в целом из-за несогласования условий связи между ЭЭС. Связь режимов ЭЭС может быть учтена путем соответствующего изменения вектора  $\phi$  разности между фазовыми углами напряжений базисных узлов ЭЭС и фазовым углом напряжения базисного узла ОЭС и вектора  $x_2$  граничных переменных.

При корректировке граничных переменных может быть сформулирована следующая задача оценивания состояния, аналогичная (4.1):

$$F_c = [Z_c - h_c(x_r, \varphi)]^T R_c^{-1} [Z_c - h_c(x_r, \varphi)] \min, \quad (4.7)$$

где в состав  $Z_c$  входят нагрузки линий связи ЭЭС.

При этом могут быть учтены ограничения, отражающие заданные условия объединения ЭЭС, например путем ввода в (4.7) соответствующих штрафных функций.

При приведении к одному базисному узлу потоки активной и реактивной мощностей в линиях связи могут не совпасть с заданными. В этом случае необходимо вернуться к расчетам режимов отдельных ЭЭС при заданных значениях межсистемных перетоков.

Уточненные модели ЭЭС, полученные на уровне ОЭС, могут быть переданы на нижний уровень непосредственно после создания модели ОЭС или после уточнения модели ОЭС на основе расчетов, проведенных в ЦДУ ЕЭС по созданию расчетной модели ЕЭС. Создание расчетной модели ЕЭС может быть выполнено на основе результатов оценки состояния входящих в нее ОЭС аналогично изложенному выше алгоритму формирования расчетной модели ОЭС на основе расчетных моделей входящих в нее ЭЭС.

Такое построение иерархических моделей требует межуровневого обмена данными как снизу вверх (передача на верхний уровень расчетных моделей подсистем с оцененными параметрами режима), так и сверху вниз (передача на нижний уровень уточненных параметров режима для последующей коррекции расчетной модели подсистемы). Такая связь может осуществляться с помощью системы телеобработки путем непосредственного обмена данными между информационными базами верхнего и нижнего уровней. Разработаны и другие приемы декомпозиции при решении задачи оценивания состояния.

## 7.2. Метод наименьших квадратов

Условие наименьших квадратов состоит в следующем: необходимо минимизировать отклонение прогнозируемой функции от исходной

$$\min(y_i - \sum_{j=1}^N x_{ij} * a_j)^2, \quad (3.1)$$

где  $a_j$  – определяемые в ходе решения коэффициенты;

$y_i$  – наблюдаемые величины (функция отклика);

$x_{ij}$  – функции – регрессоры.

Оптимальные оценки параметров  $a_j$  находятся из следующей системы

$$\frac{\partial (\sum_{i=1}^N (y_i - \sum_{j=1}^N x_{ij} * a_j)^2)}{\partial a_j} = 0. \quad (3.2)$$

Для удобства используем матричную форму записи, введя следующие обозначения:

$Y$  – вектор исходных наблюдений  $y_i$ , содержит  $N$  компонент;

$A$  – вектор оптимальных оценок (коэффициентов) размерностью  $n$  ( $n < N$ );

$\varepsilon$  – вектор погрешностей измерений;

$X$  – матрица с  $N$  строками и  $n$  столбцами, содержащая коэффициенты  $x_{ij}$ .

С учетом приведенных обозначений метод наименьших квадратов может быть записан

$$Y - XA = \varepsilon . \quad (3.3)$$

Решение по методу наименьших квадратов может быть реализовано по следующему алгоритму:

- 1) находится вспомогательная матрица  $C = X^T X$ ;
- 2) составляется система нормальных уравнений  $CA = X^T Y$ ;
- 3) определяется вектор искомых коэффициентов, наиболее соответствующих выбранной регрессионной модели:  $A = C^{-1} X^T Y$ .

Тема 8. *Задачи расчетов аperiodической и колебательной статической устойчивости ЭЭС* – 6 часов.

### 8.1. Задача оценки статической устойчивости в ЭЭС

Причины нарушения статической устойчивости в реальных ЭЭС разнообразны: увеличение или перераспределение генерирующих мощностей (нагрузок), снижение напряжения, изменение схемы замещения и т.п. В связи с этим задачу исследования статической устойчивости и средств ее обеспечения необходимо разделить на несколько подзадач:

- 1) анализ аperiodической статической устойчивости;
- 2) исследование статической устойчивости с учетом самораскачивания;
- 3) синтез структуры стабилизации всей ЭЭС и отдельных ее объектов.

Очередность и целесообразность решения этих подзадач определяются целями проводимых исследований. При оперативном управлении режимами, например, можно ограничиться только анализом аperiodической статической устойчивости [11].

Опыт показывает, что необходимость в расчетах статической устойчивости системы с учетом самораскачивания возникает только при учете динамики автоматического регулирования в явном виде. Запасы устойчивости при этом связаны с утяжелением режимов, так как границы области устойчивых режимов деформируются в зависимости от вида утяжеления. Считая, что самораскачивание в системе маловероятно, расчет запасов устойчивости можно проводить только для аperiodического нарушения устойчивости [11].

Стационарные режимы ЭЭС подразделяют на нормальные и послеаварийные. Для диспетчерского управления такими режимами необходима оценка их статической устойчивости, экономичности и надежности. При этом одной из подзадач диспетчерского управления является оценка статической устойчивости и определение допустимых режимов ЭЭС. Допустимость режима определяется положением точки, соответствующей определенным значениям активных мощностей внутри заранее рассчитанных областей, что требует предваритель-

ной инженерной оценки эквивалентных схем, условий получения предельных поверхностей и контролируемых сечений.

Чрезвычайно важна при оценке устойчивости и роль нормирования. В настоящее время действуют директивные материалы с рекомендациями по выполнению расчетов устойчивости и решению проблемы нормирования в электроэнергетических системах [12]. Вообще говоря, проблема нормирования устойчивости имеет технико-экономический характер. При больших запасах устойчивости затраты на средства ее повышения больше, а оборудование используется менее эффективно, но ущерб от перерывов в электроснабжении меньше. Сравнение вариантов возможно после выбора нормативного показателя для оценки запаса статической устойчивости – единого для всех расчетных случаев или дифференцированного для различных категорий. В ЭЭС расчет запаса по статической устойчивости предполагает сравнение по каким-либо показателям рассматриваемого режима и режима, находящегося на границе устойчивости (предельного) [11].

При эксплуатации в энергосистемах перетоки мощности в сечениях при установившихся режимах подразделяют на следующие виды [11]:

- нормальные (наибольший допустимый переток называется максимально допустимым);
- вынужденные (наибольший допустимый переток называется аварийно допустимым).

При проектировании перетоки мощности подразделяются на следующие разновидности

- нормальные;
- утяжеленные.

Утяжеленным считается переток, характеризующийся неблагоприятным сочетанием ремонтов основного оборудования электростанций в режимах максимальных и минимальных нагрузок, если общая продолжительность существования таких режимов в течение года не превышает 10%.

Вычисление предельного по статической устойчивости перетока в сечении осуществляется утяжелением режима (увеличением перетока). При этом рассматриваются траектории утяжеления режима, представляющие собой последовательности установившихся режимов, которые при изменении некоторого параметра или группы параметров позволяют достичь границы области статической устойчивости.

Следует рассматривать увеличение перетока в сечении для ряда траекторий утяжеления, которые характерны для данной энергосистемы и различаются перераспределением мощности между узлами, находящимися с каждой из сторон рассматриваемого сечения. Значение  $P_{пр}$  определяется по траектории, которой соответствует наименьшая предельная мощность.

Коэффициент запаса статической устойчивости по активной мощности в сечении ( $K_p$ ) вычисляется по формуле:

$$K_p = \frac{P_{пр} - P - \Delta P}{P} \quad , \quad (33)$$

где  $P_{пр}$  – активная мощность, передаваемая через рассматриваемое сечение (переток в сечении) в режиме, предельном по статической устойчивости;

$P$  – переток в сечении в рассматриваемом режиме,  $P > 0$ ;

$\Delta P$  – амплитуда нерегулярных колебаний активной мощности в этом сечении в рассматриваемом режиме (принимается, что под действием нерегулярных колебаний переток  $P$  изменяется в диапазоне  $P \pm \Delta P$ ).

В эксплуатации для контроля за соблюдением нормативных запасов статической устойчивости следует, как правило, использовать значения перетоков активной мощности, которые устанавливаются на основе расчетов.

Значения коэффициента запаса по напряжению ( $K_u$ ) относятся к узлам нагрузки и вычисляются по формуле:

$$K_u = \frac{U - U_{кр}}{U} , \quad (34)$$

где  $U$  – напряжение в узле в рассматриваемом режиме;

$U_{кр}$  – критическое напряжение в том же узле, соответствующее границе, ниже которой происходит нарушение статической устойчивости двигателей.

Значения показателей устойчивости должны быть не ниже указанных в табл. 3.

Таблица 3

Величины коэффициентов запаса по статической устойчивости

Переток в сечении	Минимальные коэффициенты запаса по активной мощности, $K_p$	Минимальные коэффициенты запаса по напряжению, $K_u$
Нормальный	0,20	0,15
Утяжеленный	0,20	0,15
Вынужденный	0,08	0,10

При проверке устойчивости энергосистемы следует рассматривать режимы, соответствующие характерным точкам суточных и сезонных графиков генерации и потребления при возможных нормальных и ремонтных схемах, которые полагают длительно существующими. В случаях, когда область апериодической статической устойчивости близка к области существования режима, допускается ограничиваться проверкой существования режима.

## 8.2. Требования, предъявляемые к показателям запаса по статической устойчивости

Необходимо, чтобы показатель запаса статической устойчивости в энергосистемах отвечал ряду требований [12]. Во-первых, он должен быть универсальным, то есть применимым в электрических системах любой структуры,

сложности, конфигурации так, чтобы расчеты статической устойчивости можно было проводить по единой методике вне зависимости от рассматриваемой схемы или состава работающего оборудования. При этом желательно его соответствие сложившейся в этом вопросе практике анализа устойчивости – например, соответствие свободному члену характеристического уравнения  $a_n$ . Кроме того, показатель запаса должен рассчитываться на базе информации об электрическом режиме ЭЭС и быть его характеристикой, которую можно получить с помощью замеров или несложных вычислений.

Существует связь между показателями запаса и критериями устойчивости (КУ). Чаще всего положение системы на границе устойчивости определяется равенством  $KУ=0$ ; если  $KУ>0$ , то система имеет некоторый запас устойчивости, а КУ – какую-то определенную величину. Поэтому в качестве показателя оценки запаса статической устойчивости можно использовать характеристики существующих в настоящее время критериев устойчивости, или практических критериев – например, показателем запаса устойчивости может служить синхронизирующая мощность генераторов системы  $S = |dP/d\delta|$ . Величину свободного члена характеристического уравнения  $a_n$  также можно использовать для оценки удаленности режима от граничной точки. Оценка апериодической статической устойчивости и величины ее запаса в ЭЭС может проводиться и по якобиану уравнений, применяемых для расчета установившегося режима, после незначительной модификаций программ, использующих метод Ньютона.

В общем виде уравнения движения электрической системы можно записать как:

$$\frac{dX}{dt} = W(X, Y),$$

где  $X, Y$  – векторы зависимых и независимых переменных.

Эти уравнения удовлетворяют условию Коши и при задании начальных условий имеют единственное решение. При статической их идеализации параметры установившегося режима находят, решая систему линейных алгебраических уравнений (16). Статическую апериодическую устойчивость при этом можно оценить по смене знака якобиана уравнений установившегося режима. Поскольку необходимое и достаточное условие существования неявной вектор-функции – это отличие от нуля ее якобиана, то граница области существования  $S$  определяется при  $J(X, Y) = 0$  на множестве  $X, Y \in S$ .

Несложно доказать и совпадение практического критерия  $S = |dP/d\delta|$  ( $S$  – синхронизирующая мощность генераторов системы) с критерием по  $a_n$ . Например, для системы, имеющей три генератора, объединенных сложной связью и работающих на шины бесконечной мощности (неизменного напряжения), активные мощности описываются системой уравнений:

$$P_i = P(\delta_1, \delta_2, \delta_3), \quad i = 2, 3, 4,$$

дифференцированием которых можно получить выражение для синхронизирующей мощности каждого генератора

$$\frac{dP_i}{d\delta_i} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} + \sum \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} * \frac{\partial \delta_j}{\partial \delta_i}, \quad i = 2, 3, 4.$$

Выражение для свободного члена характеристического уравнения имеет вид:

$$a_n = \begin{vmatrix} \frac{1}{T_{J2}} * \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{21}} & \frac{1}{T_{J2}} * \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{31}} & \frac{1}{T_{J2}} * \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{41}} \\ \frac{1}{T_{J3}} * \frac{\partial P_3}{\partial \delta_{21}} & \frac{1}{T_{J3}} * \frac{\partial P_3}{\partial \delta_{31}} & \frac{1}{T_{J3}} * \frac{\partial P_3}{\partial \delta_{41}} \\ \frac{1}{T_{J4}} * \frac{\partial P_4}{\partial \delta_{21}} & \frac{1}{T_{J4}} * \frac{\partial P_4}{\partial \delta_{31}} & \frac{1}{T_{J4}} * \frac{\partial P_4}{\partial \delta_{41}} \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{T_{J2} * T_{J3} * T_{J4}} * \begin{vmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{21}} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{31}} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{41}} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_{21}} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_{31}} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_{41}} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \delta_{21}} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_{31}} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_{41}} \end{vmatrix} = \frac{1}{\prod T_{Ji}} * S_i.$$

Проводя соответствующие преобразования, можно получить

$$\hat{S} = \hat{a}_n.$$

Аналогичные выводы получаются и в схеме, содержащей любое количество станций.

Следовательно, вне зависимости от метода анализа статической устойчивости можно получить величину критерия устойчивости, приведенную к величине в исходном режиме, и оценивать по ней запас [11].

Тема 9. *Формирование математической модели ЭЭС в блочно-матричном виде* – 6 часов.

### 9.1. Проверка колебательной устойчивости

Здесь рассматриваются возможности выявления границ колебательной устойчивости при решении эксплуатационных задач. Наиболее важная из этих задач — учет ограничений, накладываемых на режимы энергосистемы явлениями самораскачивания под действием АРВ генераторов. Самораскачивание может иметь место при больших нагрузках генераторов и при ослаблении связи с

энергосистемой. В общем случае вероятность самораскачивания тем выше, чем дальше рассматриваемый режим работы генераторов от нормальных режимов и всех тех, при которых проверялась настройка АРВ. Поэтому учет самораскачивания может иметь существенное значение при определении предельных перетоков в сечениях, примыкающих к шинам электростанций при малом значении местной нагрузки, но обычно не существен в отношении перетоков по слабым межсистемным связям.

Случаи возникновения самораскачивания имели место в ряде энергосистем: при пропорциональном регулировании возбуждения и передаче почти всей мощности электростанции на значительное расстояние, при сильном регулировании и неудовлетворительной настройке АРВ. Таким образом, не исключены случаи, когда предел по колебательной устойчивости заметно ниже предела по апериодической устойчивости. И если фактические коэффициенты запаса по активной мощности в сечениях, близких к шинам электростанций, незначительно превышают нормативные значения, то может оказаться необходимым расчет пределов статической устойчивости с учетом самораскачивания. Известны случаи, когда самораскачивание было связано с работой высокочастотных систем возбуждения генераторов, а также с вводом в эксплуатацию новых систем возбуждения и АРВ. Особое внимание требуется в отношении режимов работы АЭС.

В настоящее время еще нет возможности проводить при эксплуатации энергосистем детальные и достаточно полные расчеты колебательной устойчивости. Поэтому освоение таких расчетов — по мере разработки соответствующих программ — должно сочетаться с тщательным расследованием всех имевших место случаев самораскачивания и принятием необходимых мер по их предотвращению, в частности путем проверки настройки АРВ во всех возможных режимах.

Для проверки колебательной устойчивости энергосистемы требуется объем исходных данных по параметрам генераторов и нагрузок не менее того, который используется в расчетах динамической устойчивости: переходные и сверхпереходные сопротивления синхронных машин, электрические постоянные времени, механические постоянные инерции синхронных и асинхронных машин, параметры АРВ и пр. Некоторые задачи колебательной устойчивости требуют для своего решения моделей и параметров еще более полных, чем в задачах динамической устойчивости. Так, для анализа самораскачивания на частоте нескольких герц при больших значениях требуется учет запаздываний в отдельных каналах АРВ. Для решения некоторых задач, например для анализа самовозбуждения, необходимо описание пассивных элементов сети дифференциальными уравнениями. Такие специальные задачи здесь не рассматриваются.

Разрабатываемые в настоящее время методы исследования колебательной устойчивости энергосистем ориентированы главным образом на анализ самораскачивания, связанного с работой АРВ, когда собственная частота колебаний не превышает нескольких герц. При этом используются хорошо освоенные мо-

дели генераторов и нагрузок, построенные на ряде допущений, в частности не учитывающие переходные процессы в цепях статора.

Анализ колебательной устойчивости может выполняться либо математическими методами, которые аналогичны исследованию корней характеристического уравнения (с вычислением самих корней или с применением критериев устойчивости, а также метода D-разбиения), либо по результатам расчета переходного процесса при малом возмущении.

Вычисление корней характеристического уравнения позволяет достаточно глубоко исследовать характер свободных колебаний с определением собственных частот, коэффициентов затухания  $\alpha$  и пр. Разрабатываемые методы позволяют определять направления изменений параметров настройки АРВ, которые необходимы для повышения колебательной устойчивости заданного режима, и оценивать, насколько изменяются требования к настройке АРВ при изменениях режимов.

Отметим, что в настоящее время эти методы, правильно выявляя тенденции изменения настроек АРВ в тех или иных ситуациях, не могут гарантировать правильности вычисления оптимальных значений коэффициентов стабилизации. Это связано с приближенностью уравнений, используемых для генераторов, нагрузок, сети, и с приближенностью учета параметров генераторов и нагрузок. Таким образом, математическое исследование колебательной устойчивости не заменяет экспериментов, связанных с настройкой АРВ, а дополняет их, позволяет ограничить выбор режимов, при которых необходима проверка настройки АРВ, дает возможность оценить вероятность самораскачивания в тех режимах, искусственное создание которых затруднительно (например послеаварийных). В последнем случае сравниваются расчетные области устойчивости для нормального и послеаварийного режимов; если сдвиг областей не существен, то вероятность самораскачивания невелика.

Проверка возможности самораскачивания с помощью расчета переходного процесса, вызванного малым возмущением, дает меньшую точность, чем математические методы исследования корней, но имеет то преимущество, что могут быть использованы обычные программы для расчетов динамической устойчивости. При этом, естественно, следует использовать модели генераторов, систем возбуждения и нагрузок, наиболее точные из предусмотренных в программе. В частности, нужно иметь в виду, что синхронные и асинхронные двигатели с большими механическими постоянными инерции (свыше 2—4 с) могут заметно повлиять на колебательные свойства энергосистемы.

По данному способу вблизи генераторов, колебательная устойчивость которых проверяется, создается небольшое возмущение—такое, чтобы наибольшие изменения углов  $\delta$  составляли 10 — 30°, и проверяется, нет ли в числе гармонических составляющих переходного процесса составляющей, амплитуда которой нарастает. Это свидетельствовало бы о колебательной неустойчивости. Длительность рассчитываемого переходного процесса — не менее 5 — 10 с.

Погрешности такого анализа самораскачивания связаны с тем, что начальное возмущение, если оно велико, приводит к неточной оценке границы колебательной устойчивости, так как скажутся нелинейности уравнений энергосисте-

мы: известно, что затухание для больших и малых колебаний различно. Если же начальное возмущение слишком мало, то отклонения некоторых параметров от среднего уровня будут вычислены с большими погрешностями или вообще окажутся нулевыми из-за ограничения разрядной сетки ЭВМ. Это соответствует искажению уравнений энергосистемы. Поэтому нелинейность уравнений и погрешности вычислений приводят к тому, что хотя место приложения возмущения принципиально безразлично, практически выбор величины и места возмущения может оказаться существенным.

Точность оценки колебательной устойчивости повышается, если при использовании такого метода программно осуществляется разложение колебаний параметров режима на составляющие с вычислением декрементов затухания.

Таким образом, имеются предпосылки к тому, что анализ колебательной устойчивости энергосистем войдет в обычную практику эксплуатационных расчетов. Это позволит с большей точностью вычислять пределы статической устойчивости в сечениях, примыкающих к шинам электростанций, и более эффективно бороться со случаями самораскачивания в энергосистемах.

#### Тема 10. Модальный анализ динамических свойств ЭЭС – 6 часов.

Развитие вычислительной техники и разработка методов нахождения всех собственных значений и собственных векторов матриц общего вида существенно подняли значимость и сделали возможным и эффективным практическое применение модальной теории линейных динамических систем для анализа функционирования и управления режимами энергосистем. Основными задачами, решаемыми на базе линеаризованных моделей энергосистем, при этом были: анализ статической устойчивости, построение упрощенных математических моделей энергосистем и выборе мероприятий с целью повышения устойчивости энергосистем.

Линеаризованные математические уравнения, описывающие динамические процессы в ЭЭС, имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= Ax(t) + Bz(t); \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned}$$

где  $x$  –  $(n \times 1)$ -мерный вектор переменных состояния;  $z$  –  $(r \times 1)$ -мерный вектор входных переменных,  $y$  –  $(q \times 1)$ -мерный вектор выходных переменных;  $A$ ,  $B$ ,  $C$  – матрицы соответственно размерностью  $n \times n$ ,  $n \times r$ ,  $q \times n$ .

Как известно, если матрица  $A$  имеет  $n$ -различных собственных значений  $\lambda_j^*$ , то она также имеет  $n$  соответствующих линейно независимых собственных векторов  $U_j$ , удовлетворяющих уравнениям:

$$A * U_j = \lambda_j^* U_j, \quad j=1, 2, \dots, n.$$

В модальной теории линейных систем важное значение имеет модальная матрица  $U$ , составленная из собственных векторов матрицы  $A$ :

$$U = [U_1, U_2, \dots, U_n],$$

а также модальная матрица  $V$ , составленная из собственных векторов  $V_j$  транспонированной матрицы  $A^T$ .

$$V = [V_1, V_2, \dots, V_n].$$

Известно, что собственные векторы матриц  $A$  и  $A^T$ , соответствующие различным собственным значениям, ортогональны и для них справедливы условия  $V_j^T * U_i = 0, i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, n$ .

В случае  $i=j$  произведение  $V_j^T * U_i = C_j \neq 0$ .

В модальной теории обычно проводится нормализация векторов таким образом, чтобы выполнялось условие  $V_j^T * U_j = 1, j = 1, 2, \dots, n$ .

С учетом этого условия ортогональности могут быть записаны в виде:

$$V^T * U = E,$$

откуда  $V^T = U^{-1}$ .

Важным свойством модальной матрицы является то, что преобразование подобия с этой матрицей приводит исходную матрицу  $A$  к диагональному виду, т.е.  $U^{-1} * A * U = \Lambda$ .

Если ввести новый вектор состояния  $\xi(t)$ , связанный с вектором  $x(t)$  соотношением  $x(t) = U\xi(t)$ , то исходные уравнения преобразуются к каноническому виду:

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = \Lambda \xi(t) + U^{-1} Bz(t);$$

$$y(t) = CU\xi(t)$$

Решение уравнений при  $z(t) = 0$  может быть записано в виде:

$$x(t) = U_1 * V_1^T x(0) e^{\lambda_1 t} + U_2 * V_2^T x(0) e^{\lambda_2 t} + \dots + U_n * V_n^T x(0) e^{\lambda_n t}.$$

Отсюда следует, что свободное движение системы представляет собой линейную комбинацию  $n$  функций вида  $e^{\lambda_i t} * U_i$ , которые характеризуют  $n$ -динамических модальных составляющих или просто мод системы. Вещественные собственные значения определяют аperiodически изменяющиеся модальные составляющие с декрементом затухания, определяемым собственным значением; пары комплексно-сопряженных собственных значений определяют колебательно изменяющиеся модальные составляющие с декрементом и частотой, определяемыми вещественными и мнимыми частями соответствующих собственных значений.

К задачам анализа функционирования и управления режимами энергосистем, для решения которых может быть эффективно применена модальная теория линейных систем, относятся:

- 1) анализ статической устойчивости энергосистем с учетом самораскачивания на основе знаков вещественных частей собственных значений матрицы  $A$ ;
- 2) всесторонний анализ с помощью переходной матрицы функционирования энергосистем при небольших возмущениях на базе линеаризованной системы как при отсутствии, так и при приложении возмущающих воздействий;
- 3) построение строго эквивалентных и упрощенных математических моделей энергосистем;

- 4) синтез энергосистемы с требуемыми динамическими свойствами путем придания собственным значениям матрицы замкнутой системы заданных величин и выбор наиболее эффективных мероприятий по повышению устойчивости энергосистем, в частности определение наиболее целесообразных мест установки и законов управления автоматических регулирующих устройств.

Тема 11. *Исследование динамической устойчивости. Методы численного интегрирования* – 8 часов.

### 11.1 Методы расчета переходных режимов

Расчет и анализ переходных процессов в электрических системах невозможен без решения дифференциальных уравнений или их систем. При расчете уставок средств релейной защиты и противоаварийной автоматики требуется не только расчет электромагнитного или электромеханического переходного процесса, но и анализ результатов этого расчета. Часто решение об отключении элемента сети в ходе аварийной или послеаварийной ситуации принимается в ходе анализа переходного режима. В АСДУ могут использоваться результаты расчетов, проведенных заранее. По сложившейся в системе схемно-режимной ситуации определяется объем необходимого для сохранения устойчивости управляющего воздействия, который может быть скорректирован в ходе процесса управления. Расчет начальных условий для решения дифференциальных уравнений, описывающих переходный процесс, проводится с учетом результатов расчета установившегося режима, предшествующего аварийной ситуации. Изменение параметров режима в ходе переходного процесса можно получить, решив дифференциальные уравнения (или их системы).

Решение дифференциальных уравнений без особых сложностей можно получать во многих специализированных пакетах (MatLab, Mathcad и др.). Но существует возможность применения электронных таблиц Excel для приближенного решения дифференциальных уравнений, огромным преимуществом которого является наглядность и прозрачность проводимых вычислений. Умение наглядно представить и «прочувствовать» результат решения необходимо будущим инженерам. Поэтому в данном разделе демонстрируется решение дифференциальных уравнений в среде электронных таблиц Excel. В частности, численному решению в Excel легко поддаются два основных типа задач для обыкновенных дифференциальных уравнений: задачи Коши (или начальные задачи) и краевые задачи. Отличие между этими двумя типами задач состоит не в типе рассматриваемых дифференциальных уравнений, а в локализации граничных условий [5].

### 11.2 Решение задач Коши

В задачах Коши, или начальных задачах, для однозначного определения решения дифференциального уравнения на одном из концов рассматриваемой области определения решения задают начальные (граничные) условия. Целью

приближенного решения является интегрирование уравнения от конца с известными граничными условиями до другого конца интервала, на котором они неизвестны. Такого типа задачи обычно возникают для уравнений с производными по времени: известно значение искомой функции и некоторых ее производных в данный момент времени (определенная граница), и требуется найти ее значения для всех или некоторых моментов в будущем (на неизвестной границе). В этом разделе будут рассмотрены четыре наиболее распространенных метода решения задач Коши: метод рядов Тейлора, метод Эйлера, модифицированный метод Эйлера и методы Рунге-Кутты.

Сущность численных методов состоит в следующем. На отрезке решения выбирается некоторое множество точек, называемое сеткой  $X_0, X_1, X_2, \dots, X_k$ , в общем случае с переменной длиной шага  $h_i = X_{i+1} - X_i$ . В каждой точке  $X_{i+1}$  вычисляется приближенное значение  $Y_{i+1}$  решения задачи по предыдущим значениям. Разностный метод, дающий формулу для вычисления  $Y_{n+1}$  по "k"- предыдущим значениям  $Y_{i-k+1}, Y_{i-k+2}, \dots, Y_i$ , называется  $K$ -шаговым методом. Если  $K = 1$ , то это одношаговый метод, при  $K \geq 2$  – многошаговый.

Методы также делятся на явные и неявные. Метод называют явным, если для определения значения  $Y_{i+1}$  требуются только предшествующие значения. При использовании неявного метода для определения  $Y_{i+1}$  необходимо  $(i+1)$  значений.

Для оценки точности решения вводятся следующие понятия:

Локальная ошибка дискретизации  $d_i$  (шаговая ошибка) – это ошибка на данном шаге при условии, что предыдущие значения точны.

$$d_i = Y_{i+1} - U(t_{n+1}),$$

где  $Y_{i+1}$  – вычисленное значение, а  $U(t_{n+1})$  – теоретическое значение, определяемые одними и теми же данными в точке  $t_n$ .

Глобальная ошибка дискретизации  $e_i$  – разность между вычислительным и теоретически точным решением, определяемым начальным условием в точке  $t_0$ .

$$e_i = Y_i - Y(t_i).$$

Одним из понятий при оценке точности численного метода является его порядок. Говорят, что метод имеет порядок " $P$ ", если существует число " $C$ " такое, что

$$|d_i| \leq C * h_i^{p+1}.$$

Число  $C$  может зависеть от производных функции, определяющих дифференциальное уравнение, и от длины интервала, на котором ищется решение, но оно не должно зависеть от номера шага и величины шага  $h$ .

***Обыкновенное дифференциальное уравнение с одним начальным условием***

Рассмотрим следующее обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка

$$(1 + x^2)^{1/2} \frac{du(x)}{dx} + u(x) = x, \quad x > 0$$

с начальным условием  $u(0) = 0$ .

Поставленная задача относится к классу задач Коши, поскольку гра-

ничное условие известно только в одной точке. Задачи для уравнений первого порядка не должны содержать более одного дополнительного условия, так как в противном случае задача оказалась бы переопределенной и, скорее всего неразрешимой. Для уравнений второго и более высокого порядка необходимо задавать большее количество начальных или граничных условий.

#### *Сущность и назначение граничных условий*

Для понимания того, зачем для решения дифференциальных уравнений необходимо задавать одно или несколько граничных условий, рассмотрим следующее функциональное уравнение

$$y = f(x).$$

Имея это уравнение, можно начертить график значений  $y$  для всех требуемых значений независимой переменной  $x$ . Это уравнение полностью определено, и для однозначного определения значений  $y$  не требуется присоединять к нему дополнительных условий. Теперь рассмотрим другое уравнение:

$$y' = f(x).$$

Это уравнение является дифференциальным и имеет первый порядок, определяя для каждого  $x$  значение производной функции  $y'$ . Производная описывает тангенс угла наклона касательной к графику функции; зная ее, можно начертить форму кривой, однако нельзя сказать, где именно кривая расположена. Все кривые на рисунке 29 удовлетворяют этому уравнению — поэтому для выбора решения необходимо знать значение функции хотя бы в одной точке, например, в черной точке на левом краю рисунка. Значение функции в этой точке и будет представлять собой граничное условие.

Далее рассмотрим вторую производную функции

$$y'' = f(x).$$

Из этого уравнения нам известна кривизна графика функции для каждого значения  $x$ . Определить по ней всю недостающую информацию о функции можно только в том случае, если в одной точке заданы значение функции и ее производной (начальная задача) или значения функции в двух точках (краевая задача). Эти условия и будут краевыми условиями для данной задачи. Итак, для получения однозначного решения дифференциального уравнения необходимо присоединить к нему столько граничных условий, каков порядок уравнения. Если в уравнение входит более одной независимой переменной, граничные условия должны задаваться на границах изменения каждой из переменных.

В поставленной задаче целью является найти значения функции и в интервале изменения  $x$  от 0 до 0,2. Для данного уравнения известно аналитическое решение

$$u(x) = \frac{1}{2} \left[ x - \frac{\ln(x + \sqrt{1 + x^2})}{x + \sqrt{1 + x^2}} \right]$$

Это решение будет использоваться для оценки эффективности различных приближенных методов.

### 11.3 Метод рядов Тейлора

Одним из распространенных методов решения начальных задач является метод рядов Тейлора. Рассмотрим разложение некоторой функции  $u(x)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0$ .

$$u(x) = u(x_0) + \frac{(x - x_0)}{1!} u'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} u''(x_0) + \frac{(x - x_0)^3}{3!} u'''(x_0) + \frac{(x - x_0)^4}{4!} u''''(x_0) + \dots,$$

здесь введены следующие обозначения:

$$u'(x) = \frac{du}{dx}, \quad u''(x) = \frac{d^2 u(x)}{dx^2}, \dots$$

Положим  $h = (x - x_0)$ ; с учетом этого уравнение переписывается в следующем виде:

$$u(x) = u(x_0) + \frac{h}{1!} u'(x_0) + \frac{h^2}{2!} u''(x_0) + \frac{h^3}{3!} u'''(x_0) + \frac{h^4}{4!} u''''(x_0) + \dots$$

В точке  $x_0$  известны значения двух первых членов ряда Тейлора: первый — из граничного условия, а второй — из дифференциального уравнения. Вот эти значения

$$u(0) = 0, \\ u'(0) = 0.$$

Последовательно дифференцируя уравнение, которое представляет собой выражение для первой производной, получаем выражения для производных более высокого порядка. Из этих выражений получаем следующие коэффициенты  $u''(0) = 1, u'''(0) = -1, u''''(0) = -2$ .

Подставим эти коэффициенты в первые пять членов ряда Тейлора и отбросим остальные члены ряда. Получим для решения следующую аппроксимирующую последовательность

$$u(h) = \frac{h^2}{2} - \frac{h^3}{6} - \frac{h^4}{12}.$$

Это приближенное решение может использоваться для вычисления значений искомой функции для различных  $h$ .

Усечение ряда Тейлора допустимо только в том случае, если отброшенные члены в сумме достаточно малы, что в свою очередь справедливо только при малых  $h$ .

Следует обратить внимание, что в рассмотренном примере  $h$  — это расстояние от  $x$  до  $x_0$ , а не шаг численного интегрирования, который будет использоваться в остальных задачах этой главы. Для вычисления значений и на больших расстояниях от  $x_0$  необходимо пересчитывать значения производных в конце текущего шага, чтобы выполнить следующий шаг уже от этой точки.

#### 11.4. Метод Эйлера и модифицированный метод Эйлера

Одной из основных трудностей применения метода рядов Тейлора является необходимость аналитического вычисления нескольких производных от уравнения. Для некоторых уравнений производные от правых частей могут выглядеть достаточно просто, но уже в приведенном примере это не так. Метод Эйлера позволяет устранить необходимость в вычислении производных благодаря усечению ряда Тейлора до члена с первой производной. Для того, чтобы это сработало, необходимо выбирать малые значения  $h$  и после каждого шага

пересчитывать значения первой производной в начале нового малого интервала

$$u(x+h) = u(x) + hu'(x). \quad (4.1)$$

Поскольку в начале каждого шага для определения значения искомой функции на другом конце интервала берется приближенное значение производной, которое к тому же подставляется в грубое приближение для ряда Тейлора, в ходе интегрирования непрерывно возрастает и накапливается погрешность. Более приемлемым способом является получение значения функции с использованием среднего на шаге значения производной

$$u(x+h) = u(x) + h \frac{(u'(x) + u'(x+h))}{2}. \quad (4.2)$$

Трудность применения этой модификации метода заключается в том, что производная на дальнем конце интервала неизвестна. В модифицированном методе Эйлера (методе "предиктор - корректор" или "предсказание - уточнение") для начального предположения о значении функции используется обычный метод Эйлера. С применением этого предположения вычисляется производная на дальнем конце интервала. Имея значение производной в начале интервала и оценку ее значения в конце интервала, можно точнее оценить значение искомой функции. Для уточнения полученного значения можно применить данный метод еще раз, но при большом количестве итераций погрешность метода перекрывает любые поправки в точности, достигнутые итерированием.

### 11.5 Метод Рунге-Кутты

В настоящее время наиболее распространенным и часто применяемым на практике методом решения задач Коши является метод Рунге-Кутты четвертого порядка. Для получения достаточно точного значения приближенного решения в этом методе используются четыре промежуточных значения. Обоснование и вывод расчетных формул данного метода можно найти в литературе по численным методам.

Очередной шаг интегрирования в методе Рунге-Кутты выполняется по формуле

$$u(x+h) = u(x) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (4.3)$$

здесь введены обозначения

$$k_1 = hu'(x, u(x));$$

$$k_2 = hu'(x + \frac{h}{2}, u(x) + \frac{k_1}{2});$$

$$k_3 = hu'(x + \frac{h}{2}, u(x) + \frac{k_2}{2});$$

$$k_4 = hu'(x+h, u(x) + k_3).$$

В приведенных формулах  $u'(x, u(x))$  обозначает производную по  $x$ , которая формально является функцией двух аргументов  $x$  и  $u(x)$ .

### 11.6 Метод последовательных интервалов

Общими методами решения любых задач, требующих выявления характера относительного движения роторов электрических машин, являются методы численного интегрирования (метод Рунге – Кутты 4 порядка и др.). В практике инженерных расчетов часто пользуются их упрощенными модификациями, например *методом последовательных интервалов*. Метод, вполне удовлетворительный при обычных инженерных задачах, в которых можно ограничиться общей характеристикой процесса, не предусматривает контроля погрешности, автоматического изменения шага интегрирования при понижении точности ниже заданной. Однако овладев этим простым методом, будущий инженер может легко освоить более сложные методы численного интегрирования.

Суть этого простого метода состоит в том, что ось времени разбивается на некоторое число интервалов с одинаковой величиной  $\Delta t$  в них. Полагают, что на интервале величина правой части дифференциального уравнения  $\Delta P$  не изменяется, то есть нелинейную правую часть заменяют ступенчатой характеристикой с  $\Delta P_i = const$  и для каждого интервала проводят решение уравнений. В аварийной ситуации в первом интервале на вал электрической машины действует избыток мощности, пропорциональный тяжести этой ситуации:

$$\Delta P_{(0)} = P_0 - P_{m\text{ ав}} * \sin \delta_0.$$

Приращение угла в первом интервале

$$\Delta \delta_{(1)} = \frac{a_{(0)} * \Delta t^2}{2}, \text{ где } a_{(0)} = \frac{\omega_0 * \Delta P_{(0)}}{T_j}, \text{ или}$$

$$\Delta \delta_{(1)} = K \frac{\Delta P_{(0)}}{2}, \text{ где } K = \frac{\omega_0 * \Delta t^2}{T_j}$$

Угол к концу первого интервала равен  $\delta_{(1)} = \delta_{(0)} + \Delta \delta_{(1)}$ .

Избыток мощности, действующий на вал ротора в конце первого интервала

$$\Delta P_{(1)} = P_0 - P_{m\text{ ав}} * \sin \delta_{(1)}.$$

$$\text{Далее } a_{(1)} = \frac{\omega_0 * \Delta P_{(1)}}{T_j} \text{ и } \Delta \delta_2 = \frac{a_{(0)} * \Delta t^2}{2} + a_{(1)} * \Delta t^2 = \Delta \delta_{(1)} + K * \Delta P_{(1)}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\Delta \delta_{(n+1)} = \Delta \delta_{(n)} + K * \Delta P_{(n)}; \quad \delta_{(n+1)} = \delta_{(n)} + \Delta \delta_{(n+1)}$$

$$\Delta P_{(n+1)} = P_0 - P_{m\text{ ав}} * \sin \delta_{(n+1)}.$$

При переходе с одной характеристики  $P_i$  на другую (например, отключение короткого замыкания или ликвидация аварийной ситуации):

$$\Delta \delta_{(n+1)} = \Delta \delta_{(n)} + K \frac{\Delta P_{(n)} + \Delta P_{(n)'}}{2},$$

где  $\Delta P_{(n)}$  }  
 $\Delta P_{(n)'}$  } приращения  $\Delta P_i$ , определяемые по своим характеристикам.

## 11.7 Решение уравнений более высокого порядка

Задача Коши может формулироваться не только для дифференциальных уравнений первого порядка. На практике часто встречаются также уравнения второго или третьего порядка с начальными условиями. Для решения этих уравнений их следует преобразовать в систему двух или более уравнений первого порядка, считая производные новыми неизвестными функциями. Для примера рассмотрим следующее уравнение

$$au'' + bu' + cu + d = 0.$$

Выполним подстановку  $y = u'$  и получим следующую систему из двух дифференциальных уравнений первого порядка

$$u' - y = 0;$$

$$ay' + by + cu + d = 0.$$

Для решения этих уравнений применяются описанные выше методы. На каждом шаге интегрирования новые значения искомых функций вычисляются по промежуточным значениям и по системе уравнений точно так же, как если бы это были отдельные уравнения, и в конце каждого шага приближенные решения становятся известными, готовыми к следующему шагу.

Второй класс задач для обыкновенных дифференциальных уравнений составляют краевые задачи. В то время как в задаче Коши (начальной задаче) краевые условия задаются только на одном конце области определения решения, в краевой задаче часть условий задается на одном конце интервала, а часть — на другом. Таким образом, необходимо удовлетворение определенных требований сразу в двух точках интервала.

Двумя наиболее известными методами решения краевых задач являются метод стрельбы и метод конечных разностей.

### 11.8 Метод стрельбы

В методе стрельбы краевая задача решается с применением тех же методов, что и задача Коши. Для этого неизвестные граничные условия на одном краю (краю 1) заменяются их предполагаемыми значениями, что превращает краевую задачу в задачу Коши. После этого уравнение интегрируется от края 1 до другого конца интервала определения решения (края 2) с применением, например, модифицированного метода Эйлера. После завершения интегрирования граничные условия на краю 2, полученные из решения, сравниваются с заданными. Если они совпадают, задача решена; в противном случае необходимо изменить начальные предположения о неизвестных краевых условиях на краю 1, чтобы подогнать решение под условия на краю 2, и вновь выполнить интегрирование. Таким образом, выполняется своего рода "пристрелка" по граничным условиям на краю 2 путем подбора неизвестных граничных условий на краю 1.

Например, для решения дифференциального уравнения второго порядка необходимо иметь два граничных условия. Если бы ставилась задача Коши, это были бы значения функции и ее производной в одной точке, тогда как в типичной краевой задаче обычно задаются значения функции на двух концах некото-

рого интервала. Для интегрирования этого уравнения от одного конца интервала до другого с использованием методов решения задачи Коши понадобилось бы также значение производной на одном из концов интервала. При наличии этого значения уравнение можно проинтегрировать до другого конца и сравнить полученное решение с граничным условием на нем. При их совпадении задача решена, тогда как в противном случае необходимо вернуться к начальной точке и изменить предполагаемое значение производной. Этот процесс необходимо продолжать до тех пор, пока не будет найдено решение, удовлетворяющее обоим граничным условиям.

### 11.9 Метод конечных разностей

Другим методом решения краевых задач является замена производных, входящих в уравнение, центральными разностями. Путем центрирования разностей по узлам сетки можно получить систему уравнений с ленточной структурой. Замена первой и второй производной для центральных разностей производится по следующим выражениям

$$\begin{aligned}\frac{du}{dx} &= \frac{u(x+h) - u(x-h)}{2h}, \\ \frac{d^2u}{dx^2} &= \frac{u(x+h) - 2u(x) + u(x-h)}{h^2}.\end{aligned}\tag{4.4}$$

Такие уравнения можно записать для всех узлов сетки, кроме двух крайних, в которых значения функции задаются граничными условиями. Поиск решения осуществляется организацией итерационного процесса на листе электронной таблицы, существенно повысить эффективность метода можно удачным подбором коэффициентов ускорения сходимости.

## 4. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Самостоятельная работа включает изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы, а также методических указаний при подготовке к лабораторным работам и практическим занятиям. В процессе самостоятельной работы студенты проводят формирование схемных параметров схемы замещения сети, чертят схему в тетради, а также ведут активный поиск новой информации в Интернете по заданию лектора или руководителя практических занятий. В качестве контроля за самостоятельной работой вводится формирование студентами рефератов по темам, представленным в гл.1.

## 5. ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ, ИХ СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ В ЧАСАХ.

### 5.1. Методические рекомендации по проведению лабораторных занятий

На лабораторных занятиях закрепляются теоретические знания студентов, полученные на лекциях, а также формируются навыки самостоятельного анализа процессов, происходящих в энергосистеме. При подготовке к выполнению работ студенты изучают математическую модель, проводят предварительные расчеты схемных параметров. После этого схема заносится в программно-вычислительный комплекс для последующего расчета и анализа.

При проведении лабораторных работ студентам следует:

- ознакомиться с вариантом схемы замещения, провести расчет неизвестных схемных параметров;
- определиться с моделью представления нагрузочных и генераторных узлов;
- в тетради изобразить алгоритм решения задачи, включающий формирование необходимых уравнений и матриц;
- занести составленные уравнения и матрицы в ЭВМ, проверить правильность использования исходных данных;
- выполнить задание на лабораторную работу.

Отчет по лабораторной работе должен содержать схему замещения, расчет ее схемных параметров, модели нагрузочных и генераторных узлов, рассчитанные зависимые переменные, краткие ответы на контрольные вопросы.

## 5.2. Перечень тем лабораторных занятий

№	Наименование лабораторных работ	Число часов
1.	Работа на персональном компьютере в локальной сети. Определение параметров схемы замещения сложной электрической системы с использованием баз данных	2
2.	Сравнительный анализ эффективности различных методов расчета установившихся режимов сложных электрических систем.	2
3.	Разработка программы расчета установившегося режима сложной электрической системы с применением элементов структурного программирования.	3
4.	Исследование сходимости различных модификаций метода Ньютона при расчете на ЭВМ установившихся режимов сложных ЭЭС.	2
5.	Оценка апериодической статической устойчивости сложной электроэнергетической системы.	2
6.	Исследование статической колебательной устойчивости сложной регулируемой электроэнергетической системы с использованием ПЭВМ.	2
7.	Исследование динамических свойств сложной регулируемой электрической системы.	2
	Всего	15

## 6. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНЫХ ПРОДУКТОВ, РЕАЛЬНО ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ПРАКТИКЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ВЫПУСКНИКОВ И СООТВЕТСТВУЮЩЕЕ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

1. Программно-вычислительный комплекс MathCad.
2. Программно-вычислительный комплекс СДО-6 (Статика, динамика, оптимизация). Разработчики: Институт систем энергетики им. Л.А.Мелентьева, г. Иркутск.
3. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Методы решения задач электроэнергетики с использованием ЭВМ - Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2002;
4. Чемборисова Н.Ш., Пешков А.В. Алгоритмизация решения задач АСУ в электроэнергетике - Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2006.

## 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПРИМЕНЕНИЮ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ ПРЕПОДАВАНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.

1. Презентации, слайды;
2. Схемы, таблицы, рисунки под медиапроектор;
3. Лазерные пленки к проектоскопу.

## 8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПРОФЕССОРСКО-ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКОМУ СОСТАВУ ПО ОРГАНИЗАЦИИ МЕЖСЕССИОННОГО И ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ (МАТЕРИАЛЫ ПО КОНТРОЛЮ КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ)

В процессе изучения дисциплины предусмотрены следующие виды промежуточного контроля знаний студентов:

- пятиминутный опрос студентов на каждой лекции;
- студенты, не посещающие лекционные и практические занятия, представляют рефераты по пропущенным темам.

К промежуточным формам контроля знаний относятся:

- блиц-опрос на лекциях по пройденному материалу;
- контрольные работы;
- выполнение рефератов с последующей их защитой;
- выступление с докладом.

## 9. КОМПЛЕКТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ БИЛЕТОВ ДЛЯ КАЖДОГО ИЗ ПРЕДУСМОТРЕННЫХ ЭКЗАМЕНОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ.

1. Общая формулировка оптимизационных задач в энергетике. Постановка задачи линейного программирования.
2. Форма записи задачи линейного программирования и способы решения задачи.
3. Общий анализ задачи линейного программирования. Условия получения оптимума.
4. Симплексный метод решения задачи линейного программирования.
5. Каноническая форма записи задачи линейного программирования.
6. Симплексный алгоритм решения задачи линейного программирования.
7. Способ приведения задачи линейного программирования к канонической форме.
8. Математическая формулировка транспортной задачи. Область применения транспортной задачи в энергосистемах.
9. Виды транспортных задач. Формулировка ограничений в транспортных задачах.
10. Приведение транспортной задачи к каноническому виду.
11. Учет ограничений по пропускной способности в транспортной задаче.
12. Способ решения транспортной задачи с транзитом.
13. Нелинейные оптимизационные задачи и методы их решения.
14. Задачи на безусловный экстремум. Методы определения экстремума.
15. Задачи на условный экстремум.
16. Метод приведенного градиента. Стратегия выбора шага.
17. Применение метода наискорейшего спуска в задачах оптимизации режимов.
18. Применение метода Ньютона для оптимизации режима.
19. Задача динамического программирования. Способы решения. Роль инженера при решении задачи динамического программирования.
20. Математическая постановка задачи регрессионного анализа. Метод наименьших квадратов.
21. Получение точечных и интервальных оценок режимных параметров.
22. Сопоставительный анализ регрессионного и факторного анализа.
23. Способы оценки параметров наблюдаемой части энергосистемы.

24. Методы учета наблюдений разной точности. Выделение ошибочных наблюдений.
25. Методы оценки параметров ненаблюдаемой части энергосистемы.
26. Постановка задачи и способы оценивания состояния ЭЭС.
27. Проверка наблюдаемости энергосистемы.
28. Базис и вектор состояния установившегося режима.
29. Общая постановка задачи оценки статической устойчивости в ЭЭС.
30. Анализ статической устойчивости по необходимым и достаточным условиям.
31. Упрощенный анализ апериодической статической устойчивости.
32. Соотношение статической устойчивости и области существования режима.
33. Методы сохранения динамической устойчивости энергосистем.

На основе вопросов, представленных в данном пункте составляются экзаменационные билеты.

#### 10. КАРТА ОБЕСПЕЧЕННОСТИ ДИСЦИПЛИНЫ КАДРАМИ ПРОФЕССОРСКО-ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКОГО СОСТАВА.

Вид учебной нагрузки	ППС
Лекции	Пешков А.В., доц., канд. техн. наук
Экзамен	Пешков А.В.
Зачет	Пешков А.В.
Практические занятия	Пешков А.В., Тошкин А.Г., преподаватель каф. Энергетика
Лабораторные занятия	Пешков А.В., Тошкин А.Г.