

Министерство образования Российской Федерации
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Энергетический факультет

Н. Ш. Чемборисова

**ОСНОВЫ АНАЛИЗА
ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ЭЭС**

Учебное пособие

Благовещенск
2002

ББК 31.27-01 я 73
Ч 42

*Печатается по решению
редакционно-издательского совета
энергетического факультета
Амурского государственного
университета*

Чемборисова Н.Ш.

Основы анализа переходных режимов ЭЭС: Учебное пособие для студентов специальностей "100100", "100200", "100400", "210400" очной и заочной форм обучения. Благовещенск: Амурский государственный у-т, 2002.

В пособии раскрываются вопросы анализа переходных режимов электрических систем, методы решения дифференциальных уравнений, изложены способы оценки статической и динамической устойчивости и приведены их основные критерии. Для лучшего понимания материала даются небольшие примеры.

Рассчитано на студентов очной и заочной форм обучения перечисленных выше специальностей, но может быть полезно при дипломном и курсовом проектировании, а также инженерам-электрикам, интересующимся вопросами управления и методами анализа режимов ЭЭС.

Рецензент: А. Е. Серов, зав. кафедрой АППиЭ АмГУ,
проф. , канд. техн. наук.

© Амурский государственный университет, 2002

СОДЕРЖАНИЕ

1. АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ	5
1.1. Постановка задачи	5
1.2. Решение дифференциальных уравнений	7
1.3. Аналитическое решение дифференциальных уравнений в простейшей схеме	8
2. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ	9
2.1. Основные понятия и определения	9
2.2. Метод последовательных интервалов	10
2.3. Методы Рунге-Кутты	11
3. ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ В ЭЭС	14
3.1. Постановка задачи	14
3.2. Устойчивость состояния равновесия	18
3.3. Определение устойчивости по Ляпунову	18
3.4. Решение систем уравнений и определение устойчивости состояния равновесия	19
3.5. Частотные характеристики системы	23
3.6. Методы исследования статической устойчивости	26
4. КРИТЕРИИ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ В ЭЭС	28
4.1. Задача оценки статической устойчивости в ЭЭС	28
4.2. Требования, предъявляемые к показателям запаса по статической устойчивости	29
4.3. Взаимосвязь критериев статической устойчивости	30
4.4. Применение метода численного дифференцирования для оценки статической устойчивости ЭЭС	37
ЛИТЕРАТУРА	39

Введение

В этом пособии подробно освещены вопросы анализа переходных режимов электрических систем, аналитические и численные методы решения дифференциальных уравнений, изложены способы оценки статической и динамической устойчивости, критерии статической устойчивости в ЭЭС, а также описано практическое применение метода численного дифференцирования для оценки статической устойчивости ЭЭС. Учебное пособие предназначено для лучшего усвоения студентами некоторых положений предмета “Математические задачи энергетики”. Рассмотренные в нем вопросы анализа переходных режимов электрических систем облегчают понимание течения переходных процессов и способов управления ими, закладывают теоретическую базу для изучения на старших курсах предметов “Переходные процессы в ЭЭС” и “Управление переходными режимами в ЭЭС”.

Инженерам-электрикам любой специальности необходимо знать и уметь применять в практической деятельности численные методы решения дифференциальных уравнений. В пособии излагаются основы аналитического решения дифференциальных уравнений и численные методы, способствующие успешному изучению курса “Переходные процессы в ЭЭС” и способов управления энергосистемами. Частотные характеристики способны дать представление об устойчивой работе системы без решения дифференциальных уравнений, поэтому рассмотрены основные методы оценки устойчивости по частотным характеристикам. Излагаемые упрощенные методы оценки статической устойчивости, не требующие больших затрат машинного времени, позволяют существенно сузить диапазон режимов системы, для которых следует проводить уточненные расчеты. Тем самым существенно уменьшается объем исследований. Использование критериев статической устойчивости, широко распространенное в практической деятельности инженеров-электриков, сокращает количество необходимых для оценки статической устойчивости расчетов.

1. АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1.1. Постановка задачи

Рассмотрим простейшую схему сети:

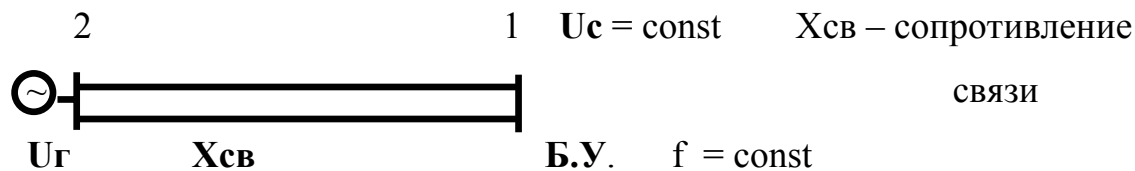


Рис.1. 1 – балансирующий по мощности узел, 2 – генераторный узел.

Пусть схема замещения сети содержит только индуктивные сопротивления, т.е. при П-образной схеме замещения пренебрегаем активным сопротивлением R и емкостной проводимостью на землю B_e . Предположим, что регулирование генератора позволяет поддерживать постоянным напряжение на его шинах $U_G = \text{const}$. Угол между вектором напряжения на шинах приемной системы и U_G называют δ . Электрическая активная мощность, выдаваемая с шин генератора, запишется в виде [1]:

$$P_{эл} = P_m \cdot \sin \delta,$$

$$P_m = \frac{U_G \cdot U_c}{X_c}$$

где P_m – максимальное значение электрической мощности, которое можно получить с шин генераторного узла.

На ротор генератора воздействует вращающий момент, создаваемый турбиной, находящейся на одном валу с генератором. Этот момент в определенной системе координат пропорционален мощности турбины P_0 , при этом $P_{эл}$ пропорциональна тормозящему моменту.

Пусть на одной из параллельных линий произошло короткое замыкание (к.з.), тогда вместо сопротивления связи $X_{св}$ в схеме появится $X_{ав}$ – сопротивление в аварийном режиме, обусловленное наличием дополнительного шунта короткого замыкания.

$$X_{ав} > X_{св}, \text{ тогда } P_{эл.ав.} < P_{эл. доав.}$$

Если в послеаварийном режиме произошло отключение одной из параллельных линий, то $X_{\text{послеав.}} = 2 \cdot X_{\text{доав.}}$, а $R_{\text{эл.доав.}} > R_{\text{эл.послеав.}}$.

При этом полагают, что в силу инерционности турбины ее мощность во времени меняется гораздо медленнее, чем $R_{\text{эл.}}$, и может быть принята постоянной на время расчета такого переходного процесса. График зависимости всех мощностей от угла δ выглядит следующим образом:

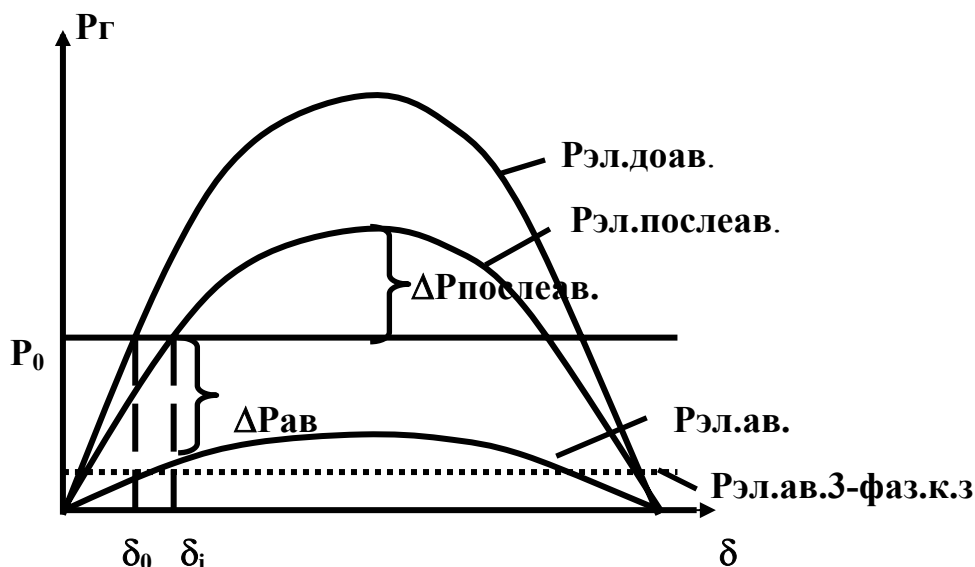


Рис.2.

Разница между вращающим и тормозным моментами, воздействующими на вал Т, при любом угле δ определяется как разница между $P_T = P_0$ и электрической мощностью $R_{\text{эл}}$ в том режиме, в котором пребывает электрическая машина в данный момент времени.

$$\Delta P = P_0 - R_{\text{эл.}}$$

Под влиянием такого избыточного ускоряющего или тормозящего воздействия генератор ускоряется или тормозится. Внезапное нарушение рабочего режима ЭЭС (наброс или сброс нагрузки, короткое замыкание, отключение нагруженной линии) приводит либо к установлению нового режима (система динамически устойчива), либо к выходу из синхронизма отдельных машин или целых генераторных станций (система динамически неустойчива).

Движение ротора синхронного генератора при протекании переходного

процесса в общем случае описывается в следующем виде:

$$T_j \frac{d^2\delta}{dt^2} = \omega_0 (P_0 - P_m \sin \delta) = \omega_0 (\Delta P),$$

где T_j – постоянная инерция ротора, численно равная времени разгона ротора генератора из состояния покоя до синхронной скорости при приложении единичного момента;

P_0 – мощность турбины;

$P_m \sin \delta = P_{эл}$ – электрическая мощность, вырабатываемая генератором;

$\omega_0 = 2\pi f$ – угловая скорость ротора генератора;

f – частота сети;

δ – угол разворота между векторами напряжения генератора и балансирующего узла;

$\frac{d^2\delta}{dt^2} = a$ – ускорение, с которым разгоняется или тормозится во время переходного процесса электрическая машина.

Решение дифференциального уравнения можно получить, дважды его проинтегрировав. Зависимость $\delta(t)$ позволяет оценить динамическую устойчивость системы. Если угол δ нарастает во времени до какой-то определенной величины, а затем начинает уменьшаться, то говорят, что система динамически устойчива. Если угол δ все время нарастает, превышает величину 180° , то говорят о нарушении устойчивости.

1.2. Решение дифференциальных уравнений

Дифференциальное уравнение первого порядка можно записать в виде /2/:

$$y' = f(y,t).$$

Это уравнение имеет семейство решений $y(t)$. Например, если $f(y,t) = y$, то для произвольной константы C функция $y(t) = C * e^t$ является решением. Выбор начального значения $y(0)$ служит для выделения одной из кривых семейства:

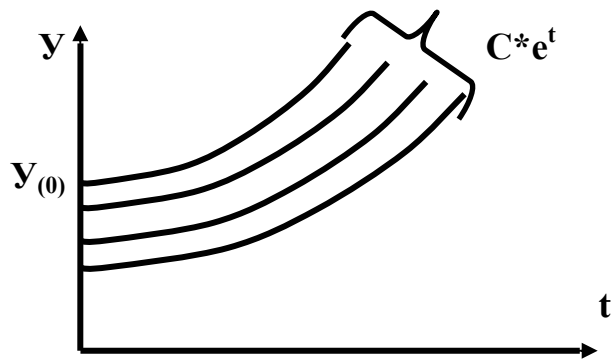


Рис.3.

Дифференциальное уравнение считается разрешенным относительно старшей производной, если оно приведено к виду:

$$y^{(n)} = F(t, y', y'' \dots y^{(n-1)}).$$

Задача определения решения этого уравнения при заданных начальных условиях $Y_0 = Y(t_0)$, $Y_0' = Y'(t_0) \dots Y_0^{(n-1)} = Y^{(n-1)}(t_0)$ называется задачей Коши для обыкновенного дифференциального уравнения. Уравнения n-го порядка можно свести к системе уравнений первого порядка посредством замены переменных $Y_1 = Y'$; $Y_2 = Y'' \dots Y_{n-1} = Y^{(n-1)}$:

$$Y' = Y_1 = f_1$$

$$Y'' = Y_2 = f_2$$

.....

$$Y^{(n-1)} = F(t, Y, Y_1, \dots, Y_{n-1}).$$

1.3. Аналитическое решение дифференциальных уравнений в простейшей схеме

Решение полученного уравнения не вызывает трудностей, если справа стоит постоянная величина, т.е. $\Delta P = \text{const}$ (3-фазное симметричное к.з. на землю) начальные условия, определяемые из режима системы до аварии $\delta = \delta_0, \Delta\omega = 0$.

$$T_j * \frac{d^2\delta}{dt^2} = \omega_0 * (\Delta P)$$

или

$$a = \frac{d\Delta\omega}{dt}; \quad \Delta\omega - \text{относительная скорость,}$$

$$d\Delta\omega = a*dt; \quad \int d\Delta\omega = \int a*dt; \quad \Delta\omega = a*t + C_1$$

при $t=0$, $\Delta\omega = 0$; $C_1 = 0$.

$$\text{Тогда } \Delta\omega = \frac{d\delta}{dt} = a*t; \quad d\delta = a*t*dt; \quad \int d\delta = \int a*t*dt; \quad \delta = \frac{a*t^2}{2} + C_2$$

при $t = 0$ $\delta = \delta_0$; следовательно, $C_2 = \delta_0$ и

$$\frac{a*t^2}{2} = \delta - \delta_0; \quad t = \sqrt{\frac{2*(\delta - \delta_0)}{a}}.$$

Если же справа стоит переменная величина ($\Delta P \neq \text{const}$, случаи всех остальных видов к.з.), то используется метод последовательных интервалов.

2. РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ

2.1. Основные понятия и определения

Обыкновенное дифференциальное уравнение имеет, как известно, бесконечное множество решений. Для отыскания фиксированного решения требуются дополнительные условия. При решении задачи Коши удобно представить себе единственное уравнение:

$$Y' = f(t, Y)$$

$$Y(t_0) = Y_0.$$

Однако численные методы применимы и к системам уравнений.

Сущность численных методов состоит в следующем. На отрезке решения выбирается некоторое множество точек, называемое сеткой $X_0, X_1, X_2, \dots, X_k$, в общем случае с переменной длиной шага $h_i = X_{i+1} - X_i$. В каждой точке X_{i+1} вычисляется приближенное значение Y_{i+1} решения задачи по предыдущим

значениям. Разностный метод, дающий формулу для вычисления Y_{n+1} по "k"-предыдущим значениям $Y_{i-k+1}, Y_{i-k+2}, \dots, Y_i$, называется K-шаговым методом. Если $K = 1$, то это одношаговый метод, при $K \geq 2$ – многошаговый.

Методы также делятся на явные и неявные. Метод называют явным, если для определения значения Y_{i+1} требуются только предшествующие значения. При использовании неявного метода для определения Y_{i+1} необходимо $(i+1)$ значений.

Для оценки точности решения вводятся следующие понятия:

Локальная ошибка дискретизации d_i (шаговая ошибка) – это ошибка на данном шаге при условии, что предыдущие значения точны.

$$d_i = Y_{i+1} - U(t_{n+1}),$$

где Y_{i+1} – вычисленное значение, а $U(t_{n+1})$ – теоретическое значение, определяемые одними и теми же данными в точке t_n .

Глобальная ошибка дискретизации e_i – разность между вычислительным и теоретически точным решением, определяемым начальным условием в точке t_0 .

$$e_i = Y_i - U(t_i).$$

Одним из понятий при оценке точности численного метода является его порядок. Говорят, что метод имеет порядок "P", если существует число "C" такое, что:

$$|d_i| \leq C * h_i^{p+1}.$$

Число C может зависеть от производных функции, определяющих дифференциальное уравнение, и от длины интервала, на котором ищется решение, но оно не должно зависеть от номера шага и величины шага h .

2.2. Метод последовательных интервалов

Суть этого метода состоит в том, что ось времени разбивается на некоторое число интервалов с одинаковой величиной Δt в них. Полагают, что на интервале величина ΔP не изменяется, т.е. нелинейную правую часть заменяют сту-

пенчатой характеристикой с $\Delta P_i = \text{const}$ и для каждого интервала проводят решение уравнений. В первом интервале действует избыток мощности:

$$\Delta P_{(0)} = P_0 - P_{m \text{ ав}} * \sin \delta_0.$$

Приращение угла в первом интервале:

$$\Delta \delta_{(1)} = \frac{a_{(0)} * \Delta t^2}{2}, \text{ где } a_{(0)} = \frac{\omega_0 * \Delta P_{(0)}}{T_j}, \text{ или:}$$

$$\Delta \delta_{(1)} = K \frac{\Delta P_{(0)}}{2}, \text{ где } K = \frac{\omega_0 * \Delta t^2}{T_j}$$

Угол к концу первого интервала равен: $\delta_{(1)} = \delta_{(0)} + \Delta \delta_{(1)}$.

Избыток мощности, действующий на вал ротора в конце первого интервала:

$$\Delta P_{(1)} = P_0 - P_{m \text{ ав}} * \sin \delta_1.$$

Далее $a_{(1)} = \frac{\omega_0 * \Delta P_{(1)}}{T_j}$ и $\Delta \delta_2 = \frac{a_{(0)} * \Delta t^2}{2} + a_{(1)} * \Delta t^2 = \Delta \delta_{(1)} + K * \Delta P_{(1)}$

.....

$$\Delta \delta_{(n+1)} = \Delta \delta_{(n)} + K * \Delta P_{(n)}; \quad \delta_{(n+1)} = \delta_{(n)} + \Delta \delta_{(n+1)}$$

$$\Delta P_{(n+1)} = P_0 - P_m * \sin \delta_{(n+1)}.$$

.....

При переходе с одной характеристики $P_{эл}$ на другую:

$$\Delta \delta_{(n+1)} = \Delta \delta_{(n)} + K \frac{\Delta P_{(n)} + \Delta P_{(n)'}}{2},$$

где $\Delta P_{(n)}$ }
 $\Delta P_{(n)'}$ } приращения ΔP_i , определяемые каждая по своей характеристике.

2.3. Методы Рунге-Кутта

Методы Рунге-Кутта являются одношаговыми. Они численно устойчивы для широкого класса задач и легко программируемы. Для вычисления Y_{i+1} ис-

пользуют лишь одно значение Y_i , поэтому методы называют самоначинающими (самостартующими).

Различают методы Рунге-Кутты первого, второго, третьего и четвертого порядков. Наиболее часто употребимы методы первого и четвертого порядков. Метод первого порядка называют методом Эйлера. Вычисления по этому методу проводятся следующим образом (пусть решается задача Коши):

$$y' = f(x, y) \text{ на интервале } [a, b], \text{ т.е. } X \in [a, b] \text{ и } Y(a) = Y_a.$$

Разобьем отрезок $[a, b]$ на n равных частей, $a = X_0 < X_1 < \dots < X_n = b$ с шагом разбиения $h = (b-a)/n$. Очевидно, $X_m = X_0 + m \cdot h$, $m = 0, 1, \dots, n$. Пусть $Y = Y(X)$ – точное решение задачи, тогда, интегрируя от X_m до X_{m+1} , получим:

$$Y(X_{m+1}) = Y(X_m) + \int_{X_m}^{X_{m+1}} f(X, Y(X)) dX \quad m = 0, 1, \dots, (n-1).$$

Для получения приближений Эйлера воспользуемся формулой прямоугольников

$$\int_{X_m}^{X_{m+1}} f(X, Y(X)) dX \approx f(X_m, Y(X_m)) \cdot h.$$

Тогда:

$$Y(X_{m+1}) \cong Y(X_m) + h \cdot f(X_m, Y(X_m)), \quad m = 0, 1, \dots, (n-1).$$

Эти соотношения приводят к расчетным формулам метода Эйлера:

$$Y_0 = Y_a$$

$$Y_{m+1} = Y_m + h \cdot f(X_m, Y_m).$$

Здесь Y_m означает приближенное значение решения $Y(X)$ в точке $X = X_m$.

Таким образом, по начальному значению Y_0 последовательно находят Y_1 , по нему – Y_2 и т.д. и Y_n .

Геометрически метод Эйлера состоит в том, что на каждом отрезке $[X_m, X_{m+1}]$ искомая кривая заменяется отрезком касательной к графику решения уравнений, проходящего через точку (X_m, Y_m) . В результате получается ломаная $Y_h(X)$, называемая "ломаной Эйлера" (рис.4).

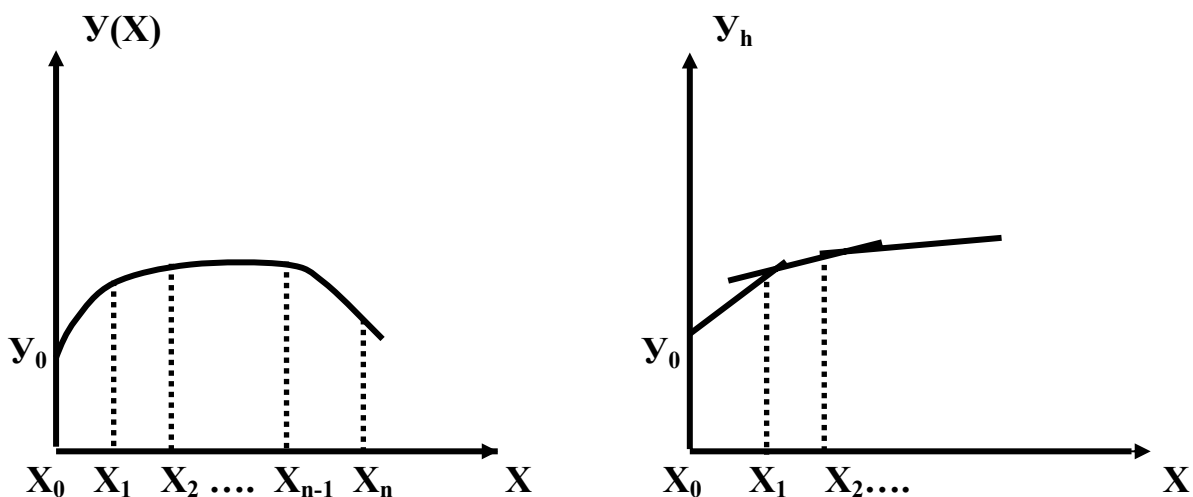


Рис.4.

Для нашей задачи вычисления явным методом Эйлера проводятся в виде:

$$Y_{i+1} = Y_i + h * f(t_i, Y_i).$$

Вычислительная формула для неявного метода Эйлера записывается в виде:

$$Y_{i+1} = Y_i + h * f(t_{i+1}, Y_{i+1}).$$

В общем случае применение этого подхода для неявного метода приводит к итерационному способу определения Y_{i+1} на каждом шаге.

Метод Эйлера наиболее прост, но и наименее точен. Его ошибка, нарастающая по мере вычислений:

$$d_n = A(h^2),$$

где A – квадратичная матрица коэффициентов.

Основным достоинством метода Эйлера является его исключительная простота, а главным недостатком – большая погрешность на шаге, что требует мелкого шага, т. е. большого числа шагов.

Это одношаговый метод, так как для вычисления Y_{m+1} используется только значение решения в предыдущей точке, т.е. Y_m . Поскольку более сложные методы более точны, метод Эйлера сохраняет свое практическое значение только для уравнений с достаточно гладкой правой частью.

Все методы второго и более высоких порядков, являясь одношаговыми, существенно более точны, чем метод Эйлера для достаточно гладких реше-

ний задачи Коши. Наиболее употребим метод 4-го порядка. Расчетные формулы запишутся в виде:

$$Y_{m+1} = Y_m + \frac{h}{6} * (K_1 + 2*K_2 + 2*K_3 + K_4),$$

где $K_1 = f(X_m, Y_m)$;

$$K_2 = f\left(X_m + \frac{h}{2}; Y_m + \frac{h}{2} * K_1\right) ;$$

$$K_3 = f\left(X_m + \frac{h}{2}; Y_m + \frac{h}{2} * K_2\right) ;$$

$$K_4 = f(X_m + h ; Y_m + h * K_3) .$$

Метод имеет локальную погрешность порядка h^5 , а на полном отрезке – h^4 . Алгоритм регулировки шага следующий: пусть $Y_n(X_m)$ и $Y_{2h}(X_m)$ (m – четное) – значения приближенных решений, вычисленные в соответствии с шагами h и $2h$. Можно установить, что

$$| Y(X_m) - Y_h(X_m) | \approx \frac{1}{15} * | Y_h(X_m) - Y_{2h}(X_m) | ,$$

где $Y(X_m)$ – точное решение в точке X_m . Тогда, если правая часть приведенного выражения не превосходит заданной погрешности, шаг выбран правильно. Если правая часть существенно меньше заданной погрешности, то шаг можно удвоить. Если правая часть больше, шаг делится пополам.

3. ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ В ЭЭС

3.1. Постановка задачи

При разработке устройств и систем, работающих в ЭЭС, при анализе режимов ЭЭС принимают во внимание, что параметры систем и внешние условия, в которых они работают, не бывают постоянными во времени. Их изменение

приводит к возникновению переходных процессов в самих устройствах и системах. Поэтому при оценке работоспособности системы и установлении качества ее работы приходится учитывать характер этих процессов, разрабатывать мероприятия и устройства, позволяющие обеспечивать необходимое течение переходного процесса.

Многие технические устройства, в частности автоматически регулируемые системы, относят к числу описываемых системой обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами при анализе переходных процессов. Здесь в качестве основного ставится условие – найти протекание переходных процессов в виде соотношений $Y = \varphi(X)$, $Y' = \psi(t)$ при задании начальных условий /3/.

При решении проблем управления современными электроэнергетическими системами возникает необходимость отыскать способы и средства воздействия на ЭЭС для придания переходному процессу желательного по тем или иным соображениям характера. Отыскание и реализация таких воздействий составляют задачу управления переходными режимами ЭЭС.

Уравнение с постоянными коэффициентами записывается в виде:

$$\sum_{j=1}^A a_{ij} * \frac{d^2 \varepsilon_j}{dt^2} + \sum_{j=1}^A B_{ij} * \frac{d\varepsilon_j}{dt} + \sum_{j=1}^A C_{ij} * \varepsilon_j = F_1(t)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{nj} * \frac{d^2 \varepsilon_j}{dt^2} + \sum_{j=1}^n B_{nj} * \frac{d\varepsilon_j}{dt} + \sum_{j=1}^n C_{nj} * \varepsilon_j = F_n(t) ,$$

где a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} , ($i, j, \dots = 1 \dots n$) – постоянные коэффициенты, зависящие от параметров системы;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n$ – переменные, характеризующие состояние системы в каждый момент времени;

$F_1(t), F_2(t) \dots F_n(t)$ – внешние силы, переменные во времени, отражающие изменения внешних условий работы системы.

Как правило, дифференциальные уравнения, описывающие переходные процессы, нелинейны. Однако нелинейные дифференциальные уравнения не имеют универсальных методов решения, их изучение трудоемко. Поэтому их стараются свести к линейной системе с постоянными коэффициентами. Это возможно при принятии следующих предположений:

1. Возмущающие силы не меняются сильно во времени, т.е.

$$F_i(t) = F_{i0} + f_i(t),$$

где при $F_i(t) = F_{i0}$ система имеет решение вида:

$$\varepsilon_i(t) \equiv \varepsilon_{i0}; \quad \frac{d\varepsilon_{i0}}{dt} \equiv 0 \quad (i = 1 \dots n),$$

т. е.

$$\sum_{j=1}^n C_{ij} * \varepsilon_{j0} = F_{i0} \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Это решение соответствует состоянию равновесия (может физически соответствовать состоянию установившегося движения). Относительно функций $f_j(t)$ полагают, что они малы по величине (статически устойчивый процесс).

2. Рассматривают лишь изменения $\varepsilon_i(t)$, $\varepsilon_i'(t)$, $\varepsilon_i''(t)$ ($i=1 \dots n$), при которых величины $|\varepsilon_i(t) - \varepsilon_{i0}|$, $|\varepsilon_i'(t)|$, $|\varepsilon_i''(t)|$ малы.

При необходимости для соблюдения этого условия приходится сокращать промежутки времени, на котором система рассматривается как линейная. Такая ситуация возникает, когда решения линейной системы таковы, что

$$|\varepsilon_i(t) - \varepsilon_{i0}|, |\varepsilon_i'(t)|, |\varepsilon_i''(t)|$$

возрастают во времени неограниченно. Вводя эти условия, линеаризуем функции, входящие в дифференциальные уравнения в точке, соответствующей

$$F_i(t) \equiv F_{i0}, \varepsilon_i \equiv \varepsilon_0, \varepsilon_i' \equiv 0, \varepsilon_i'' \equiv 0 \quad (i=1 \dots n),$$

и тем самым линеаризуем уравнения с постоянными коэффициентами. Коэффициенты a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} оказываются зависимыми от точки равновесия ε_{i0} , F_{i0} . Изучение влияния внешних условий на поведение системы сводится к изуче-

нию поведения решений системы при различных $F_i(t)$ ($i=1..n$), где коэффициенты a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} ($i, j=1..n$) также зависят от внешних сил F_{i0} .

Введем $X_i(t) = \varepsilon_i(t) - \varepsilon_{i0}$,

тогда
$$\frac{d\varepsilon_i}{dt} = \frac{dX_i}{dt}; \quad \frac{d^2\varepsilon_i}{dt^2} = \frac{d^2X_i}{dt^2},$$

а система уравнений преобразуется к виду

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij} \frac{d^2X_j}{dt^2} + b_{ij} \frac{dX_j}{dt} + c_{ij} X_j) = f_i(t) \quad (i=1..n),$$

ее состоянию равновесия соответствует $X_i=0$ при $f_i(t) \equiv 0$,

где $X_i(t)$ – отклонение от состояния равновесия;

$f_i(t)$ – возмущающие силы.

Для этой системы предположения (1) и (2) будут приняты в виде:

$$|f_i(t)|, |X_i(t)|, |X_i'(t)|, |X_i''(t)|, \quad i = 1 \dots n \text{ малы.}$$

Выявление свойств переходных процессов на основе изучения новой системы сводится к следующему. Каждому набору функций $f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)$ и набору начальных условий

$$X_1(0) = X_{10}, \quad X_2(0) = X_{20}, \quad X_n(0) = X_{n0},$$

$$X_1'(0) = X'_{10} \dots \dots \dots X'_n(0) = X'_{n0}$$

будет соответствовать решение системы $X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)$, представляющее переходный процесс во времени. Возможны два подхода к решению поставленной задачи:

1) получение $X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)$ при заданных начальных условиях и $f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)$ в виде аналитических формул или в виде набора значений этих функций через равноотстоящие промежутки времени;

2) получения суждения о свойствах процесса без отыскания решения.

Второй подход менее трудоемок и обычно рассматривается как наиболее соответствующий задаче выяснения работоспособности технических систем.

3.2. Устойчивость состояния равновесия

При математической оценке устойчивости имеют в виду: на промежутке $t \in (-\infty, t_0)$ (в качестве t_0 берут чаще всего $t=0$) возмущающие силы $f_i(t)$ вызывают отклонение от состояния равновесия:

$$X_i(t_0) \neq 0, \quad \dot{X}_i(t_0) \neq 0, \quad (i = 1..n).$$

В момент $t = t_0$ действия возмущающих сил прекращается [$f_i(t) \equiv 0 \quad t > t_0$] и далее имеет место переходный процесс, обусловленный начальными возмущениями. Он соответствует решению системы уравнений с начальными условиями и приобретенными в силу действия возмущающих сил при $t < t_0$:

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij} \frac{d^2 X_j}{dt^2} + b_{ij} \frac{dX_j}{dt} + c_{ij} X_j) = 0 \quad (i=1..n).$$

3.3. Определение устойчивости по Ляпунову

Положение равновесия системы называется устойчивым, если для любого $\varepsilon > 0$ можно найти $\delta > 0$, когда все решения с начальными условиями $|X_{i0}| < |\delta_{i0}|$, $\delta_i = 1..n$ для $t > t_0$ будут удовлетворять $|X_i(t)| < \varepsilon \quad (i=1..n)$.

Положение равновесия называется асимптотически устойчивым, если оно устойчиво, а кроме того, удовлетворяют условию:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} X_i(t) = 0 \quad (i = 1 .. n),$$

т.е. возмущенное движение асимптотически приближается к положению равновесия. Свойство, обратное устойчивости, называется неустойчивостью. Устойчивость состояние равновесия – необходимое условие нормального функционирования системы. Если оно не соблюдается, то любые малые отклонения будут вызывать нарастающие со временем отклонения, т.е. нарушение работы.

Устойчивость или неустойчивость состояние равновесия – чисто качественная характеристика решений системы уравнений, близких к решению $X_i = 0$

($i = 1 \dots n$). Количественная оценка возможна, если на множестве рассматриваемых решений системы уравнений определяют функции (или функционалы), способные служить критериями качества переходного процесса. Таким образом, с каждым решением сопоставляют некоторое по определенному правилу вычисленное число, на их множестве строится функция, а на множестве функций – функционал, являющийся критерием качества.

Сравнивая значения критериев качества переходного процесса для различных систем, определяют такую систему, которая обладает заданными качествами переходных процессов.

3.4. Решение систем уравнений и определение устойчивости состояния равновесия

Пусть $X_j(t)$ в соответствии с преобразованием Лапласа и Фурье имеет изображение $X_j(P)$:

$$L[X_j(t)] = X_j(P) \quad P - \text{оператор .}$$

Тогда $\frac{dX_j}{dt}$ имеет изображение:

$$L \left[\frac{dX_j}{dt} \right] = PX_j(P) - X_j(0),$$

$$\frac{d^2X_j}{dt^2} = P^2X_j(P) - PX_j(0) - X'_j(0),$$

где $X_j(0)$, $X'_j(0)$ – начальные значения переменной X и ее производной.

Учитывая это, получаем:

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij}P^2 + b_{ij}P + c_{ij}) * X_j(P) = f_j(P) + \sum_{j=1}^n [a_{ij}P + b_{ij}]X_{j0} + a_{ij}X'_{j0} \quad (i = 1 \dots n).$$

Обозначим:

$$f_i(P) + \sum_{j=1}^n [(a_{ij}P + b_{ij})X_{j0} + a_{ij}X'_{j0}] = \psi_i(P).$$

Тогда система переписывается как:

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij}P^2 + b_{ij}P + c_{ij}) X_j(P) = \psi_i(P) \quad (i = 1 \dots n).$$

$$\text{Отсюда: } X_j(P) = \sum_{i=1}^n \frac{D_{ji}(P) * \psi_j(P)}{D(P)} \quad (i = 1 \dots n),$$

где $D(P)$ – главный определитель системы уравнений;

$D_{ji}(P)$ – алгебраические дополнения элемента, стоящие на j -й строке в i -м столбце главного определителя.

Рассмотрим два случая.

1. Начальные условия нулевые, а $f_j(t) \neq 0$. Тогда

$$X_j(P) = \sum_{i=1}^n \frac{D_{ji}(P) * f_j(P)}{D(P)} \quad (i = 1 \dots n).$$

Множители $\frac{D_{ji}(P)}{D(P)}$ называются операторными коэффициентами передачи,

или передаточными функциями системы от воздействия f_j к переменной X_i .

Если рассматривать систему как некоторое звено с входными и выходными параметрами, то

$\frac{D_{ij}(P)}{D(P)}$ – передаточная функция от j -го входа к i -му выходу.

Тогда изображение для выходной величины X равно сумме произведений изображений всех входных величин на передаточные функции от соответствующего входа к i -му выходу.

2. Пусть теперь начальные условия не нулевые, а все $f_j(t) \equiv 0$. Тогда:

$$\psi_i(P) = \sum_{j=1}^n [a_{ij}P + b_{ij}] X_{j0} + a_{ij}X'_{j0}.$$

При этом $X_i(P)$ имеет полюса, совпадающие с корнями главного определителя $D(P)$, т.е. с корнями (P_1, P_2, \dots, P_m)

$$D(P) = 0.$$

Полюса $X_i(P)$ – значения P_i , при которых $X_i(P)$ обращается в бесконечность.

Это уравнение называется характеристическим (m – степень характеристического уравнения).

Оригинал можно получить в виде:

$$X(t) = \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{D_{ji}(P_k) * \psi_i(P_k) * e^{P_k t}}{D'(P_k)} .$$

Аналогично можно получить и оригинал для $X_i(P)$ при учете $f_i(t)$. Из решения $X_i(t)$ видно, что поведение решения во времени определяется корнями характеристического уравнения.

Нахождение корней характеристического уравнения при анализе переходного процесса во времени для сложных систем трудоемко. Поэтому в ряде случаев ограничиваются изучением устойчивости или оценкой переходных процессов во времени с помощью методов, не требующих вычисления корней характеристического уравнения.

При этом:

1) состояние равновесия асимптотически устойчиво, если все корни характеристического уравнения имеют отрицательные вещественные части. Это верно и в том случае, если все корни кратные;

2) если хотя бы один корень характеристического уравнения имеет положительную действительную часть, то положение равновесия неустойчиво;

3) если характеристическое уравнение имеет корни с нулевой действительной частью (чисто мнимые или один корень нулевой), то положение равновесия устойчиво, но асимптотической устойчивости нет;

4) если характеристическое уравнение имеет два нулевых корня, то положение равновесия неустойчиво.

Пусть для некоторого характеристического уравнения:

1) $P_{1,2} = -\beta \pm j\omega$
 $X(t) = A * e^{-\beta t} \sin(\omega t + \theta),$

где $A = \sqrt{X_{i0}^2 + \left(\frac{\beta_{i0} + X_{i0} \zeta}{\omega}\right)^2}$

$\theta = \arctg \frac{X_{i0} * \omega}{\beta_{i0} * X_{i0} + X_{i0} \zeta};$

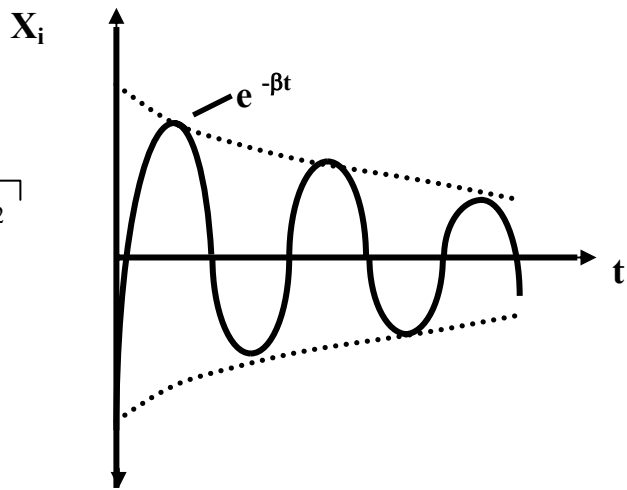


Рис.5.

2) $P_{1,2} = \beta \pm j\omega$
 $X = A * e^{\beta t} \sin(\omega t + \theta);$

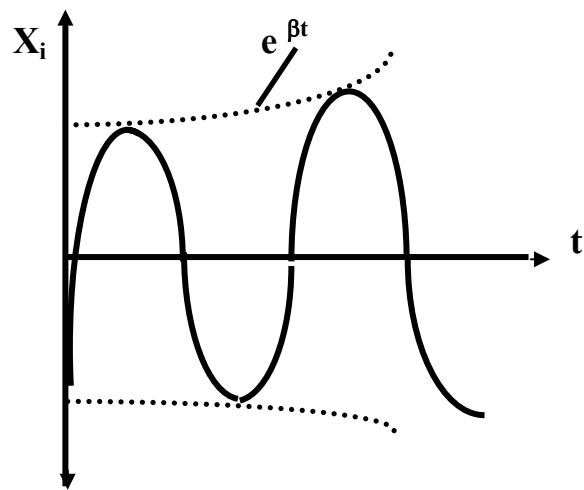


Рис.6.

3) $P_{1,2} = \pm j\omega,$
 $X = A * \sin(\omega t + \theta).$

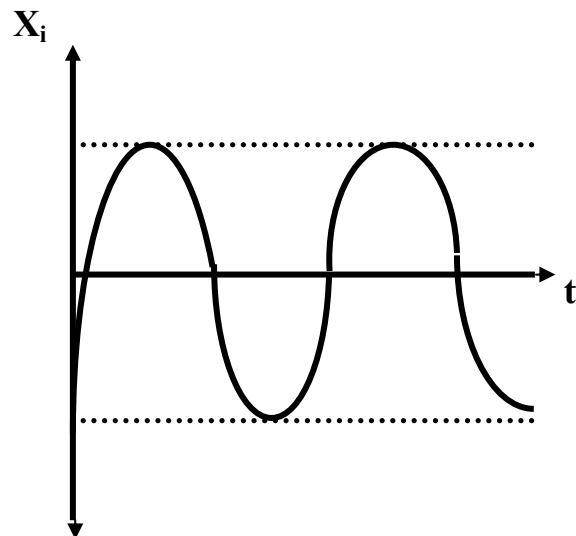


Рис.7.

В случае кратных корней в аналитическое выражение $X_i(t)$ будут входить, кроме экспонент, некоторые полиномы от t .

В общем случае: положение равновесия анализируемой системы уравнений асимптотически устойчиво тогда и только тогда, когда все корни ее характеристического уравнения имеют отрицательные вещественные части; положение равновесия будет неустойчивым, если хотя бы один корень характеристического уравнения имеет положительную часть.

Для устойчивости по методу Ляпунова: если состояние равновесия линеаризованной системы асимптотически устойчиво, то состояние равновесия нелинейной системы также асимптотически устойчиво; если состояние равновесия линеаризованной системы неустойчиво, то неустойчиво и состояние равновесия нелинейной системы.

3.5. Частотные характеристики системы

Если степень характеристического уравнения достаточно велика, то для оценки устойчивости существуют методы, не требующие вычисления корней характеристического уравнения. Группа таких методов основана на изучении характеристик установившегося движения рассматриваемой системы при гармонических возмущающих воздействиях. Эта группа называется частотными методами. В их математической основе лежит теория функций комплексного переменного – рядов и интеграла Фурье.

Если на вход устойчивой линейной системы длительно действует гармонически изменяющая сила:

$$f(t) = a_f * \sin \omega t = a_f * \text{Im} (e^{j\omega t}),$$

то после достаточно большого промежутка времени (после затухания переходных процессов) на выходе установятся гармонические колебания с такой же частотой. Однако их амплитуда и начальные фазы будут зависеть от динамических свойств системы. Запишем уравнение, связывающие входные и выходные величины:

$$a_0 \frac{d^n x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_n x = B_0 \frac{d^m f(t)}{dt^m} + \dots + B_m f(t).$$

Задавшись функциями $f(t) = a_f \sin \omega t$, $X(t) = A e^{j(\omega t + \varphi)} = A \sin(\omega t + \varphi)$, где A и φ пока не определены, и подставив $X(t)$ в уравнение, найдем:

$$e^{j\omega t} [a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_n] A e^{j\varphi} = e^{j\omega t} [b_0 (j\omega)^m + \dots + b_m] a_f,$$

откуда для A и φ после преобразований получим:

$$A e^{j\varphi} = \frac{b_0 (j\omega)^m + \dots + b_m}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_n} a_f.$$

Так как

$$\frac{b_0 p^m + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} = W(P)_i$$

– передаточная функция рассматриваемой системы, то окончательно

$$A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} = W(j\omega) a_f.$$

Значение передаточной функции $W(P)$ при $P = j\omega$ называется комплексным коэффициентом усиления системы при частоте ω , или просто комплексным коэффициентом усиления.

Геометрически $W(j\omega)$ представляет собой вектор на комплексной плоскости:

$$W(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega).$$

Модуль вектора показывает, во сколько раз амплитуда установившихся колебаний выходной величины больше амплитуды входной; аргумент $\varphi(\omega)$ показывает сдвиг фаз между входом и выходом, т.е. между гармониками, соответствующими выходу и входу.

Зависимости $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$, $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ называются частотными характеристиками системы. Изучение их при изменении ω от 0 до $+\infty$ позволяет оценить устойчивость и качество переходных процессов. Вектор-годограф $W(j\omega)$, постоянный на комплексной плоскости, называется амплитудно-фазовой характеристикой системы. Зависимость $A(\omega)$ именуется амплитудой, или амплитудно-частотной характеристикой системы, зависимость $\varphi(\omega)$ – фазовой, или фазочастотной характеристикой системы: $P(\omega)$, $Q(\omega)$ – вещественной и мнимой частотными характеристиками системы. Зная величину $W(j\omega)$, можно установить реакцию линейной системы не только на синусоидальное входное колебание, но и на любую внешнюю силу, представленную в виде интеграла Фурье, т.е. в виде бесконечной суммы синусоидальных колебаний всех частот. Зная, как происходит каждое из колебаний сквозь систему, и складывая все прошедшие систему колебания на выходе, можно получить значения выходной величины $X(t)$.

Частотные характеристики можно получить из комплексного коэффициента усиления, подставляя в него все значения частоты ω от 0 до $+\infty$. Однако обычно стараются провести качественный анализ основных особенностей частотных характеристик, не прибегая к их подробному вычислению.

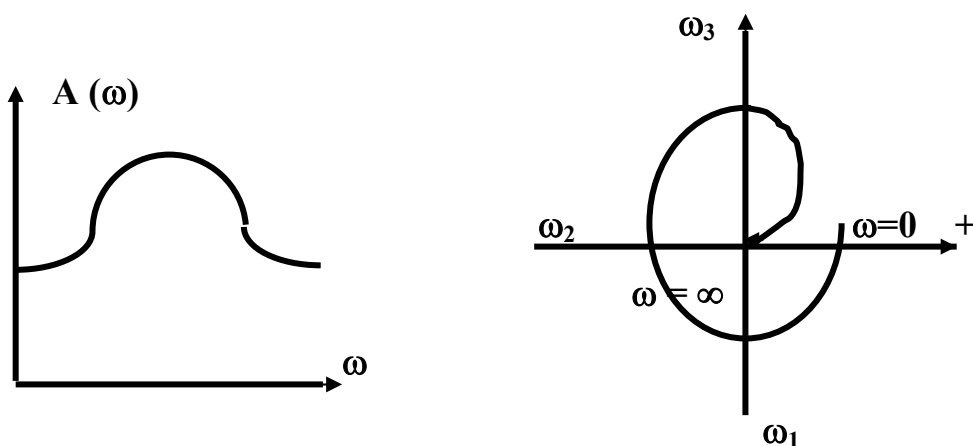


Рис. 8.

Примеры построения частотных характеристик показаны на рис. 9.

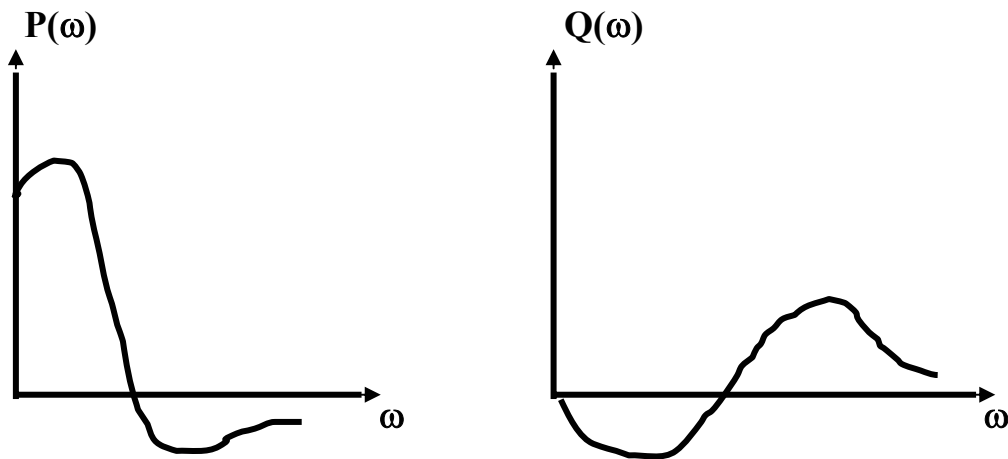


Рис. 9.

3.6. Методы исследования статической устойчивости

Задача исследования устойчивости электрических систем требует методов, позволяющих по доступным, легко получаемым признакам установить, устойчива ли система. В основе таких методов лежат критерии устойчивости.

Критерием устойчивости называется необходимое и достаточное условие или группа условий, при выполнении которых система устойчива.

Основной критерий асимптотической устойчивости состояние равновесия системы:

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij} \frac{d^2 X_j}{dt^2} + b_{ij} \frac{dX_j}{dt} + c_{ij} X_j) = 0 \quad (i=1..n).$$

Состояние равновесия системы

$$X_i = 0 \quad (i = 1..m)$$

асимптотически устойчиво тогда и только тогда, когда все корни характеристического уравнения

$$D(P) = a_0 P^n + a_1 P^{n-1} + a_2 P^{n-2} + \dots + a_n = 0$$

имеют отрицательные действительные части. Рассматривая корни характеристического уравнения как точки комплексной плоскости

$$P_1 = a_1 + j\omega_1; \quad P_2 = a_2 + j\omega_2, \dots, P_n = a_n + j\omega_n,$$

можно записать: чтобы состояние равновесия было асимптотически устойчиво, необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения P_1, P_2, \dots, P_n лежали в левой полуплоскости. Характеристическое уравнение электрической системы обычно содержит несколько действительных и несколько комплексно-сопряженных корней.

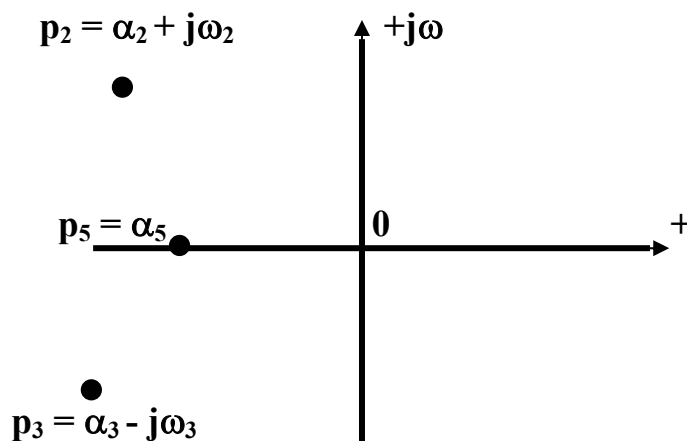


Рис.10.

Если нет одинаковых корней у характеристического уравнения, общее решение системы имеет вид:

$$X_k(t) = C_{1k} * e^{P_1 t} + C_{2k} * e^{P_2 t} + \dots + C_{nk} * e^{P_n t} \quad (k = 1 \dots n),$$

где C_{ik} – постоянные, зависящие от начальных условий.

При этом действительному корню $P_i = \alpha_i$ ($\omega_i = 0$) соответствует в решении член $C_{ik} * e^{\alpha_i t}$. Здесь C_{ik} – действительное число.

Паре комплексно-сопряженных корней $P_m = a_m + j\omega_m$ $P_{m+1} = a_{m+1} - j\omega_{m+1}$ соответствуют два члена с решениями:

$$C_{mk} e^{(\alpha + j\omega)t} + C_{(m+1)k} e^{(\alpha - j\omega)t},$$

где C_{mk} , $C_{(m+1)k}$ всегда (при любых начальных условиях) комплексно-сопряженные:

$$C_{mk} = A_{mk} - jB_{mk} \quad C_{(m+1)k} = A_{mk} + jB_{mk}.$$

4. КРИТЕРИИ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ В ЭЭС

4.1. Задача оценки статической устойчивости в ЭЭС

Причины нарушения статической устойчивости в реальных ЭЭС разнообразны: увеличение или перераспределение генерирующих мощностей (нагрузок), снижение напряжения, изменение схемы замещения и т.п. В связи с этим задачу исследования статической устойчивости и средств ее обеспечения необходимо разделить на несколько подзадач:

- 1) анализ апериодической статической устойчивости;
- 2) исследование статической устойчивости с учетом самораскачивания;
- 3) синтез структуры стабилизации всей ЭЭС и отдельных ее объектов.

Очередность и целесообразность решения этих подзадач определяются целями проводимых исследований. При оперативном управлении режимами, например, можно ограничиться только анализом апериодической статической устойчивости /4/.

Опыт показывает, что необходимость в расчетах статической устойчивости системы с учетом самораскачивания возникает только при учете динамики автоматического регулирования в явном виде. Запасы устойчивости при этом связаны с утяжелением режимов, так как границы области устойчивых режимов деформируются в зависимости от вида утяжеления. Считая, что самораскачивание в системе маловероятно, расчет запасов устойчивости можно проводить только для апериодического нарушения устойчивости.

4.2. Требования, предъявляемые к показателям запаса по статической устойчивости

Необходимо, чтобы показатель запаса статической устойчивости в энергосистемах отвечал ряду требований. Во-первых, он должен быть универсальным, т. е. применимым в электрических системах любой структуры, сложности, конфигурации – так, чтобы расчеты статической устойчивости можно было проводить по единой методике независимо от рассматриваемой схемы или состава работающего оборудования. При этом желательно его соответствие сложившейся в этом вопросе практике анализа устойчивости. Кроме того, показатель запаса должен рассчитываться на базе информации об электрическом режиме ЭЭС и быть его характеристикой, которую можно получить с помощью замеров или несложных вычислений.

Существует связь между показателями запаса и критериями устойчивости (КУ). Чаще всего положение системы на границе устойчивости определяется равенством $KУ=0$; если $KУ>0$, то система имеет некоторый запас устойчивости, а КУ – какую-то определенную величину. Поэтому в качестве показателя оценки запаса статической устойчивости можно использовать характеристики существующих в настоящее время критериев устойчивости, или практических критериев – например, показателем запаса устойчивости может служить синхронизирующая мощность генераторов системы $S = |dP/d\delta|$. Величину свободного члена характеристического уравнения a_n также можно использовать для оценки удаленности режима от граничной точки. Оценка апериодической статической устойчивости и величины ее запаса в ЭЭС может проводиться и по якобиану уравнений, применяемых для расчета установившегося режима, после незначительной модификаций программ, использующих метод Ньютона.

Для строгого анализа статической устойчивости по необходимым и достаточным условиям следует составить систему линеаризованных дифференциальных уравнений малых колебаний для всех элементов системы с учетом регулирующих устройств. Затем для этой системы составляется характеристиче-

ское уравнение, проверяются знаки действительных его корней и действительной части комплексных корней. Система считается статически устойчивой при отрицательном значении всех действительных и действительной части комплексных корней. Наличие хотя бы одного положительного действительного корня при отсутствии комплексных корней с положительной действительной частью указывает на апериодическое нарушение устойчивости; самораскачивание характеризуется наличием хотя бы одного комплексного корня с положительной действительной частью. Анализ знаков корней характеристического уравнения осуществляется после их вычисления, что весьма трудоемко. Поэтому анализ апериодической статической устойчивости стали проводить по изменению знака свободного члена характеристического уравнения a_n . Здесь предел апериодической статической устойчивости определяется точкой прохождения через нуль свободного члена характеристического уравнения, а критерием устойчивости является a_n . Более строгая математическая формулировка требует анализа изменения знака отношения высшего и свободного члена характеристического уравнения.

4.3. Взаимосвязь критериев статической устойчивости

В ряде работ показано, что при определенных условиях свободный член характеристического уравнения совпадает с определителем матрицы Якоби уравнений установившегося режима полностью или с точностью до постоянного множителя. Для подтверждения этого можно рассмотреть уравнения движения некоторой динамической системы в виде /5/:

$$\begin{aligned}
 F_i(x_1, x_1', x_1'', x_2, x_2', x_2'', \dots, x_n, x_n', x_n'') &= 0 & i=1, 2, \dots, k \\
 F_j(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 & j=k+1, k+2, \dots, n,
 \end{aligned}$$

где x_1, x_2, \dots, x_n – координаты системы, а функции F_i, F_j удовлетворяют условиям единственности и существования решения в рассматриваемой области.

Записав уравнения возмущенного движения через отклонения координат $\Delta x_i = x_i - x_{i0}$ (x_{i0} – установившееся значение координаты x_i), полагая производные самостоятельными переменными и разложив полученную систему в ряд Маклорена, можно получить уравнения возмущенного движения в виде:

$$F_i(x_1, 0, 0, x_2, 0, 0, \dots, x_n, 0, 0) + (\partial F_i / \partial \Delta x_1)_0 * \Delta x_1 + (\partial F_i / \partial \Delta x_1')_0 * \Delta x_1' +$$

$$+ (\partial F_i / \partial \Delta x_1'')_0 * \Delta x_1'' + \dots + (\partial F_i / \partial \Delta x_n)_0 * \Delta x_n + (\partial F_i / \partial \Delta x_n')_0 * \Delta x_n' + (\partial F_i / \partial \Delta x_n'')_0 * \Delta x_n'' + F_i^* = 0, \quad i=1, 2, \dots, k$$

$$F_j(x_{10}, x_{20}, x_{n0}) + (\partial F_j / \partial \Delta x_1)_0 * \Delta x_1 + (\partial F_j / \partial \Delta x_2)_0 * \Delta x_2 + \dots$$

$$+ (\partial F_j / \partial \Delta x_n)_0 * \Delta x_n + F_j^* = 0, \quad j = k+1, k+2, \dots, n,$$

где все частные производные определены для нулевых значений Δx и их производных, а F_i^* , F_j^* – суммы членов рядов Маклорена, зависящих от Δx и их производных в степени выше первой. Вычитая из полученных уравнений уравнение невозмущенного движения, отбросив F_i^* , F_j^* и полагая

$$(\partial F_i / \partial \Delta x_1)_0 * \Delta x_1 + (\partial F_i / \partial \Delta x_1')_0 * \Delta x_1' + (\partial F_i / \partial \Delta x_1'')_0 * \Delta x_1'' = a_{i1}(p) * \Delta x_1$$

.....

$$(\partial F_i / \partial \Delta x_n)_0 * \Delta x_n + (\partial F_i / \partial \Delta x_n')_0 * \Delta x_n' + (\partial F_i / \partial \Delta x_n'')_0 * \Delta x_n'' = a_{in}(p) * \Delta x_n$$

$$(\partial F_j / \partial \Delta x_1)_0 = a_{j1}, \quad (\partial F_j / \partial \Delta x_2)_0 = a_{j2}, \dots, \quad (\partial F_j / \partial \Delta x_n)_0 = a_{jn}$$

(p – оператор дифференцирования по времени), можно получить систему первого приближения, свободный член характеристического уравнения которой при $p=0$ будет иметь вид:

$$a_n = \begin{pmatrix} a_{11}(0) & a_{12}(0) & \dots & a_{1n}(0) \\ a_{21}(0) & a_{22}(0) & \dots & a_{2n}(0) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k1}(0) & a_{k2}(0) & \dots & a_{kn}(0) \\ a_{(k+1)1}(0) & a_{(k+1)2}(0) & \dots & a_{(k+1)n}(0) \\ a_{n1}(0) & a_{n2}(0) & \dots & a_{nn}(0) \end{pmatrix} .$$

Якобиан уравнений невозмущенного режима запишется в виде:

$$\frac{D(F_i, F_j)}{D(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_i}{\partial \Delta x_{10}} & \frac{\partial F_i}{\partial \Delta x_{20}} & \dots & \frac{\partial F_i}{\partial \Delta x_{n0}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_k}{\partial \Delta x_{10}} & \frac{\partial F_k}{\partial \Delta x_{20}} & \dots & \frac{\partial F_k}{\partial \Delta x_{n0}} \\ \frac{\partial F_{k+1}}{\partial \Delta x_{10}} & \frac{\partial F_{k+1}}{\partial \Delta x_{20}} & \dots & \frac{\partial F_{k+1}}{\partial \Delta x_{n0}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_n}{\partial \Delta x_{10}} & \frac{\partial F_n}{\partial \Delta x_{20}} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial \Delta x_{n0}} \end{pmatrix}.$$

Из соблюдения тождеств:

$$\frac{\partial F_i}{\partial \Delta x_l} = a_{il} \equiv \frac{\partial F_i}{\partial \Delta x_{10}}; \dots \dots \dots \frac{\partial F_j}{\partial \Delta x_l} = a_{jl} \equiv \frac{\partial F_j}{\partial \Delta x_{10}}$$

следует тождество:

$$a_n \equiv \frac{D(F_i, F_j)}{D(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{n0})}.$$

Если уравнения статики получить из уравнений динамики при $p=0$, совпадение якобиана с a_n тождественно. В противном случае якобиан совпадает с a_n при определенных условиях с точностью до постоянного множителя. Этими условиями являются:

- 1) наличие в схеме балансирующих узлов, в качестве которых выбираются шины бесконечной мощности;
- 2) задание P и $|U|$ для генерирующих узлов;
- 3) узлы нагрузок учитываются в расчете теми же статическими характеристиками, что и при расчетах статической устойчивости.

Эти положения справедливы и в полярной, и в декартовой системе координат.

В общем виде уравнения движения электрической системы можно записать как :

$$\frac{dX}{dt} = W(X, Y),$$

где X, Y – векторы зависимых и независимых переменных.

Эти уравнения удовлетворяют условию Коши и при задании начальных условий имеют единственное решение. При статической их идеализации параметры установившегося режима находят при решении системы линейных алгебраических уравнений:

$$W(X, Y) = 0.$$

Статическую апериодическую устойчивость при этом можно оценить по смене знака якобиана уравнений установившегося режима. Поскольку необходимое и достаточное условие существования неявной вектор функции – это отличие от нуля ее якобиана, то граница области существования S определяется при $J(X, Y) = 0$ на множестве $X, Y \in S$.

Несложно доказать и совпадение практического критерия $S = | dP/d\delta |$ (S – синхронизирующая мощность генераторов системы) с критерием по a_n . Например, для системы, имеющей три генератора, объединенных сложной связью и работающих на шины бесконечной мощности (неизменного напряжения), активные мощности описываются системой уравнений:

$$P_i = P(\delta_1, \delta_2, \delta_3) \quad i=2, 3, 4,$$

дифференцированием которых можно получить выражение для синхронизирующей мощности каждого генератора

$$\frac{dP_i}{d\delta_i} = \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} + \sum \frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \frac{\partial \delta_j}{\partial \delta_i} \quad i=2,3,4.$$

Выражение для свободного члена характеристического уравнения имеет вид:

$$a_n = \begin{vmatrix} \frac{1}{T_{J2}} * \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{21}} & \frac{1}{T_{J2}} * \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{31}} & \frac{1}{T_{J2}} * \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{41}} \\ \frac{1}{T_{J3}} * \frac{\partial P_3}{\partial \delta_{21}} & \frac{1}{T_{J3}} * \frac{\partial P_3}{\partial \delta_{31}} & \frac{1}{T_{J3}} * \frac{\partial P_3}{\partial \delta_{41}} \\ \frac{1}{T_{J4}} * \frac{\partial P_4}{\partial \delta_{21}} & \frac{1}{T_{J4}} * \frac{\partial P_4}{\partial \delta_{31}} & \frac{1}{T_{J4}} * \frac{\partial P_4}{\partial \delta_{41}} \end{vmatrix} =$$

$$= \frac{1}{T_{J2} * T_{J3} * T_{J4}} * \begin{vmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{21}} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{31}} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{41}} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_{21}} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_{31}} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_{41}} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \delta_{21}} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_{31}} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_{41}} \end{vmatrix} = \frac{1}{\prod T_{Ji}} * S_i .$$

Проводя соответствующие преобразования, можно и здесь получить

$$S_i^* = a_n^* .$$

Аналогичные выводы получаются и в схеме, содержащей любое количество станций.

Следовательно, вне зависимости от метода анализа статической устойчивости можно получить величину критерия устойчивости, приведенной к величине в исходном режиме, и оценивать по ней запас.

Можно построить и исследовать зависимость величины критерия от утяжеляемого параметра или контролируемого перетока. В простейшей схеме генератор – шины бесконечной мощности, содержащей только чисто индуктивное сопротивление, единственный член якобиана $D = dP/d\delta$ и критерий аperiodической статической устойчивости совпадают с практическим критерием $S = dP/d\delta \geq 0$. Здесь выражения для активной и синхронизирующей мощности генератора имеют вид:

$$P_r = P_m * \sin \delta,$$

$$S = dP/d\delta = P_m * \cos \delta = D.$$

В ходе утяжеления режима P_r от исходного, характеризующегося P_0, S_0 до предельного $P = P_{пр}, D = 0$, изменение угла δ происходит от 0 до 90^0 , а P_r меняется от P_0 до $P_m = P_{пр}$. Здесь исследование характера изменения функции $S(P)$ представляет определенный интерес.

Для удобства сравнения различных критериев в ходе изменения режима S получают в о.е.:

$$S_{\text{о.е.}} = \frac{S}{S_0} = \frac{P_m^* \cos \delta}{P_m^* \cos \delta_0} = \frac{\cos \delta}{\cos \delta_0} = D_{\text{о.е.}}$$

Полагая D и P взаимосвязанными параметрически через угол δ , можно получить аналитически значение dD/dP как /6/:

$$D' = S' = \frac{dD/d\delta}{dP/d\delta} = - \frac{\sin \delta}{\cos \delta_0 * P_m^* \cos \delta} = - \frac{\text{tg } \delta}{D_0} = - a * \text{tg } \delta,$$

где $dD/d\delta = - \sin \delta_0 / \cos \delta$, $dP/d\delta = P_m^* \cos \delta$.

Выражение для D'' определяется:

$$D'' = S'' = \frac{dD/d\delta * d^2P/d\delta^2 - dP/d\delta * d^2D/d\delta^2}{[dP/d\delta]^3} = \frac{1}{P_m^2 * \cos \delta_0 * \cos \delta^3} =$$

$$= - \frac{1}{D^2 * \cos \delta * \cos \delta_0} = - b \frac{1}{\cos^3 \delta},$$

где $b = 1/P_m^2 * \cos \delta_0$. Здесь больший интерес представляет вторая производная $S''(P)$: она незначительно изменяется в области устойчивых режимов и резко возрастает по абсолютной величине при приближении режима к предельному.

Исследование аналитического выражения для $S''(P)$ также показывает, что в области быстрого уменьшения S и углах δ , близких к 90° , возрастание S'' по абсолютной величине вполне обосновано. Согласно этому выражению внутри интервала устойчивых режимов $\delta \in [-90^\circ, +90^\circ]$ S всегда обращена выпуклостью вверх, так как отрицательна. По концам интервала S'' стремится к $(-\infty)$, а S имеет точки перегиба. Значение граничной точки можно уточнить по формуле:

$$S''' = D''' = - \frac{3 \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot \cos \delta_0}{P_m^2 \cdot \cos^3 \delta}$$

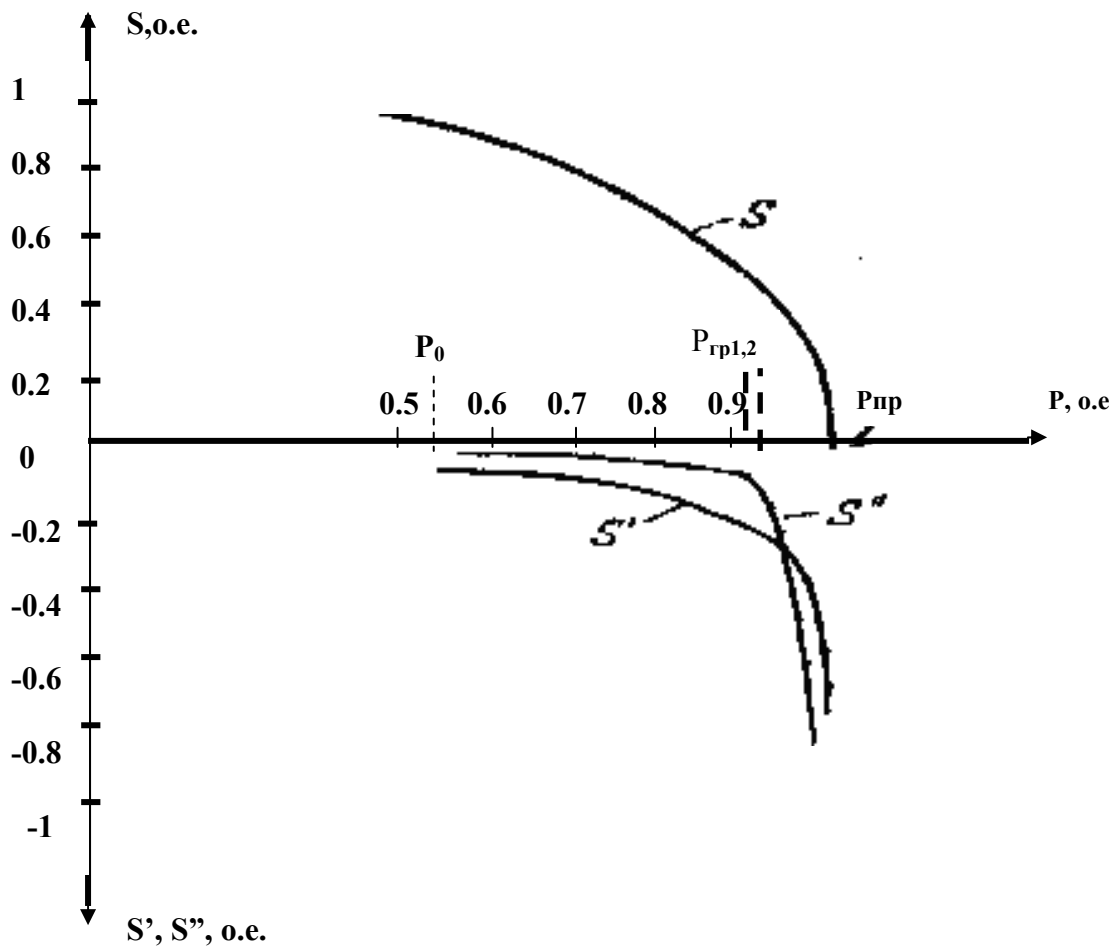


Рис.11.

Аналогично выражению, принятому для коэффициента запаса по активной мощности, можно рассмотреть коэффициент /7/:

$$K_{зкл} = \frac{P_{пр} - P_{гр1}}{P_{гр1}} * 100 \% ,$$

где $P_{пр}$ – максимальная генерируемая активная мощность;

$P_{гр1}$ – активная мощность P , при которой функция $S''(P)$ начинает резко возрастать по абсолютной величине.

Фактически граничная точка $P_{гр}$ разделяет зону $[P_0, P_{пр}]$ на два участка. Первый – $[P_0, P_{гр1}]$, где функция $P(\delta)$ может быть линеаризована: здесь прибли-

зительно равным приращениям δ соответствуют и равные приращения P . Второй – $/P_{гр1}, R_{пр}/$, где даже малое приращение угла δ приводит к быстрому приближению к $R_{пр}$. Однако и участок $/P_{гр1}, R_{пр}/$ можно разбить на две зоны: зону с линейным нарастанием величины второй производной $S'' /P_{гр2}, R_{пр}/$ и переходную зону $/P_{гр1}, R_{гр2}/$, а по $R_{гр2}$ определить и $K_{зк2}$. В данном случае $R_{гр1}$ определяет $K_{зк1}$, что соответствует запасу по активной мощности в нормальном режиме, а $R_{гр2} - K_{зк2}$ (запас в послеаварийном режиме).

4.4. Применение метода численного дифференцирования для оценки статической устойчивости ЭЭС

Следует отметить, что по мере усложнения схемы, несмотря на стабильную структуру J , расчет J'' требует дополнительных затрат времени, в связи с чем возникает необходимость использовать метод численного дифференцирования. Критерием правильности выбора шага дифференцирования ΔP является стабилизация значений вторых производных при уменьшении ΔP . Расчет необходимых для анализа апериодической статической устойчивости вторых производных критерия КУ по активной мощности генераторов (по нагрузке или в сечении) P_i , увеличивающейся в ходе изменения режима, проводится методом численного дифференцирования. При изменении P_i на i -м шаге утяжеления на ΔP_i и соответствующем изменении критерия на величину ΔK_i производные определяются в соответствии с формулами:

$$\Delta K = K_{У_i} - K_{У_{i-1}},$$

$$\Delta P_i = P_i - P_{i-1},$$

$$\frac{\partial K_{У_i}}{\partial P_i} \approx \frac{\Delta K_i}{\Delta P_i} \approx K_{У'_i}$$

$$\Delta^2 K_i = K_{У'_i} - K_{У'_{i-1}},$$

$$\frac{\partial^2 K_{У_i}}{\partial P_i^2} \approx \frac{\Delta^2 K_i}{\Delta P_i^2} \approx K_{У''_i}.$$

Для наглядности на рис. 12 приведены кривые зависимости определителя

матрицы Якоби J (критерия устойчивости) и его второй производной J'' по мощности генератора P_g .

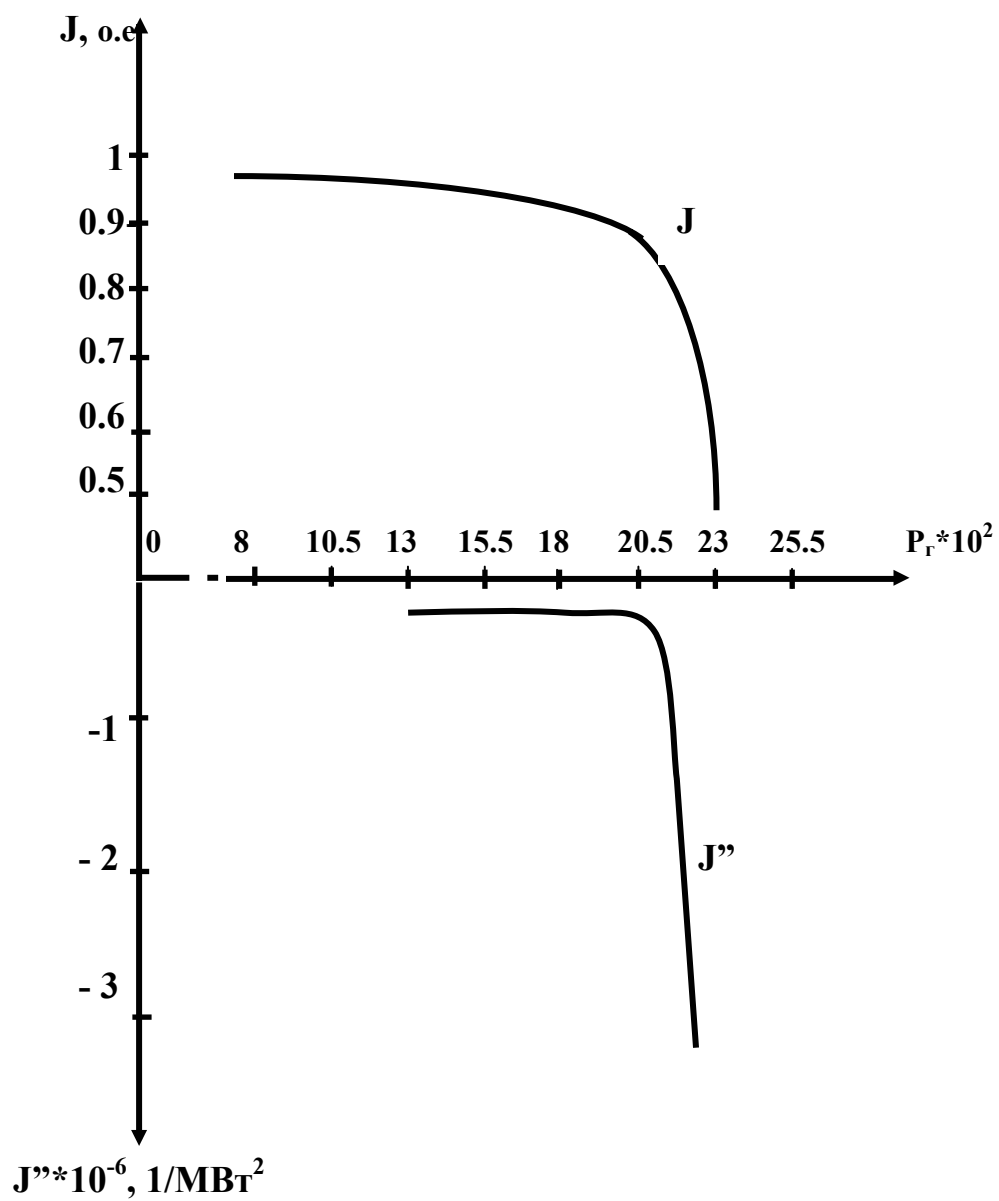


Рис.12.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Жданов П.С.* Вопросы устойчивости электрических систем. М.: Энергия, 1979, С.322 – 330.
2. Электрические системы: Математические задачи энергетики. / *Под ред. В.А. Веникова.* М.: Высш. школа, 1989.
3. Математические методы и вычислительные машины в энергетических системах. / *Под ред. В.А.Веникова .* М.: Энергия, 1975.
4. *Лукашов Э.С.* Введение в теорию электрических систем. Новосибирск: Наука, 1981.
5. *Костюк О.М.* Элементы теории устойчивости энергосистем. Киев: Наукова думка, 1983. С.238 – 252.
6. *Чемборисова Н.Ш.* К расчетам оценки апериодической статической устойчивости электрических систем // Изв. АН УзССР. Сер. "Техн. науки", 1983. №1. С. 27-32.
7. Руководящие указания по устойчивости энергосистем. /М.: Энергосетьпроект, 1993.

Наиля Шавкатовна Чемборисова

доц. кафедры “Энергетика” АмГУ, канд. техн. наук

Основы анализа переходных режимов ЭЭС. Учебное пособие для студентов специальностей "100100", "100200", "100400", "210400" очной и заочной форм обучения.

Подписано к печати 13.06.02. Формат 60 84/16. Усл. печ. л. 2,32, уч.-изд. л. 2,5. Тираж 100. Заказ 67.