Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Амурский государственный университет»

С.Г. Самохвалова

ТЕОРИЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Методические указания к практическим занятиям

для студентов очной формы обучения

Благовещенск

2020

Теория принятия решений. Методические указания к практическим занятиям для студентов очной формы обучения. / С.Г. Самохвалова – Благовещенск.: ФГБОУ ВО «АмГУ», 2020 г. – 45 с.

Основу методических указаний составляют краткие теоретические из теории принятия решений, примеры, задания для самостоятельной работы, контрольные вопросы. Практические занятия призваны обеспечить закрепление полученных теоретических знаний по основам теории принятия решений, выработать необходимые навыки применения методов принятия решений.

Методические указания рекомендуется студентам направления подготовки 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника и 09.03.02 - Информационные системы и технологии, изучающим дисциплину «Теория принятия решений», а также могут быть полезны для преподавателей и студентов, преподающих и осваивающих эту дисциплину в рамках других направлений подготовки.

Рецензент:

Юрьева Т.А. доцент, к.п.н. доцент кафедры общей математики и информатики ФГБОУ ВО АмГУ

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Практическая потребность общества в научных основах принятия решений возникла с развитием науки и техники только в XVIII веке. Началом науки "Теория принятия решений" следует считать работу Жозефа Луи Лагранжа, смысл которой заключался в следующем: сколько земли должен брать на лопату землекоп, чтобы его сменная производительность была наибольшей. Оказалось, что утверждение "бери больше, кидай дальше" неверен. Бурный рост технического прогресса, особенно во время и после второй мировой войны, ставил все новые и новые задачи, для решения которых привлекались и разрабатывались новые научные методы.

Можно выделить следующие научно-технические предпосылки становления "Теории принятия решений":

- *удорожание "цены ошибки".* Чем сложнее, дороже, масштабнее планируемое мероприятие, тем менее допустимы в нем "волевые" решения и тем важнее становятся научные методы, позволяющие заранее оценить последствия каждого решения, заранее исключить недопустимые варианты и рекомендовать наиболее удачные;
- *ускорение научно-технической революции техники и технологии*. Жизненный цикл технического изделия сократился настолько, что "опыт" не успевал накапливаться и требовалось применение более развитого математического аппарата в проектировании;
- *развитие ЭВМ.* Размерность и сложность реальных инженерных задач не позволяло использовать аналитические методы.

Как часто бывает, наука, с одной стороны, стала определенной ветвью других более общих наук (теория систем, системный анализ, кибернетика и т.д.), а с другой, стала синтезом определенных фундаментальных более частных наук (исследование операций, оптимизация и т.д.), создав при этом и собственную методологию.

Математическая теория принятия решений в сложных ситуациях, которую часто называют *теорией принятия решений* (ТПР), занимается разработкой общих методов анализа ситуаций принятия решений. При помощи этих методов вся информация о проблеме, включая сведения о предпочтениях лица, принимающего решение (ЛПР) и его отношении к риску, а также суждения ЛПР о возможных реакциях других субъектов на принятые им решения, используется для получения вывода о том, какой из вариантов решения является наилучшим.

Теория принятия решений ориентируется на разработку и поиск оптимальных результатов по достаточно сложным проблемам, со значительным количеством связей и зависимостей, ограничений и вариантов решений.

Изложенный в методических указаниях материал раскрывает основные положения теории принятия решений, иллюстрируется задачами и примерами, относящимися к различными вопросам теории принятия решений. Некоторые задачи составлены с использованием уже опубликованных материалов, приведенных в списке литературы.

Основные понятия

Объектом исследования ТПР является ситуация принятия решений, или так называемая проблемная ситуация.

Предметом исследования ТПР выступают общие закономерности выработки решений в проблемных ситуациях, а также закономерности, присущие процессу моделирования основных элементов проблемной ситуации.

Основным назначением ТПР является разработка для практики научно обоснованных рекомендаций по организации и технологии построения процедур подготовки и принятия решений в сложных ситуациях с применением современных методов и средств (в первую очередь, компьютеров и компьютерных систем).

В основе современной ТПР лежит *комплексная концепция принятия* решений, которая требует учета всех существенных аспектов проблемной ситуации и рациональной интеграции как логического мышления и интуиции человека, так и математических и технических средств. Согласно этой концепции принятие решения — это сознательный *выбор из ряда альтернатив*. Этот выбор производит ЛПР. В роли ЛПР выступает человек или коллектив, обладающие правами выбора решения и несущие ответственность за его последствия.

Суть концепции принятия решений состоит в том, что вначале ЛПР содержательно анализирует возникшую социальную, экономическую или другую проблему. В итоге этой творческой логической деятельности и на основе личной интуиции ЛПР формулирует цель, достижение которой, по его мнению, разрешит проблему. Подробно разобравшись в существе цели и собственных предпочтениях, ЛПР формирует способы достижения цели и, наконец, принимает решение о том, какой из возможных способов, по его мнению, наилучший, то есть осуществляет *обоснованный выбор*.

Одним из важнейших исходных положений ТПР является тезис о том, что *не существует абсолютно лучшего решения*. Наилучшим решение может считаться лишь для данного ЛПР, в отношении поставленных им целей, только в данном месте и на данный момент времени. Основная задача ТПР состоит не в том, чтобы заменить человека в процессе выработки решения, а в том, чтобы помочь ему разобраться в существе сложной ситуации.

Теория выбора и принятия решений исследует математические модели процессов принятия решений и их свойства. Основной в ней является задача принятия решений, которая соответствует широкому кругу практических ситуаций.

В компании освободилась должность главного бухгалтера. Задача директора - назначить главного бухгалтера.

В 2019 году Ю.П. Иванов (ректор ТГУ) ушел в отставку. Задача – выбор нового ректора.

Строительной компании необходимо выполнить комплекс работ. Задача директора компании – распределить работы по строительным объектам.

В этих задачах общим является следующее. Имеется множество *вариантов* (кандидатов на должность, назначенных работ). Нужно из этого множества выделить некоторое подмножество, в частном случае – один вариант. Представление о качестве вариантов характеризуют *принципом оптимальности.* Выделение некоторого подмножества решений задач относится к проблемам выбора и принятия решений.

Принято выделять следующие элементы общей структуры задач принятия решений:

а) цели, ради достижения которых принимается решение;

б) множество управляемых (разрешающих) переменных, значения которых могут определяться лицом, принимающим решение ;

в) множество внешних (экзогенных) переменных, значения которых не контролируются ЛПР и имеют вероятностный или неопределенный характер;

г) множество параметров, которые также не контролируются, но считаются в условиях данной задачи вполне определенными;

д) ограничения – предельные значения тех параметров и неконтролируемых переменных, которые не могут быть превзойдены или не достигнуты при реализации решения;

е) решение (или стратегия) – некоторая допустимая совокупность значений управляемых переменных;

ж) критерий эффективности (показатель качества) решения, на основе которого производится оценка и сравнение вариантов решений и выбор лучшего.

Предполагается, что приведенные выше элементы должны быть измеримыми, то есть иметь характер «количества» или, по меньшей мере, «величины».

В этом случае, дальнейший процесс разработки математической модели задачи будет сводиться к изучению взаимосвязей между целями, переменными, параметрами и отражению этих взаимосвязей в виде математических выражений (уравнений, неравенств и т.п.).

Среди этих выражений можно выделить две группы:

к первой относят условия достижения целей (или целевые объекты), т.е. выражения, отображающие зависимости между управляемыми переменными и поставленными целями;

ко второй группе относят выражения, отображающие условия-ограничения, описывающие связи между управляемыми переменными и теми из параметров и «внешних» переменных, которые или не могут быть превзойдены, или не достигнуты при реализации решения.

Совокупность значений управляемых переменных, удовлетворяющих системе указанных выше выражений (условиям достижения целей и ограничениям), принято называть допустимым решением (стратегией, планом).

Множество допустимых решений называется *областью допустимых решений.*

Поскольку проблема принятия решения заключается не только в нахождении допустимого решения, но и в выборе наилучшего из них по принятому критерию, – возникает необходимость определения значения критерия в зависимости от значений контролируемых переменных.

Функция, определяющая эту зависимость, называется *целевой функцией.*

Таким образом, совокупность (система) математических выражений, отражающих условия достижения целей и условия выполнения ограничений, вместе с целевой функцией и представляют собой математическую модель задачи.

Допустимое решение, при котором значение целевой функции достигает экстремума (минимального или максимального значения в зависимости от условий задачи), называется *оптимальным решением*.

Приведенные понятия (элементы структуры задач принятия решений) являются наиболее общими. При рассмотрении отдельных типов задач, понятийный аппарат расширяется. Так, например, при изучении задач массового обслуживания вводятся такие понятия, как дисциплина очереди, канал обслуживания, интенсивность обслуживания и др.; в задачах упорядочения и координации (управление проектами) – такие понятия, как критические работы, резервы времени и т.п.; в состязательных задачах (теория игр) – понятия ход, платежная матрица, чистые и смешанные стратегии и т.д.

В зависимости от условий внешней среды и степени информативности ЛПР, производится следующая классификация задач принятия решений:

а) в условиях риска;

б) в условиях неопределённости;

в) в условиях конфликта или противодействия (активного противника).

По существу, в условиях определенности данные надежно определены, условиях неопределенности они не определены. Принятие решений в условиях риска, представляет ‘‘промежуточный’’ случай.

Принятие решений в условиях неопределенности

Принятие решения в условиях неопределенности требует определения альтернативных действий, которым соответствуют расходы или доходы, висящие от (случайных) состояний природы. Матрицу в задаче принятия решений с m возможными действиями и n состояниями природы можно представить следующим образом.

	s_1	s_2	…	s_n
a_1	$v(a_1, s_1)$	$v(a_1, s_2)$	…	$v(a_1, s_n)$
a_2	$v(a_2, s_1)$	$v(a_2, s_2)$	…	$v(a_2, s_n)$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
a_m	$v(a_m, s_1)$	$v(a_m, s_2)$	…	$v(a_m, s_n)$

где a_i - вектор управляемых параметров, определяющих свойства системы;

s_j - вектор неуправляемых параметров, определяющих состояния обстановки;

$v(a_i\, s_j)$ - значение эффективности системы a_i для состояния обстановки n_j .

При принятии решений в условиях неопределенности, когда вероятности возможных вариантов обстановки неизвестны, может быть использованы ряд критериев, выбор каждого из которых, наряду с характером решаемой задачи, поставленных целевых установок и ограничений, зависит также от склонности к риску лиц, принимающих решения.

К числу классических критериев, которые используются при принятии решений в условиях неопределенности, можно отнести:

1. Критерий Лапласа.
2. Минимаксный критерий.
3. Критерий Сэвиджа.
4. Критерий Гурвица.

Эти критерии отличаются по степени консерватизма, который проявляет индивидуум, принимающий решение, перед лицом неопределенности.

Критерий Лапласа опирается на принцип недостаточного обоснования, который гласит, что поскольку распределение вероятностей состояния неизвестно, нет причин считать их различными. Следовательно, используется оптимистическое предположение, что вероятности всех состояний природы равны между собой, то есть

$$P(s_1) = P(s_2) = ... = P(s_n) = \frac{1}{n}.$$

Если при этом $v(a_i, s_j)$ представляет получаемую прибыль, то наилучшим решением является то, которое обеспечивает

$$\max_{a_i} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} v(a_i, s_j) \right\}.$$

Если величина $v(a_i, s_j)$ представляет собой расходы лица, принимающего решение, то оператор “*max*” заменяется на ”*min*”.

Минимаксный (максиминный) критерий основан на консервативном осторожном поведении лица, принимающего решение, и сводится к выбору наилучшей альтернативы из наихудших или, наоборот из наихудших альтернатив наилучшую. Если величина $v(a_i, s_j)$ представляет получаемую прибыль, то в соответствии с максиминным критерием, в качестве оптимального выбирается решение, обеспечивающее

$$\max_{a_i} \left\{ \min_{s_j} v(a_i, s_j) \right\}.$$

Если величина $v(a_i, s_j)$ представляет потери, используется минимаксный критерий, который определяется следующим соотношением

$$\min_{a_i}\left\{\max_{s_j} v(a_i, s_j)\right\}.$$

Критерий Сэвиджа стремится смягчить консерватизм минимаксного (максиминного) критерия путем замены матрицы платежей (выигрышей или проигрышей) $v(a_i, s_j)$ матрицей потерь $r(a_i, s_j)$, которая определяется следующим образом:

$$r(a_i, s_j) = \begin{cases} \max\limits_{a_k}\{v(a_k, s_j)\} - v(a_i, s_j), & \textit{если} \quad v - \textit{доход} \\ v(a_i, s_j) - \min\limits_{a_k}\{v(a_k, s_j)\}, & \textit{если} \quad v - \textit{потери} \end{cases}$$

Критерий Гурвица охватывает ряд различных подходов к принятию решений – от наиболее оптимистичного до наиболее пессимистичного (консервативного). Для описания склонности лица к оптимизму используется параметр оптимизма $0 \le \alpha \le 1$ Пусть величины $v(a_i, s_j)$ представляют доходы.

Тогда решению, выбранному по критерию Гурвица, соответствует:

$$\max_{a_i}\left\{\alpha \cdot \max_{s_j} v(a_i, s_j) + (1-\alpha)\min_{s_j} v(a_i, s_j)\right\}$$

Если $\alpha = 0$, критерий Гурвица становится консервативным, так как его применение эквивалентно применению обычного минимаксного критерия. Если $\alpha = 1$, критерий Гурвица становится слишком оптимистичным, ибо рассчитывает на наилучшее из наилучших условий. Степень оптимизма (или пессимизма) можно конкретизировать надлежащим выбором величины α из интервала $[0,1]$. При отсутствии ярко выраженной склонности к оптимизму или пессимизму выбор $\alpha = 0{,}5$ представляется разумным. Если величины $v(a_i, s_j)$ представляют потери, то критерий принимает следующий вид:

$$\min_{a_i}\left\{\alpha\cdot\min_{s_j} v(a_i,s_j)+(1-\alpha)\max_{s_j} v(a_i,s_j)\right\}$$

Пример: В некотором городе планируется построить санаторий. Организаторы посчитали, что количество отдыхающих в зависимости от времени года может быть различно и составлять 150, 200, 300 или 350 человек.

Пусть переменные $a_1 - a_4$ представляют собой возможные по количеству отдыхающих размеры санатория, а переменные $s_1 - s_4$ соответствуют различным уровням обслуживания отдыхающих.

Матрица затрат (в тыс. рублей) выглядит следующим образом:

	s1	*s2*	*s3*	*s4*
a1	100	120	160	185
a2	120	110	145	170
a3	140	145	140	175
a4	170	165	150	190

Определить оптимальный размер санатория, характеризующийся наименьшими затратами.

Решение: Критерий Лапласа. При заданных вероятностях $P\{s_j\} = \frac{1}{4},\quad j = 1,2,3,4$, ожидаемые значения затрат для различных возможных решений вычисляются следующим образом:

$$M_1\{a_1\} = \frac{1}{4}\cdot(100+120+160+185) = 141{,}25$$

$$M_2\{a_2\} = \frac{1}{4}\cdot(120+110+145+170) = 136{,}25 \quad \leftarrow \text{оптимум}$$

$$M_3\{a_3\} = \frac{1}{4}\cdot(140+145+140+175) = 150$$

$$M_4\{a_4\} = \frac{1}{4}\cdot(170+165+150+190) = 168{,}75$$

Так как исходная матрица представляет собой расходы, то оптимальное решение достигается при реализации альтернативы, характеризующейся минимальными затратами.

Вывод: наименьший уровень расходов был получен при использовании альтернативы a_2, организаторы решают построить санаторий на 200 отдыхающих.

Минимаксный критерий .

Эту же задачу можно решить с помощью минимаксного критерия

$\min\limits_{a_i}\left\{\max\limits_{s_j} v(a_i, s_j)\right\}$,так как в данном случае рассматривается матрица расходов.

	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	$\max\limits_{s_j} v(a_i, s_j)$	
$a1$	100	120	160	185	185	
$a2$	120	110	145	170	170	←минимакс
$a3$	140	145	140	175	175	
$a4$	170	165	150	190	190	

Вывод: наименьший уровень расходов получен при использовании a_2 альтернативы, организаторы решают построить санаторий на 200 отдыхающих.

Критерий Сэвиджа

Для случая исследования расходов, согласно критерию Сэвиджа, составляется матрица сожалений, элементы которой определяются по данным исходной матрицы из соотношения:

$$r(a_i, s_j) = v(a_i, s_j) - \min_{a_k}\{v(a_k, s_j)\},\ \textit{если}\quad v - \textit{потери}$$

где $\min\limits_{a_k}\{v(a_k, s_j)\}$ минимальное значение элемента в столбце матрицы

	s1	s2	s3	s4
a1	100	120	160	185
a2	120	110	145	170
a3	140	145	140	175
a4	170	165	150	190
$\min_{a_k}\{v(a_k,s_j)\}$	100	110	140	170

Матрица сожалений в данном случае имеет следующий вид:

	s1	s2	s3	s4	Максимум строк	
a1	0	10	20	15	20	←минимакс
a2	20	0	5	0	20	←минимакс
a3	40	35	0	5	40	
a4	70	55	10	20	70	

Вывод: наименьший уровень расходов получен при использовании a_1 или a_2 альтернатив, организаторы могут выбрать любую из этих двух альтернатив.

Критерий Гурвица. Для отражения своего мнения по рассматриваемому процессу принятия решения примем показатель оптимизма $\alpha = 0{,}25$ (высказывается точка зрения направленная к оптимизму)

Оптимальное решение ищется из соотношения

$$\min_{a_i}\left(\alpha \min_{s_j} v(a_i,s_j) + (1-\alpha)\max_{s_j} v(a_i,s_j)\right).$$

Тогда получаем:

	s1	s2	s3	s4	$\min_{s_j}\{v(a_i,s_j)\}$	$\max_{s_j}\{v(a_i,s_j)\}$	$\alpha \min_{s_j} v(a_i,s_j) + (1-\alpha)\max_{s_j} v(a_i,s_j)$
a1	100	120	160	185	100	185	$0{,}25\cdot 100 + (1-0{,}25)\cdot 185 = 163{,}75$
a2	120	110	145	170	110	170	$0{,}25\cdot 110 + (1-0{,}25)\cdot 170 = 155$
a3	140	145	140	175	140	175	$0{,}25\cdot 140 + (1-0{,}25)\cdot 175 = 166{,}25$
a4	170	165	150	190	150	190	$0{,}25\cdot 150 + (1-0{,}25)\cdot 190 = 180$

Вывод: наименьший уровень расходов получен при использовании a_2 альтернативы, организаторы решают построить санаторий на 200 отдыхающих.

Производные критерии

Методы принятия решений в играх с природой зависят от того, известны или нет вероятности состояний (стратегий) природы, т.е. имеет ли место ситуация риска или неопределенности. Предположим, что построена следующая платежная матрица игры с природой:

$$E = \begin{array}{c} \\ P_1 \\ P_1 \\ \ldots \\ P_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \Pi_1 & \Pi_2 & \ldots & \Pi_n \end{array} \\ \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & \ldots & e_{1n} \\ e_{21} & e_{22} & \ldots & e_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ e_{m1} & e_{m2} & \ldots & e_{mn} \end{pmatrix} \end{array}$$

Игрок I имеет *m* возможных ситуаций $P_1, P_2, \ldots, P_m$, а у природы имеется *n* возможных состояний (стратегий) $\Pi_1, \Pi_2, \ldots, \Pi_n$.

Критерий Ходжа-Лемана

Этот критерий опирается одновременно на минимаксный (максиминый) критерий и критерий Лапласа.

С помощью параметра v выражается степень доверия к используемому распределений вероятностей.

Если доверие велико, то доминирует критерий Лапласа, в противном случае - минимаксный (максиминый) критерий, т.е. мы ищем

$$\max_i e_{ir} = \max_i \left\{ \nu \sum_j e_{ij} q_j + (1-\nu) \min_j e_{ij} \right\}, \quad 0 \leqslant \nu \leqslant 1 .$$

Правило выбора, соответствующее критерию Ходжа-Лемана формируется следующим образом: матрица решений дополняется столбцом, составленным из среднего взвешенного (с весом $v = const$) математического ожидания и наименьшего результата каждой строки. Отбираются те варианты решений, в строках которого стоит наибольшее значение этого столбца.

При $v = 1$ критерий Ходжа—Лемана переходит в критерий Лапласа, а при $v = 0$ становится минимаксным. Выбор v субъективен так как степень достоверности какой-либо функции распределения — дело неоднозначное.

Для применения критерия Ходжа—Лемана желательно, чтобы ситуация, в которой принимается решение, удовлетворяла следующим свойствам:

1. Вероятности появления состояния $П_j$ неизвестны, но некоторые предположения о распределении вероятностей имеются.

2. Принятое решение теоретически допускает бесконечно много реализаций.

3. При малых числах реализации допускается некоторый риск.

Критерий Гермейера

Этот критерий ориентирован на величину потерь, т.е. на отрицательные значения всех eij . При этом

$$\max_i e_{ir} = \max_i \min_j e_{ij} q_j$$

Так как в хозяйственных задачах преимущественно имеют дело с ценами и затратами, условие $e_{ij} < 0$ обычно выполняется. В случае же, когда среди величин e_{ij} встречаются и положительные значения, можно перейти к строго отрицательным значениям с помощью преобразования $e_{ij} – a$ при подходящим образом подобранном $a > 0$. При этом оптимальный вариант решения зависит от a.

Правило выбора согласно критерию Гермейера формулируется следующим образом: матрица решений дополняется ещё одним столбцом, содержащим в каждой строке наименьшее произведение имеющегося в ней результата на вероятность соответствующего состояния $П_j$. Выбираются те варианты, в строках которых находится наибольшее значение этого столбца.

Условия его применимости таковы:

1. Вероятности появления состояния $П_j$ неизвестны.

2. С появлением тех или иных состояний, отдельно или в комплексе, необходимо считаться.

3. Допускается некоторый риск.

4. Решение может реализоваться один или несколько раз.

Если функция распределения известна не очень надёжно, а числа реализации малы, то, следуя критерию Гермейера, получают, вообще говоря, неоправданно большой риск.

BL (MM)—критерий

Стремление получить критерии, которые бы лучше приспосабливались к имеющейся ситуации, чем все до сих пор рассмотренные, привело к построению так называемых составных критериев.

Правило выбора для данного критерия формулируется следующим образом:

матрица решений дополняется еще тремя столбцами. В первом из них записываются математические ожидания каждой из строк, во втором — разность между опорным значением

$$e_{i_0 j_0} = \max_i \min_j e_{ij}$$

и наименьшим значением $\min_j e_{ij}$ соответствующей строки;

в третьем столбце помещаются разности между наибольшим значением $\max_j e_{ij}$ каждой строки и наибольшим значением той строки, в которой находится значение e_{i0j0}. Выбираются те варианты, строки которых дают наибольшее математическое ожидание, т.е. соответствующее значение

$$e_{i_0 j_0} - \max_j e_{ij}$$

из второго столбца должно быть меньше или равно некоторому заранее заданному допустимому уровню риска $\varepsilon_{доп}$. Значение же из третьего столбца должно быть больше или равны значениям из второго столбца.

Применение этого критерия обусловлено следующими признаками ситуации, в которой принимается решение:

1. Вероятности появления состояний $Пj$ неизвестны, однако имеется некоторая априорная информация в пользу какого-либо определенного распределения.

2. Необходимо считаться с появлением различных состояний как по отдельности, так и в комплексе.

3. Допускается ограниченный риск.

4. Принятое решение реализуется один раз или многократно.

BL(MM)-критерий хорошо приспособлен для построения практических решений прежде всего в области техники и может считаться достаточно надежным. Однако заданные границы риска $\varepsilon_{доп}$ и, соответственно, оценок риска ε_i не учитывает ни число применения решения, ни иную подобную информацию.

Критерий произведений

Критерий основан на максимизации величины

$$\max_i e_{ir} = \max_i \prod_j e_{ij} \; .$$

Правило выбора в этом случае формулируется так: матрица решений дополняется новым столбцом, содержащим произведения всех результатов каждой строки. Выбираются те варианты, в строках которых находятся наибольшие значения этого столбца.

Применение этого критерия обусловлено следующими обстоятельствами:

1. Вероятности появления состояния $П_j$ неизвестны.

2. С появлением каждого из состояний $П_j$ по отдельности необходимо считаться.

3. Критерий применим и при малом числе реализаций решения.

4. Некоторый риск допускается.

Критерий произведений приспособлен в первую очередь для случаев, когда все e_{ij} положительны. Если условие положительности нарушается, то сле-

дует выполнять некоторый сдвиг e_{ij} + a с некоторой константой $a > \min\limits_{i,j} e_{ij}$.
Результат при этом будет, зависеть от a. На практике чаще всего полагают

$$a = \left|\min_{i,j} e_{ij} + 1\right|$$

Если же никакая константа не может быть признана имеющей смысл, то критерий произведений не применим

Пример. При работе ЭВМ необходимо периодически приостанавливать обработку информации и проверять ЭВМ на наличие в ней вирусов. Приостановка в обработке информации приводит к определённым экономическим издержкам. В случае же если вирус вовремя обнаружен не будет, возможна потеря и некоторой части информации, что приведёт и ещё к большим убыткам.

Варианты решения таковы:

P_1 — полная проверка;

P_2 — минимальная проверка;

P_3 — отказ от проверки.

ЭВМ может находиться в следующих состояниях:

$П_1$ — вирус отсутствует;

$П_2$ — вирус есть, но он не успел повредить информацию;

$П_3$ — есть файлы, нуждающиеся в восстановлении.

Результаты, включающие затраты на поиск вируса и его ликвидацию, а также затраты, связанные с восстановлением информации имеют вид:

$$E = \begin{array}{c} \\ P_1 \\ P_1 \\ P_3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} П_1 & П_2 & П_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} -20 & -22 & -25 \\ -14 & -23 & -31 \\ 0 & -24 & -40 \end{pmatrix} \end{array}$$

Необходимо, принять оптимальное решение.

Решение. Применим **критерий Ходжа—Лемана** при условии, что q = $1/3$, $v = 0.5$:

	Π_1	Π_2	Π_3	$\sum_j e_{ij}q_j$	$\min_j e_{ij}$	$\nu\sum_j e_{ij}q_j$	$(1-\nu)\min_j e_{ij}$	e_{ir}	$\max_i e_{ir}$
P_1	-20	-22	-25	-22.33	-25	-11.17	-12.5	-23.67	$\boxed{-23.67}$
P_2	-14	-23	-31	-22.67	-31	-11.34	-15.5	-26.84	
P_3	0	-24	-40	-21.33	-40	-10.67	-20	-30.76	

Критерий Ходжа—Лемана рекомендует вариант P_1 (полная проверка).

Критерий Гермейера при *q = 1/3* даёт следующий результат

	Π_1	Π_2	Π_3	$e_{ij}q_j$			$e_{ir}=\min_j e_{ij}q_j$	$\max_i e_{ir}$
P_1	-20	-22	-25	-6.67	-7.33	-8.33	-8.33	$\boxed{-8.33}$
P_2	-14	-23	-31	-4.67	-7.67	-10.33	-10.33	
P_3	0	-24	-40	0	-8	-13.33	-13.33	

В качестве оптимального выбирается вариант P_1.

В соответствии с **BL(MM)-критерием** при $q_1=q_2=q_3=1/2$ (данные в 10^3), в таблице приведено решение

$\lVert e_{ij}\rVert$			$\sum_j e_{ij}q_j$	$e_{i_0j_0}-\min_j e_{ij}$	$\max_j e_{ij}$	$\max_j e_{ij}-\max_j e_{i_0j}$
-20.0	-22.0	-25.0	-23.33	0	-20.0	0
-14.0	-23.0	-31.0	-22.67	+6.0	-14.0	+6.0
0	-24.0	-40.0	-21.33	+15.0	0	+20.0

Вариант E_3 (отказ от проверки) принимается этим критерием только тогда, когда риск приближается к $\varepsilon_{\text{возм}} = 15\times10^3$. В противном случае оптимальным оказывается E_1.

Результаты применения **критерия произведения** при $a=41\cdot10^3$ и $a=200\cdot10^3$ имеют вид:

	$\lVert e_{ij}+a\rVert$			$e_{ir}=\prod_j e_{ij}$	$\max_i e_{ir}$
	+21	+19	+16	6384	6384
a=41	+27	+18	+10	4860	
	+41	+17	+1	697	
a=200	+180	+178	+175	5607	
	+186	+177	+169	5563	
	+200	+176	+160	5632	5632

Условие $e_{ij} > 0$ для данной матрицы не выполняется. Поэтому к ·элементам матрицы добавляется (по внешнему произволу) сначала $a=41\cdot10^3$, а затем $a=200\cdot10^3$. Для $a=41\cdot10^3$ оптимальным оказывается вариант E_1, а для $a=200\cdot10^3$ вариант E_3, зависимость оптимального варианта от a очевидна.

Задания для самостоятельной работы

Задача. Национальная школа выживания подбирает место для строительства летнего лагеря в центре Аляски в целях тренировки людей на выживание в условиях дикой природы. Школа считает, что число участников сбора может быть 200, 250, 300 или 350 человек. Стоимость летнего лагеря будет минимальной, поскольку он строится для удовлетворения только определенных небольших потребностей. Отклонения в сторону уменьшения или увеличения относительно идеальных уровней потребностей влекут за собой дополнительные затраты, обусловленные строительством избыточных (неиспользуемых) мощностей или потерей возможности получить прибыль в случае, когда некоторые потребности не удовлетворяются. Пусть переменные a_1 – a_4 представляют возможные размеры лагеря (на 200, 250, 300 или 350 человек), а переменные s_1 – s_4 – соответствующее число участников сбора. Следующая таблица содержит матрицу стоимостей (в тысячах долларов), относящуюся к описанной ситуации.

	s_1	s_2	s_3	s_4
a_1	5	10	18	25
a_2	8	7	12	23
a_3	21	18	12	21
a_4	30	22	19	15

Задача. Хенк – прилежный студент, который обычно получает хорошие отметки благодаря, в частности, тому, что имеет возможность повторить материал в ночь перед экзаменом. Перед завтрашним экзаменом Хенк столкнулся с небольшой проблемой. Его сокурсники организовали на всю ночь вечеринку, в которой он хочет участвовать. Хенк имеет три альтернативы:

a_1 – участвовать в вечеринке всю ночь,

a_2 – половину ночи участвовать в вечеринке, а половину – учиться,

a_3 – учиться всю ночь.

Профессор, принимающий завтрашний экзамен, непредсказуем, и экзамен может быть легким (s_1), средним (s_2) или трудным (s_3). В зависимости от сложности экзамена и времени, затраченного Хенком на повторение, можно ожидать следующие экзаменационные баллы.

	s_1	s_2	s_3
a_1	85	60	40
a_2	92	85	81
a_3	100	88	82

Порекомендуйте Хенку, какой выбор он должен сделать (основываясь на каждом из четырех критериев принятия решений в условиях неопределенности).

Задача. В приближении посевного сезона фермер Мак-Кой имеет четыре альтернативы:

a_1 – выращивать кукурузу,

a_2 – выращивать пшеницу,

a_3 – выращивать соевые бобы,

a_4 – использовать землю под пастбища.

Платежи, связанные с указанными возможностями, зависят от количества осадков, которые условно можно разделить на четыре категории:

s_1 – сильные осадки,

s_2 – умеренные осадки,

s_3 – незначительные осадки,

s_4 – засушливый сезон.

Платежная матрица (в тыс. долл.) оценивается следующим образом.

	s_1	s_2	s_3	s_4
a_1	–20	60	30	–5
a_2	40	50	35	0
a_3	–50	100	45	–10
a_4	12	15	15	10

Что должен посеять Мак-Кой?

Задача. В приморском городе решено открыть яхт-клуб. *Сколько следует закупить яхт* (из расчета: одна яхта на 5 человек), если предполагаемое число членов клуба колеблется от 10 до 25 человек. Годовой абонемент стоит 100 денежных единиц. Цена яхты - 170 денежных единиц. Аренда помещения и хранение яхт обходится в 730 денежных единиц в год. Составить платежную матрицу и решить задачу.

Задача. Пусть себестоимость пирожка в столовой составляет 7 руб., свежий продается за 13 руб., а невостребованный за день сдается на свиноферму по 3 руб. Сколько пирожков надо выпекать в день при спросе на них от 1 до 5?

Задача. ЛПР обдумывает четыре возможных решения. Но ситуация на рынке неопределенна, она может быть одной из четырех. С помощью экспертов ЛПР составляет матрицу доходов Q (таблица). Элемент этой матрицы показывает доход, полученный ЛПР, если им принято *i-е* решение, а ситуация оказалась *j-я*. Выбрать оптимальное решение.

Таблица

Решения	Ситуации			
	s1	s2	s3	s4
a1	0	1	2	8
a2	2	3	4	10
a3	0	4	6	10
a4	2	6	8	12

Контрольные вопросы.

1. Что показывает платежная матрица и как она строиться?
2. Какие вы знаете методы принятия решений в условиях полной неопределенности?
3. Зависят ли решения, принятые ЛПР с использованием того или иного метода, от его субъективных предпочтений?
4. Совпадают ли наилучшие решения, принятые различными методами (Лапласа, Вальда, Сэвиджа, Гурвица)?
5. Чем обосновано использование критерия Гурвица?
6. В каких случаях используют критерий Сэвиджа?
7. Что лежит в основе критерия Лапласа?

Принятие решений в условиях риска

В рассмотренных моделях в большинстве случаев предполагалось, что ЛПР обладает полной информацией при принятии решений о рассматриваемой проблеме.

Очень часто возникает ситуация, когда степень привлекательности альтернативы по тому или иному критерию не детерминирована, а является переменной и зависит от случайных факторов.

Например, некоторое лицо, имеет на руках денежную сумму и желает получить с них прибыль. Он может положить деньги в Сбербанк РФ, где процент дохода минимален, но надежность возврата вклада фактически 100%.

Другой альтернативой является вложение денег в акции какой-нибудь компании, и получить по ним большие дивиденды, но есть риск потерять деньги, в случае падения курса акций.

Критерий прибыли для второй альтернативы имеет переменный показатель.

Если ЛПР не знает, как развернется ситуация по той или иной альтернативе при принятии решения, но имеются объективные вероятности развития возможных ситуаций, то такую математическую модель называют **моделью принятия решений в условиях риска.**

Одноэтапные «игры с природой», таблицы решений удобно использовать в задачах, имеющих одно множество альтернативных решений и одно множество состояний среды. Многие задачи, однако, требуют анализа последовательности решений и состояний среды, когда одна совокупность стратегий игрока и состояний природы порождает другое состояние подобного типа.

Если имеют место два или более последовательных множеств решений, причем последующие решения основываются на результатах предыдущих, и/или два или более множеств состояний среды (т.е. появляется целая цепочка решений, вытекающих одно из другого, которые соответствуют событиям, происходящим с некоторой вероятностью), используется дерево решений.

Дерево решений — это графическое изображение последовательности решений и состояний среды с указанием соответствующих вероятностей и выигрышей для любых комбинаций альтернатив и состояний среды.

С помощью дерева решений можно решить следующие задача:

Увеличение объема платных услуг. Директор лицея, обучение в котором осуществляется на платной основе, решает, следует ли расширять здание лицея или не проводить строительных работ вообще. Если население небольшого города, в котором организован платный лицей, будет расти, то большая реконструкция могла бы принести более значительную прибыль по сравнению с незначительным расширением учебных помещений. Если население города увеличиваться не будет, то крупное расширение обойдется лицею более серьезными убытками по сравнению с малым. Однако информация о том, как будет изменяться население города, у директора отсутствует.

Выпуск нового товара. Большая химическая компания успешно завершила исследования по усовершенствованию строительной краски. Руководство компании должно решить, производить эту краску самим (и если — да, то какой мощности строить завод) либо продать патент или лицензию, а также технологию независимой фирме, которая имеет дело исключительно с производством и сбытом строительной краски. Основные источники неопределенности:

рынок сбыта, который фирма может обеспечить при продаже новой краски по данной цене;

расходы на рекламу, если компания будет сама производить и продавать краску;

время, которое потребуется конкурентам, чтобы выпустить на рынок подобный товар (успеет ли компания за этот срок окупить затраты, понесенные для того, чтобы стать лидером в данной сфере производства).

Деревья решений создаются для использования в моделях, в которых принимается последовательность решений, каждая из которых ведет к некоторому результату.

Построение и анализ дерева решений включают выполнение следующих этапов:

Этап 1. *Постановка проблемы и поиск альтернатив решения:*

выявление проблемы через сравнение достигнутого состояния и желаемого состояния;

анализ причин, вызвавших проблему;

выявление и определение значимых для постановки проблемы целей;

определение перечня подпроблем, входящих в проблему, и логической последовательности их разрешения;

подбор альтернативных решений для каждого из решений, в зависимости от условий внешней среды.

Этап 2. *Конструирование дерева решений в виде схематичного представления комплекса решаемых подпроблем*.

Дерево содержит узлы двух типов. Рисуют деревья слева направо.

Первый тип изображается в виде прямоугольника и соответствует решению определенной подпроблемы – место, где решение принимает человек. Таким образом, в этих узлах системным аналитиком производится выбор одной из альтернатив. Каждая из альтернатив представляется в виде дуги, выходящей из узла принятия решения. Необходимо отметить, что реализация r-го решения может быть связана с определенными затратами C_r. Эта величина со знаком минус указывается над дугой, соответствующей r-му решению (рис. 1).

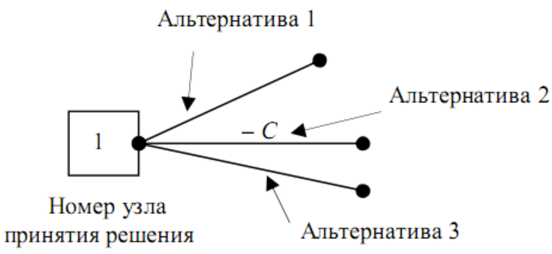


Рис. 1. Схематическое изображение узла принятия решения

Затраты на реализацию решений могут быть связаны с проведением дополнительных экспериментов для получения более точной информации, разработкой проектов технического переоснащения предприятий и т.д. В том случае, если реализация альтернативы не требует затрат, то над дугой не проставляется никаких количественных значений, а только указывается наименование альтернативы.

Второй тип узлов изображается в виде круга и соответствует моменту появления возможных исходов в зависимости от состояний внешней среды – место, где все решает случай.

Такие узлы именуются как узлы-возможности, а каждая дуга отображает возможный исход. Возникновение возможных исходов количественно задается распределением условных вероятностей (рис. 2).

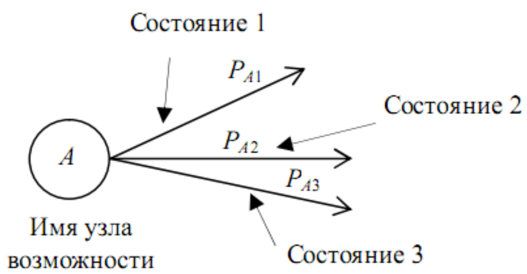


Рис. 2. Схематическое изображение узла возможностей

Конечным исходам приписывается численная величина выигрыша либо полезности (рис. 3).

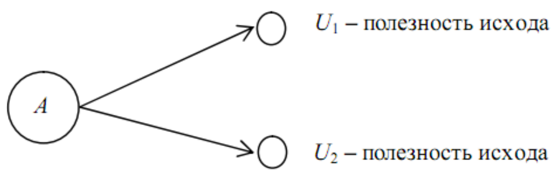
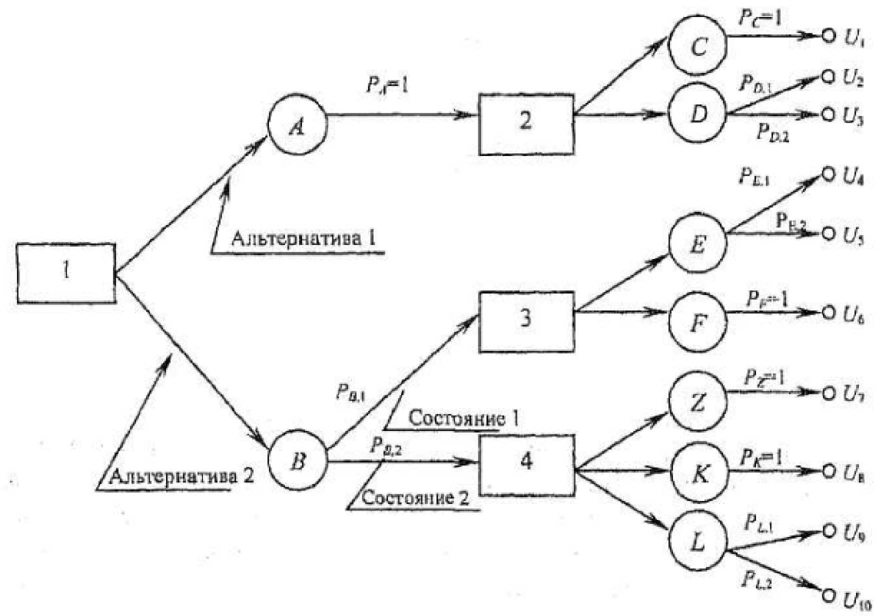


Рис. 3. Схематичное изображение конечных исходов

Ветви обозначают линии, соединяющие узлы любых типов.

Обобщенный фрагмент дерева, представлен на рисунке



Этап 3. *Анализ дерева решений производится, начиная от конечных исходов к начальному узлу принятия решений.*

Такой процесс вычислений называется обратным пересчетом.

Для узлов-возможностей определяется среднее значения выигрыша. В частности, для узла D:

$$M_D=U_2P_{D,1}+U_3P_{D,2}.$$

В том случае, если для узла-возможностей имеется только одно состояние и, следовательно, только один конечный исход, то среднее значение выигрыша для такого узла равно выигрышу конечного исхода. Так, для узла F:

$$M_F=U_6.$$

В узле принятия решения реализуется принцип максимизации среднего выигрыша либо ожидаемой полезности, т.е. в каждом узле решения системный аналитик выбирает альтернативу, которая приводит к наибольшей ожидаемой полезности, и значение этой полезности приписывается узлу решений.

В частности, для узла 3 полезность или выигрыш определяются из условия:

$M_3(3)=\max\{M_E,M_F\}$.

На основе значений полезности узлов принятия решений находятся средние значения полезности для узлов-возможностей, которые являются узлами-предками.

Процесс продолжается до тех пор, пока для начального узла принятия решений, исходя из принципа максимальной полезности, не будет определена оптимальная альтернатива.

После этого проводится просмотр дерева в прямом порядке и определяется перечень оптимальных альтернатив.

Этап 4. *Анализ устойчивости решения.*

Цель этого этапа состоит в определении предельных значениях вероятностей, при которых производится переход к другим альтернативным решениям

Этап 5. *Оценка ожидаемой ценности точной информации.*

Этот этап целесообразно выполнять в том случае, если с помощью дополнительного мониторинга внешней среды можно получить точную информацию о состоянии среды. Проведение мониторинга требует дополнительных затрат, но приводит к увеличению максимального выигрыша либо полезности. Поэтому необходимо найти разность между значениями критерия при наличии точной информации о состоянии среды и значением критерия при отсутствии такой информации.

Эта разность называется ожидаемым значением дополнительной информации. Это верхняя граница цены, которую можно заплатить за какую-либо частную дополнительную информацию. Мониторинг целесообразно проводить, если затраты на его организацию меньше вычисленной разности критериев оценки выигрышей.

Разница между ожидаемым доходом в условиях определенности и в условиях риска называется ожидаемой стоимостью полной информации.

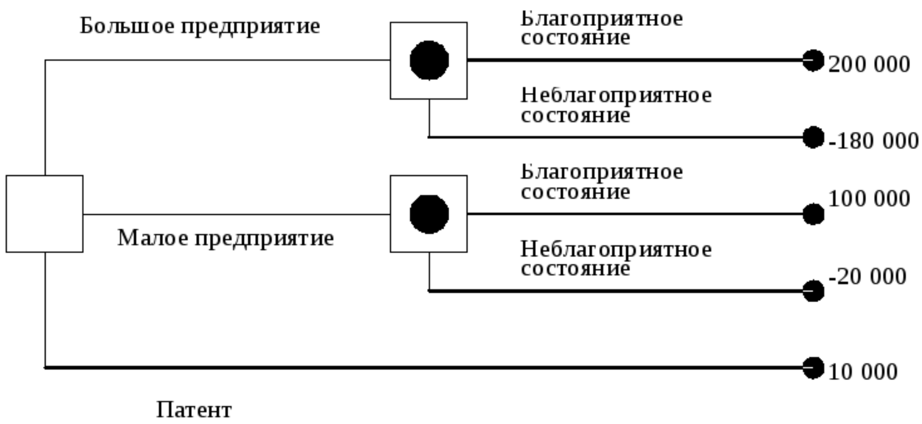
Это максимально возможный размер средств, которые можно потратить на получение полной информации.

Пример. Руководство некоторой компании решает, создавать ли для выпуска новой продукции крупное производство, малое предприятие или продать патент другой фирме. Размер выигрыша, который компания может получить, зависит от благоприятного или неблагоприятного состояния рынка.

Номер стратегии	Действия компании	Выигрыш, дол., при состоянии экономической среды	
		благоприятном	неблагоприятном
1	Строительство крупного предприятия	200 000	- 180 000
2	Строительство малого предприятия	100 000	- 20 000
3	Продажа патента	10 000	10 000

Вероятность благоприятного и неблагоприятного состояний экономической среды равна 0,5.

Решение. На основе таблицы выигрышей можно построить дерево решений.



На дереве решений: пустой квадрат – решение, принимаемое игроком; заполненный квадрат – случай, решение зависит от «случая».

Процедура принятия решения заключается в вычислении для каждой вершины дерева (при движении справа налево) ожидаемых денежных оценок, отбрасывании неперспективных ветвей и выборе ветвей с максимальной ожидаемой денежной оценкой.

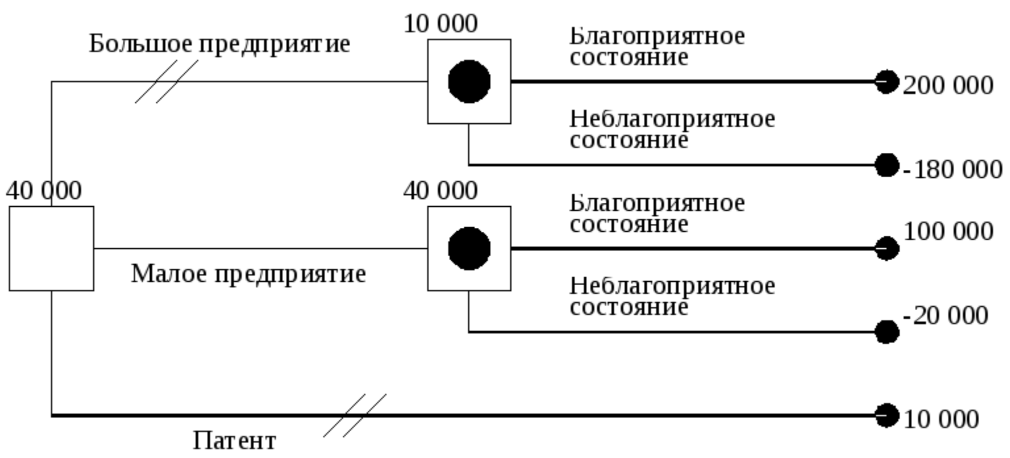
Определим средний ожидаемый выигрыш (ОДО):

для стратегии 1 $ОДО_1 = 0,5 \times 200\,000 + 0,5(-180\,000) = 10\,000$ *руб.;*

для стратегии 2 $ОДО_2 = 0,5 \times 100\,000 + 0,5(-20\,000) = 40\,000$ *руб.;*

для стратегии 3 $ОДО_3 = 10\,000$ *руб.*

Средний ожидаемый выигрыш для вершины – «случая» определяется как математическое ожидание.



Вывод. Наиболее целесообразно выбрать стратегию 2, т.е. строить малое предприятие, а ветви (стратегии) 1 и 3 дерева решений можно отбросить. ОДО наилучшего решения равна 40 000 руб.

Следует отметить, что наличие состояния с вероятностями 50% неудачи и 50% удачи на практике часто означает, что истинные вероятности игроку скорее всего неизвестны и он всего лишь принимает такую гипотезу.

Пример. Для финансирования проекта бизнесмену нужно занять сроком на один год 15000 руб. Банк может одолжить ему эти деньги под 15% годовых или вложить в дело со 100%-ным возвратом суммы, но под 9% годовых. Из прошлого опыта банкиру известно, что 4% (0,04) таких клиентов ссуду не возвращают. Что делать? Давать ему заем или нет?

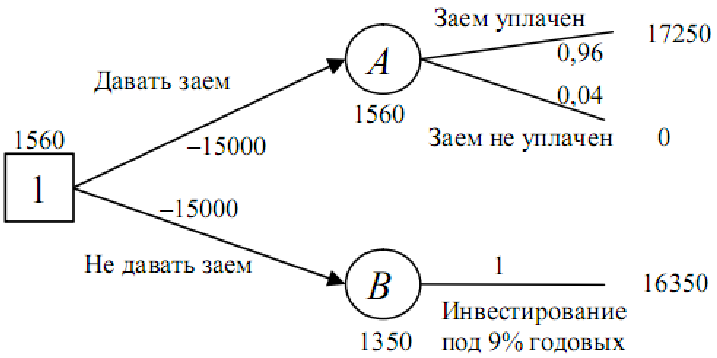
Решение. Для решении задачи воспользуемся «деревом решений».

Если заем был выдан и возвращен, то чистый доход составит:

Чистый доход = ((15000 + 15% от 15000) – 15000) = 2250 руб.

Если заем не был выдан, а был вложен в дело, то чистый доход составит:

Чистый доход = ((15000 + 9% от 15000) – 15000) = 1350 руб.



Выбирая вариант с максимальным ожидаемым доходом в конце года, получаем:

Ожидаемый чистый доход в кружках А и В вычисляется следующим образом:

В кружке А:

Е (давать заем)=(17250·0,96+0·0,04)–15000=16500–15000= 1560 руб.

В кружке В:

Е (не давать заем) = (16350·1,0 – 15000) = 1350 руб.

Вывод. В кружке А ожидаемый чистый доход больше, то принимается решение выдать заем.

Задания для самостоятельной работы

Задача. Предположим, у вас имеется возможность вложить деньги либо в 7,5%-ные облигации, которые продаются по номинальной цене, либо в специальный фонд, который выплачивает лишь 1% дивидендов. Если существует вероятность инфляции, процентная ставка возрастет до 8%, и в этом случае номинальная стоимость облигаций увеличится на 10%, а цена акций фонда – на 20%. Если прогнозируется спад, то процентная ставка понизится до 6%. При этих условиях ожидается, что номинальная стоимость облигаций поднимется на 5%, а цена акций фонда увеличится на 20%. Если состояние экономики останется неизменным, цена акций фонда увеличится на 8%, а номинальная стоимость облигаций не изменится. Экономисты оценивают в 20% шансы наступления инфляции и в 15% – и наступление спада. Ваше решение относительно инвестиций принимается с учетом экономических условий следующего года. Представьте задачу в виде дерева решений. Будете ли вы покупать акции фонда или облигации?

Задача. Фирма планирует производство новой продукции быстрого питания в национальном масштабе. Исследовательский отдел убежден в большом успехе новой продукции и хочет внедрить ее немедленно, без рекламной кампании на рынках сбыта фирмы. Отдел маркетинга положение вещей оценивает иначе и предлагает провести интенсивную рекламную кампанию. Такая кампания обойдется в 100 000 долл., а в случае успеха принесет 950 000 долл. годового дохода. В случае провала рекламной кампании (вероятность этого составляет 30%) годовой доход оценивается лишь в 200 000 долл. Если рекламная кампания не проводится вовсе, годовой доход оценивается в 400 000 долл. при условии, что покупателям понравится новая продукция (вероятность этого равна 0,8), и в 200 000 долл. с вероятностью 0,2, если покупатели останутся равнодушными к новой продукции. Постройте соответствующее дерево решений. Как должна поступить фирма в связи с производством новой продукции?

Задача. Симметричная монета подбрасывается три раза. Вы получаете один доллар за каждое выпадение герба (Г) и дополнительно 0,25 доллара за каждые два последовательных выпадения герба (заметим, что выпадение ГГГ состоит из двух последовательностей ГГ). Однако вам приходится платить 1,1 долл. за каждое выпадение решки (Р). Вашим решением является участие или неучастие в игре. Постройте соответствующее дерево решений для описанной игры. Будете ли вы играть в эту игру?

Задача. Предположим, у вас имеется возможность сыграть в игру следующего содержания. Симметричная игральная кость бросается два раза, при этом возможны четыре исхода: 1) выпадает два четных числа, 2) выпадает два нечетных числа, 3) выпадает сначала четное, затем нечетное число, 4) выпадает сначала нечетное, затем четное число. Вы можете делать одинаковые ставки на два исхода. Например, вы можете поставить на два четных числа (исход

1) и два нечетных (исход 2). Выигрыш на каждый доллар, поставленный на первый исход, равен 2 доллара, на второй и третий исходы – 1,95 доллара, на четвертый – 1,50 доллара. Постройте дерево решений для описанной игры. На какие исходы следует делать ставки?

Задача. Фирма производит партии продукции с 0,8, 1, 1,2 и 1,4 % бракованных изделий с вероятностями 0,4, 0,3, 0,25 и 0,05 соответственно. Три потребителя А, В и С заключили контракт на получение партий изделий с процентом некачественных изделий не выше 0,8, 1,2 и 1,4 % соответственно. Фирма штрафуется в сумме 1000 долл. за каждый пункт процента (пункт процента – это одна десятая процента) в случае, если процент некачественных изделий выше указанного. Наоборот, поставка партий изделий с меньшим процентом бракованных изделий, чем оговорено в контракте, приносит фирме прибыль в 500 долл. за каждый пункт процента. Предполагается, что партии изделий перед отправкой не проверяются. Постройте соответствующее дерево решений. Какой из потребителей должен иметь наивысший приоритет при получении своего заказа?

Задача. Фирма решает, какое по размеру построить предприятие: малое, среднее или крупное. Ожидаемая прибыль зависит от будущего спроса на выпускаемую продукцию.

Таблица

Ожидаемая прибыль (млн. руб.)

Альтернативы	Спрос		
	Низкий	Средний	Высокий
Малое предприятие	10	10	10
Среднее предприятие	7	12	12
Крупное предприятие	-4	2	16

Вероятность низкого спроса - 0,3;
среднего - 0,5;
высокого - 0,2.

Построить дерево решений и определить оптимальное решение.

Задача. Национальная школа выживания подбирает место для строительства летнего лагеря в центре Аляски в целях тренировки людей на выживание в условиях дикой природы. Школа считает, что число участников сбора может быть 200, 250, 300 или 350 человек. Стоимость летнего лагеря будет минимальной, поскольку он строится для удовлетворения только определенных небольших потребностей. Отклонения в сторону уменьшения или увеличения относительно идеальных уровней потребностей влекут за собой дополнительные затраты, обусловленные строительством избыточных (неиспользуемых) мощностей или потерей возможности получить прибыль в случае, когда некоторые потребности не удовлетворяются. Пусть переменные a_1 – a_4 представляют возможные размеры лагеря (на 200, 250, 300 или 350 человек), а переменные s_1 – s_4 – соответствующее число участников сбора. Следующая таблица содержит матрицу стоимостей (в тысячах долларов), относящуюся к описанной ситуации.

	s_1	s_2	s_3	s_4
a_1	5	10	18	25
a_2	8	7	12	23
a_3	21	18	12	21
a_4	30	22	19	15

Задача. Хенк – прилежный студент, который обычно получает хорошие отметки благодаря, в частности, тому, что имеет возможность повторить материал в ночь перед экзаменом. Перед завтрашним экзаменом Хенк столкнулся с небольшой проблемой. Его сокурсники организовали на всю ночь вечеринку, в которой он хочет участвовать. Хенк имеет три альтернативы:

a_1 – участвовать в вечеринке всю ночь,

a_2 – половину ночи участвовать в вечеринке, а половину – учиться,

a_3 – учиться всю ночь.

Профессор, принимающий завтрашний экзамен, непредсказуем, и экзамен может быть легким (s_1), средним (s_2) или трудным (s_3). В зависимости от сложности экзамена и времени, затраченного Хенком на повторение, можно ожидать следующие экзаменационные баллы.

	s_1	s_2	s_3
a_1	85	60	40
a_2	92	85	81
a_3	100	88	82

Порекомендуйте Хенку, какой выбор он должен сделать (основываясь на каждом из четырех критериев принятия решений в условиях неопределенности).

Задача. В приближении посевного сезона фермер Мак-Кой имеет четыре альтернативы:

a_1 – выращивать кукурузу,

a_2 – выращивать пшеницу,

a_3 – выращивать соевые бобы,

a_4 – использовать землю под пастбища.

Платежи, связанные с указанными возможностями, зависят от количества осадков, которые условно можно разделить на четыре категории:

s_1 – сильные осадки,

s_2 – умеренные осадки,

s_3 – незначительные осадки,

s_4 – засушливый сезон.

Платежная матрица (в тыс. долл.) оценивается следующим образом.

	s_1	s_2	s_3	s_4
a_1	–20	60	30	–5
a_2	40	50	35	0
a_3	–50	100	45	–10
a_4	12	15	15	10

Что должен посеять Мак-Кой?

Задача. Компания «Российский сыр» - небольшой производитель различных продуктов из сыра на экспорт. Один из продуктов - сырная паста - поставляется в страны ближнего зарубежья. Генеральный директор должен решить, сколько ящиков сырной пасты следует производить в течение месяца.

Вероятности того, что спрос на сырную пасту в течение месяца будет 6, 7, 8 или 9 ящиков, равны соответственно 0,1; 0,3; 0,5; 0,1.

Затраты на производство одного ящика равны 45 дол. Компания продает каждый ящик по цене 95 дол. Если ящик с сырной пастой не продается в течение месяца, то она портится и компания не получает дохода. Сколько ящиков следует производить в течение месяца?

Задача. Для финансирования проекта Предприятию нужно занять сроком на один год 15 млн. руб. Для этого начальник финансово-экономического отдела обращается в Банк. Банк может дать кредит Предприятию под 25% годовых или вложить те же деньги в другое дело со 100%-ным возвратом суммы, но под 10% годовых. После анализа статистики прошлого опыта кредитования, кредитный специалист Банка определил, что 7% аналогичных клиентов кредит не возвращают.

Как должен поступить кредитный специалист Банка в сложившейся ситуации: кредитовать Предприятие или вложить средства в другое дело?

Контрольные вопросы.

1. Что такое дерево решений?
2. Какие вы знаете методы принятия решений в условиях риска?
3. Алгоритм построения дерева решения.
4. Механизм формулирования задачи при построении дерева решения.
5. Методика принятия решения на основе дерева решений.

Список использованной литературы

1. Колесник, Г.В. Теория игр: Учебное пособие / Г.В. Колесник. - М.: ЛИБРОКОМ, 2013. - 152 с.

2. Краснов, М.Л. Вся высшая математика. Т. 5. Теория вероятностей. Математическая статистика. Теория игр: Учебник / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко [и др.]. - М.: ЛКИ, 2013. - 296 с.

3. Теория и методы принятия решений. Методические указания к практическим занятиям / Сост. И. С. Телина; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2007. – 27 с.

4. Авдулов, П. В. Введение в теорию принятия решений [Текст] / П. В. Авдулов. – М. : Наука, 1977. – 120 с.

5. Теория принятия решений в 2 т. Том 1 : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / В. Г. Халин [и др.] ; под ред. В. Г. Халина. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 250 с. — (Серия : Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03486-8. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/CFB94A5D-B9D2-4477-8E93-3D84E4ABD3D2.

6. Теория принятия решений в 2 т. Том 2 : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / В. Г. Халин [и др.] ; отв. ред. В. Г. Халин. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 431 с. — (Серия : Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03495-0. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/7BD8489D-4730-4136-AEB2-C56AB2546351.

7. Самков, Т. Л. Теория принятия решений [Электронный ресурс] : конспект лекций / Т. Л. Самков. - Новосибирск : Новосиб. гос. технич. ун-т, 2010. - 107 с. http://www.iprbookshop.ru/45447

8. Набатова, Д. С. Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Д. С. Набатова. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 292 с. — (Серия : Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02699-3. — Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/0AB93023-5D55-4432-B8F1-34FE55F7BE10.

9. Корнеев, А. М. Методы принятия решений : методические указания к проведению практических занятий по курсу «Теория принятия решений» / А. М. Корнеев. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. — 19 с. — ISBN 2227-8397. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/22892.html (дата обращения: 22.04.2020). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

10. Бородачёв С.М. Теория принятия решений [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.М. Бородачёв. — Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, 2014. — 124 с. — 978-5-7996-1196-5. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/69763.html