Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Амурский государственный университет

РЕШАЕМ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ
Часть I. Механика.

Учебно-методическое пособие для студентов инженерных направлений подготовки

Благовещенск
Издательство АмГУ
2021

УДК 53
ББК 22.2я73

Рекомендовано
Учебно-методическим советом университета
Рецензент:
Стукова Е.В., док. физ.-мат. наук, профессор по специальности 01.04.07 – «Физика конденсированного состояния», Амурский государственный университет

Решаем задачи по физике. Часть I: Механика: учеб.-метод.
пособие для студентов инженерных направлений подготовки / Амур. гос. ун-т, ФМиИ; сост. И.Б. Копылова,– Благовещенск: АмГУ, 2021.- 42 с.

В учебно-методическом пособии приведены решения задач на основные темы раздела механика (с учетом рабочих программ изучения курса физики). В обозначенных темах приводятся основные формулы и соотношения, необходимые для решения задач. В конце пособия помещены два приложения, в которых излагаются требования к оформлению решений задач и расчетно-графических заданий, предусмотренных учебным планом.

Для студентов инженерных направлений подготовки высших учебных заведений, выполняющих задания по физике.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Одной из основных задач при изучении курса физики является выработка практических навыков применения основных законов и соотношений. В курсе физики практические навыки вырабатываются в как в ходе выполнения лабораторных работ, так и при решении задач.

Цель данного учебно-методического пособия показать на примерах решения задач применение основных понятий и законов физики в практических целях. Во многих технических задачах в той или иной степени используются элементы из решений чисто физических задач. Многие технические дисциплины используют определения физических величин и базируются на физических явлениях и законах, которые их описывают, поэтому данное пособие предназначено в основном для студентов инженерных направлений подготовки.

В пособии представлены решения типовых задач по механике с подробными комментариями решения. Задачи оформлены согласно с требованиями к оформлению решений задач. Рассмотрены задачи на четыре темы: кинематика поступательного и вращательного движения; динамика поступательного движения; динамика вращательного движения; законы сохранения физических величин. В каждом разделе приведены определения физических величин, основные формулы и соотношения, которые используются при решении задач.

Тема 1: Кинематика поступательного и вращательного движения.

Определения и основные формулы:

Кинематикой называется: раздел механики, устанавливающий основные параметры движения без выяснения причин движения. К параметрам движения относятся: координаты, скорость, ускорение.

Движением называется: изменение положения тела в пространстве с течением времени. Любое сложное движение можно представить как совокупность более простых видов движения: поступательного и вращательного. Поступательным называется движение: когда любая прямая в теле движется параллельно самой себе. Вращательным называется движение: когда все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

Положение тела в пространстве определяется в системе координат, в классической механике это система координат Декарта. Совокупность системы координат и прибора для измерения времени называется системой отсчета.

Положение материальной точки в пространстве можно определить радиусом вектором ($\overrightarrow{r_1}$ – положение точки 1; $\overrightarrow{r_2}$ – положение точки 2), который начинается в начале координат и заканчивается в точке, лежащей на траектории. Траекторией называется линия, по которой движется тело (рис.1).

$$\vec{r} = \vec{\imath}x + \vec{\jmath}y + \vec{k}z$$

где $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ - единичные орты координатных осей X, Y, Z соответственно

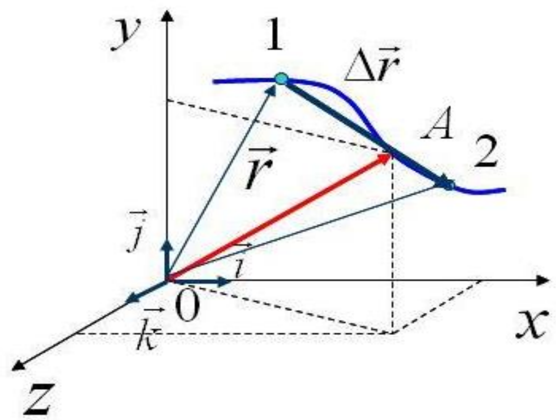


Рисунок 1

Перемещением является вектор $\Delta\vec{r}$, соединяющий начальную и конечную точку пути.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Путь S - это расстояние, пройденное телом по траектории.

Быстрота изменения положения тела в пространстве – скорость определяется как первая производная радиуса –вектора по времени:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Если движение неравномерное, то тело движется с ускорением. Ускорение определяется как первая производная от скорости по времени или вторая производная радиуса-вектора по времени.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \qquad \text{или} \qquad \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

При криволинейном движении ускорение имеет две составляющие: тангенциальное и нормальное ускорения (рис.2).

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau;$$

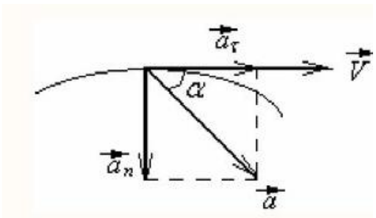


Рисунок 2

Тангенциальное ускорение a_τ характеризует изменение скорости по величине, нормальное ускорение $a_n = \frac{v^2}{R}$ – изменение скорости по направлению. Модуль полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

При вращательном движении положение точки определяется вектором углового перемещения (вектором угла поворота). Вектор углового перемещения направлен вдоль оси вращения, является псевдовектором, направление которого определяется правилом правого винта (буравчика) (рис.3).

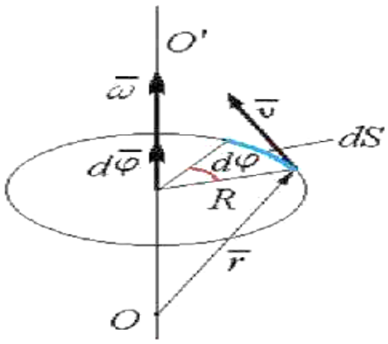


Рисунок 3

Быстрота изменения положения точки – это угловая скорость, которая определяется первой производной от углового перемещения и направлена также по оси вращения.

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Если движение неравномерное, то возникает угловое ускорение, которое определяется первой производной от угловой скорости или второй производной от углового ускорения.

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}; \qquad \vec{\varepsilon} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$$

Угловое ускорение при равноускоренном и равнозамедленном движении направлено: вдоль оси по направлению скорости и вдоль оси против направления скорости соответственно.

Для вращательного движения вводятся понятия периода вращения – время одного полного оборота и частоты – величины обратной периоду, определяющей число оборотов в единицу времени.

$$\upsilon = \frac{1}{T}; \quad \upsilon = 2\pi\omega,$$

Где ω – циклическая частота вращения.

Между параметрами поступательного и вращательного движения существует взаимосвязь:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}; \vec{r}];$$
$$a_\tau = \varepsilon \cdot r;$$
$$a_n = \omega^2 r,$$

где v – скорость; ω - угловая скорость; ε - угловое ускорение; r – радиус окружности; a_τ - тангенциальное ускорение; a_n – нормальное ускорение.

Примеры решения задач.

Задача1. Первую половину пути автомобиль двигался со скоростью v_1= 80 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью v_2= 40 км/ч. Какова средняя скорость $v_{ср}$ движения автомобиля?

Дано:	Система СИ	Решение:
v_1= 80 км/ч v_2= 40 км/ч Найти: $v_{ср}$	22.2 м/с 11,1 м/с	Согласно определению средняя скорость движения определяется отношением всего пройденного пути ко времени, в течение которого этот путь пройден. $v_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$; По условию задачи путь можно разделить на два отрезка равной длины. $S_1=S_2=\frac{S}{2}$ Найдем время, за которое пройден каждый из отрезков. $t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{S}{2v_1}, \quad t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{S}{2v_2}$ Полное время движения: $$\Delta t = t_1 + t_2 = \frac{S}{2v_1} + \frac{S}{2v_2} = \frac{S(v_1+v_2)}{2v_1v_2}$$ Подставим полученное соотношение в исходную формулу, а также данные из условия задачи, получим: $v_{\text{ср}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S}{t_1+t_2} = \frac{2v_1v_2}{(v_1+v_2)} = \frac{2\cdot80\cdot40}{80+40}$= 53,3 км/ч (14,8 м/с) В данной задаче ответ представлен не в единицах системы СИ. Это можно допускать в некоторых случаях, когда использование результата более удобно не в системных единицах. Ответ: $v_{ср}$=53,3 км/ч (14,8 м/с).

Задача2. Зависимость координаты движения тела вдоль оси x дана соотношением x=At-Bt^2+Ct^3, где A=2 м/с, B=0,3 м/с^2 и C= -1 м/с^3. Найти 1) зависимость скорости *v* и ускорения *a* тела от времени; 2) определить координату *x*, скорость *v* и ускорение *a* через 2 с после начала движения; 3) момент времени, когда ускорение будет равно *a*=2 м/с^2.

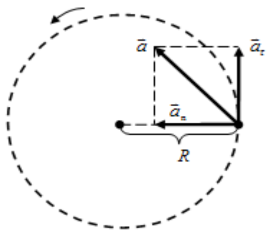
Дано:	Система СИ	Решение:
x=At-Bt^2+Ct^3 A=2 м/с B=0,3 м/с^2 C= -1 м/с^3 t=2c *a*=2 м/с^2		Зависимость координаты x от времени: x=At-Bt^2+Ct^3 Скорость определяется первой производной от координаты по времени: v (t)= $\frac{dx}{dt} = A - 2Bt + 3Ct^2$ Ускорение – это первая производная от скорости по времени: a(t)= $\frac{dv}{dt} = -2B + 6Ct$
Найти: a(t), v (t); x, a, v		Найдем значения координаты, скорости и ускорения в момент времени t=2c, подставив данные в полученные соотношения: $x_{t=2c}$ =At-Bt^2+Ct^3=2· 2-0,3 ·2^2-1 ·2^3=-5,2 м $v_{t=2c} = A - 2Bt + 3Ct^2 = 2 - 2 \cdot 0{,}3 \cdot 2 - 3 \cdot 2^2 = -11{,}2 м/с$ $a_{t=2c} = -2B + 6Ct = -2 \cdot 0{,}3 - 6 \cdot 2 = -12{,}6 м/c^2$ Найдем момент времени, когда ускорение будет равно *a*=2 м/с^2 a(t)= $-2B + 6Ct = 2\,\frac{м}{c^2}$ Решая данное уравнение получим: $t = \frac{a + 2B}{6C} = \frac{2 + 2 \cdot 0{,}3}{6 \cdot 1} = 0{,}43\ c$ Ответ: v (t)= $A - 2Bt + 3Ct^2$; a(t)= $-2B + 6Ct$; $x_{t=2c}$ =-5,2 м; $v_{t=2c} = -11{,}2 м/с$; $a_{t=2c} = 2\,\frac{м}{c^2}$; $t = 0{,}43\ c$

Задача3. Скорость материальной точки, движущейся вдоль оси x, определяется соотношением v=0,2 -0,1t. Найти координату и ускорение точки в момент времени t=10 сек, если в начальный момент времени она находится в точке с координатой x_0=1.

Дано:	Система СИ	Решение:
v=0,2 -0,1t t=10 с x_0=1		Так как скорость определяется первой производной от координаты по времени v (t)= $\frac{dx}{dt}$, то найти координату можно проинтегрировав выражение для скорости: $x = \int v\,dt = \int (0{,}2\ - 0{,}1\mathrm{t})dt = \int 0{,}2dt\ +$ $\int -0{,}1t\,dt$= $0{,}2t - 0{,}1\frac{t^2}{2} + C$
Найти: x, a		Значение постоянной интегрирования находим из начальных условий задачи: *t=0, x_0=1, C=1* Таким образом получим уравнение координаты: $x = 0{,}2t - 0{,}1\frac{t^2}{2} + 1$ Подставим значение t=10 с и получим численное значение координаты: $x_{t=10c} = 0{,}2\ 10 - 0{,}1\frac{10^2}{2} + 1 = -2$ м Ускорение – это первая производная от скорости по времени: a(t)= $\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}$(0,2 -0,1t)=-0,1 В результате получили, что движение происходит с постоянным ускорением: a= $-0{,}1\,\frac{\text{м}}{c^2}$ Ответ: $x_{t=10c} = -2$ м; a= $-0{,}1\,\frac{\text{м}}{c^2}$

Задача4. Колесо радиусом 0,1 м вращается так, что зависимость угла поворота колеса дается уравнением φ=A+Bt+Ct^3, где B=2рад/с и C= 1 рад/с^3. Найти для точек, лежащих на ободе колеса угловую скорость ω, угловое ускорение ε, линейную скорость v, тангенциальное a_τ и нормальное ускорения a_n через 1 с после начала движения.

Дано:	Система СИ	Решение:
R=0,1 м φ =A+Bt+Ct^3 B=2рад/с C= 1 рад/с^3 t=1 с		см. ниже
Найти: ω, ε, v, a_τ, a_n		



Угловая скорость – первая производная от угла поворота по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 3Ct^2$$

Подставив t=1 с получим численное значение угловой скорости.

$\omega = B + 3Ct^2 = 2 + 3 \cdot 1 \cdot 1^2 = 5\text{рад}/c$

Угловое ускорение- первая производная от угловой скорости по времени

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 6Ct$$

Подставив t=1 с получим численное значение углового ускорения.

\ $\varepsilon = 6Ct = 6 \cdot 1 \cdot 1 = 6\text{рад}/\text{с}^2$

Для определения линейной скорости, тангенциального и нормального ускорений воспользуемся формулами взаимосвязи между параметрами поступательного и вращательного движений. После подстановки данных получим численные значения:

$v = \omega R = 5 \cdot 0{,}1 = 0{,}5\ \text{м}/\text{с}$

$a_\tau = \varepsilon R = 6 \cdot 0{,}1 = 0{,}6\ \text{рад}/\text{с}^2$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{0{,}5^2}{0{,}1} = 2{,}5\ \frac{\text{м}}{c^2}$$

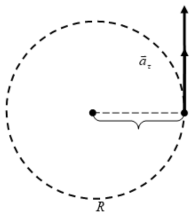
Ответ: $\omega = \frac{5\text{рад}}{c}$; $\varepsilon = \frac{6\text{рад}}{\text{с}^2}$; $v = 0{,}5$ м/с;

$$a_\tau = 0{,}6\frac{\text{рад}}{\text{с}^2};\ a_n = 2{,}5\ \frac{\text{м}}{c^2}$$

Задача5. Точка движется по окружности радиусом R=10 см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. Найти нормальное ускорение точки a_n через 20 с после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость движения равна v=10 см/с.

Дано:	Система СИ
R=10 см	0,1 м
a_τ=*const*	
N=5	
v=10 см/с	0,1 м/с
t=20 с	
Найти: a_n	

Решение:



Согласно определению нормальное ускорение $a_n = \omega^2 R$, при равномерном движении угловая скорость: $\omega = \varepsilon t$, тогда получим:

$$a_n = \omega^2 R = \varepsilon^2 t^2 R$$

Среднее число оборотов при равноускоренном движении за определенный промежуток времени определяется как среднее арифметическое: $\langle n \rangle = \frac{n_0+n}{2} = \frac{n}{2}$, т.к. n_0=0 в начальный момент времени.

С другом стороны:

$$\langle n \rangle = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{N}{t_1} = \frac{n}{2t_1},$$

где t_1 – время, за которое точка сделала 5 оборотов.

Число оборотов можно выразить через угловую скорость и линейную скорость, учитывая их взаимосвязь $v = \omega R$

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi R}$$

Выразим время пяти оборотов t_1 с учетом полученных уравнений

$$t_1 = \frac{4\pi N R}{v}$$

Подставим полученные соотношения в формулу для углового ускорения и нормального ускорения:

$$\varepsilon = \frac{\omega}{t_1} = \frac{v}{Rt_1} = \frac{v^2}{4\pi N R^2}$$

Подставим численные значения и рассчитает результат:

$$a_n = \frac{v^4 t^2}{16\pi^2 N^2 R^3} = \frac{0{,}1^4 20^2}{16\ 3{,}14^2 5^2 0{,}1^3} = 0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ: $a_n = 0{,}1\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Тема 2: Динамика поступательного движения.

Определения и основные формулы:

Динамикой называется раздел физики, который изучает законы движения и причины движения. В основе классической механики лежат три закона Ньютона. Основная причина изменения параметров движения – это сила. Сила – векторная физическая величина, являющаяся мерой взаимодействия тел. Виды сил в механике определяются двумя видами взаимодействия: гравитационным и электромагнитным.

Гравитационное взаимодействие	Электромагнитное взаимодействие
Сила всемирного тяготения $\vec{F} = G\frac{m_1 m_2}{R^2}\frac{\vec{R}}{R}$	Сила упругости $\overline{F}_{упр} = -k\Delta x$
Сила тяжести $\vec{F} = m\vec{q}$	Сила трения $\vec{F}_{тр} = \mu\vec{N}$

I закон Ньютона:

Тело движется равномерно и прямолинейно, пока на него не действуют другие тела. Это значит, что прямолинейное и равномерное движение возможно только при отсутствии сил.

Системы отсчета, где выполняется этот закон называются инерциальными.

II закон Ньютона: скорость изменения количества движения (импульса) системы тел пропорционально действующей силе (результирующей всех сил).

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Или в интегральной форме записи:

$$\overrightarrow{F} = m\vec{a}$$

Где: $\vec{F}$- сила; $\vec{P}= m\vec{v}$ – импульс; m – масса; a – ускорение.

Если на систему действуют несколько сил, то каждая сообщает ей ускорение – принцип независимости действия сил. Поэтому в законе

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N}\overrightarrow{F_i}$$

является результирующей силой, которая определяется геометрической суммой всех сил, действующих не систему.

Масса является мерой инертности и обладает следующими свойствами: аддитивная величина, постоянная в классической динамике.

III закон Ньютона: два тела взаимодействуют с силами равными по величине и противоположными по направлению (рис.4).

$$\overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_2}$$

Рисунок 4

Пи этом нужно заметить, что силы имеют одинаковую природу, лежат на одной прямой, соединяющей центры масс, взаимодействующих тел.

Центром масс (инерции) тела или системы тел называется точка, радиус-вектор которой определяется соотношением:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{m},$$

где m_i , r_i - масса и радиус-вектор i-ой точки соответственно;

m – масса системы.

Центр масс (инерции) системы тел по положению может не совпадать с координатой ни одной из точек системы. Центр масс системы движется равномерно и прямолинейно или находится в состоянии покоя – теорема о движении центра масс.

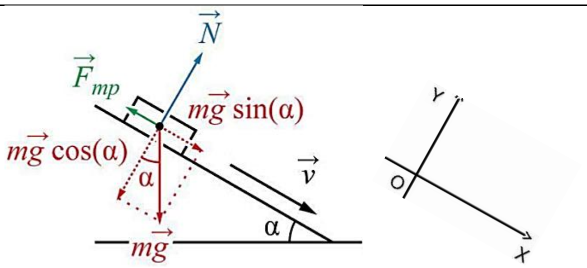
Основная задача динамики: найти закон движения с учетом сил действующих в системе. При решении задач нахождение закона движения сводится к записи второго закона Ньютона в соответствии с действующими силами. Из закона движения можно определить параметры движения.

Примеры решения задач.

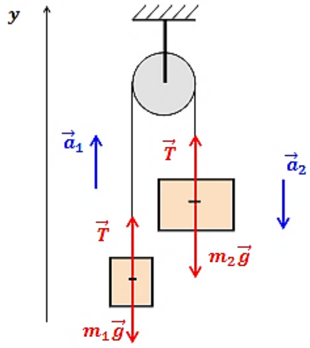
Задача 1. Тело массой m движется в плоскости XY по закону $X=A\cos\omega t$ $Y=B\sin\omega t$, где A, B, ω - некоторые константы. Определить модуль силы, действующей на тело.

Дано:	Система СИ	Решение:
m $X=A\cos\omega t$ $Y=B\sin\omega t$ A, B, $\omega=const$		Модуль силы можно определить из второго закона Ньютона. $\vec{F} = m\vec{a}$ В скалярном виде: $F = ma$ Так как движение происходит в плоскости XY, то ускорение имеет две компоненты:
Найти: F		$\vec{a} = \overrightarrow{a_x} + \overrightarrow{a_y}$, которые можно найти как производные от соответствующих компонент скорости по времени: $a_x = \frac{dv_x}{dt}$; $a_y = \frac{dv_y}{dt}$; Найдем компоненты скорости: $v_x = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin \omega t$; $v_y = \frac{dy}{dt} = B\omega \cos \omega t$ Найдем компоненты ускорения: $a_x = \frac{dv_x}{dt} = -A\omega^2 \cos \omega t$; $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -B\omega^2 \sin \omega t$ Полное ускорение равно: $a = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2}$ $= \sqrt{A^2\omega^4 cos^2\omega t + B^2\omega^4 sin^2\omega t}$ Тогда модуль силы равен: $F = ma = m\omega^2\sqrt{A^2 cos^2\omega t + B^2 sin^2\omega t}$ Ответ: $F = ma = m\omega^2\sqrt{A^2 cos^2\omega t + B^2 sin^2\omega t}$

Задача 2. По наклонной плоскости с углом $\alpha=30^0$ к горизонту скользит тело. Определить ускорение движения тела и скорость тела в конце второй секунды от начала скольжения, если коэффициент трения $\mu=0,15$.

Дано:	Система СИ	Решение:
$\alpha=30^0$ $\mu=0,15$ $t=2c$ Найти: a, v		 На рисунке расставим все силы, которые действуют на тело. Выберем направления осей координат: ось X направим вдоль плоскости, Y – перпендикулярно к оси X. Составим уравнение по второму закону Ньютона. $\vec{F} = m\vec{a}$; $\vec{N} + m\vec{g} + \overrightarrow{F_{\text{тр}}} = m\vec{a}$; В проекциях на оси координат: OX: $mg\sin\alpha - F_{\text{тр}} = ma$; OY: $N - mg\cos\alpha = 0$; Согласно определению сила трения определяется формулой: $F_{\text{тр}} = \mu\text{N}$; Получим выражение для силы реакции опоры из второго уравнения для проекций и для силы трения: $N = mg\cos\alpha$; $F_{\text{тр}} = \mu\, mg\cos\alpha$; Найдем ускорение тела из первого уравнения для проекций с учетом выражения для силы трения $mg\sin\alpha - \mu\, mg\cos\alpha = ma$ $g\sin\alpha - \mu\, g\cos\alpha = a = 10\cdot 0{,}5 - 0{,}15\cdot 10\cdot 0{,}86 = 3{,}63\frac{\text{м}}{c^2}$ Найдем скорость при ускоренном движении $v = v_0 + at$; $v_0 = 0$; $v = at = 3{,}63\cdot 2 = 7{,}26\text{м/с}$; Ответ: $a = 3{,}63\frac{\text{м}}{c^2}$; $v = 7{,}26\text{м/с}$

Задача 3. Через невесомый блок перекинута невесомая и нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены грузы массами 200 г и 300 г соответственно. Найти ускорение движения грузов и силу натяжения нити.

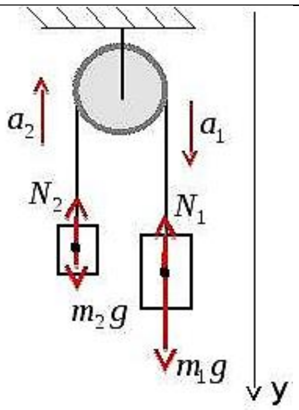
Дано:	Система СИ	Решение:
m_1=200 г m_2=300 г	0,2 кг 0,3 кг	 Из условия невесомости нити и при отсутствие трения в блоке следует, что ускорения грузов одинаковы: $\lvert\vec{a_1}\rvert = \lvert\vec{a_2}\rvert = a;$ Если нить нерастяжима, то $\lvert\vec{T_1}\rvert = \lvert\vec{T_2}\rvert = T;$ Составим уравнения движения грузов по II закону Ньютона. $m_1\vec{g} + \vec{T_1} = m_1\vec{a};$ $m_2\vec{g} + \vec{T_2} = m_2\vec{a};$ В проекциях на ось Y получим: $T - m_1 g = m_1 a;$ $T - m_2 g = -m_2 a$ Решим систему уравнений относительно ускорения и силы натяжения нити $m_2 g - m_1 g = (m_1 + m_2)a;$ $a = \frac{g(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} = \frac{10(0{,}3 - 0{,}2)}{0{,}3 + 0{,}2} = 2\frac{\text{м}}{c^2}$ $T = m_1(g + a) = 0{,}2(10 + 2) = 2{,}4H$ Ответ: $a = 2\frac{\text{м}}{c^2}; T = 2{,}4H.$

Значение ускорения свободного падения для упрощения расчетов: g=10 м/с^2

Задача 4. Частица массой m движется под действием силы $F=F_0 \cos \omega t$, где F_0, ω – некоторые константы. Определить положение частицы $r=r(t)$, если в момент времени $t=0$ величины $r(0)=0$ и $v(0)=0$.

Дано:	Система СИ	Решение:
m $F=F_0 \cos \omega t$ $F_0, \omega=const$ $r(0)=0$ $v(0)=0$ Найти: $r=r(t)$		Запишем II закон Ньютона. $\vec{F} = m\vec{a};$ $F_0 \cos \omega t = ma$ Найдем ускорение: $a = \frac{F_0}{m}\cos \omega t;$ Радиус вектор определяется из уравнения $r=r(t)=\int v\, dt;$ Найдем выражение для скорости: $v = \int a\, dt;$ $v = \int a\, dt = \int \frac{F_0}{m}\cos \omega t\ dt$ $v = -\frac{F_0}{m\omega}\sin \omega t + C$ Найдем значение константы C из начальных условий $v(0)=0 \Rightarrow C=0$ Проинтегрировав полученное уравнение получим закон движения: $r=\int v\, dt = \int -\frac{F_0}{m\omega}\sin \omega t\, dt = -\frac{F_0}{m\omega^2}\cos \omega t + C$ Найдем значение константы C из начальных условий $r(0)=0 \Rightarrow C=0$ $r=r(t) = -\frac{F_0}{m\omega^2}\cos \omega t$ Ответ: $r=r(t) = -\frac{F_0}{m\omega^2}\cos \omega t$

Задача 5. Через блок, укрепленный на потолке комнаты, перекинута нить. На концах которой подвешены тела массами m_1 и m_2. Массы нити и блока пренебрежительно малы, трения нет. Найти ускорение центра масс этой системы.

Дано:	Система СИ	Решение:
m_1 m_2		 Т.к. масса нити и блока малы, а трение отсутствует, грузы движутся с одинаковым ускорением, силы натяжения нити по обе стороны блока также равны. $\lvert\overrightarrow{a_1}\rvert = \lvert\overrightarrow{a_2}\rvert = a$
Найти: a_c		$\lvert\overrightarrow{N_1}\rvert = \lvert\overrightarrow{N_2}\rvert = N$ По определению радиус-вектор центра масс, скорость и ускорение определяются соотношениями: $\overrightarrow{r_c} = \frac{m_1\overrightarrow{r_1}+m_2\overrightarrow{r_2}}{m_1+m_2}$; $\overrightarrow{v_c} = \frac{d\overrightarrow{r_c}}{dt}$; $\frac{d\overrightarrow{v_c}}{dt} = \overrightarrow{a_c} = \frac{m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2}}{m_1 + m_2}$ Запишем уравнения движения грузов: $m_1\vec{g} + \overrightarrow{N_1} = m_1\vec{a}$; $m_2\vec{g} + \overrightarrow{N_2} = m_2\vec{a}$; В проекциях на ось Y: $m_1 g - N = m_1 a$; $m_2 g - N = -m_2 a$ Выразим ускорение $a = \frac{g(m_1-m_2)}{m_1+m_2}$ Т.к грузы движутся с одинаковым ускорением, то независимо от положения центра масс, он будет двигаться с тем же ускорением $a_c = \frac{g(m_1-m_2)}{m_1+m_2}$ Ответ: $a_c = \frac{g(m_1-m_2)}{m_1+m_2}$

Тема 3: Динамика вращательного движения.

Определения и основные формулы:

Причиной возникновения вращения является наличие момента силы, количество движения определяется моментом импульса.

Моментом силы относительно неподвижного начала (точка О) называется векторная физическая величина, которая определяется векторным произведением радиуса-вектора на силу:

$$\vec{M} = [\vec{r}; \vec{F}],$$

Модуль момента силы:

$$M = r \cdot F sin\, \alpha,$$

где α – угол между радиусом- вектором и силой.

Направление вектора момента силы определяется правилом векторного произведения: вектор момента силы лежит в плоскости перпендикулярной плокости, содержащей векторы сомножители и направлен таким образом, чтобы из его конца поворот от радиуса –вектора к силе был виден через наименьший угол (правило правого винта) (рис.5).

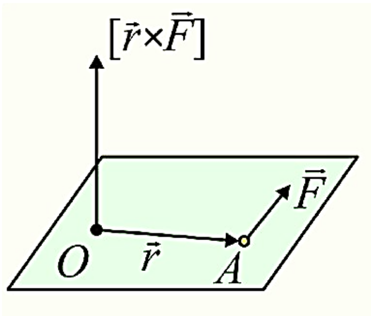


Рисунок 5

Моментом импульса относительно неподвижного начала (точка О) называется векторная физическая величина, которая определяется векторным произведением радиуса-вектора на импульс.

$$\vec{L} = [\vec{r}; \vec{P}] = [\vec{r}; m\vec{v}]$$

Модуль момента импульса:

$$L = r \cdot P sin\, \alpha,$$

где α –угол между радиусом-вектором и импульсом.

Направление вектора определяется правилом векторного произведения (рис.6).

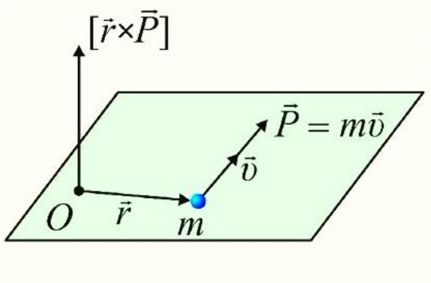


Рисунок 6

Если продифференцировать выражение для момента импульса по времени, то получим выражение, которое называется уравнением моментов: скорость изменения момета импульса относительно неподвижного начала (точка О) равна моменту силы относительно того же начала.

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}$$

Твердое тело содержит бесконечное множество материальных точек, поэтому суммарный момент силы (импульса) определяется векторной суммой моментов сил всех точек. Суммирование приводит к следующему результату:

$$\vec{L}=I\vec{\omega},$$

где $\vec{\omega}$- угловая скорость вращения.

Подставив данное соотношение в уравнение моментов получим:

$$\vec{\varepsilon}=\frac{\vec{M}}{I}$$

Угловое ускорение прямо пропорционально моменту внешних сил и обратно пропорционально моменту инерции.

Момент инерции является мерой инертности во вращательном движении и для материальной точки определяется соотношением:

$$I=mr^2,$$

где r – расстояние от точки О до материальной точки; m- масса точки.

Момент инерции твердого тела зависит не только от массы, но и от ее распределения вокруг оси вращения. Для тел различной формы моменты инерции относительно оси, проходящей через центр масс, определяются соотношениями:

$I=\dfrac{mr^2}{2}$- цилиндра, диска; $I=\dfrac{ml^2}{12}$- стержня;

$I=\dfrac{2mr^2}{5}$- шара.

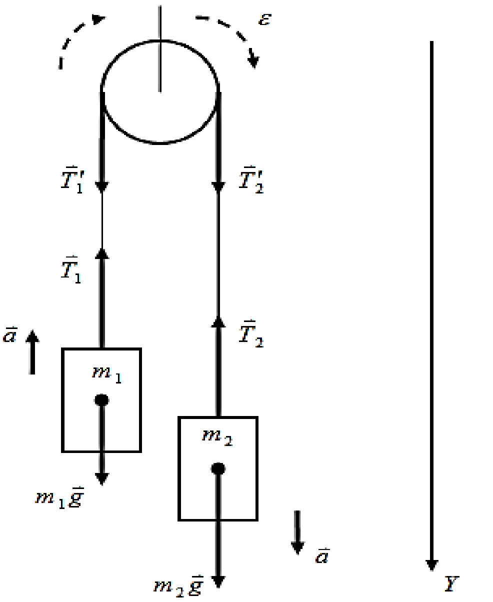
Примеры решения задач.

Задача1. Определить момент силы M, который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой n =12 $с^{-1}$ чтобы он остановился в течение времени Δt = 8 с. Диаметр блока D = 30 см. Массу блока m = 6 кг считать равномерно распределенной по ободу.

Дано:	Система СИ	Решение:
n =12 $с^{-1}$ Δt = 8 с D = 30 см m = 6 кг	 0,3 м	Запишем основной закон динамики вращательного движения для конечных приращений в скалярной форме: $M = \frac{\Delta L}{\Delta t}$ Определим изменение момента импульса $\Delta L = I\Delta\omega$
Найти: M		Изменение угловой скорости определяется как разность: $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ $\omega_1 = 2\pi n;\ \ \omega_2 = 0$ по условию задачи. Момент инерции блока можно определить по соотношению: $I = \frac{mR^2}{2} = \frac{mD^2}{8};$ Подставим полученные соотношения в исходную формулу: $M = \frac{2\pi n I}{\Delta t} = \frac{2\pi n}{\Delta t}\frac{mD^2}{8} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 12 \cdot 6 \cdot 0{,}3^2}{8 \cdot 8} = 0{,}64\ H \cdot м$ Ответ: $M = 0{,}64\ H \cdot м$

Задача2. Блок, имеющий форму диска массой m = 0,4 кг, вращается под действием силы натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами m_1 = 0,3 кг и m_2 = 0,7 кг. Определить силы натяжения T_1 и T_2 нити по обе стороны блока.

Дано:	Система СИ	Решение:
m = 0,4 кг m_1 = 0,3 кг m_2 = 0,7 кг		
Найти: T_1, T_2		



Пунктиром показано направление вращения. Угловое ускорение направлено вдоль оси вращения перпендикулярно плоскости чертежа «к нам».

Из условия невесомости нити и при отсутствие трения в блоке следует, что ускорения грузов одинаковы:

$|\overrightarrow{a_1}| = |\overrightarrow{a_2}| = a;$

Если нить нерастяжима, то силы натяжения по обе стороны блока попарно равны

$T_1 = \acute{T}_1; \quad T_2 = \acute{T}_2$

Запишем II закон Ньютона для грузов на нити.

$m_1\vec{g} + \overrightarrow{T_1} = m_1\vec{a};$

$m_2\vec{g} + \overrightarrow{T_2} = m_2\vec{a};$

В проекциях на ось Y:

$m_1 g - T_1 = -m_1 a;$

$m_2 g - T_2 = m_2 a;$

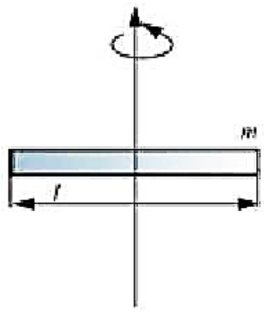
Для блока запишем основной закон динамики вращательного движения:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I};$$

Момент силы в данном случае создают две силы: $\acute{T}_1$ и $\acute{T}_2$.

		$\vec{M} = [\vec{R}; \vec{T_1}] + [\vec{R}; \vec{T_2}]$; Моменты этих сил направлены вдоль оси вращения. Будем считать момент силы $\acute{T}_2$ положительным (направлен перпендикулярно плоскости чертежа, «к нам»), тогда можно записать: $M = RT_2 - RT_1$; Запишем закон динамики вращательного движения в скалярном виде с учетом взаимосвязи между тангенциальным и угловым ускорениями: $a_\tau = \varepsilon R$ $I\varepsilon = RT_2 - RT_1$; $\frac{mR^2}{2}\frac{a}{R} = RT_2 - RT_1$; Решим совместно уравнения для грузов и блока, получим следующие соотношения. После подстановки численных данных, вычислим значения искомых величин. $ma = 2(T_2 - T_1)$; $a = \frac{2(m_2 - m_1)g}{2(m_2 + m_1) + m} = \frac{2 \cdot 10(0{,}7 - 0{,}3)}{2(0{,}7 + 0{,}3) + 0{,}4} = 3{,}3\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$; $T_1 = m_1(g - a) = 0{,}4(10 - 3{,}3) = 2{,}68H$; $T_2 = m_2(g + a) = 0{,}7(10 + 3{,}3) = 9{,}3H$. Ответ: $T_1 = 2{,}68H$; $T_2 = 9{,}3H$

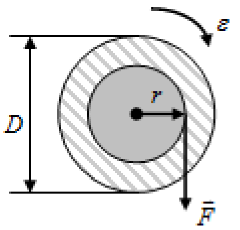
Задача3. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину, согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, где, B=0,2 рад/с^3. Определить вращающий момент M, действующий на стержень через время
t=2 с после начала вращения, если момент инерции стержня I=0,048 кг·м^2.

Дано:	Система СИ	Решение:
$\varphi = At + Bt^3$ A=2 рад/с B=0,2 рад/с^3 t=2 с I=0,048 кг·м^2		
Найти: M		Основной закон динамики вращательного движения: $\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}$ Момент силы равен: $M = I\varepsilon$ Угловое ускорение – это первая производная от угловой скорости по времени. $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ Угловая скорость - это первая производная от углового перемещения по времени. $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ По условию задачи угол поворота $\varphi = At + Bt^3$, тогда $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = A + 3Bt^2$ Соответственно $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 6Bt$ Подставим численные значения $M = I\varepsilon = 6 \cdot I \cdot B \cdot t$ =6·0,048·0,2·2=0,115 Н·м Ответ: M =0,115 Н·м

Задача4. По касательной к шкиву маховика диаметром D=75 см и массой m=40 кг приложена сила F=1 кН. Определить угловое ускорение ε и частоту вращения маховика n через время t =10 с после начала действия силы, если радиус шкива r равен 12 см. Силой трения пренебречь.

Дано:	Система СИ
D=75 см	0,75 м
m=40 кг	
F=1 кН	10^3 Н
t =10 с	
r=12 см	0,12 м
Найти: ε, n	

Решение:



Основной закон динамики вращательного движения:

$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}$, в скалярном виде: $\varepsilon = \frac{M}{I}$

$\vec{M} = [\vec{r}; \vec{F}]$, в скалярном виде: $M = rF\sin\alpha$

$\alpha=90^0$, $M = rF$

Момент инерции маховика:

$$I = \frac{m(D)^2}{8}$$

Найдем угловое ускорение:

$$\varepsilon = \frac{8Fr}{mD^2} = \frac{8\cdot 10^3\cdot 0{,}12}{40\cdot 0{,}75^2} = 42{,}7 \text{ рад/с}^2$$

При равноускоренном движении угловая скорость определяется формулой $\omega = \varepsilon t$, подставив выражение для углового ускорения получим:

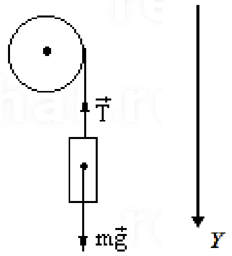
$$\omega = \varepsilon t = \frac{8Fr}{mD^2}t = 42{,}7\cdot 10 = 427 \text{ рад/с}$$

Частота вращения:

$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{427}{2\cdot 3{,}14} = 68{,}4 \text{ об/с}$$

Ответ: $\varepsilon = 42{,}7$ рад/с^2; $n = 68{,}4$ об/с

Задача5. На обод маховика диаметром D=60 см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m=2 кг. Определить момент инерции маховика I, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время t =3 с приобрел угловую скорость ω=9 рад/с.

Дано:	Система СИ	Решение:
D=60 см m=2 кг t =3 с ω=9 рад/с	0,6 м	
Найти: I		Основной закон динамики вращательного движения: $\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}$, в скалярном виде: $\varepsilon = \frac{M}{I}$; Момент инерции: $I = \frac{M}{\varepsilon}$ Момент силы создается силой натяжения нити: $M = TR\sin\alpha$, α=90^0, $M = T\frac{D}{2}$ Найдем силу натяжения нити из уравнения движения груза (II закон Ньютона): $m_1\vec{g} + \overrightarrow{T_1} = m_1\vec{a}$ В проекциях на ось Y: $mg - T = ma$, выразим силу натяжения нити: $T = mg - ma = m(g - a)$ Угловое ускорение можно определить следующим образом $\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega}{t}$ Используя взаимосвязь между тангенциальным и угловым ускорением получим выражение для тангенциального ускорения.

		$a = \varepsilon R = \varepsilon \frac{D}{2} = \frac{\omega D}{2t}$ Подставим в выражение для силы натяжения нити: $T = m(g - a) = m\left(g - \frac{\omega D}{2t}\right) = \frac{m(2gt - \omega D)}{2t}$ Определим момент инерции, подставив полученные выражения в исходное соотношение и произведем расчет: $I = \frac{M}{\varepsilon} = \frac{mD(2gt - \omega D)}{4t}\frac{t}{\omega} = \frac{mD(2gt - \omega D)}{4\omega} = \frac{2 \cdot 0{,}6(2 \cdot 10 \cdot 3 - 9 \cdot 0{,}6)}{4 \cdot 9} = 1{,}88\ \text{кг} \cdot \text{м}^2$ Ответ: $I = 1{,}88\ \text{кг} \cdot \text{м}^2$

Тема 4: Законы сохранения.

Определения и основные формулы:

Сила в динамики является не только причиной возникновения движения. Сила также может совершать работу. Работа силы определяется скалярным произведением силы на перемещение:

$$A = \left(\vec{F}, \Delta\vec{r}\right) = F \cdot \Delta r cos\, \alpha,$$

где α – угол между силой и перемещением.

Во вращательном движении работа совершается моментом силы при изменении угла поворота:

$$A = \int M d\alpha$$

Совершение работы над системой материальных точек всегда связано с изменением энергии системы. Энергия системы – это функция состояния системы. Существуют два вида энергии: потенциальная и кинетическая.

Потенциальная энергия является функцией координат $U = f(x, y, z)$ и зависит от вида силового поля:

$U = -G\dfrac{m_1 m_2}{r}$ - в поле сил тяготения;

$U = mg(z_1 - z_2)$ - в поле сил тяжести;

$U = \dfrac{kx^2}{2}$ - в поле сил упругости.

Кинетической энергией тело обладает при движении.

$K = \dfrac{mv^2}{2}$ - для поступательного движения;

$K = \dfrac{I\omega^2}{2}$ - для вращательного движения.

Полная энергия системы складывается из кинетической и потенциальной.

Из основных законов механики вытекает, что некоторые параметры системы могут оставаться постоянными при выполнении некоторых условий.

Рассмотрим II закон Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Согласно правилам дифференцирования производная от постоянной величины равна нулю. Поэтому при выполнении следующих условий импульс системы остается постоянным:

а) внешние силы равны нулю $\vec{F} = 0$;

б) внешние силы не равны нулю, но их сумма равна нулю $\sum \vec{F}_i = 0$;

в) внешние силы малы или действуют малое время $\sum \vec{F}_i \to 0,\ \Delta t \to 0$;

г) если проекция внешних сил на какую-либо ось равна нулю, то относительно этой оси импульс сохраняется $\vec{F}_x = 0,\ \vec{P}_x = const.$

Основной закон динамики вращательного движения:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Момент импульса сохраняется если:

а) внешние силы равны нулю $\vec{F} = 0$, т.е. они не создают момента;

б) моменты внешних сил отличны от нуля, но их сумма равна нулю $\overrightarrow{\mathrm{M}}_{\text{внешн}} \neq 0,\ \sum \vec{M}_i = 0$;

в) если проекция моментов внешних сил на какую-либо неподвижную ось Z равна нулю $\overrightarrow{\mathrm{M}}_{\text{внешн}} \neq 0,\ \overrightarrow{M_z} = 0$, относительно этой оси момент импульса сохраняется;

г) если момент внешних сил приблизительно равен нулю или действует очень малое время $\sum \vec{M}_{\text{внешн}} \to 0,\ \Delta t \to 0.$

Обе величины импульс и момент импульса сохраняются, если на систему не действуют внешние силы. Система, на которую не действуют внешние силы называется замкнутой. В замкнутой системе выполняется закон сохранения полной энергии. Закон сохранения энергии выполняется:

а) если в системе действуют консервативные силы, т.е. силы, работа которых зависит от начального и конечного положения, по замкнутому контуру работа равна нулю;

б) если неконсервативные силы не совершают работу.

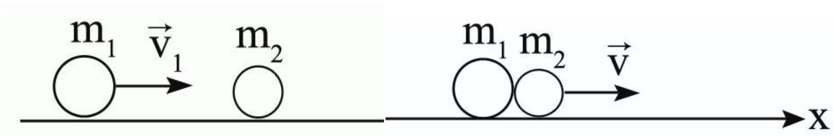
Законы сохранения физических величин являются фундаментальными законами природы, так как связаны со свойствами пространства и времени. Закон сохранения импульса с однородностью пространства; закон сохранения момента импульса – изотропностью пространства; закон сохранения энергии – с однородностью времени.

Примеры решения задач.

Задача1. Тело массой 1 кг, движущееся горизонтально со скоростью 1м/с. Догоняет второе тело массой 0,5 кг и не упруго сталкивается с ним. Какую скорость получат тела, если: 1) второе тело стояло неподвижно; 2) второе тело двигалось со скоростью 0,5 м/с в том же направлении, что и первое тело; 3) второе тело двигалось со скоростью 0,5 м/с в направлении, противоположном направлению движения первого тела.

<table>
<tr><th>Дано:</th><th>Система СИ</th><th>Решение:</th></tr>
<tr><td>m_1=1 кг
v_1=1м/с
m_2=0,5 кг
v_2=0,5 м/с</td><td rowspan="2"></td><td rowspan="2">

1) Рассмотрим первый случай. Выберем на рисунке направление движения после столкновения (вправо), направим ось X вправо.



Т.к. сила тяжести и сила реакции будут направлены вдоль вертикали, то в данном случае для проекций импульса на ось X можно записать закон сохранения импульса. Запишем закон сохранения импульса

$$m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2} = (m_1 + m_2)\vec{v}$$

$$\overrightarrow{v_2} = 0$$

В проекциях на ось X

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)v$$

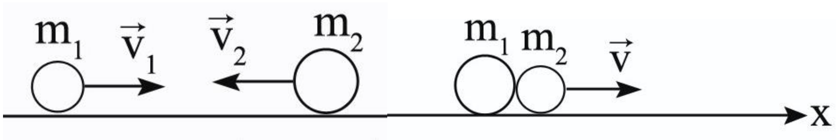
Выразим скорость и определим ее численное значение:

$$v = \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)} = \frac{1\ \cdot 1}{1 + 0{,}5} = 0{,}67\ \frac{м}{с}$$

2) Рассмотрим второй случай: первое тело догоняет второе

Запишем закон сохранения импульса

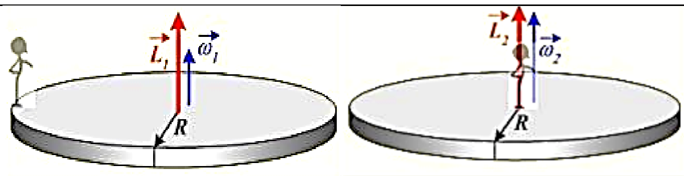
</td></tr>
<tr><td>Найти:
v</td></tr>
</table>

		$m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2} = (m_1 + m_2)\vec{v}$ В проекциях на ось X: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$ Выразим скорость и определим ее численное значение: $v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{1 \cdot 1 + 0{,}5 \cdot 0{,}5}{1 + 0{,}5} = 0{,}83\ \frac{м}{с}$ 3) Рассмотрим третий случай: тела движутся навстречу друг другу  Запишем закон сохранения импульса $m_1\overrightarrow{v_1} + m_2\overrightarrow{v_2} = (m_1 + m_2)\vec{v}$ В проекциях на ось X: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$ Выразим скорость и определим ее численное значение: $v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{1 \cdot 1 - 0{,}5 \cdot 0{,}5}{1 + 0{,}5} = 0{,}5\ \frac{м}{с}$ Ответ: $0{,}67\ \frac{м}{с}$; $0{,}83\ \frac{м}{с}$; $0{,}5\ \frac{м}{с}$

Задача2. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой $n_1 = 8$ мин$^{-1}$, стоит человек массой $m_1 = 70$ кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2 = 10$ мин$^{-1}$. Определить массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

Дано:	Система СИ
$n_1 = 8$ мин$^{-1}$	0,13 с$^{-1}$
$m_1 = 70$ кг	
$n_2 = 10$ мин$^{-1}$	0,16 с$^{-1}$
Найти: m_2	

Решение:



Т.к. сила тяжести человека, сила реакции опоры направлены вертикально вниз, сила тяжести платформы направлена вдоль оси вращения, то они не создают вращательных моментов. В системе выполняется закон сохранения момента импульса:

$\vec{L_1} = \vec{L_2}$;

Для вращающегося тела момент импульса равен:

$$\vec{L} = I\vec{\omega},$$

Тогда в скалярном виде закон сохранения момента импульса:

$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$;

Когда человек стоит на краю платформы, момент инерции системы равен:

$I_1 = \frac{m_2R^2}{2} + m_1R^2$;

Кодда человек в центре платформы:

$I_2 = \frac{(m_1+m_2)R^2}{2}$;

Угловая скорость связана с частотой вращения соотношениями:

$\omega_1 = 2\pi n_1$; $\omega_2 = 2\pi n_2$

Подставим полученные соотношения в закон сохранения момента импульса:

$\left(\frac{m_2R^2}{2} + m_1R^2\right)2\pi n_1 = \left(\frac{(m_1+m_2)R^2}{2}\right)2\pi n_2$;

Выразим массу платформы и рассчитаем ее:

$$m_2 = \frac{2m_1(n_1 + n_2/2)}{(n_2 - n_1)} = \frac{2 \cdot 70(0{,}13 + 0{,}08)}{0{,}08 - 0{,}13} = 210 \text{ кг}$$

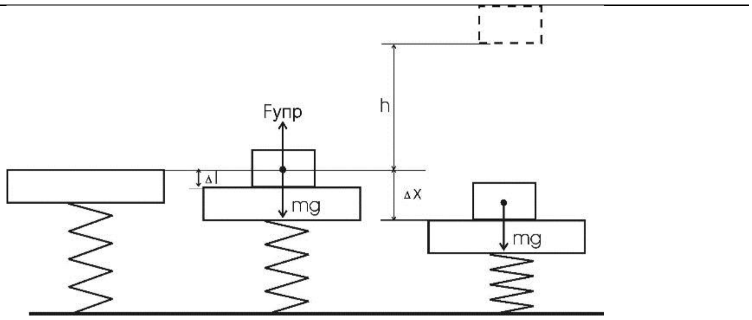
Ответ: $m_2 = 210$ кг

Задача3. Из пружинного пистолета, с пружиной жесткостью k = 150 Н/м, был произведен выстрел вверх пулей массой m = 8 г. Определить максимальную высоту подъема пули при вылете ее из пистолета, если пружина была сжата на Δx = 4 см. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано:	Система СИ	Решение:
k = 150 Н/м m = 8 г Δx = 4 см Найти: v	 0,008 кг 0,04 м	При выстреле выполняется закон сохранения энергии, т.к. в системе действуют консервативные силы: сила тяжести и сила упругости: $\frac{k(\Delta x)^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$; С другой стороны, кинетическая энергия пули переходит в потенциальную энергию подъема на некоторую высоту h. $\frac{mv^2}{2} = mgh$; Из первого уравнения найдем выражение для скорости и подставим во второе уравнение. $v = \sqrt{\frac{k(\Delta x)^2}{m}}$; $\frac{m}{2}\frac{k(\Delta x)^2}{m} = mgh$; Найдем высоту подъема: $h = \frac{k(\Delta x)^2}{2mg} = \frac{150 \cdot 0{,}04^2}{2 \cdot 0{,}08 \cdot 10} = 1{,}5$ м Ответ: $h = 1{,}5$ м

Задача4. Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины положить груз, то пружина сожмется на Δl=3мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты h=8 см?

Дано:	Система СИ	Решение:
Δl = 3 см	0,003 м	
h=8 см	0,08 м	
Найти: k		



Если система находится в равновесии, то потенциальная энергия деформированной пружины $U = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$ и потенциальная энергия груза относительно положения в пространстве ненагруженной пружины $U = mg\Delta l$ будут равны

$$\frac{k(\Delta l)^2}{2} = mg\Delta l$$

Из этого соотношения можно найти коэффициент упругости пружины

$$k = \frac{2mg}{\Delta l}$$

Когда груз находится на высоте h, то относительно положения ненагруженной пружины после падения обладает энергией $U = mg(h + \Delta x)$,
пружина получит энергию $U = \frac{k(\Delta x)^2}{2}$.

В состоянии равновесия эти энергии равны:

$$mg(h + \Delta x) = \frac{k(\Delta x)^2}{2}$$

Подставим в уравнение выражение для коэффициента жесткости пружины $k = \frac{2mg}{\Delta l}$.

Получим

$$mg(h + \Delta x) = \frac{2mg(\Delta x)^2}{2\Delta l}$$

Раскроем скобки, перенесем все слагаемые в левую часть уравнения, разделим на mg

$$\frac{mg}{\Delta l}(\Delta x)^2 - mg\Delta x - mgh = 0 \quad |: mg$$

Приведем к общему знаменателю. Получим квадратное уравнение относительно Δx

$$(\Delta x)^2 - \Delta l \cdot \Delta x - \Delta l \cdot h = 0$$

Корни этого уравнения:

$$\Delta x_{1,2} = \frac{\Delta l}{2} \pm \sqrt{\frac{\Delta l}{2} + \Delta l \cdot h}$$

$$= 1{,}5 \cdot 10^{-3} \pm \sqrt{1{,}5 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-3} 8 \cdot 10^{-2}}$$

$\Delta x_{1,2} = \pm 1{,}7 \cdot 10^{-2} м$

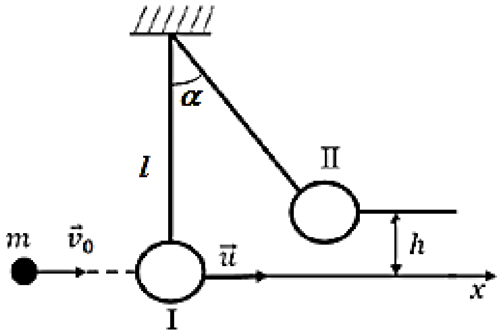
Решение уравнения дает два корня с различными знаками, это значит, что после столкновения в системе возникают колебания с амплитудой Δx. После наступления равновесия пружина будет сжата на величину Δx.

$\Delta x = 1{,}7 \cdot 10^{-2} м$

Ответ: $\Delta x = 1{,}7 \cdot 10^{-2} м$

Задача5. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на очень легком жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра шара равно 1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол 10^0.

<table>
<tr><td>Дано:</td><td>Система СИ</td><td>Решение:</td></tr>
<tr><td>$\frac{M}{m} = 1000$
l= 1 м
$\alpha=10^0$

Найти:</td><td></td><td>

При попадании пули в шар происходит неупругое столкновение, выполняется закон сохранения импульса
$$m\overrightarrow{v_0} = (M+m)\vec{u}$$
В проекциях на ось X:
$mv_0 = (M+m)u;$
Получим выражения для горизонтальной скорости с которым начнет двигаться шар:
$u = \frac{mv_0}{(M+m)}$
Кинетическая энергия шара переходит в потенциальную энергию подъема на высоту h.
$\frac{(M+m)u^2}{2} = (M+m)gh;$
Подставим в уравнение выражение для скорости u, получим:

$\frac{(M+m)}{2}\left(\frac{mv_0}{(M+m)}\right)^2 = (M+m)gh;$
$\frac{(mv_0)^2}{2(M+m)} = (M+m)gh;$
Из прямоугольного треугольника найдем выражение для синуса угла α
$\sin\alpha = \frac{l-h}{l};$</td></tr>
</table>

		Выразим h $h = l(1 - \sin\alpha) = 1(1 - 0{,}174) = 0{,}826$ м; Из закона сохранения энергии получим выражение для скорости пули $v_0 = \sqrt{\frac{2(M+m)^2 gh}{m^2}} = \frac{(M+m)}{m}\sqrt{2gh} = \left(\frac{M}{m} + 1\right)\sqrt{2gh} = (1000+1)\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}826} = 4064\,\frac{\text{м}}{c}$ Ответ: $v_0 = 4064\,\frac{\text{м}}{c}$

ЛИТЕРАТУРА

1. Физика [Электронный ресурс]: сб. метод. рекомендаций по изучению дисциплины/ АмГУ, ФМиИ; сост. И. В. Верхотурова, О. В. Зотова, О. А. Агапятова, В. Ф. Ульянычева, И. Б. Копылова, О. В. Козачкова. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2017. - 55 с. - Режим доступа: http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/7694.pdf.

2. Савельев, И. В. Курс общей физики : учебное пособие : в 3 томах / И. В. Савельев. — 19-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 — Том 1 : Механика. Молекулярная физика — 2020. — 436 с. — ISBN 978-5-8114-5539-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/142380

3. Трофимова Т. И. Курс физики [Текст] : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / Т. И. Трофимова. - 18-е изд. стер. - М. : Академия, 2010. - 559 с.

4. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики [Текст]: учеб. пособие для студентов техн. вузов/В. С. Волькенштейн. - 3-е изд., испр. и доп. - СПб.: Книжный мир, 2005. - 328 с.

5. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике: учеб. пособие для студентов техн. вузов/ А.Г.Чертов. – 7-е изд., испр. и доп. - М. Физматлит, 2001. -640с.

Интернет-ресурсы:

	Наименование ресурса	Краткая характеристика
	http://e.lanbook.com	Электронная библиотечная система «Издательства Лань», тематические пакеты: математика, физика, инженерно-технические науки, химия
	http://www.iprbookshop.ru/	Электронно-библиотечная система IPRbooks — научно-образовательный ресурс для решения задач обучения в России и за рубежом. Уникальная платформа ЭБС IPRbooks объединяет новейшие информационные технологии и учебную лицензионную литературу. Контент ЭБС IPRbooks отвечает требованиям стандартов высшей школы, СПО, дополнительного и дистанционного образования. ЭБС IPRbooks в полном объеме соответствует требованиям законодательства РФ в сфере образования.
	http://elibrary.ru	Научная электронная библиотека журналов

ПРИЛОЖЕНИЕ А

<u>**Требования к оформлению расчетно-графических заданий (РГЗ)**</u>

1. Домашнее задание (ДЗ) выдается студентам то темам, указанным в плане освоения дисциплины.
2. На выполнение РГЗ дается 14 дней. Как правило РГЗ включает 5 задач. Каждая задача выполняется на отдельном листе согласно требованиям к оформлению задач. Решение задачи оценивается в 5 баллов (решение правильное, правильное оформление). При нарушении правил оформления балл понижается. Таким образом, максимальный балл за РГЗ составляет 25 баллов.
3. <u>***РГЗ, поступившие на проверки позже указанной даты проверяться не будут!***</u>
4. <u>***РГЗ, выполненные не по требованиям проверяться не будут!***</u>
5. В течение семестра студент <u>***обязан***</u> выполнить определенное число РГЗ.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

<u>Требования к оформлению решений задач</u>

1. Условие задачи записать полностью.
2. Записать краткое условие задачи. ***<u>Все данные перевести в систему СИ.</u>***

   Выполнить чертеж, поясняющий решение задачи. **Обязательно!** ***<u>Чертеж выполняется с помощью линейки и карандаша!</u>***
3. Записать исходные соотношения (законы). ***<u>Обратить внимание на правильную запись законов!</u>*** Обосновать выбор соотношений (законов), т.е. дать краткие пояснения к решению.
4. Сделать подробный вывод рабочей формулы.
5. Рассчитать результат. Представить результат в системе СИ. Если задача решалась в общем виде, то ответ представляет собой аналитическое выражение.
6. Записать ответ.
7. Каждая задача выполняется на отдельном листе.

Копылова Ирина Борисовна,
доцент кафедры физики АмГУ, канд. физ.-мат. наук

Решаем задачи по физике. Часть 1: Механика