

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
*АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ*

Т.Е. Гришкина

## ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ РАЗЛИЧИЙ

*Методические указания для организации  
самостоятельной работы студентов*

Благовещенск  
Издательство АмГУ

2020

*Рекомендовано  
учебно-методическим советом университета*

*Рецензент:*

*Павельчук А.В., канд. физ.-мат. наук, заместитель директора по учебной работе общеобразовательного лицея ФГБОУ ВО АмГУ*

**Гришкина, Т.Е.**

Параметрические критерии различий: методические указания для организации самостоятельной работы студентов/ Т.Е. Гришкина – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2020. – 37 с.

Методические указания предназначены для направлений подготовки: 37.03.01 – Психология, 39.03.01 – Социология, 42.03.01 – Реклама и связи с общественностью.

Приведены теоретические вопросы, типовые задачи, встречающиеся в экспериментальных психолого-педагогических и социологических исследованиях и варианты для организации самостоятельной работы.

©Амурский государственный университет, 2020

©Т.Е. Гришкина, автор

## *ВВЕДЕНИЕ*

Параметрические критерии различий один из разделов математической статистики, в котором исследовательские задачи на сравнение средних, на определение однородности выборки решаются посредством  $t$  - критерия Стьюдента и  $F$  – критерия Фишера.

Методические указания «Параметрические критерии различий» рекомендованы для самостоятельной работы студентов следующих направлений подготовки: 37.03.01 – Психология, 39.03.01 – Социология, 42.03.01 – Реклама и связи с общественностью, в рамках дисциплин: «Математические методы в психологии», «Методы прикладной статистики для социологов», «Математические методы в проведении социологических исследований в рекламе и связях с общественностью», а также для использования в качестве дополнительного материала при организации преподавателем практических и лабораторных занятий.

Методические указания содержат теоретические вопросы для самоконтроля, примеры решения типовых задач, 12 вариантов для организации самостоятельной работы, которые позволяют формировать индивидуальную домашнюю работу студентов по данному разделу.

Для эффективной самостоятельной работы необходима предварительная проработка теоретического материала лекций, а также учебников и пособий, представленных в библиографическом списке.

## Теоретические вопросы

Прежде чем приступить к разбору типовых задач и решению индивидуальных заданий, следует ответить на вопросы для самоконтроля.

1. Понятие генеральной совокупности, выборки.
2. Репрезентативная выборка.
3. Связная, несвязная выборка.
4. Числовые характеристики распределений.
5. Нормальное распределение.
6. Методы проверки выборки на нормальность.
7. Статистические гипотезы.
8. Ошибки 1-го и 2-го рода.
9. Уровень значимости.
10. Мощность критерия.
11. Статистический критерий.
12. Наблюдаемое значение критерия.
13. Критические точки.
14. Ось значимости.
15. Основные принципы проверки статистических гипотез.
16. Параметрические критерии.
17. t- критерий Стьюдента.
18. Формулы для вычисления наблюдаемого значения для связных и несвязных выборок.
19. F- критерий Фишера.
20. Однофакторный дисперсионный анализ.

## Примеры решения типовых задач

Пример 1. При внешнем тестировании студентов аналогичных направлений подготовки двух федеральных вузов получены следующие эмпирические данные.

1-ый вуз: 82, 34, 57, 62, 70, 34, 55, 90, 70, 100, 68, 75, 92, 64, 88, 28, 54, 55, 69, 78;

2-ой вуз: 55, 34, 20, 100, 76, 62, 42, 58, 66, 57, 78, 63, 65, 84, 75.

Осуществляют ли вузы равнозначный уровень подготовки?

Решение: Пусть данные внешнего тестирования первого вуза  $x$ , второго вуза –  $y$ .

Для решения задачи применим  $t$  – критерий Стьюдента для несвязных выборок.

Основная и конкурирующая гипотезы:

$H_0: \bar{x} = \bar{y}$  – вузы осуществляют равнозначный уровень подготовки,

$H_1: \bar{x} \neq \bar{y}$  – уровень подготовки в вузах различен.

Рассчитаем наблюдаемое значение критерия по формуле:

$$t_{\text{набл}} = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{(n_1 - 1)S_x^2 + (n_2 - 1)S_y^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}},$$

где  $n_1 = 20$ ,  $n_2 = 15$ , средние значения соответственно равны:

$$\bar{x} = \frac{82 + 34 + 57 + 62 + 70 + 34 + 55 + 90 + 70 + 100 + 68 + 75 + 92 + 64 + 88 + 28 + 54 + 55 + 69 + 78}{20}$$

$$\approx 66,3$$

$$; \bar{y} = \frac{55 + 34 + 20 + 100 + 76 + 62 + 42 + 58 + 66 + 57 + 78 + 63 + 65 + 84 + 75}{15} \approx 62,3$$

выборочные дисперсии:

$$S_x^2 = \frac{1}{n_1 - 1} \sum (x - \bar{x})^2 = \frac{1}{20 - 1} [(82 - 66,3)^2 + (34 - 66,3)^2 + (57 - 66,3)^2 + \dots + (69 - 66,3)^2 + (78 - 66,3)^2] = 389,3$$

$$S_y^2 = \frac{1}{n_2 - 1} \sum (y - \bar{y})^2 = \frac{1}{15 - 1} [(55 - 62,3)^2 + (34 - 62,3)^2 + \dots + (84 - 62,3)^2 + (75 - 62,3)^2] = 400,8$$

Подставим найденные значения в формулу:

$$t_{набл} = \frac{66,3 - 62,3}{\sqrt{(20-1) \cdot 389,3 + (15-1) \cdot 400,8}} \cdot \sqrt{\frac{15 \cdot 20 \cdot (15 + 20 - 2)}{15 + 20}} = 0,59.$$

Найдем число степеней свободы:  $\kappa = n_1 + n_2 - 2 = 20 + 15 - 2 = 33$ .

С помощью таблицы значений t-критерия Стьюдента определяем критические значения. Так как уровень значимости не был задан, определяем два критических значения, для соответствующих  $\alpha$ :

$$t_{кр} = \begin{cases} 2,74 & \text{для } \alpha = 0,01 \\ 2,04 & \text{для } \alpha = 0,05 \end{cases}$$

Строим ось значимости и отмечаем критические значения критерия, наблюдаемое значение критерия:

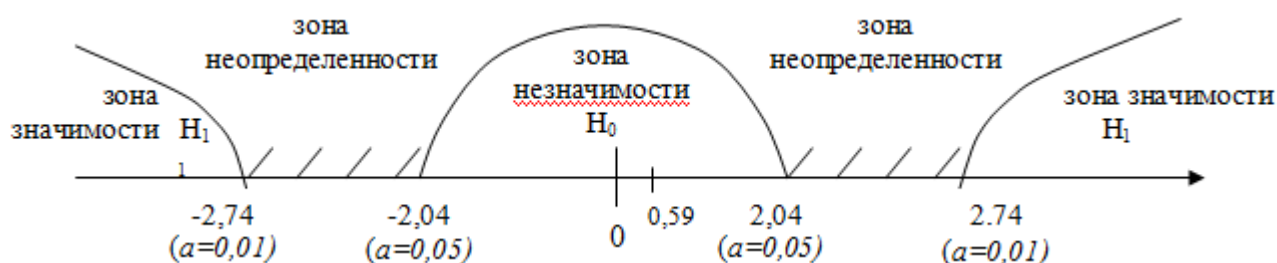


Рис. 1

Наблюдаемое значение попало в зону незначимости, принимаем нулевую гипотезу, то есть уровень подготовки в вузах равнозначен.

Пример 2. При сдаче норм по физической подготовке (бег на 2 км.) для учеников старших классов, норма составляет 13 минут. Была отобрана случайная выборка из 20 человек, среднее время преодоления дистанции составило 13 минут 30 секунд, среднее квадратическое отклонение 1 мин 45 секунд. Можно ли говорить о выполнении нормы учениками.

Решение: Обозначим время преодоления дистанции через  $x$ .

Основная и конкурирующая гипотезы:

$H_0$ :  $x = 13$  – время соответствует норме.

$H_1$ :  $x > 13$  – время преодоления дистанции больше нормы.

Для вычисления наблюдаемого значения применяем формулу

$$t_{набл} = \frac{\bar{x} - x_0}{\sigma} \sqrt{n}, \text{ где}$$

$\bar{x} = 13,5$  – среднее время преодоления дистанции;

$x_0 = 13$  – время, предусмотренное нормой;

$\sigma = 1,75$  – известное среднее квадратическое отклонение;

$n = 20$  - объем выборки.

$$t_{\text{набл}} = \frac{13,5 - 13}{1,75} \sqrt{20} = 1,25$$

Найдем число степеней свободы:  $\kappa = n - 1 = 19$ .

С помощью таблицы значений t-критерия Стьюдента определяем критические значения. Так как уровень значимости не был задан, определяем два критических значения для соответствующих  $\alpha$ :

$$t_{\text{кр}} = \begin{cases} 2,09 & \text{для } \alpha = 0,05 \\ 2,86 & \text{для } \alpha = 0,01 \end{cases}$$



Рис. 2

Наблюдаемое значение попадает в зону незначимости, принимаем нулевую гипотезу, можно говорить о выполнении нормы учениками.

Пример 3. В двух классах школы социальный педагог проводил тестирование умственного развития по тесту умственного развития младших школьников (ТУРМШ). При проверке гипотез о равенстве средних был получен результат: при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  достоверных различий нет. Педагога интересует - есть ли основания считать, что разброс в показателях умственного развития одного класса больше чем другого, при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .

Эмпирические данные представлены в таблице 1:

Таблица 1

№ учащихся	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	суммы	среднее
1 класс (x)	90	29	39	79	88	53	34	40	75	79	606	60,6
2 класс (y)	41	49	56	64	72	65	63	87	77	62	636	63,6

Решение:

Рассчитаем дисперсии для  $x$  и  $y$ :

$$S_x^2 = \frac{1}{10-1} [(90-60,6)^2 + (29-60,6)^2 + (39-60,6)^2 + \dots + (75-60,6)^2 + (79-60,6)^2] = 572,83$$

$$S_y^2 = \frac{1}{10-1} [(41-63,6)^2 + (49-63,6)^2 + \dots + (77-63,6)^2 + (62-63,6)^2] = 174,04$$

Основная и конкурирующая гипотезы:

$H_0$ :  $S_x^2 = S_y^2$  - разброс в показателях умственного развития в классах относительно среднего одинаковый

$H_1$ :  $S_x^2 \neq S_y^2$  - разброс в показателях умственного развития в классах различен.

Наблюдаемое значение  $F$  — критерия Фишера рассчитывается по формуле  $F_{набл} = \frac{S_x^2}{S_y^2}$ , где  $S_x^2$  большая по величине выборочная дисперсия,  $S_y^2$  — меньшая по величине выборочная дисперсия.

$$F_{набл} = \frac{572,83}{174,04} = 3,29$$

По таблице для  $F$  — критерия для числа степеней свободы  $\kappa_1 = n_1 - 1 = 10 - 1 = 9$ ,  $\kappa_2 = n_2 - 1 = 10 - 1 = 9$  найдем  $F_{крит}$ :

$$F_{крит} = 3,18, \text{ для } \alpha = 0,05.$$

По условию уровень значимости только  $\alpha = 0,05$ , следовательно, на оси значимости отсутствует зона неопределенности.

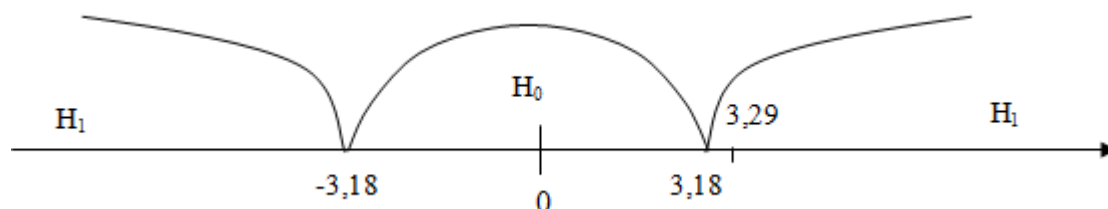


Рис. 3

Так как  $F_{набл} > F_{крит}$ , то полученная величина попала в зону значимости, в терминах статистических гипотез можно утверждать, что гипотеза  $H_0$



отвергается, а принимается гипотеза  $H_1$ , то есть можно утверждать что разброс в показателях умственного развития в двух классах различен.

Пример 4. Исследователь сравнивает эффективность 3 разных методик преподавания раздела дисциплины, для этой цели из групп студентов, обучавшихся по этим методикам, сформировано 3 выборки по 7 человек в каждой. Эффективность методик проверялась с помощью общего теста. В таблице 2 представлены результаты исследования. Проверялась гипотеза об отсутствии влияния методики преподавания на результат усвоения раздела дисциплины, при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ .

Таблица 2

№	1 выборка	2 выборка	3 выборка
1	6	7	9
2	7	2	8
3	5	3	9
4	3	6	5
5	7	5	10
6	8	5	6
7	9	6	7

Решение: проверяется гипотеза об отсутствии регулируемого фактора, то есть типа методики обучения на результат усвоения раздела дисциплины. Так как в представленном примере 3 выборки и требуется изучить влияние одного фактора на результат эксперимента, то используем однофакторный дисперсионный анализ.

Основная и конкурирующая гипотезы:

$H_0$ : методика преподавания не влияет на результат усвоения раздела дисциплины;

$H_1$ : методика преподавания влияет на результат усвоения раздела дисциплины;

Наблюдаемое значение критерия вычислим по формуле:

$$F_{\text{набл}} = \frac{S_{\text{факт}}^2}{S_{\text{сл}}^2},$$

$$\text{где } S_{\text{факт}}^2 = \frac{n \cdot \sum (\bar{x}_{zp} - \bar{x})^2}{K_{\text{факт}}},$$

$$k_{\text{факт}} = m - 1,$$

$$k_{\text{общ}} = n \cdot m - 1,$$

$$S_{\text{сл}}^2 = \frac{\sum (x_{ij} - \bar{x})^2 - n \cdot \sum (\bar{x}_{\text{гп}} - \bar{x})^2}{k_{\text{общ}} - k_{\text{факт}}}.$$

$n = 7$  – количество наблюдений в каждой выборке,

$m = 3$  – количество выборок.

Найдем средние значения по каждой выборке студентов:

$$\bar{x}_{\text{гп1}} = \frac{6+7+5+3+7+8+9}{7} \approx 6,43 \text{ – среднее количество баллов в 1 выборке,}$$

$$\bar{x}_{\text{гп2}} = \frac{7+2+3+6+5+5+6}{7} = 4,86 \text{ – среднее количество баллов во 2 выборке,}$$

$$\bar{x}_{\text{гп3}} = \frac{9+8+9+5+10+6+7}{7} = 7,71 \text{ – среднее количество баллов в 3 выборке,}$$

$$\bar{x} = \frac{6+7+5+3+7+8+9+7+2+3+6+5+5+6+9+8+9+5+10+6+7}{21} \approx 6,33 \text{ –}$$

среднее количество баллов по всей совокупности,

$$k_{\text{общ}} = 7 \cdot 3 - 1 = 20,$$

$$k_{\text{факт}} = 3 - 1 = 2,$$

$$S_{\text{факт}}^2 = \frac{7 \cdot [(6,43 - 6,33)^2 + (4,86 - 6,33)^2 + (7,71 - 6,33)^2]}{2} = 14,26$$

$$S_{\text{сл}}^2 = \frac{[(6-6,33)^2 + (7-6,33)^2 + \dots + (6-6,33)^2 + (7-6,33)^2] - 7 \cdot [(6,43 - 6,33)^2 + (4,86 - 6,33)^2 + (7,71 - 6,33)^2]}{20 - 2} =$$

$$= 3,45$$

$$F_{\text{набл}} = \frac{14,26}{3,45} \approx 4,13$$

По таблице для F – критерия Фишера, найдем  $F_{\text{крит}}$ ; число степеней свободы  $k_1 = k_{\text{факт}} = 2$ ,  $k_2 = k_{\text{общ}} - k_{\text{факт}} = 20 - 2 = 18$

$$F_{\text{крит}} = 3,55, \text{ для } \alpha = 0,05.$$

Строим ось значимости и отмечаем критические значения критерия, наблюдаемое значение критерия (так как уровень значимости был задан, то зона неопределенности отсутствует):

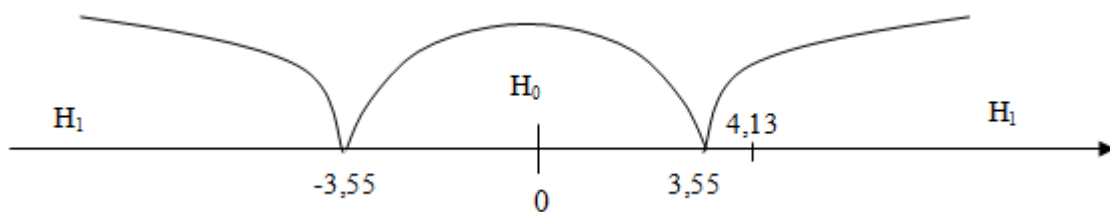


Рис. 4

Так как  $F_{набл} > F_{крит}$ , то полученная величина попала в зону значимости, в терминах статистических гипотез можно утверждать, что гипотеза  $H_0$  отвергается, а принимается гипотеза  $H_1$ , значит, методика преподавания влияет на результат усвоения раздела дисциплины.

## Варианты заданий для самостоятельной работы

### Вариант №1

1. Репетиторский центр организовал годовые курсы для подготовки к ЕГЭ по профильной математике. Представлены результаты входного тестирования у будущих 10 слушателей курса, вторая выборка получена по результатам сданного экзамена у других 10 человек, окончивших эти курсы. Буквы-инициалы слушателей:

1-я выборка: АЕ 50; ВТ 27; ДА 56; КА 33; МС 18; НО 50; ОА 23; РЛ 45; ТМ 39; ШП 33;

2-я выборка: БМ 74; ВЕ 56; ИГ 62; ЛП 45 МА 78; НТ 68; ОД 82; ПВ 68; СТ 72; ФР 50

1. Возможно ли, по представленным эмпирическим данным объективно оценить результаты подготовки центра к ЕГЭ?

2. Проанализируйте работу центра, если в повторную выборку отобрали тех же 10 человек. Результаты ЕГЭ составили:

2-ая выборка: АЕ 56 ВТ 39; ДА 80; КА 70; МС 62; НО 50; ОА 45; РЛ 78; ТМ 39; ШП 72.

Эффективны ли курсы, разработанные репетиторским центром?

3. Центр при рекламе своих услуг заявляет, что средний балл сданного экзамена составляет 70 баллов. Есть ли основания доверять данной рекламе?

2. Представлены выборочные данные по результатам дифференцированного зачета по «Математическим методам в психологии» в группах 864об и 764об. Есть ли различия в степени однородности выборок?

864об - 5, 4, 3, 4, 3, 4, 4, 4, 5, 4, 5, 3, 2, 4, 3;

764об – 4, 5, 5, 4, 4, 3, 2, 4, 3, 3.

3. По результатам прошлых лет, средний балл аттестата студентов колледжа по специальности «Программирование в компьютерных системах» равен 4,7. Проведена выборка 15 средних баллов аттестатов из аттестатов,

представленных в текущем году в приемную комиссию. Получены эмпирические данные: 4,2; 4; 4,5; 5; 4,4; 4,6; 4,3; 4; 4,8; 5; 4,2; 4,6; 4; 4,7; 4,1. При уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , проверьте гипотезу о снижении среднего балла в текущем году.

4. Исследователь сравнивает эффективность 3 разных методик преподавания дисциплины, для этой цели из группы студентов, обучавшихся по этим методикам, сформировано 3 группы по 8 человек в каждой. Эффективность методик проверялась с помощью общего теста, (максимальный балл в тесте 10). В таблице представлены результаты исследования. Проверялась гипотеза об отсутствии влияния методики на результат усвоения дисциплины.

№	1 группа	2 группа	3 группа
1	7	7	3
2	6	8	5
3	5	5	6
4	4	4	6
5	5	8	7
6	6	9	8
7	7	8	6
8	7	8	7

## Вариант №2

1. Медицинский оздоровительный центр разработал программу для снижения веса. Центр провел анализ по выборкам из 10 человек до и после прохождения программы. Выбор респондентов проводили случайно, по заявленным спискам. Буквы – инициалы респондентов, цифры – вес в килограммах:

До программы: БТ 96; ГА 72; ДТ 79; ЕМ 95; ЛС 100; МА 68; НР 90; ОА 98; РВ 84; УТ 104.

После программы: АА 87; ВД 85; ГС 73; ДМ 60; ЕМ 100; НО 70; ОИ 90; ПД 92; СМ 78; ТК 69.

1. Возможно ли, по представленным эмпирическим данным объективно оценить результаты программы?

2. Проанализируйте работу центра, если в повторную выборку отобрали тех же 10 человек.

После программы: БТ 90; ГА 69; ДТ 78; ЕМ 85; ЛС 92; МА 62; НР 89; ОА 94; РВ 81; УТ 94.

Эффективна ли разработанная программа центра?

3. Медицинский центр при рекламе своих услуг заявил, что потеря веса составит 5 килограмм, есть ли основания доверять данной рекламе?

2. Школьный психолог проводил тест на определения уровня интеллектуального развития у старших школьников из 2 классов параллели. Проверьте гипотезу об отсутствии различий в однородности представленных выборок.

	Уровень интеллектуального развития						
Класс 1	100	95	98	115	100	96	105
Класс 2	125	97	110	108	80	90	100

3. По результатам прошлых лет, средний балл аттестата студентов колледжа по специальности «Техническое обслуживание и ремонт систем

вентиляции и кондиционирования» равен 4,5. Проведена выборка 16 средних баллов аттестатов из аттестатов, представленных в текущем году в приемную комиссию. При уровне значимости  $\alpha = 0,01$ , проверьте гипотезу об увеличении среднего балла в текущем году.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Средний балл	5	4,4	4,5	4,4	4,8	4,6	4,8	4,6	4,2	4,8	4,5	5	4,1	4,2	4,6	4,5

4. Исследователь сравнивает эффективность 3 разных методик преподавания дисциплины, для этой цели из группы студентов, обучавшихся по этим методикам, сформировано 3 группы по 8 человек в каждой. Эффективность методик проверялась с помощью общего теста. В таблице представлены результаты исследования. Проверялась гипотеза об отсутствии влияния методики на результат усвоения дисциплины

№	1 группа	2 группа	3 группа
1	6	5	10
2	5	7	6
3	4	8	7
4	5	5	8
5	6	7	7
6	7	6	8
7	6	8	5
8	8	9	8

### Вариант №3

1. Репетиторский центр организовал годовые курсы для подготовки к ЕГЭ по профильной математике. Представлены результаты входного тестирования у будущих 10 слушателей курса, вторая выборка получена по результатам сданного экзамена у других 10 человек, окончивших эти курсы. Буквы-инициалы слушателей:

1-я выборка: АЕ 45; ВТ 33; ДА 50; КА 70; МС 23; НО 56; ОА 45; РЛ 39; ТМ 50; ШП 39;

2-я выборка: БМ 70; ВЕ 72; ИГ 68; ЛП 50 МА 62; НТ 33; ОД 80; ПВ 82; СТ 74; ФР 58

1. Возможно ли, по представленным эмпирическим данным объективно оценить результаты подготовки центра к ЕГЭ?

2. Проанализируйте работу центра, если в повторную выборку отобрали тех же 10 человек. Результаты ЕГЭ составили:

2-ая выборка: АЕ 62 ВТ 50; ДА 70; КА 74; МС 68; НО 78; ОА 50; РЛ 72; ТМ 50; ШП 68.

Эффективны ли курсы, разработанные репетиторским центром?

3. Центр при рекламе своих услуг заявляет, что средний балл сданного экзамена составляет 70 баллов. Есть ли основания доверять данной рекламе?

2. Представлены выборочные данные по результатам дифференцированного зачета по «Математическим методам в психологии» в группах 864об и 764об. Есть ли различия в степени однородности выборок?

864об - 4, 3, 3, 4, 3, 4, 4, 4, 5, 4, 5, 3, 4, 4, 3, 5;

764об – 4, 5, 5, 4, 5, 3, 5, 4, 3, 5, 4, 4.

3. По результатам прошлых лет, средний балл аттестата студентов колледжа по специальности «Программирование в компьютерных системах» равен 4,7. Проведена выборка 15 средних баллов аттестатов из аттестатов, представленных в текущем году в приемную комиссию. Получены



эмпирические данные: 4,3; 4,1; 4,7; 5; 4,3; 4,1; 4; 4; 4,5; 4,5; 4,2; 4,6; 4,4; 4,7; 4,2.

При уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , проверьте гипотезу о снижении среднего балла в текущем году.

4. Исследователь сравнивает эффективность 3 разных методик преподавания дисциплины, для этой цели из группы студентов, обучавшихся по этим методикам, сформировано 3 группы по 8 человек в каждой. Эффективность методик проверялась с помощью общего теста, (максимальный балл в тесте 10). В таблице представлены результаты исследования. Проверялась гипотеза об отсутствии влияния методики на результат усвоения дисциплины.

№	1 группа	2 группа	3 группа
1	6	5	3
2	5	8	4
3	7	9	7
4	8	7	5
5	8	8	4
6	4	9	5
7	7	8	6
8	8	7	5

## Вариант №4

1. Медицинский оздоровительный центр разработал программу для снижения веса. Центр провел анализ по выборкам из 10 человек до и после прохождения программы. Выбор респондентов проводили случайно, по заявленным спискам. Буквы – инициалы респондентов, цифры – вес в килограммах:

До программы: БТ 86; ГА 74; ДТ 92; ЕМ 100; ЛС 68; МА 90; НР 89; ОА 100; РВ 94; УТ 75.

После программы: АА 57; ВД 65; ГС 53; ДМ 64; ЕМ 92; НО 60; ОИ 68; ПД 77; СМ 80; ТК 65.

1. Возможно ли, по представленным эмпирическим данным объективно оценить результаты программы?

2. Проанализируйте работу центра, если в повторную выборку отобрали тех же 10 человек.

После программы: БТ 86; ГА 72; ДТ 84; ЕМ 90; ЛС 63; МА 84; НР 89; ОА 94; РВ 88; УТ 75.

Эффективна ли разработанная программа центра?

3. Медицинский центр при рекламе своих услуг заявил, что потеря веса составит 5 килограмм, есть ли основания доверять данной рекламе?

2. Школьный психолог проводил тест на определения уровня интеллектуального развития у старших школьников из 2 классов параллели. Проверьте гипотезу об отсутствии различий в однородности представленных выборок.

	Уровень интеллектуального развития						
Класс 1	110	100	95	80	94	102	98
Класс 2	108	94	90	106	84	92	108

3. По результатам прошлых лет, средний балл аттестата студентов колледжа по специальности «Техническое обслуживание и ремонт систем

вентиляции и кондиционирования» равен 4,6. Проведена выборка 16 средних баллов аттестатов из аттестатов, представленных в текущем году в приемную комиссию. При уровне значимости  $\alpha = 0,01$ , проверьте гипотезу об увеличении среднего балла в текущем году.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Средний балл	4,8	4,9	5	4,6	4,4	4,6	4,5	4,3	4,7	4,8	4,6	5	4,8	4,2	4,7	4,5

4. Исследователь сравнивает эффективность 3 разных методик преподавания дисциплины, для этой цели из группы студентов, обучавшихся по этим методикам, сформировано 3 группы по 8 человек в каждой. Эффективность методик проверялась с помощью общего теста. В таблице представлены результаты исследования. Проверялась гипотеза об отсутствии влияния методики на результат усвоения дисциплины

№	1 группа	2 группа	3 группа
1	5	5	10
2	6	6	9
3	5	7	7
4	7	6	9
5	5	6	8
6	5	8	9
7	6	5	10
8	8	6	8

## Вариант №5

1. Репетиторский центр организовал годовые курсы для подготовки к ЕГЭ по профильной математике. Представлены результаты входного тестирования у будущих 10 слушателей курса, вторая выборка получена по результатам сданного экзамена у других 10 человек, окончивших эти курсы. Буквы-инициалы слушателей:

1-я выборка: АЕ 39; ВТ 33; ДА 50; КА 27; МС 39; НО 39; ОА 27; РЛ 50; ТМ 33; ШП 45;

2-я выборка: БМ 62; ВЕ 45; ИГ 68; ЛП 50 МА 80; НТ 72; ОД 70; ПВ 62; СТ 74; ФР 56

1. Возможно ли, по представленным эмпирическим данным объективно оценить результаты подготовки центра к ЕГЭ?

2. Проанализируйте работу центра, если в повторную выборку отобрали тех же 10 человек. Результаты ЕГЭ составили:

2-ая выборка: АЕ 70 ВТ 55; ДА 68; КА 72; МС 56; НО 68; ОА 50; РЛ 80; ТМ 56; ШП 74.

Эффективны ли курсы, разработанные репетиторским центром?

3. Центр при рекламе своих услуг заявляет, что средний балл сданного экзамена составляет 70 баллов. Есть ли основания доверять данной рекламе?

2. Представлены выборочные данные по результатам дифференцированного зачета по «Математическим методам в психологии» в группах 864об и 764об. Есть ли различия в степени однородности выборок?

864об - 4, 5, 3, 4, 3, 4, 3, 4, 4, 4, 5, 4, 5, 3, 2, 4, 3;

764об – 5, 4, 4, 4, 4, 3, 5, 4, 3, 4, 3, 2.

3. По результатам прошлых лет, средний балл аттестата студентов колледжа по специальности «Программирование в компьютерных системах» равен 4,6. Проведена выборка 15 средних баллов аттестатов из аттестатов, представленных в текущем году в приемную комиссию. Получены

эмпирические данные: 4,6; 4; 4,5; 4,8; 4,4; 4,7; 4,4; 4,7; 4,6; 5; 4,2; 4,5; 5; 4,7; 4,2.  
При уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , проверьте гипотезу о снижении среднего балла в текущем году.

4. Исследователь сравнивает эффективность 3 разных методик преподавания дисциплины, для этой цели из группы студентов, обучавшихся по этим методикам, сформировано 3 группы по 8 человек в каждой. Эффективность методик проверялась с помощью общего теста, (максимальный балл в тесте 10). В таблице представлены результаты исследования. Проверялась гипотеза об отсутствии влияния методики на результат усвоения дисциплины.

	1 группа	2 группа	3 группа
1	5	5	4
2	7	6	5
3	7	7	5
4	8	8	6
5	7	9	7
6	6	8	7
7	5	7	6
8	7	6	9

## Вариант №6

1. Медицинский оздоровительный центр разработал программу для снижения веса. Центр провел анализ по выборкам из 10 человек до и после прохождения программы. Выбор респондентов проводили случайно, по заявленным спискам. Буквы – инициалы респондентов, цифры – вес в килограммах:

До программы: БТ 90; ГА 84; ДТ 86; ЕМ 75; ЛС 88; МА 79; НР 85; ОА 84; РВ 94; УТ 100.

После программы: АА 80; ВД 75; ГС 79; ДМ 74; ЕМ 95; НО 72; ОИ 87; ПД 69; СМ 72; ТК 74.

1. Возможно ли, по представленным эмпирическим данным объективно оценить результаты программы?

2. Проанализируйте работу центра, если в повторную выборку отобрали тех же 10 человек.

После программы: БТ 90; ГА 79; ДТ 78; ЕМ 74; ЛС 82; МА 69; НР 89; ОА 80; РВ 88; УТ 94.

Эффективна ли разработанная программа центра?

3. Медицинский центр при рекламе своих услуг заявил, что потеря веса составит 5 килограмм, есть ли основания доверять данной рекламе?

2. Школьный психолог проводил тест на определения уровня интеллектуального развития у старших школьников из 2 классов параллели. Проверьте гипотезу об отсутствии различий в однородности представленных выборок.

	Уровень интеллектуального развития						
Класс 1	94	110	88	100	120	90	107
Класс 2	112	90	94	98	100	110	115

3. По результатам прошлых лет, средний балл аттестата студентов колледжа по специальности «Техническое обслуживание и ремонт систем

вентиляции и кондиционирования» равен 4,8. Проведена выборка 16 средних баллов аттестатов из аттестатов, представленных в текущем году в приемную комиссию. При уровне значимости  $\alpha = 0,01$ , проверьте гипотезу об увеличении среднего балла в текущем году.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Средний балл	5	4,8	4,9	4,7	4,4	4,7	4,8	4,9	5	4,8	4,5	5	4,9	4,8	5	5

4. Исследователь сравнивает эффективность 3 разных методик преподавания дисциплины, для этой цели из группы студентов, обучавшихся по этим методикам, сформировано 3 группы по 8 человек в каждой. Эффективность методик проверялась с помощью общего теста. В таблице представлены результаты исследования. Проверяться гипотеза об отсутствии влияния методики на результат усвоения дисциплины.

№	1 группа	2 группа	3 группа
1	5	7	5
2	5	7	6
3	6	6	7
4	5	7	8
5	6	7	8
6	6	6	9
7	6	8	10
8	7	9	9

## Вариант №7

1. Репетиторский центр организовал годовые курсы для подготовки к ЕГЭ по профильной математике. Представлены результаты входного тестирования у будущих 10 слушателей курса, вторая выборка получена по результатам сданного экзамена у других 10 человек, окончивших эти курсы. Буквы-инициалы слушателей:

1-я выборка: АЕ 45; ВТ 18; ДА 39; КА 45; МС 50; НО 27; ОА 33; РЛ 45; ТМ 27; ШП 39;

2-я выборка: БМ 68; ВЕ 76; ИГ 68; ЛП 80 МА 78; НТ 56; ОД 62; ПВ 78; СТ 62; ФР 56

1. Возможно ли, по представленным эмпирическим данным объективно оценить результаты подготовки центра к ЕГЭ?

2. Проанализируйте работу центра, если в повторную выборку отобрали тех же 10 человек. Результаты ЕГЭ составили:

2-ая выборка: АЕ 74 ВТ 33; ДА 50; КА 70; МС 72; НО 56; ОА 45; РЛ 78; ТМ 68; ШП 62.

Эффективны ли курсы, разработанные репетиторским центром?

3. Центр при рекламе своих услуг заявляет, что средний балл сданного экзамена составляет 70 баллов. Есть ли основания доверять данной рекламе?

2. Представлены выборочные данные по результатам дифференцированного зачета по «Математическим методам в психологии» в группах 864об и 764об. Есть ли различия в степени однородности выборок?

864об - 5, 5, 5, 4, 3, 2, 4, 4, 4, 4, 5, 3, 2, 4, 3;

764об – 3, 4, 5, 4, 4, 3, 5, 4, 3, 4, 5, 4, 4.

3. По результатам прошлых лет, средний балл аттестата студентов колледжа по специальности «Программирование в компьютерных системах» равен 4,8. Проведена выборка 15 средних баллов аттестатов из аттестатов, представленных в текущем году в приемную комиссию. Получены



эмпирические данные: 4,7; 4,5; 4,7; 5; 4,8; 4,6; 4,7; 4,4; 4,8; 4,4; 4,2; 4,6; 5; 4,7; 4,8. При уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , проверьте гипотезу о снижении среднего балла в текущем году.

4. Исследователь сравнивает эффективность 3 разных методик преподавания дисциплины, для этой цели из группы студентов, обучавшихся по этим методикам, сформировано 3 группы по 8 человек в каждой. Эффективность методик проверялась с помощью общего теста, (максимальный балл в тесте 10). В таблице представлены результаты исследования. Проверялась гипотеза об отсутствии влияния методики на результат усвоения дисциплины.

№	1 группа	2 группа	3 группа
1	10	6	5
2	9	7	6
3	9	7	6
4	7	6	7
5	8	7	8
6	8	5	7
7	6	9	6
8	8	7	5

## Вариант №8

1. Медицинский оздоровительный центр разработал программу для снижения веса. Центр провел анализ по выборкам из 10 человек до и после прохождения программы. Выбор респондентов проводили случайно, по заявленным спискам. Буквы – инициалы респондентов, цифры – вес в килограммах:

До программы: БТ 102; ГА 84; ДТ 92; ЕМ 76 ЛС 85; МА 75; НР 96; ОА 97; РВ 88; УТ 78.

После программы: АА 94; ВД 75; ГС 83; ДМ 79; ЕМ 80; НО 95; ОИ 98; ПД 80; СМ 70; ТК 72.

1. Возможно ли, по представленным эмпирическим данным объективно оценить результаты программы?

2. Проанализируйте работу центра, если в повторную выборку отобрали тех же 10 человек.

После программы: БТ 96; ГА 82; ДТ 90; ЕМ 75; ЛС 85; МА 73; НР 89; ОА 94; РВ 81; УТ 75.

Эффективна ли разработанная программа центра?

3. Медицинский центр при рекламе своих услуг заявил, что потеря веса составит 5 килограмм, есть ли основания доверять данной рекламе?

2. Школьный психолог проводил тест на определения уровня интеллектуального развития у старших школьников из 2 классов параллели. Проверьте гипотезу об отсутствии различий в однородности представленных выборок.

	Уровень интеллектуального развития						
Класс 1	92	100	102	110	92	96	80
Класс 2	88	97	105	120	98	105	110

3. По результатам прошлых лет, средний балл аттестата студентов колледжа по специальности «Техническое обслуживание и ремонт систем

вентиляции и кондиционирования» равен 4,4. Проведена выборка 16 средних баллов аттестатов из аттестатов, представленных в текущем году в приемную комиссию. При уровне значимости  $\alpha = 0,01$ , проверьте гипотезу об увеличении среднего балла в текущем году.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Средний балл	4,3	4,2	4,6	4,7	4,8	5	4,8	4,4	4,7	4,8	4,5	5	4,6	4,4	4,6	4,3

4. Исследователь сравнивает эффективность 3 разных методик преподавания дисциплины, для этой цели из группы студентов, обучавшихся по этим методикам, сформировано 3 группы по 8 человек в каждой. Эффективность методик проверялась с помощью общего теста. В таблице представлены результаты исследования. Проверялась гипотеза об отсутствии влияния методики на результат усвоения дисциплины.

№	1 группа	2 группа	3 группа
1	10	6	6
2	8	7	7
3	9	4	7
4	8	5	8
5	9	6	7
6	9	6	8
7	8	7	5
8	6	5	9

## Вариант №9

1. Репетиторский центр организовал годовые курсы для подготовки к ЕГЭ по профильной математике. Представлены результаты входного тестирования у будущих 10 слушателей курса, вторая выборка получена по результатам сданного экзамена у других 10 человек, окончивших эти курсы. Буквы-инициалы слушателей:

1-я выборка: АЕ 33; ВТ 39; ДА 50; КА 56; МС 27; НО 27; ОА 45; РЛ 62; ТМ 39; ШП 50;

2-я выборка: БМ 56; ВЕ 62; ИГ 70; ЛП 45 МА 82; НТ 74; ОД 76 ПВ 68; СТ 62; ФР 56

1. Возможно ли, по представленным эмпирическим данным объективно оценить результаты подготовки центра к ЕГЭ?

2. Проанализируйте работу центра, если в повторную выборку отобрали тех же 10 человек. Результаты ЕГЭ составили:

2-ая выборка: АЕ 62 ВТ 50; ДА 72; КА 70; МС 50; НО 68; ОА 74; РЛ 78; ТМ 68; ШП 74.

Эффективны ли курсы, разработанные репетиторским центром?

3. Центр при рекламе своих услуг заявляет, что средний балл сданного экзамена составляет 70 баллов. Есть ли основания доверять данной рекламе?

2. Представлены выборочные данные по результатам дифференцированного зачета по «Математическим методам в психологии» в группах 864об и 764об. Есть ли различия в степени однородности выборок?

864об - 4, 5, 3, 4, 3, 3, 4, 4, 5, 4, 5, 3, 2, 4, 3,2;

764об – 4, 5, 4, 4, 3, 2, 3, 5, 4, 3, 3.

3. По результатам прошлых лет, средний балл аттестата студентов колледжа по специальности «Программирование в компьютерных системах» равен 4,9. Проведена выборка 15 средних баллов аттестатов из аттестатов, представленных в текущем году в приемную комиссию. Получены

эмпирические данные: 4,9; 4,8; 4,5; 4,3; 4,4; 4,8; 5; 4,3; 4,8; 4,9; 5; 4,7; 5; 4,7; 4,4.  
При уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , проверьте гипотезу о снижении среднего балла в текущем году.

4. Исследователь сравнивает эффективность 3 разных методик преподавания дисциплины, для этой цели из группы студентов, обучавшихся по этим методикам, сформировано 3 группы по 8 человек в каждой. Эффективность методик проверялась с помощью общего теста, (максимальный балл в тесте 10). В таблице представлены результаты исследования. Проверялась гипотеза об отсутствии влияния методики на результат усвоения дисциплины.

№	1 группа	2 группа	3 группа
1	7	5	4
2	5	7	10
3	7	8	6
4	7	8	7
5	7	7	7
6	9	8	8
7	4	10	7
8	6	4	9

## Вариант №10

1. Медицинский оздоровительный центр разработал программу для снижения веса. Центр провел анализ по выборкам из 10 человек до и после прохождения программы. Выбор респондентов проводили случайно, по заявленным спискам. Буквы – инициалы респондентов, цифры – вес в килограммах:

До программы: БТ 78; ГА 85; ДТ 70; ЕМ 84; ЛС 92; МА 95; НР 80; ОА 98; РВ 94; УТ 86.

После программы: АА 72; ВД 84; ГС 63; ДМ 76; ЕМ 90; НО 78; ОИ 89 ПД 83; СМ 65; ТК 79.

1. Возможно ли, по представленным эмпирическим данным объективно оценить результаты программы?

2. Проанализируйте работу центра, если в повторную выборку отобрали тех же 10 человек.

После программы: БТ 72; ГА 82; ДТ 68; ЕМ 81; ЛС 90; МА 91; НР 79; ОА 94; РВ 85; УТ 81.

Эффективна ли разработанная программа центра?

3. Медицинский центр при рекламе своих услуг заявил, что потеря веса составит 5 килограмм, есть ли основания доверять данной рекламе?

2. Школьный психолог проводил тест на определения уровня интеллектуального развития у старших школьников из 2 классов параллели. Проверьте гипотезу об отсутствии различий в однородности представленных выборок.

	Уровень интеллектуального развития						
Класс 1	99	104	120	105	86	90	100
Класс 2	90	98	100	102	91	110	114

3. По результатам прошлых лет, средний балл аттестата студентов колледжа по специальности «Техническое обслуживание и ремонт систем

вентиляции и кондиционирования» равен 4,4. Проведена выборка 16 средних баллов аттестатов из аттестатов, представленных в текущем году в приемную комиссию. При уровне значимости  $\alpha = 0,01$ , проверьте гипотезу об увеличении среднего балла в текущем году.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Средний балл	4,4	4,6	4,5	5	4,6	4,8	4,7	4,5	4,2	4,8	4,7	5	4,7	4,2	4,5	4,1

4. Исследователь сравнивает эффективность 3 разных методик преподавания дисциплины, для этой цели из группы студентов, обучавшихся по этим методикам, сформировано 3 группы по 8 человек в каждой. Эффективность методик проверялась с помощью общего теста. В таблице представлены результаты исследования. Проверялась гипотеза об отсутствии влияния методики на результат усвоения раздела дисциплины.

№	1 группа	2 группа	3 группа
1	5	9	5
2	6	8	5
3	7	8	6
4	7	4	6
5	8	6	9
6	8	7	8
7	9	8	6
8	10	7	7

## Вариант № 11

1. Репетиторский центр организовал годовые курсы для подготовки к ЕГЭ по профильной математике. Представлены результаты входного тестирования у будущих 10 слушателей курса, вторая выборка получена по результатам сданного экзамена у других 10 человек, окончивших эти курсы. Буквы-инициалы слушателей:

1-я выборка: АЕ 62; ВТ 50; ДА 56; КА 50; МС 45; НО 27; ОА 56; РЛ 56; ТМ 39; ШП 68;

2-я выборка: БМ 74; ВЕ 76; ИГ 62; ЛП 86 МА 78; НТ 62; ОД 62; ПВ 74; СТ 50; ФР 56

1. Возможно ли, по представленным эмпирическим данным объективно оценить результаты подготовки центра к ЕГЭ?

2. Проанализируйте работу центра, если в повторную выборку отобрали тех же 10 человек. Результаты ЕГЭ составили:

2-ая выборка: АЕ 70 ВТ 56; ДА 68; КА 72; МС 62; НО 56; ОА 74; РЛ 78; ТМ 50; ШП 76.

Эффективны ли курсы, разработанные репетиторским центром?

3. Центр при рекламе своих услуг заявляет, что средний балл сданного экзамена составляет 70 баллов. Есть ли основания доверять данной рекламе?

2. Представлены выборочные данные по результатам дифференцированного зачета по «Математическим методам в психологии» в группах 864об и 764об. Есть ли различия в степени однородности выборок?

864об - 3, 4, 3, 4, 3, 3, 4, 2, 5, 4, 5, 3, 2, 4, 3;

764об – 4, 4, 5, 5, 4, 4, 2, 5, 4, 3, 4.

3. По результатам прошлых лет, средний балл аттестата студентов колледжа по специальности «Программирование в компьютерных системах» равен 4,7. Проведена выборка 15 средних баллов аттестатов из аттестатов, представленных в текущем году в приемную комиссию. Получены



эмпирические данные: 4,5; 4; 4,6; 4; 4,8; 4,7; 4,5; 5; 4,2; 4,6; 4,7; 4,5; 4,3; 4,7; 4,6.  
При уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , проверьте гипотезу о снижении среднего балла в текущем году.

4. Исследователь сравнивает эффективность 3 разных методик преподавания дисциплины, для этой цели из группы студентов, обучавшихся по этим методикам, сформировано 3 группы по 8 человек в каждой. Эффективность методик проверялась с помощью общего теста, (максимальный балл в тесте 10). В таблице представлены результаты исследования. Проверялась гипотеза об отсутствии влияния методики на результат усвоения дисциплины.

№	1 группа	2 группа	3 группа
1	5	2	10
2	6	4	3
3	5	5	4
4	6	6	6
5	7	7	6
6	7	7	5
7	7	7	4
8	8	9	6

## Вариант № 12

1. Медицинский оздоровительный центр разработал программу для снижения веса. Центр провел анализ по выборкам из 10 человек до и после прохождения программы. Выбор респондентов проводили случайно, по заявленным спискам. Буквы – инициалы респондентов, цифры – вес в килограммах:

До программы: БТ 87; ГА 77; ДТ 99; ЕМ 74; ЛС 71; МА 69; НР 80; ОА 95; РВ 73; УТ 93.

После программы: АА 67; ВД 84; ГС 92; ДМ 76; ЕМ 80; НО 73; ОИ 97; ПД 90; СМ 68; ТК 64.

1. Возможно ли, по представленным эмпирическим данным объективно оценить результаты программы?

2. Проанализируйте работу центра, если в повторную выборку отобрали тех же 10 человек.

После программы: БТ 82; ГА 72 ДТ 98; ЕМ 74; ЛС 71; МА 65; НР 79; ОА 92; РВ 67; УТ 86.

Эффективна ли разработанная программа центра?

3. Медицинский центр при рекламе своих услуг заявил, что потеря веса составит 5 килограмм, есть ли основания доверять данной рекламе?

2. Школьный психолог проводил тест на определения уровня интеллектуального развития у старших школьников из 2 классов параллели. Проверьте гипотезу об отсутствии различий в однородности представленных выборок.

	Уровень интеллектуального развития						
Класс 1	89	100	95	97	110	107	98
Класс 2	88	97	120	106	99	85	102

3. По результатам прошлых лет, средний балл аттестата студентов колледжа по специальности «Техническое обслуживание и ремонт систем

вентиляции и кондиционирования» равен 4,5. Проведена выборка 16 средних баллов аттестатов из аттестатов, представленных в текущем году в приемную комиссию. При уровне значимости  $\alpha = 0,01$ , проверьте гипотезу об увеличении среднего балла в текущем году.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Средний балл	4,5	4,4	4,6	5	4,4	4,6	4,3	4,5	4,7	4,3	4,2	4,7	5	4,2	4,5	4,4

4. Исследователь сравнивает эффективность 3 разных методик преподавания дисциплины, для этой цели из группы студентов, обучавшихся по этим методикам, сформировано 3 группы по 8 человек в каждой. Эффективность методик проверялась с помощью общего теста. В таблице представлены результаты исследования. Проверялась гипотеза об отсутствии влияния методики на результат усвоения дисциплины.

№	1 группа	2 группа	3 группа
1	7	4	7
2	8	6	5
3	8	5	5
4	4	6	6
5	8	7	8
6	6	4	9
7	7	7	6
8	8	9	6

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Высоков, И. Е. Математические методы в психологии: учебник и практикум для вузов / И. Е. Высоков. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 431 с.
2. Ермолаев О.Ю. Математическая статистика для психологов: учебник / О.Ю. Ермолаев. — 6-е изд., стер. — Москва: Флинта, 2014. — 336 с.
3. Ермолаев-Томин, О. Ю. Математические методы в психологии в 2 ч. Часть 1. : учебник для вузов / О. Ю. Ермолаев-Томин. — 5-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2020. — 280 с.
4. Комиссаров, В.В. Практикум по математическим методам в психологии: учебное пособие / В.В. Комиссаров. — Электрон. текстовые данные. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2012. — 87 с.
5. Окунева, Е.О. Методы статистических расчетов для гуманитариев: учебное пособие/ Окунева Е.О., Моисеев С.И. — Электрон. текстовые данные.— Воронеж: Воронежский филиал Московского гуманитарно-экономического института, 2011. — 98 с.
6. Чураков, Е.П. Введение в многомерные статистические методы: учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2016. — 148 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Теоретические вопросы	4
Решение типовых задач	5
Варианты заданий для самостоятельной работы	12
Библиографический список	36

**Татьяна Евгеньевна Гришкина,**

*старший преподаватель кафедры общей математики и информатики АмГУ*