Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОДНОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА
Часть 1

Учебно-методическое пособие

Благовещенск
Издательство АмГУ
2020

ББК 37.23я73

Рекомендовано учебно-методическим советом АмГУ

Рецензент:
Чалкина Н.А., доцент кафедры общей математики и информатики, канд.пед.наук

Абакумова И.В. (составитель)
Обработка результатов однофакторного эксперимента. Часть 1.**:** **у**чебно-методическое пособие/ сост. И.В. Абакумова. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2020. – 36 с.

Учебно-методическое пособие посвящено методам математической обработки результатов исследования технологических процессов и объектов в текстильной и легкой промышленности, а также в сфере оказания сервисных услуг. В нем рассматриваются статистическая обработка первичных результатов эксперимента, определение коэффициентов регрессии и составление уравнения регрессии линейной однофакторной модели. В пособие описаны методы определения адекватности уравнения регрессии, оценка значимости коэффициентов регрессии, а также определение доверительных интервалов средних и индивидуальных значений выходного параметра.

Пособие может быть использовано при изучении дисциплин «Методы научных исследований», «Методы и средства исследования», а также для выполнения курсовых и выпускных квалификационных работ студентами, обучающимися по направлениям подготовки 29.03.05 – Конструирование изделий легкой промышленности, 29.03.02 – Технологии и проектирование текстильных изделий, 43.03.01 – Сервис, 43.03.03 – Гостиничное дело.

ВВЕДЕНИЕ

Экономические реформы в сфере производства товаров народного потребления и оказания услуг в значительной степени зависят от профессиональной подготовки специалистов, от их способности быстро и эффективно решать поставленные перед ними сложные и разнообразные практические задачи. Одной из сфер, требующих высокой профессиональной подготовки специалистов, является изучение и оценка свойств материалов, изделий, процессов, услуг и работ, связанных с ними. Поэтому повышаются требования к будущим специалистам в области овладения ими современными высокоэффективными научными методами исследования.

Целью изучения дисциплин «Методы научных исследований» и «Методы и средства исследований» является изучение современных методов и средств исследования технологических процессов и объектов в текстильной и легкой промышленности, а также в сфере оказания сервисных услуг.

Задача данных дисциплин состоит в том, чтобы научить студентов:

– современным методам исследования;

– методам статистической обработки и интерпретации результатов исследований;

– методам планирования научных и технических экспериментов;

– проведению вычислительных экспериментов с использованием стандартных программных средств, позволяющих вырабатывать стратегию деятельности предприятия.

Данное учебно-методическое пособие посвящено вопросам изучения статистического анализа результатов исследования, применяющихся при решении широкого класса прикладных задач и являющихся важной составляющей курсов «Методы научных исследований» и «Методы и средства исследований». Экспериментальные исследования являются основным средством получения информации об объектах и процессах окружающего мира и связаны с решением ряда проблем по организации измерений и обработки их результатов. В связи с развитием информационных технологий многие практические задачи исследовательской работы эффективно решаются с применением специального программного обеспечения. Это освобождает исследователя от громоздких и трудоемких расчетов, однако для правильной интерпретации результатов, полученных при использовании того или иного вычислительного аппарата, необходимо понимать смысл каждой статистической характеристики, оценочного критерия или коэффициента.

Данное учебно-методическое пособие рекомендуется для студентов, обучающихся по направлениям подготовки 29.03.05 – Конструирование изделий легкой промышленности, 29.03.02 – Технологии и проектирование текстильных изделий, 43.03.01 – Сервис, 43.03.03 – Гостиничное дело.

1. ЛИНЕЙНЫЙ РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Целью любого эксперимента является получение информации об исследуемом объекте. Для этого нужно предварительно четко сформулировать цель исследований, изучить и проанализировать известную априорную информацию об объекте исследования, выбрать методы исследования.

Часто при решении инженерных и научных задач необходимо не только исследовать распределение изучаемых показателей и оценить основные статистические характеристики, но и определить степень и форму влияния одной случайной величины X (входного параметра или фактора) на другую Y (выходной параметр).

Изучение статистических зависимостей между случайными величинами производится с помощью корреляционного и регрессионного анализа. Основные его положения были заложены английским математиком Френсисом Гальтоном.

Термину *регрессионная модель*, используемому в регрессионном анализе, можно сопоставить синонимы: «теория», «гипотеза». Эти термины пришли из статистики, в частности из раздела «проверка статистических гипотез». Регрессионная модель есть, прежде всего гипотеза, которая должна быть подвергнута статистической проверке, после чего она принимается или отвергается.

Линейный регрессионный анализ – это самый распространенный инструмент для описания связи между факторами и какой-то зависимой величиной. Как ВВП страны зависит от средней заработной платы, мировых цен на нефть и курса рубля? Такой пример из макроэкономики можно попробовать решить с помощью линейного регрессионного анализа. Как определить зависимость между погодой и количеством посетителей? Как спрогнозировать приток клиентов в зависимости от размера рекламного бюджета?

Все эти задачи первоначально пытаются решить с помощью линейного регрессионного анализа. Покажем на конкретном примере возможности линейного оценивания.

Допустим, Вы задаетесь вопросом: как влияет рекламный бюджет на привлечение новых клиентов. Покажем на примере этой задачи возможности линейного оценивания. Пусть мы собрали статистические данные по нашей фирме за пять последних лет. Обозначим за *X* – величину рекламного бюджета в месяц (тыс.руб.), а за *Y* – количество новых клиентов в месяц (тыс.чел.). Последние к нам приходят иногда вне зависимости от нашей рекламы, поэтому попробуем оценить также долю таких покупателей. Итак, наша модель имеет вид:

$$y_t = ax_t + b + \varepsilon_t$$

где a – характеризует влияние на приток покупателей рекламного бюджета;

b – характеризует независимый от рекламы поток клиентов.

ε – данная величина включает в себя отклонения, которые не объясняются моделью, а вызваны другими факторами (сезонность, курс доллара и пр.).

Для оценки коэффициентов регрессионного уравнения, при определенных предпосылках, мы можем использовать метод наименьших квадратов.

В таблице 1 приведены исходные значения для нашей задачи, данная таблица называется матрицей планирования эксперимента. Матрица планирования эксперимента представляет собой таблицу, в которой указаны значения уровней факторов в различных сериях опытов. Обычно применяют число уровней фактора, т.е. число опытов в матрице планирования эксперимента, N=5…6. (*u* – номер опыта.) Для повышения точности определения выходного параметра *Y* каждый опыт матрицы повторяется несколько раз m>2 (*v* – номер повтора каждого опыта). В табл.1 приведен выходной параметр Y_{uv}, который измерялся при разных значениях X_u 5 раз (за 5 последних лет), в данной таблице число опытов N=6 и число повторов каждого опыта m=5.

Таблица 1

Исходные данные

X_u	u	v				
		Y_{uv}				
		1	2	3	4	5
10	1	2,1	2,5	2,2	1,9	1,6
20	2	4,2	4,8	4,4	3,7	4,3
30	3	6,2	6,6	6,3	6,1	5,7
40	4	8	8,2	8,4	7,7	8,5
50	5	10,5	9,8	10,7	10,2	9,5
60	6	12,7	12,6	12,7	12,2	12,1

2. МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ОДНОФАКТОРНОЙ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ

2.1. Исключение резко выделяющихся данных

Рассмотрим эту операцию при анализе первого опыта матрицы u=1, когда X=10, для этого опыта определяем минимальное и максимальное значения для выходного параметра Y_{uv}: Y_{uvmax}=2,5, Y_{uvmin}=1,6.

Рассчитанные по формулам (1) и (2) значения среднего арифметического $\overline{Y}_u$ и дисперсии $S^2_u\{Y\}$ для каждого опыта приведены в таблице 2:

$$\overline{Y}_u = \frac{Y_1 + Y_2 + ... + Y_m}{m} = \frac{\sum_{v=1}^{m} Y_{uv}}{m}, \qquad (1)$$

$$S^2\{Y\} = \frac{1}{m-1}\sum_{v=1}^{m}(Y_{uv} - \overline{Y}_u)^2. \qquad (2)$$

Для исключения резко выделяющихся данных необходимо определить расчетные значения критерия Смирнова-Грабса по формулам:

при подозрении резко выделяющегося максимального значения $Y_{i\,max}$:

$$V_{R\max} = \frac{(Y_{i\max} - \overline{Y})}{S\{Y\}}\sqrt{\frac{m}{m-1}} \qquad (3)$$

при подозрении резко выделяющегося минимального значения $Y_{i\,min}$:

$$V_{R\min} = \frac{(\overline{Y} - Y_{i\min})}{S\{Y\}}\sqrt{\frac{m}{m-1}} \qquad (4)$$

где $\overline{Y}$ – среднее значение выходного параметра для u–го опыта матрицы;

$S_u\{Y\}$ – среднее квадратическое отклонение для u–го опыта матрицы.

Используя формулы (3) и (4) определяем для первого опыта матрицы:

$$V_{R\max 1} = \frac{2{,}5 - 2{,}06}{0{,}3}\sqrt{\frac{5}{5-1}} = 1{,}636$$

$$V_{R\min 1} = \frac{2{,}06 - 1{,}6}{0{,}3}\sqrt{\frac{5}{5-1}} = 1{,}711$$

По приложению 1 находим, что $V_T[p_D=0,95; m=5]=1,869$. Так как $V_{Rmax}<V_T$ и $V_{Rmin}<V_T$, то рассмотренные значения $Y_{uvmax}=2,5$ и $Y_{uvmin}=1,6$ не являются резко выделяющимися и остаются для дальнейшей статистической обработки.

Таблица 2

Расчет основных статистических характеристик

X_u	v									
	u	Y_{uv}					$\sum_{v=1}^{m} Y_{uv}$	$\overline{Y}_u$	$S^2_u\{Y\}$	W_R
		1	2	3	4	5				
10	1	2,1	2,5	2,2	1,9	1,6	10,3	2,06	0,0904	4,97
20	2	4,2	4,8	4,4	3,7	4,3	21,4	4,28	0,1256	4,84
30	3	6,2	6,6	6,3	6,1	5,7	30,9	6,18	0,0856	4,88
40	4	8	8,2	8,4	7,7	8,5	40,8	8,16	0,0824	4,79
50	5	10,5	9,8	10,7	10,2	9,5	50,7	10,14	0,1944	4,80
60	6	12,7	12,6	12,7	12,2	12,1	62,3	12,46	0,0664	4,06

Аналогично рассчитываются расчетные значения критерия Смирнова-Грабса V_{Rmax} и V_{Rmin} для других опытов матрицы, затем они сравниваются с табличным значением критерия V_T. Если расчетные значения критерия Смирнова-Грабса превышают табличное, то соответствующие значения Y_{uvmax} или Y_{uvmin} исключаются из дальнейшего расчета, а среднее значение и дисперсия пересчитываются для соответствующего опыта матрицы.

2.2. Проверка гипотезы о нормальном распределении случайных величин Y_{uv}

Проверка этой гипотезы для каждого u–го опыта матрицы состоит в определении расчетного значения критерия W_R по формуле:

$$W_R = \frac{Q^2}{S_u^2\{Y\}}, \tag{5}$$

где

$$Q = q_m(Y_m - Y_1) + \ldots + q_{m-k+1}(Y_{m-k+1} - Y_k), \qquad (6)$$

$$Y_m \le Y_{m-1} \le \ \ldots \le Y_2 \le Y_1$$

$k = \frac{m}{2}$ - при четном числе m;

$k = \frac{m\text{-}1}{2}$ - при нечетном числе m.

Значения q_{m-i+1} для i=1…k и m =3…50 приведены в приложении 5.

Для 1-го опыта матрицы при u=1 и X=10 располагаем значения Y_{uv} по возрастанию: 2,5 ≥2,2≥2,1 ≥1,9 ≥1,6. Определяем k:

$$k = \frac{5-1}{2} = 2$$

Используя приложение 5, находим q_1=0,6646 и q_2=0,2413 и вычисляем значение Q_1 и W_{R1}:

$$Q_1 = 0{,}6646(2{,}5 - 1{,}6) + 0{,}2413(2{,}2 - 1{,}9) = 0{,}671$$

$$W_{R1} = \frac{0{,}671^2}{0{,}0904} = 4{,}97$$

Расчетное значение W_{R1} сравнивают с табличным W_T, которое определяется по приложению 6. W_T определяется для заданной доверительной вероятности p_D и известного числа повторных опытов m. Для рассматриваемого примера $W_T[p_D=0{,}95;\ m=5]=0{,}762$.

Так как расчетное значение W_{R1} превышает табличное значение W_T для выбранной доверительной вероятности, то гипотеза о нормальном распределении случайных величин не отвергается.

В табл. 2 приведены значения W_R и для других опытов матрицы. Эти значения также превышают табличное, и поэтому первое условие о возможности применения регрессионного анализа удовлетворяется.

2.3. Проверка гипотезы об однородности дисперсий в опытах матрицы

Так как число повторных опытов (m=5) одинаково для всех опытов матрицы, то для проверки однородности дисперсий применяется критерий Кочрена, расчетное значение которого равно:

$$G_R = \frac{S^2_{u\max}\{Y\}}{\sum\limits_{u=1}^{N} S_u^2\{Y\}} \qquad (7)$$

$$G_R = \frac{0{,}1944}{0{,}6448} = 0{,}301$$

Расчетное значение G_R сравнивается с табличным значением G_T, которое определяют по приложению 4 в зависимости от числа опытов в матрице N и числа степеней свободы дисперсии $f\{S^2_u\}=m-1$ для заданной доверительной вероятности p_D. В рассматриваемом примере $G_T[p_D=0{,}95; N=6; f=5-1=4]=0{,}4803$. Так как $G_R < G_T$, то гипотеза об однородности дисперсий, т.е. равноточности и воспроизводимости опытов, не отвергается.

Если $G_R > G_T$, то дисперсии в N рядах измерений неоднородны. После отбрасывания $S^2_{u\,max}\{Y\}$ описанную выше процедуру следует повторить для N-1 рядов измерений.

Если число повторных опытов неодинаково при различных уровнях факторов, то для проверки однородности дисперсий используется критерий Бартлера, расчетное значение которого равно:

$$B_R = \frac{2{,}303}{C}\left[f \lg S^2_{(1)}\{Y\} - \sum_{u=1}^{N} f_u \lg S_u^2\{Y\} \right], \qquad (8)$$

где $$\mathrm{C} = 1 + \frac{1}{3(N-1)}\left(\sum_{u=1}^{N} \frac{1}{f_u} - \frac{1}{f} \right) \qquad (9)$$

$S^2_{(1)}$ - средняя дисперсия выходного параметра в опытах матрицы, определяемая по формуле:

.

$$S^2_{(1)}\{Y\}=\frac{1}{f}\sum_{u=1}^{N} f_u S^2_u\{Y\} \qquad (10)$$

Число степеней свободы этой дисперсии равно:

$$f=\sum_{u=1}^{N} f_u \qquad (11)$$

$$f_u=m_u-1$$

Если $f_u>2$, следовательно, величина B_R распределена как χ^2-критерий с числом степеней свободы N-1, который определяют по приложению 2. Если $B_R < B_T = \chi^2[p_D;\ f=N-1]$, то это свидетельствует об отсутствии значимого различия между дисперсиями $S^2_u\{Y\}$, т.е. об их однородности.

2.4. Определение средней дисперсии выходного параметра в опытах матрицы

Если в опытах матрицы дисперсии однородны и число повторных опытов одинаково, то средняя дисперсия определяется по формуле:

$$S^2_{(1)}=\frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} S^2_u\{Y\} \qquad (12)$$

Число степеней свободы этой дисперсии равно:

$$f\left\{S^2_{(1)}\right\}=N(m-1) \qquad (13)$$

Средняя дисперсия характеризует средний разброс значений выходного параметра относительно его средних значений при каждом уровне факторов, т.е. ошибку опытов в эксперименте. В рассматриваемом примере эта дисперсия, или, как ее называют дисперсия воспроизводимости, равна:

$$S^2_{(1)}=\frac{0{,}6448}{6}=0{,}107$$

$$f\left\{S^2_{(1)}\right\}=6(5-1)=24.$$

2.5. Определение подходящего вида регрессионной модели

Для определения подходящего вида регрессионной модели используют следующую информацию:

1) графическую взаимосвязь $\overline{Y} = f(X)$ между средними значениями выходного параметра для каждого уровня факторов и значением фактора по данным эксперимента. При сопоставлении этого графика с графиками известных функций устанавливают вид уравнения;
2) характер изменения разделенных и неразделенных разностей первого порядка, определяемых по данным эксперимента.

Если в результате эксперимента получены следующие пары значений $X_1\overline{Y_1},\ldots,X_u\overline{Y_u},\ldots X_N\overline{Y_N}$, то разделенными разностями первого порядка называются величины:

$$\Delta_{R1} = \frac{\overline{Y}2 - \overline{Y}1}{X_2 - X_1},\ \ldots,\ \Delta_{Ru} = \frac{\overline{Y}u + 1 - \overline{Y}u}{X_{u+1} - Xu},\ \ldots,\ \Delta_{R(N-1)} = \frac{\overline{Y}_N - \overline{Y}_{N-1}}{X_N - X_{N-1}} \tag{14}$$

и неразделенными разностями первого порядка – величины:

$$\Delta_{H1} = \overline{Y}2 - \overline{Y}1, \ldots, \Delta_{Hu} = \overline{Y}u + 1 - \overline{Y}u, \ldots, \Delta_{H(N-1)} = \overline{Y}_N - \overline{Y}_{N-1} \tag{15}$$

Неразделенные разности первого порядка используют, когда интервал варьирования факторов постоянный, т.е. $I_X = X_2 - X_1 = X_{u+1} - X_u = X_N - X_{N-1} = const.$

В рассматриваемом примере графическая взаимосвязь $\overline{Y}=f(X)$ между средними значениями выходного параметра $\overline{Y}$ для каждого уровня факторов и значением фактора X приведена на рис.1. При сопоставлении этого графика с графиками известных функций можно сделать вывод, что для описания экспериментальных данных наиболее подходит линейная модель.

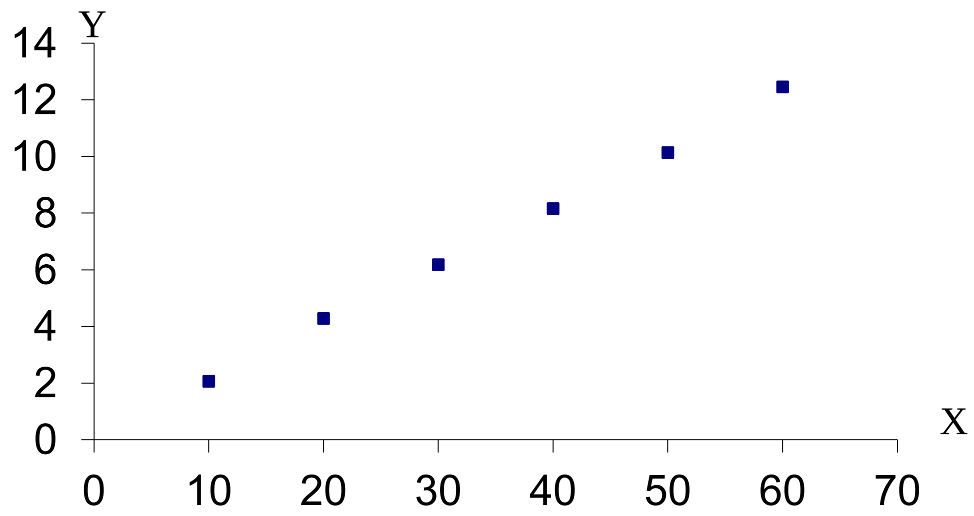

Рис.1. Регрессионная зависимость

В рассматриваемом примере интервал варьирования факторов постоянный и равен I_X=20-10=30-20=40-30=50-40=60-50=10. Поэтому определяем неразделенные разности первого порядка по формуле (15):

$$\Delta_{H1} = 4{,}28 - 2{,}06 = 2{,}22$$
$$\Delta_{H2} = 6{,}18 - 4{,}28 = 1{,}90$$
$$\Delta_{H3} = 8{,}16 - 6{,}18 = 1{,}98$$
$$\Delta_{H4} = 10{,}14 - 8{,}16 = 1{,}98$$
$$\Delta_{H5} = 12{,}46 - 10{,}14 = 2{,}32$$

Ввиду малого различия неразделенных разностей первого порядка $\Delta_{H\max} - \Delta_{H\min} = 2{,}32 - 1{,}9 = 0{,}42$, не превышающего удвоенной величины среднеквадратической ошибки эксперимента $2S_{(1)}\{Y\}=0{,}656$, можно считать что они тождественны и поэтому для описания экспериментальных данных можно принять уравнение прямой линии:

$$Y_R = a_0 + a_1 X \qquad (16)$$

или $$Y_R = d_0 + d_1(X - \overline{X}), \qquad (17)$$

где $$\overline{X} = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} X_u \qquad (18)$$

Использование уравнения (17) позволяет упростить статистические расчеты при обработке экспериментальных данных, так как коэффициенты регрессии d_0 и d_1 не коррелированны.

2.6. Определение коэффициентов регрессии

Если дисперсии выходного параметра для каждого уровня фактора однородны, то для определения коэффициентов регрессии в уравнении (17) можно применять метод наименьших квадратов. Используя условие $\sum_{u=1}^{N}(Y_u - Y_{Ru})^2 = \min$, устанавливают следующие нормальные уравнения:

$$\left.\begin{aligned} d_0 N + d_1 \sum_{u=1}^{N}(X_u - \overline{X}) &= \sum_{u=1}^{N}\overline{Y}_u \\ d_0 \sum_{u=1}^{N}(X_u - \overline{X}) + d_1 \sum_{u=1}^{N}(X_u - \overline{X})^2 &= \sum_{u=1}^{N}(X_u - \overline{X})\overline{Y}_u \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

Так как $\sum_{u=1}^{N}(X_u - \overline{X}) = 0$, то решая эти уравнения, получаем :

$$d_0 = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N}\overline{Y}_u = \overline{Y} \qquad (20)$$

$$d_1 = \frac{\sum_{u=1}^{N}(X_u - \overline{X})\overline{Y}_u}{\sum_{u=1}^{N}(X_u - \overline{X})^2} \qquad (21)$$

Определим по формулам (20) и (21) коэффициенты регрессии для рассматриваемого примера. Расчеты необходимых сумм сводим в табл.3.

Таблица 3

Расчет сумм для определения коэффициентов регрессии

u	X_u	$X_u - \overline{X}$	$(X_u - \overline{X})^2$	$\overline{Y}u$	$(X_u - \overline{X})\overline{Y}u$
1	10	-25	625	2,06	-51,5
2	20	-15	225	4,28	-64,2
3	30	-5	25	6,18	-30,9
4	40	5	25	8,16	40,8
5	50	15	225	10,14	152,1
6	60	25	625	12,46	311,5
$\sum_{u=1}^{N}$	210	0	1750	43,28	357,8

По формуле (18) находим:

$$\overline{X} = \frac{210}{6} = 35.$$

По формулам (20) и (21) определяем:

$$d_0 = \overline{Y} = \frac{43{,}28}{6} = 7{,}21$$

$$d_1 = \frac{357{,}8}{1750} = 0{,}2.$$

Поэтому искомое уравнение имеет вид:

$$Y_R = 7{,}21 + 0{,}2(X - 35)$$

или

$$\mathrm{Y_R} = 0{,}21 + 0{,}2X.$$

График этой функции изображен на рис.2.

2.7. Определение адекватности полученного уравнения

Для определения адекватности полученного уравнения используют критерий Фишера, расчетное значение которого определяют по формуле:

$$F_R = \frac{S^2_{(2)}\{Y\}}{S^2_{(1)}\{Y\}} \qquad (22)$$

где $S^2_{(1)}\{Y\}$ - средняя дисперсия, или дисперсия воспроизводимости, определяемая по формуле (12);

$S^2_{(2)}\{Y\}$ - дисперсия, ххарактерзующая рассеивание средних экспериментальных значений $\overline{Y}_u$ относительно прямой ллинии определяемой уравнением регрессии $Y_{R.}$

Дисперсия $S^2_{(2)}\{Y\}$ характеризует точность аппроксимации зависимости $\overline{Y} = f(X)$ прямой линией и определяется по формуле:

$$S^2_{(2)}\{Y\} = \frac{m}{N-2}\sum_{u=1}^{N}(\overline{Y}_u - Y_{Ru})^2 \qquad (23)$$

Число степеней свободы этой дисперсии равно:

$$f\{S^2_{(2)}\} = N-2 \qquad (24)$$

Расчетное значение F_R сравнивают с табличным значением критерия Фишера F_T, которое определяют по приложению 3 в зависимости от доверительной вероятности p_D=0,95 и числа степеней свободы дисперсий $f\{S^2_{(1)}\}$ и $f\{S^2_{(2)}\}$. Если F_R<F_T , то гипотеза об адекватности линейного уравнения опытным данным не отвергается.

Расчет суммы в формуле (23) сведен в табл.4.

Используя данные табл. 4 находим:

$$S^2_{(2)}\{Y\} = \frac{5}{6-2}0{,}0982 = 0{,}123$$

$$f\{S^2_{(2)}\} = 6-2 = 4$$

Таблица 4

Расчет суммы для определения дисперсии $S^2_{(2)}\{Y\}$

u	X_u	d_1X_u	Y_{Ru}	$\overline{Y}_u$	$\overline{Y}_u - Y_{Ru}$	$(\overline{Y}_u - Y_{Ru})^2$
1	10	2	2,21	2,06	-0,15	0,0225
2	20	4	4,21	4,28	0,07	0,0049
3	30	6	6,21	6,18	-0,03	0,0009
4	40	8	8,21	8,16	-0,05	0,0025
5	50	10	10,21	10,14	-0,07	0,0049
6	60	12	12,21	12,46	0,25	0,0625
$\sum_{u=1}^{N}$	210			43,28	0,02	0,0982

Подставляя найденные значения дисперсий в формулу (22), получаем:

$$F_R = \frac{0{,}123}{0{,}107} = 1{,}14.$$

Если F_R<1, то определяем обратное значение отношения дисперсий:

$$F_R = \frac{S^2_{(1)}\{Y\}}{S^2_{(2)}\{Y\}}$$

Сравниваем полученное значение критерия Фишера F_R с табличным значением, которое равно $F_T[p_D=0{,}95;\ f\{S^2_{(1)}\} = 24; f\{S^2_{(2)}\} = 4] = 2{,}78$. В рассматриваемом примере F_R=1,14<F_T=2,78, поэтому гипотеза об адекватности линейной модели не отвергается.

2.8. Определение значимости коэффициентов регрессии и их доверительных интервалов

Для оценки значимости коэффициентов регрессии используется критерий Стьюдента, расчетное значение которого определяется по формуле:

$$t_R\{d_i\} = \frac{|d_i|}{S\{d_i\}} \tag{25}$$

где $S\{d_i\}$ – оценка среднего квадратического отклонения коэффициента регрессии d_i.

Для оценки дисперсий коэффициентов регрессии d_0 и d_1 в уравнении (17) используют формулы:

$$S^2\{d_0\} = \frac{S^2\{Y\}}{mN} = \frac{S^2\{\overline{Y}\}}{N} \tag{26}$$

$$S^2\{d_1\} = \frac{S^2\{Y\}}{m\sum\limits_{u=1}^{N}(X_u - \overline{X})^2} = \frac{S^2\{\overline{Y}\}}{\sum\limits_{u=1}^{N}(X_u - \overline{X})^2} \tag{27}$$

В формулы (26) и (27) входит дисперсия $S^2\{Y\}$, которая является сводной оценкой дисперсии случайной величины Y_u выходного параметра при условии линейной связи (17). Эта дисперсия определяется по формуле:

$$S^2\{Y\} = \frac{(m-1)NS^2_{(1)}\{Y\} + (N-2)S^2_{(2)}\{Y\}}{mN-2} \qquad (28)$$

Число степеней этой дисперсии определяется :

$$f\{S^2\} = mN - 2 \qquad (29)$$

Подставив в формулу (28) ранее определенные значения $S^2_{(1)}\{Y\}$ и $S^2_{(2)}\{Y\}$, найдем сводную дисперсию случайной величины. Для рассматриваемого примера:

$$S^2\{Y\} = \frac{(5-1)\cdot 6\cdot 0{,}107 + (6-2)\cdot 0{,}123}{5\cdot 6-2} = 0{,}11$$

$$f\{S^2\} = 5\cdot 6 - 2 = 28.$$

По формулам (26) и (27) определяем дисперсии коэффициентов регрессии:

$$S^2\{d_0\} = \frac{0{,}11}{5\cdot 6} = 0{,}09, \qquad S\{d_0\} = 0{,}3$$

$$S^2\{d_1\} = \frac{0{,}11}{5\cdot 1750} = 0{,}000013, \qquad S\{d_1\} = 0{,}0035.$$

Расчетные значения критерия Стьюдента определяем по формуле (25):

$$t_R\{d_0\} = \frac{7{,}21}{0{,}3} = 23{,}85$$

$$t_R\{d_1\} = \frac{0{,}2}{0{,}0035} = 56{,}5.$$

По приложению 2 находим табличное значение критерия Стьюдента при условии, что доверительная вероятность p_D=0,95 и число степеней свободы, определяемое по формуле (29) $f\{S^2\}$=28. Следовательно, $t_T[p_D=0{,}95; f=28]=2{,}048$.

Так как $t_R\{d_0\}$=23,85>>t_T=2,048 и $t_R\{d_1\}$=56,5>> t_T=2,048, полученные коэффициенты значимы и, следовательно, связь между *Y* и *X* значима.

Доверительные абсолютные ошибки коэффициентов регрессии вычисляем по формуле:

$$\varepsilon\{d_i\} = S\{d_i\}\cdot t_T[p_D; f\{S^2\}] \qquad (30)$$

Для данного примера эти ошибки равны:

$$\varepsilon\{d_0\} = 0{,}3 \cdot 2{,}048 = 0{,}61$$
$$\varepsilon\{d_1\} = 0{,}0035 \cdot 2{,}048 = 0{,}007$$

Доверительные интервалы для истинных значений коэффициентов регрессии d_0, d_1 в линейном уравнении (17) определяются неравенством:

$$d_i - \varepsilon\{d_i\} \le d_i \le d_i + \varepsilon\{d_i\} \qquad (31)$$

Для рассматриваемого примера доверительные интервалы коэффициентов регрессии при p_D=0,95следующие:

$$7{,}21 - 0{,}61 \le d_0 \le 7{,}21 + 0{,}61$$
$$6{,}6 \le d_0 \le 7{,}82$$
$$0{,}2 - 0{,}007 \le d_1 \le 0{,}2 + 0{,}007$$
$$0{,}193 \le d_1 \le 0{,}0207$$

2.9. Определение доверительных интервалов средних значений выходного параметра при фиксированном значении фактора

Чтобы определить степень отклонения расчетных значений выходного параметра Y_{Ru} от истинного его значения при каждом уровне фактора X_u, определяем доверительные ошибки $\varepsilon\{Y_{Ru}\}$ расчетного значения выходного параметра и доверительные интервалы среднего значения выходного параметра.

Доверительные ошибки расчетных значений выходного параметра для каждого уровня фактора рассчитываются по формуле:

$$\varepsilon\{Y_{Ru}\} = S_m\{Y_{Ru}\} \cdot t_T[p_d; f\{S^2\}], \qquad (32)$$

где $S_m\{Y_{Ru}\}$ - оценка среднего квадратического отклонения расчетного значения выходного параметра Y_{Ru} для каждого значения X_u, определяемая по формуле:

$$S_m{}^2\{Y_{Ru}\} = S^2\{d_0\} + S^2\{d_1\} \cdot (X_u - \overline{X})^2 \qquad (33)$$

$$S_m\{Y_{Ru}\} = \sqrt{S^2\{d_0\} + S^2\{d_1\} \cdot (X_u - \overline{X})^2} \qquad (34)$$

Для данного примера:

$$S_m\{Y_{Ru}\} = \sqrt{0{,}09 + 0{,}000013 \cdot (X_u - \overline{X})^2}.$$

Расчеты значений $S_m\{Y_{Ru}\}$для каждого u–го уровня фактора сведены в табл.5.

В рассматриваемом примере табличное значение критерия Стьюдента (см. пункт 2.8) равно $t_T[p_D=0{,}95;f=28]=2{,}048$. Подставляя это значение в формулу (32), получаем:

$$\varepsilon_m\{Y_{Ru}\}=2{,}048\cdot S_m\{Y_{Ru}\}.$$

Таблица 5

Расчет доверительных интервалов средних значений выходного параметра

u	X_u	$(X_u-\overline{X})^2$	$S^2_m\{Y_{Ru}\}$	$S_m\{Y_{Ru}\}$	$\varepsilon_m\{Y_{Ru}\}$	Y_{Ru}	$Y_{mR}^{(u)}(X)$	$Y_{mR}^{(0)}(X)$
1	10	625	0,099	0,315	0,65	2,21	1,56	2,86
2	20	225	0,094	0,307	0,63	4,21	3,58	4,84
3	30	25	0,092	0,303	0,62	6,21	5,59	6,83
4	40	25	0,092	0,303	0,62	8,21	7,59	8,83
5	50	225	0,094	0,307	0,63	10,21	9,58	10,84
6	60	625	0,099	0,315	0,65	12,21	11,56	12,86

В таблице 5 приведены полученные значения $S^2_m\{Y_{Ru}\}$, $S_m\{Y_{Ru}\}$ и $\varepsilon\{Y_{Ru}\}$ для каждого уровня фактора. Зная доверительные ошибки расчетных значений, можно найти доверительные интервалы для истинных средних значений выходного параметра, используя следующее неравенство:

$$Y_{mR}^{(u)}(X)=Y_{Ru}-\varepsilon\{Y_{Ru}\}\le Y_{Ru}\le Y_{Ru}+\varepsilon\{Y_{Ru}\}=Y_{mR}^{(0)}(X) \qquad (35)$$

На основе приведенных в табл.5 значений границ доверительного интервала строим график функций $Y_{mR}^{(u)}(X)$ и $Y_{mR}^{(0)}(X)$ (см. рис.2). Графики этих двух функций образуют своеобразный “коридор”. Любое сечение его прямой, параллельной вертикальной оси, соответствует доверительному интервалу, в котором с заданной вероятностью будет находиться истинное среднее значение выходного параметра. Легко заметить, что в этот коридор попадают средние экспериментальные значения $\overline{Yu}$. Однако некоторые индивидуальные экспериментальные значения выходного параметра в него не попадают, так как интервалы построены для средних значений.

2.10. Определение доверительных интервалов для индивидуальных значений выходного параметра при каждом уровне фактора

Границы доверительного интервала для индивидуальных значений выходного параметра Y_{uv} при каждом уровне фактора X_u определяются по формулам:

$$Y_{eR}^{(u)}(X) = Y_R(X) - \varepsilon_e\{Y_R\} \quad (36)$$

$$Y_{eR}^{(0)}(X) = Y_R(X) + \varepsilon_e\{Y_R\} \quad (37)$$

$$\varepsilon_e\{Y_R\} = S_e\{Y_{Ru}\} \cdot t_T[p_D;\, f\{S^2\}] \quad (38)$$

$$S_e^2\{Y_{Ru}\} = S_m^2\{Y_{Ru}\} + S^2\{Y\} \quad (39)$$

$$S_e\{Y_{Ru}\} = \sqrt{S_m^2\{Y_{Ru}\} + S^2\{Y\}} \quad (40)$$

Используя значения $S^2_m\{Y_{Ru}\}$ из табл.5 и ранее определенные по формуле (28) $S^2\{Y\}=0,11$ и $t_T[p_D=0,95;f=28]=2,048$, все расчеты верхней границы и нижней границы доверительного интервала по формулам (36) и (37) сводим в табл.6. Используя данные табл.6, строим графики функций $Y_{eR}^{(u)}(X)$ и $Y_{eR}^{(0)}(X)$, которые являются доверительными границами зоны индивидуальных значений Y_{uv} выходного параметра (см. рис.2). Вероятность попадания точек, соответствующих индивидуальным значениям выходного параметра, равна 0,95, т.е. из ста измерений выходного параметра при любом уровне варьирования фактора 95 измерений попадают в эту зону и только 5 не попадают.

Таблица 6

Расчет доверительных интервалов для индивидуальных значений выходного параметра

u	X_u	$S^2_m\{Y_{Ru}\}$	$S^2_e\{Y_{Ru}\}$	$S_e\{Y_{Ru}\}$	$\varepsilon_e\{Y_{Ru}\}$	Y_{Ru}	$Y_{eR}^{(u)}(X)$	$Y_{eR}^{(0)}(X)$
1	10	0,099	0,209	0,457	0,936	2,21	1,274	3,146
2	20	0,094	0,204	0,452	0,925	4,21	3,285	5,135
3	30	0,092	0,201	0,449	0,919	6,21	5,291	7,129
4	40	0,092	0,201	0,449	0,919	8,21	7,291	9,129
5	50	0,094	0,204	0,452	0,925	10,21	9,285	11,135
6	60	0,099	0,209	0,457	0,936	12,21	11,274	13,146

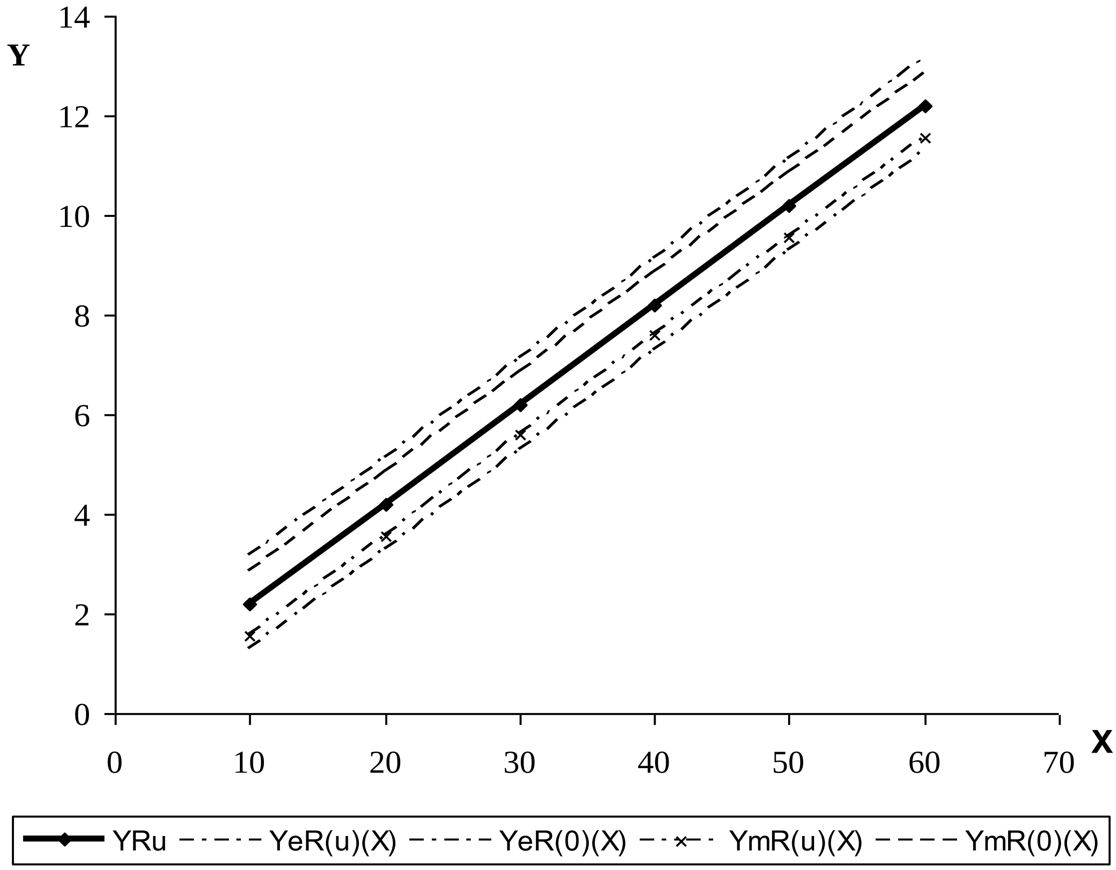

Рис.2. Линейная регрессионная однофакторная модель и ее доверительные интервалы

Рассматривая индивидуальные значения Y_{uv} (см. табл.1) и границы зоны для каждого X_u (табл.6) замечаем, что все индивидуальные измерения попали в доверительную зону, т.е. располагаются между $Y_{eR}^{(u)}(X)$ и $Y_{eR}^{(0)}(X)$. На этом заканчивается статистическая обработка данных рассматриваемого однофакторного эксперимента.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Шутов А.И. Основы научных исследований [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.И. Шутов, Ю.В. Семикопенко, Е.А. Новописный. — Электрон. текстовые данные. — Белгород: Белгородский государственный технологический университет им. В.Г. Шухова, ЭБС АСВ, 2013. — 101 c. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/28378.html

2. Вайнштейн М.З. Основы научных исследований [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.З. Вайнштейн, В.М. Вайнштейн, О.В. Кононова. — Электрон. текстовые данные. — Йошкар-Ола: Марийский государственный технический университет, Поволжский государственный технологический университет, ЭБС АСВ, 2011. — 216 c. — 2227-8397. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/22586.html

3. Новиков А.М. Методология научного исследования [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.М. Новиков, Д.А. Новиков. — Электрон. текстовые данные. — М. : Либроком, 2010. — 280 c. — 978-5-397-00849-5. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/8500.html

4. Стельмашенко, Валентина Ильинична. Методы и средства исследования в процессах оказания услуг [Текст] : практикум : учеб. пособие : рек. УМО / В. И. Стельмашенко, Н. В. Воронцова, Т. Н. Шушунова. - М. : ФОРУМ ; М. : Инфра-М, 2012. - 384 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Критические значения V_T критерия исключения резко выделяющихся данных выборки

Повторности	$P_Д$		
m	**0,99**	**0,95**	**0,90**
3	1,414	1,412	1,406J
4	1,723	1,689	1,645
5	1,955	1,869	1.791
6	2,130	1,996	1,894
7	2,265	2,093	1,974
8	2,374	2,172	2,041
9	2,464	2,237	2,097
10	2,540	2,294	2,146
11	2,606	2,343	2,190
12	2,663	2,387	2,229
13	2,714	2,426	2,264
14	2,759	2,461	2,297
15	2,800	2,493	2,326
16	2,837	2,523	2,354
17	2,871	2,551	2,380
18	2,903	2,577	2,404
19	2,932	2,600	2,426
20	2,959	2,623	2,447
21	2,984	2,644	2,467
22	3,008	2,664	2.486
23	3,030	2,683	2,504
24	3,051	2,701	2,502
25	3,071	2,717	2,537

Приложение 2

Значения t_T критерия Стьюдента t_T [$P_Д$; f]

f	$P_Д$				
	Двусторонний критерий				
	0,8	**0,9**	**0,95**	**0,99**	**0,999**
1	3,078	6,314	12,706	63,657	636,62
2	1,886	2,920	4,303	9,925	31,598
3	1,638	2,353	3,182	5,841	12,924
4	1,533	2,132	2,776	4,604	8,610
5	1,476	2,015	2,571	4,032	6,869
6	1,440	1,943	2,447	3,707	5,959
7	1,415	1,895	2,365	3,499	5,408
8	1,397	1,860	2,306	3,355	5,041
9	1,383	1,833	2,262	3,250	4,781
10	1,372	1,812	2,228	3,169	4,587
11	1,363	1,796	2,201	3,106	4,437
12	1,356	1,782	2,179	3,055	4,318
13	1,350	1,771	2,160	3,012	4,221
14	1,345	1,761	2,145	2,977	4,140
15	1,341	1,753	2,131	2,947	4,073
16	1,337	1,746	2,120	2,921	4,015
17	1,333	1,740	2,110	2,898	3,965
18	1,330	1,734	2,101	2,878	3,922
19	1,328	1,729	2,093	2,861	3,883
20	1,325	1,725	2,086	2,845	3,850
21	1,323	1,721	2,080	2,831	3,819
22	1,321	1,717	2,074	2,819	3,792
23	1,319	1,714	2,069	2,807	3,767
24	1,318	1,711	2,064	2,797	3,745
25	1,316	1,708	2,060	2,787	3,725
26	1,315	1,706	2,056	2,779	3,707
27	1,314	1,703	2,052	2,771	3,690
28	1,313	1,701	2,048	2,763	3,674
29	1,311	1,699	2,045	2,756	3,659
30	1,310	1,697	2,042	2,750	3,646
40	1,303	1,684	2,021	2,704	3,551
60	1,296	1,671	2,000	2,660	3,460
120	1,289	1,658	1,980	2,617	3,373
∞	1,282	1,645	1,960	2,576	3,291
$P_Д$	**0,90**	**0,95**	**0,975**	**0,995**	**0,9995**
	Односторонний критерий				

Приложение 3

Таблица значений $F_Т$ критерия Фишера $F_Т$ [$P_Д$=0,95, f_2; f_1]
(f_2 — степень свободы для большей дисперсии,
f_1 - степень свободы для меньшей дисперсии)

f_1\f_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5
2	18,51	19.00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19.37	19,38
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77
В	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68
8	5,32	4,16	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02
11	4,81	4,38	3,59	3,36	3,20	3,09	3.01	2,95	2,90
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04
120	3,922	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88

Окончание приложения 3

$f_1\backslash f_2$	10	12	15	20	24	*30*	40	60	120	∞
1	241,9	243,9	245,9	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3	254,3
2	19,40	19,41	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
3	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,48	4,43	4,40	4,36
6	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2.40
12	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,225	2,21
14	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	112,	2,07
16	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	2,45	2,38	2.31	2,23	2,19	2.15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1.76
24	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,69
26	2,22	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1.85	1,80	1,75	1,67
27	2,20	2,13	2,06	1,97	1.93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,65
28	2,19	2.12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,64
29	2,18	2JO	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,62
30	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,51
40	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,39
60	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,25
120	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,00
∞	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,71

Приложение 4

Табличные значения критерия Кочрена, т. е. отношения наибольшей эмпирической дисперсии к сумме *N* эмпирических дисперсий G_T [p_D=0,95; $f = m — 1$, N]

N	*f*													
	Доверительная вероятность 0,95													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144	∞
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8772	0,8534	0.8332	0,8159	0,8010	0,7880	0,7341	0,5602	0,5813	0,5000
3	0,9669	0,8709	0,7977	0,7457	0,7071	0,6771	0,6530	0,6333	0,6167	0,6025	0,5466	0,4748	0,4031	0,3333
4	0,9065	0,7679	0,6841	0,6287	0,5859	0,5598	0,5365	0,5175	0,5017	0,4884	0,4366	0,3720	0,3093	0,2500
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5441	0,5065	0,4783	0,4564	0,4387	0,4241	0,4118	0,3645	0,3066	0,2513	0,2000
6	0,7808	0,6161	0,5321	0,4803	0,4447	0,4184	0,3980	0,3817	0,3682	0,3568	0,3135	0,2612	0,2119	0,1667
7	0,7271	0,5612	0,4800	0,4307	0,3974	0,3726	0,3535	0,3384	0,3259	0,3154	0,2756	0,2278	0,1833	0,1429
8	0,6798	0,51.57	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185	0,3043	0,2926	0,2829	0,2462	0.2022	0,1616	0,1250
9	0,6385	0,4775	0,4027	0,3584	0,3286	0,3067	0,2901	0,2768	0,2659	0,2568	0,2226	0,1820	0,1446	0,1111
10	0,6020	0,4450	0,3733	0,3311	0,3029	0,2823	0,2666	0,254!	0,2439	0,2353	0,2032	0,1655	0,1308	0,1000
12	0,5410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299	0,2187	0,2098	0,2020	0,1737	0,1403	0,1100	0,0833
15	0,4709	0,3346	0,2758	0,2419	0,2195	0,2034	0,1911	0,1815	0,1736	0,1671	0,1429	0,1144	0,0889	0,0667
20	0,3894	0,2705	0,2205	0,1921	0,1735	0,1602	0,1501	0,1422	0,1357	0,1303	0,1108	0,0879	0,0675	0,0500
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1374	0,1286	0,1216	0,1160	0,1113	0,0094	0,0743	0,0567	0,0417
30	0,2929	0,1980	0,1593	0,1377	0,1237	0,1137	0,1061	0,1002	0,0958	0,0921	0,0771	0,0604	0,0457	0,0333
40	0,2370	0,1576	0,1259	0,1082	0,0968	0,0887	0,0827	0,0780	0,0745	0,0713	0,0595	0,0462	0,0347	0,0250
60	0,1737	0,1131	0,0895	0,0765	0,0682	0,0623	0,0583	0,0552	0,0520	0,0497	0,0411	0,0316	0,0234	0,0167
120	0,0998	0,0632	0,0495	0,0419	0,0371	0,0337	0,0312	0,0292	0,0279	0,0266	0,0218	0,0165	0,0120	0,0083
∞	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Приложение 5

Коэффициенты q_{m-i+1}, используемые при проверке экспериментальных данных на нормальность с помощью критерия *W*, для *m*=3...50

i	*m*							
	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,7071	0,6872	0,6646	0,6431	0,6233	0,6052	0,5888	0,5739
2		0,1677	0,2413	0,2806	0,3031	0,3164	0,3244	0,3291
3				0,0875	0,1401	0,1743	0,1976	0,2141
4						0,0561	0,0947	0,1224
5								0,0399

i	*m*							
	11	12	13	14	15	16	17	18
1	0,5601	0,5475	0,5359	0,5251	0,5150	0,5056	0,4968	0,4886
2	0,3315	0,3325	0,3325	0,3318	0,3306	0,3290	0,3273	0,3253
3	0,2260	0,2347	0,2412	0,2460	0,2495	0,2521	0,2540	0,2553
4	0,1429	0,1586	0,1707	0,1802	0,1878	0,1939	0,1988	0,2027
5	0,0695	0,0922	0,1099	0,1240	0,1353	0,1447	0,1524	0,1587
6		0,0303	0,0539	0,0727	0,0880	0,1005	0,1109	0,1197
7				0,0240	0,0433	0,0593	0,0725	0,0837
8						0,0196	0,0359	0,0496
9								0,0163

i	*m*							
	19	20	21	22	23	24	25	26
1	0,4808	0,4734	0,4643	0,4590	0,4542	0,4493	0,4450	0,4407
2	0,3232	0,3211	0,3185	0,3156	0,3126	0,3098	0,3069	0,3043
3	0,2561	0,2565	0,2578	0,2571	0,2563	0,2554	0,2543	0,2533
4	0,2059	0,2085	0,2119	0,2131	0,2139	0,2145	0,2148	0,2151
5	0,1641	0,1686	0,1736	0,1764	0,1787	0,1807	0,1822	0,1836
6	0,1271	0,1334	0,1399	0,1443	0,1480	0,1512	0,1539	0,1563
7	0,0932	0,1013	0,1092	0,1150	0,1201	0,1245	0,1283	0,1316

Приложение 6

Критические значения критерия *W*, используемого для проверки экспериментальных данных на нормальность, для *m* = *3* ... 50

m	P_D				
	0,99	0,98	0,95	0,90	0.50
3	0,753	0,756	0,767	0,789	0,959
4	0,687	0,707	0,748	0,792	0,935
5	0,686	0,715	0,762	0,806	0,927
6	0,713	0,743	0,788	0,826	0,927
7	0,730	0,760	0,803	0,838	0,928
8	0,749	0,778	0,818	0,851	0,932
9	0,764	0,791	0,829	0,859	0,935
10	0,781	0,806	0,842	0,869	0,938
11	0,792	0,817	0,850	0,876	0,940
12	0,805	0,828	0,859	0,883	0,943
13	0,814	0,837	0,866	0,889	0,945
14	0,825	0,846	0,874	0,895	0,947
15	0,835	0,855	0,881	0,901	0,950
16	0,844	0,863	0,887	0,906	0,952
17	0,851	0,869	0,892	0,910	0,954
18	0,858	0,874	0,897	0,914	0,956
19	0,863	0,879	0,901	0,917	0,957
20	0,868	0,884	0,905	0,920	0,959
21	0,873	0,888	0,908	0,923	0,960
22	0,878	0,892	0,911	0,926	0,961
23	0,881	0,895	0,914	0,928	0,962
24	0,884	0,898	0,916	0,930	0,963
25	0,888	0,901	0,918	0,931	0,964
26	0,891	0,904	0,920	0,933	0,965
27	0,894	0,906	0,923	0,935	0,965
28	0,896	0,908	0,924	0,936	0,966
29	0,898	0,910	0,926	0,937	0,966
30	0,900	0,912	0,927	0,939	0,967
31	0,902	0,914	0,929	0,940	0,967
32	0,904	0,915	0,930	0,941	0,968
33	0,906	0,917	0,931	0,942	0,968
34	0,908	0,919	0,933	0,943	0,969
35	0,910	0,920	0,934	0,944	0,969
36	0,912	0,922	0,935	0,945	0,970
37	0,914	0,924	0,936	0,946	0,970
38	0,916	0,925	0,938	0,947	0,971

Окончание приложения 6

m	P_D				
	0,99	0,98	0,95	0,90	0.50
39	0,917	0,927	0,939	0,948	0,971
40	0,919	0,928	0,940	0,949	0,972
41	0,920	0,929	0,941	0,950	0,972
42	0,922	0,930	0,942	0,951	0,972
43	0,923	0,932	0,943	0,951	0,973
44	0,924	0,933	0,944	0,952	0,973
45	0,926	0,934	0,945	0,953	0,973
46	0,927	0,935	0,945	0,953	0,974
47	0,928	0,936	0,946	0,954	0,974
48	0,929	0,937	0,947	0,954	0,974
49	0,929	0,937	0,947	0,955	0,974
50	0,930	0,938	0,947	0,955	0,974

Приложение 7

Таблица случайных чисел

5489 3522 7555 5759 6303	5583 0935 7579 3554 6895	3156 7877 2550 5080 3371	0835 5665 2487 9074 3196	1988 7020 9477 7001 7231	3912 9555 0864 6249 2918	0938 7379 2349 3224 7380	7460 7124 1012 6368 0438	0869 7878 8250 9102 7547	4420 5544 2633 2672 2644
7351 7068 3613 5143 9815	5634 7803 1428 4534 5144	5323 8832 1796 2105 7649	2623 5119 8447 0368 8638	7803 6350 0503 7890 6137	8374 0120 5654 2473 8070	2191 5026 3254 4240 5345	0464 3684 7336 8652 4865	0696 5657 9536 9435 2456	9529 0304 1944 1422 5708
5780 1187 .1184 291G 5524	1277 0951 2179 2972 1341	6316 5991 4554 9885 9860	1013 5245 9083 0275 6565	2867 5700 2254 0144 6981	9938 5564 2435 8034 9842	3930 7352 2965 8122 0171	3203 0891 5154 3213 2284	5696 6249 1209 7666 2707	1769 6568 7069 0230 3008
0146 4920 7978 7453 1473	5291 2826 1947 0653 6938	2354 5238 6380 3645 4899	5694 5402 3425 7497 5348	0377 7937 7267 5969 1641	5336 1993 7285 8682 3652	6460 4332 1130 4191 0852	9585 2327 7722 2976 5296	3415 6875 0164 0361 4538	2358 5230 8573 9334 4456
8162 5645 2042 5470 4045	8797 4219 1192 7702 1730	8000 0807 1175 6958 6005	4707 3301 8851 9080 1704	1880 4279 6432 5925 0345	9660 4168 4635 8519 3275	8446 4305 5757 0127 4738	1883 9937 6656 9233 4862	9768 3120 1660 2452 2556	0881 5547 5389 7341 8333
5880 9083 1762 2023 7965	1257 4260 8713 2589 3855	6163 5277 1189 1740 4765	4439 4998 1090 0424 0703	7276 4298 8989 8924 1678	6353 5204 7273 0005 0841	6912 3965 3213 1636 7543	0731 4028 1935 1636 0308	9033 8936 9321 7237 9732	5294 4148 4820 1227 1289
7690 9292 0867 0505 6295	0480 0426 . 1656 2127 9795	8098 9573 7016 8255 1112	9629 4903 4220 5276 5761	4819 5916 2533 2233 2575	7219 6576 6345 3956 6837	7241 8368 8227 4118 3336	5128 3270 1904 8199 9322	3853 6641 5138 6380 7403	1921 0033 2537 6340 8345
6323 8672 1422 2653 0438	2615 8536 5507 1472 4376	3410 2966 7596 5113 3328	3365 5773 0670 5739 8645	1117 5412 3013 1469 8327	2417 8114 1354 9545 0110	3176 0930 3886 9331 4549	2434 4697 3268 5303 7955	5240 6919 9469 9914 5275	5455 4569 2584 6394 2890

2851 7962 3837 8542 0439	2157 2753 4098 4126 0765	0057 3077 0220 9274 8039	7085 8718 1217 2251 9484	1129 7418 4732 0607 2577	0460 8004 0150 4301 7859	6821 1425 1637 8730 1976	8323 3706 1097 7690 0623	2572 8822 1040 6235 1418	8962 1494 7372 3477 6685
6687 6242 6859 0590 3482	1943 5582 9606 1932 0478	4307 5872 0522 6013 0221	0579 3197 4993 3623 6738	8171 4919 0345 1973 7323	8224 2792 8958 4112 5643	8641 5991 1289 1795 4767	7034 4058 8825 8465 0106	3595 9769 6941 2110 2272	3875 1918 7685 8045 9862

СОДЕРЖАНИЕ

Ирина Валентиновна Абакумова,
доцент кафедры сервисных технологий и общетехнических дисциплин АмГУ, канд.техн.наук

Обработка результатов однофакторного эксперимента. Часть 1
Учебно-методическое пособие