

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Т.Е. Гришкина

КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ
*Методические указания для организации
самостоятельной работы студентов*

Благовещенск
Издательство АмГУ

2021

*Рекомендовано
учебно-методическим советом университета*

Рецензент:

Павельчук А.В., канд. физ.-мат. наук, заместитель директора по учебной работе общеобразовательного лицея ФГБОУ ВО АмГУ

Гришкина Т.Е.

Корреляционный анализ: методические указания для организации самостоятельной работы студентов/ Т.Е. Гришкина – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2021. – 36 с.

Методические указания предназначены для направлений подготовки: 37.03.01 – Психология, 39.03.01 – Социология, 42.03.01 – Реклама и связи с общественностью.

Приведены краткие теоретические сведения, теоретические вопросы, типовые задачи по теме «Корреляционный анализ», встречающиеся в психолого-педагогических и социологических исследованиях и варианты для организации самостоятельной работы.

© Амурский государственный университет, 2021

© Гришкина, Т.Е.

ВВЕДЕНИЕ

Корреляционный анализ – метод математической статистики, используемый для изучения, исследования взаимосвязи между величинами, характеризующими какой-либо процесс или явление.

Методические указания «Корреляционный анализ» рекомендованы для самостоятельной работы студентов, а так же могут быть использованы в качестве дополнительного материала при организации практических и лабораторных занятий, в рамках дисциплин: «Математические методы в психологии», «Методы прикладной статистики для социологов», «Математические методы в проведении социологических исследований в рекламе и связях с общественностью», для следующих направлений подготовки: 37.03.01 – Психология, 39.03.01 – Социология, 42.03.01 – Реклама и связи с общественностью.

Методические указания содержат краткие теоретические сведения, теоретические вопросы для самоконтроля, примеры решения типовых задач, 10 вариантов для организации самостоятельной работы, которые позволяют формировать индивидуальную домашнюю работу студентов по данному разделу.

Для эффективной самостоятельной работы студенту необходимо предварительно проработать теоретический материал, находящийся в учебниках и пособиях, указанных в библиографическом списке, и ответить на вопросы для самоконтроля.

Краткие теоретические сведения

Корреляционный анализ – статистический метод количественного анализа связей, существующих между величинами, характеризующими какой-либо процесс или явление. Различают функциональную и корреляционную связь между явлениями или процессами.

Функциональная связь – это такая связь, при которой определенному значению одной величины соответствует строго определенное значение другой величины. Но, чаще всего, исследуемый признак определяется воздействием многих факторов, то есть связи между признаками имеют не функциональный, а статистический характер, в таком случае зависимость между величинами называется корреляционной.

Корреляционная связь – это такая связь, когда определенному значению одной величины соответствует несколько значений другой величины.

Задачами корреляционного анализа являются: установление направления и формы связи существующей между величинами, измерение тесноты связи, проверка значимости коэффициентов корреляции.

Направление корреляционной связи: положительное, прямое (увеличение одной переменной связано с увеличением другой); отрицательное, обратное (увеличение одной переменной связано с уменьшением другой).

Форма корреляционной связи: линейная (если изменение одной переменной на одну единицу приводит к изменению другой переменной на одну и ту же величину); нелинейная (полиномиальная, гиперболическая и другие).

Коэффициент корреляции – это количественная мера силы и направления линейной связи двух переменных (X и Y). Коэффициент корреляции всегда принимает значения в диапазоне от -1 до 1.

Показателем силы связи является абсолютная величина коэффициента корреляции. Если коэффициент корреляции по абсолютному значению равен 1, то сила связи достигает максимума – связь является функциональной.

Показателем направления связи является знак коэффициента корреляции: вид связи соответствует знаку коэффициента.

Для характеристики корреляционной связи применяют шкалу Чеддока (таблица 1).

Таблица 1

Коэффициент корреляции (по абсолютной величине)	0,1–0,3	0,3–0,5	0,5–0,7	0,7-0,9	0,9-0,99	1,0
Характеристика связи	Слабая	Умеренная	Заметная	Тесная	Очень тесная	Функциональная

Показателем силы нелинейной корреляционной связи между признаками является корреляционное отношение.

В зависимости от того в каких шкалах измерены переменные, для установления наличия корреляционной связи используют следующие коэффициенты линейной корреляции:

1. Коэффициент корреляции Пирсона r_{xy} .
2. Коэффициент корреляции рангов Спирмена ρ .
3. Коэффициент корреляции τ Кендалла.
4. Коэффициент ассоциации φ .
5. Рангово-бисериальный коэффициент корреляции R_{rb} .
6. Бисериальный коэффициент корреляции $R_{\text{бис}}$.

Все коэффициенты по абсолютной величине не могут превосходить 1.

Для выявления статистической значимости коэффициентов корреляции используют метод проверки статистических гипотез.

Выдвигают нулевую и альтернативную гипотезу:

H_0 : коэффициент корреляции между признаками статистически значимо не отличается от нуля;

H_1 : коэффициент корреляции между признаками статистически значимо отличается от нуля.

Значимость всех коэффициентов корреляции (кроме коэффициента корреляции рангов Спирмена), оценивают с помощью t – критерия Стьюдента, эмпирическое значение которого рассчитывается по формуле:

$$t_{эмт} = |k_{эмт}| \sqrt{\frac{n-2}{1-k_{эмт}^2}},$$

где $k_{эмт}$ – соответствующий коэффициент корреляции, n – число коррелируемых значений.

Критические значения $t_{кр}$ определяются по таблице критических значений t – критерия Стьюдента, число степеней свободы равно $k=n-2$.

Рассмотрим каждый коэффициент корреляции подробнее:

1. Коэффициент корреляции Пирсона r_{xy} вычисляется по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_i (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2) \cdot (\overline{y^2} - \bar{y}^2)}},$$

где x_i – значения, принимаемые переменной x , y_i – значения, принимаемые переменной y , \bar{x} , \bar{y} – средние по x и по y соответственно.

Условия применения коэффициента корреляции Пирсона: переменные измерены в шкале интервалов или отношений, эмпирические данные должны подчиняться нормальному закону распределения, число данных по каждому признаку должно быть одинаковым.

2. Коэффициент корреляции рангов Спирмена ρ вычисляется по формуле:

$$\rho = 1 - \frac{6 \cdot \sum_i (d_i)^2}{n \cdot (n^2 - 1)},$$

где n – количество ранжируемых признаков,

d_i – разность между рангами по двум переменным для каждого испытуемого.

При наличии одинаковых рангов в числитель добавляются поправки на одинаковые ранги (по каждой группе одинаковых рангов своя поправка):

$$D_1 = \frac{n^3 - n}{12},$$

$$D_2 = \frac{k^3 - k}{12},$$

где n – число одинаковых рангов в первом столбце, k – число одинаковых рангов во втором столбце.

Условия применения коэффициента корреляции рангов Спирмена: переменные измерены в ранговой шкале, но могут быть получены в шкале интервалов или отношений, число данных по каждому признаку должно быть одинаковым, критические значения определяются по таблице критических значений коэффициента корреляции рангов Спирмена.

3. Коэффициент корреляции τ Кендалла вычисляется по формуле:

$$\tau = 1 - \frac{4 \cdot Q}{N \cdot (N - 1)},$$

где Q – число инверсий.

Для подсчета инверсий ранги первого признака необходимо упорядочить по возрастанию, затем суммируют число рангов второго признака меньше каждого из рангов второго признака.

Условия применения коэффициента корреляции Кендалла: переменные измерены в ранговой шкале, число данных по каждому признаку должно быть одинаковым, не допускается использование равных рангов.

4. Коэффициент ассоциации ϕ вычисляется по формуле:

$$\phi = \frac{p_{xy} - p_x \cdot p_y}{\sqrt{p_x \cdot (1 - p_x) \cdot p_y \cdot (1 - p_y)}},$$

где p_x – частота или доля признака, имеющего 1 по x ,

$(1 - p_x)$ – частота или доля признака, имеющего 0 по x ,

p_y – частота или доля признака, имеющего 1 по y ,

$(1 - p_y)$ – частота или доля признака, имеющего 0 по y ,

p_{xy} – частота или доля признака, имеющих 1 и по x и по y .

Коэффициент ϕ можно вычислить, используя таблицу сопряженности (таблица 2), которая показывает связь между двумя явлениями, каждое из которых должно быть альтернативным (например, высокий - низкий,

хороший - плохой и т.д.). Каждую клетку таблицы обозначим соответствующими буквами a, b, c, d.

Таблица 2

a	b	a+b
c	d	c+d
a+c	b+d	a+b+c+c

Коэффициент ассоциации вычисляется по формуле:

$$\varphi = \frac{b \cdot c - a \cdot d}{\sqrt{(a+c) \cdot (b+d) \cdot (a+b) \cdot (c+d)}}.$$

Условия применения коэффициента ассоциации: переменные измерены в дихотомической шкале, число данных по каждому признаку должно быть одинаковым.

5. Рангово-бисериальный коэффициент корреляции R_{rb} вычисляется по формуле:

$$R_{rb} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_0) \cdot 2}{N},$$

где \bar{x}_1 – средний ранг по элементам переменной y, которым соответствует признак 1 в переменной x;

\bar{x}_0 – средний ранг по элементам переменной y, которым соответствует признак 0 в переменной x;

N – количество элементов в переменной x.

Условия применения рангово-бисериального коэффициента корреляции: переменные измерены в разных шкалах (одна в дихотомической, другая в ранговой), число данных по каждому признаку должно быть одинаковым.

6. Бисериальный коэффициент корреляции $R_{\sigma_{uc}}$ вычисляется по формуле:

$$R_{\sigma_{uc}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_0}{\sigma_y} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{N \cdot (N-1)}},$$

где \bar{x}_1 - среднее по тем элементам переменной x , которым соответствует признак 1 в переменной x ,

\bar{x}_0 - среднее по тем элементам переменной x , которым соответствует признак 0 в переменной x ,

n_1 – число единиц в переменной x ,

n_0 – число нулей в переменной x ,

$N=n_1+n_0$,

σ_y - среднее квадратическое отклонение переменной y , вычисляемое по

формуле
$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}{N}} .$$

Условия применения бисериального коэффициента корреляции: переменные измерены в разных шкалах (одна в дихотомической, другая в шкале интервалов или отношений), число данных по каждому признаку должно быть одинаковым.

Коэффициент корреляции, устанавливающий наличие связи между признаками измеренными в ранговой и интервальной шкалах, не разработан.

Все рассмотренные коэффициенты корреляции служат для выявления линейной зависимости, для измерения нелинейной корреляционной связи между признаками используется корреляционное отношение, понятие которого ввел К. Пирсон.

Показатели корреляционного отношения вычисляются по формулам:

$$h_{yx} = \sqrt{\frac{\sum f_x (\bar{y}_x - \bar{y})^2}{\sum f_y (y_i - \bar{y})^2}} ,$$

$$h_{xy} = \sqrt{\frac{\sum f_y (\bar{x}_y - \bar{x})^2}{\sum f_x (x_i - \bar{x})^2}} ,$$

где \bar{x} и \bar{y} общие, а \bar{x}_y и \bar{y}_x - групповые средние арифметические, f_y и f_x частоты рядов X и Y .

Алгоритм для вычисления корреляционного отношения h_{yx} (у по x)

или h_{xy} (x по y)

1. Расположить по порядку (от меньшей к большей) исходные данные по x, при этом сохранив значения соответствующих величин y по отношению к x.
2. Определить частоты переменной x (f_x).
3. Подсчитать арифметическое среднее по переменной y (\bar{y}_x) для соответствующей частоты;
4. Расположить по порядку (от меньшей к большей) исходные данные по y, при этом сохранив значения соответствующих величин x по отношению к y;
5. Определить частоты переменной y (f_y);
6. Подсчитать арифметические средние по переменной x (\bar{x}_y) для соответствующей частоты;
7. Вычислить средние значения \bar{x} и \bar{y} ;
8. Вычислить показатели корреляционного отношения h_{yx} , h_{xy} .
9. Определить значимость полученных показателей с помощью t-критерия.

Теоретические вопросы

1. Корреляция.
2. Корреляционная связь.
3. Функциональная связь.
4. Корреляционное поле.
5. Коэффициент корреляции.
6. Направление корреляционной связи.
7. Формы корреляционной связи.
8. Шкала Чеддока.
9. Уравнение регрессии.
10. Шкалы. Виды шкал.
11. Нормальный закон распределения.
12. Числовые характеристики распределений.
13. Методы проверки выборки на нормальность.
14. Основные принципы проверки статистических гипотез.
15. t- критерий Стьюдента.
16. Коэффициент корреляции Пирсона.
17. Коэффициент корреляции Спирмена.
18. Коэффициент корреляции Кендалла.
19. Коэффициент ассоциации.
20. Таблица сопряженности.
22. Рангово-бисериальный коэффициент.
23. Бисериальный коэффициент.
24. Корреляционное отношение Пирсона.

Примеры решения типовых задач

Пример 1. Пятнадцати студентам были даны тесты по следующим темам: «Параметрические критерии» (тест 1), «Непараметрические критерии» (тест 2). Измерялось среднее время решения заданий теста в секундах. Исследователя интересует вопрос: существует ли взаимосвязь между временем решения заданий этих тестов (уровень значимости $\alpha = 0,05$).

Таблица 3

№ студента по журналу	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Среднее время решения задания теста 1	55	38	41	60	42	54	46	71	53	43	55	52	61	51	54
Среднее время решения задания теста 2	43	52	40	54	46	52	58	60	61	40	49	56	70	50	45

Решение. Обозначим x – среднее время решения задания теста 1, y – среднее время решения задания теста 2.

Так как данные представлены в шкале отношений, то для установления связи между признаками используем коэффициент корреляции Пирсона.

Для расчета коэффициента корреляции произведем промежуточные вычисления и результаты запишем в таблицу 4.

Таблица 4

№	x_i	y_i	$x_i * y_i$	x_i^2	y_i^2
1	55	43	2365	3025	1849
2	38	52	1976	1444	2704
3	41	40	1640	1681	1600
4	60	54	3240	3600	2916
5	42	46	1932	1764	2116
6	54	52	2808	2916	2704
7	46	58	2668	2116	3364
8	71	60	4260	5041	3600
9	53	61	3233	2809	3721
10	43	40	1720	1849	1600
11	55	49	2695	3025	2401
12	52	56	2912	2704	3136
13	61	70	4270	3721	4900
14	51	50	2550	2601	2500
15	54	45	2970	2916	3025
сумма	776	786	41239	41212	42136
среднее	51,73	52,4	2747,47	2749,27	2809,07

Рассчитаем эмпирическую величину коэффициента корреляции:

$$r_{xy \text{ эмп}} = \frac{2747,47 - 51,73 \cdot 52,4}{\sqrt{(2749,27 - 51,73 \cdot 51,73) \cdot (2809,07 - 52,4 \cdot 52,4)}} = 0,54$$

Проверим статистическую значимость коэффициента корреляции.

Сформулируем гипотезы:

$$H_0: r_{xy} = 0,$$

$$H_1: r_{xy} \neq 0.$$

$$t_{\text{эмп}} = 0,54 \cdot \sqrt{\frac{15-2}{1-0,54^2}} = 2,31.$$

Определим критическое значение критерия по таблице, для числа степеней свободы $k=15-2=13$: $t_{кр} = 2,16$ для $\alpha = 0,05$.

Так как $t_{\text{эмп}} > t_{кр}$ – гипотеза H_0 отвергается и принимается гипотеза H_1 . Иными словами, связь между временем решения заданий тестов «Параметрические критерии» и «Непараметрические критерии» статистически значима на 5% уровне и положительна. То есть увеличению времени решения заданий теста 1 соответствует увеличение времени решения заданий теста 2.

Пример 2. Выяснить, как связаны между собой уровни тревожности и агрессивности, оцененные с помощью тестов у 15 подростков. Проранжированные значения данных уровней приведены в таблице 5. Проверить значимость коэффициента корреляции при $\alpha = 0,05$.

Таблица 5

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ранги уровня тревожности	1	7	10	11	2	4	15	12	8	3	5	14	6	9	13
Ранги уровня агрессивности	2	9	8	13	1	3	10	14	7	4	6	15	5	11	12

Решение. Так как данные представлены в ранговой шкале, то для установления связи между признаками используем коэффициент корреляции рангов Спирмена.

Вычислим разность между рангами для каждого испытуемого и квадрат разности, результаты запишем в таблицу 6.

Таблица 6

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Сумма
d_i	-1	-2	2	-2	1	1	5	-2	1	-1	-1	-1	1	-2	1	
d_i^2	1	4	4	4	1	1	25	4	1	1	1	1	1	4	1	54

Рассчитаем эмпирическую величину коэффициента корреляции:

$$\rho_{эм} = 1 - \frac{6 \cdot 54}{15 \cdot (15^2 - 1)} = 0,9$$

Сформулируем гипотезы:

$$H_0: \rho = 0,$$

$$H_1: \rho \neq 0.$$

Критическое значение определим по таблице критических значений коэффициента корреляции рангов Спирмена для уровня значимости $\alpha = 0,05$, $n = 15$: $\rho_{кр} = 0,52$.

Полученное эмпирическое значение больше чем критическое для уровня значимости в 5%, поэтому нулевая гипотеза отвергается, принимается альтернативная. Следовательно, можно утверждать, что уровень агрессивности и уровень тревожности подростков связаны положительной корреляцией - иначе говоря, чем выше уровень тревожности тем больше уровень агрессивности.

Пример 3. Двум родителям будущих первоклассников предложили проранжировать восемь качеств учителя начальных классов. Данные представлены в таблице 7. Определить коррелируют ли оценки родителей.

Таблица 7

№	Качества	Ранг, присвоенный одним родителем	Ранг, присвоенный другим родителем
1	Увлеченность	6	8
2	Занимательность	2	1
3	Строгость	4	6
4	Дружелюбие	7	2
5	Справедливость	5	4
6	Компетентность	8	3
7	Требовательность	1	5
8	Корректность	3	7

Решение. Так как данные представлены в ранговой шкале, то для установления связи между признаками используем коэффициент корреляции Кендалла.

Для подсчета инверсий упорядочим оценки первого родителя по возрастанию рангов (таблица 8).

Таблица 8

Первый родитель	Второй родитель	Инверсии
1	5	4
2	1	0
3	7	4
4	6	3
5	4	2
6	8	2
7	2	0
8	3	0
Сумма		15

Подсчитаем количество инверсии для рангов второго родителя: ниже «5» встречается четыре ранга меньших 5. Ниже «1» – нет рангов меньше 1. Ниже «7» – 4 ранга меньших 7. Ниже «6» – 3 ранга меньших 6. Ниже «4» – 2 ранга меньших 4. Ниже «8» – 2 ранга меньших 8. Ниже «2» – нет рангов меньше 2. Ниже «3» – нет рангов.

Таким образом, число инверсий $Q=15$.

Рассчитаем эмпирическую величину коэффициента корреляции:

$$\tau_{эм} = 1 - \frac{4 \cdot 15}{8 \cdot (8-1)} = -0,071$$

Сформулируем гипотезы:

$$H_0: \tau = 0,$$

$$H_1: \tau \neq 0.$$

$$t_{эм} = |-0,071| \cdot \sqrt{\frac{8-2}{1-(-0,071)^2}} = 0,17$$

Число степеней свободы: $k=n-2=8-2=6$.

При отсутствии необходимого уровня значимости в условии, критические значения критерия находим для $\alpha = 0,05$ и $\alpha = 0,01$.

Критические значения t-критерия Стьюдента:

$$t_{кр} = \begin{cases} 2,45 & \text{для } \alpha = 0,05 \\ 3,71 & \text{для } \alpha = 0,01 \end{cases}.$$

Строим ось значимости:

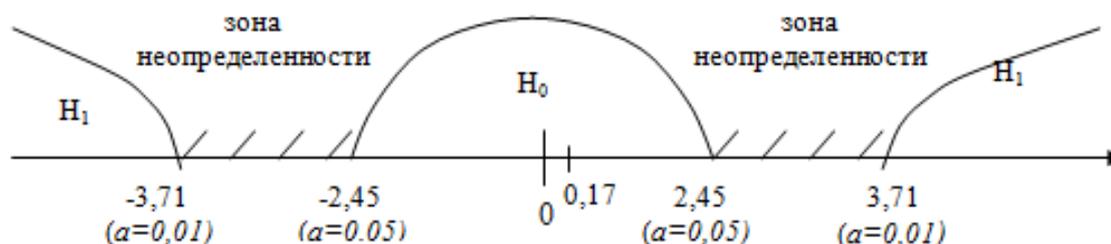


Рис. 1

Значение $t_{кр}$ попало в зону незначимости. H_1 отклоняется и принимается гипотеза H_0 о том, что коэффициент корреляции τ Кендалла достоверно не отличается от нуля. Иными словами, оценки родителей значимых качеств преподавателя, не коррелируют.

Пример 4. По данным таблицы 9 выяснить связаны ли между собой уровень зарплат (0 – зарплата ниже средней по региону, 1 – зарплата выше средней по региону) и наличие высшего образования (0 – высшего образование нет, 1 – высшее образование есть) у 10 респондентов.

Таблица 9

№ респондента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Уровень зарплат	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0
Наличие высшего образования	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1

Решение. Обозначим переменные: x – уровень зарплат, y – наличие высшего образования. Так как данные представлены в дихотомической шкале, то для установления связи между признаками используем коэффициент ассоциации.

По условию задачи $N=10$.

Доля единиц в переменной x : $p_x = \frac{5}{10} = 0,5$.

Доля нулей в переменной x : $1-p_x=1-0,5=0,5$.

Доля единиц в переменной y : $p_y = \frac{6}{10} = 0,6$.

Доля нулей в переменной y : $1-p_y=1-0,6=0,4$.

Доля единиц по обоим переменным: $p_{xy} = \frac{4}{10} = 0,4$.

Рассчитаем эмпирическую величину коэффициента корреляции:

$$\varphi_{эмт} = \frac{0,4 - 0,5 \cdot 0,6}{\sqrt{0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,6 \cdot 0,4}} = 0,408$$

Сформулируем гипотезы:

$H_0: \varphi = 0$,

$H_1: \varphi \neq 0$.

$$t_{эмт} = |0,408| \cdot \sqrt{\frac{10-2}{1-0,408^2}} = 1,26$$

Число степеней свободы в нашем случае будет равно: $k=n-2=10-2=8$.

Соответствующие критические значения:

$$t_{кр} = \begin{cases} 2,31 & \text{для } \alpha = 0,05 \\ 3,36 & \text{для } \alpha = 0,01 \end{cases}$$

Строим ось значимости:

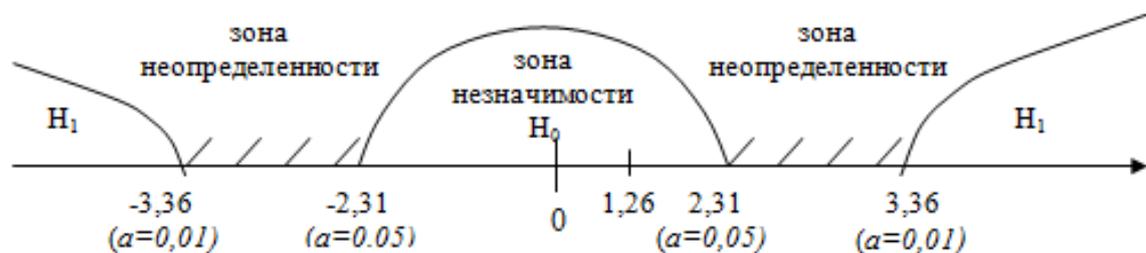


Рис. 2

Так как эмпирическое значение критерия попало в зону незначимости, то принимается гипотеза H_0 : статистически значимая связь между уровнем зарплат и наличием высшего образования отсутствует.

Пример 5. Был проведен опрос о наличии связи успешности обучения в вузе (диплом с отличием) и работе по специальности в дальнейшем. Результаты опроса приведены в таблице 10.

Таблица 10

	Профессия по специальности	Профессия не по специальности
Диплом с отличием	10	4
Диплом	5	9

Присутствует ли связь между успешностью обучения и выбором профессии после окончания вуза?

Решение. Так как данные представлены в таблице сопряженности, то для установления связи между признаками используем коэффициент ассоциации.

Составим вспомогательную таблицу 11.

Таблица 11

	Профессия по специальности	Профессия не по специальности	Сумма
Диплом с отличием	10	4	14
Диплом	5	9	14
Сумма	15	13	28

Рассчитаем эмпирическую величину коэффициента корреляции:

$$\varphi_{эм} = \frac{4 \cdot 5 - 10 \cdot 9}{\sqrt{15 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 14}} = 0,358$$

Сформулируем гипотезы:

$$H_0: \varphi = 0,$$

$$H_1: \varphi \neq 0.$$

$$t_{эм} = |0,358| \cdot \sqrt{\frac{28-2}{1-0,358^2}} = 1,96$$

Число степеней свободы в нашем случае будет равно: $k=n-2=28-2=26$.

Соответствующие критические значения:

$$t_{кр} = \begin{cases} 2,06 & \text{для } \alpha = 0,05 \\ 2,78 & \text{для } \alpha = 0,01 \end{cases}$$

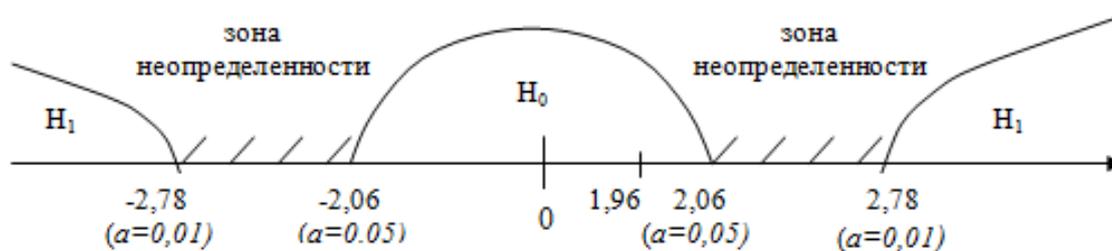


Рис. 3

Принимается гипотеза H_0 : статистически значимая связь между успешностью обучения и выбором профессии после окончания вуза отсутствует.

Пример 6. Проведено исследование по эффективности использования наружной рекламы. В таблице 12 представлено эмпирические данные исследования для 15 различных фирм.

Таблица 12

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Размещение наружной рекламы в последней декаде 2020 года	да	нет	да	нет	да	да	нет	нет	нет	да	да	нет	да	да	нет
Увеличение прибыли (%)	0	10	23	11	5	50	10	0	0	37	10	0	20	25	0

Существует ли связь между данными признаками; другими словами – эффективна ли наружная реклама? Для исследования связи используйте рангово-бисериальный коэффициент корреляции.

Решение. Проранжируем показатели второй строки.

Таблица 13

Увеличение прибыли (%)	0	10	23	11	5	50	10	0	0	37	10	0	20	25	0
Ранги	3	8	12	10	6	15	8	3	3	14	8	3	11	13	3

Введем обозначение x – наличие наружной рекламы «1» – реклама была размещена, «0» – рекламы не было, y – ранги увеличения прибыли.

Так как один признак измерен в дихотомической шкале, а другой в ранговой, то для установления связи между признаками используем рангово-бисериальный коэффициент корреляции.

Найдем среднее значения рангов отдельно для фирм разместивших наружную рекламу и не разместивших:

$$\bar{x}_1 = \frac{3+12+6+15+14+8+11+13}{8} = 10,25$$

$$\bar{x}_0 = \frac{8+10+8+3+3+3+3}{7} = 5,43$$

Рассчитаем эмпирическую величину коэффициента корреляции:

$$R_{rb эм} = \frac{(10,25 - 5,43) \cdot 2}{15} = 0,643.$$

Сформулируем гипотезы:

$$H_0: R_{rb} = 0;$$

$$H_1: R_{rb} \neq 0.$$

Проверим значимость полученного коэффициента, при числе степеней свободы $k = n - 2 = 15 - 2 = 13$.

$$t_{эм} = |0,643| \cdot \sqrt{\frac{15-2}{1-0,643^2}} = 3,03.$$

По таблице значений t-критерия Стьюдента находим критические значения:

$$t_{кр} = \begin{cases} 2,16 & \text{для } \alpha = 0,05 \\ 3,01 & \text{для } \alpha = 0,01 \end{cases}.$$

Строим ось значимости:

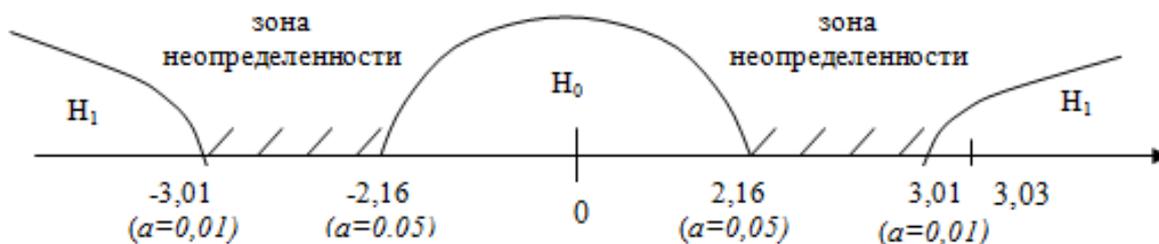


Рис. 4

Результат попал в зону значимости. Поэтому принимается гипотеза H_1 согласно которой, полученный рангово-бисериальный коэффициент

корреляции значимо отличается от нуля, связь между данными признаками существует; другими словами – наружная реклама эффективна.

Пример 7. Проведено выборочное исследование зависимости пола от уровня интеллекта. В исследовании участвовало 10 человек. Данные представлены в таблице 14. Имеются ли различия в показателях интеллекта по гендерному признаку?

Таблица 14

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Пол	м	ж	ж	м	м	ж	м	ж	ж	м
IQ	110	105	98	92	123	80	104	130	104	128

Решение. Введем обозначение «1» – мужчина, «0» – женщина; x – пол, y – IQ.

Так как один признак измерен в дихотомической шкале, а другой в интервальной, то для установления связи между признаками используем бисеральный коэффициент корреляции.

Число единиц в переменной равно $n_1=5$, число нулей – $n_0=5$.

$N=n_1+n_0=10$ – общее число испытуемых.

Найдем среднее значение IQ отдельно для мужчин и женщин:

$$\bar{x}_1 = \frac{110 + 92 + 123 + 104 + 128}{5} = 111,4$$

$$\bar{x}_0 = \frac{105 + 98 + 80 + 130 + 104}{5} = 103,4$$

Среднее квадратическое отклонение найдем по формуле:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}{N}},$$

$$\bar{y} = \frac{110 + 105 + 98 + 92 + 123 + 80 + 104 + 130 + 104 + 128}{10} = 107,4,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{(110 - 107,4)^2 + (105 - 107,4)^2 + \dots + (128 - 107,4)^2}{10}} = 15,165.$$

Рассчитаем эмпирическую величину коэффициента корреляции:

$$R_{\text{эм}} = \frac{111,4 - 103,4}{15,165} \cdot \sqrt{\frac{5 \cdot 5}{10 \cdot 9}} = 0,278$$

Сформулируем гипотезы:

$$H_0: R_{\text{эм}} = 0,$$

$$H_1: R_{\text{эм}} \neq 0.$$

Число степеней свободы $k = n - 2 = 10 - 2 = 8$.

$$t_{\text{эм}} = |0,278| \cdot \sqrt{\frac{10 - 2}{1 - 0,278^2}} = 0,82.$$

Критические значения Критерия Стьюдента равны:

$$t_{\text{кр}} = \begin{cases} 2,31 & \text{для } \alpha = 0,05 \\ 3,36 & \text{для } \alpha = 0,01 \end{cases}$$

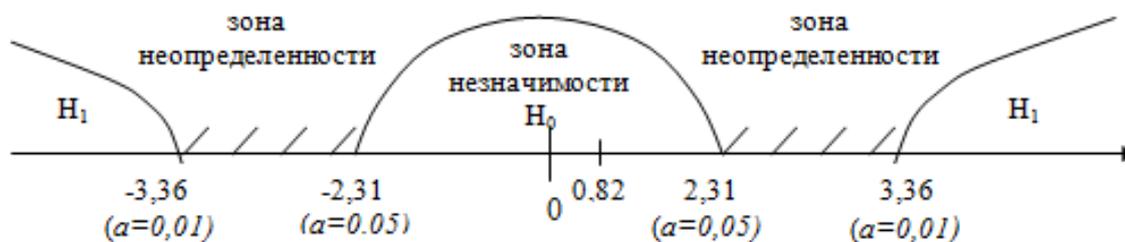


Рис. 5

Результат попал в зону незначимости, поэтому принимается гипотеза H_0 . Таким образом, гендерных различий в показателях интеллекта на данной выборке испытуемых не обнаружено.

Пример 8. Преподаватель сравнивает баллы, полученные в олимпиаде по математике у 8 учеников и их оценки по математике. Данные представлены в таблице 15. Связаны ли высокие баллы в олимпиаде с оценкой по математике в школе? Связаны ли оценки по математике с успешностью решения олимпиадных заданий?

Таблица 15

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	сумма
Баллы в олимпиаде	10	18	18	20	16	10	8	14	114
Оценки по математике	4	3	4	5	4	4	3	5	32

Решение. Обозначим переменные: x – баллы полученные испытуемыми в олимпиаде; y - оценки по математике.

Коэффициент линейной корреляции, рассчитанный по формуле Пирсона $r_{xy}=0,33$, коэффициент статистически незначим и, следовательно, линейной связи между x и y нет. Существует ли между этими переменными другой тип связи?

Расставим по порядку x от меньшей к наибольшей.

Таблица 16

x	8	10	10	14	16	18	18	20
y	3	4	4	5	4	3	4	5

Определим частоты переменной x , подсчитаем арифметические частные для переменной y по отношению к переменной x .

Таблица 17

f_x	1	2	1	1	2	1
x_i	8	10	14	16	18	20
\bar{y}_x	3	4	5	4	$\frac{3+4}{2}$	5

Выполним те же действия для переменной y .

Таблица 18

y	3	3	4	4	4	4	5	5
x	8	18	10	18	16	10	20	14

Таблица 19

f_y	2	4	2
y_i	3	4	5
\bar{x}_y	$\frac{8+18}{2}$	$\frac{10+18+16+10}{4}$	$\frac{20+14}{2}$

Вычислим средние:

$$\bar{x} = \frac{114}{8} = 14,25; \bar{y} = \frac{32}{8} = 4.$$

Найдем корреляционные отношения:

$$h_{yx} = \sqrt{\frac{1(3-4)^2 + 2(4-4)^2 + 1(5-4)^2 + 1(4-4)^2 + 2(3,5-4)^2 + 1(5-4)^2}{2(3-4)^2 + 4(4-4)^2 + 2(5-4)^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3,5}{4}} = 0,935,$$

$$h_{xy} = \sqrt{\frac{2(13-14,25)^2 + 4(13,5-14,25)^2 + 2(17-14,25)^2}{1(8-14,25)^2 + 2(10-14,25)^2 + 1(14-14,25)^2 + \dots + 1(20-14,25)^2}} =$$

$$= 0,383.$$

Проверим значимость показателей:

$$t_{эмт\ yx} = |0,935| \cdot \sqrt{\frac{8-2}{1-0,935^2}} = 6,46,$$

$$t_{эмт\ xy} = |0,383| \cdot \sqrt{\frac{8-2}{1-0,383^2}} = 1,02.$$

Число степеней свободы: $k=n-2=8-2=6$.

$$t_{кр} = \begin{cases} 2,45 & \text{для } \alpha = 0,05 \\ 3,71 & \text{для } \alpha = 0,01 \end{cases}.$$

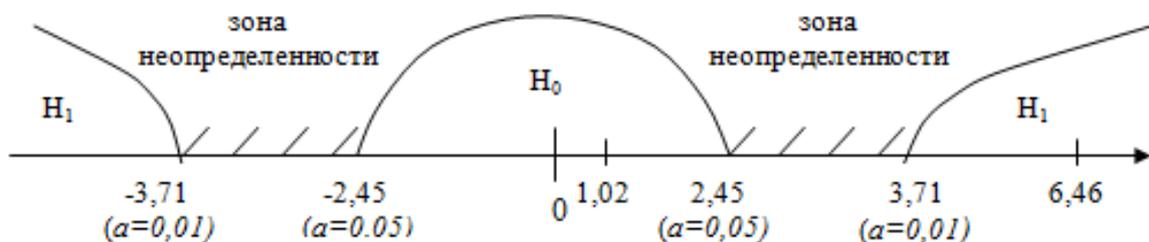


Рис. 6

Так как $t_{эмт\ yx}$ попало в зону значимости, а $t_{эмт\ xy}$ в зону незначимости, то показатель h_{yx} значим, а h_{xy} – незначим, следовательно, можно сделать вывод о том, что в данном случае есть значимое влияние y на x , а обратное влияние x на y незначимо.

Итак, хорошее знание математики влияет на эффективность выполнения олимпиадных заданий, и наоборот, успешное решение олимпиадных заданий никак не сказывается на успешности овладения учениками математикой.

Варианты заданий для самостоятельной работы

Вариант №1

1. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона и проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	9,2	10,2	10,3	9,8	10,1	9,9	10,0	9,8	9,6	9,8	10,6	10,5	9,7	10,1	9,9
y	2,8	3,3	3,6	2,9	3,5	3,0	3,4	3,1	3,2	3,3	3,7	3,9	3,1	3,4	3,2

2. Выяснить, как связаны между собой уровни тревожности и агрессивности, оцененные с помощью тестов у 15 подростков. Проранжированные значения данных уровней приведены в таблице. Проверьте значимость коэффициента корреляции при $\alpha = 0,05$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ранги уровня тревожности	2	4	7	15	12	6	5	10	11	1	3	13	8	9	14
Ранги уровня агрессивности	1	3	5	10	11	9	8	7	15	2	4	14	6	12	13

3. По данным таблицы выяснить связаны ли между собой уровень зарплат (0 – зарплата ниже средней по региону, 1 – зарплата выше средней по региону) и наличие высшего образования у 10 респондентов. Составьте таблицу сопряженности и вычислите коэффициент ассоциации 2 способами, проверьте его значимость.

№ респондента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Уровень зарплат	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1
Наличие высшего образования	нет	да								

4. Проведено выборочное исследование зависимости уровня интеллекта от пола. В исследовании участвовало 10 человек. Имеются ли различия в показателях интеллекта по гендерному признаку? Проранжируйте показатели IQ и ответьте на вопрос задачи, применяя другой коэффициент корреляции.

Проверьте значимость коэффициентов корреляции при $\alpha = 0,01$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Пол	м	ж	ж	м	м	ж	м	ж	ж	м
IQ	108	123	92	98	125	115	104	103	95	100

Вариант №2

1. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона и проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	8,4	8,3	9,1	9,9	9,8	9,7	8,8	9,0	9,2	9,4	9,5	9,3	9,2	9,1	9,3
y	5,2	5,0	5,6	5,8	5,9	5,7	5,6	5,5	5,4	5,5	5,6	5,7	5,5	5,4	5,5

2. В результате исследования получены два ряда групп 15 работников, проранжированных в соответствии с интересом к выполняемой работе (X) и по соответствию образования и работы (Y). Выяснить, связаны ли между собой данные признаки. Проверьте значимость коэффициента корреляции при $\alpha = 0,01$.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	5	9	10	3	15	14	1	4	7	8	11	13	2	6	12
Y	4	8	9	2	14	11	3	5	6	10	13	12	1	7	15

3. По данным таблицы выяснить связаны ли между собой аттестат с отличием и результаты первой сессии в вузе (0 – есть «3», 1 – нет «3») у 10 респондентов. Составьте таблицу сопряженности и вычислите коэффициент ассоциации 2 способами, проверьте его значимость.

№ респондента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Аттестат с отличием	нет	да	да	нет	нет	нет	да	да	да	нет
Результаты первой сессии	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1

4. Проведено выборочное исследование зависимости времени реакции выбора (в мс) от пола. В исследовании участвовало 10 человек. Имеются ли различия во времени по гендерному признаку? Проранжируйте время реакции выбора и ответьте на вопрос задачи, применяя другой коэффициент корреляции.

Проверьте значимость коэффициентов корреляции при $\alpha = 0,05$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Пол	ж	ж	м	ж	м	ж	м	м	ж	м
Время реакции	200	175	214	192	202	177	168	176	192	210

Вариант №3

1. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона и проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	4,3	3,7	3,2	4,8	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,2	4,5	4,1	3,6	3,9	4,5
y	6,4	7,0	7,4	5,2	6,2	6,5	6,6	6,7	6,8	6,5	5,4	6,5	7,1	7,0	6,6

2. Выяснить, как связаны между собой уровни тревожности и агрессивности, оцененные с помощью тестов у 15 подростков. Проранжированные значения данных уровней приведены в таблице. Проверьте значимость коэффициента корреляции при $\alpha = 0,05$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ранги уровня тревожности	12	11	1	2	4	7	9	15	14	10	3	5	8	6	13
Ранги уровня агрессивности	14	13	4	3	5	6	11	12	10	9	1	7	2	8	15

3. По данным таблицы выяснить связаны ли между собой уровень зарплат (0 – зарплата ниже средней по региону, 1 – зарплата выше средней по региону) и наличие высшего образования у 10 респондентов. Составьте таблицу сопряженности и вычислите коэффициент ассоциации 2 способами, проверьте его значимость.

№ респондента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Уровень зарплат	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
Наличие высшего образования	нет	нет	нет	да	да	да	да	да	нет	да

4. Проведено выборочное исследование зависимости уровня интеллекта от пола. В исследовании участвовало 10 человек. Имеются ли различия в показателях интеллекта по гендерному признаку? Проранжируйте показатели IQ и ответьте на вопрос задачи, применяя другой коэффициент корреляции.

Проверьте значимость коэффициентов корреляции при $\alpha = 0,01$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Пол	ж	м	ж	м	ж	м	м	ж	ж	м
IQ	115	120	100	99	125	110	118	112	98	103

Вариант №4

1. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона и проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	10,8	7,5	8,5	8,8	8,9	10,1	7,8	8,4	8,7	10,0	9,5	9,1	8,9	8,8	9,4
y	4,2	6,2	5,1	4,8	4,9	4,1	6,3	5,3	5,2	4,8	5,1	5,2	5,3	5,1	4,8

2. В результате исследования получены два ряда групп 15 работников, проранжированных в соответствии с интересом к выполняемой работе (X) и по соответствию образования и работы (Y). Выяснить, связаны ли между собой данные признаки. Проверьте значимость коэффициента корреляции при $\alpha = 0,01$.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	3	12	4	1	5	7	3	13	14	15	2	6	8	9	10
Y	7	11	6	3	4	8	2	12	15	14	1	5	9	10	13

3. По данным таблицы выяснить связаны ли между собой аттестат с отличием и результаты первой сессии в вузе (0 – есть «3», 1 – нет «3») у 10 респондентов. Составьте таблицу сопряженности и вычислите коэффициент ассоциации 2 способами, проверьте его значимость.

№ респондента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Аттестат с отличием	да	да	да	да	нет	нет	нет	нет	нет	нет
Результаты первой сессии	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1

4. Проведено выборочное исследование зависимости времени реакции выбора (в мс) от пола. В исследовании участвовало 10 человек. Имеются ли различия во времени по гендерному признаку? Проранжируйте время реакции выбора и ответьте на вопрос задачи, применяя другой коэффициент корреляции.

Проверьте значимость коэффициентов корреляции при $\alpha = 0,05$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Пол	м	м	м	м	м	ж	ж	ж	ж	м
Время реакции	185	175	212	192	197	176	166	177	194	184

Вариант №5

1. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона и проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	7,2	7,3	8,3	9,8	7,1	8,9	10,0	8,9	8,6	8,8	7,9	8,5	9,7	9,1	9,9
y	4,8	4,3	5,6	6,9	5,0	7,0	7,4	5,1	5,2	6,3	6,7	5,9	7,1	6,4	7,2

2. Выяснить, как связаны между собой уровни тревожности и агрессивности, оцененные с помощью тестов у 15 подростков. Проранжированные значения данных уровней приведены в таблице. Проверьте значимость коэффициента корреляции при $\alpha = 0,05$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ранги уровня тревожности	1	2	6	7	10	11	13	3	8	9	15	4	5	12	14
Ранги уровня агрессивности	5	4	10	8	9	12	11	6	7	13	14	1	2	3	15

3. По данным таблицы выяснить связаны ли между собой уровень зарплат (0 – зарплата ниже средней по региону, 1 – зарплата выше средней по региону) и наличие высшего образования у 10 респондентов. Составьте таблицу сопряженности и вычислите коэффициент ассоциации 2 способами, проверьте его значимость.

№ респондента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Уровень зарплат	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
Наличие высшего образования	нет	нет	нет	да	да	да	нет	да	нет	да

4. Проведено выборочное исследование зависимости уровня интеллекта от пола. В исследовании участвовало 10 человек. Имеются ли различия в показателях интеллекта по гендерному признаку? Проранжируйте показатели IQ и ответьте на вопрос задачи, применяя другой коэффициент корреляции.

Проверьте значимость коэффициентов корреляции при $\alpha = 0,01$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Пол	м	м	ж	ж	ж	ж	м	м	ж	м
IQ	97	107	99	125	106	115	130	104	105	102

Вариант №6

1. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона и проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	3,5	3,4	4,2	3,2	3,1	2,8	4,5	3,7	3,6	4,0	4,1	3,9	3,8	2,5	3,5
y	8,5	8,6	10	8,4	8,3	7,4	9,8	9	8,8	9,5	9,7	9,2	9,1	7,2	8,7

2. В результате исследования получены два ряда групп 15 работников, проранжированных в соответствии с интересом к выполняемой работе (X) и по соответствию образования и работы (Y). Выяснить, связаны ли между собой данные признаки. Проверьте значимость коэффициента корреляции при $\alpha = 0,01$.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	10	1	15	14	8	9	7	3	5	13	11	12	2	4	6
Y	9	2	14	15	5	6	8	1	3	12	13	11	4	7	10

3. По данным таблицы выяснить связаны ли между собой аттестат с отличием и результаты первой сессии в вузе (0 – есть «3», 1 – нет «3») у 10 респондентов. Составьте таблицу сопряженности и вычислите коэффициент ассоциации 2 способами, проверьте его значимость.

№ респондента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Аттестат с отличием	да	нет	нет	нет	нет	да	да	да	да	нет
Результаты первой сессии	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1

4. Проведено выборочное исследование зависимости времени реакции выбора (в мс) от пола. В исследовании участвовало 10 человек. Имеются ли различия во времени по гендерному признаку? Проранжируйте время реакции выбора и ответьте на вопрос задачи, применяя другой коэффициент корреляции.

Проверьте значимость коэффициентов корреляции при $\alpha = 0,05$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Пол	м	ж	ж	м	ж	м	ж	ж	м	м
Время реакции	171	153	187	200	210	184	172	192	185	208

Вариант №7

1. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона и проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	1,2	2,5	3,7	4	2,5	2,4	3,2	2,3	2,2	3,8	1,5	3	2,7	3,1	2,9
y	10,1	9,3	5,8	5,2	9,5	9,8	6,6	9,2	7,4	6	10,2	7,1	7,3	6,8	8,3

2. Выяснить, как связаны между собой уровни тревожности и агрессивности, оцененные с помощью тестов у 15 подростков. Проранжированные значения данных уровней приведены в таблице. Проверьте значимость коэффициента корреляции при $\alpha = 0,05$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ранги уровня тревожности	15	8	14	1	9	2	10	3	4	6	7	12	13	5	11
Ранги уровня агрессивности	11	5	15	2	7	3	14	4	1	8	9	10	12	6	3

3. По данным таблицы выяснить связаны ли между собой уровень зарплат (0 – зарплата ниже средней по региону, 1 – зарплата выше средней по региону) и наличие высшего образования у 10 респондентов. Составьте таблицу сопряженности и вычислите коэффициент ассоциации 2 способами, проверьте его значимость.

№ респондента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Уровень зарплат	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
Наличие высшего образования	нет	нет	нет	да	да	да	нет	да	нет	да

4. Проведено выборочное исследование зависимости уровня интеллекта от пола. В исследовании участвовало 10 человек. Имеются ли различия в показателях интеллекта по гендерному признаку? Проранжируйте показатели IQ и ответьте на вопрос задачи, применяя другой коэффициент корреляции.

Проверьте значимость коэффициентов корреляции при $\alpha = 0,01$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Пол	м	ж	м	ж	м	м	ж	ж	м	ж
IQ	102	109	114	100	94	108	95	85	120	115

Вариант №8

1. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона и проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	2,8	2,7	2,6	3,2	3,3	3,6	3,5	3,8	3,8	3,6	3,7	3,4	3,1	2,5	2,9
y	8,1	8	7,6	9,1	9	9,3	9,2	9,5	9,7	9,4	9,6	9,2	8,8	8,2	8,6

2. В результате исследования получены два ряда групп 15 работников, проранжированных в соответствии с интересом к выполняемой работе (X) и по соответствию образования и работы (Y). Выяснить, связаны ли между собой данные признаки. Проверьте значимость коэффициента корреляции при $\alpha = 0,01$.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	1	2	4	10	12	15	3	14	5	6	15	11	7	9	8
Y	3	5	7	6	10	9	2	15	8	11	14	12	1	4	13

3. По данным таблицы выяснить связаны ли между собой аттестат с отличием и результаты первой сессии в вузе (0 – есть «3», 1 – нет «3») у 10 респондентов. Составьте таблицу сопряженности и вычислите коэффициент ассоциации 2 способами, проверьте его значимость.

№ респондента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Аттестат с отличием	нет	да	да	нет	нет	нет	да	да	да	нет
Результаты первой сессии	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0

4. Проведено выборочное исследование зависимости времени реакции выбора (в мс) от пола. В исследовании участвовало 10 человек. Имеются ли различия во времени по гендерному признаку? Проранжируйте время реакции выбора и ответьте на вопрос задачи, применяя другой коэффициент корреляции.

Проверьте значимость коэффициентов корреляции при $\alpha = 0,05$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Пол	ж	ж	ж	м	м	м	ж	м	ж	м
Время реакции	162	194	173	198	223	179	203	157	161	186

Вариант № 9

1. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона и проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	8,2	8,1	9,3	7,5	8,4	8	8,5	8,4	8,3	7,2	9,1	7,9	8,1	7,8	8,8
y	11,1	10,9	12,2	10,5	10,8	10,1	11,5	11,2	11	10	12,5	9,8	11,3	10,4	11,9

2. Выяснить, как связаны между собой уровни тревожности и агрессивности, оцененные с помощью тестов у 15 подростков. Проранжированные значения данных уровней приведены в таблице. Проверьте значимость коэффициента корреляции при $\alpha = 0,05$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ранги уровня тревожности	7	2	13	15	1	3	4	8	9	11	12	5	6	10	14
Ранги уровня агрессивности	10	1	15	14	6	5	7	9	11	13	8	4	3	2	12

3. По данным таблицы выяснить связаны ли между собой уровень зарплат (0 – зарплата ниже средней по региону, 1 – зарплата выше средней по региону) и наличие высшего образования у 10 респондентов. Составьте таблицу сопряженности и вычислите коэффициент ассоциации 2 способами, проверьте его значимость.

№ респондента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Уровень зарплат	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1
Наличие высшего образования	да	да	да	да	да	нет	нет	нет	нет	нет

4. Проведено выборочное исследование зависимости уровня интеллекта от пола. В исследовании участвовало 10 человек. Имеются ли различия в показателях интеллекта по гендерному признаку? Проранжируйте показатели IQ и ответьте на вопрос задачи, применяя другой коэффициент корреляции.

Проверьте значимость коэффициентов корреляции при $\alpha = 0,01$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Пол	ж	ж	м	ж	ж	ж	м	м	ж	м
IQ	89	92	98	123	104	112	107	125	119	114

Вариант №10

1. Рассчитайте выборочный коэффициент линейной корреляции Пирсона и проверьте его значимость при $\alpha = 0,05$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x	3,6	3,4	4,2	3,2	3,1	2,8	4,5	3,7	3,6	4,0	4,3	3,9	3,8	2,5	3,5
y	5,8	5,3	6,6	5,9	5	4,3	7,4	5,1	5,2	7,3	6,7	5,9	7,1	4,4	6,1

2. В результате исследования получены два ряда групп 15 работников, проранжированных в соответствии с интересом к выполняемой работе (X) и по соответствию образования и работы (Y). Выяснить, связаны ли между собой данные признаки. Проверьте значимость коэффициента корреляции при $\alpha = 0,01$.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	3	4	8	9	14	13	10	11	1	7	2	6	15	5	12
Y	1	8	5	12	11	14	7	15	2	6	4	9	13	3	10

3. По данным таблицы выяснить связаны ли между собой аттестат с отличием и результаты первой сессии в вузе (0 – есть «3», 1 – нет «3») у 10 респондентов. Составьте таблицу сопряженности и вычислите коэффициент ассоциации 2 способами, проверьте его значимость.

№ респондента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Аттестат с отличием	да	нет	нет	да	нет	да	нет	нет	да	да
Результаты первой сессии	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0

4. Проведено выборочное исследование зависимости времени реакции выбора (в мс) от пола. В исследовании участвовало 10 человек. Имеются ли различия во времени по гендерному признаку? Проранжируйте время реакции выбора и ответьте на вопрос задачи, применяя другой коэффициент корреляции.

Проверьте значимость коэффициентов корреляции при $\alpha = 0,05$.

№ испытуемого	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Пол	ж	м	ж	м	м	м	ж	ж	м	м
Время реакции	193	190	172	207	210	186	195	204	162	188

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Высоков, И. Е. Математические методы в психологии: учебник и практикум для вузов / И. Е. Высоков. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 431 с.
2. Ермолаев, О.Ю. Математическая статистика для психологов: учебник / О.Ю. Ермолаев. — 6-е изд., стер. — Москва: Флинта, 2014. — 336 с.
3. Ермолаев-Томин, О. Ю. Математические методы в психологии в 2 ч. Часть 1. : учебник для вузов / О. Ю. Ермолаев-Томин. — 5-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 280 с.
4. Комиссаров, В.В. Практикум по математическим методам в психологии: учебное пособие / В.В. Комиссаров. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2012. — 87 с.
5. Кричевец, А.Н., Шикин, Е.В., Дьячков, А.Г. Математика для психологов: учебник / А.Н. Кричевец, Е.В Шикин., А.Г. Дьячков; под ред. А.Н. Кричевца. — 3-е изд., испр. — М.: Флинта: Московский психолого-социальный институт, 2006. — 376 с.
6. Толстова, Ю. Н. Математическая статистика для социологов: учебник и практикум для академического бакалавриата / Ю. Н. Толстова. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 258 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Краткие теоретические сведения	4
Теоретические вопросы	11
Решение типовых задач	12
Варианты заданий для самостоятельной работы	25
Библиографический список	35

Татьяна Евгеньевна Гришкина,

старший преподаватель кафедры общей математики и информатики АмГУ