Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

О.А. Лебедь

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ СРЕДСТВАМИ ТАБЛИЧНОГО ПРОЦЕССОРА

Методические указания для организации самостоятельной работы студентов

Благовещенск
Издательство АмГУ
2021

ББК

Рекомендовано
учебно-методическим советом университета

Рецензент:
Павельчук А.В., канд. физ.-мат. наук, заместитель директора по учебной работе общеобразовательного лицея ФГБОУ ВО АмГУ

Лебедь О.А.

Решение задач оптимизации средствами табличного процессора: методические указания для организации самостоятельной работы студентов / О.А. Лебедь – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2020. – 33 с.

Методические указания предназначены для студентов третьего курса направления подготовки «Экономика».

Приводятся теоретические вопросы, образец решения задач и варианты для организации самостоятельной работы.

ВВЕДЕНИЕ

Линейная оптимизация – раздел математического программирования, посвященный нахождению экстремума линейных функций нескольких переменных при дополнительных линейных ограничениях, которые налагаются на переменные. Особенностью задач линейного программирования является то, что экстремум целевой функции достигается на границе области допустимых решений.

В линейной оптимизации изучается решение задач с помощью надстройки «Поиск решения», позволяет найти оптимальное решение при нескольких входных значениях и наборе ограничений на решение.

Методические указания «Решение задач оптимизации средствами табличного процессора» рекомендованы для самостоятельной работы студентов третьего курса направления подготовки «Экономика», в качестве дополнительного материала для проведения лабораторных занятий.

Методические указания содержат теоретические вопросы для самоконтроля, разобранные задания, 15 вариантов типовых задач, с помощью которых можно формировать самостоятельную работу студентов по данной теме.

Образец выполнения индивидуальной работы

Пример 1. Фирма выпускает продукцию четырех видов Р1, Р2, Р3, Р4, для изготовления которой используются следующие ресурсы: трудовые, сырье и оборудование. Данные по нормам расхода ресурсов на изготовление продукции Р1, Р2, Р3, Р4 представлены в таблице.

Ресурс	Вид продукции				Объем ресурса
	Р1	Р2	Р3	Р4	
Трудовой	1	3	2	6	80
Сырье	2	4	8	9	170
Оборудование	5	14	13	15	230

Стоимость одной единицы продукции равна: Р1 - 70 у.е., Р2 - 50 у.е., Р3 - 20 у.е., Р4 - 30 у.е. Найти оптимальный план производства каждого вида продукции, максимизирующий прибыль фирмы.

Решение: Для решения данной задачи необходимо исходные данные и формулы ввести в электронную таблицу (**рис. 1**), затем воспользоваться надстройкой «Поиск решения».

	A	B	C	D	E	F
1						
2	Ресурс	Вид продукции				объем ресурса
3		Р1	Р2	Р3	Р4	
4	трудовой	1	3	2	6	80
5	сырье	2	4	8	9	170
6	оборудование	5	14	13	15	230
7	цена	70	50	20	30	
8						
9						
10	Вид продукции	количество	стоимость	расход ресурса		
11				трудового	сырья	оборудования
12	П1	0	=B12*B7	=B12*B4	=B12*B5	=B12*B6
13	П2	0	=B13*C7	=B13*C4	=B13*C5	=B13*C6
14	П3	0	=B14*D7	=B14*D4	=B14*D5	=B14*D6
15	П4	0	=B15*E7	=B15*E4	=B15*E5	=B15*E6
16		общая стоимость	=СУММ(C12:C15)	=СУММ(D12:D15)	=СУММ(E12:E15)	=СУММ(F12:F15)

Рисунок 1 – Исходные данные задачи и формулы

Активизировать надстройку «Поиск решения», описать параметры, установить в параметрах Линейность модели, как указано на рисунке (**рис. 2**).

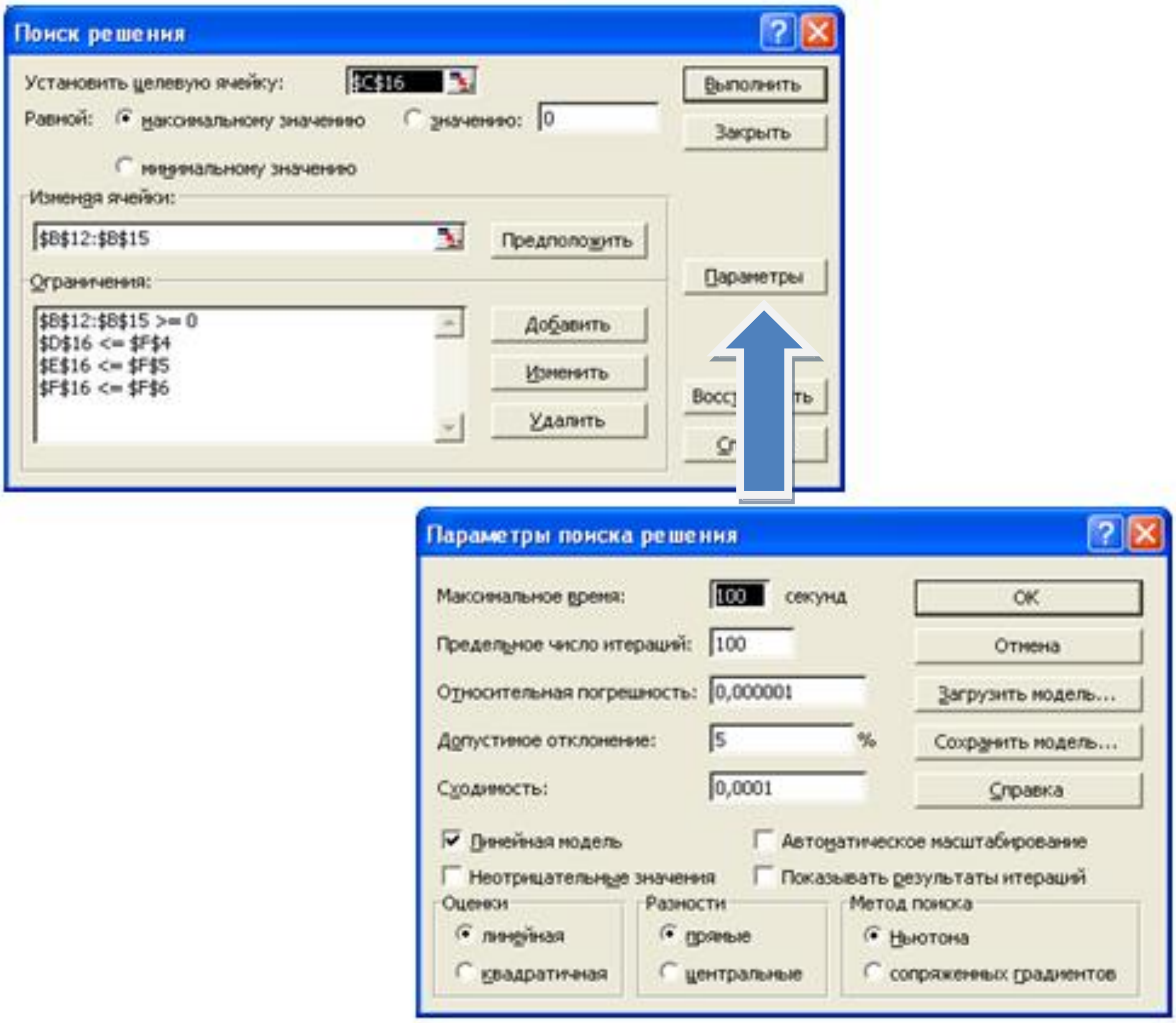

Рисунок 2 – Установка необходимых параметров задачи в окне Поиск решения

Решение представленной задачи будет таким (**рис. 3**):

Вид продукции	**количество**	стоимость	расход ресурса		
			трудового	сырья	оборудования
P1	**46**	3220	46	92	230
P2	**0**	0	0	0	0
P3	**0**	0	0	0	0
P4	**0**	0	0	0	0
	общая стоимость	**3220**	46	92	230

Рисунок 3 – Результат расчета поставленной задачи

Оптимальный план производства продукции вида Р1 предусматривает изготовление 46 ед., а продукцию Р2, Р3, Р4 производить не стоит. Прибыль фирмы составляет 3220 у.е.

Пример 2. Найти максимальное значение:

$L(X) = 130{,}5x_1 + 20x_2 + 56x_3 + 87{,}8x_4 \to \max$ при ограничениях

$$\begin{cases} -1{,}8x_1 + 2x_2 + x_3 - 4x_4 = 756 \\ -6x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 \geq 450 \\ 4x_1 - 1{,}5x_2 + 10{,}4x_3 + 13x_4 \leq 89 \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

<u>Решение:</u> Представим исходные данные и формулы, как показано на рисунке (**рис. 4**):

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Переменные							
2	имя	x1	x2	x3	x4			
3	значение	0	0	0	0			
4						значение ЦФ		
5	коэф. ЦФ	130,5	20	56	87,8	=B5*B3+C5*C3+D5*D3+E5*E3	max	
6								
7	Ограничения							
8	вид	коэффициенты				левая часть	знак	правая часть
9	Огран.1	-1,8	2	1	-4	=B9*B3+C9*C3+D9*D3+E9*E3	=	756
10	Огран.2	-6	2	4	-1	=B10*B3+C10*C3+D10*D3+E10*E3	>=	450
11	Огран.3	4	-1,5	10,4	13	=B11*B3+C11*C3+D11*D3+E3*E11	<=	89

Рисунок 4 – Исходные данные для решения задачи

Активизировать надстройку «Поиск решения», описать параметры, установить в параметрах Линейность модели, как указано на рисунке (**рис. 5**).

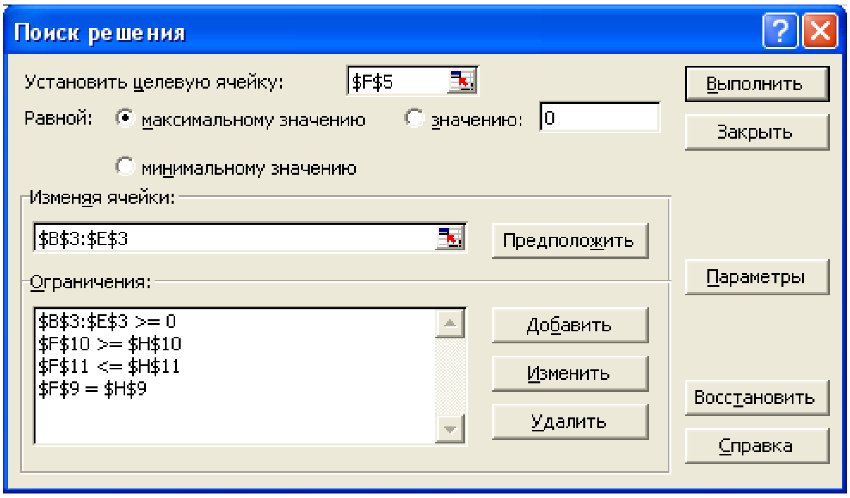

Рисунок 5 – Установка необходимых параметров в окне Поиск решения

Решение задачи имеет вид (**рис. 6**):

Переменные						
имя	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**		
значение	**100,6607**	**546,4444**	**0**	**38,92492**		
					значение ЦФ	
коэф.ЦФ	130,5	20	56	87,8	**27482,71351**	max

Рисунок 6 – Результат расчета надстройки Поиск решения

Пример 3. На четырех фабриках производится мольберт, затем развозится по магазинам. Фабрики могут изготавливать в день 235, 175, 185 и 175 мольбертов. Магазины готовы принимать каждый день по 125, 160, 60, 250 и 175 мольбертов. Стоимость перевозки мольбертов с фабрики в магазины указана в таблице (у.е.):

Фабрика	Магазины				
	1	2	3	4	5
1	3,2	3	2	4	3,65
2	3	2,85	2,5	3,9	3,55
3	3,75	2,5	2,4	3	3,4
4	4	2	2,1	4	3,4

Необходимо минимизировать суммарные транспортные расходы по перевозке мольбертов.

Решение:

Сначала проверим сбалансированность модели транспортной задачи: (235+175+185+175)=(125+160+60+250+175) → транспортная задача является закрытой.

Для решения данной задачи необходимо исходные данные и формулы ввести в электронную таблицу (**рис. 7**), затем воспользоваться надстройкой «Поиск решения».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Стоимость перевозок								
2	Предприятие	Пункты потребления							
3		1	2	3	4	5			
4	1	3,2	3	2	4	3,65			
5	2	3	2,85	2,5	3,9	3,55			
6	3	3,75	2,5	2,4	3	3,4			
7	4	4	2	2,1	4	3,4			
8									
9									
10	Оптимальное число перевозок								
11	Предприятие	Пункты потребления							
12		1	2	3	4	5	ограничение 2	объемы производства	
13	1	0	0	60	65	110	=СУММ(C14:G14)	235	
14	2	125	0	0	0	50	=СУММ(C15:G15)	175	
15	3	0	0	0	185	0	=СУММ(C16:G16)	185	
16	4	0	160	0	0	15	=СУММ(C17:G17)	175	
17	ограничение 1	=СУММ (C14:C17)	=СУММ (D14:D17)	=СУММ (E14:E17)	=СУММ (F14:F17)	=СУММ (G14:G17)			
18	потребность в продукции	125	160	60	250	175		min	
19									
20	целевая ячейка	=СУММПРОИЗВ (C5:G8; C14:G17)							
21									

Рисунок 7 – Исходные данные и формулы для решения задачи

Активизировать надстройку «Поиск решения», описать параметры, установить в параметрах Линейность модели, как указано на рисунке (**рис. 8**).

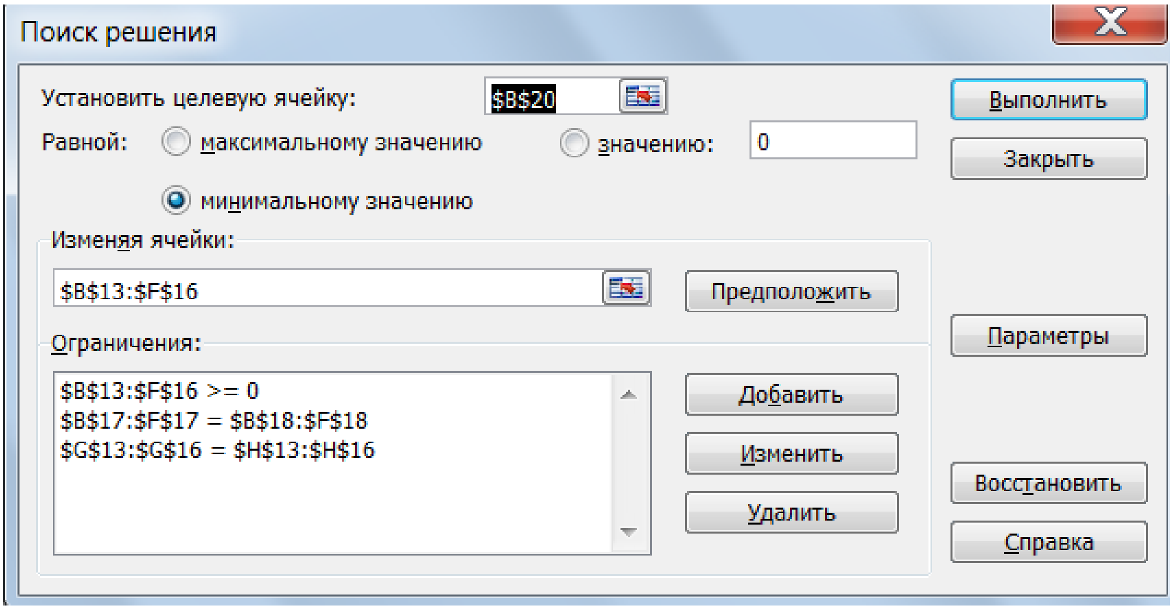

Рисунок 8 – Установка необходимых параметров в окне Поиск решения

Оптимальное решение:

Фабрики	Магазины				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	0	0	60	65	110
2	125	0	0	0	50
3	0	0	0	185	0
4	0	160	0	0	15
Целевая ячейка	2260				

Минимальные транспортные расходы по перевозке мольбертов составляют 2260 у.е.

Пример 4. На четырех фабриках производится мольберт, затем развозится по магазинам. Фабрики могут изготавливать в день 235, 175, 185 и 175 мольбертов. Магазины готовы принимать каждый день по 125, 160, 60, 200 и 175 мольбертов. Стоимость перевозки мольбертов с фабрики в магазины указана в таблице (у.е.):

Фабрика	Магазины				
	1	2	3	4	5
1	3,2	3	2	4	3,65
2	3	2,85	2,5	3,9	3,55
3	3,75	2,5	2,4	3	3,4
4	4	2	2,1	4	3,4

Необходимо минимизировать суммарные транспортные расходы по перевозке мольбертов.

Решение:

Сначала проверим сбалансированность модели транспортной задачи: (235+175+185+175)>(125+160+60+200+175) → вводим фиктивный магазин. Обозначим магазин 6ф, объем необходимых мольбертов равен 50.

Для решения задачи необходимо исходные данные и формулы ввести в электронную таблицу (**рис. 9**), затем воспользоваться надстройкой «Поиск решения».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	Стоимость перевозок									
2		Магазины								
3	Фабрики	1	2	3	4	5	6ф			
4	1	3,2	3	2	4	3,65	0			
5	2	3	2,85	2,5	3,9	3,55	0			
6	3	3,75	2,5	2,4	3	3,4	0			
7	4	4	2	2,1	4	3,4	0			
8										
9										
10	**Оптимальное число перевозок**									
11		**Магазины**								
12	**Фабрики**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6ф**	**ограничение 2**	**объемы производ-ства**	
13	**1**	0	0	60	0	125	50	=СУММ(C14:H14)	235	
14	**2**	125	0	0	15	35	0	=СУММ(C15:H15)	175	
15	**3**	0	0	0	185	0	0	=СУММ(C16:H16)	185	
16	**4**	0	160	0	0	15	0	=СУММ(C17:H17)	175	
17	**ограничение 1**	=СУММ (C14:C17)	=СУММ (D14:D17)	=СУММ (E14:E17)	=СУММ (F14:F17)	=СУММ (G14:G17)	=СУММ (H14:H17)			
18	**потребность в продукции**	125	160	60	200	175	50		**min**	
19										
20	**целевая ячейка**	=СУММПРОИЗВ (C5:H8; C14:H17)								

Рисунок 9 – Исходные данные и формулы для решения задачи

Активизировать надстройку «Поиск решения», описать параметры, установить в параметрах Линейность модели, как указано на рисунке (**рис. 10**).

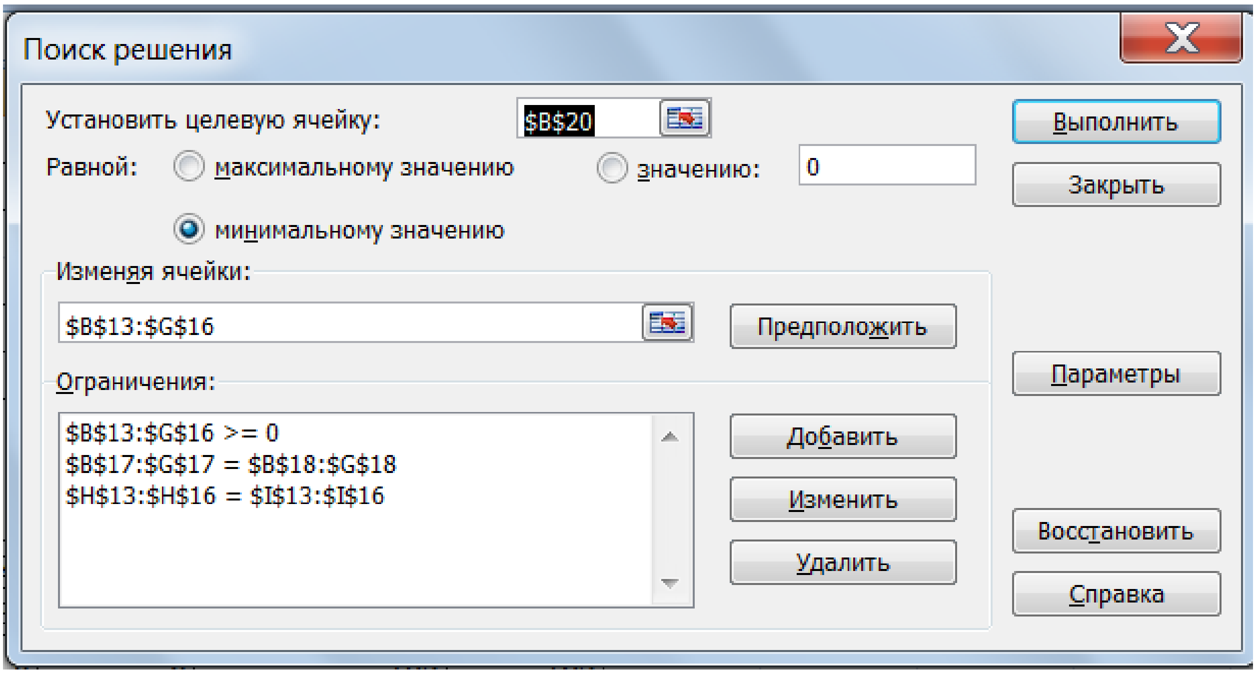

Рисунок 10 – Установка необходимых параметров в окне Поиск решения

Оптимальное решение:

Фабрики	Магазины				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	0	0	60	0	125
2	125	0	0	15	35
3	0	0	0	185	0
4	0	160	0	0	15
Целевая ячейка	2060				

Минимальные транспортные расходы по перевозке мольбертов составляют 2060 у.е.

Пример 5. На четырех фабриках производится мольберт, затем развозится по магазинам. Фабрики могут изготавливать в день 235, 175, 185 и 100 мольбертов. Магазины готовы принимать каждый день по 125, 160, 60, 250 и 175 мольбертов. Стоимость перевозки мольбертов с фабрики в магазины указана в таблице (у.е.):

Фабрика	Магазины				
	1	2	3	4	5
1	3,2	3	2	4	3,65
2	3	2,85	2,5	3,9	3,55
3	3,75	2,5	2,4	3	3,4
4	4	2	2,1	4	3,4

Необходимо минимизировать суммарные транспортные расходы по перевозке мольбертов.

Решение:

Сначала проверим сбалансированность модели транспортной задачи: (235+175+185+100)<(125+160+60+250+175) → вводим фиктивную фабрику. Обозначим фабрику 5ф, объем мольбертов составляет 75 штук.

Для решения задачи необходимо исходные данные и формулы ввести в электронную таблицу (**рис. 11**), затем воспользоваться надстройкой «Поиск решения».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Стоимость перевозок								
2	Фабрики	Магазины							
3		1	2	3	4	5			
4	1	3,2	3	2	4	3,65			
5	2	3	2,85	2,5	3,9	3,55			
6	3	3,75	2,5	2,4	3	3,4			
7	4	4	2	2,1	4	3,4			
8	5ф	0	0	0	0	0			
9									
10	Оптимальное число перевозок								
11	Фабрики	Магазины							
12		1	2	3	4	5	ограничение 2	объемы производства	
13	1	0	10	60	0	165	=СУММ(C14:G14)	235	
14	2	125	50	0	0	0	=СУММ(C15:G15)	175	
15	3	0	0	0	185	0	=СУММ(C16:G16)	185	
16	4	0	100	0	0	0	=СУММ(C17:G17)	100	
17	5ф	0	0	0	65	10	=СУММ(C18:G18)	75	
18	ограничение 1	=СУММ (C14:C18)	=СУММ (D14:D18)	=СУММ (E14:E18)	=СУММ (F14:F18)	=СУММ (G14:G18)			
19	потребность в продукции	125	160	60	250	175		min	
20									
21	целевая ячейка	=СУММПРОИЗВ (C5:G9;C14:G18)							

Рисунок 11 – Исходные данные и формулы для решения задачи

Активизировать надстройку «Поиск решения», описать параметры, установить в параметрах Линейность модели, как указано на рисунке (**рис. 12**).

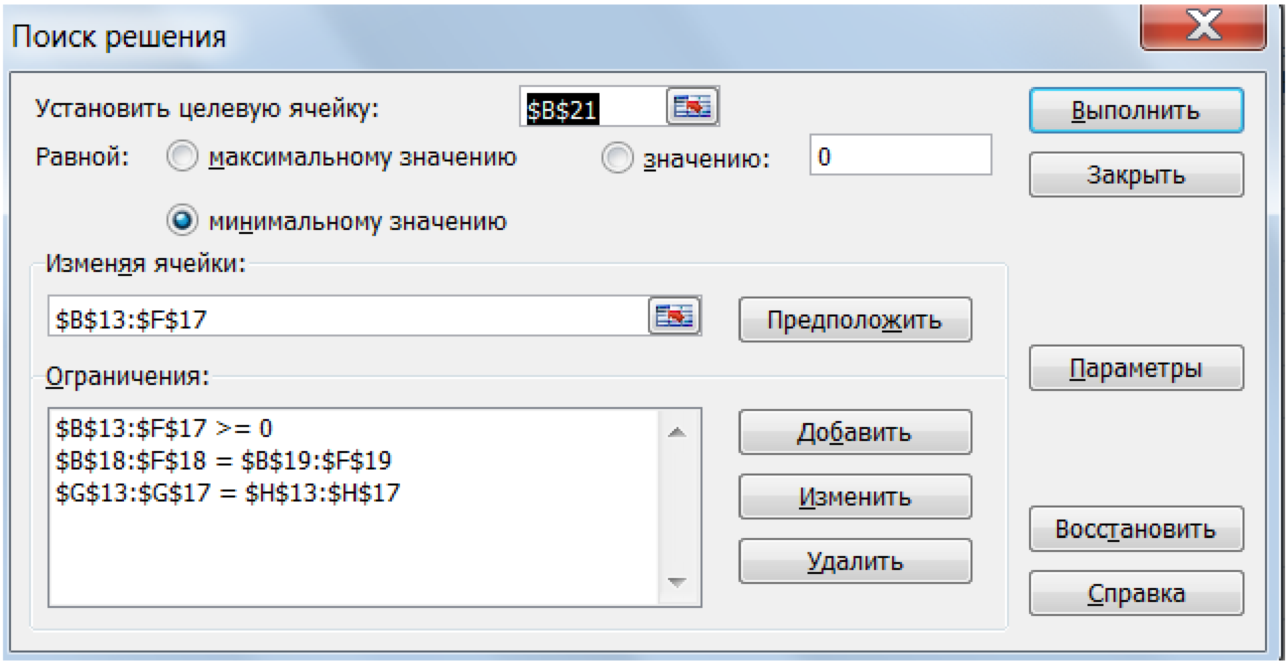

Рисунок 12 – Установка необходимых параметров в окне Поиск решения

Оптимальное решение:

Фабрики	Магазины				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	0	10	60	0	165
2	125	50	0	0	0
3	0	0	0	185	0
4	0	100	0	0	0
Целевая ячейка	2024,75				

Минимальные транспортные расходы по перевозке мольбертов составляют 2024,75у.е.

Теоретические вопросы

1. Понятие линейной оптимизации. Типовые задачи оптимизации.

2. Постановка задачи оптимизации и математическая модель в общем виде.

3. Понятие «целевая функция». Задание ограничений. Настройка параметров.

4. Опции окна надстройки Поиск решения.

5. Опции окна Параметры поиска решения.

6. Рекомендации по решению задач оптимизации с помощью надстройки Поиск решения.

7. Этапы построения транспортной задачи.

8. Исходные и искомые параметры транспортной задачи.

9. Математическая запись транспортной модели. Модели транспортной задачи.

10. Рекомендации по решению транспортной задачи, используя надстройку Поиск решения.

Варианты индивидуальных заданий

Вариант 1

1. Найти $L(X) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \to \min$ при ограничениях $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 \ge 8 \\ x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 13x_4 \ge 4 \\ x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$

2. Предприятие занимается выпуском 2-х типов строительных материалов: материал S и материал D. Расход на материал S и D исходного продукта №1 и №2 приведен в таблице:

Исходный продукт	Расход исходных продуктов, т (на 1 тонну материалов)		Максимально возможный запас
	Материал S	Материал D	
№1	3	2	7
I№2	2	3	9

Спрос на материал D в сутки не превышает спрос на материал S в сутки более чем на 1 т., а так же спрос на материал S в сутки не превышает 3 т. Цена 1 т. материала S – 3300 у.е., материала D – 4500 у.е. Сколько материала S и материала D выпускает предприятие, а доход от реализации максимальный?

3. В трех фирмах имеются телевизоры в количестве 90, 80 и 30 штук, которые отправляются в пять магазинов. Магазин №1 готов приобрести 40 телевизоров, магазин №2 – 40, магазин №3 – 50, магазин №4 – 30, магазин №5 – 10. Стоимость перевозки телевизоров задана матрицей (у.е.): $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Составить такой план поставки телевизоров, при котором расходы минимальны.

Вариант 2

1. Найти $L(X) = 2x_1 + 3x_2 \to \max$ при ограничениях $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \le 40 \\ 4x_1 + 5x_2 \le 55 \\ x_2 \le 8 \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,2} \end{cases}$

2. Витамины A_1, A_2 и A_3, содержатся в двух видах корма №1 и №2. Содержание единиц питательных веществ в 1 кг каждого вида корма №1 и №2, представлены в таблице:

Питательное вещество (витамин)	Число единиц питательных веществ в 1 кг корма	
	№1	**№2**
A_1	3	1
A_2	1	2
A_3	1	6

Цена 1 кг корма №1 равна 4 ден.ед., №2 – 6 ден.ед. Необходимо составить дневной рацион, который будут иметь минимальную стоимость, при этом содержание питательного вещества A_1 должно быть не менее 9 ед., A_2 - не менее 8 ед., A_3 – не менее 12 ед.

3. На трех складах находится товар, который требует для перевозки 70, 90 и 106 автомашин, этот товар перевозится с помощью автомашин в магазины. Магазину №1 требуется 48 машин товара, магазину №2 – 70, магазину №3 – 50, магазину №4 – 82, соответственно. Цена пробега за 1 км одной машины равна 10 д.е. Расстояние от склада до магазина представлено в таблице:

Склады	**Магазины**			
	1	**2**	**3**	**4**
1	18	17	6	8
2	2	7	10	41
3	12	18	2	22

Определить оптимальный план перевозки товара от складов до магазинов, при котором стоимость перевозки будет минимальна.

Вариант 3

1.Найти $L(X) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \to \min$ при ограничениях $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 \ge 8 \\ x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 13x_4 \ge 4 \\ x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$

2. Предприятие выпускает два вида продукта C и D. Каждый из продуктов C и D, будет обработан машиной 1, 2, 3. В таблице представлено время обработки для каждого продукта (в часах):

	1	2	3
C	0,5	0,4	0,2
D	0,25	0,3	0,4

Время работы первой машины в неделю составляет 30 часов, второй машины – 36 часов, третьей машины – 40 часов. Цена одного продукта C – 5 у.е., а продукта D – 3 у.е. Предприятию необходимо определить нормы выпуска изделий C и D, максимизирующие прибыль.

3. В трех холодильниках находится мороженое, в первом – 320 кг, во втором – 280 кг, в третьем – 250 кг, которое необходимо развести по магазинам. Пять магазинов готовы принять мороженое в количестве 160, 130, 110, 220, 230 кг, соответственно. Стоимость перевозки 1 кг мороженого задана матрицей $C = \begin{pmatrix} 20 & 23 & 20 & 15 & 24 \\ 30 & 15 & 16 & 20 & 29 \\ 6 & 9 & 10 & 8 & 8 \end{pmatrix}$. Найти такой план перевозки мороженого, при котором стоимость будет минимальной.

Вариант 4

1. Найти $L(X)=2x_1+3x_2 \to \max$ при ограничениях $\begin{cases} 3x_1+4x_2 \le 40 \\ 4x_1+5x_2 \le 55 \\ x_2 \le 8 \\ x_j \ge 0,\ j=\overline{1,2} \end{cases}$

2. Для производства продукции A, B, C предприятие использует определенное время обработки на всех четырех устройствах I, II, III, IV. Цена продукции A составляет 3долл., B – 5 долл., C – 6 долл. Время работы на I устройстве равно 84 часа, на II -42, на III – 21, на IV – 42.

Вид продукции	Время обработки, ч.			
	I	II	III	IV
A	1	3	1	2
B	6	1	3	3
C	3	3	2	4

Определить план выпуска продукции A, B и C, при максимизации прибыли.

3. В пунктах A_1, A_2, A_3 находится груз 250, 200, 200 соответственно. Данный груз необходимо доставить в пункты B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 в количестве 120, 130, 100, 160, 110 соответственно. Матрицей задано расстояние между пунктами (в км): $D=\begin{pmatrix} 27 & 36 & 35 & 31 & 29 \\ 22 & 23 & 26 & 32 & 35 \\ 35 & 42 & 38 & 32 & 39 \end{pmatrix}$. Определить оптимальный план закрепления потребителей за поставщиками груза при условии минимизации общего пробега автомобилей.

Вариант 5

1. Найти $L(X) = x_1 + 4x_3 + 8x_4 - 12x_5 \to \min$ при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + 9x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 250 \\ 0{,}4x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 + 8x_5 \le 460 \\ 0{,}5x_1 + 10x_2 - 8x_3 + 6x_4 + 2x_5 \le 190 \\ 11x_2 - 8{,}5x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 210 \\ x_j \ge 0, \quad j = \overline{1{,}5} \end{cases}$$

2. Фирма изготовляет две модели диванов A и S. Для изготовления дивана модели A требуется 5 кг древесины, а для дивана модели S – 7 кг. На изготовление одного дивана модели A уходит три часа рабочего времени, а на изготовление дивана модели S – 8 часов. Стоимость одного дивана модели A составляет 4 у.е., а стоимость одного дивана модели S – 8 у.е. Сколько диванов каждой модели должна изготовить фирма, если она располагает 420 кг древесины и 400 часами рабочего времени и хочет получить максимальную прибыль?

3. Составить оптимальный план перевозки грузов от трех поставщиков с грузами 240, 40, 110 т. к четырем потребителям с запросами 90, 190, 40, 130 т. Стоимость перевозок единицы груза от каждого поставщика к каждому потребителю даны матрицей $C=\begin{pmatrix} 7 & 13 & 9 & 8 \\ 14 & 8 & 7 & 10 \\ 3 & 15 & 20 & 6 \end{pmatrix}$.

Вариант 6

1. Найти $L(X)=x_1+x_2+x_3+x_4 \to \min$ при ограничениях $\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3 \ge 8 \\ x_1+6x_2+9x_3+13x_4 \ge 4 \\ x_j \ge 0, \quad j=\overline{1,4} \end{cases}$

2. Фирма занимается составлением диеты, в которой, по крайней мере, содержится, 30 единиц белков, 20 единиц углеводов, 10 единиц жиров и 50 единиц витаминов. В таблице указаны цены на 1кг (1 литр) имеющихся продуктов:

	Хлеб	Соя	Сушеная рыба	Фрукты	Молоко
Белки	2	12	10	1	2
Углеводы	12	0	0	4	3
Жиры	1	8	3	0	4
Витамины	2	2	4	6	2
Цена	12	36	32	18	10

Найти оптимальное количество продуктов, при котором стоимость затрат на продукты будет минимальна.

3. Пять предприятий для производства продукции используют три вида сырья. Потребности в сырье каждого из предприятий соответственно равны 120, 50, 190, 60 и 110 ед. Сырье сосредоточено в трех местах его получения, а запасы соответственно равны 160, 140, 170 ед. Тарифы перевозок сырья со склада на предприятие задается матрицей: $C=\begin{pmatrix} 7 & 8 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 9 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$. Необходимо составить такой план перевозок, при котором общая стоимость минимальна.

Вариант 7

1. Найти $L(X)=2x_1+3x_2 \to \max$ при ограничениях $\begin{cases} 3x_1+4x_2 \le 40 \\ 4x_1+5x_2 \le 55 \\ x_2 \le 8 \\ x_j \ge 0,\ j=\overline{1,2} \\ \quad x_1, x_2 - \textit{целые} \quad \textit{числа} \end{cases}$

2. Фирма занимается производством двух книжных полок модели S и D, для их производства используется сырье (доски) и время машинной обработки. Для модели S необходимо 3 м^2 досок, а для модели D – 4 м^2. Поставщики фирме предлагают каждую неделю 1700 м^2 досок. Модель S требует 12 минут машинного времени, модель D – 30 минут. В неделю можно использовать 180 ч машинного времени. Какое количество книжных полок каждой модели, необходимо выпускать фирме, если одна модель S книжной полки приносит прибыль 2 долл., а модель D – 4 долл. прибыли?

3. На издание пяти книг тиражом 9000, 6000, 7000, 16000 и 12000 экземпляров, используется три сорта бумаги A, B и C в количестве 12, 10 и 6 т. На одну книгу расход бумаги составляет: 0,7; 0,6; 0,8; 0,5; 0,4 кг. Матрицей задана себестоимость тиража книги при использовании соответствующего сорта бумаги: $\begin{pmatrix} 24 & 16 & 32 & 25 & 10 \\ 18 & 24 & 24 & 20 & 15 \\ 30 & 24 & 16 & 20 & 10 \end{pmatrix}$. Определить оптимальное распределение бумажных резервов.

Вариант 8

1. Найти $L(X) = x_1 + 4x_3 + 8x_4 - 12x_5 \to \min$ при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + 9x_2 + 2x_3 - 4x_4 = 250 \\ 0{,}4x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 + 8x_5 \le 460 \\ 0{,}5x_1 + 10x_2 - 8x_3 + 6x_4 + 2x_5 \le 190 \\ 11x_2 - 8{,}5x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 210 \\ x_j \ge 0, \quad j = \overline{1{,}5} \end{cases}$$

2. Производится два вида продукта, при этом используется четыре типа ресурсов. В таблице представлены: общее количество ресурсов и норма затрат ресурсов на каждый вид продукта.

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на продукт		Общее количество ресурсов
	1-го вида	2-го вида	
1	2	2	12
2	1	2	8
3	4	0	16
4	0	4	12

Цена одной единицы продукта 1-го вида составляет 4 ден. ед., 2-го вида продукта – 5 ден. ед. Определить оптимальный план выпуска продукта каждого вида, при условии, что прибыль от реализации продукта максимальна.

3. Нефтяной компании необходимо создать схему поставки нефтепродуктов от четырех нефтеперерабатывающих комплексов к пяти регионам страны. Мощности поставщиков и мощности потребителей, а также стоимость перевозок нефтепродуктов представлены в следующей таблице (в условных единицах).

Мощности поставщиков	Мощности потребителей				
	600	400	700	500	1000
700	4	8	5	1	6
800	3	5	2	3	4
900	2	6	5	4	3
800	1	4	3	5	3

Определить оптимальный план перевозок, при этом все мощности нефтеперерабатывающих комплексов должны быть реализованы и все потребности регионов должны быть удовлетворены, а стоимость перевозок минимальна.

Вариант 9

1. Найти $L(X)=x_1+2x_2+x_3+3x_4 \to \min$ при ограничениях $\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3 \ge 10 \\ x_1+6x_2+9x_3+13x_4 \ge 4 \\ x_j \ge 0, \quad j=\overline{1,4} \end{cases}$

2. Предприятие занимается производством изделий вида S1 и S2. Для изготовления изделий каждого вида предприятие может выделить не более 80 кг металла. Предприятие в сутки может изготовить деталей вида S1 не более 30штук, а изделий вида S2 – не более 40 штук. Пи изготовлении одного изделия вида S1 используется 2 кг металла, а на изделие вида S2 идет 1 кг металла. Цена одного изделия S1 – 3 ден. ед., а изделия S2 – 5 ден. ед. Найти оптимальный план производства каждого вида изделия S1 и S2, при условии, что предприятие получит максимальную прибыль.

3. На запасных трех путях железнодорожной станции A, S и D находятся 60, 80 и 100 вагонов. Составить план перегона вагонов к четырем пунктам погрузки угля, если первому пункту надо 40 вагонов, второму – 60, третьему – 80 и четвертому – 60. Стоимость перегона вагонов с путей к четырем пунктам погрузки представлена в виде матрицы (у.е.): $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 10

1. Найти $L(X) = 3x_1 + 2x_2 \to \min$ при ограничениях $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \le 40 \\ 4x_1 + 5x_2 \le 50 \\ x_2 \le 8 \\ x_j \ge 0, j = \overline{1,2} \\ \quad x_1, x_2 - \textit{целые} \quad \textit{числа} \end{cases}$

2. Фирма производит два вида набора удобрений: обычный и улучшенный. В обычный набор входит 3 кг азотных, 4 кг фосфорных и 1 кг калийных удобрений, а в улучшенный – 2 кг азотных, 6 кг фосфорных и 3 кг калийных удобрений. Известно, что для некоторого газона требуется, по меньшей мере 10 кг азотных, 20 кг фосфорных и 7 кг калийных удобрений. Обычный набор стоит 3 ден. ед., а улучшенный – 4 ден. ед. Определить оптимальное количество набора удобрений, для обеспечения эффективного питания почвы и минимизировать стоимость.

3. На фермах имеется молоко в количестве 400 тыс. литров, 310 тыс. литров и 510 тыс. литров. На переработку молоко могут принять молочные комбинаты 360, 260, 160, 260 тыс. литров. Стоимость перевозки молока задана матрицей: $\begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 & 6 \\ 7 & 3 & 8 & 2 \\ 7 & 11 & 8 & 4 \end{pmatrix}$. Определить план доставки молока к молочным комбинатам при условии, что транспортные затраты минимальны.

Вариант 11

1. Найти $L(X) = x_1 + 4x_3 + 2x_4 - 10x_5 \to \min$ при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + 9x_2 + 2x_3 - 4x_4 \geq 250 \\ 0{,}4x_1 + x_2 - 5x_3 + 3x_4 + 8x_5 = 460 \\ 0{,}5x_1 + 10x_2 - 8x_3 + 6x_4 + 2x_5 \leq 190 \\ 11x_2 - 8{,}5x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 210 \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1{,}5} \end{cases}$$

2. При изготовлении продукции R1 и R2, используется два вида полуфабрикатов. В таблице представлен расход полуфабрикатов на реализацию одной единицы каждого вида продукции R1 и R2.

Полуфабрикаты	Затраты ресурсов на реализацию, тыс. у.е.	
	R1	R2
1	1	2
2	6	2

Использование полуфабриката вида 1 в продукции может составлять не более 800 единиц, а полуфабриката вида 2 – не более 2400. Цена одной единицы продукции R1 составляет 10 ден. ед, а R2 – 35 ден. ед. Определить план производства продукции, при котором прибыль максимальна.

3. Фирма занимается производством продукции, используя три вида сырья. На трех складах фирмы имеется запас сырья в количестве 160, 140 и 180 ед., потребности в сырье каждого из предприятий соответственно равны 120, 50, 180 и 120 ед. Тарифы перевозок заданы матрицей: $C = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 1 & 2 \\ 4 & 4 & 9 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$. Составить план перевозок сырья со склада к предприятию, при этом общая стоимость перевозки минимальна.

Вариант 12

1. Найти $L(X) = x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 \to \max$ при ограничениях $\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + x_3 \ge 10 \\ x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 8x_4 \ge 14 \\ x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$

2. Фирма изготовляет две модели диванов A и S. Для изготовления дивана модели A требуется 5 кг древесины, а для дивана модели S – 7 кг. На изготовление одного дивана модели A уходит три часа рабочего времени, а на изготовление дивана модели S – 8 часов. Стоимость одного дивана модели A – 4 у.е., стоимость одного дивана модели S – 8 у.е. Какое количество диванов каждой модели может изготовить фирма, если она располагает 420 кг древесины и 600 часами рабочего времени и хочет получить максимальную прибыль?

3. В трех фирмах имеются телевизоры в количестве 90, 60 и 30 штук, которые отправляются в пять магазинов. Магазин №1 готов приобрести 40 телевизоров, магазин №2 – 30, магазин №3 – 40, магазин №4 – 70, магазин №5 – 10. Стоимость перевозки телевизоров задана матрицей (у.е.): $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Составить такой план поставки телевизоров, при котором расходы минимальны.

Вариант 13

1. Найти $L(X) = x_1 - 4x_3 + 5x_4 - 2x_5 \to \max$ при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 250 \\ 0{,}4x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_4 + 8x_5 \le 460 \\ 0{,}5x_1 + 10x_2 - 8x_3 + 6x_4 + 2x_5 \le 190 \\ 10x_2 - 8{,}5x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 210 \\ x_j \ge 0, \quad j = \overline{1{,}5} \end{cases}$$

2. Фирма изготовляет две модели кухонных гарнитуров K и L. Для изготовления кухонного гарнитура модели K требуется 15 кг древесины, а для кухонного гарнитура модели L – 17 кг. На изготовление одного кухонного гарнитура модели K уходит восемь часов рабочего времени, а на изготовление кухонного гарнитура модели L – 10 часов. Стоимость одного кухонного гарнитура модели K составляет 9 у.е., а стоимость одного кухонного гарнитура модели L – 12 у.е. Сколько кухонных гарнитуров каждой модели должна изготовить фирма, если она располагает 820 кг древесины и 900 часами рабочего времени и хочет получить максимальную прибыль?

3. На трех заводах производится 120, 180, 90 холодильников. Четыре магазина готовы приобрести холодильники в количестве соответственно 80, 90, 160 и 90 штук. Тарифы поставок от завода до магазина заданы матрицей: $C = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 9 & 4 \\ 2 & 6 & 2 & 9 \\ 1 & 5 & 8 & 6 \end{pmatrix}$. Определить оптимальный план доставки холодильников с завода в магазин, при этом затраты должны быть минимальны.

Вариант 14

1. Найти $L(X) = 5x_1 - 2x_2 \to \min$ при ограничениях $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 40 \\ 4x_1 + 5x_2 \le 50 \\ 2x_2 \le 8 \\ x_j \ge 0,\ j = \overline{1,2} \\ x_1, x_2 - \textit{целые числа} \end{cases}$

2. Предприятие производит четыре вида пироженного K_1, K_2, K_3, K_4. Для их производства используется три вида крема S_1, S_2, S_3. Все данные расходов на единицу продукции представлены в таблице:

Вид крема	Запасы крема	Вид продукции			
		K_1	K_2	K_3	K_4
S_1	35	4	2	2	3
S_2	30	1	1	2	3
S_3	40	3	1	2	1
Цена (у.е.)		14	10	14	11

Определить оптимальный план выпуска пироженного каждого вида, если прибыль предприятия от реализации максимальна.

3. На трех складах №1, №2, №3 находится кукуруза 120, 140, 240 т., которую нужно отправить на завод: заводу А необходимо 70 т., заводу В – 90 т., заводу С – 190 т., заводу К – 140 т. Стоимость доставки 1 т. кукурузы со склада в указанные пункты, задана матрицей: $C = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 9 & 4 \\ 2 & 6 & 2 & 9 \\ 1 & 5 & 8 & 6 \end{pmatrix}$. Составить оптимальный план перевозки кукурузы из условия минимума стоимости перевозки.

Вариант 15

1. Найти $L(X) = x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 \to \min$ при ограничениях $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 \ge 10 \\ x_1 + 6x_2 + 9x_3 - 3x_4 \ge 4 \\ x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$

2. Предприятие занимается производством изделий вида К1 и К2. Для изготовления изделий каждого вида предприятие может выделить не более 90 кг металла. Предприятие в сутки может изготовить деталей вида К1 не более 40 штук, а изделий вида К2 – не более 60 штук. Пи изготовлении одного изделия вида К1 используется 3 кг металла, а на изделие вида К2 идет 2 кг металла. Цена одного изделия К1 – 3 ден. ед., а изделия К2 – 5 ден. ед. Найти оптимальный план производства каждого вида изделия К1 и К2, при условии, что предприятие получит максимальную прибыль.

3. В трех фирмах имеются телевизоры фирмы LG в количестве 140, 80 и 60 штук, которые отправляются в пять магазинов. Магазин №1 готов приобрести 40 телевизоров, магазин №2 – 50, магазин №3 – 60, магазин №4 – 70, магазин №5 – 10. Стоимость перевозки телевизоров задана матрицей (у.е.): $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Составить такой план поставки телевизоров, при котором расходы минимальны.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алексеев, Г. В. Численное экономико-математическое моделирование и оптимизация: учебное пособие / Г. В. Алексеев, И. И. Холявин. – 2-е изд. – Электрон. текстовые данные. – Саратов: Вузовское образование, 2019. – 195 с.

2. Васильев, Алексей. Финансовое моделирование и оптимизация средствами Excel 2007: учебное пособие / Алексей Васильев. – Питер, 2009. – 320 с.

3. Еремин, И.И. Линейная оптимизация и системы линейных неравенств: учебное пособие для вузов / И.И. Еремин. – М.: Издательский центр «Академия», 2007. – 256 с.

4. Лавренов, С.М. Excel: Сборник примеров и задач: учебное пособие / С.М. Лавренов. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 336 с.

5. Рудикова, Л.В. Microsoft Excel для студента: учебник / Л.В. Рудикова. – СПб.: БХВ – Петербург, 2006. – 368 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Ольга Анатольевна Лебедь,

старший преподаватель кафедры общей математики и информатики АмГУ