

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Амурский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

## **СЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ ПЛАНИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ**

**учебно-методическое пособие**

для направления подготовки 38.03.04 – Государственное и муниципальное  
управление

2020 г.

*Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
факультета математики и информатики  
Амурского государственного  
Университета*

*Составитель: Двоерядкина Н.Н.*

**Сетевая модель планирования и управления:** учебно-методическое пособие для направления подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление». – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2020. Пособие содержит основные теоретические материалы и разобранные практические задания для организации аудиторной работы студентов по дисциплине «Основы математического моделирования социально-экономических процессов».

Рассмотрен на заседании кафедры общей математики и информатики 06.03.2020, протокол №7.

© Амурский государственный университет, 2020  
© Кафедра общей математики информатики, 2020  
© Двоерядкина Н.Н., составитель



## Введение

Система методов сетевого планирования и управления – система методов планирования и управления разработкой крупных комплексов, научными исследованиями, конструкторской и технологической подготовкой производства, новых видов изделий, строительством и реконструкцией, капитальным ремонтом основных фондов путем применения сетевых графиков.

Впервые методы сетевого планирования и управления нашли применение в строительстве и научных разработках. В дальнейшем сетевые методы стали широко применяться и в других областях экономики.

Сетевое планирование и управление основано на моделировании процесса с помощью сетевого графика и представляет собой совокупность расчетных методов, организационных и контрольных мероприятий по планированию и управлению комплексом работ.

Система сетевого планирования и управления позволяет: формировать календарный план реализации некоторого комплекса работ; выявлять и мобилизовывать резервы времени, трудовые, материальные и денежные ресурсы; осуществлять управление комплексом работ по принципу «ведущего звена» с прогнозированием и предупреждением возможных срывов в ходе работ; повышать эффективность управления в целом при четком распределении ответственности между руководителями разных уровней и исполнителями работ.

Диапазон применения СПУ весьма широк: от задач, касающихся деятельности отдельных лиц, до проектов, в которых участвуют сотни организаций и десятки тысяч людей (например, разработка создание крупного территориально–промышленного комплекса).

Под комплексом работ (комплексом операций, или проектом) понимают всякую задачу, для выполнения которой необходимо осуществить достаточно большое количество разнообразных работ.

## 1. Основные понятия сетевой модели

Сетевая модель – это математическая модель, позволяющая описать план по осуществлению различных проектов, состоящий из большого количества различных операций.

Графическое изображение математической модели имеет специфичный вид – вид сети, которая называется сетевым графиком или сетевым графом. Сетевой граф обязательно содержит все временные или стоимостные взаимосвязи каждой операции, составляющих сетевую модель, что является отличительной особенностью сетевой модели.

Главными элементами сетевой модели являются события и работы.

Событие – это результат выполнения некоторой работы.

Работа – это некоторый процесс. Он может быть либо продолжительный по времени и требующий затрат ресурсов – действительная работа, либо продолжительный по времени не требующий затрат ресурсов – ожидание, либо не требующий ни временных затрат, ни затрат материальных ресурсов – фиктивная работа.

В каждой сетевой модели действительная работа должна быть четко описана: представлены все ее временные характеристики и установлен ответственный за ее исполнение. Ожидание описывается только временными характеристиками. Фиктивная работа представляет собой логическую связь между двумя событиями сетевой модели, продолжительность этой работы принимается равной 0. Фиктивная работа используется при построении сетевого графа для того чтобы указать, что одно событие зависит от другого и может наступить только после его появления.

Любая работа связывает два события. Событие всегда завершает некоторую работу или некоторый комплекс работ, поэтому событие является конечным результатом процесса. Но с другой стороны, все последующие работы могут начаться только после того, как событие случится, поэтому для всех последующих работ событие является начальным. В этом состоит

двойственность события: оно является начальным для последующих работ и конечным для предшествующих ему работ.

Но в сетевой модели обязательно есть одно событие, которому не предшествует ни одна работа – исходное событие, и одно событие, у которого нет последующих работ – завершающее событие.

Событие не имеет продолжительности, оно случается мгновенно. В этой связи каждое событие сетевой модели должно быть точно описано, его формулировка должна быть сформулирована с учетом всех предшествующих непосредственно ему работ.

События на сетевом графе изображаются кружками – вершинами графа, а работы – стрелками, ориентированными дугами, показывающими связь между работами (рис.1).

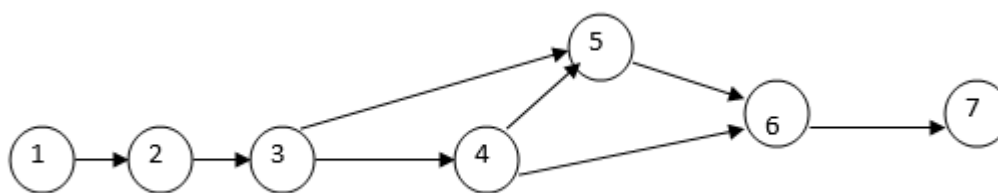


Рис.1. – Сетевой график

В сетевом графике (рис. 1) представлено 7 событий. Они обозначены на графике цифрами. И 8 связывающих их работ: (1,2); (2,3); (3,4); (3,5); (4,5); (4,6); (5,6); (6,7).

Из графика следует, что событие 1 является исходным, так как ему не предшествует ни одна работа, событие 7 – завершающим, так как оно не имеет последующих работ. Для появления событий 2, 3 и 7 достаточно выполнения всего одной предшествующей непосредственно им работы, а для событий 4, 5 и 6 нужно выполнить по две предшествующие им работы. Работы (3,5) и (3,4) можно начать выполнять независимо одна от другой только после свершения события 3, когда выполнены работы (1,2) и (2,3). Работу (6,7) можно начать выполнять только после свершения появления

событий 4 и 5 и после выполнения работ (4,6) и (5,6) и всех предшествующих им работ.

Сетевой граф представленный на рис. 1 называется структурным, так как не содержит числовых оценок работ и событий. Чаще всего при построении сетевого графика над каждой стрелкой – работой указывается ее продолжительность, благодаря чему появляется возможность рассчитать временные характеристики сетевой модели.

Любая непрерывная последовательность работ и событий называется путь. Для сетевой модели рис.1 путями могут быть последовательности 1-2-3-4-5-6-7; 2-3-4; 1-2-3-4-6; 4-5-6 и т.д.

Путь, связывающий исходное и завершающее события и являющийся самым длинным по продолжительности называется критическим путем.

## 2. Правила построения сетевых графиков

При решении задач сетевого моделирования на первом этапе необходимо определить все необходимые события, связать эти события работами, работы закрепляются за ответственными исполнителями, ответственные определяют время на выполнение каждой работы, по возможности, исключаются фиктивные работы. Затем сшивается сетевой график.

При построении сетевого графика необходимо соблюдать ряд правил.

1. Завершающее событие в сетевой модели должно быть единственным, то есть внутри сетевой модели не должно существовать событий, кроме завершающего, из которых не выходит ни одна работа («тупиковых» событий) (рис.2).

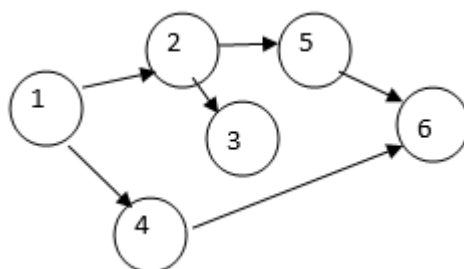


Рис. 2 – Наличие «тупикового» события в сетевой модели

В сетевой модели, представленной на рис.2 содержится два события 3 и 6 из которых не выходит ни одна работа, а значит оба они являются завершающими, что противоречит правилу построения сетевого графика.

Для устранения этого недостатка необходимо либо удалить событие 3 и работу (2,3) (рис.3а), либо добавить еще одну работу, для того чтобы связать событие 3 с каким-либо другим событием (рис.3б).

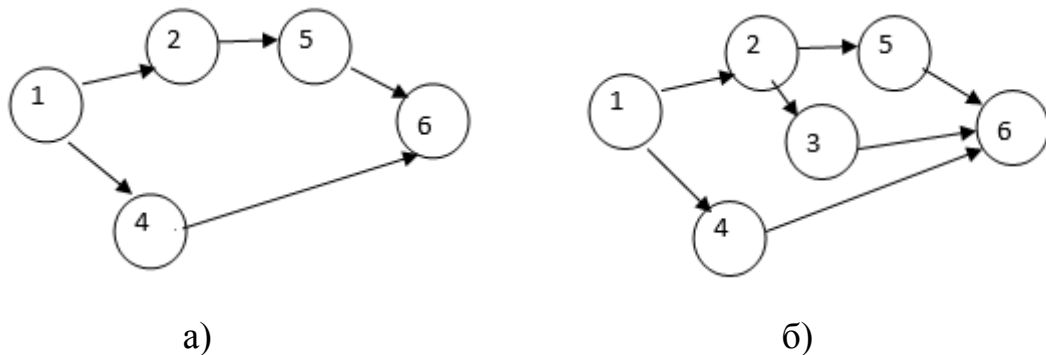


Рис. 3 – Устранение «тупикового» события

2. Исходное событие в сетевом графике должно быть единственным, то есть не должно быть других событий, которым не предшествует ни одна работа («хвостовых» событий). События 3 и 1 (рис.4) можно считать исходными, так как им не предшествует ни одна работы, но такое построение сетевого графика нарушает правило построения сетевого графика.

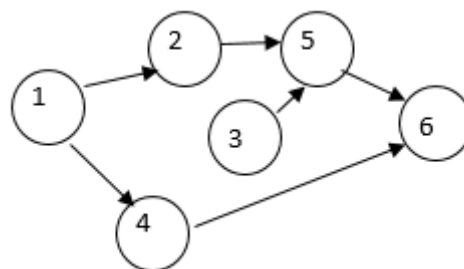


Рис. 4 – Наличие «хвостового» события в сетевой модели

Для устранения «хвостовых» событий можно либо удалить из сетевой модели событие 3 и все выходящие из него работы (рис.5а), либо связать событие 3 с каким-то другим событием сетевой модели, проведя дополнительные исследования (рис. 5б).



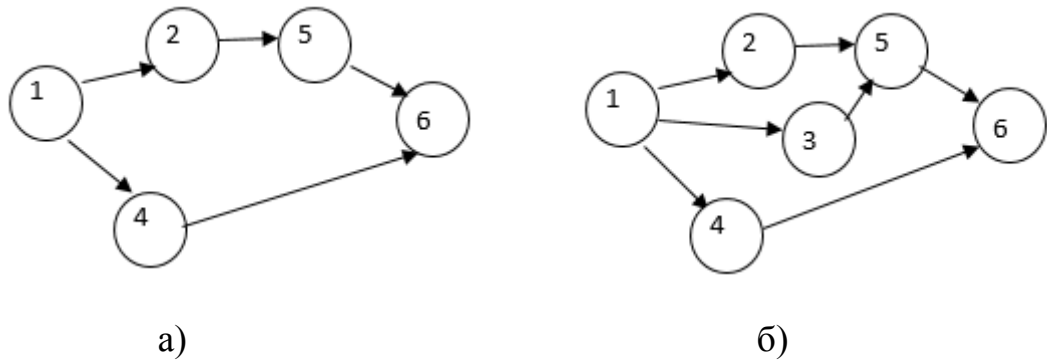


Рис. 5 – Устранение «хвостового» события

3. В сети не должно быть замкнутых контуров (рис.6 а) и петель (рис.6 б), т.е. путей, соединяющих некоторые события с ними же самими.

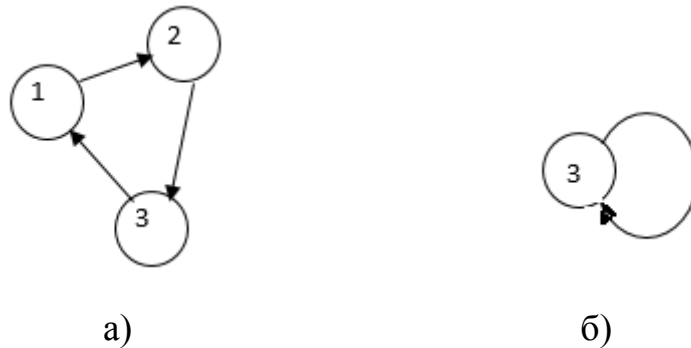


Рис.6 – Замкнутые контуры в сетевой модели

Для устранения замкнутых контуров необходимо вернуться к исходным данным и путем пересмотра состава работ добавить еще дополнительные работы и добиться устранения замкнутого контура. Или объединить несколько событий в одно и устранить одну или несколько работ.

4. Любые два события должны быть непосредственно связаны не более чем одной работой – стрелкой. Это обеспечивается таким построением сетевого графа, в котором нет параллельных стрелок, соединяющих два события (рис.7).

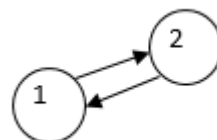


Рис. 7 – Параллельно выполняемые работы

Для устранения параллельности в выполняемых работах рекомендуется ввести фиктивное событие и фиктивную работу, а одна из параллельных работ замыкается на фиктивное событие с помощью фиктивной работы (рис.8). Фиктивные работы изображаются на графике пунктирными линиями.

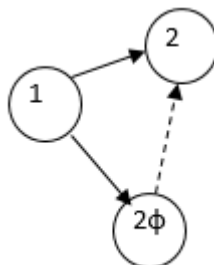


Рис. 8 – Добавление фиктивного события и фиктивной работы

В случае когда сетевая модель содержит два исходных или два завершающих события (рис.9), фиктивные работы и события можно вводить для устранения этого недостатка в сетевых графиках (рис.10). Продолжительность такой работы равна 0, исполнители ее не устанавливаются.

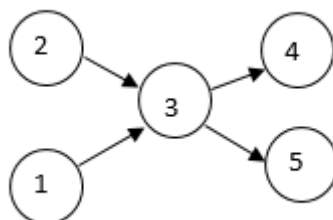


Рис. 9 – Сетевая модель с двумя завершающими и двумя исходными событиями

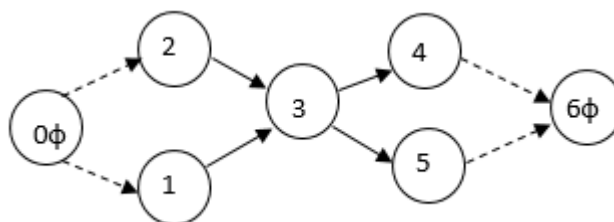


Рис.10 – Устранение двух завершающих и двух исходных событий

Если в сетевой модели осуществляются два и более параллельных не связанных между собой процесса, каждый из которых необходим для

выполнения всего комплекса работ, то введение фиктивных работ отражает зависимости событий, не связанных реальными работами (рис.11).

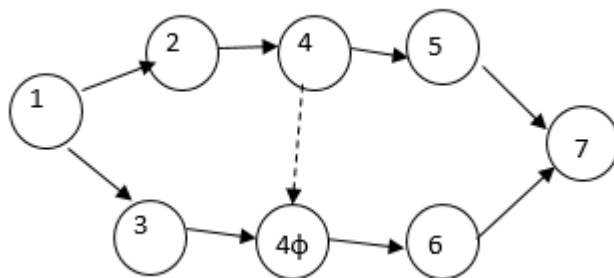


Рис. 11 – Введение фиктивных работ для отражения зависимостей событий

После построения сетевого графика, указав над работами – стрелками продолжительность этих работ необходимо упорядочить сетевой график.

### 3. Упорядочение сетевого графика.

Сетевой график является удобным для дальнейшего анализа и расчетов временных характеристик, если он не имеет взаимно пересекающихся работ, все работы идут слева направо от события с меньшим номером к событию с большим номером. Приведение сетевого графика к виду, удобному для анализа, называется упорядочением сетевого графика.

Для того чтобы упорядочить сетевой граф необходимо разделить весь первоначальный график на несколько слоев. В первый – начальный слой, поместить исходное событие и вычеркнуть все выходящие из этого события работы. В результате такой процедуры в графе останутся одно или несколько событий без входящих в них стрелок-работ, эти оставшиеся события помещаем во второй слой и вычеркиваем все выходящие из них стрелки-работы. Оставшиеся без входящих работ события размещаем в третий слой и вычеркиваем все выходящие из них работы и т.д. Продолжаем процесс до тех пор, пока все события не распределятся по слоям. Причем располагать события в слоях целесообразно в шахматном порядке. Затем соединяем правильно расположенные события работами и нумеруем события по

порядку их следования, в некоторых случаях приходится перенумеровать события.

Рассмотрим схему упорядочения графика на примере.

Допустим, что при составлении некоторого комплекса работ было выделено 12 событий, которые связали следующими работами (1,2); (1,3); (1,4); (2,3); (2,5); (2,6); (3,7); (4,7); (5,8); (6,8); (6,7); (6,4); (7,9); (7,10); (8,10); (8,11); (10,9); (10,12); (9,11); (9,12).

Для построения сетевого графа расположим события от 1 до 12 случайным образом и свяжем их работами:

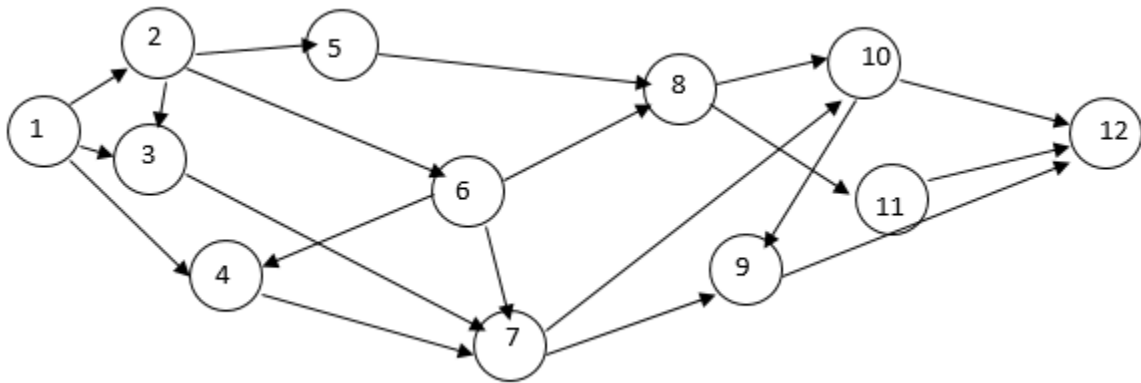


Рис. 12 – первоначальный сетевой граф

В построенном сетевом графе есть стрелки, которые идут справа-налево, от событий с большими номерами к событиям с меньшими номерами, например, (6,4) и (10,9). Есть работы-стрелки, которые пересекаются. Поэтому график необходимо упорядочить.

Разделим весь график на несколько вертикальных слоев. В первый слой помещаем исходное событие 1 и вычеркиваем выходящие из него стрелки – работы: (1,2); (1,3); (1,4) (рис.13).

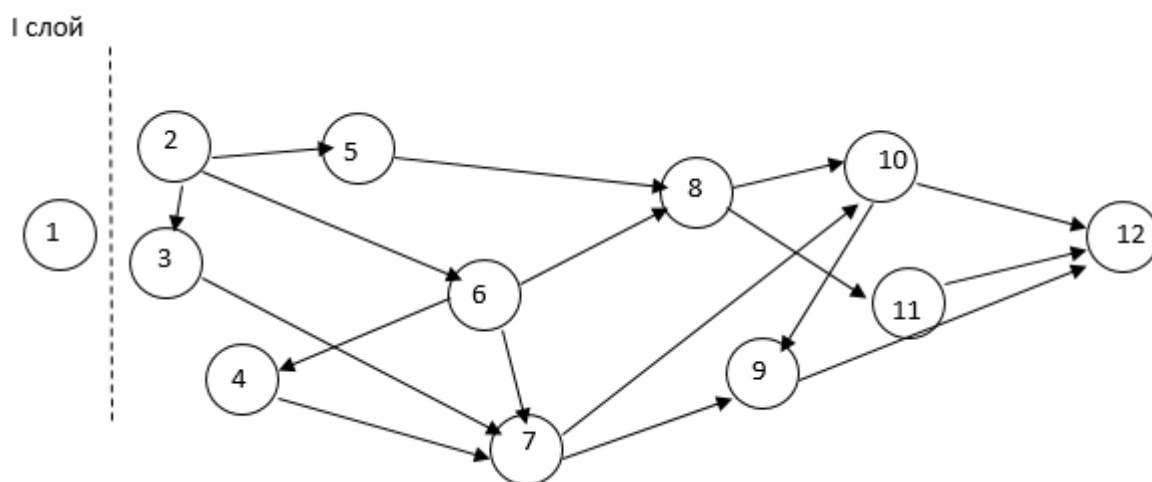


Рис. 13 – Первый этап упорядочения графика

В результате определения места исходному событию в сети остается событие без входящих стрелок – работ. Это событие 2. Размещаем его во второй слой и вычеркиваем все выходящие из него стрелки работы (рис. 14).

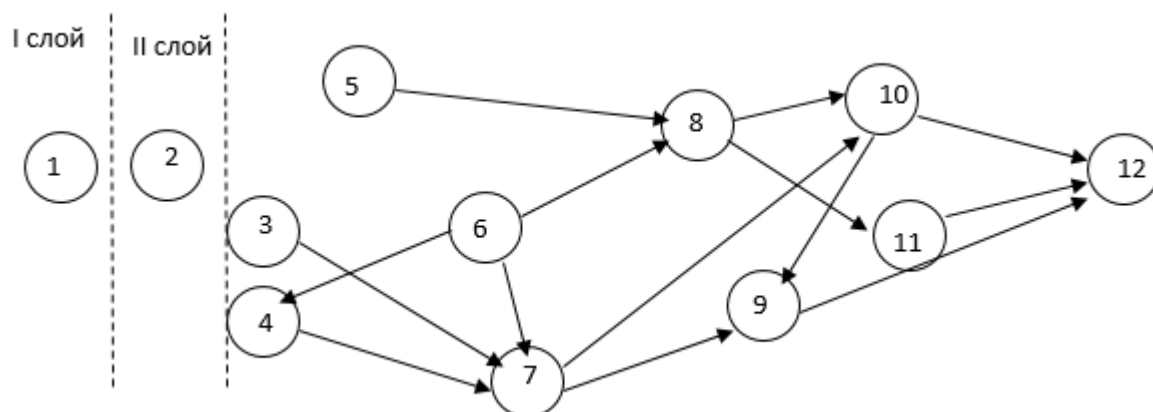


Рис. 14 – Второй этап упорядочения графика

На следующем этапе из оставшейся сетевой модели выбираем все события в которые не входит ни одна стрелка – работа и размещаем эти события: 5, 6 и 3 в третий слой. Порядок расположения событий в слое не важен. Вычеркиваем из графика эти события и все выходящие из них стрелки работы (рис.15).

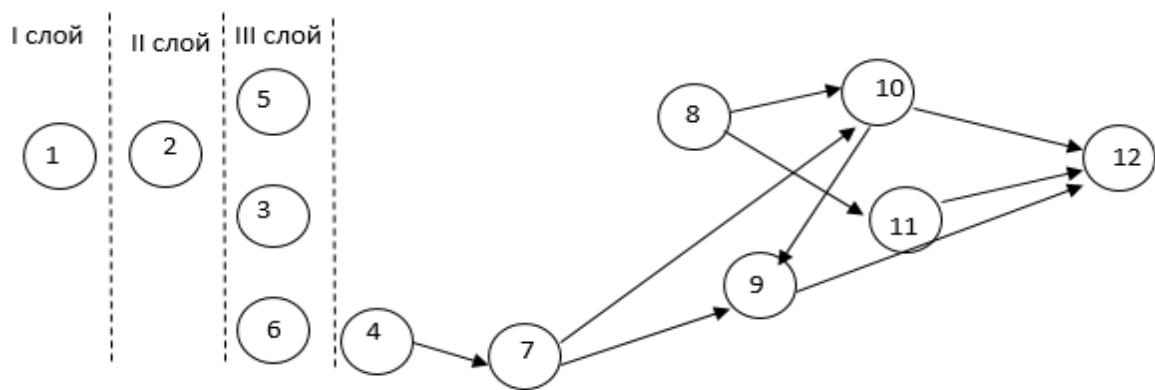


Рис. 15 – Третий этап упорядочения графика

Теперь в оставшейся части сетевого графика определяем события без входящих стрелок – работ: 4 и 8. Размещаем их в четвертом слое, вычеркиваем их из графика и выходящие из них стрелки-работы (рис.16).

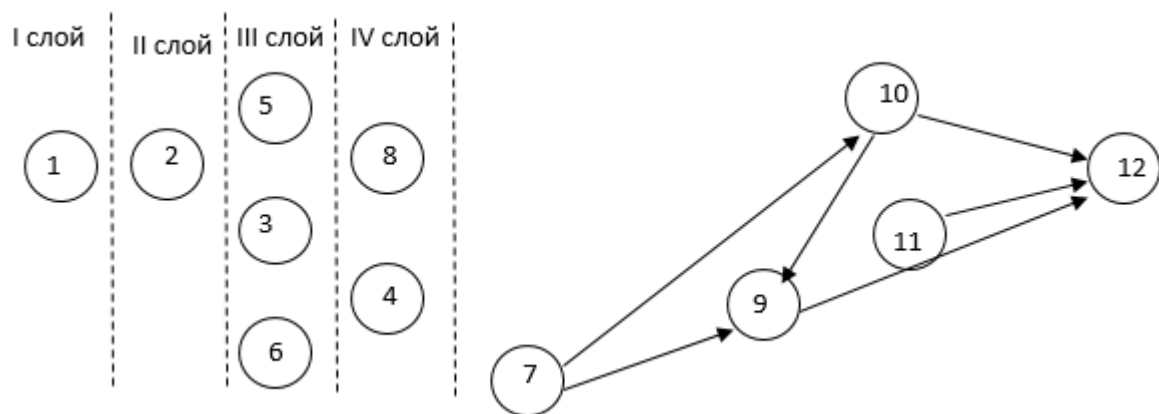


Рис. 16 – Четвертый этап упорядочения графика

В следующий – пятый слой попадает только одно событие – 7, так как именно это событие не содержит входящих в него стрелок-работ. Вычеркиваем событие 7 и выходящие из него стрелки-работы (рис.17).

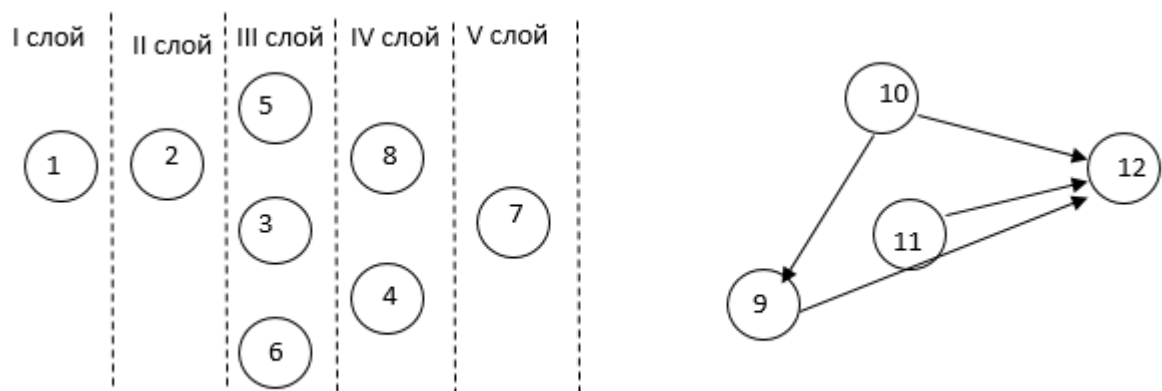


Рис. 17 – Пятый этап упорядочения графика

В шестой слой располагаем события 10 и 11 в произвольном порядке, а из оставшейся части сетевой модели вычеркиваем эти события и все выходящие из них работы (рис. 18).

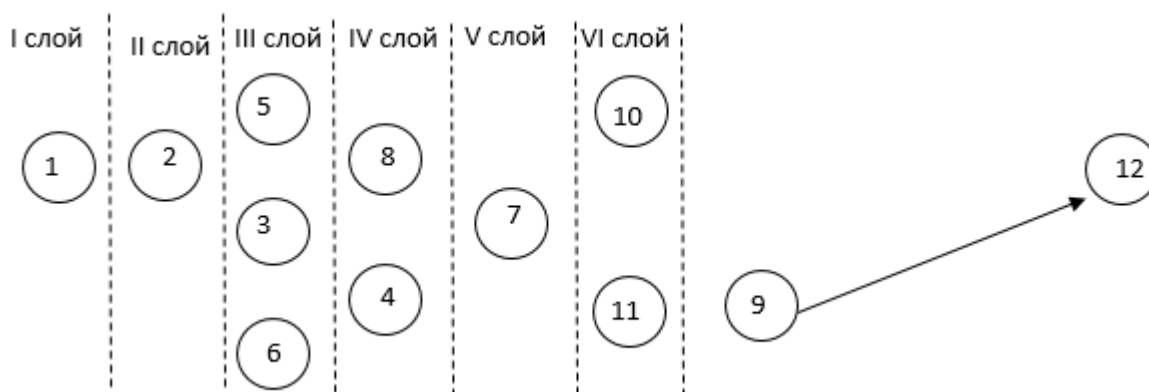


Рис. 18 – Шестой этап упорядочения графика

В следующий – седьмой слой размещаем событие 9, а завершающее событие 12 необходимо поместить в последний слой (рис. 19).

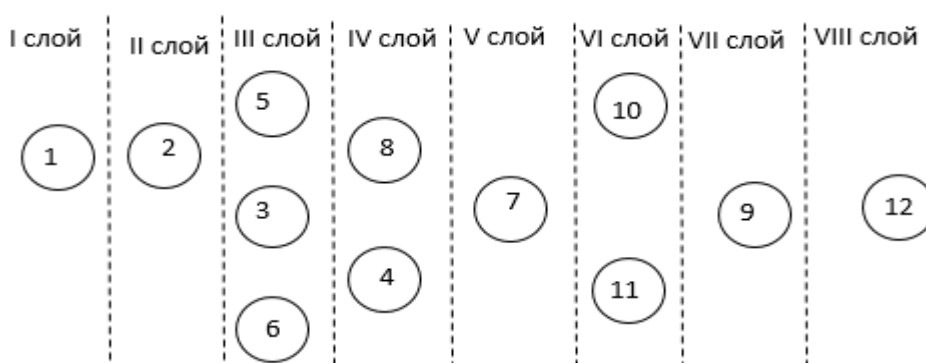


Рис. 19 – Седьмой этап упорядочения графика.

После расположения событий сетевого графика по слоям соединяем их первоначальными работами (рис.20).

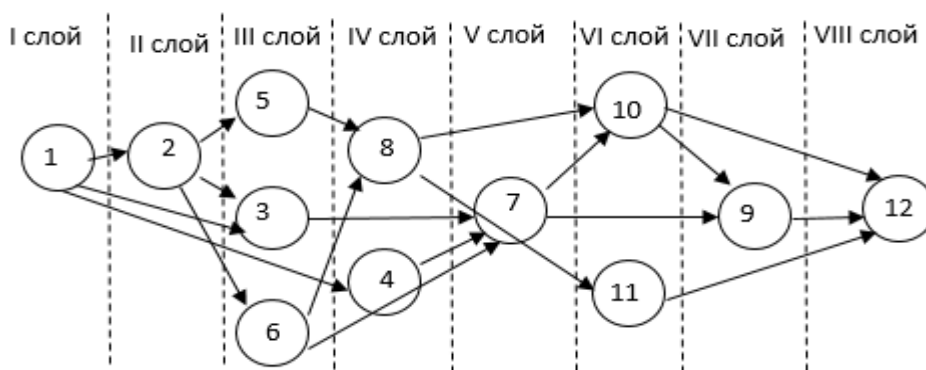


Рис. 20 – Сшивание сетевого графика работами

При сшивании графика видим, что стрелки-работы идут слева направо, но многие стрелки пересекаются. Чтобы избежать пересечения стрелок – работ можно менять события лежащие в одном слое местами (рис. 21).

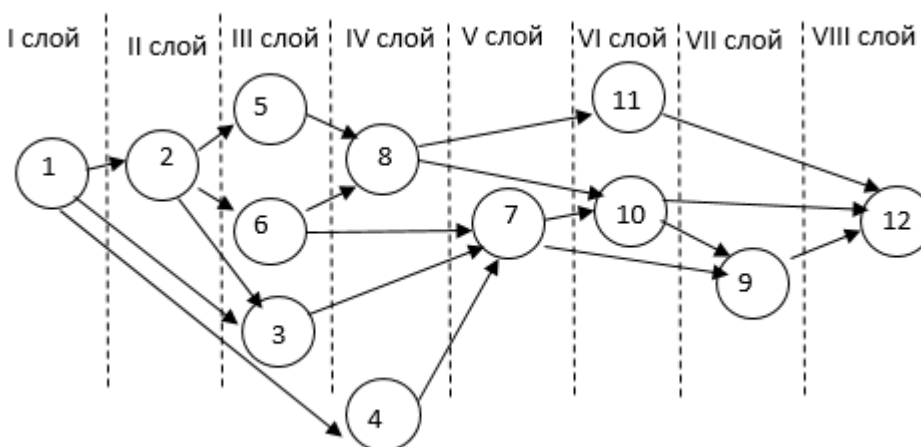


Рис. 21 – Упорядоченный сетевой график

#### 4. Временные характеристики сетевой модели.

После упорядочения сетевого графика рассчитываются параметры событий и работ, определяются резервы времени и критический путь. Наконец, проводятся анализ и оптимизация сетевого графика, который при необходимости вычерчивается заново с пересчетом параметров событий и работ.

##### Временные характеристики событий

Рассмотрим временные характеристики событий сетевой модели. К ним относятся:

$R(i)$  – резерв времени  $i$ -го события;

$t_p(i)$  – ранний срок свершения  $i$ -го события;

$t_n(i)$  – поздний срок свершения  $i$ -го события.

Ранний срок свершения  $i$ -го события равен продолжительности пути, предшествующего этому событию. Если путей, предшествующих  $i$ -му событию несколько, то ранний срок свершения этого события равен



максимальному среди продолжительностей всех предшествующих этому событию путей:

$$t_p(i) = \max t(L_{ni}),$$

где  $L_{ni}$  – произвольный путь от исходного до  $i$ -го события сетевого графика,  $t(L_{ni})$  – продолжительность пути.

На практике неудобно каждый раз перебирать все возможные пути от исходного до  $i$ -го события сетевого графика, так как каждому предшествующему пути соответствует и предшествующее событие, и ранний срок  $i$ -го события отличается от раннего срока, предшествующего ему события только продолжительностью, связывающей их работы. Поэтому ранний срок свершения события определяется по формуле:

$$t_p(j) = \max \{ t_p(i) + t(i, j) \},$$

где  $t_p(j)$  – искомый ранний срок свершения  $j$ -го события,

$t_p(i)$  – ранний срок свершения предшествующего  $i$ -го события,

$t(i, j)$  – продолжительность работы  $(i, j)$ .

Задержка появления  $i$ -го события не отразится на продолжительности всего комплекса работ до тех пор, пока сумма срока  $i$ -го события и максимального из последующих за ним путей не превысит критического пути. Поздний срок свершения  $i$ -го события равен разности между продолжительностью критического пути и продолжительности пути, следующего от  $i$ -го события до завершающего события. Если последующих  $i$ -му событию путей несколько, то поздний срок свершения этого события равен разности между продолжительностью критического пути и максимальной продолжительности пути, следующего от  $i$ -го события до завершающего события среди продолжительностей всех последующих за этим событием путей:

$$t_n(i) = t_{kp} - \max t(L_{ci}),$$

где  $L_{ci}$  – произвольный путь от  $i$ -го события до завершающего события сетевого графика,  $t(L_{ci})$  – продолжительность этого пути.

На практике неудобно каждый раз перебирать все возможные пути от  $i$ -го события до завершающего события сетевого графика. Каждому последующему за событием пути соответствует и последующее событие, и поздний срок  $i$ -го события отличается от позднего срока, последующего ему события только продолжительностью, связывающей их работы. Поэтому поздний срок свершения  $i$ -го события определяется по формуле:

$$t_n(i) = \min\{t_n(j) - t(i, j)\},$$

где  $t_n(i)$  – искомый поздний срок свершения  $i$ -го события,

$t_n(j)$  – поздний срок свершения последующего  $j$ -го события,

$t(i, j)$  – продолжительность работы  $(i, j)$ .

Резерв времени  $i$ -го события показывает можно ли задержать выполнение события на некоторый срок без ущерба для продолжительности всего комплекса работ. Резерв времени равен разности между поздним и ранним сроками свершения одного и того же события:

$$R(i) = t_n(i) - t_p(i), \text{ где}$$

$t_p(i)$  – ранний срок свершения  $i$ -го события;

$t_n(i)$  – поздний срок свершения  $i$ -го события.

Расчет временных параметров событий целесообразно проводить на сетевом графе. Разделим кружок, изображающий событие на сетевом графике на четыре сектора (рис. 22) и поместим номер события,  $t_p(i)$ ,  $t_n(i)$  и  $R(i)$  в отдельном секторе этого круга.

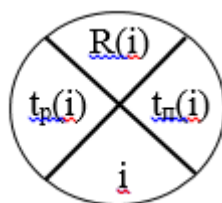


Рис. 22 – Расположение временных характеристик событий на графе

Рассмотрим расчет временных параметров событий сетевого графика на примере.

Построен и упорядочен сетевой график некоторого комплекса работ, включающего 7 событий и 12 связывающих их работы. Продолжительность каждой работы указана рядом со стрелками (рис. 23). Необходимо рассчитать временные параметры событий.

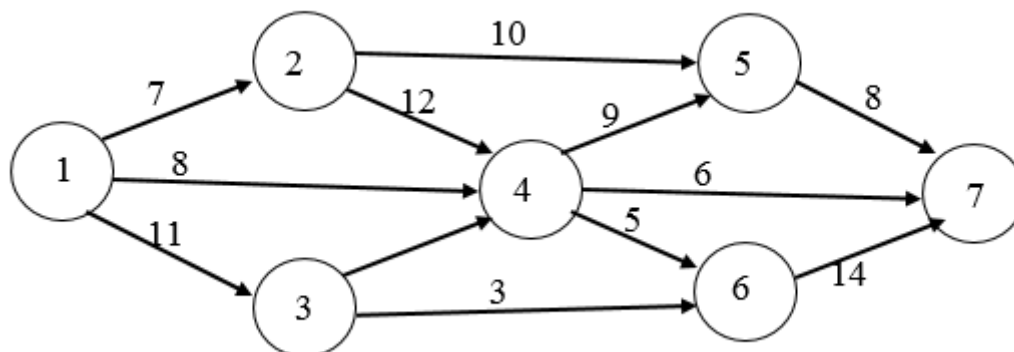


Рис. 23 – Условие задачи

Разделим каждый круг, изображающий событие, на четыре сектора и будем располагать временные характеристики событий внутри каждого сектора так как показано на рис. 22.

Номер события размещаем в нижнем секторе круга.

Расчет раннего срока свершения событий начинаем с первого события и размещаем в левом секторе круга. Ранний срок свершения первого события равен 0, так как ему не предшествует ни один путь. Ранний срок второго события равен 7 - продолжительности работы (1,2), так как это единственный путь, предшествующий событию 2. Аналогично, ранний срок свершения третьего события равен 11, как длине единственного, предшествующего ему пути.

Для расчета раннего срока свершения четвертого события рассматриваем три предшествующих ему пути: 1-2-4, 1-4 и 1-3-4. Находим продолжительности каждого из них и выбираем максимальную из них:

$$t_p(4) = \max\{t_p(1) + t(1,4); t_p(2) + t(2,4); t_p(3) + t(3,4)\}$$

$$t_p(4) = \max\{0 + 8; 7 + 12; 11 + 4\} = \max\{8; 19; 15\} = 19$$

Итак, ранний срок свершения четвертого события равен 19. Рассчитываем ранний срок свершения пятого события. Пятому событию предшествует два пути: 1-2-5 и 1-2-4-5 и два события: 2 и 4, ранний срок свершения которых уже известен. Ранний срок свершения пятого события будет определяться как

$$t_p(5) = \max\{t_p(2) + t(2,5); t_p(4) + t(4,5)\}$$

$$t_p(5) = \max\{7 + 10; 19 + 9\} = \max\{17; 28\} = 28.$$

Ранний срок свершения пятого события располагаем в соответствующий сектор круга пятого события.

Шестому событию предшествуют также два пути: 1-3-6 и 1-3-4-6, а значит два события 4 и 3, ранний срок свершения которых известен  $t_p(4) = 19$  и  $t_p(3) = 11$ . Продолжительности работ  $t(4, 6) = 5$ ,  $t(3,6) = 3$ . Прибавляем эти продолжительности к раннему сроку соответствующих предшествующих событий и выбираем максимальное значение.

$$t_p(6) = \max\{t_p(4) + t(4,6); t_p(3) + t(3,6)\}$$

$$t_p(6) = \max\{19 + 5; 11 + 3\} = \max\{24; 14\} = 24.$$

Для расчета раннего срока свершения седьмого события определяем, что седьмому событию предшествует три пути и три события: 5, 4 и 6. Вычисляем ранний срок свершения седьмого события как максимальное значение из сумм ранних сроков свершения 5, 4, 6 событий и продолжительностей работ (5,7); (4,7) и (6,7).

$$t_p(7) = \max\{t_p(5) + t(5,7); t_p(4) + t(4,7); t_p(6) + t(6,7)\}$$

$$t_p(7) = \max\{28 + 8; 19 + 6; 24 + 14\} = \max\{36; 25; 38\} = 38$$

Размещаем ранний срок свершения седьмого события в соответствующем секторе седьмого круга (рис. 24).

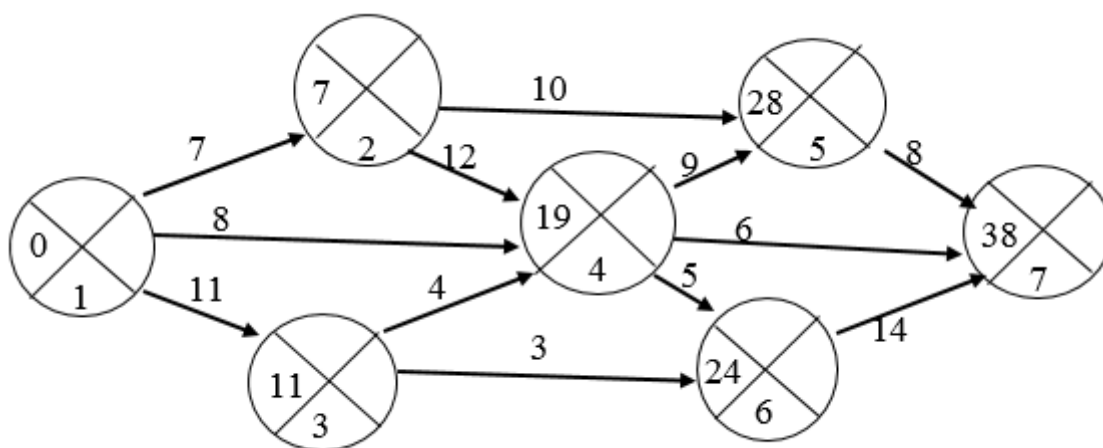


Рис. 24 – Расчет раннего срока свершения события

По сетевому графику можно сделать вывод, что продолжительность выполнения всего комплекса работ равна 38, а значит длина критического пути составляет 38.

Вычислим поздние сроки свершения событий и заполним правые секторы кругов, изображающих события на сетевом графике. Расчет начинается с седьмого события, так как для расчета требуются последующие пути, а седьмое событие не имеет последующих путей

$$t_n(7) = t_{кр} - 0 = 38 - 0 = 38.$$

Располагаем значение равное 38 в правый сектор круга, изображающего седьмое событие.

Рассчитаем поздний срок свершения шестого события. Последующим за этим событием является только один путь. Для определения позднего срока свершения шестого события достаточно из длины критического пути вычесть продолжительность единственного последующего пути  $t(6,7)=14$ , тогда  $t_n(6) = t_{кр} - t(6,7) = 38 - 14 = 24$ .

Рассчитаем поздний срок свершения пятого события. От пятого до завершающего события проходит всего один путь: 5-7, поэтому для расчета позднего срока свершения пятого события надо из продолжительности критического пути вычесть продолжительность пути 5-7, равной продолжительности работы  $t(5,7)=8$

$$t_n(5) = t_{кр} - t(5,7) = 38 - 8 = 30$$

Размещаем значения поздних сроков свершения шестого и пятого событий в правый сектор соответствующих кругов, изображающих события 5 и 6.

Расчет позднего срока свершения четвертого события начинаем с определения последующих за событием 4 путей. Анализ сетевого графика показывает, что за 4 событием следует три пути: 4-7, 4-5-7, 4-6-7, а значит надо найти продолжительности каждого из этих путей, выбрать среди них максимальный и вычесть его из продолжительности критического пути. Можно из позднего срока последующих событий 5, 6, 7 вычесть продолжительности работ (4,5), (4,7), (4,6) и из полученных значений выбрать наименьшее.

$$t_n(4) = \min\{t_n(5) - t(4,5); t_n(6) - t(4,6); t_n(7) - t(4,7)\}$$

$$t_n(4) = \min\{30 - 9; 24 - 5; 38 - 6\} = \min\{21; 19; 32\} = 19$$

При анализе сетевого графика для определения позднего срока свершения третьего события отмечаем, что последующим за третьим событием являются два: 4 и 6. Значит для определения позднего срока свершения третьего события надо из поздних сроков событий 4 и 6 вычесть продолжительности работ (3,4) и (3,6) и выбрать минимальное значение.

$$t_n(3) = \min\{t_n(4) - t(3,4); t_n(6) - t(3,6)\}$$

$$t_n(3) = \min\{19 - 4; 24 - 3; \} = \min\{15; 21\} = 15$$

Для определения позднего срока свершения второго события анализируем два непосредственно следующих за вторым события: 4 и 5. Из поздних сроков этих событий  $t_n(4) = 19$  и  $t_n(5) = 30$  вычитаем продолжительности работ  $t(2,5) = 10$  и  $t(2,4) = 12$ .

$$t_n(2) = \min\{t_n(4) - t(2,4); t_n(5) - t(2,5)\}$$

$$t_n(2) = \min\{19 - 12; 30 - 10; \} = \min\{7; 20\} = 7$$

Размещаем поздний срок свершения второго события в правый сектор соответствующего второму событию круга сетевого графика.

При определении позднего срока свершения события 1 необходимо из поздних сроков событий 2, 3, 4, непосредственно предшествующим событию 1 вычесть продолжительности соответствующих работ. Выбрать среди полученных значений максимальное.

$$t_n(1) = \min\{t_n(2) - t(1,2); t_n(4) - t(1,4); t_n(3) - t(1,3)\}$$

$$t_n(1) = \min\{7 - 7; 19 - 8; 15 - 11\} = \min\{0; 11; 4\} = 0$$

Размещаем все вычисленные поздние сроки событий на сетевом графике в правом секторе кругов, изображающих события (рис.25).

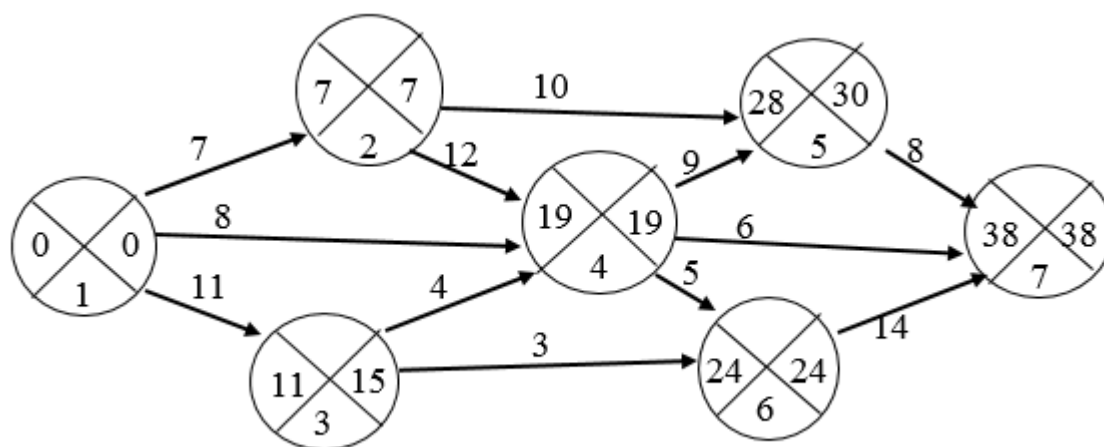


Рис. 25 – Расчет поздних сроков свершения событий.

Для вычисления резервов времени событий надо из позднего срока свершения каждого события вычесть ранний срок свершения этого же события. Из значение, записанных в правом секторе круга вычесть значение, записанное в левом секторе того же круга.

События с нулевыми резервами лежат на критическом пути и называются критическими событиями. Изменение времени свершения этих событий невозможно без изменения длины критического пути. Вычисленные резервы времени событий представлены на рис. 26.

$$R(1) = t_n(1) - t_p(1) = 0 - 0 = 0$$

$$R(2) = t_n(2) - t_p(2) = 7 - 7 = 0$$

$$R(3) = t_n(3) - t_p(3) = 15 - 11 = 4$$

$$R(4) = t_n(4) - t_p(4) = 19 - 19 = 0$$

$$R(5) = t_n(5) - t_p(5) = 30 - 28 = 2$$

$$R(6) = t_n(6) - t_p(6) = 24 - 24 = 0$$

$$R(7) = t_n(7) - t_p(7) = 38 - 38 = 0$$

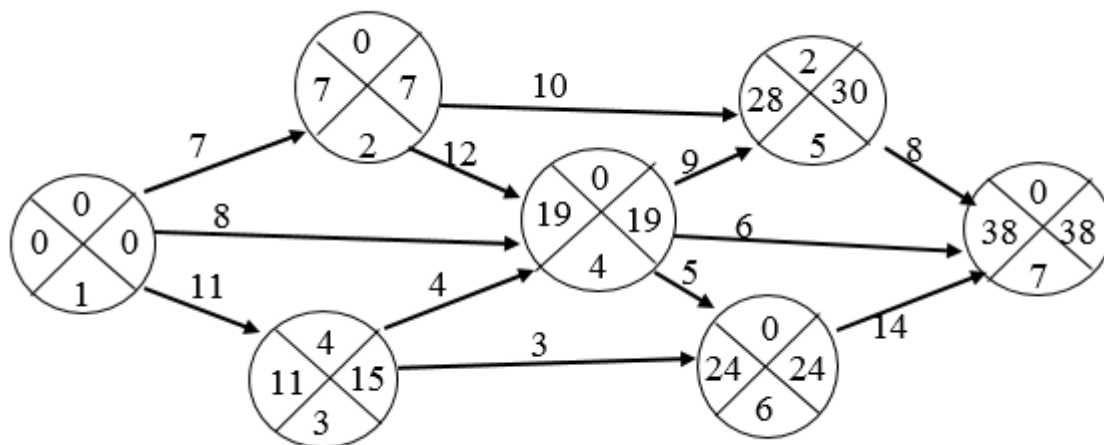


Рис. 26 – Итоговый результат решения задачи

Критический путь проходит по событиям 1-2-4-6-8, его продолжительность равна 38. События 1, 2, 4, 6, 8 являются критическими и имеют нулевые резервы времени.

#### Временные характеристики работ.

К временным характеристикам работ относятся:

$t(i, j)$  – продолжительность работы;

$t_{рн}(i, j)$  – ранний срок начала работы;

$t_{по}(i, j)$  – ранний срок окончания работы;

$t_{нн}(i, j)$  – поздний срок начала работы;

$t_{но}(i, j)$  – поздний срок окончания работы;

$R_n(i, j)$  – полный резерв времени работы;

$R_c(i, j)$  – свободный резерв времени работы;

$R_n(i, j)$  – независимый резерв времени работы.

Продолжительность работы  $t(i, j)$  определяется исполнителями этой работы при планировании комплекса работ и построении сетевого графика.



Обычно, на сетевом графике продолжительность работ указывается над стрелкой-работой.

Ранние сроки начала и окончания работы связаны с ранним сроком наступления предшествующего этой работе события и определяются по формулам:

$$t_{pn}(i, j) = t_p(i), \quad t_{po}(i, j) = t_p(i) + t(i, j),$$

где  $t(i, j)$  – продолжительность работы;  $t_p(i)$  – ранний срок наступления предшествующего события  $i$ .

Поздние сроки начала и окончания работы связаны с поздним сроком свершения последующего события и определяются по формулам:

$$t_{no}(i, j) = t_n(j), \quad t_{nn}(i, j) = t_n(j) - t(i, j),$$

где  $t(i, j)$  – продолжительность работы;  $t_n(j)$  – поздний срок наступления последующего события  $j$ .

Полный резерв времени работы показывает на какое время можно увеличить срок выполнения данной работы не меняя при этом продолжительности всего комплекса работ и определяется как разность между поздним и ранним сроком окончания работы или как разность между поздним и ранним сроком начала работы, т.е.

$$R_n(i, j) = t_{no}(i, j) - t_{pn}(i, j) \text{ или}$$

$$R_n(i, j) = t_{nn}(i, j) - t_{po}(i, j).$$

Свободный резерв времени работы является частью полного резерва времени работы. Им можно располагать при выполнении данной работы предполагая, что и начальное и конечное событие этой работы свершаются в свои ранние сроки. Свободным резервом времени удобно пользоваться при планировании сетевого процесса для того чтобы учесть различного рода случайности в ходе выполнения всего комплекса работ. Определяется свободный резерв времени работ по формуле:

$$R_c(i, j) = R_n(i, j) - R(j) \text{ или } R_c(i, j) = t_n(j) - t_n(i) - t(i, j)$$

где  $R(j)$  – резерв времени  $j$  – го события;

$t(i, j)$  – продолжительность работы (i,j);

$t_n(i)$  – поздний срок свершения i-го предшествующего события;

$t_p(j)$  – поздний срок свершения j-го последующего события.

Независимый резерв времени работы является частью полного резерва времени и показывает можно ли увеличить продолжительность конкретной работы не нарушая всего комплекса работ. Если независимый резерв времени работы положителен, то возможность увеличения продолжительности этой работы имеется, если независимый резерв времени работы равен нулю или отрицателен, то продолжительность данной работы увеличить невозможно, так как предыдущая работа еще не окончилась, а последующая уже должна начаться. Независимый резерв времени работы определяют по формуле:

$$R_n(i, j) = R(i, j) - R(i) - R(j) \text{ или } R_n(i, j) = t_p(j) - t_n(i) - t(i, j),$$

где  $R(j)$  – резерв времени j – го последующего события;

$R(i)$  – резерв времени i – го предшествующего события;

$t(i, j)$  – продолжительность работы (i, j);

$t_n(i)$  – поздний срок свершения i – го предшествующего события;

$t_p(j)$  – ранний срок свершения j – го последующего события.

Рассмотрим расчет временных параметров работ сетевого графика, представленного на рис. 23.

Все расчеты занесем в табл. 1.

Таблица 1 – Результаты расчетов временных параметров работ сетевой модели.

№	Номер предшествующего события	Номер последующего события	Продолжительность работы	Ранний срок начала работы	Ранний срок окончания работы	Поздний срок начала работы	Поздний срок окончания работы	Полный резерв времени работы	Свободный резерв времени работы	Независимый резерв времени работы
	i	j	t(i, j)	$t_{pn}(i, j)$	$t_{po}(i, j)$	$t_{nn}(i, j)$	$t_{no}(i, j)$	$R_n(i, j)$	$R_c(i, j)$	$R_n(i, j)$
1	1	2	7	0	7	0	7	0	0	0
2	1	3	11	0	11	4	15	4	0	0

3	1	4	8	0	8	11	19	11	11	11
4	2	4	12	7	19	7	19	0	0	0
5	2	5	10	7	17	20	30	13	13	11
6	3	4	4	11	15	15	19	4	4	0
7	3	6	3	11	14	21	24	10	10	6
8	4	5	9	19	28	21	30	2	2	0
9	4	6	5	19	24	19	24	0	0	0
10	4	7	6	19	25	32	38	13	13	13
11	5	7	8	28	36	30	38	2	2	0
12	6	7	14	24	38	24	38	0	0	0

Столбцы таблицы, отвечающие за номер предшествующего события, номер последующего события и продолжительность работы заполняем из данных сетевого графика (рис.23) выписывая последовательно информацию о каждой работе.

Переходим к расчету временных параметров работ сетевой модели. Одновременно заполняем два столбца табл.1: ранний сроки начала и окончания работы. Для работ (1,2); (1,3); (1,4) ранний срок начала совпадает с ранним сроком начала первого события, который равен 0. Вносим значение 0 в пятый столбец табл.1 в те строки, которым соответствует номер предшествующего события 1. И, для заполнения соответствующих ячеек шестого столбца табл.1, прибавляем к ним продолжительность соответствующих работ, получаем:  $t_{po}(1,2) = 7$ ,  $t_{po}(1,3) = 11$ ,  $t_{po}(1,4) = 8$ . Вносим эти значения в первые три строки шестого столбца табл.1.

Продолжаем заполнение пятого столбца табл.1. Обращаем, что четвертой строке соответствует номер предшествующего события 2, ранний срок окончания работы (1,2) равен 7 (шестой столбец, первая строка), а значит ранний срок начала обеих работ, начинающихся с события 2: (2,4) и (2,5) равен 7. Проставляем число 7 в качестве раннего срока начала работ (2,4) и (2,5). Прибавляем к раннему сроку начала этих работ продолжительности этих работ получаем ранний срок окончания работ (2, 4) и (2, 5).

Следующая строка таблицы соответствует номеру предшествующего события 3. Работа, которая имеет событие 3 в качестве завершающего

единственная – (1, 3). Ранний срок ее окончания равен 11. Значит ранний срок начала всех работ для которых событие 3 является начальным будет равен 11. Записываем число 11 в пятый столбец табл.1 как ранний срок начала работ (3, 4) и (3, 6). Прибавляем к этим значениям продолжительность работ (3, 4) и (3, 6) и получаем ранние сроки окончания этих работ:  $t_{po}(3,4) = 11 + 4 = 15$ ,  $t_{po}(3,6) = 11 + 3 = 14$ .

Номер предшествующего события на 8, 9 и 10 строках таблицы равен 4, а значит необходимо найти ранний срок работы, заканчивающейся событием 4. Таких работ три: (1, 4), (2, 4) и (3, 4). Анализирую результаты в шестом столбце табл.1 отмечаем, что  $t_{po}(3,4) = 15$ ,  $t_{po}(1,4) = 8$ ,  $t_{po}(2,4) = 19$ . Так как работы не может начаться раньше, чем закончатся все предшествующие ей работы то среди найденных ранних сроков окончания работ (1, 4), (2, 4) и (3, 4) выбираем наибольший 19. Размещаем значение 19 в качестве раннего срока начала работ (4, 5), (4, 6), (4, 7) (пятый столбец, 8, 9, 10 строка табл.1).

Прибавляем к полученным ранним срокам начала работ (4, 5), (4, 6), (4, 7) их продолжительности получаем ранний срок окончания работ  $t_{po}(4,5) = 19 + 9 = 28$ ,  $t_{po}(4,6) = 19 + 5 = 24$ ,  $t_{po}(4,7) = 19 + 6 = 25$ .

Следующая строка табл.1 соответствует номеру предшествующего события 5. Определяем ранний срок начала работы (5, 7). Просматривая заполненную часть табл.1 определяем ранний срок окончания тех работ, для которых событие 5 выступает в качестве завершающего. Этими работами являются (2,5) с ранним сроком окончания равным 17 и (4, 5) с ранним сроком окончания 28. Выбираем наибольший из двух ранних сроков окончания этих работ и принимаем его в качестве значения для раннего срока начала работы (5, 7). Это значение 28, размещаем его в 11 строке пятого столбца табл.1 и прибавляем к нему значение продолжительности работы (5, 7) для получения раннего срока окончания работы (5, 7).

Последняя строка таблицы соответствует шестому номеру предшествующего события. Для определения раннего срока начала работы, для которой событие 6 является начальным, определяем наибольший из ранних сроков окончания работ, для которых событие 6 является конечным. Это работа (3,6) с ранним сроком окончания 14 и работа (4, 6) ранний срок окончания которой равен 24. Наибольшее из чисел 14 и 24 является 24, его и записываем в пятый столбец табл.1 в качестве раннего срока начала работы (6, 7) и прибавляя к нему продолжительность этой работы получаем ранний срок окончания работы (6, 7):  $t_{po}(6,7) = 24 + 14 = 38$ . Заполнение пятого и шестого столбцов табл.1 закончено.

Заполнение столбцов, отвечающих за поздние сроки начала и окончания работы ведется параллельно. Так как в момент окончания последней работы (6, 7) весь комплекс работ закончился, то принято считать, что поздний срок окончания седьмой работы совпадает с ее ранним сроком окончания, а значит равен 38. Среди нескольких ранних сроков окончания работ, заканчивающихся событием 7 необходимо выбрать наибольший из ранних сроков окончания данных работ. Поздний срок окончания седьмой работы равен 38, размещаем это значение в столбец табл.1, отвечающий за поздний срок свершения окончания работы, во все ячейки, где номер соответствующего последующего события равен 7 (12, 11, 10 строки таблицы, восьмой столбец).

Рассчитываем поздний срок начала работы как разность между поздним сроком окончания работы и продолжительностью соответствующей работы:  $t_{nn}(6,7) = 38 - 14 = 24$ ,  $t_{nn}(5,7) = 38 - 8 = 30$ ,  $t_{nn}(4,7) = 38 - 6 = 32$ , размещаем эти значения в соответствующих ячейках седьмого столбца табл.1.

Находим поздний срок окончания работ, которые в качестве последующего (завершающего) события имеют 6 событие, это работы (4, 6) и (3, 6), как поздний срок начала работы, для которой событие 6 являлось предшествующим (начальным) событием – это работа (6, 7). Так как

$t_{nn}(6,7) = 24$ , то  $t_{no}(4,6) = 24$  и  $t_{no}(3,6) = 24$ . Размещаем значение 24 позднего срока окончания работ (4, 6) и (3, 6) в 9 и 7 строку восьмого столбца табл.1. Вычитаем из позднего срока окончания работ (4, 6) и (3, 6) их продолжительность, получаем поздний срок начала работ:  $t_{nn}(4,6) = 24 - 5 = 19$  и  $t_{nn}(3,6) = 24 - 3 = 21$ , записываем их в соответствующую ячейку табл.1 (седьмой столбец, 9 и 7 строки).

На восьмой строке табл.1 расположена работа (4, 5). Найдем поздние сроки окончания работы, для которых событие 5 является завершающим. Рассмотрим работы, имеющие событие 5 своим начальным событием: (5, 7). Поздний срок начала этой работы  $t_{nn}(5,7) = 30$ , значит поздние сроки окончания работ (4, 5) и (2, 5) равны 30. Размещаем значение 30 в восьмой столбец табл.1 в ячейки, которым соответствуют последующее событие 5. И определяем поздний срок начала этих работ как разность между значением 30 и продолжительностью работ (4, 5) и (2, 5):  $t_{nn}(4,5) = 30 - 9 = 21$  и  $t_{nn}(2,5) = 30 - 10 = 20$ , записываем значения 20 и 21 в соответствующие ячейки табл.1.

Вычисляем поздний срок окончания работы, для которой последующим (завершающим) событием является событие 4. Для этого анализируем поздний срок начала работ, для которых событие 4 является предшествующим (начальным) событием: (4, 5), (4, 6) и (4, 7). Для этих работ  $t_{nn}(4,5) = 21$ ,  $t_{nn}(4,6) = 19$ ,  $t_{nn}(4,7) = 32$ . Среди данных значений необходимо выбрать минимальное, так как окончание работы с завершающим событием 4 не может быть позже чем начало работы, для которой 4 событие начальное. Среди значений 21, 19 и 32 наименьшим является 19, его и принимаем в качестве позднего срока окончания работ (3, 4), (2, 4) и (1, 4). Рассчитываем разность между поздним сроком окончания работ (3, 4), (2, 4) и (1, 4) и продолжительностью этих же работ, получим поздний срок начала работ (3, 4), (2, 4) и (1, 4):  $t_{nn}(3,4) = 19 - 4 = 15$ ,  $t_{nn}(2,4) = 19 - 12 = 7$ ,  $t_{nn}(1,4) = 19 - 8 = 11$ .

Для расчета позднего срока окончания работы (1, 3) анализируем работы для которых событие 3 является начальным: работа (3, 4) с поздним сроком начала равным 15 и работа (3, 6) с поздним сроком начала работы 21. Для значения позднего срока окончания работы (1, 3) выбираем наименьшее из чисел 15 и 21 и помещаем его в соответствующую ячейку табл.1. Из значения позднего срока окончания работы (1, 3) – 15 вычитаем продолжительность этой работы – 11 и получаем поздний срок начала работы (1, 3) – 4. Размещаем значения позднего сроков окончания и начала работы (1, 3) в соответствующие ячейки табл. 1.

Осталось заполнить поздние сроки начала и окончания работы (1, 2). Для этого анализируем работы, для которых событие 2 является начальным (предшествующим) событием – (2, 4) и (2, 5). Поздние сроки начала событий (2, 4) и (2, 5) соответственно равны  $t_{nn}(2,4) = 7$  и  $t_{nn}(2,5) = 20$ . Выбираем среди данных чисел наименьшее, оно и является поздним сроком окончания работы (1, 2). Вычитаем из него продолжительность этой работы получаем поздний срок начала работы (1, 2):  $t_{nn}(1,2) = 7 - 7 = 0$ . Вносим найденные значения в соответствующие ячейки седьмого и восьмого столбцов табл.1.

Поздние сроки начала и окончания всех работ найдены.

Определим полные резервы времени работы, как разность между поздним и ранним сроком начала одной и той же работы:

$$R_n(i, j) = t_{nn}(i, j) - t_{pn}(i, j).$$

$$R_n(1,2) = t_{nn}(1,2) - t_{pn}(1,2) = 0 - 0 = 0;$$

$$R_n(1,3) = t_{nn}(1,3) - t_{pn}(1,3) = 4 - 0 = 4;$$

$$R_n(1,4) = t_{nn}(1,4) - t_{pn}(1,4) = 11 - 0 = 11;$$

$$R_n(2,4) = t_{nn}(2,4) - t_{pn}(2,4) = 7 - 7 = 0;$$

$$R_n(2,5) = t_{nn}(2,5) - t_{pn}(2,5) = 20 - 7 = 13;$$

$$R_n(3,4) = t_{nn}(3,4) - t_{pn}(3,4) = 15 - 11 = 4;$$

$$R_n(3,6) = t_{nn}(3,6) - t_{pn}(3,6) = 21 - 11 = 10;$$

$$R_n(4,5) = t_{nn}(4,5) - t_{pn}(4,5) = 21 - 19 = 2;$$

$$R_n(4,6) = t_{nn}(4,6) - t_{pn}(4,6) = 19 - 19 = 0;$$

$$R_n(4,7) = t_{nn}(4,7) - t_{pn}(4,7) = 32 - 19 = 13;$$

$$R_n(5,7) = t_{nn}(5,7) - t_{pn}(5,7) = 30 - 28 = 2;$$

$$R_n(6,7) = t_{nn}(6,7) - t_{pn}(6,7) = 24 - 24 = 0.$$

Найденные значения полного резерва времени каждой работы размещаем в соответствующих ячейках табл. 1. Аналогичные результаты получаются если полный резерв времени работы рассчитывать, как разность между поздним и ранним сроками окончания одной и той же работы.

Определим свободный резерв времени работ. Для него воспользуемся формулой  $R_c(i, j) = R_n(i, j) - R(j)$ , и вычисленными в предыдущем примере резервами событий:  $R(1) = 0$ ;  $R(2) = 0$ ;  $R(3) = 4$ ;  $R(4) = 0$ ;  $R(5) = 2$ ;  $R(6) = 0$ ;  $R(7) = 0$ .

$$R_c(1,2) = R_n(1,2) - R(2) = 0 - 0 = 0;$$

$$R_c(1,3) = R_n(1,3) - R(3) = 4 - 4 = 0;$$

$$R_c(1,4) = R_n(1,4) - R(4) = 11 - 0 = 11;$$

$$R_c(2,4) = R_n(2,4) - R(4) = 0 - 0 = 0;$$

$$R_c(2,5) = R_n(2,5) - R(4) = 13 - 0 = 13;$$

$$R_c(3,4) = R_n(3,4) - R(4) = 4 - 0 = 4;$$

$$R_c(3,6) = R_n(3,6) - R(6) = 10 - 0 = 10;$$

$$R_c(4,5) = R_n(4,5) - R(5) = 2 - 2 = 2;$$

$$R_c(4,6) = R_n(4,6) - R(6) = 0 - 0 = 0;$$

$$R_c(4,7) = R_n(4,7) - R(7) = 13 - 0 = 13;$$

$$R_c(5,7) = R_n(5,7) - R(7) = 2 - 0 = 2;$$

$$R_c(6,7) = R_n(6,7) - R(7) = 0 - 0 = 0.$$

Значения свободного резерва времени работ показывают, что, например, на 13 временных единиц может быть задержано выполнение



работы (2, 5) и всех предшествующих ей работ без нарушения времени выполнения всех последующих работ и сохранения общего срока выполнения всего комплекса работ.

Рассчитаем независимые резервы времени работ по формуле:  $R_n(i, j) = R_n(i, j) - R(i) - R(j)$ . Используем для расчета полные резервы времени работ и резервы времени событий.

$$R_n(1,2) = R_n(1,2) - R(1) - R(2) = 0 - 0 - 0 = 0;$$

$$R_n(1,3) = R_n(1,3) - R(1) - R(3) = 4 - 0 - 4 = 0;$$

$$R_n(1,4) = R_n(1,4) - R(1) - R(4) = 11 - 0 - 0 = 11;$$

$$R_n(2,4) = R_n(2,4) - R(2) - R(4) = 0 - 0 - 0 = 0;$$

$$R_n(2,5) = R_n(2,5) - R(2) - R(5) = 13 - 0 - 2 = 11;$$

$$R_n(3,4) = R_n(3,4) - R(3) - R(4) = 4 - 4 - 0 = 0;$$

$$R_n(3,6) = R_n(3,6) - R(3) - R(6) = 10 - 4 - 0 = 6;$$

$$R_n(4,5) = R_n(4,5) - R(4) - R(5) = 2 - 0 - 2 = 0;$$

$$R_n(4,6) = R_n(4,6) - R(4) - R(6) = 0 - 0 - 0 = 0;$$

$$R_n(4,7) = R_n(4,7) - R(4) - R(7) = 13 - 0 - 0 = 13;$$

$$R_n(5,7) = R_n(5,7) - R(5) - R(7) = 2 - 2 - 0 = 0;$$

$$R_n(6,7) = R_n(6,7) - R(6) - R(7) = 0 - 0 - 0 = 0.$$

Независимый резерв времени работ показывает, на какое время можно задержать выполнение конкретной работы, чтобы весь комплекс работ не изменился. Например, независимый резерв работы (4, 7) равен 13, это означает, что выполнение работы (4, 7) можно задержать на 13 временных единиц, что не отразится на выполнении всего комплекса работ.

Работы и события, лежащие на критическом пути, связывающем исходное и завершающее события и являющимся самым длинным по продолжительности называются критическими. Резервы критических работ и резервы критических событий нулевые. Работы критического пути определяют общий цикл завершения всего комплекса работ. Если

необходимо уменьшить время выполнения всего комплекса работ, то в первую очередь необходимо сократить продолжительность работ, лежащих на критическом пути.

### Линейная диаграмма проекта.

Сетевой график обычно вычерчивается без масштаба времени. Для того чтобы сетевой график был нагляден для определения тех работ, которые должны выполняться в данный момент времени, его необходимо дополнить линейной диаграммой проекта.

На линейной диаграмме каждая работа изображается отрезком параллельным оси абсцисс – оси времени, на оси ординат откладывается порядковый номер каждой работы. События  $i$  и  $j$  работы  $(i, j)$  отмечают в начале и конце отрезка. Отрезки располагаются один над другим последовательно: сначала в порядке возрастания индекса  $i$ , а при одинаковом индексе  $i$ , в порядке возрастания индекса  $j$ .

Построим линейную диаграмму проекта, представленного на рис. 23. Анализируя сетевой график, представленный на рис.23, выпишем все входящие в него работы и их продолжительность в табл.2.

Таблица 2 – Значения работ и их продолжительностей

работа	1-2	1-3	1-4	2-4	2-5	3-4	3-6	4-5	4-6	4-7	5-7	6-7
Продолжительность	7	11	8	12	10	4	3	9	5	6	8	14

В таблице 2 все работы представлены в порядке возрастания первых индексов, а при одинаковых первых индексах, в порядке возрастания вторых индексов.

На линейной диаграмме располагаем отрезок 1-2, на расстоянии одной клетки от начала отсчета параллельно оси времени. Длина этого отрезка 7 единиц. Отрезок 1-3 располагаем над ним, причем начала отрезков строго один над другим, длина второго отрезка равна продолжительности работы (1, 3) – 11. Отрезок, представляющий работу (1, 4) располагаем еще выше на одну клетку, длина этого отрезка 8 единиц (рис.27).

Отрезок, соответствующий следующей работе (2, 4) располагается еще на одну клетку выше, параллельно оси времени. Начало этого отрезка совпадает с концом отрезка, соответствующего работе (1, 2), т.е. начинается с седьмой клетки линейной диаграммы, длина этого отрезка 12 клеток. Начало работ (2, 4) и (2, 5) совпадают, а значит, отрезок, соответствующий работе (2, 5), начнется строго с той же седьмой клетки, но на одну клетку выше по оси оу, длина отрезка, соответствующего работе (2, 5) равна 10 клеток (рис.27).

Работы (3, 4) и (3, 6) начинаются после того как закончится работа (1, 3), т.е. с 11 клетки линейной диаграммы и продолжаются 4 и 3 единицы соответственно. Располагаются отрезки, соответствующие этим работам еще выше на одну и две клетки параллельно оси времени.

Отрезки, соответствующие работам (4, 5), (4, 6) и (4, 7) располагаются на линейной диаграмме следующими тремя последовательными параллельными отрезками с длинами 9, 5 и 6 клеток соответственно. Начало эти отрезки берут с 19 клетки, так как среди всех работ, которые заканчиваются событием 4: (1, 4), (2, 4) и (3, 4) работа (2, 4) заканчивается последней и на 19 клетке ((рис.27).

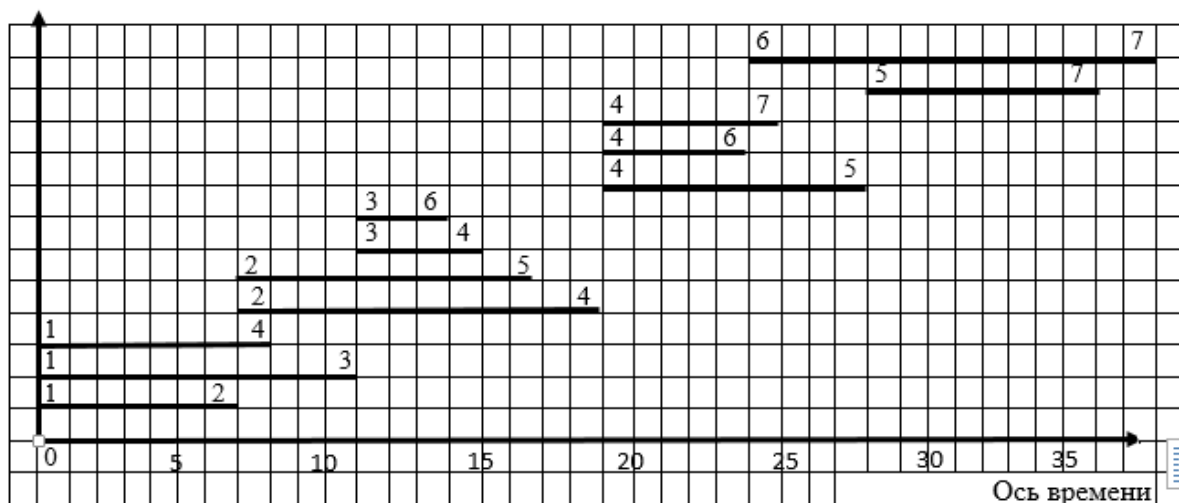


Рис. 27 – Линейная диаграмма проекта сетевого графика.

Отрезок, соответствующий работе (5, 7) с длиной 8 единиц, начинаем с 28 клетки, а отрезок, соответствующий работе (6, 7) с длиной 14 единиц, начинаем с 24 клетки. Когда заканчиваются работы (4, 5) и (4, 6)

соответственно. После того, как последняя работа изображена на графике, линейная диаграмма сетевой модели построена (рис.27).

По линейной диаграмме можно увидеть, что весь комплекс работ потребует 38 единиц времени, а значит, длина критического пути равна 38.

### Список литературы

1. Дубина, И.Н. Основы математического моделирования социально-экономических процессов: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / И. Н. Дубина. – М. : Издательство Юрайт, 2018. – 349 с.

2. Стронгин, Р.Г. Исследование операций. Модели экономического поведения [Электронный ресурс] / Р.Г. Стронгин. – Электрон. текстовые данные. – М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2016. – 245 с.

3. Красс, М.С. Математика в экономике: математические методы и модели : учебник для бакалавров / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов ; под ред. М.С. Красса. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 541 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Основные понятия сетевой модели.....	5
2. Правила построения сетевых графиков.....	7
3. Упорядочение сетевого графика.....	11
4. Временные характеристики сетевой модели.....	16
Список литературы .....	36

**Наталья Николаевна Двоерядкина,**

*доц. каф. общей математики и информатики АмГУ, канд. пед. наук*