

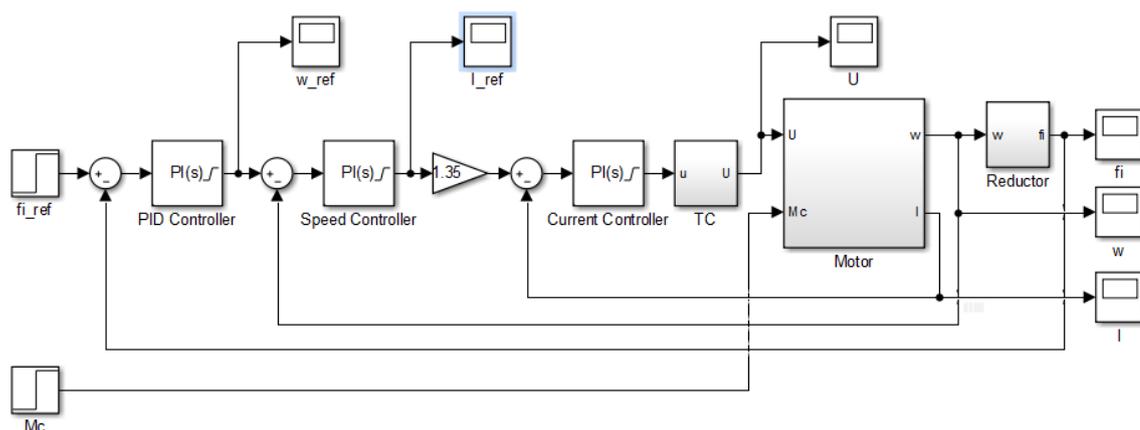
А.Н. Рыбалёв

ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА И ЭЛЕКТРОМЕХАНОТРОНИКА

Методические указания к выполнению

практических работ

Учебное пособие



УДК 62-5
ББК 31.36
Р 93

*Рекомендовано
учебно-методическим советом университета*

Рецензенты:

Протасов С.В., начальник монтажно-наладочного участка автоматики СП БТЭЦ;

Мясоедов Ю.В., декан энергетического факультета АмГУ, канд. техн. наук, профессор

Р 93 Рыбалёв А. Н.

Электромеханика и электромеханотроника. Методические указания к выполнению практических работ : учебное пособие / А. Н. Рыбалёв ; Амур. гос. ун-т, Энергет. фак. – Благовещенск : АмГУ, 2025. – 55 с.

Пособие предназначено для студентов 3 и 4 курсов направления подготовки «Автоматизация технологических процессов и производств» и соответствует рабочим программам дисциплин «Электромеханика и электромеханотроника», «Автоматизация технологических процессов и производств». Может также использоваться при выполнении курсовых проектов и работ соответствующей тематики.

© Амурский государственный университет, 2025
© Энергетический факультет, 2025
© Рыбалёв А.Н., 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ	5
1.1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА	5
1.1.1. <i>Динамические характеристики машины постоянного тока с независимым возбуждением</i>	5
1.1.2. <i>Электромеханическая и механическая характеристики</i>	8
1.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ	12
1.2.1. <i>Обобщенная двухфазная модель</i>	12
1.2.2. <i>Механические характеристики асинхронного двигателя</i>	23
2. ЗАДАНИЯ	28
2.1. ЭЛЕКТРОПРИВОД ПОСТОЯННОГО ТОКА С УПРУГОЙ СВЯЗЬЮ. РЕГУЛИРОВАНИЕ СКОРОСТИ	28
2.1.1. <i>Исходные данные</i>	28
2.1.2. <i>Задание</i>	29
2.1.3. <i>Методические указания</i>	30
2.2. СЛЕДЯЩИЙ ЭЛЕКТРОПРИВОД ПОСТОЯННОГО ТОКА	34
2.2.1. <i>Исходные данные</i>	34
2.2.2. <i>Задание</i>	34
2.2.3. <i>Методические указания</i>	34
2.3. АСИНХРОННЫЙ ЭЛЕКТРОПРИВОД С ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ НАПРЯЖЕНИЯ	35
2.3.1. <i>Исходные данные</i>	35
2.3.2. <i>Задание</i>	36
2.3.3. <i>Методические указания</i>	37
2.4. АСИНХРОННЫЙ ЭЛЕКТРОПРИВОД С ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ ЧАСТОТЫ	43
2.4.1. <i>Исходные данные</i>	43
2.4.2. <i>Задание</i>	45
2.4.3. <i>Методические указания</i>	46
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	54

ВВЕДЕНИЕ

Пособие состоит из двух частей: теоретических сведений и заданий. В первой части приведены лишь те сведения, которые потребуются для выполнения второй. Теория изложена во множестве учебников и пособий, поэтому по большей части может быть освоена самостоятельно. Задания, так или иначе, связаны с вопросами моделирования и управления, что очень важно для целевой категории обучающихся.

Математическое описание электрических машин является описанием *объектов управления*, поэтому не содержит тонкостей, связанных с деталями строения, которые, конечно же, очень важны для решения других задач. В данном пособии машины представлены в *обобщенном*, хотя и в то же время подробном виде. Машины постоянного тока с независимым возбуждением как линейные объекты описываются передаточными функциями, а асинхронные – нелинейными уравнениями в пространстве состояний. Задания в общем случае сводятся к построению систем управления.

Принципиально не используются библиотечные модели преобразовательной техники, поскольку они бы «отодвинули» обучающихся от базовых концепций, которые можно понять, напрямую применив исходные «аналоговые» эквиваленты.

Программы расчетов и модели предлагается строить в среде Matlab/Simulink, как наиболее продвинутой в данном направлении системе.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. Математическое описание двигателя постоянного тока

1.1.1. Динамические характеристики машины постоянного тока с независимым возбуждением

На рис. 1 упрощенно показана схема подключения к питанию двигателя постоянного тока независимого возбуждения. Двигатель содержит подвижный якорь $Я$ и обмотку возбуждения $ОВ$, расположенную на статоре. Якорь состоит из зубчатого сердечника, в пазы которого уложена обмотка, и коллектора, насаженного на вал якоря. Через коллектор на якорь подается напряжение U (напряжение якоря). К обмотке возбуждения в общем случае подводится собственное напряжение питания U_e . В нерегулируемом электроприводе якорь и обмотка возбуждения чаще всего питаются от одного источника, однако в якорную цепь вводятся дополнительные сопротивления для ограничения тока в переходных процессах. В регулируемом электроприводе, как в цепь якоря, так и в цепь возбуждения может быть встроен преобразователь напряжения. Мы рассматриваем первый вариант.

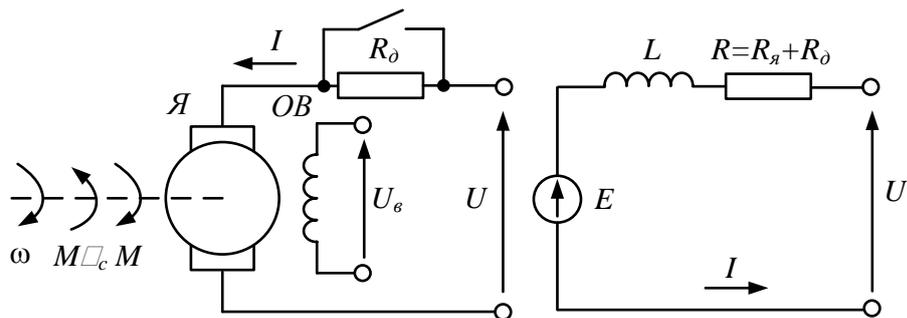


Рис. 1. ДПТ с независимым возбуждением и схема замещения его якорной цепи.

Переменными состояниями двигателя, регулируемого путем изменения напряжения якоря, являются ток якоря I и угловая скорость ротора ω .

Нагрузка двигателя характеризуется приведенным к валу моментом сил статического сопротивления M'_c и суммарным моментом инерции J , который складывается из момента инерции самого ротора и приведенного момента инерции механизма.

Уравнение электрического равновесия якорной цепи двигателя, построенное по схеме замещения, имеет вид:

$$U = L \frac{dI}{dt} + RI + E = L \frac{dI}{dt} + RI + C_e \Phi \omega = L \frac{dI}{dt} + RI + K_e \omega, \quad (1)$$

где L , R – индуктивность и активное сопротивление якорной цепи; E – ЭДС, наводимая в якоре при его вращении в магнитном поле; Φ – магнитный поток,

создаваемый обмоткой возбуждения двигателя (в нашем случае является постоянным); C_e – конструктивный коэффициент машины.

Уравнение механического равновесия моментов на валу двигателя:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}(M - M'_c) = \frac{1}{J}(C_e \Phi I - M'_c) = \frac{1}{J}(K_e I - M'_c), \quad (2)$$

где M – электромагнитный момент двигателя, при постоянном потоке прямо пропорциональный току якоря.

Управление двигателем осуществляется путем изменения напряжения, приложенного к якорю. В качестве возмущения выступает момент сопротивления на валу, поэтому вектор входных величин имеет размер, равный двум.

Преобразуем уравнения (1), (2) к виду:

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L}I - \frac{K_e}{L}\omega + \frac{1}{L}U; \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{K_e}{J}I - \frac{1}{J}M'_c. \end{cases} \quad (3)$$

По уравнениям (3) составим структурную схему системы в пространстве состояний, рис. 2.

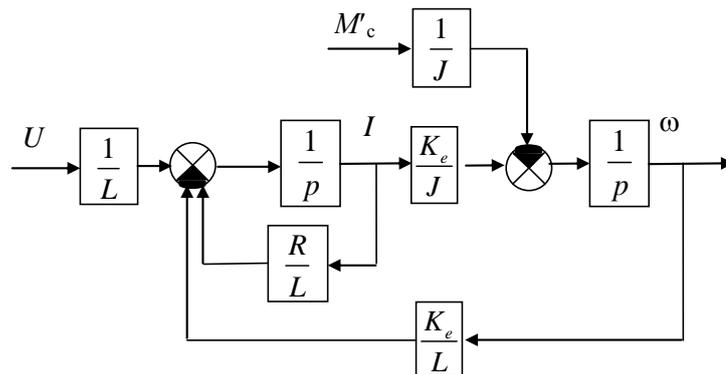


Рис. 2. Схема модели ДПТ.

Для получения передаточных функций машины, связывающих входные воздействия со скоростью, запишем систему (3) в операторном виде:

$$\begin{cases} pI = -\frac{R}{L}I - \frac{K_e}{L}\omega + \frac{1}{L}U; \\ p\omega = \frac{K_e}{J}I - \frac{1}{J}M'_c. \end{cases} \quad (4)$$

Выразим из второго уравнения ток якоря и подставим его в первое:

$$I = \frac{J}{K_e}p\omega + \frac{1}{K_e}M'_c, \quad (5)$$

$$\frac{J}{K_e}p^2\omega + \frac{1}{K_e}pM'_c = -\frac{JR}{K_eL}p\omega - \frac{R}{K_eL}M'_c - \frac{K_e}{L}\omega + \frac{1}{L}U,$$

$$\frac{J}{K_e} p^2 \omega + \frac{JR}{K_e L} p \omega + \frac{K_e}{L} \omega = \frac{1}{L} U - \frac{1}{K_e} p M'_c - \frac{R}{K_e L} M'_c. \quad (6)$$

Полагая $M'_c = 0$, получим передаточную функцию по напряжению:

$$\begin{aligned} W_{U \rightarrow \omega}(p) &= \frac{1/L}{(J/K_e)p^2 + (JR/(K_e L))p + K_e/L} = \\ &= \frac{1/K_e}{(JL/K_e^2)p^2 + (JR/K_e^2)p + 1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Полагая в (6) $U = 0$, получим передаточную функцию по моменту сопротивления:

$$\begin{aligned} W_{M'_c \rightarrow \omega}(p) &= \frac{-(1/K_e)p - R/(K_e L)}{(J/K_e)p^2 + (JR/(K_e L))p + K_e/L} = \\ &= -\frac{(L/K_e^2)p + R/K_e^2}{(JL/K_e^2)p^2 + (JR/K_e^2)p + 1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Найдем также передаточные функции по каналам $U \rightarrow I$ и $M'_c \rightarrow I$. Для этого продифференцируем первое уравнение системы (4) и подставим в него второе:

$$p^2 I = -\frac{R}{L} p I - \frac{K_e}{L} p \omega + \frac{1}{L} p U = -\frac{R}{L} p I - \frac{K_e^2}{JL} I + \frac{K_e}{JL} M'_c + \frac{1}{L} p U, \quad (9)$$

откуда

$$p^2 I + \frac{R}{L} p I + \frac{K_e^2}{JL} I = \frac{K_e}{JL} M'_c + \frac{1}{L} p U. \quad (10)$$

Полагая $M'_c = 0$, получим передаточную функцию по напряжению:

$$W_{U \rightarrow I}(p) = \frac{(1/L)p}{p^2 + (R/L)p + K_e^2/(JL)} = \frac{(J/K_e^2)p}{(JL/K_e^2)p^2 + (JR/K_e^2)p + 1}. \quad (11)$$

Полагая $U = 0$, получим передаточную функцию по моменту сопротивления:

$$W_{M'_c \rightarrow I}(p) = \frac{K_e/(JL)}{p^2 + (R/L)p + K_e^2/(JL)} = \frac{1/K_e}{(JL/K_e^2)p^2 + (JR/K_e^2)p + 1}. \quad (12)$$

Знаменатели всех полученных передаточных функций равны, что свидетельствует о правильности вывода.

Передаточная функция, связывающая ток якоря и скорость, непосредственно находится из схемы, показанной на рис 2:

$$W_{I \rightarrow \omega}(p) = \frac{K_e/J}{p}. \quad (13)$$

Передаточные функции $W_{U \rightarrow \omega}(p)$, $W_{U \rightarrow I}(p)$, $W_{I \rightarrow \omega}(p)$ очевидным образом связаны между собой:

$$W_{U \rightarrow \omega}(p) = W_{U \rightarrow I}(p)W_{I \rightarrow \omega}(p). \quad (14)$$

По каналу $M'_c \rightarrow \omega$ формула должна быть уточнена, поскольку приведенный момент сил сопротивления воздействует на скорость не только через ток якоря, но и «напрямую», см. рис. 2:

$$W_{M'_c \rightarrow \omega}(p) = W_{M'_c \rightarrow I}(p)W_{I \rightarrow \omega}(p) - \frac{1/J}{p}. \quad (15)$$

Действительно,

$$\begin{aligned} W_{M'_c \rightarrow I}(p)W_{I \rightarrow \omega}(p) - \frac{1/J}{p} &= \frac{1/K_e}{(JL/K_e^2)p^2 + (JR/K_e^2)p + 1} \frac{K_e/J}{p} - \frac{1/J}{p} = \\ &= \frac{1/J}{p} \left[\frac{1}{(JL/K_e^2)p^2 + (JR/K_e^2)p + 1} - \frac{(JL/K_e^2)p^2 + (JR/K_e^2)p + 1}{(JL/K_e^2)p^2 + (JR/K_e^2)p + 1} \right] = \\ &= -\frac{(L/K_e^2)p + R/K_e^2}{(JL/K_e^2)p^2 + (JR/K_e^2)p + 1} = W_{M'_c \rightarrow \omega}(p). \end{aligned} \quad (16)$$

1.1.2. Электромеханическая и механическая характеристики

Уравнения характеристик легко находятся из (1). Положив производную тока якоря равной нулю, получим:

$$U = RI + C_e \Phi \omega = RI + K_e \omega, \quad (17)$$

откуда уравнение электромеханической характеристики:

$$\omega = \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{RI}{C_e \Phi} = \frac{U}{K_e} - \frac{RI}{K_e} = \omega_0 - \frac{RI}{K_e}, \quad (18)$$

где ω_0 – скорость идеального холостого хода, которая при постоянном магнитном потоке прямо пропорциональна напряжению.

Поскольку $I = M/(C_e \Phi) = M/K_e$, уравнение механической характеристики примет вид:

$$\omega = \frac{U}{C_e \Phi} - \frac{RM}{(C_e \Phi)^2} = \frac{U}{K_e} - \frac{RM}{K_e^2} = \omega_0 - \frac{RM}{K_e^2}. \quad (19)$$

Графики электромеханической $\omega(I)$ и механической $\omega(M)$ характеристик представляют собой прямые линии. На рис. 3 они для удобства представлены в виде одной прямой. Наклон этой прямой зависит от сопротивления якорной цепи. У двигателей малой мощности (микродвигателей) сопротивление самого якоря довольно большое, поэтому пусковой ток I_n невелик, и такие машины можно запускать, непосредственно подключая их к полному (номинальному) напряжению. Промышленные машины даже небольшой мощности не допуска-

ют прямых пусков, поскольку большой пусковой ток выведет из строя коллекторный узел. Для ограничения пускового тока в нерегулируемом электроприводе используются внешние пусковые сопротивления, включаемые в якорную цепь. В регулируемом электроприводе для ограничения тока плавно изменяют напряжение.

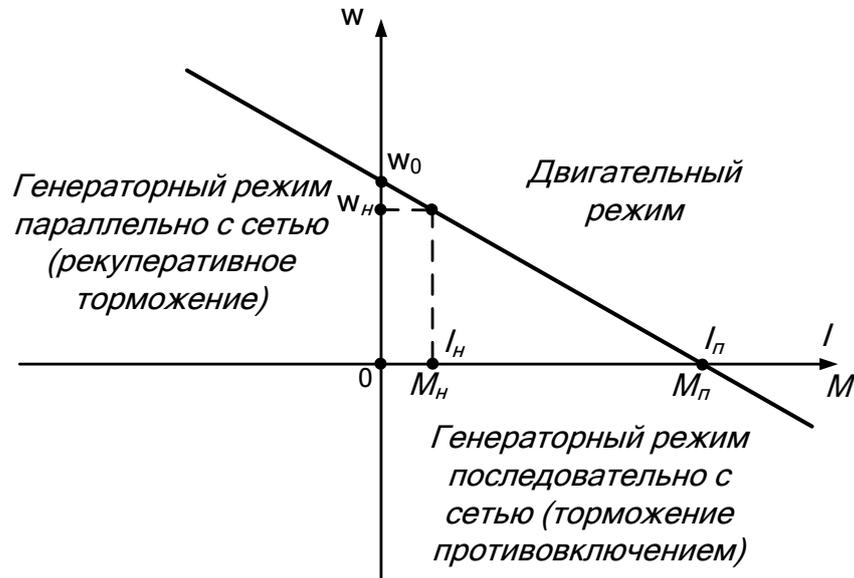


Рис. 3. Электромеханическая и механическая характеристики.

Машина может работать в четырех режимах: двигательном и трех генераторных (на рис. 3 показаны только два генераторных режима).

В двигательном режиме знаки момента и скорости совпадают. Помножив левую и правую части (17) на ток, получим:

$$UI = RI^2 + C_e \Phi I \omega = RI^2 + M \omega. \quad (20)$$

Таким образом, электрическая мощность, подводимая к якорю, преобразуется в механическую за вычетом потерь:

$$P_{эл} = \Delta P + P_{мех}. \quad (21)$$

В генераторном режиме параллельно с сетью машина становится «настоящим» генератором постоянного тока. Для перехода в этот режим ее нужно разогнать до скорости, превышающей скорость холостого хода. Это можно сделать, например, при спуске груза, если включить машину на спуск. ЭДС становится больше напряжения, и ток якоря меняет знак. Машина начинает развивать тормозной момент, который уравнивает момент, создаваемый грузом. Рекуперация – это преобразование механической энергии в электрическую и возврат ее в сеть.

Изменим знак тока и снова помножим на него левую и правую части (17):

$$-UI = RI^2 - C_e \Phi I \omega = RI^2 - M \omega. \quad (22)$$

Механическая мощность преобразуется в электрическую за вычетом потерь:

$$P_{\text{мех}} = \Delta P + P_{\text{эл}}, \quad (23)$$

Другой способ перехода в данный режим – снижение напряжения, рис. 4. Он возможен только в регулируемом приводе. Если требуется поддерживать постоянный тормозной момент до полной остановки, напряжение нужно снижать плавно в функции скорости.

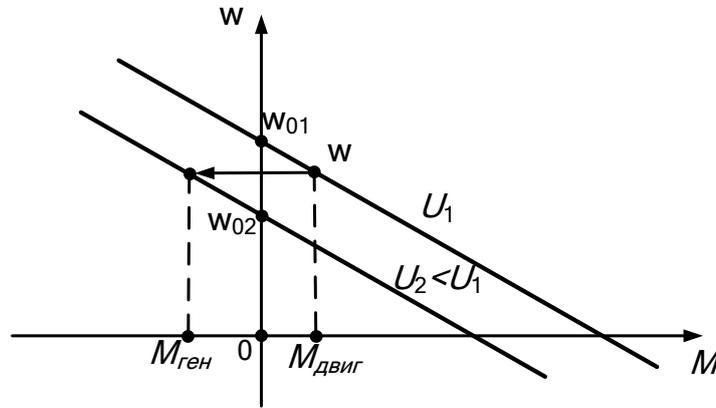


Рис. 4. Переход в режим рекуперативного торможения.

В генераторном режиме последовательно с сетью направление тока не изменяется, но скорость меняет знак:

$$UI = RI^2 - C_e \Phi I \omega = RI^2 - M \omega, \quad (24)$$

$$P_{\text{мех}} + P_{\text{эл}} = \Delta P. \quad (25)$$

Электрическая и механическая энергия преобразуются в потери. Поэтому такой режим является крайне неэффективным. Переход в него возможен при спуске груза, однако машина должна быть включена на его подъем. Если момент нагрузки превышает пусковой момент M_n , груз начинает опускаться. Для создания такой ситуации нужно ввести добавочное сопротивление в цепь якоря, что позволит также ограничить ток, рис. 5. Штрихпунктирный вид стрелки говорит о том, что переход происходит не мгновенно, а после соответствующего процесса.

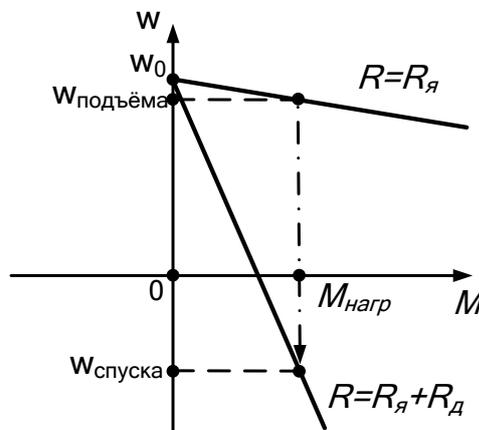


Рис. 5. Спуск груза в режиме торможения противовключением.

Другой способ, широко применяемый на практике, – действительно осуществить *противовключение*, изменив полярность напряжения на якоре. При этом для ограничения тока также потребуется ввести дополнительное сопротивление в якорную цепь, рис. 6.

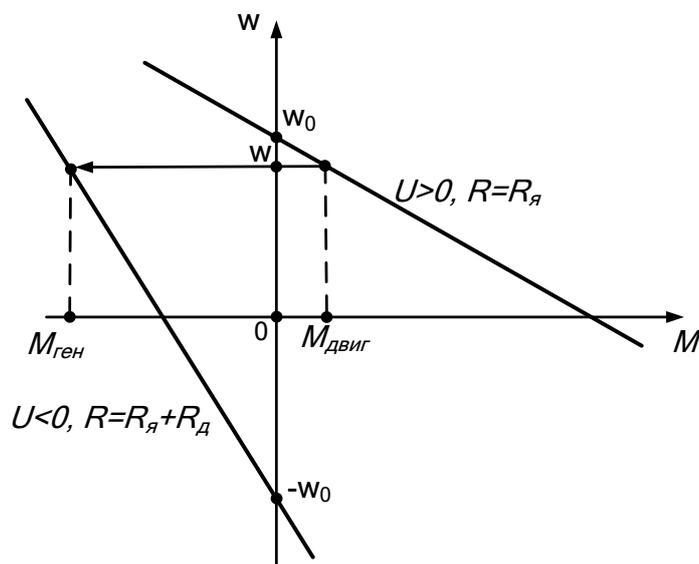


Рис. 6. Переход в режим торможения противовключением изменением полярности напряжения.

Третий генераторный режим называется *режимом динамического торможения*. В этом режиме якорь отключается от сети и закорачивается через добавочное сопротивление, рис. 7. Скорость холостого хода становится равной нулю. Положив в (17) $U = 0$ и помножив левую и правую части на ток с учетом изменения знака, получим:

$$0 = RI^2 - C_e \Phi I \omega = RI^2 - M \omega, \quad (26)$$

$$P_{мех} = \Delta P. \quad (27)$$

Механическая энергия превращается в потери.

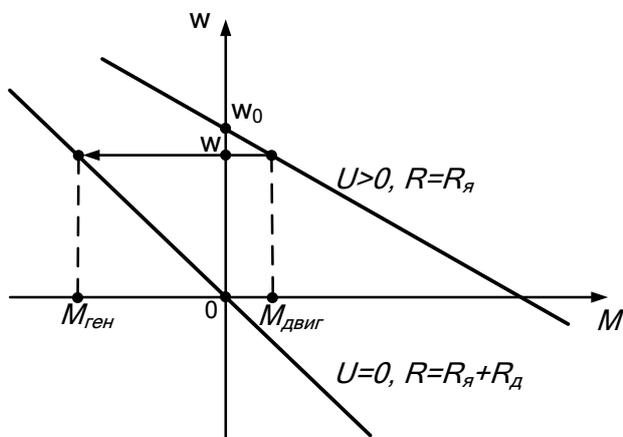


Рис. 7. Переход в режим динамического торможения.

Для выполнения практических работ потребуется определить коэффициент K_e .

Зная номинальные значения напряжения U_n и тока якоря I_n , а также скорости двигателя ω_n , коэффициент легко находится из (17):

$$K_e = \frac{U_n - RI_n}{\omega_n}, \quad (28)$$

где R – сопротивление якорной цепи самого двигателя, в которую помимо собственно якоря могут входить добавочные полюса и компенсационная обмотка, расположенные на статоре (когда они есть в конструкции машины). Если номинальный ток неизвестен, коэффициент может быть найден через номинальный момент двигателя, который известен всегда. Из (19) получается квадратное уравнение:

$$\omega K_e^2 - U_n K_e + RM = 0, \quad (29)$$

решение которого

$$K_e = \frac{U_n \pm \sqrt{U_n^2 - 4\omega RM}}{2\omega}. \quad (30)$$

Уравнение (30) справедливо для любой точки естественной механической характеристики (при номинальном напряжении и отсутствии добавочных сопротивлений). Для выбора знака в решении исследуем точку идеального холостого хода ($\omega = \omega_0$, $M = 0$):

$$K_e = \frac{U_n \pm U_n}{2\omega_0}. \quad (31)$$

Очевидно, что следует использовать знак плюс. В этом случае мы получим известную зависимость скорости холостого хода от напряжения. Подставляя в (30) номинальные значения скорости и момента с учетом выбора знака, окончательно получаем:

$$K_e = \frac{U_n + \sqrt{U_n^2 - 4\omega_n RM_n}}{2\omega_n} = \frac{U_n + \sqrt{U_n^2 - 4P_n R}}{2\omega_n}, \quad (32)$$

где P_n – номинальная мощность двигателя.

1.2. Математическое описание асинхронного двигателя

1.2.1. Обобщенная двухфазная модель

При исследованиях динамических режимов машин переменного тока используется *обобщенная модель электрической машины* [1], схема которой показана на рис. 8. Это – двухфазная модель с ортогонально размещенными обмотками статора и ротора. Число пар полюсов равно одному. Такой подход позволяет сократить число уравнений и упростить сами уравнения.

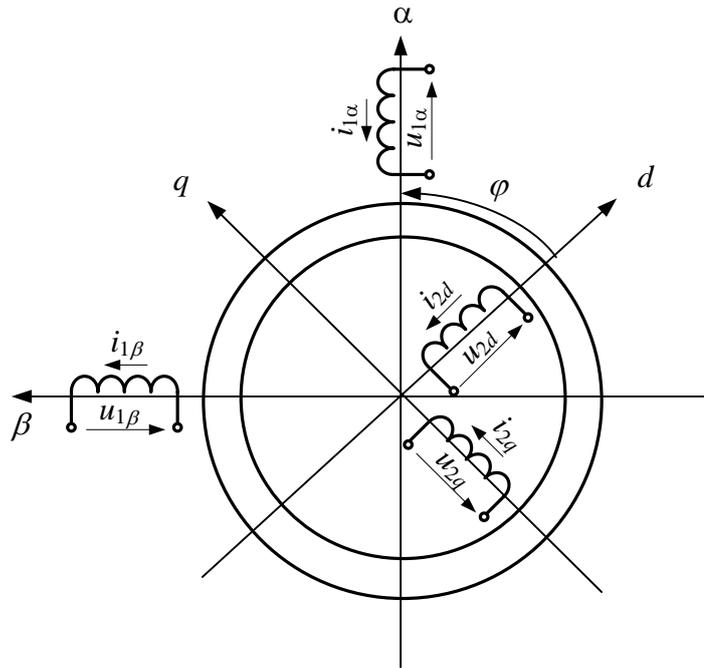


Рис.8. Обобщенная модель электрической машины.

Обмотки статора расположены на неподвижных осях α - β . Обмотки ротора – на подвижных осях d - q , привязанных к ротору. Система координат d - q вращается со скоростью $\omega_{эл}$. Индекс «эл» введен для того, чтобы отличить эту скорость от скорости ротора реальной машины ω . Если реальная машина имеет число пар полюсов p_n , то очевидно, что

$$\omega_{эл} = p_n \omega. \quad (33)$$

Процесс преобразования переменных x_{1a}, x_{1b}, x_{1c} статора трехфазной машины (это могут быть напряжения, токи, потокосцепления) к переменным $x_{1\alpha}, x_{1\beta}$ статора двухфазной машины показан на рис. 9.

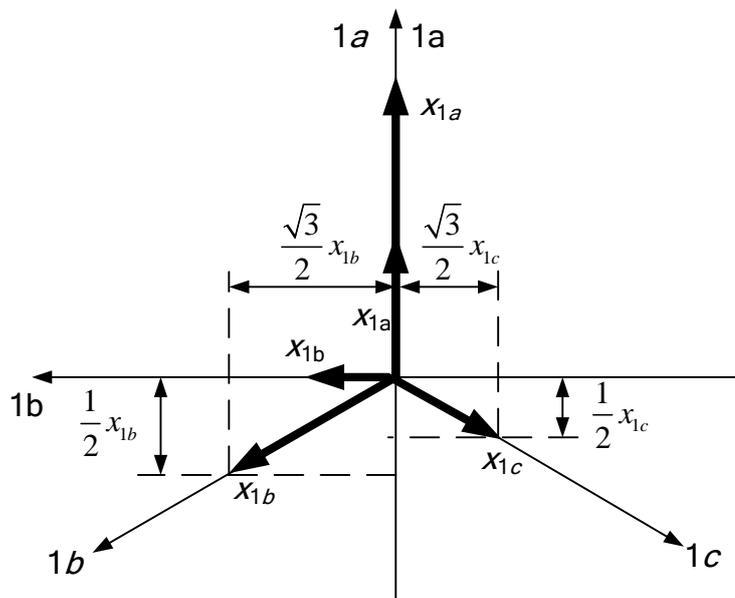


Рис. 9. Схема преобразования переменных $abc \rightarrow \alpha\beta$.

Согласно приведенной схеме:

$$\begin{cases} x_{1\alpha} = k_c \left(x_{1a} - \frac{1}{2}x_{1b} - \frac{1}{2}x_{1c} \right); \\ x_{1\beta} = k_c \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x_{1b} - \frac{\sqrt{3}}{2}x_{1c} \right). \end{cases} \quad (34)$$

Здесь k_c – это согласующий коэффициент, выбор которого в дальнейшем будет осуществляться из условия инвариантности мощности (равенства мгновенных мощностей двухфазной и трехфазной машин).

В симметричной системе $x_{1a} + x_{1b} + x_{1c} = 0$, что позволяет упростить формулу для $x_{1\alpha}$:

$$\begin{cases} x_{1\alpha} = \frac{3}{2}k_c x_{1a}; \\ x_{1\beta} = \frac{\sqrt{3}}{2}k_c (x_{1b} - x_{1c}). \end{cases} \quad (35)$$

Обратное преобразование координат осуществляется согласно схеме, приведенной на рис. 10.

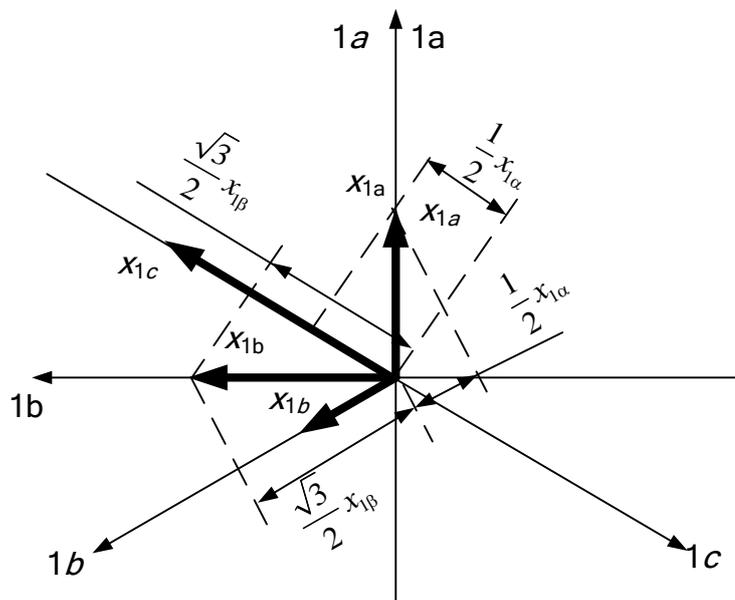


Рис. 10. Схема преобразования переменных $\alpha\beta \rightarrow abc$.

Переменные трехфазной машины могут быть найдены по следующим формулам:

$$\begin{cases} x_{1a} = k_c x_{1\alpha}; \\ x_{1b} = k_c \left(-\frac{1}{2} x_{1\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} x_{1\beta} \right); \\ x_{1c} = k_c \left(-\frac{1}{2} x_{1\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2} x_{1\beta} \right). \end{cases} \quad (36)$$

Определим согласующий коэффициент так, чтобы суммарная электрическая мощность статорных обмоток эквивалентной двухфазной машины вычислялась естественным образом:

$$\begin{aligned} u_{1a} i_{1a} + u_{1b} i_{1b} + u_{1c} i_{1c} &= k_c^2 u_{1\alpha} i_{1\alpha} + \left[k_c \left(-\frac{1}{2} u_{1\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} u_{1\beta} \right) \right] \left[k_c \left(-\frac{1}{2} i_{1\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} i_{1\beta} \right) \right] + \\ &+ \left[k_c \left(-\frac{1}{2} u_{1\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2} u_{1\beta} \right) \right] \left[k_c \left(-\frac{1}{2} i_{1\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2} i_{1\beta} \right) \right] = k_c^2 \left(\frac{3}{2} u_{1\alpha} i_{1\alpha} + \frac{3}{2} u_{1\beta} i_{1\beta} \right). \end{aligned}$$

$$\text{При } k_{1c} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$u_{1a} i_{1a} + u_{1b} i_{1b} + u_{1c} i_{1c} = u_{1\alpha} i_{1\alpha} + u_{1\beta} i_{1\beta}.$$

Для роторных обмоток преобразования переменных производятся аналогично: в выражениях (35, 36) переменные $x_{1\alpha}$, $x_{1\beta}$ заменяются на x_{2d} , x_{2q} , переменные x_{1a} , x_{1b} , x_{1c} – на соответствующие переменные вращающегося ротора.

Уравнения Кирхгофа для обмоток статора и ротора двухфазной модели, выраженные через потокосцепления, имеют вид:

$$\begin{cases} u_{1\alpha} = R_1 i_{1\alpha} + p \Psi_{1\alpha}; \\ u_{1\beta} = R_1 i_{1\beta} + p \Psi_{1\beta}; \\ u_{2d} = R_2 i_{2d} + p \Psi_{2d}; \\ u_{2q} = R_2 i_{2q} + p \Psi_{2q}, \end{cases} \quad (37)$$

где p – оператор дифференцирования по времени. Потокосцепления в обмотках статора и ротора:

$$\begin{cases} \Psi_{1\alpha} = L_{1\alpha,1\alpha} i_{1\alpha} + L_{1\alpha,1\beta} i_{1\beta} + L_{1\alpha,2d} i_{2d} + L_{1\alpha,2q} i_{2q}; \\ \Psi_{1\beta} = L_{1\beta,1\alpha} i_{1\alpha} + L_{1\beta,1\beta} i_{1\beta} + L_{1\beta,2d} i_{2d} + L_{1\beta,2q} i_{2q}; \\ \Psi_{2d} = L_{2d,1\alpha} i_{1\alpha} + L_{2d,1\beta} i_{1\beta} + L_{2d,2d} i_{2d} + L_{2d,2q} i_{2q}; \\ \Psi_{2q} = L_{2q,1\alpha} i_{1\alpha} + L_{2q,1\beta} i_{1\beta} + L_{2q,2d} i_{2d} + L_{2q,2q} i_{2q}. \end{cases} \quad (38)$$

Для симметричной и неявнополюсной машины собственные индуктивности статора и ротора не зависят от положения ротора:

$$L_{1\alpha,1\alpha} = L_{1\beta,1\beta} = L_1 = \text{const}, \quad L_{2d,2d} = L_{2q,2q} = L_2 = \text{const}.$$

Взаимные индуктивности между обмотками статора и ротора равны нулю, так как они сдвинуты на 90° :

$$L_{1\alpha,1\beta} = L_{1\beta,1\alpha} = L_{2d,2q} = L_{2q,2d} = 0.$$

Взаимные индуктивности обмоток статора и ротора проходят полный цикл изменений при повороте ротора на угол 2π :

$$\begin{cases} L_{1\alpha,2d} = L_{2d,1\alpha} = L_{12} \cos \varphi_{\text{эл}}; \\ L_{1\alpha,2q} = L_{2q,1\alpha} = L_{12} \cos(\varphi_{\text{эл}} + 90^\circ) = -L_{12} \sin \varphi_{\text{эл}}; \\ L_{1\beta,2q} = L_{2q,1\beta} = L_{12} \cos \varphi_{\text{эл}}; \\ L_{1\beta,2d} = L_{2d,1\beta} = L_{12} \sin \varphi_{\text{эл}}. \end{cases} \quad (39)$$

Угол $\varphi_{\text{эл}}$ поворота ротора обобщенной модели связан с углом поворота ротора реальной машины следующим образом:

$$\varphi_{\text{эл}} = p_n \varphi. \quad (40)$$

Подставив полученные выражения индуктивностей в систему (38), получим:

$$\begin{cases} \Psi_{1\alpha} = L_1 i_{1\alpha} + L_{12} \cos \varphi_{\text{эл}} i_{2d} - L_{12} \sin \varphi_{\text{эл}} i_{2q}; \\ \Psi_{1\beta} = L_1 i_{1\beta} + L_{12} \sin \varphi_{\text{эл}} i_{2d} + L_{12} \cos \varphi_{\text{эл}} i_{2q}; \\ \Psi_{2d} = L_2 i_{2d} + L_{12} \cos \varphi_{\text{эл}} i_{1\alpha} + L_{12} \sin \varphi_{\text{эл}} i_{1\beta}; \\ \Psi_{2q} = L_2 i_{2q} - L_{12} \sin \varphi_{\text{эл}} i_{1\alpha} + L_{12} \cos \varphi_{\text{эл}} i_{1\beta}. \end{cases} \quad (41)$$

С учетом данных зависимостей система уравнений (37) примет вид:

$$\begin{cases} u_{1\alpha} = R_1 i_{1\alpha} + p L_1 i_{1\alpha} + p L_{12} (\cos \varphi_{\text{эл}}) i_{2d} - p L_{12} (\sin \varphi_{\text{эл}}) i_{2q}; \\ u_{1\beta} = R_1 i_{1\beta} + p L_1 i_{1\beta} + p L_{12} (\sin \varphi_{\text{эл}}) i_{2d} + p L_{12} (\cos \varphi_{\text{эл}}) i_{2q}; \\ u_{2d} = R_2 i_{2d} + p L_2 i_{2d} + p L_{12} (\cos \varphi_{\text{эл}}) i_{1\alpha} + p L_{12} (\sin \varphi_{\text{эл}}) i_{1\beta}; \\ u_{2q} = R_2 i_{2q} + p L_2 i_{2q} - p L_{12} (\sin \varphi_{\text{эл}}) i_{1\alpha} + p L_{12} (\cos \varphi_{\text{эл}}) i_{1\beta}. \end{cases} \quad (42)$$

Электромагнитный момент, развиваемый машиной, может быть найден по формуле [2]:

$$M = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi_{\text{эл}}} \sum_{i=1\alpha}^{i=2q} i_i \Psi_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1\alpha}^{i=2q} i_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial \varphi_{\text{эл}}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1\alpha}^{i=2q} i_i \sum_{j=1\alpha}^{j=2q} \frac{\partial L_{i,j}}{\partial \varphi_{\text{эл}}} i_j. \quad (43)$$

С учетом полученных зависимостей для индуктивностей для случая неявнополюсной машины из (43) получим:

$$M = p_n L_{12} \left[(i_{1\beta} i_{2d} - i_{1\alpha} i_{2q}) \cos \varphi_{\text{эл}} - (i_{1\beta} i_{2q} + i_{1\alpha} i_{2d}) \sin \varphi_{\text{эл}} \right]. \quad (44)$$

Достоинством рассмотренного математического описания является то, что в качестве независимых переменных в нем используются реальные токи статора и ротора обобщенной машины. Однако решение системы (42) возможно только с применением вычислительной техники и весьма громоздко. Для упрощения описания проводят различные координатные преобразования, общая идея которых – переход от четырех осей к двум.

Пусть у нас имеется произвольная система ортогональных координат u, v , вращающаяся относительно неподвижного статора со скоростью ω_k , рис. 11,12.

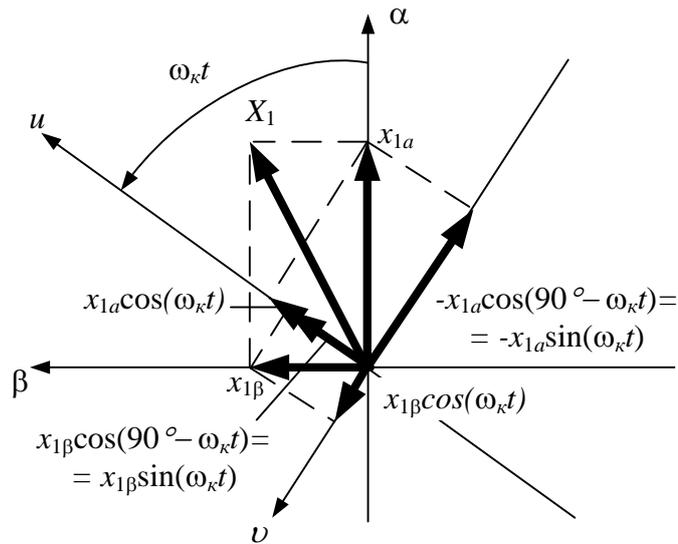


Рис. 11. Схема преобразования переменных $\alpha\beta \rightarrow uv$.

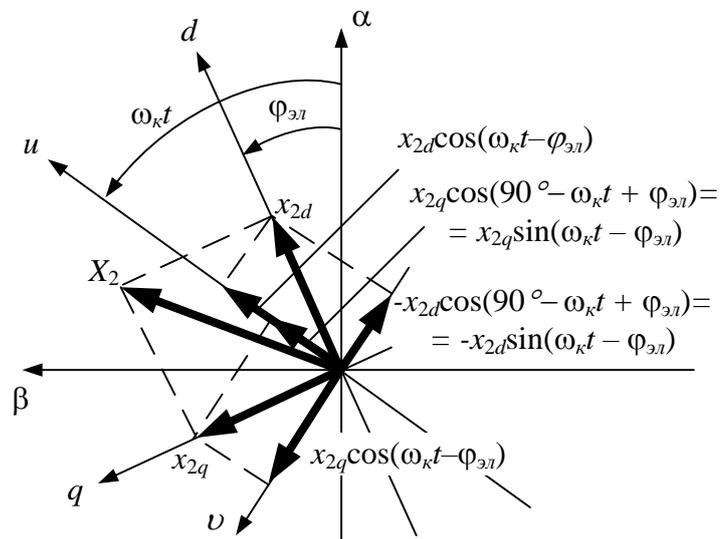


Рис. 12. Схема преобразования переменных $dq \rightarrow uv$.

Значения проекций векторов некоторых переменных статора и ротора на оси u, v :

$$\begin{cases} x_{1u} = x_{1\alpha} \cos(\omega_{\kappa} t) + x_{1\beta} \sin(\omega_{\kappa} t); \\ x_{1v} = -x_{1\alpha} \sin(\omega_{\kappa} t) + x_{1\beta} \cos(\omega_{\kappa} t); \\ x_{2u} = x_{2d} \cos(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}) + x_{2q} \sin(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}); \\ x_{2v} = -x_{2d} \sin(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}) + x_{2q} \cos(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}). \end{cases} \quad (45)$$

Обратное преобразование осуществляется по следующим формулам:

$$\begin{cases} x_{1\alpha} = x_{1u} \cos(\omega_{\kappa} t) - x_{1v} \sin(\omega_{\kappa} t); \\ x_{1\beta} = x_{1u} \sin(\omega_{\kappa} t) + x_{1v} \cos(\omega_{\kappa} t); \\ x_{2d} = x_{2u} \cos(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}) - x_{2v} \sin(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}); \\ x_{2q} = x_{2u} \sin(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}) + x_{2v} \cos(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}). \end{cases} \quad (46)$$

Применяя полученные зависимости, найдем из (37) уравнения для статорных и роторных обмоток:

$$\begin{aligned} u_{1u} \cos(\omega_{\kappa} t) - u_{1v} \sin(\omega_{\kappa} t) &= R_1 (i_{1u} \cos(\omega_{\kappa} t) - i_{1v} \sin(\omega_{\kappa} t)) + \\ &\quad + \frac{d}{dt} (\psi_{1u} \cos(\omega_{\kappa} t) - \psi_{1v} \sin(\omega_{\kappa} t)); \\ u_{1u} \sin(\omega_{\kappa} t) + u_{1v} \cos(\omega_{\kappa} t) &= R_1 (i_{1u} \sin(\omega_{\kappa} t) + i_{1v} \cos(\omega_{\kappa} t)) + \\ &\quad + \frac{d}{dt} (\psi_{1u} \sin(\omega_{\kappa} t) + \psi_{1v} \cos(\omega_{\kappa} t)); \\ u_{2u} \cos(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}) - u_{2v} \sin(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}) &= \\ &= R_2 (i_{2u} \cos(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}) - i_{2v} \sin(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l})) + \\ &\quad + \frac{d}{dt} (\psi_{2u} \cos(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}) - \psi_{2v} \sin(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l})); \\ u_{2u} \sin(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}) + u_{2v} \cos(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}) &= \\ &= R_2 (i_{2u} \sin(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}) + i_{2v} \cos(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l})) + \\ &\quad + \frac{d}{dt} (\psi_{2u} \sin(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l}) + \psi_{2v} \cos(\omega_{\kappa} t - \varphi_{\varepsilon l})). \end{aligned}$$

Найдя производные и выполнив необходимые преобразования над парами уравнений (для статора и ротора), получим:

$$\begin{cases} u_{1u} = R_1 i_{1u} + d\psi_{1u}/dt - \omega_{\kappa} \psi_{1v}; \\ u_{1v} = R_1 i_{1v} + d\psi_{1v}/dt + \omega_{\kappa} \psi_{1u}; \\ u_{2u} = R_2 i_{2u} + d\psi_{2u}/dt - (\omega_{\kappa} - \omega_{\varepsilon l}) \psi_{2v}; \\ u_{2v} = R_2 i_{2v} + d\psi_{2v}/dt + (\omega_{\kappa} - \omega_{\varepsilon l}) \psi_{2u}. \end{cases} \quad (47)$$

Потокосцепления в системе u, v связаны с токами простыми и очевидными зависимостями:

$$\begin{cases} \Psi_{1u} = L_1 i_{1u} + L_{12} i_{2u}; \\ \Psi_{1v} = L_1 i_{1v} + L_{12} i_{2v}; \\ \Psi_{2u} = L_2 i_{2u} + L_{12} i_{1u}; \\ \Psi_{2v} = L_2 i_{2v} + L_{12} i_{1v}. \end{cases} \quad (48)$$

Формулы для обратного вычисления:

$$\begin{cases} i_{1u} = \frac{1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} (L_2 \Psi_{1u} - L_{12} \Psi_{2u}); \\ i_{1v} = \frac{1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} (L_2 \Psi_{1v} - L_{12} \Psi_{2v}); \\ i_{2u} = \frac{1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} (L_1 \Psi_{2u} - L_{12} \Psi_{1u}); \\ i_{2v} = \frac{1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} (L_1 \Psi_{2v} - L_{12} \Psi_{1v}). \end{cases} \quad (49)$$

Подставляя выражения для потокосцеплений из (48) в (47), получим уравнения машины, связывающие напряжения и токи:

$$\begin{cases} u_{1u} = (R_1 + pL_1) i_{1u} + pL_{12} i_{2u} - L_1 \omega_\kappa i_{1v} - L_{12} \omega_\kappa i_{2v}; \\ u_{1v} = (R_1 + pL_1) i_{1v} + pL_{12} i_{2v} + L_1 \omega_\kappa i_{1u} + L_{12} \omega_\kappa i_{2u}; \\ u_{2u} = (R_2 + pL_2) i_{2u} + pL_{12} i_{1u} - L_{12} (\omega_\kappa - \omega_{эл}) i_{1v} - L_2 (\omega_\kappa - \omega_{эл}) i_{2v}; \\ u_{2v} = (R_2 + pL_2) i_{2v} + pL_{12} i_{1v} + L_{12} (\omega_\kappa - \omega_{эл}) i_{1u} + L_2 (\omega_\kappa - \omega_{эл}) i_{2u}. \end{cases} \quad (50)$$

Подставляя выражения для токов из (49) в (47), получим уравнения, связывающие напряжения и потокосцепления. Для удобства они сразу представлены в форме Коши:

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_{1u}}{dt} = u_{1u} - \frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1u} + \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2u} + \omega_\kappa \Psi_{1v}; \\ \frac{d\Psi_{1v}}{dt} = u_{1v} - \frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1v} + \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2v} - \omega_\kappa \Psi_{1u}; \\ \frac{d\Psi_{2u}}{dt} = u_{2u} - \frac{R_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2u} + \frac{R_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1u} + (\omega_\kappa - \omega_{эл}) \Psi_{2v}; \\ \frac{d\Psi_{2v}}{dt} = u_{2v} - \frac{R_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2v} + \frac{R_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1v} - (\omega_\kappa - \omega_{эл}) \Psi_{2u}. \end{cases} \quad (51)$$

Баланс мощностей при условии, что роторные напряжения равны нулю:

$$\begin{aligned}
Q &= u_{1\alpha}i_{1\alpha} + u_{1\beta}i_{1\beta} = (u_{1u} \cos(\omega_{\kappa}t) - u_{1v} \sin(\omega_{\kappa}t))(i_{1u} \cos(\omega_{\kappa}t) - i_{1v} \sin(\omega_{\kappa}t)) + \\
&\quad + (u_{1u} \sin(\omega_{\kappa}t) + u_{1v} \cos(\omega_{\kappa}t))(i_{1u} \sin(\omega_{\kappa}t) + i_{1v} \cos(\omega_{\kappa}t)) = \\
&= u_{1u}i_{1u} (\cos^2(\omega_{\kappa}t) + \sin^2(\omega_{\kappa}t)) + u_{1v}i_{1v} (\cos^2(\omega_{\kappa}t) + \sin^2(\omega_{\kappa}t)) = \\
&= u_{1u}i_{1u} + u_{1v}i_{1v}.
\end{aligned}$$

Электромагнитный момент:

$$\begin{aligned}
M &= p_n L_{12} \left[(i_{1\beta}i_{2d} - i_{1\alpha}i_{2q}) \cos \varphi_{эл} - (i_{1\beta}i_{2q} + i_{1\alpha}i_{2d}) \sin \varphi_{эл} \right] = \\
&= p_n L_{12} \cos \varphi_{эл} [(i_{1u} \sin(\omega_{\kappa}t) + i_{1v} \cos(\omega_{\kappa}t)) \times \\
&\quad \times (i_{2u} \cos(\omega_{\kappa}t - \varphi_{эл}) - i_{2v} \sin(\omega_{\kappa}t - \varphi_{эл})) - \\
&\quad - (i_{1u} \cos(\omega_{\kappa}t) - i_{1v} \sin(\omega_{\kappa}t)) \times \\
&\quad \times (i_{2u} \sin(\omega_{\kappa}t - \varphi_{эл}) + i_{2v} \cos(\omega_{\kappa}t - \varphi_{эл}))] - \\
&\quad - p_n L_{12} \sin \varphi_{эл} [(i_{1u} \sin(\omega_{\kappa}t) + i_{1v} \cos(\omega_{\kappa}t)) \times \\
&\quad \times (i_{2u} \sin(\omega_{\kappa}t - \varphi_{эл}) + i_{2v} \cos(\omega_{\kappa}t - \varphi_{эл})) + \\
&\quad + (i_{1u} \cos(\omega_{\kappa}t) - i_{1v} \sin(\omega_{\kappa}t)) \times \\
&\quad \times (i_{2u} \cos(\omega_{\kappa}t - \varphi_{эл}) - i_{2v} \sin(\omega_{\kappa}t - \varphi_{эл}))].
\end{aligned}$$

После преобразований, получим:

$$M = p_n L_{12} (i_{1v}i_{2u} - i_{1u}i_{2v}). \quad (52)$$

Применяя (48, 49), из (52) можно получить другие формулы для электромагнитного момента:

$$M = p_n (\Psi_{1u}i_{1v} - \Psi_{1v}i_{1u}), \quad (53)$$

$$M = p_n (\Psi_{2v}i_{2u} - \Psi_{2u}i_{2v}), \quad (54)$$

$$M = \frac{p_n L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} (\Psi_{1v} \Psi_{2u} - \Psi_{1u} \Psi_{2v}). \quad (55)$$

Рассмотрим варианты выбора скорости вращения системы координат ω_{κ} .

1. Неподвижная система координат: $\omega_{\kappa} = 0$. Этот вариант предусматривает использование реальных переменных статора двухфазной машины и преобразованных к осям α, β переменных ротора. В установившемся режиме все напряжения, токи и потокосцепления являются переменными (синусоидальными) с частотой, равной частоте питания машины $\omega_{0эл}$.

Уравнения статора и ротора:

– через токи и потокосцепления:

$$\begin{cases} u_{1\alpha} = R_1 i_{1\alpha} + d\psi_{1\alpha}/dt; \\ u_{1\beta} = R_1 i_{1\beta} + d\psi_{1\beta}/dt; \\ u_{2\alpha} = R_2 i_{2\alpha} + d\psi_{2\alpha}/dt + \omega_{\text{эл}} \psi_{2\beta}; \\ u_{2\beta} = R_2 i_{2\beta} + d\psi_{2\beta}/dt - \omega_{\text{эл}} \psi_{2\alpha}, \end{cases} \quad (56)$$

– через потокосцепления:

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt} = u_{1\alpha} - \frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1\alpha} + \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2\alpha}; \\ \frac{d\Psi_{1\beta}}{dt} = u_{1\beta} - \frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1\beta} + \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2\beta}; \\ \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} = u_{2\alpha} - \frac{R_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2\alpha} + \frac{R_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1\alpha} - \omega_{\text{эл}} \Psi_{2\beta}; \\ \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} = u_{2\beta} - \frac{R_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2\beta} + \frac{R_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1\beta} + \omega_{\text{эл}} \Psi_{2\alpha}. \end{cases} \quad (57)$$

Модель в осях α, β может использоваться для расчета реальных токов статора двухфазной машины, которые потом могут легко быть пересчитаны в токи трехфазной.

2. Система координат, вращающаяся вместе с ротором: $\omega_k = \omega_{\text{эл}}$. Этот вариант предусматривает использование реальных переменных ротора двухфазной машины и преобразованных к осям d, q переменных статора. Уравнения статора и ротора:

– через токи и потокосцепления:

$$\begin{cases} u_{1d} = R_1 i_{1d} + d\psi_{1d}/dt - \omega_{\text{эл}} \psi_{1q}; \\ u_{1q} = R_1 i_{1q} + d\psi_{1q}/dt + \omega_{\text{эл}} \psi_{1d}; \\ u_{2d} = R_2 i_{2d} + d\psi_{2d}/dt; \\ u_{2q} = R_2 i_{2q} + d\psi_{2q}/dt, \end{cases} \quad (58)$$

– через потокосцепления:

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_{1d}}{dt} = u_{1d} - \frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1d} + \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2d} + \omega_{\text{эл}} \Psi_{1q}; \\ \frac{d\Psi_{1q}}{dt} = u_{1q} - \frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1q} + \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2q} - \omega_{\text{эл}} \Psi_{1d}; \\ \frac{d\Psi_{2d}}{dt} = u_{2d} - \frac{R_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2d} + \frac{R_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1d}; \\ \frac{d\Psi_{2q}}{dt} = u_{2q} - \frac{R_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2q} + \frac{R_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1q}. \end{cases} \quad (59)$$

В установившемся режиме все напряжения, токи и потокосцепления являются переменными (синусоидальными) с частотой тока ротора $\omega_{0эл} - \omega_{эл}$.

Модель в осях d, q может использоваться для расчета реальных токов ротора двухфазной машины, которые потом могут легко быть пересчитаны в токи трехфазной.

3. Система координат, вращающаяся вместе с полем машины (точнее, с вектором напряжения): $\omega_k = \omega_{0эл}$. Этот вариант предусматривает преобразование к осям x, y переменных статора и ротора. В установившемся режиме все напряжения, токи и потокосцепления являются постоянными величинами.

Напряжения статорных обмоток в осях α, β :

$$u_{1\alpha} = U_{1\max} \cos(\omega_{0эл} t); \quad u_{1\beta} = U_{1\max} \cos(\omega_{0эл} t - \pi/2).$$

Осуществив преобразование (45), получим

$$\begin{aligned} u_{1x} &= U_{1\max} \cos^2(\omega_{0эл} t) + U_{1\max} \sin^2(\omega_{0эл} t) = U_{1\max}; \\ u_{1y} &= -U_{1\max} \cos(\omega_{0эл} t) \sin(\omega_{0эл} t) + U_{1\max} \sin(\omega_{0эл} t) \cos(\omega_{0эл} t) = 0. \end{aligned}$$

Согласно (35)

$$U_{1\max} = \frac{3}{2} k_c U_{1a, \max} = \sqrt{\frac{3}{2}} U_{1a, \max} = \sqrt{3} U_\phi, \quad (60)$$

где U_ϕ – действующее напряжение фазы трехфазного двигателя.

Уравнения статора и ротора:

– через токи и потокосцепления:

$$\begin{cases} U_{1\max} = R_1 i_{1x} + d\psi_{1x}/dt - \omega_{0эл} \psi_{1y}; \\ 0 = R_1 i_{1y} + d\psi_{1y}/dt + \omega_{0эл} \psi_{1x}; \\ u_{2x} = R_2 i_{2x} + d\psi_{2x}/dt - (\omega_{0эл} - \omega_{эл}) \psi_{2y}; \\ u_{2y} = R_2 i_{2y} + d\psi_{2y}/dt + (\omega_{0эл} - \omega_{эл}) \psi_{2x}, \end{cases} \quad (61)$$

– через потокосцепления:

$$\begin{cases} \frac{d\psi_{1x}}{dt} = U_{1\max} - \frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \psi_{1x} + \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \psi_{2x} + \omega_{0эл} \psi_{1y}; \\ \frac{d\psi_{1y}}{dt} = -\frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \psi_{1y} + \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \psi_{2y} - \omega_{0эл} \psi_{1x}; \\ \frac{d\psi_{2x}}{dt} = u_{2x} - \frac{R_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \psi_{2x} + \frac{R_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \psi_{1x} + (\omega_{0эл} - \omega_{эл}) \psi_{2y}; \\ \frac{d\psi_{2y}}{dt} = u_{2y} - \frac{R_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \psi_{2y} + \frac{R_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \psi_{1y} - (\omega_{0эл} - \omega_{эл}) \psi_{2x}. \end{cases} \quad (62)$$

Для асинхронного двигателя $u_{2x} = u_{2y} = 0$.

Модель в осях может x, y является самой простой для расчета, поскольку в ней нет периодически изменяемых величин.

1.2.2. Механические характеристики асинхронного двигателя

На рис. 13 показаны схема включения асинхронного двигателя с фазным ротором и его представление в виде обобщенной двухфазной модели.

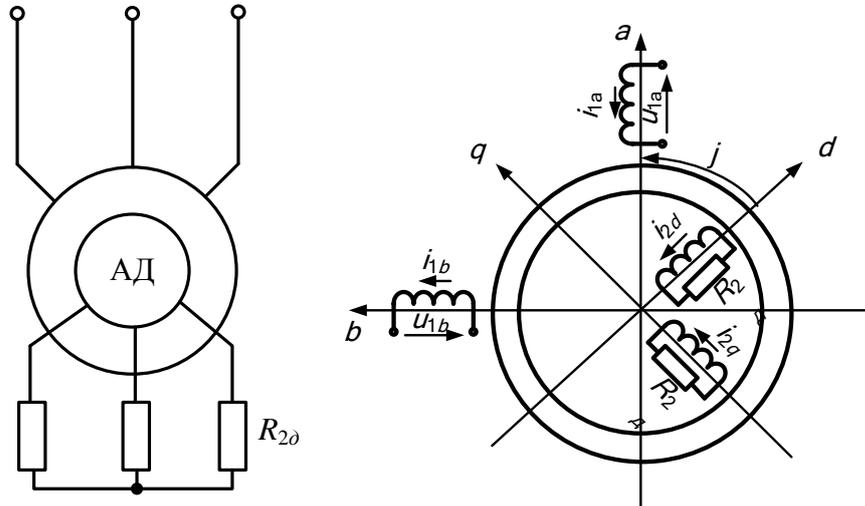


Рис. 13. Схема включения асинхронного двигателя и его модель.

Уравнения в осях α, β имеют вид:

$$\begin{cases} u_{1\alpha} = R_1 i_{1\alpha} + d\psi_{1\alpha}/dt; \\ u_{1\beta} = R_1 i_{1\beta} + d\psi_{1\beta}/dt; \\ 0 = R'_{2\Sigma} i_{2\alpha} + d\psi_{2\alpha}/dt + \omega_{эл} \psi_{2\beta}; \\ 0 = R'_{2\Sigma} i_{2\beta} + d\psi_{2\beta}/dt - \omega_{эл} \psi_{2\alpha}; \\ M = p_n L_{12} (i_{1\beta} i_{2\alpha} - i_{1\alpha} i_{2\beta}), \end{cases} \quad (63)$$

где $R'_{2\Sigma} = R'_2 + R'_{Д2}$ – суммарное приведенное сопротивление роторных цепей, $R'_2, R'_{Д2}$ – приведенное сопротивление обмоток ротора и приведенное добавочное сопротивление.

Рассмотрим первое и третье уравнения системы (63) в установившемся состоянии, когда все переменные можно представить в виде вращающихся векторов. Для входящих в уравнения элементов в данном случае справедливы следующие выражения:

$$d\vec{\psi}_{1\alpha}/dt = j\omega_{0эл} \vec{\psi}_{1\alpha}, \quad d\vec{\psi}_{2\alpha}/dt = j\omega_{0эл} \vec{\psi}_{2\alpha}, \quad \vec{\psi}_{2\beta} = -j\vec{\psi}_{2\alpha}.$$

Подставив их в уравнения, получим

$$\begin{cases} \vec{U}_{1\alpha} = R_1 \vec{I}_{1\alpha} + j\omega_{0эл} \vec{\psi}_{1\alpha}; \\ 0 = R'_{2\Sigma} \vec{I}_{2\alpha} + j\omega_{0эл} \vec{\psi}_{2\alpha} - j\omega_{эл} \vec{\psi}_{2\alpha}. \end{cases} \quad (64)$$

Введя понятие намагничивающего тока

$$\vec{I}_{12\mu} = \vec{I}_{1\alpha} + \vec{I}_{2\alpha},$$

найдем выражения для потокосцеплений:

$$\begin{cases} \vec{\Psi}_{1\alpha} = L_1 \vec{I}_{1\alpha} + L_{12} \vec{I}_{2\alpha} = (L_1 - L_{12}) \vec{I}_{1\alpha} + L_{12} \vec{I}_{12\mu}; \\ \vec{\Psi}_{2\alpha} = L_2 \vec{I}_{2\alpha} + L_{12} \vec{I}_{1\alpha} = (L_2 - L_{12}) \vec{I}_{2\alpha} + L_{12} \vec{I}_{12\mu}. \end{cases} \quad (65)$$

Выразим индуктивности через параметры схемы замещения фазы двигателя, приводимые в справочниках

$$L_1 = \frac{x_1 + x_\mu}{\omega_{0эл}}, \quad L_2 = \frac{x'_2 + x_\mu}{\omega_{0эл}}, \quad L_{12} = \frac{x_\mu}{\omega_{0эл}}, \quad (66)$$

где x_1 – индуктивное сопротивление фазы статора, x'_2 – приведенное индуктивное сопротивление фазы ротора, x_μ – индуктивное сопротивление цепи намагничивания. Подставляя выражения в (64), получим

$$\begin{cases} \vec{U}_{1\alpha} = R_1 \vec{I}_{1\alpha} + jx_1 \vec{I}_{1\alpha} + jx_\mu \vec{I}_{12\mu}; \\ -jx_\mu \vec{I}_{12\mu} = \frac{R'_{2\Sigma}}{s} \vec{I}_{2\alpha} + jx'_2 \vec{I}_{2\alpha}, \end{cases} \quad (67)$$

где $s = (\omega_{0эл} - \omega_{эл}) / \omega_{0эл} = (\omega_0 - \omega) / \omega_0$ – скольжение машины.

Поделив левые и правые части системы (67) на согласующий коэффициент k_c , перейдем к фазным переменным трехфазной машины (для фазы a):

$$\begin{cases} \vec{U}_\phi = R_1 \vec{I}_1 + jx_1 \vec{I}_1 + jx_\mu \vec{I}_\mu; \\ -jx_\mu \vec{I}_\mu = \frac{R'_{2\Sigma}}{s} \vec{I}'_2 + jx'_2 \vec{I}'_2, \end{cases} \quad (68)$$

где \vec{U}_ϕ , \vec{I}_1 , \vec{I}_μ , \vec{I}'_2 – вектора напряжения, тока статора, тока намагничивания и приведенного тока ротора для фазы трехфазной машины.

Уравнениям (68) соответствует известная Т-образная схема замещения фазы асинхронного двигателя, рис. 14.

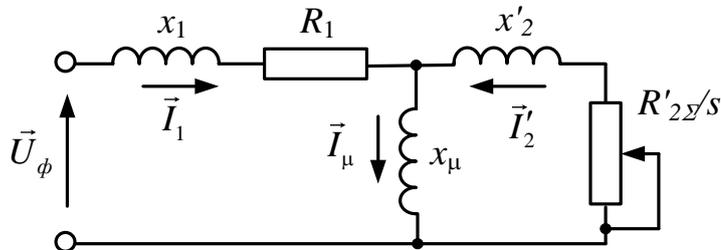


Рис. 14. Т-образная схема замещения асинхронного двигателя.

Для расчетов вместо этой схемы часто используют упрощенную схему с вынесенной цепью намагничивания, рис. 15.

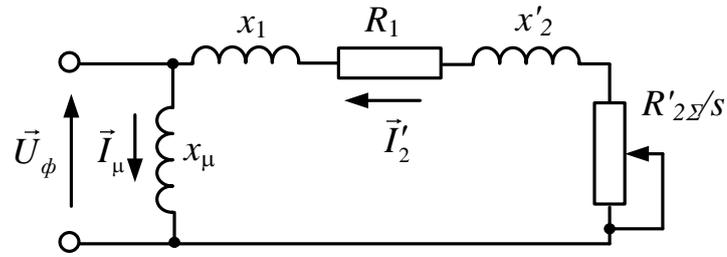


Рис. 15. Г-образная схема замещения асинхронного двигателя.

Согласно данной схеме приведенный ток ротора:

$$I'_2 = \frac{U_\phi}{\sqrt{(R_1 + R'_{2\Sigma}/s)^2 + x_\kappa^2}}, \quad (69)$$

где $x_\kappa = x_1 + x'_2$ – индуктивное сопротивление короткого замыкания.

Электромагнитная мощность, передаваемая ротору по схеме замещения:

$$P_{эм} = 3I_2'^2 R'_{2\Sigma}/s = \frac{3U_\phi^2 R'_{2\Sigma}/s}{(R_1 + R'_{2\Sigma}/s)^2 + x_\kappa^2}. \quad (70)$$

С другой стороны эта мощность может быть выражена через момент и скорость холостого хода:

$$P_{эм} = M\omega_0. \quad (71)$$

Следовательно, уравнение для электромагнитного момента (уравнение механической характеристики) примет вид:

$$M = \frac{3U_\phi^2 R'_{2\Sigma}}{\omega_0 s [(R_1 + R'_{2\Sigma}/s)^2 + x_\kappa^2]}. \quad (72)$$

Зависимость $M(s)$ имеет экстремумы (максимумы). Производная момента по скольжению равна нулю при так называемых критических скольжениях:

$$s_\kappa = \pm \frac{R'_{2\Sigma}}{\sqrt{R_1^2 + x_\kappa^2}}. \quad (73)$$

Знак плюс в (73) соответствует критическому скольжению в двигательном режиме, когда скорость машины ω меньше скорости холостого хода ω_0 , минус – в генераторном, когда $\omega > \omega_0$. Значения критических моментов можно определить, подставив (73) в (72):

$$M_\kappa = \frac{3U_\phi^2}{2\omega_0 [R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + x_\kappa^2}]}. \quad (74)$$

Значение критического момента в генераторном режиме по модулю больше, чем в двигательном. Уравнение (72) может быть также представлено в виде *уточненной формулы Клосса*:

$$M = \frac{2M_k(1 + as_k)}{s/s_k + s_k/s + 2as_k} \quad (75)$$

где $a = R_1/R'_{2\Sigma}$.

Механическая и электромеханическая характеристики асинхронной машины, построенные по (72) и (75) имеют вид, показанный на рис. 16.

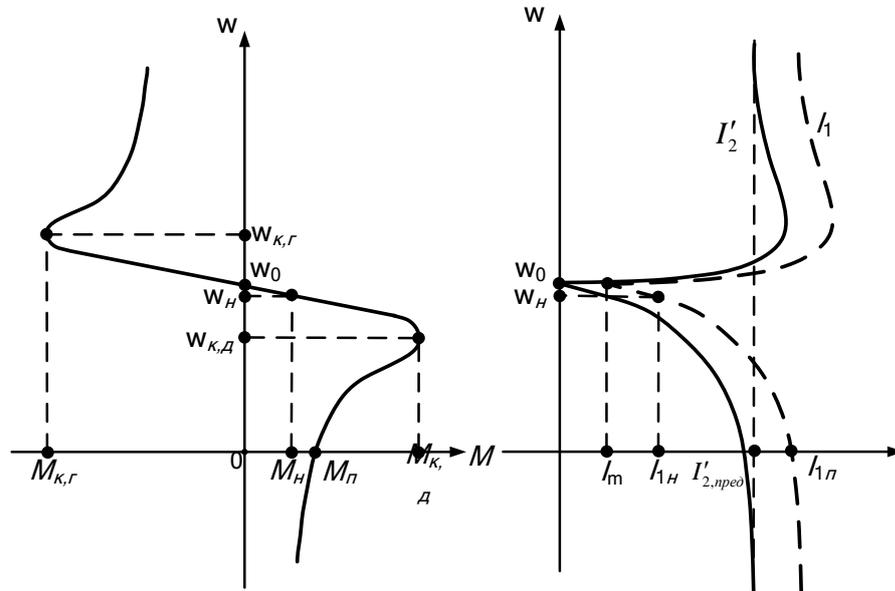


Рис. 16. Механическая и электромеханическая характеристики.

Механическая характеристика асинхронного двигателя приближенно может быть построена по каталожным данным, включающим

- кратность пускового момента $m_n = M_n/M_H$;
- кратность минимального момента $m_m = M_m/M_H$;
- кратность критического момента $m_k = M_k/M_H$;
- номинальное скольжение $s_n = (\omega_0 - \omega_n)/\omega_0$;
- критическое скольжение $s_k = (\omega_0 - \omega_k)/\omega_0$.

Номинальный момент определяется через номинальную мощность и номинальную скорость: $M_H = P_H/\omega_n$. Скорость холостого хода определяется частотой напряжения и числом пар полюсов двигателя: $\omega_0 = 2\pi f/p_n$.

Характеристика строится по пяти точкам, рис. 17.

Наличие нижнего «изгиба» в зоне минимального момента объясняется тем, что при больших скольжениях и токах в реальных двигателях проявляются эффекты, не учтенные вышеизложенной теорией. Они связаны с появлением дополнительных моментов от высших гармоник магнитного поля, вызванных зубчатым строением статора и ротора.

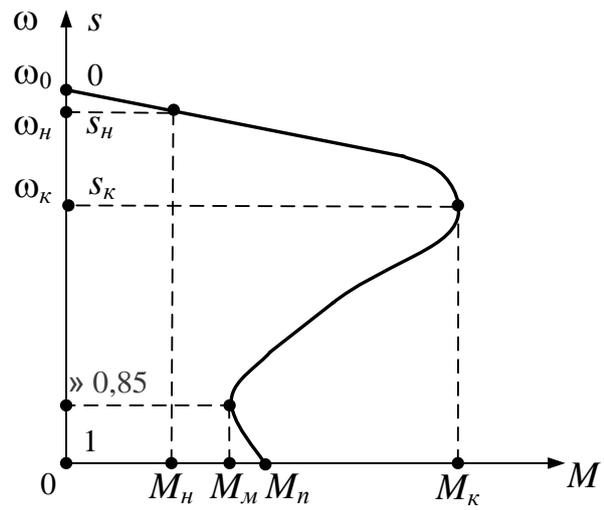


Рис. 17. Механическая характеристика по каталожным данным.

2. ЗАДАНИЯ

2.1. Электропривод постоянного тока с упругой связью. Регулирование скорости

2.1.1. Исходные данные

Исходные данные по вариантам приведены в табл. 1. Данные последнего столбца в текущей работе не используются.

Таблица 1. Данные двигателя и преобразователя

№ вар	Мощность, КВт	Номинальная частота вращения, об/мин	Сопротивление обмотки при 15° С, Ом		Индуктивность якоря, мГн	Момент инерции ротора, кг·м ²	Постоянная времени ТП, сек.	Время полного поворота, сек.
			якоря	добавочных полюсов				
1	2	3	4	5	6	6	7	8
Тип 2ПБ100МУХЛ4, 2ПБ100МГУХЛ4								
1	0,26	800	12,76	8,35	461	0,011	0,02	20
2	0,37	1000	8,49	5,14	313		0,08	12
3	0,6	1600	4,38	2,62	150		0,06	11
4	0,85	2360	1,99	1,22	78		0,09	30
5	1,2	3150	1,325	0,7	45		0,04	15
Тип 2ПБ112МУХЛ4, 2ПБ112МГУХЛ4								
6	0,34	750	8,72	7,07	106	0,015	0,06	40
7	0,45	1060	5,07	4,5	66		0,09	35
8	0,75	1500	2,48	2,13	31		0,07	22
9	1,1	2200	1,29	1,12	16		0,10	25
10	1,4	3000	0,788	0,682	11		0,09	15
Тип 2ПФ132МУХЛ4, 2ПФ132МГУХЛ4								
11	2	750	1,693	1,26	33	0,038	0,11	40
12	3	1060	0,906	0,692	18,5		0,10	24
13	4	1500	0,472	0,308	9,7		0,12	16
14	6	2360	0,226	0,166	1,6		0,09	36
15	7,5	3000	0,14	0,094	2,85		0,13	22
Тип 2ПФ132ЛУХЛ4, 2ПФ132ЛГУХЛ4								
16	2,8	750	1,08	0,915	23	0,048	0,12	28
17	4,2	1000	0,67	0,445	14		0,14	34
18	5,5	1600	0,269	0,22	5,7		0,11	18
19	7,5	2120	0,167	0,124	3,5		0,15	15
20	11	3000	0,08	0,066	1,8		0,14	10
Тип 2ПФ160МУХЛ4, 2ПФ160МГУХЛ4								
21	4,2	750	0,516	0,407	14	0,083	0,08	22
22	6	1000	0,326	0,208	9		0,09	18
23	7,5	1500	0,145	0,101	4		0,11	10
24	13	2240	0,081	0,056	2,2		0,10	12
25	16	3150	0,037	0,024	0,99		0,15	9
Тип 2ПФ160ЛУХЛ4, 2ПФ160ЛГУХЛ4								
26	5,6	800	0,328	0,227	10,5	0,1	0,07	16

1	2	3	4	5	6	6	7	8
27	8	1000	0,216	0,175	7		0,13	18
28	11	1500	0,096	0,073	3,1		0,12	10
29	16	2360	0,044	0,031	1,4		0,10	8
30	18,5	3150	0,024	0,017	0,78		0,16	5
Тип 2ПФ180МУХЛ4, 2ПФ180МГУХЛ4								
31	9	750	0,286	0,206	22	0,2	0,15	24
32	12	1060	0,15	0,092	4,9		0,14	25
33	15	1500	0,084	0,056	2,7		0,09	16
34	26	3150	0,022	0,015	0,68		0,16	8
Тип 2ПФ180ЛУХЛ4, 2ПФ180ЛГУХЛ4								
35	10	750	0,203	0,145	7,3	0,23	0,10	18
36	14	1000	0,136	0,084	4,4		0,13	24
37	18,5	1500	0,065	0,044	2,2		0,11	14
38	25	2120	0,042	0,03	0,81		0,17	12
Тип 2ПФ200МУХЛ4, 2ПФ200МГУХЛ4								
39	22	1600	0,047	0,029	1,6	0,25	0,14	10
Тип 2ПФ200ЛУХЛ4, 2ПФ200ЛГУХЛ4								
40	15	750	0,125	0,08	4,6	0,3	0,13	18
41	20	1000	0,083	0,053	3,2		0,12	18
42	30	1500	0,031	0,02	1,2		0,15	8

Номинальное напряжение питания двигателя для всех вариантов 220 В.

2.1.2. Задание

1. Определить номинальные величины (скорость, момент, ток якоря) и построить естественные электромеханическую и механическую характеристики двигателя.

2. Построить динамические модели одномассовой и двухмассовой систем на одной Simulink-диаграмме для исследования процесса прямого пуска. Входным сигналом будет ступенчато изменяющееся напряжение якоря (пониженное для ограничения пускового тока). Выходными сигналами будут:

- скорости вращения вала двигателя (для двух моделей, свести на один Scope);
- токи якоря (для двух моделей, свести на один Scope);
- моменты сопротивления (для двух моделей, свести на один Scope);
- разница между углами поворота концов вала/троса для двухмассовой модели.

Момент инерции механизма взять равным 20% момента инерции ротора двигателя. Моментом инерции упругого элемента пренебречь.

3. Сравнить переходные характеристики моделей. Экспериментально определить три значения коэффициента упругости: «малое» (где расхождение между переходными характеристиками двух моделей велико), «среднее» и «большое» (где расхождение практически незаметно).

4. Экспериментально определить максимальное напряжение, при котором в процессе пуска ток якоря (для двух моделей) не превышает $2,5I_n$. Зафиксировать (для вставки в отчет) переходные процессы по всем выходам (см. п. 2) для трех значений коэффициента упругости при найденном напряжении. При наличии колебаний тока и скорости в двухмассовой модели в установившемся режиме определить их амплитуду и частоту.

5. Построить динамические модели одномассовой и двухмассовой систем на одной Simulink-диаграмме для исследования процесса регулируемого пуска. Якорь питается от реверсивного преобразователя, способного формировать на выходе напряжение в диапазоне $-514...514$ В. Управляющий сигнал преобразователя $-10...10$ В. Преобразователь описывается аperiodическим звеном первого порядка с постоянной времени, приведенной в табл. 1. Система регулирования скорости построена по каскадному принципу. Внутренний регулятор – ПИ-регулятор тока с ограничением выходного сигнала $|U_y| \leq 10$ В. Он получает задание от ПИ-регулятора скорости, также ограниченное по модулю $|I_{зад}| \leq 2,5I_n$. Настроить регуляторы и зафиксировать переходные процессы по всем выходам для трех значений коэффициента упругости.

Отчет должен быть представлен в виде документа, содержащего:

- уравнения и графики электромеханической и механической характеристик;
- системы дифференциальных уравнений для двух моделей;
- текст программы Matlab, подготавливающей исходные данные для Simulink-диаграмм;
- результаты расчетов;
- Simulink-диаграммы;
- численные значения экспериментальных исследований и графики полученных переходных характеристик.

2.1.3. Методические указания

Схема механической части электропривода, рис. 18, включает двигатель постоянного тока независимого возбуждения D и механизм M – крыльчатку, погруженную в жидкость. Двигатель соединен с механизмом посредством длинного вала (или троса), испытывающего упругую деформацию (скручивание). Уравнения механики двухмассовой системы:

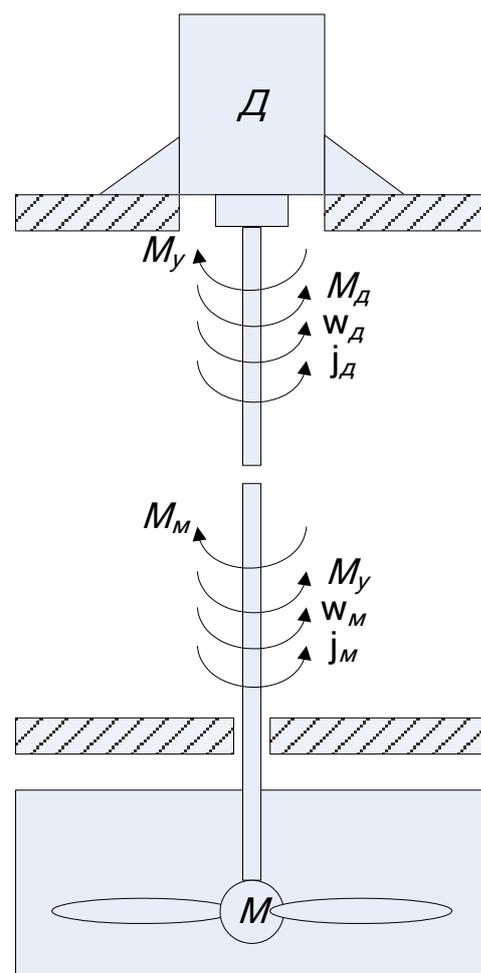


Рис. 18. Схема привода.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\omega_{\delta}}{dt} = \frac{1}{J_{\delta}}(M_{\delta} - M_y); \\ \frac{d\varphi_{\delta}}{dt} = \omega_{\delta}; \\ \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J_m}(M_y - M_m); \\ \frac{d\varphi_m}{dt} = \omega_m; \\ M_y = k_y(\varphi_{\delta} - \varphi_m); \\ M_m = \text{sign}(\omega_m) \times k_m \omega_m^2. \end{array} \right. \quad (76)$$

На стороне двигателя движущим моментом является электромагнитный момент двигателя M_{δ} , тормозящим – момент сил упругости M_y , появляющийся при скручивании вала (троса). На стороне механизма движущим моментом является момент сил упругости, тормозящим – момент сил сопротивления M_m . Момент сил упругости, согласно закону Гука, пропорционален углу скручивания. Чем меньше коэффициент k_y , тем менее «жесткой» является система, и тем сильнее ее поведение отличается от поведения одномассовой системы. Момент сил сопротивления пропорционален квадрату угловой скорости вращения механизма. Коэффициент k_m находится из условия, что при номинальной скорости двигателя механизм создает момент сопротивления, равный номинальному моменту двигателя.

В одномассовой системе упругостью соединения пренебрегаем, поэтому описание механики упрощается:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\omega_{\delta}}{dt} = \frac{1}{J_{\Sigma}}(M_{\delta} - M_m); \\ M_m = \text{sign}(\omega_{\delta}) \times k_m \omega_{\delta}^2. \end{array} \right. \quad (77)$$

где J_{Σ} – суммарный момент инерции на валу двигателя (в нашем случае равный $1,2 J_{\delta}$).

Уравнения электромеханической и механической характеристик двигателя приведены в п.1.2, описание его динамики – в п.1.1.

Simulink-диаграмму для исследования прямого пуска лучше построить из подсистем, как показано на рис. 19.

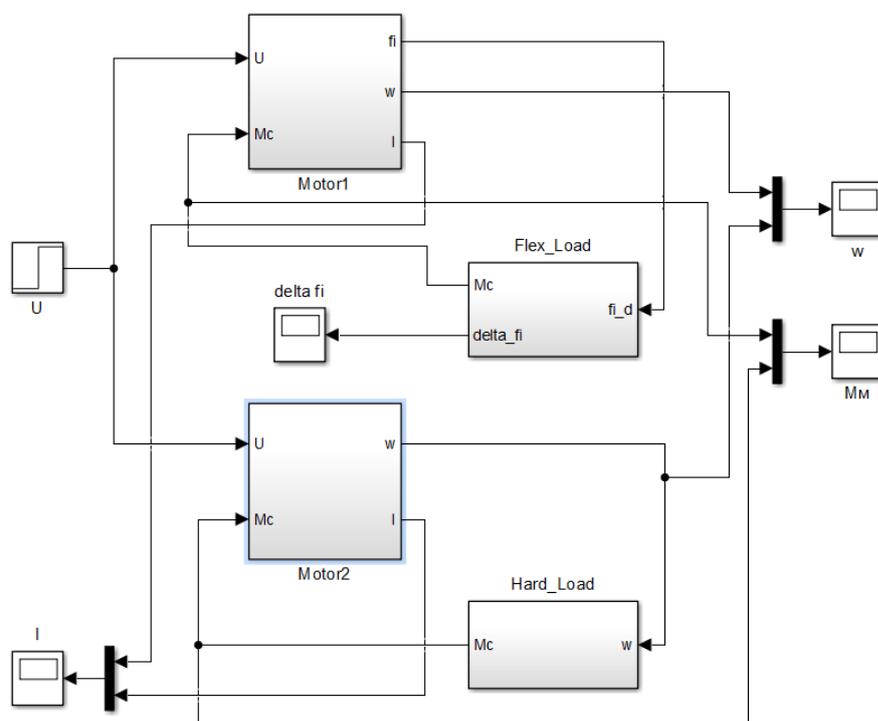


Рис. 19. Simulink-диаграмма для исследования прямого пуска.

Подсистемы, моделирующие двигатель, могут представлять модели в пространстве состояний или быть собраны из передаточных функций. Подсистемы Motor1 и Motor2 отличаются значениями задействованных в них моментов инерции. В первой подсистеме – это момент инерции ротора двигателя, во второй – суммарный момент инерции. Кроме того, в подсистеме Motor1 вычисляется угол поворота вала двигателя (интегрированием скорости), тогда как в Motor2 этого не требуется. В подсистемах Flex_Load и Hard_load вычисляются моменты сопротивления для двигателей в двухмассовой и одно-массовой моделях по приведенным выше выражениям.

Simulink-диаграмму для исследования регулируемого пуска можно получить, дополнив копию ранее построенной диаграммы, рис. 20.

В обе модели добавлены блоки, имитирующие тиристорные преобразователи, регуляторы тока и скорости.

Настройку регуляторов можно произвести при помощи средства Tune, встроенного в блок библиотечного регулятора. Рекомендуется настройку осуществлять в одномассовой системе, после чего результаты перенести в двухмассовую (скопировать настроенные блоки). Настройку нужно выполнять при отключенных ограничениях.

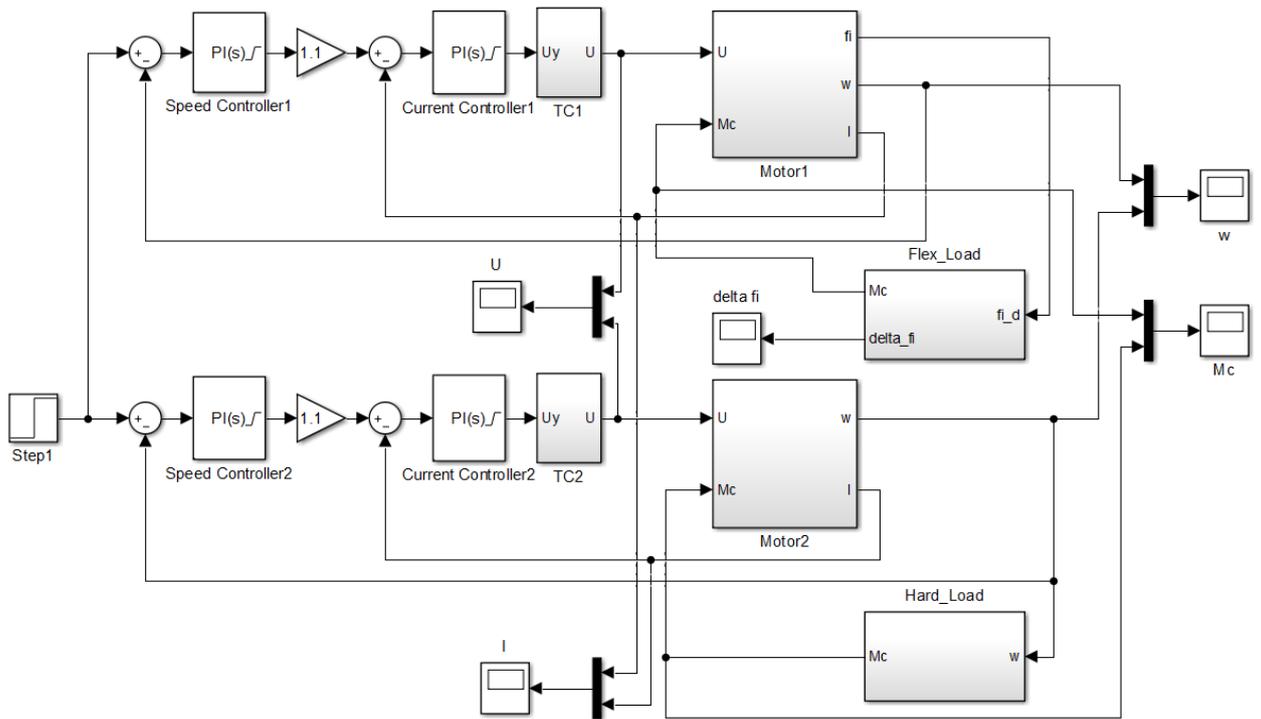


Рис. 20. Simulink-диаграмма для исследования регулируемого пуска.

Сначала настраивается внутренний контур. При этом на регулятор тока подается постоянное задание. Особенностью контура является необычная динамика объекта. Его передаточная функция содержит нулевой нуль:

$$W_o(p) = W_n(p)W_{U \rightarrow I}(p) = \frac{k_n}{T_n p + 1} \times \frac{(J/K_e^2)p}{(JL/K_e^2)p^2 + (JR/K_e^2)p + 1}, \quad (78)$$

где $W_n(p)$ – передаточная функция тиристорного преобразователя, $W_{U \rightarrow I}(p)$ – передаточная функция двигателя по каналу напряжение якоря – ток якоря, см. п. 1.1.

Передаточная функция разомкнутой системы равна произведению передаточных функций объекта и ПИ-регулятора. Передаточная функция регулятора имеет нулевой полюс. Формально сокращая этот полюс с нулем объекта, мы получаем статическую систему, и контур тока работает со статической ошибкой. Ее не трудно устранить, помножив задание по току на соответствующий коэффициент, что и показано на рис. 20.

Далее настраивается регулятор скорости, после чего вводятся ограничения. Для предотвращения насыщения интегральной составляющей регулятора и правильной его работы в режиме ограничения выхода необходимо задействовать Anti-windup method. Рекомендуется использовать метод обратного расчета back-calculation. При этом возможно потребуется подобрать значение настроечного коэффициента.

2.2. Следящий электропривод постоянного тока

2.2.1. Исходные данные

Исходные данные к работе по вариантам приведены в табл. 1.

2.2.2. Задание

1. Найти передаточное число редуктора.
2. Построить трехконтурную систему непрерывного регулирования угла поворота выходного вала редуктора (контуров тока, скорости и угла поворота). Найти настройки регуляторов тока, скорости и угла поворота. Построить и исследовать Simulink-модель.

2.2.3. Методические указания

Рассматривается система непрерывного автоматического регулирования угла поворота исполнительного вала электропривода с двигателем постоянного тока и преобразователем напряжения [3], рис. 21. Система обеспечивает обработку заданного угла поворота (задача слежения) и стабилизацию угла при нагрузках на двигатель вплоть до номинального момента. Элементы схемы описаны ниже.

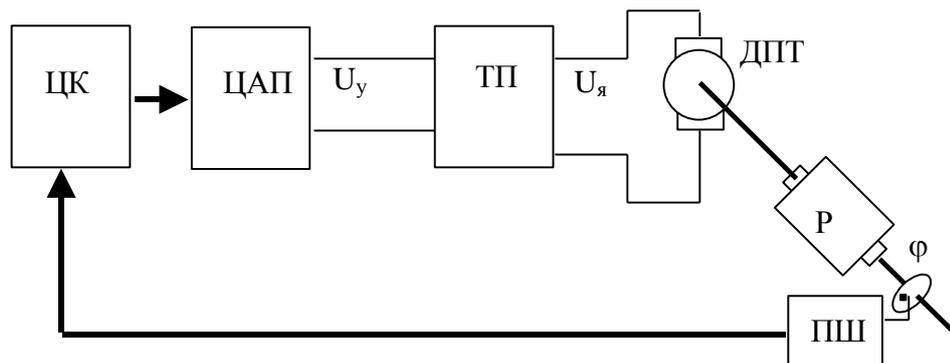


Рис. 21. Схема непрерывной следящей системы.

ДПТ – двигатель постоянного тока с независимым возбуждением серии 2П.

ТП – тиристорный преобразователь (управляемый выпрямитель).

Р – редуктор. Передаточное число рассчитывается исходя из того, что при номинальной скорости двигателя максимальный угол поворота (320°) выходного вала φ_{max} должен быть отработан за заданное время, определяемое вариантом.

ПШ – поворотный шифратор – высокоточный датчик абсолютного значения угла поворота выходного вала. Выдает цифровой сигнал.

ЦК – цифровой контроллер. Принимает сигнал датчика поворота и формирует через ЦАП сигнал управления тиристорным преобразователем. Обладает высокой производительностью и может очень точно реализовать любые законы регулирования. Допускает локальное задание угла поворота оператором и внешнее задание через промышленную сеть.

ЦАП – цифро-аналоговый преобразователь. Преобразует цифровой сигнал контроллера в сигнал напряжения постоянного тока от -10 до $+10$ В.

Тактовые частоты и разрядность ЦК и ЦАП таковы, что сигнал U_y можно считать непрерывным.

Примерный вид Simulink-диаграммы приведен на рис. 22. Порядок настройки регуляторов и ограничения по напряжению и току якоря описаны в указаниях к предыдущей работе. Ограничения по скорости принять в виде $|\omega_{зад}| \leq 1,25\omega_n$.

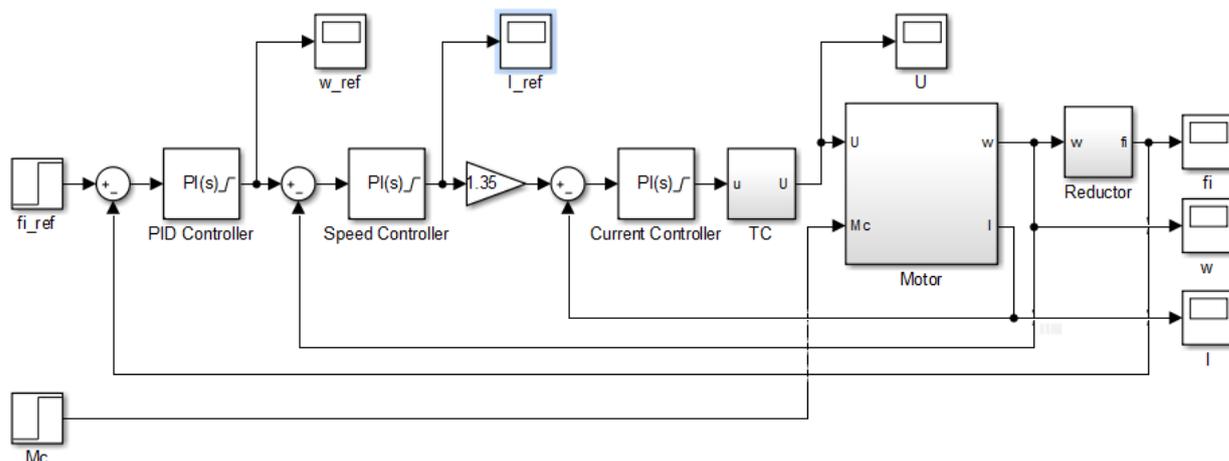


Рис. 22. Simulink-диаграмма.

2.3. Асинхронный электропривод с преобразователем напряжения

2.3.1. Исходные данные

В качестве исходных данных выступают каталожные данные асинхронного двигателя и параметры его схемы замещения, приведенные в табл. 2 по вариантам. Для «расширения» диапазона регулирования скорости при номинальном моменте сопротивления на валу желательно выбирать двигатели малой мощности с большим критическим скольжением.

Таблица 2. Параметры асинхронного двигателя

№ вар.	Типоразмер электродвигателя	Номинальная мощность, P_n , кВт	Ном. КПД, η_n , %	Ном. $\cos\varphi$	Параметры Т-образной схемы замещения, отн. ед					Ном. скольжение, s_n , %	Крит. скольжение, $s_{кр}$, %	Момент инерции ротора, J_d , кгм ²
					$X_{\mu,oe}$	$R_{1,oe}$	$x_{1,oe}$	$R'_{2,oe}$	$X'_{2,oe}$			
Синхронная скорость 3000 об/мин												
1	4AA50BA3Y	0,12	60	0,7	2,3	0,11	0,076	0,12	0,14	9,7	51	0,000028
2	4AA56DA3Y	0,18	66	0,76	2	0,17	0,052	0,094	0,067	8	46	0,00042
3	4AA56B2Y3	0,25	68	0,77	2,4	0,16	0,053	0,11	0,79	7,5	51	0,00047
4	4AA63ABY3	0,37	70	0,88	2,5	0,14	0,052	0,096	0,08	8,3	50,5	0,00076
5	4AA63B2AY3	0,55	73	0,86	2,5	0,13	0,049	0,096	0,063	8,5	54,5	0,0009
6	4A71A2Y3	0,75	77	0,87	2,6	0,12	0,052	0,064	0,077	5,9	38	0,00097
7	4A71A2Y3	1,1	77,5	0,87	2,8	0,13	0,054	0,069	0,084	6,3	39	0,0011
8	4A80A2Y3	1,5	81	0,85	2,5	0,084	0,051	0,049	0,081	4,2	35,5	0,0018
9	4A80B2Y3	2,2	88	0,87	2,7	0,076	0,05	0,049	0,087	4,3	38	0,0021
10	4A90Г2Y3	3	84,5	0,88	3,4	0,072	0,057	0,047	0,01	4,3	32,5	0,0035
Синхронная скорость 1500 об/мин												
11	4AA56A4Y3	0,12	63	0,66	1,2	0,18	0,067	0,15	0,15	8,2	49	0,0007

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
12	4AA56A4Y3	0,13	64	0,64	1,3	0,16	0,9	0,16	0,176	8,9	50,5	0,00079
13	4AA63A4Y3	0,25	66	0,65	1,4	0,15	0,82	0,14	0,17	8	48	0,0012
14	4AA63B4Y3	0,37	68	0,69	1,4	0,17	0,86	0,14	0,13	9	48	0,0014
15	4A71A4Y3	0,55	70,5	0,7	1,6	0,13	0,86	0,11	0,2	7,3	39	0,0013
16	4A71B4Y3	0,75	72	0,73	1,5	0,11	0,84	0,11	0,2	7,5	40	0,0014
17	4A80A4Y3	1,1	75	0,81	1,7	0,12	0,73	0,068	0,12	5,4	34	0,0032
18	4A80B4Y3	1,5	77	0,83	1,9	0,12	0,078	0,069	0,12	5,8	34,5	0,0033
19	4A90B4Y3	2,2	80	0,83	2,1	0,098	0,076	0,06	0,13	5,1	33	0,0056
20	4A904Y3	3	82	0,83	2,2	0,078	0,079	0,053	0,13	4,4	31	0,0087
Синхронная скорость 1000 об/мин												
21	4AA63A6Y3	0,18	56	0,62	1,3	0,24	0,15	0,22	0,18	11,5	55,5	0,0013
22	4AA63B6Y3	0,25	59	0,62	1,4	0,18	0,13	0,21	0,19	10,8	62,5	0,0022
23	4AA71A6Y3	0,37	64,5	0,69	1,3	0,17	0,12	0,15	0,16	9,2	49	0,0017
24	4AA71B6Y3	0,55	67,5	0,71	1,4	0,16	0,11	0,15	0,17	10	49	0,002
25	4A80A6Y3	0,75	69	0,74	1,5	0,16	0,12	0,12	0,2	8,4	37	0,0031
26	4A80B6Y3	1,1	74	0,74	1,6	0,12	0,11	0,11	0,19	8	38	0,0046
27	4A906Y3	1,5	75	0,74	1,8	0,11	0,11	0,088	0,21	6,4	31	0,0073
28	4A1006Y3	2,2	81	0,73	1,9	0,09	0,11	0,067	0,21	5,1	25,5	0,013
29	4A112MA6Y3	3	81	0,76	1,9	0,085	0,074	0,063	0,1	4,7	37	0,017

2.3.2. Задание

Рассчитать и исследовать систему автоматической регулирования скорости асинхронного электропривода в системе с тиристорным регулятором напряжения.

1. Построить естественную и семейство искусственных механических характеристик двигателя при пониженных напряжениях. По характеристикам определить минимальное значение напряжения, при котором двигатель, нагруженный номинальным моментом, продолжает устойчиво работать. Определить диапазон регулирования скорости при номинальной нагрузке. В середине диапазона напряжений выбрать «рабочее» напряжение и «рабочую» точку.

2. Построить Simulink-модель асинхронного двигателя по его уравнениям во вращающейся системе координат. Момент инерции привода принять равным $J = 1,2J_0$. С помощью модели исследовать переходные процессы в двигателе, связанные с пуском, изменением напряжения и нагрузки на валу.

3. Линеаризовать уравнения асинхронного двигателя в окрестностях рабочей точки путем их разложения в ряд Тейлора и получить систему линейных уравнений двигателя. Получить передаточные функции электропривода по каналу управления $\Delta U \rightarrow \Delta \omega$ и возмущения нагрузкой $\Delta M_c \rightarrow \Delta \omega$. Сравнить поведение полной и линеаризованной моделей на Simulink-диаграмме при малых отклонениях напряжения и момента сопротивления в рабочей точке.

4. Для линеаризованной модели АД с помощью имитационного моделирования найти настройки ПИ-регулятора, обеспечивающие плавное регулирование скорости с максимально возможным быстродействием и перерегулированием, не превышающим 20%. Построить Simulink-модели систем управления с исходной и линеаризованной моделями АД и сравнить их поведение при не-

больших отклонениях задания по скорости и небольших возмущениях нагрузкой.

2.3.3. Методические указания

1. Система дифференциальных уравнений в осях x, y , описывающих асинхронный двигатель:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\Psi_{1x}}{dt} = U_{1\max} - \frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1x} + \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2x} + \omega_{0эл} \Psi_{1y}; \\ \frac{d\Psi_{1y}}{dt} = -\frac{R_1 L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1y} + \frac{R_1 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2y} - \omega_{0эл} \Psi_{1x}; \\ \frac{d\Psi_{2x}}{dt} = -\frac{R'_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2x} + \frac{R'_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1x} + (\omega_{0эл} - p_n \omega) \Psi_{2y}; \\ \frac{d\Psi_{2y}}{dt} = -\frac{R'_2 L_1}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{2y} + \frac{R'_2 L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \Psi_{1y} - (\omega_{0эл} - p_n \omega) \Psi_{2x}; \\ M = \frac{p_n L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} (\Psi_{1y} \Psi_{2x} - \Psi_{1x} \Psi_{2y}); \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} (M - M'_c). \end{array} \right. \quad (79)$$

Проекции потокосцеплений на оси x, y и угловая скорость ω являются переменными состояния двигателя. Входными воздействиями являются напряжение $U_{1\max}$ (управление) и момент сопротивления на валу M'_c (возмущение). Максимальное значение напряжения в модели определяется через действующее значение напряжения фазы двигателя (60).

Таким образом, в пространстве состояний АД описывается пятью нелинейными дифференциальными уравнениями первого порядка для состояний, имеет два входа и один выход (скорость ω).

Индуктивности L_1, L_2, L_{12} находятся через параметры Т-образной схемы замещения согласно (66).

В табл. 2 параметры Т-образной схемы замещения фазы двигателя приведены в относительных единицах:

$$Z = \frac{z}{z_{\delta}},$$

где z_{δ} – «базовое» сопротивление, определяемое как отношение номинального напряжения фазы двигателя к его номинальному току:

$$z_{\delta} = \frac{U_{\phi,н}}{I_n} = \frac{220B}{I_n}.$$

Номинальный ток находится по формуле

$$I_n = \frac{P_n [Вт]}{3U_{\phi,n} \eta_n \cos \phi_n}.$$

Таким образом, для определения R_1 , R'_2 , x_1 , x'_2 и x_μ необходимо найти номинальный ток и определить «базовое» сопротивление $z_{\bar{\sigma}}$. После чего, пользуясь данными табл. 2, найдем:

$$R_1 = R_{1,oe} z_{\bar{\sigma}}, R'_2 = R'_{2,oe} z_{\bar{\sigma}}, x_1 = x_{1,oe} z_{\bar{\sigma}}, x'_2 = x'_{2,oe} z_{\bar{\sigma}}, x_\mu = x_{\mu,oe} z_{\bar{\sigma}}.$$

Механическая характеристика двигателя есть, по сути, зависимость $\omega = \omega(M)$ в статике, и поэтому может быть определена из системы (79), если все производные в ней положить равными нулю.

Последовательность построения механических характеристик следующая:

- по напряжению фазы (для естественной характеристики $U_\phi = 220$ В) находится значение U_{1max} ;
- задаваясь значением скорости ω , решается система из четырех линейных алгебраических уравнений (первых четырех уравнений системы (79) при равенстве нулю производных) и находятся проекции векторов потокосцеплений Ψ_{1x} , Ψ_{1y} , Ψ_{2x} и Ψ_{2y} ;
- подставляя найденные значения в пятое уравнение системы, определяется момент двигателя.

Повторяя расчеты, строятся зависимости $\omega = \omega(M)$ при различных напряжениях. Минимальное значение напряжения можно определить как такое значение, при котором максимальный момент двигателя по механической характеристике равен его номинальному значению. По полученным графикам определяются диапазон регулирования скорости и рабочую точку (рис. 23).

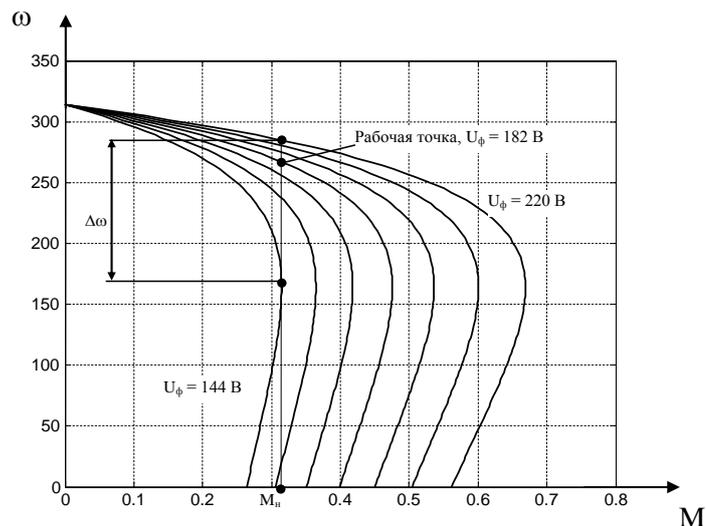


Рис. 23. К определению диапазона регулирования и рабочей точки.

2. Примерный вид Simulink-модели двигателя, построенной по уравнениям (79), показан на рис. 24. Эту модель следует дополнить средствами задания

напряжения и момента сопротивления, а также средствами вывода временных графиков.

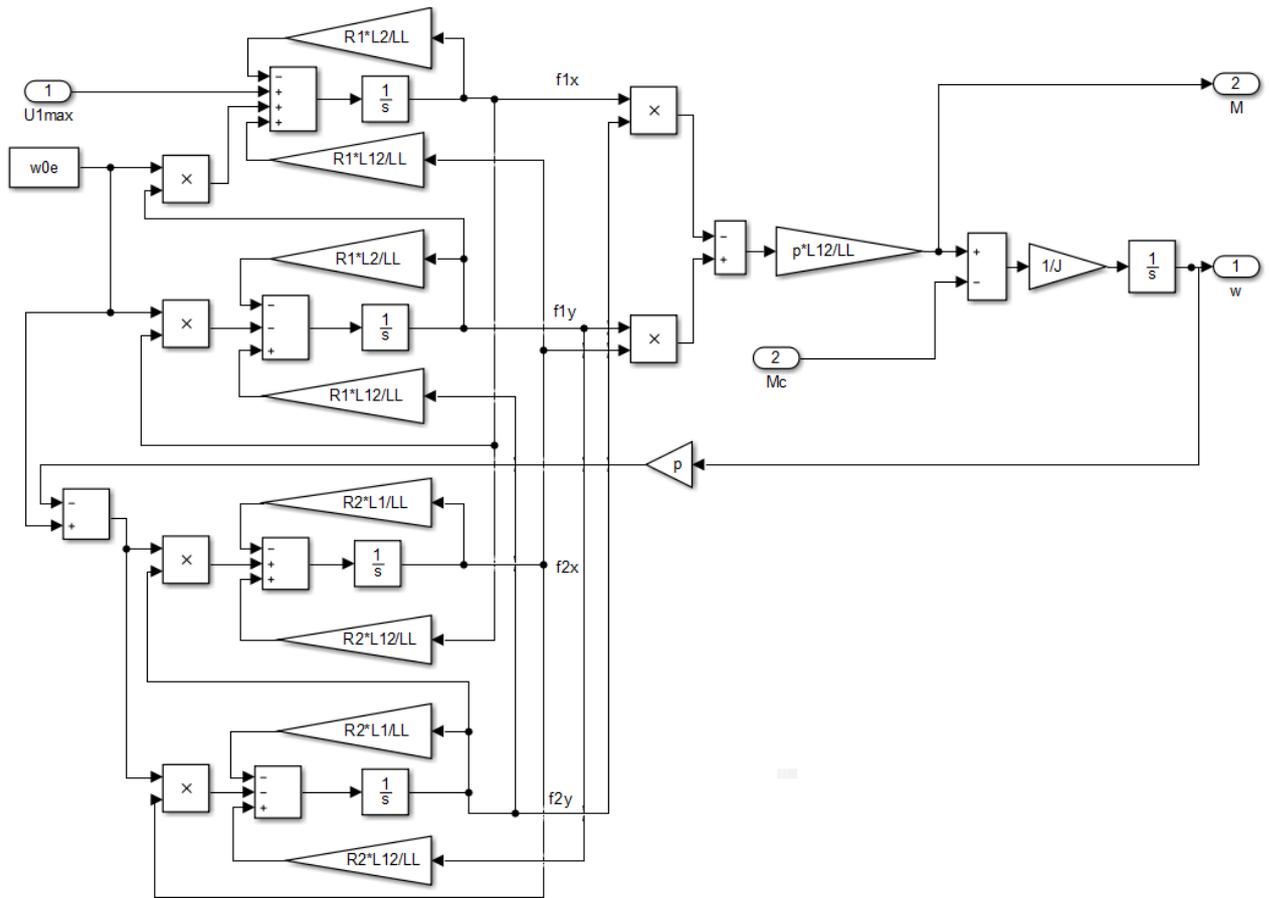


Рис.24. Simulink-модель двигателя ($LL = L_1L_2 - L_{12}^2$).

3. Подставив правую часть уравнения момента из (79) в дифференциальное уравнение для скорости, получим систему из пяти нелинейных дифференциальных уравнений. Разлагая эти уравнения в ряд Тейлора в окрестности рабочей точки (рабочие напряжение, скорость, номинальный момент сопротивления), получим систему линейных дифференциальных уравнений. Представим ее в виде уравнений в пространстве состояния, дополнив уравнением выхода:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta\Psi_{1x}}{dt} \\ \frac{d\Delta\Psi_{1y}}{dt} \\ \frac{d\Delta\Psi_{2x}}{dt} \\ \frac{d\Delta\Psi_{2y}}{dt} \\ \frac{d\Delta\omega}{dt} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \Delta\Psi_{1x} \\ \Delta\Psi_{1y} \\ \Delta\Psi_{2x} \\ \Delta\Psi_{2y} \\ \Delta\omega \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} \Delta u_{1x} \\ \Delta M_c \end{bmatrix}, \quad (80)$$

$$\Delta\omega = C \begin{bmatrix} \Delta\Psi_{1x} \\ \Delta\Psi_{1y} \\ \Delta\Psi_{2x} \\ \Delta\Psi_{2y} \\ \Delta\omega \end{bmatrix} + D \begin{bmatrix} \Delta u_{1x} \\ \Delta M_c \end{bmatrix} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \times \begin{bmatrix} \Delta\Psi_{1x} \\ \Delta\Psi_{1y} \\ \Delta\Psi_{2x} \\ \Delta\Psi_{2y} \\ \Delta\omega \end{bmatrix} + [0 \ 0] \times \begin{bmatrix} \Delta u_{1x} \\ \Delta M_c \end{bmatrix}. \quad (81)$$

Введя полученные матрицы A, B, C, D в Matlab, с помощью функции `ss` сконструируем МИМО- объект и получим передаточные функции по двум каналам:

```
ssmod = ss(A, B, C, D);
tfmod = tf(ssmod)
```

Сравним поведение линеаризованной модели с поведением исходной при малых отклонениях в рабочей точке, рис. 25.

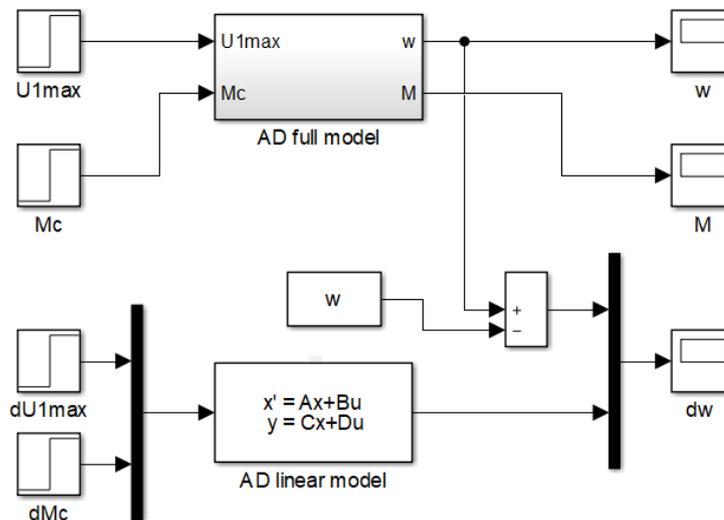


Рис.25. Simulink-диаграмма для сравнения поведений моделей.

Содержимое подсистемы AD full model было показано на рис. 24. Начальные значения интеграторов равны значениям потокосцеплений и скорости в рабочей точке. Начальные значения координат линеаризованной модели – нулевые. Переменная w содержит скорость двигателя в рабочей точке.

Step-блоки необходимо настроить в соответствии с рис. 26.

На первом промежутке времени на входы полной модели подаются напряжение и момент сопротивления в рабочей точке, на входы линеаризованной модели – нулевые отклонения. В случае правильных расчетов и моделирования выходные сигналы полной модели на первом промежутке изменяться не должны.

На втором промежутке исследуется поведение моделей в переходном процессе, связанном со скачкообразным изменением напряжения (на несколько вольт). К моменту t_2 переходный процесс должен завершиться.

На третьем промежутке исследуется переходный процесс после скачкообразного изменения момента сопротивления (на несколько процентов от номинального значения). К концу расчета этот процесс должен закончиться.

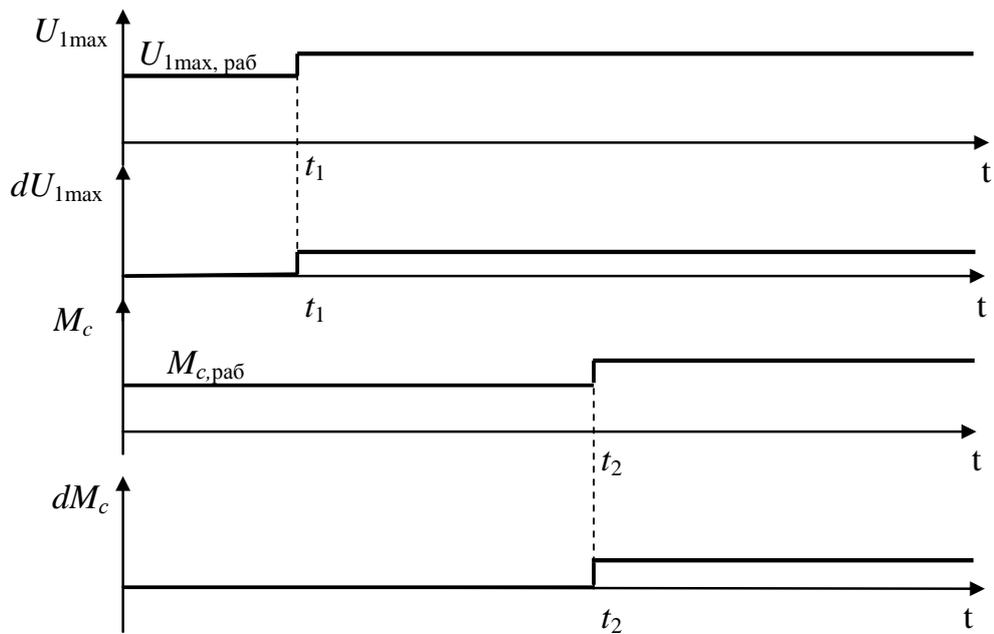


Рис. 26. График изменения входных воздействий.

На рис. 27–29 показаны результаты моделирования. Малая разница между графиками отклонения скорости от рабочей, полученными в полной и линеаризованной моделях, свидетельствует о правильности расчета. Разница должна уменьшаться вместе с уменьшениями отклонений dU_{1max} и dM_c .

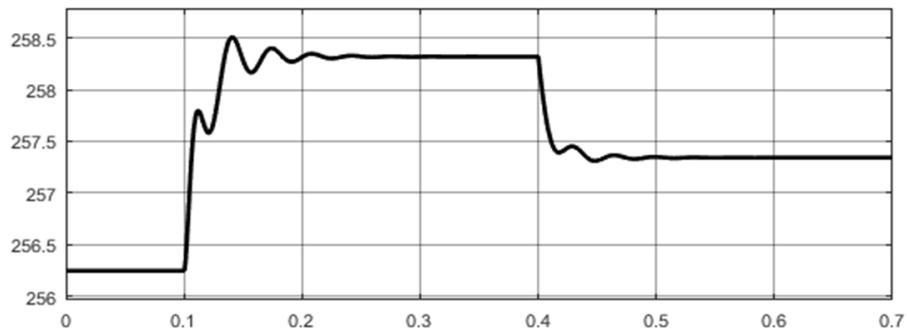


Рис. 27. Скорость двигателя.

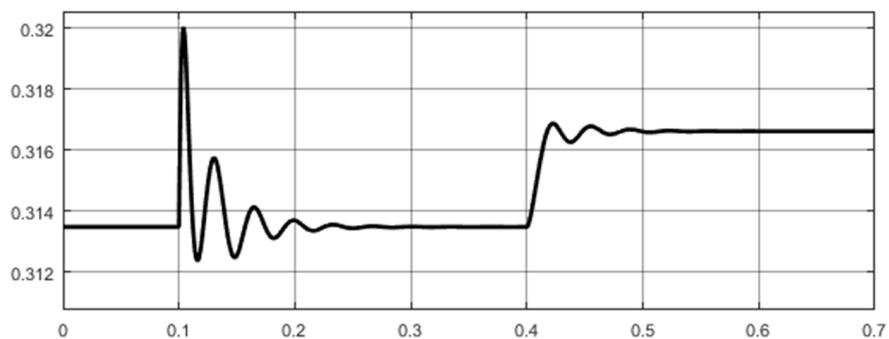


Рис. 28. Электромагнитный момент двигателя.

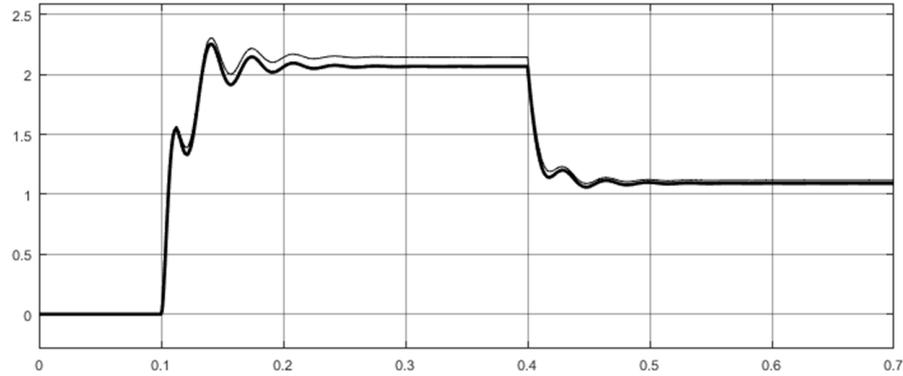


Рис. 29. Отклонение скорости от рабочей (тонкая линия – линеаризованная модель).

4. Simulink-диаграмма с моделями систем автоматического регулирования скорости показана на рис. 30.

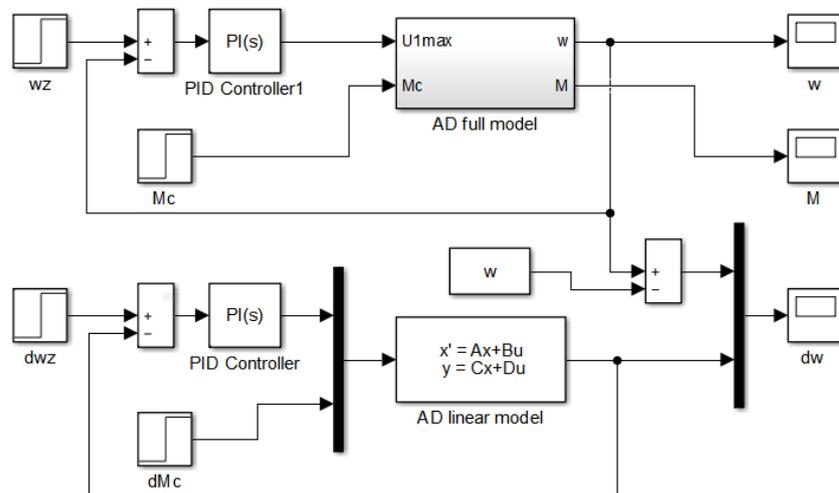


Рис. 30. Модели системы регулирования скорости.

Сначала необходимо осуществить настройку регулятора в нижней системе, потом скопировать блок в верхнюю.

Step-блоки необходимо настроить подобно тому, как это было сделано в предыдущей диаграмме. На первом интервале задание по скорости совпадает со скоростью в рабочей точке. На втором – увеличивается на несколько процентов. Процесс изменения момента сопротивления можно оставить прежним.

Графики изменения скорости, электромагнитного момента для системы регулирования с полной моделью асинхронного двигателя приведены на рис. 31, 32. На рис. 33 показаны графики отклонения скорости от рабочей для двух моделей систем автоматического регулирования. Малая разница между графиками свидетельствует о правильности расчета.

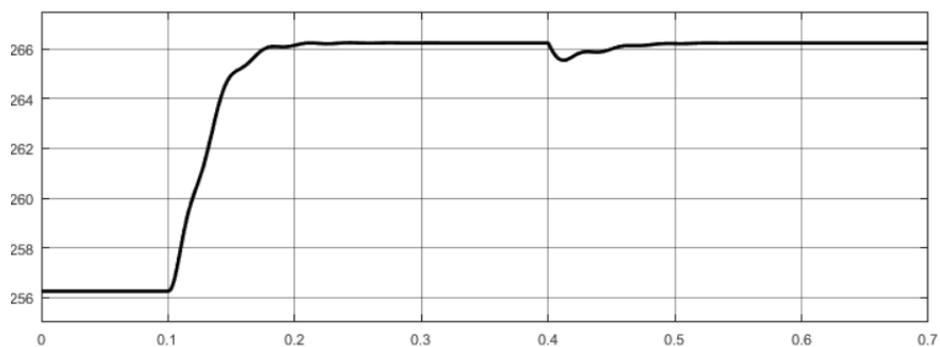


Рис. 31. Скорость двигателя.

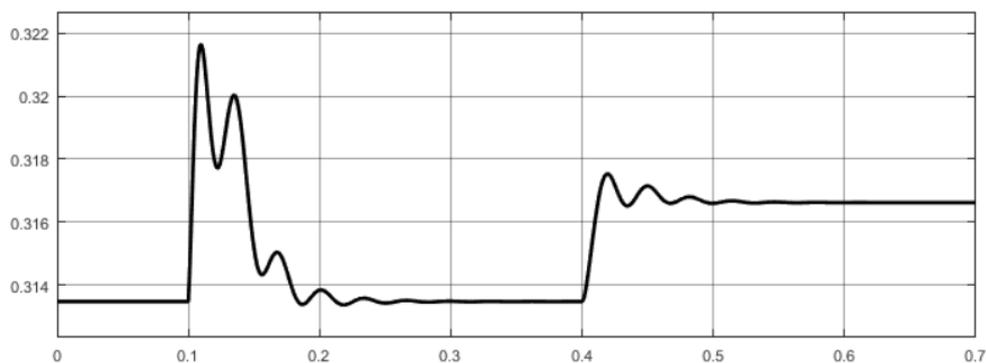


Рис. 32. Электромагнитный момент двигателя.

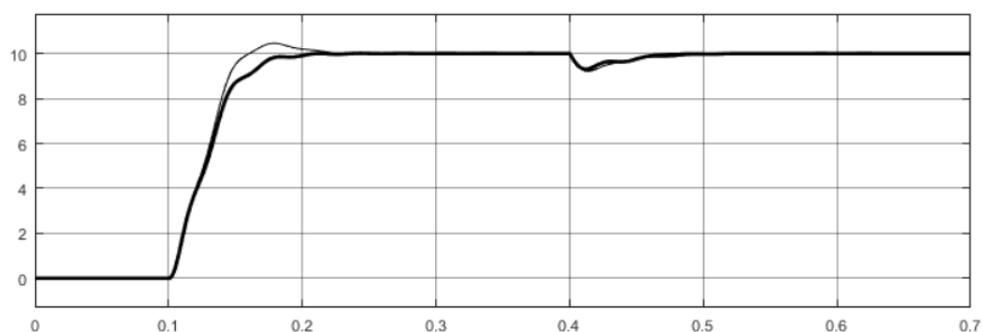


Рис. 33. Отклонение скорости от рабочей (тонкая линия – линеаризованная модель).

2.4. Асинхронный электропривод с преобразователем частоты

2.4.1. Исходные данные

Технические данные двигателей по вариантам приведены в табл. 3. Расчет реальных значений параметров схемы замещения производится в порядке, изложенном в предыдущей работе.

В табл. 4. приведены пусковые свойства двигателей: кратности пускового, минимального и критического моментов, номинальное и критическое скольжение, кратность пускового тока и момент инерции ротора.

Таблица 3. Основные технические данные электродвигателей

Вариант	Типоразмер электродвигателя	P _{2ном} кВт			Параметры схемы замещения, отн,ед,				
			КПД, %, ном	cos φ, ном	X _{ц,ое}	R _{1,ое}	x _{1,ое}	R' _{2,ое}	X' _{2,ое}
Синхронная частота вращения 3000 об/мин									
1	4A112M2Y3	7,5	90,5	0,88	3,7	0,046	0,058	0,028	0,14
2	4A180M2Y3	30	91	0,9	3,8	0,030	0,073	0,018	0,11
3	4A250S2Y3	75	92	0,89	4,8	0,021	0,08	0,015	0,13
4	4A315S2Y3	160	92	0,9	5	0,015	0,093	0,012	0,12
Синхронная частота вращения 1500 об/мин									
5	4A132M4Y3	11	92	0,87	3,2	0,043	0,085	0,032	0,13
6	4A200L4Y3	45	93	0,9	4,6	0,034	0,082	0,017	0,14
7	4A250M4Y3	90	94	0,91	5	0,024	0,093	0,014	0,12
8	4A315M4Y3	200	94	0,92	4,1	0,014	0,086	0,014	0,12
Синхронная частота вращения 1000 об/мин									
9	4A160M6Y3	15	91,5	0,87	3	0,062	0,1	0,028	0,16
10	4A250M6Y3	55	92,5	0,89	3,4	0,034	0,083	0,014	0,13
11	4A280M6Y3	90	94	0,89	3,5	0,03	0,11	0,019	0,12
11	4A355M6Y3	200	94	0,9	3,6	0,018	0,091	0,014	0,13
Синхронная частота вращения 750 об/мин									
13	4A200L8Y3	22	91	0,84	3,1	0,062	0,14	0,029	0,18
14	4A250M8Y3	45	93	0,84	2,6	0,037	0,099	0,016	0,17
15	4A315M8Y3	110	93,5	0,85	2,4	0,023	0,1	0,019	0,12
16	4A355M8Y3	160	93,5	0,85	3	0,02	0,12	0,017	0,16
Синхронная частота вращения 600 об/мин									
17	4A250S10Y3	30	89,5	0,81	2,3	0,056	0,11	0,023	0,17
18	4A280S10Y3	37	89,5	0,78	2	0,031	0,11	0,027	0,15
19	4A280M10Y3	45	91	0,78	2,2	0,037	0,12	0,031	0,16
20	4A315S10Y3	55	90,5	0,79	2	0,028	0,1	0,026	0,14
21	4A315M10Y3	75	90,5	0,8	2,2	0,029	0,11	0,027	0,15
22	4A355S10Y3	90	91,5	0,83	3,1	0,028	0,12	0,021	0,16
23	4A355M10Y3	110	92	0,83	3	0,024	0,11	0,021	0,16

Таблица 4. Пусковые свойства двигателей

Вариант	Типоразмер двигателя	Механическая характеристика					i _п	J _д , кг*м ²
		m _п	m _м	m _к	s _{ном} , %	s _к , %		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Синхронная частота вращения 3000 об/мин								
1	4A112M2Y3	2,0	1,8	2,5	2,5	17,0	7,5	0,010
2	4A180M2Y3	1,4	1,1	2,5	1,8	12,5	7,5	0,085
3	4A250S2Y3	1,2	1,0	2,5	1,4	10	7,5	0,47
4	4A355S2Y3	1,0	0,9	1,9	1,9	7,0	7,0	2,9
Синхронная частота вращения 1500 об/мин								
5	4A132M4Y3	2,2	1,7	3,0	2,8	19,5	7,5	0,04
6	4A200L4Y3	1,4	1,0	2,5	1,6	10,0	7,0	0,45
7	4A250M4Y3	1,2	1,0	2,3	1,3	9,5	7,0	1,2
8	4A355M4Y3	1,2	0,9	2,0	1,0	4,0	7,0	7,0

Продолжение табл. 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Синхронная частота вращения 1000 об/мин							
9	4A160M6Y3	1,2	1,0	2,0	2,6	14,0	6,0	0,18
10	4A250M6Y3	1,2	1,0	2,1	1,3	9,5	6,5	1,3
11	4A280M6Y3	1,2	1,0	2,2	1,8	8,3	7,0	3,4
12	4A355M6Y3	1,4	0,9	2,2	1,3	6,4	7,0	8,8
	Синхронная частота вращения 750 об/мин							
13	4A200L8Y3	1,2	1,1	2	2,7	13	5,5	0,45
14	4A250M8Y3	1,2	1	2	1,4	9	6	1,4
15	4A315M8Y3	1,2	0,9	2,3	1,5	7,5	6,5	5,8
16	4A355M8Y3	1,2	0,9	2,2	1,3	5,5	6,5	10
	Синхронная частота вращения 600 об/мин							
17	4A250S10Y3	1,2	1	1,9	1,9	10,5	6	1,4
18	4A280S10Y3	1	1	1,8	1,7	8,5	6	3,6
19	4A280M10Y3	1	1	1,8	1,7	7,5	6	3,8
20	4A315S10Y3	1	0,9	1,8	1,8	10	6	5,2
21	4A315M10Y3	1	0,9	1,8	1,6	8,5	6	6,2
22	4A315S10Y3	1	0,9	1,8	1,6	5,5	6	9,3
23	4A355M10Y3	1	0,9	1,8	1,6	6,5	6	11

2.4.2. Задание

1. Построить механическую характеристику асинхронного двигателя (согласно варианту). Построение выполнить тремя способами:

– по динамической модели (Г-образной схеме замещения, см. предыдущую работу);

– по формулам (72) или (75), полученным для упрощенной Г-образной схемы замещения;

– по каталожным данным.

2. Построить модель асинхронного двигателя в осях x - y . С помощью модели получить графики изменения скорости вращения ротора и электромагнитного момента в переходном процессе прямого пуска. Приведенный момент инерции механизма – 20% от момента инерции ротора. Характер нагрузки – вентиляторный: $M'_c = M_n \times (\omega/\omega_n)^2 \times \text{sign}(\omega)$. Показать переходный процесс на одном графике с механической характеристикой.

3. Построить модели асинхронного двигателя в осях α - β , d - q . С помощью моделей получить графики изменения фазных токов статора и ротора в переходном процессе прямого пуска.

4. С помощью моделей в осях x - y , α - β , d - q получить графики изменения скорости вращения ротора, электромагнитного момента, фазных токов статора и ротора (оси α - β , d - q) в переходных процессах пуска и торможения при частотном управлении по законам $U/f = \text{const}$ и $U/f^2 = \text{const}$. Программа работы:

1) пуск в течение 5 сек с плавным набором частоты от нуля до номинальной;

2) вращение в течение 5 сек на номинальной частоте;

3) торможение в течение 5 сек с плавным сбросом частоты от номинальной до нуля.

5. Построить Simulink-модель асинхронного двигателя в осях x - y (характеристики нагрузки – см. п.2). Дополнить модель подсистемой частотного управления. Реализовать и настроить подсистему регулирования скорости с ПИ-регулятором.

6. Достроить модель, созданную в п.5, системой формирования задания по частоте вращения из п.4. Установить время расчета 20 с. На Scope вывести одновременно заданную и фактическую скорости.

7. Преобразовать Simulink-модель таким образом, чтобы можно было во время расчета менять задание по скорости и момент нагрузки на валу (использовать блоки `Slider Gain` и включить бесконечное время расчета). Выбрать решатель с постоянным шагом (например, `ode5`), задать достаточно малый шаг, чтобы решение отставало от реального времени. Изменяя задание и момент сопротивления, наблюдать переходные процессы по скорости и электромагнитному моменту двигателя.

Отчет должен быть представлен в виде документа Word, содержащего:

- системы дифференциальных уравнений для трех моделей;
- тексты программ Matlab и Simulink-диаграммы;
- графики изменения скорости, момента, токов.

2.4.3. Методические указания

1. Механические характеристики, построенные разными методами, расположить на одном графике. Расчеты поместить в скрипт-файл. Порядок расчета:

- ввод исходных данных и расчет базовых характеристик двигателя;
- определение параметров схемы замещения и индуктивностей;
- расчет механических характеристик;
- построение графиков. «График» характеристики, полученной по каталожным данным, можно представить пятью несоединенными между собой точками.

2. Модель построить в виде двух программных сущностей: скрипт-файла и файла-функции. В скрипт-файле осуществить расчет динамической модели с помощью функции `ode45`. Перед вызовом функции рекомендуется повысить точность расчетов установкой опций:

```
opt = odeset('RelTol', 1e-8, 'AbsTol', 1e-10);  
[t, XX] = ode45(@xymodel, [0 3], [0;0;0;0;0], opt);
```

Здесь

`xymodel` – имя файла-функции, вычисляющей правые части дифференциальных уравнений двигателя;

`[0 3]` – временной диапазон (от 0 до 3 с);

`[0;0;0;0;0]` – вектор начальных значений координат модели;

`opt` – структура, содержащая опции решателя (мы изменили в ней только значения относительной и абсолютной точности расчета, другие опции принимают значения по умолчанию);

t – вектор-столбец расчетных моментов времени;
 XX – матрица значений переменных состояния модели. В нашем случае она будет иметь пять столбцов: четыре – для потокосцеплений и пятый – для скорости.

Файл-функция должна быть оформлена в следующем виде:

```
function pX = xymodel(t, X)
global J U1max a1 a2 b1 b2 mm w0e p Mn wn
pX = zeros(length(X),1);
pX(1) = U1max - a1*X(1) + a2*X(3) + w0e*X(2);
pX(2) = - a1*X(2) + a2*X(4) - w0e*X(1);
pX(3) = - b1*X(3) + b2*X(1) + (w0e - X(5)*p)*X(4);
pX(4) = - b1*X(4) + b2*X(2) - (w0e - X(5)*p)*X(3);
M = mm*(X(2)*X(3) - X(1)*X(4));
pX(5) = 1/J*(M - Mn*(X(5)/wn)^2 *sign(X(5)));
end
```

Ее содержание полностью соответствует системе (79). Все объявленные здесь глобальные переменные необходимо объявить глобальными и в скрипт-файле. Часть глобальных переменных представляет коэффициенты модели, которые должны быть вычислены в скрипт-файле до вызова функции `ode45`.

После вызова функции `ode45` необходимо рассчитать момент двигателя через потокосцепления из матрицы XX , построить графики изменения момента и скорости во время пуска, а также совмещенный график «статической» и «динамической» механических характеристик. Здесь нужно использовать рассчитанную ранее механическую характеристику №1 (по T-образной схеме замещения).

3. Расчет модели в системе α - β отличается от расчета в системе x - y только уравнениями для потокосцеплений в файле-функции, см. систему уравнений (57). Проекции вектора напряжения статора на оси очевидно равны:

$$\begin{cases} u_{1\alpha} = U_{1\max} \cos(\omega_{0эл} t); \\ u_{1\beta} = U_{1\max} \sin(\omega_{0эл} t). \end{cases} \quad (82)$$

После расчета нужно построить графики изменения момента и скорости и убедиться, что они совпадают с графиками, полученными в предыдущем пункте. Далее, по уравнениям (49) нужно найти токи статора в двухфазной системе α - β и пересчитать их в токи трехфазной системы (36). Зависимости токов трехфазной системы от времени построить на одном графике.

Расчет модели в системе d - q требует пояснений.

Проекция вектора напряжения статора на оси формально могут быть найдены из (45):

$$\begin{cases} u_{1d} = u_{1\alpha} \cos(\omega_{\kappa} t) + u_{1\beta} \sin(\omega_{\kappa} t) = u_{1\alpha} \cos(\omega_{эл} t) + u_{1\beta} \sin(\omega_{эл} t); \\ u_{1q} = -u_{1\alpha} \sin(\omega_{\kappa} t) + u_{1\beta} \cos(\omega_{\kappa} t) = -u_{1\alpha} \sin(\omega_{эл} t) + u_{1\beta} \cos(\omega_{эл} t). \end{cases} \quad (83)$$

В системе $d-q$ скорость вращения координатных осей совпадает со скоростью вращения ротора обобщенной двухфазной модели. Равенства (83) справедливы, если $\omega_k = \omega_{эл} = \text{const}$. В этом случае действительно угол поворота ротора, неявно присутствующий в (83), равен произведению скорости на время:

$$\varphi_{эл} = \omega_{эл} t.$$

Однако в процессе разгона угловая скорость ротора не является постоянной величиной. Поэтому *мгновенное значение* $\omega_{эл}$, (которое можно найти, помножив реальную скорость двигателя на число пар полюсов) не может использоваться для расчета $\varphi_{эл}$. Вместо (83) следует задействовать следующие выражения:

$$\begin{cases} u_{1d} = u_{1\alpha} \cos(\varphi_{эл}) + u_{1\beta} \sin(\varphi_{эл}); \\ u_{1q} = -u_{1\alpha} \sin(\varphi_{эл}) + u_{1\beta} \cos(\varphi_{эл}). \end{cases} \quad (84)$$

Угол $\varphi_{эл}$ можно найти через угол поворота ротора реального двигателя:

$$\varphi_{эл} = p_n \varphi. \quad (85)$$

Значение φ можно получить из решения дополнительного дифференциального уравнения:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega. \quad (86)$$

Таким образом, модель в системе $d-q$ будет содержать шесть уравнений.

После расчета нужно построить графики изменения момента и скорости и убедиться, что они совпадают с графиками, полученными в предыдущем пункте. Далее, по уравнениям (49) нужно найти токи ротора в двухфазной системе $d-q$ и пересчитать их в токи трехфазной системы (36). Зависимости токов трехфазной системы от времени построить на одном графике.

4. Перед выполнением данного пункта рекомендуется скопировать все файлы, полученные ранее, в отдельную папку для дальнейшего изменения.

В каждую из трех функций, содержащих модели машины в системах x - y , α - β , d - q , следует занести «программу» изменения переменных $\omega_{0эл}$, $U_{1\text{max}}$ во времени. Эта программа имеет следующий вид:

```

if t<5
    w0e = ...;
elseif t<10
    w0e = w0e_nom;
elseif t <15
    w0e = ...
else
    w0e = 0;
end
U1max =...;

```

В последней строчке формируется закон частотного управления в виде $U_{1\max} = U_{1\max}(\omega_{эл})$. Будем исследовать наиболее распространенные законы $U/f = const$ (применяемый для активной нагрузки) и $U/f^2 = const$ (применяемый для реактивной, вентиляторной, нагрузки). «Идеальные» формулы для расчета $U_{1\max}$ по этим законам будут следующими:

$$U_{1\max} = U_{1\max,ном} \frac{\omega_{0эл}}{\omega_{0эл,ном}}, \quad (87)$$

$$U_{1\max} = U_{1\max,ном} \left(\frac{\omega_{0эл}}{\omega_{0эл,ном}} \right)^2. \quad (88)$$

Однако законы $U/f = const$ и $U/f^2 = const$, полученные для сохранения перегрузочной способности двигателя, не учитывают падение напряжения на активном сопротивлении статора и поэтому не обеспечивают необходимый момент двигателя при малых частотах. Поэтому в законы частотного управления вносят «поправку», которая получила название *IR*-компенсации. Поправка, по сути, обеспечивает наличие ненулевого напряжения $U_{1\max,мин}$ на нулевой частоте $U_{1\max,мин}$. В данной работе формулы (88, 89) будут модифицироваться:

$$U_{1\max} = U_{1\max,мин} + (U_{1\max,ном} - U_{1\max,мин}) \frac{\omega_{0эл}}{\omega_{0эл,ном}}, \quad (89)$$

$$U_{1\max} = U_{1\max,мин} + (U_{1\max,ном} - U_{1\max,мин}) \left(\frac{\omega_{0эл}}{\omega_{0эл,ном}} \right)^2. \quad (90)$$

IR-компенсация особенно важна для двигателей небольшой мощности, у которых активное сопротивление статора велико.

Модель в системе *x-y* по-прежнему будет содержать пять уравнений.

В модель α - β потребуется добавить шестое уравнение для определения угла поворота вектора напряжения статора:

$$\frac{d\varphi_{0эл}}{dt} = \omega_{0эл}. \quad (91)$$

Этот угол потребуется для определения проекций вектора напряжения на оси:

$$\begin{cases} u_{1\alpha} = U_{1\max} \cos(\varphi_{0эл}); \\ u_{1\beta} = U_{1\max} \sin(\varphi_{0эл}). \end{cases} \quad (92)$$

То же самое нужно проделать и в модели *d-q*. Теперь она будет содержать семь уравнений.

При одинаковых настройках три модели должны демонстрировать одинаковое поведение. Подбором параметра *IR*-компенсации добейтесь наилучшего

воспроизведения программы движения для законов $U/f = const$ и $U/f^2 = const$.

5. Модель системы регулирования скорости асинхронного двигателя показана на рис. 34.

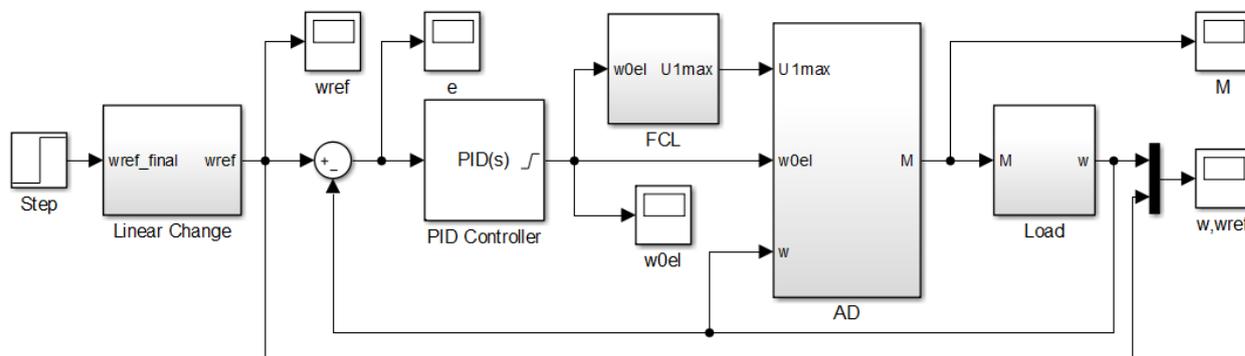


Рис. 34. S-модель системы регулирования скорости по закону $U/f^2 = const$.

Модель включает в себя подсистемы:

- AD – модель самого двигателя, входами которой являются модуль вектора напряжения U_{1max} , электрическая круговая скорость $\omega_{0эл}$ обобщенной двухфазной машины, круговая скорость ротора ω реального двигателя. Выходная величина блока – электромагнитный момент двигателя;

- Load – модель нагрузки, преобразующая момент в скорость. Момент сил сопротивления находится следующим образом:

$$M'_c = M_n \times (\omega/\omega_n)^2 \times sign(\omega);$$

- FCL – подсистема, вычисляющая U_{1max} через $\omega_{0эл}$ согласно (90);

- Linear Change – подсистема, формирующая линейно изменяющееся задание по скорости. Она может быть построена следующим образом, рис. 35.

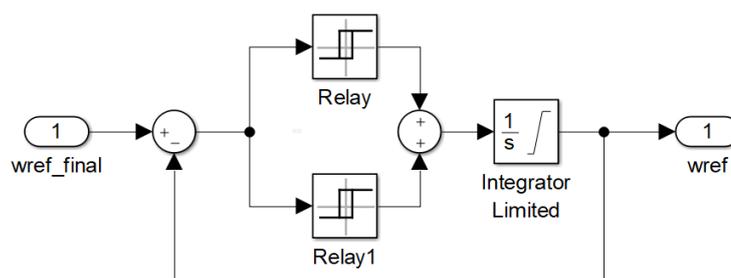


Рис. 35. Подсистема Linear Change.

Выходными уровнями релейных блоков будут

- $\{0, \omega_{0,ном}/t_p\}$ – для первого блока;

- $\{-\omega_{0,ном}/t_p, 0\}$ – для второго.

Здесь $\omega_{0,ном} = \omega_{0,эл,ном}/p_n$ – номинальная синхронная скорость двигателя, t_p – время увеличения задания по скорости от 0 до $\omega_{0,ном}$ (время разгона). При выполнении предыдущего пункта задания было принято $t_p = 5$ с. В текущем пункте нужно попытаться уменьшить это значение для ускорения переходных про-

цессов. В целом соединение двух релейных блоков должно формировать статическую характеристику, показанную на рис. 36.

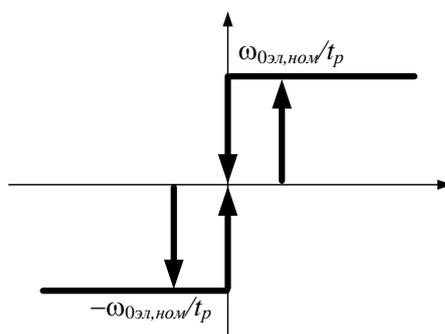


Рис. 36. Статическая характеристика формирователя входного сигнала для интегратора на рис. 35.

Зона неоднозначности реле подбирается экспериментально. В качестве начального рекомендуется значение 0,1 рад/с.

Пределы интегратора следует установить равными $\{-\omega_{0,ном}, \omega_{0,ном}\}$.

Настройка блока Step должна формировать выход на скорость $\omega_{0,ном}/2$ в течение первого интервала времени и небольшое изменение задания на втором.

Настройки ПИ-регулятора подобрать экспериментально. Выходной сигнал регулятора следует ограничить пределами $\{-\omega_{0,эл,ном}, \omega_{0,эл,ном}\}$. Параметр Anti-windup method (метод ограничения интегрирования) должен быть установлен как clamping («заморозка» интегратора при выходе на ограничение) или back-calculation (обратный пересчет выхода интегратора, см. справочную систему). В последнем случае потребуется значительное увеличение коэффициента обратного пересчета по сравнению со значением по умолчанию.

6. Сформировать программу движения в Simulink-модели можно двумя путями.

Следуя первому пути, мы оставляем настройки блока Linear Change без изменений. Пусть, например, время разгона до номинальной скорости установлено равным 1 с, тогда как нам следует набрать скорость за 5 с. В этом случае задание по скорости можно сформировать с помощью четырех блоков Ramp, рис. 37, настройка которых не вызывает затруднений.

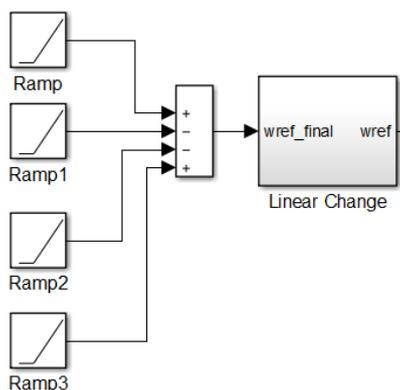


Рис. 37. Формирование задания по скорости с помощью блоков Ramp.

Однако такой подход приводит к формированию колебательных процессов, рис. 38, Колебательность объясняется тем, что медленное изменение задания производится с помощью быстрых шаговых скачков на выходе блока Linear Change.

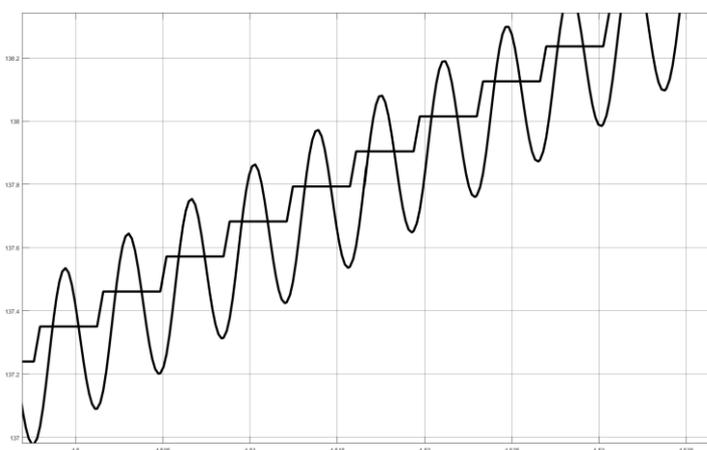


Рис. 38. Колебания скорости при ее наборе.

Более правильным будет путь, который и используется на практике: установить в блоке Linear Change необходимую скорость роста сигнала. Тогда задание может быть сформировано с помощью двух блоков Step, рис. 39, которые также легко настраиваются.

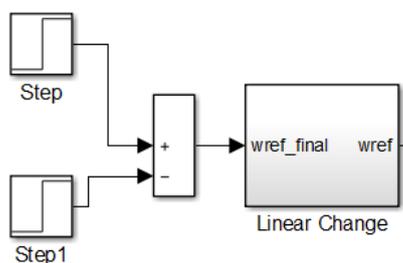


Рис. 39. Формирование задания по скорости с помощью блоков Step.

В этом случае колебания исключаются. Общая диаграмма изменения задания и скорости (графики практически неотличимы) показана на рис. 40.



Рис. 40. Выполнение программы изменения скорости.

7. Модель системы регулирования скорости асинхронного двигателя показана на рис. 41.

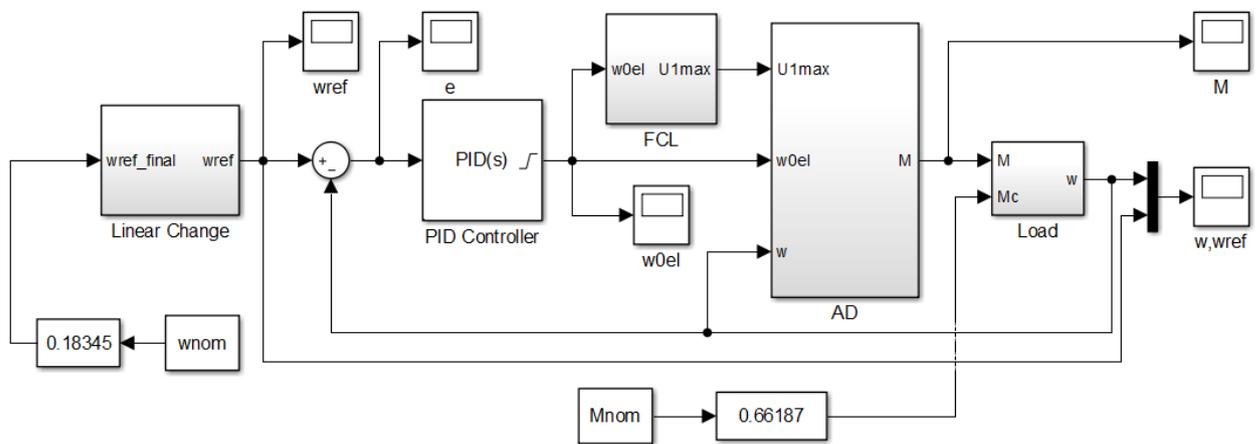


Рис. 41. S-модель системы регулирования скорости по закону $U/f = const$.

В данной модели заданная скорость и момент сопротивления на валу изменяются вручную во время расчета. Соответственно необходимо перестроить блок Load. Блок FCL теперь должен реализовать закон $U/f = const$ по формуле (89). Запуск расчета нужно выполнять при нулевом моменте сопротивления на валу. После выхода на заданную скорость следует увеличивать момент. Блоки Scope следует настроить так, чтобы было удобно наблюдать переходные процессы, связанные с изменениями задания и возмущения в «реальном масштабе времени».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Чиликин М.Г. и др. Теория автоматизированного электропривода. Учеб. пособие для вузов/ М.Г. Чиликин , В.И. Ключев , А.С. Сандлер – М.: Энергия, 1979. – 616 с., ил.
2. Уайт Д. Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии – М. – Л.: Энергия, 1964. – 527 с.
3. Рыбалев А.Н. Теория автоматического управления. Пособие к курсовому проектированию. Учебное пособие. – / Благовещенск, Амурский гос. ун-т, 2004. – 145 с.

Адрес редакции и издателя:

675027, г. Благовещенск, Игнатьевское шоссе, 21, комн. 406.

Адрес типографии:

675000, г. Благовещенск, ул. Мухина, 150а

Адрес учредителя:

ФБГОУ ВО «Амурский государственный университет»
675027, г. Благовещенск, Игнатьевское шоссе, 21.

Андрей Николаевич Рыбалёв,

доцент кафедры АППиЭ АмГУ, канд. техн. наук.

Электромеханика и электромеханотроника. Методические указания к выполнению практических работ. Учебное пособие

Издательство АмГУ. Подписано к печати 10.03.2025. Редактор – *О.К. Мамонтова*. Формат 60 x 84/16. Усл. печ. л. 3,25. Тираж 100. Заказ 293.