Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Т.Е. Гришкина, А.М. Попова

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ

Методические указания для организации самостоятельной работы студентов

Благовещенск
Издательство АмГУ
2020

ББК

Рекомендовано
учебно-методическим советом университета

Рецензент:
Павельчук А.В., канд. физ.-мат. наук, заместитель директора по учебной работе общеобразовательного лицея ФГБОУ ВО АмГУ

Гришкина Т.Е., Попова А.М.

Аналитическая геометрия на плоскости: методические указания для организации самостоятельной работы студентов/ Т.Е. Гришкина, А.М. Попова – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2020. – 40 с.

Методические указания предназначены для студентов первого курса всех направлений подготовки и специальностей.

В них приводятся теоретические вопросы, образец решения типовых заданий и варианты для организации самостоятельной работы.

ВВЕДЕНИЕ

Аналитическая геометрия – раздел геометрии, в котором простейшие геометрические образы – линии и поверхности (а также их частные случаи: прямые и плоскости) исследуются средствами алгебры на основе метода координат. Объектом исследования в аналитической геометрии являются линии и поверхности, задаваемые алгебраическими уравнениями не выше второго порядка.

В аналитической геометрии на плоскости изучаются: алгебраические линии первого порядка, описываемые алгебраическим уравнением первой степени с двумя неизвестными; алгебраические линии второго порядка, описываемые алгебраическим уравнением второй степени с двумя неизвестными (окружность, эллипс, парабола, гипербола и др.).

Методические указания «Аналитическая геометрия на плоскости» рекомендованы для самостоятельной работы студентов различных направлений подготовки и специальностей при изучении соответствующего раздела математики, а также для использования в качестве дополнительного материала при организации преподавателем практических занятий.

Методические указания содержат теоретические вопросы для самоконтроля, ряд детально разобранных заданий, 26 вариантов типовых задач, которые позволяют формировать индивидуальную домашнюю работу студентов по данному разделу.

Для эффективной работы с методическими указаниями необходима предварительная проработка теоретического материала лекций, а также учебников и пособий, представленных в списке литературы.

Образец выполнения индивидуальной работы

Пример 1.

1)Даны координаты вершин треугольника $ABC: A(-2;\ 0), B(2;\ 3),\ C(4;\ 1)$

Найти длину стороны BC.

Решение. Расстояние между точками $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad (1)$$

В данном примере длина стороны BC $d_{BC} = \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2} =$ $\sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2{,}8$ (ед.)

2) Написать уравнение прямой AB:

а) через две точки;

б) общее уравнение;

в) уравнение в отрезках;

г) с угловым коэффициентом.

Решение.

а) Для нахождения уравнения прямой, проходящей через две точки воспользуемся формулой:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \qquad (2)$$

Для прямой AB имеем: $\dfrac{x+2}{2+2} = \dfrac{y-0}{3-0}$ или $\dfrac{x+2}{4} = \dfrac{y}{3}$

б) Приведем последнее уравнение к общему знаменателю, получим: $3x - 4y + 6 = 0$ – общее уравнение прямой AB.

в) Чтобы получить уравнение прямой AB в «отрезках» в общем уравнении $3x - 4y + 6 = 0$ перенесем 6 вправо и разделим на это число. Получим $\dfrac{3x}{-6} - \dfrac{4y}{-6} = 1$ или $\dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{\frac{3}{2}} = 1$, где $a = -2$, $b = \dfrac{3}{2}$ – отрезки отсекаемые прямой на осях координат.

г) Если из общего уравнения прямой $3x-4y+6=0$ выразить «у» $y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$, то получим уравнение прямой с угловым коэффициентом $K=\frac{3}{4}$.

3) найти угол В.

Решение.

Угол между двумя прямыми вычисляется по формуле:

$$tg\varphi=\frac{K_2-K_1}{1+K_1K_2} \tag{3}$$

где K_1 и K_2 – угловые коэффициенты соответствующих прямых.

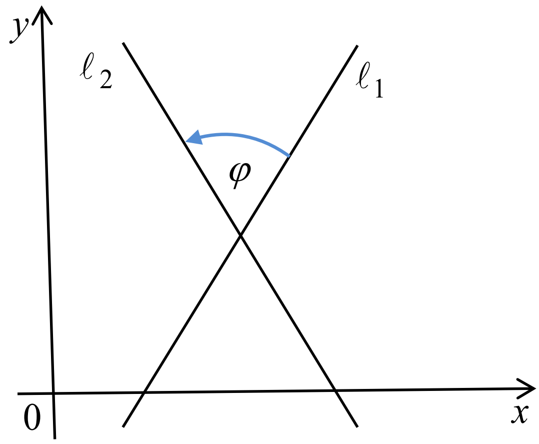

Рис. 1

Уравнение прямой AB известно: $y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$, $K_{AB}=K_1=\frac{3}{4}$.

Запишем уравнение прямой BC: $\frac{x-2}{4-2}=\frac{y-3}{1-3}$ или $y=-x+5$, тогда $K_{BC}=K_2=-1$.

Следовательно, $tg\angle B=\dfrac{-1-\frac{3}{4}}{1+\frac{3}{4}\cdot(1)}=-7$; $\angle B\approx 98^0$.

4) Найти уравнение высоты, проведенной из точки А.

Решение.

Воспользуемся уравнением прямой, проходящей через точку $M_0(x_0,y_0)$, и с известным угловым коэффициентом К:

$$y - y_0 = K(x - x_0). \qquad (4)$$

$K_{AD} = -\dfrac{1}{K_{BC}}$, так как $AD \perp BC$. Известно, что $K_{BC} = -1$ то $K_{BD} = 1$. Следовательно, уравнение высоты запишем в виде: $y - 0 = 1 \cdot (x + 2)$ или $y = x + 2$.

5) Найти длину высоты AD найдем по формуле:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \qquad (5)$$

Уравнение BC имеет вид: $x + y - 5 = 0$. Точка $A(-2;\ 0)$, тогда $d = \dfrac{|1 \cdot (-2) + 1 \cdot 0 - 5|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \dfrac{7}{\sqrt{2}} = \dfrac{7\sqrt{2}}{2} \approx 4{,}9$.

6) Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;\ 0)$ $\parallel$ прямой BC.

Решение. Так как $AL \parallel BC \Rightarrow K_{AL} = K_{BC} = -1$.

Применяя формулу (4) AL: $y - 0 = -1 \cdot (x + 2)$ или $y = -x - 2$

7) Сделаем чертеж.

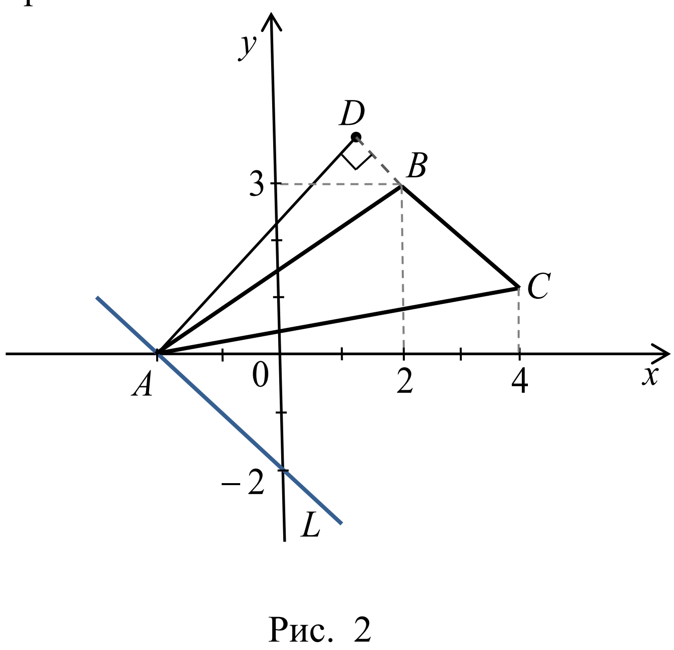

Рис. 2

Пример 2.

Найти уравнение линии в полярной системе координат.

$(x^2+y^2)^4=2y^4$

Решение. Воспользуемся формулами, связывающими декартову и полярную систему координат.

$$\begin{cases} x=\rho\cos\varphi \\ y=\rho\sin\varphi \end{cases} \qquad (6)$$

$$\text{и} \quad x^2+y^2=\rho^2 \qquad (7)$$

Получим $(\rho^2)^4=2\rho^4\sin^4\varphi$ или $\rho=\sqrt[4]{2}\sin\varphi$.

Пример 3.

Изобразить линию $\rho=2-\sin\ \varphi$. Записать уравнение данной линии в декартовой системе координат.

Решение. Придавая φ значения через промежуток, равный $\frac{\pi}{8}$ $(0\le\varphi\le2\pi)$, найдем координаты точек принадлежащих линии.

Составим таблицу значений φ и ρ.

φ	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{2\pi}{8}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{4\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{8}$	$\frac{6\pi}{8}$	$\frac{7\pi}{8}$	π	$\frac{9\pi}{8}$	$\frac{10\pi}{8}$	$\frac{11\pi}{8}$	$\frac{12\pi}{8}$	$\frac{13\pi}{8}$	$\frac{14\pi}{8}$	$\frac{15\pi}{8}$	$\frac{2\pi}{8}$
ρ	2	1,62	1,3	1,1	1	1,1	1,3	1,62	2	2,38	2,7	2,9	3	2,9	2,7	2,38	2

Построим эти точки и соединим плавной линией.

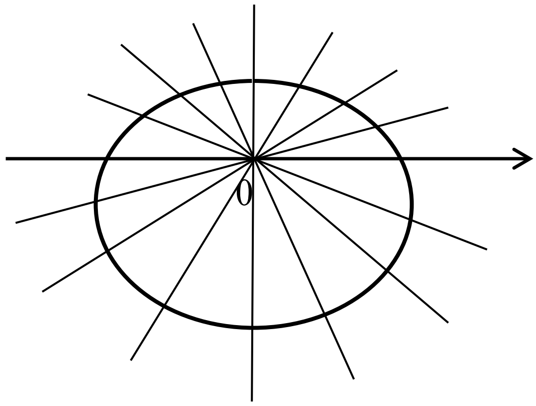

Рис. 3

Найдем уравнение кривой $\rho^2=2-\sin\varphi$ в декартовой системе координат. Учитывая формулы (6) и (7), имеем

$$\cos\varphi = \frac{x}{\rho} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}, \qquad \sin\varphi = \frac{y}{\rho} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}},$$ поэтому

$$\sqrt{x^2+y^2} = 2 - \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

Преобразуем данное уравнение.

$x^2+y^2 = 2\sqrt{x^2+y^2} - y$ или $\left(x^2+y^2+y\right)^2 = 4\left(x^2+y^2\right)$ – уравнение кривой в декартовой системе координат.

Пример 4.

Следующие уравнения линий преобразовать к каноническому виду и построить их:

а) $2x^2 - 8x + 2y^2 + 5y - 4 = 0$

$$(2x^2 - 8x) + (2y^2 + 5y) - 4 = 0$$

$$2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 2\left(y^2 + 2\cdot y\cdot\frac{5}{4} + \frac{25}{16} - \frac{25}{16}\right) - 4 = 0$$

$$2(x-2)^2 - 8 + 2\left(y + \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{8} - 4 = 0$$

$$2(x-2)^2 + 2\left(y + \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{121}{8}$$

$(x-2)^2 + \left(y + \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{121}{16}$ – уравнение окружности, центр в точке $C\left(2; -\frac{5}{4}\right)$, $R = \frac{11}{4}$

Сделаем чертеж.

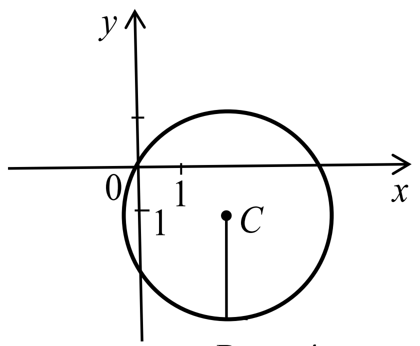

Рис. 4

б) $y = \sqrt{6-3x}$

Произведем математические преобразования: $y^2 = 6-3x$,

$y^2 = -3(x-2)$ – уравнение параболы, с вершиной $C(2;\ 0)$, ветви влево.

Так как $y \geq 0$, то уравнение $y = \sqrt{6-3x}$ определяет часть параболы, расположенную выше оси OX.

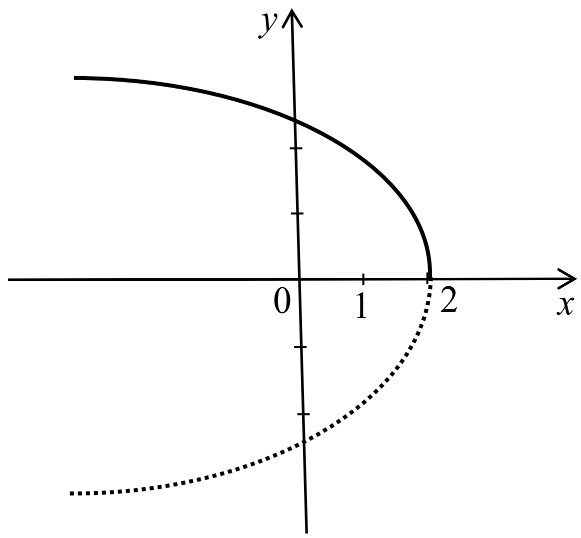

Рис. 5

в) $y - 3 = \dfrac{4}{3}\sqrt{6x - x^2}$

Выполним преобразования

$$(y-3)^2 = \frac{16}{9}\left(\sqrt{6x-x^2}\right)^2$$

$$(y-3)^2 = \frac{16}{9}(6x-x^2)$$

$$(y-3)^2 = -\frac{16}{9}(x^2-6x+9-9)$$

$$(y-3)^2 = -\frac{16}{9}(x^2-6x+9)+16$$

$$(y-3)^2 = -\frac{16}{9}(x-3)^2+16$$

$$\frac{16}{9}(x-3)^2+(y-3)^2 = 16$$

$\frac{(x-3)^2}{9}+\frac{(y-3)^2}{16}=1-$ уравнение определяет эллипс, центр симметрии находится в точке $C(3;\ 3)$, $a=3,\ b=4$.

Так как по условию $y-3\geq 0$, то уравнение определяет часть эллипса при $y\geq 0$.

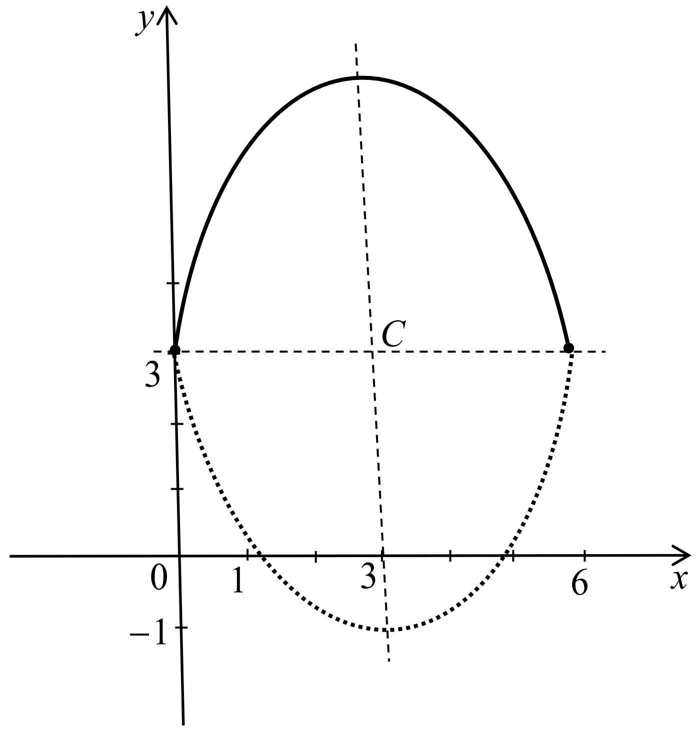

Рис. 6

г) $y=1-\sqrt{1+x^2}$

$y-1=-\sqrt{1+x^2}$

Применяя математические преобразования:

$(y-1)^2=\left(-\sqrt{1+x^2}\right)^2$

$(y-1)^2=1+x^2$

$(y-1)^2-x^2=1$ - данное уравнение определяет гиперболу, центр симметрии $C(0;\ 1)$; $a=1$, $b=1$.

Так как по условию $y\leq 1$, то уравнение определяет часть гиперболы

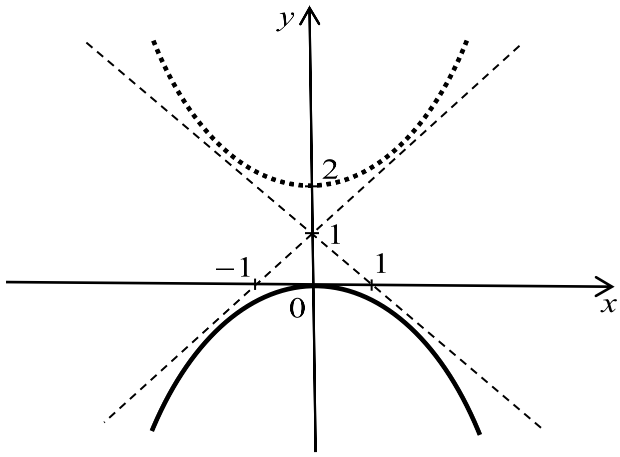

Рис. 7

Пример 5.

Найти уравнение геометрического места точек (ГМТ) равноудаленных от точки $A(1,\ 2)$ и прямой $x = 4$.

Решение. Пусть $M(x,\ y)$ произвольная точка ГМТ, а точка $B(4,\ y) \in$ прямой $x = 4$. Тогда, по условию $d_{AM} = d_{BM}$, применим формулу (1).

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-y)^2}$$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = (x-4)^2$$

$$(y-2)^2 = x^2 - 8x + 16 - x^2 + 2x - 1$$

$$(y-2)^2 = -6x + 15$$

$(y-2)^2 = -6(x - \frac{15}{6})$, данное уравнение определяет параболу с вершиной $C\left(\frac{15}{6};\ 2\right)$.

Теоретические вопросы

1. Дайте понятие об уравнении линии и плоскости.

2. Запишите общее уравнение прямой на плоскости. Проведите исследование этого уравнения.

3. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

4. Уравнение прямой в «отрезках».

5. Уравнение прямой, проходящей через данную точку с известным угловым коэффициентом.

6. Выведите уравнение прямой, проходящей через две данные точки.

7. Формула нахождения угла между двумя прямыми. Вывод. Запишите условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.

8. Запишите нормальное уравнение прямой.

9. Запишите формулу нахождения расстояния от точки до прямой.

10. Выведите уравнение окружности с центом в точке $C(x_0, y_0)$ и радиусом R.

11. Дайте определение и выведите каноническое уравнение эллипса. Сделайте чертеж.

12. Запишите уравнение эллипса с центром в точке $C(x_0, y_0)$.

13. Дайте определения и выведите каноническое уравнение гиперболы. Сделайте чертеж.

14. Запишите уравнение гиперболы с центром в точке $C(x_0, y_0)$.

15. Дайте определение и выведите каноническое определение гиперболы. Сделайте чертеж.

16. Запишите уравнение парабол, вершины которых находятся в точке $C(x_0, y_0)$. Сделайте соответствующие чертежи.

17. Запишите формулу параллельного переноса системы координат.

18. Дайте понятие полярной системы координат.

19. Запишите формулы, связывающие декартову и полярную системы координат.

20. Понятие о параметрических уравнениях линий.

21. Параметрические уравнения окружности, эллипса, циклоиды, астроиды.

Варианты индивидуальных заданий

Вариант №1

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(1,5)$; $B=(13,0)$; $C=(19,8)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC : 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Составить уравнение сторон треугольника, если $A=(-5,5)$ и $B=(3,1)$ - две вершины, а $M=(2,5)$ - точка пересечения высот.
3. Постройте линию $\rho = 1+\cos 2\varphi$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0 \le \varphi \le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $x^6 = 4(x^4 - y^4)$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, равноудаленных от точки $A(-3,-1)$ и прямой $y=3$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$$4x^2 - y^2 + 8x - 2y + 3 = 0$$
$$2x^2 + 3y^2 + 8x - 6y + 11 = 0$$
$$y = -\frac{1}{3}x^2 - 6x - 19$$
$$16y = 8 - x^2$$
$$y = +\sqrt{9 - x^2}$$
$$x = 3 + \sqrt{16 - y^2}$$
$$y = -3 - \frac{1}{3}\sqrt{8 + 2x - x^2}$$
$$x = \frac{3}{4}\sqrt{x^2 - 16}$$

Вариант №2

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(7;\ 1)$; $B=(-5,-4)$; $C=(-9,-1)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Написать уравнение сторон треугольника, зная его вершину $B=(2;\ 6)$, а также уравнения высоты $x-7y+15=0$ и биссектрисы $7x+y+5=0$, проведенной из одной вершины.
3. Постройте линию $\rho=\dfrac{3}{2+\sin\varphi}$, придавая φ значения через промежуток равный $\dfrac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $(x^2+y^2)=Ay^3$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, равноудаленных от начала координат и от точки $A(-5;\ 3)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$9x^2-25y^2-18x-100y+22=0$

$3x^2-y+6x+1=0$

$x-4y^2-8=0$

$y=2\sqrt{-x}$

$y=+\sqrt{9-x^2}$

$9x^2-25y^2-18x-100y+22=0$

$3x^2-y+6x+1=0$

$x-4y^2-8=0$

$y=2\sqrt{-x}$

$y=+\sqrt{9-x^2}$

Вариант №3

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(-3;\ 1)$; $B=(0;-5)$; $C=(2;\ 4)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Даны уравнения сторон треугольника: $4x-5y+8=0$, $x+4y+2=0$. Известно, что точка $A=(4;\ 2)$ является точкой пересечения медиан. Найти уравнение третьей стороны.
3. Постройте линию $\rho=2\cos 3\varphi$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $x^3+x^2-y^2=0$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Написать уравнение ГМТ, равноудаленных от оси $OУ$ и от точки $A(4;\ 0)$. Постройте эту линию.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$x^2-4y^2+8x-24y=24$

$y^2-2y-4x+4=0$

$x^2-4y+8=0$

$y=-2\sqrt{x}$

$y=2-\sqrt{-y}$

$y=\frac{5}{6}\sqrt{36-x^2}$

$x=-2\sqrt{-2-6y-y^2}$

$2x^2-8x^2=4x$

Вариант №4

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(4;\ 3)$; $B=(-12;\ 9)$; $C=(-5;\ 15)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Вычислить координаты вершин ромба, если $2x-y+4=0$ и $2x-y+10=0$ – уравнение двух его сторон, а $x+y+2=0$ – уравнение одной из диагоналей.
3. Постройте линию $\rho=2\sin^2 2\varphi$, придавая φ значения через промежуток равный $\dfrac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $y^2=x(x-1)^2$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение линии, каждая точка которой находится вдвое ближе к точке $A(2;\ 1)$, чем к точке $B(-1;\ 1)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$3y^2-8x+6y-3=0$

$y=\frac{1}{7}\sqrt{49-x^2}$

$y=-\frac{1}{8}\sqrt{64-x^2}$

$3x^2+5y=10$

$2x^2-x-y^2+4y-1=0$

$x=+\sqrt{-5y}$

$y=6-\frac{2}{3}\sqrt{x^2+2x-8}$

$x=-\sqrt{4-y^2}$

Вариант №5

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(6;\ 2)$; $B=(5;\ 1)$; $C=(10;\ -4)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон AB, AC, BC; 2) напишите уравнение прямой AB и AC: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол A; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку B параллельно AC; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Даны уравнения двух сторон ромба, $x+2y-7=0$ и $x+2y-13=0$ и уравнение одной из диагоналей $x-y+2=0$. Найти координаты вершин ромба и вычислить его площадь.
3. Постройте линию $\rho=2(1+\cos 2\varphi)$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $(x^2+y^2)^4=A^6x^3y^3$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Написать уравнение ГМТ, равноудаленных от точки $A(1;\ 1)$ и точки $B(-3;\ 4)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$4x^2+24x-9y^2+18=0$

$8x^2-12x+4y=12$

$6-y^2-8x=0$

$y=-\sqrt{x}$

$y=\sqrt{16-x^2}$

$y=-\frac{1}{4}\sqrt{16-y^2}$

$x=-2+\frac{3}{4}\sqrt{y^2-4x-12}$

$y=-2\sqrt{2x^2+4x-2}$

Вариант №6

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(1;\ 5)$; $B=(13;\ 0)$; $C=(19;\ 8)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Показать, что точки $M=(4;\ 3)$, $N=(5;\ 0)$, $P=(-5;\ -6)$ и $O=(-1;\ 0)$ являются вершинами трапеции. Найти острый угол между диагоналями и высоту трапеции.
3. Постройте линию $\rho=1+\cos 2\varphi$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $x^6=4(x^4-y^4)$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, равноудаленных от точки $A(-3;\ -1)$ и прямой $y=8$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$4x^2-y^2+8x-2y+3=0$

$2x^2+3y^2+8x-6y+11=0$

$y=-\frac{1}{3}x^2-6x-19$

$16y=8-x^2$

$y=+\sqrt{9-x^2}$

$y=3+\sqrt{16-y^2}$

$y=-3-\frac{1}{3}\sqrt{8+2x-x^2}$

$y=\frac{3}{11}\sqrt{x^2-16}$

Вариант №7

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(8;\ 10)$; $B=(4;\ -5)$; $C=(-8;\ 2)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Две вершины равностороннего треугольника находятся в точках $A=(1;\ 0)$, $B=(2;\ 3)$ Найти третью вершину *С*.
3. Постройте линию $\rho = 2(1+\cos\varphi)$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0 \le \varphi \le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $x^6 = 4(x^4 - y^4)$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, сумма расстояний которого до данных точек $A(-3;\ -3)$ и $B(3;\ 3)$.

6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$x^2+3y^2-2x+6y-6=0$

$y=2x^2+4x+3$

$y=1-\frac{4}{3}\sqrt{x^2-6x}$

$2x=4-y^2$

$y=\sqrt{2-x}$

$x=-\sqrt{9-y^2}$

$y=3-\frac{1}{2}\sqrt{2x^2-4x+2}$

$x=\frac{1}{9}\sqrt{9-y^2}$

Вариант №8

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(6;\ 1)$; $B=(-5;\ -4)$; $C=(-10;1)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. В равнобедренном прямоугольном треугольнике координаты вершин угла $C=(-3;\ -1)$ и уравнение гипотенузы $3x+y=2$. Составить уравнение катетов.
3. Постройте линию $\rho=\dfrac{6}{2+\cos\varphi}$, придавая φ значения через промежуток равный $\dfrac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $(x^2+y^2)=A^2(x^2+4y^2)$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Написать уравнение ГМТ, равноудаленных от точек $A(2;\ 3)$ и $B(4;\ 5)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$2x^2+3y^2-4x+6y-7=0$

$x-4y^2-12=0$

$x^2-12x-y+4=0$

$y=\sqrt{3-6x}$

$x=-\sqrt{9-y^2}$

$y=1-\dfrac{4}{3}\sqrt{x^2-6x}$

$y=-\sqrt{36-x^2}$

$x=5-\dfrac{2}{3}\sqrt{2y^2-4y+7}$

Вариант №9

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(-3;\ 5)$; $B=(4;\ 1)$; $C=(2;\ -3)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон AB, AC, BC; 2) напишите уравнение прямой AB и AC: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Точки $A=(-3;\ 1)$ и $B=(-7;\ -5)$ являются противоположными вершинам квадрата. Найти две его другие вершины.
3. Постройте линию. $\rho=\dfrac{2}{2-\cos\varphi}$, придавая φ значения через промежуток равный $\dfrac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $y^2=x(x-2)^2$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, одинаково удаленных от начала координат и от точки $A(-5\ \ 8)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$x^2-4y^2+4x-16y-8=0$

$y=3x^2+6x+4$

$x=5-\dfrac{3}{4}\sqrt{y^2+4y-12}$

$x=\sqrt{1-y^2}$

$y=\sqrt{9-x^2}$

$y=-2+\sqrt{6-2x}$

$y=-\sqrt{36-x^2}$

$x=5-\dfrac{2}{3}\sqrt{2y^2-4y+7}$

Вариант №10

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(3;\ 12)$; $B=(27;\ 5)$; $C=(9;\ 29)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Даны две вершины $A=(-2;\ 1)$ и $B=(3;\ -4)$ треугольника и точка $H=(5;\ -1)$ пересечения его высот. Составить уравнения сторон треугольника.
3. Постройте линию $\rho=2\cos^2 2\varphi$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $x^2+y^2=Ax$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, расстояние от каждой из которых до прямой $x-16=0$ вдвое больше, чем от точки $A(4;\ 0)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$y^2-x-2y-1=0$

$x^2-4x+y-1=0$

$x^2-3y^2-6y-2=0$

$x=4-y^2$

$y=-\sqrt{4-x^2}$

$x=2-\sqrt{-9-3y}$

$y=2-\frac{4}{3}\sqrt{6x-x^2}$

$x=2\sqrt{y^2-4}$

Вариант №11

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(-6;\ -5)$; $B=(18;\ -12)$; $C=(0;\ 12)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Показать, что треугольник с вершинами $A=(1;\ 1)$, $B=(2;\ 1+\sqrt{3})$, $C=(3;\ 1)$ равносторонний. Вычислить его площадь.
3. Постройте линию $\rho=2\cos^2 2\varphi$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $x^6=4(x^4-x^4)$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Определить траекторию точки М, которая движется в плоскости так, что ее расстояние от прямой $x=0$ остается вдвое меньшее расстояния от точки $A(4;\ 0)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$y^2-4x-8y-4=0$	
$x^2+4x+y+7=0$	$x=1-\sqrt{-4-6y}$
$9x^2+24x+9y^2+30y-31=0$	$y=2\sqrt{x^2+4x+8}$
$x^2+2y^2=4y$	$x=3+\sqrt{9-y^2}$
$y=\sqrt{4-x^2}$	

Вариант №12

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(-19;\ -1)$; $B=(5;\ -8)$; $C=(-13;\ 16)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон AB, AC, BC; 2) напишите уравнение прямой AB и AC: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол A; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку B параллельно AC; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Известны уравнения двух сторон треугольника $5x-2y-8=0$ и $3x-2y-8=0$. Составить уравнение третьей стороны этого треугольника, если известно, что ее середина совпадает с началом координат.
3. Постройте линию $\rho=4(1+\sin\varphi)$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $(x^2+y^2)^2=4x(x^2-3y^2)$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, равноудаленных от данной точки $A(0;\ 5)$ и данной прямой $y-1=0$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$y^2+4x+6y+7=0$

$4x^2+4x+y2=0$ $\qquad$ $y=2-\sqrt{x^2-2}$

$x^2+y^2-2x+4y-20=0$ $\qquad$ $x^2+2y^2+4y=0$

$y=\frac{1}{2}\sqrt{-3x}$ $\qquad$ $x=\frac{1}{2}\sqrt{y^2-6x+3}$

$x=-\sqrt{25+y^2}$

Вариант №13

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(8;\ 0)$; $B=(-4;\ -5)$; $C=(-8;\ -2)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон AB, AC, BC; 2) напишите уравнение прямой AB и AC: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол A; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку B параллельно AC; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Даны вершины треугольника $A=(-9;\ 0)$; $B=(0;\ -3)$; $C=(5;\ 2)$. Найти координаты центра и радиус описанной окружности.
3. Постройте линию $\rho=3(1+\cos\varphi)$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $x^2+y^2-2y=0$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Найти уравнение ГМТ, равноудаленных от точки $A(-3;\ -1)$ и прямой $y=-3$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$y=-\frac{1}{6}x^2+2x-7$

$9x^2-16y^2+90x+32y-367=0$

$5x^2+9y^2-30x=0$

$y=+\sqrt{25-x^2}$

$x=4-y^2$

$y=-\frac{2}{5}\sqrt{x^2+25}$

$x=2+\sqrt{3y-6}$

$x=-3\sqrt{-5+6y-y^2}$

Вариант №14

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(7;\ 1)$; $B=(-5;\ -4)$; $C=(-9;\ -1)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон AB, AC, BC; 2) напишите уравнение прямой AB и AC: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол A; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку B параллельно AC; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Даны уравнения двух сторон прямоугольника $3x-4y+5=0$ и $4x+3y-7=0$, а одна из его вершин $A=(-1;\ 0{,}5)$. Найти уравнения двух сторон прямоугольника.
3. Постройте линию $\rho=\dfrac{3}{2+\sin\varphi}$, придавая φ значения через промежуток равный $\dfrac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $y^2=x^2-4x^4$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Найти уравнение геометрического места центров окружностей, касающихся оси абсцисс и проходящей через точку $A(0;\ 3)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$9x^2-25y^2-18x-100y-316=0$

$6x^2-2x+y=0$	$y=-3+\sqrt{-9x-18}$
$3y^2 6x+6y=0$	$x^2+3y^2+6y=0$
$y=-2\sqrt{-3y}$	$y=9-2\sqrt{x^2-4x+8}$
$x=-\dfrac{5}{3}\sqrt{9-x^2}$	

Вариант №15

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(7;\ 1)$; $B=(-5;\ 4)$; $C=(9;\ -1)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Даны уравнения основания равнобедренного треугольника $x+y-4=0$, боковой его стороны и $x-2y+4=0$, а точка $A=(-2;\ 3)$ лежит на второй его стороне. Найти ее уравнение.
3. Постройте линию $\rho=1-\sin 3\varphi$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $y^2=x(x-4)^2$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Найти уравнение ГМТ, каждая из которых вдвое дальше от точки $A(0;\ 3)$, чем от точки $B(0;\ 1)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$5x^2-4y^2+16y-36=0$

$16y-x^2+12x+4=0$

$y^2-4y+8x+x=0$

$y^2=4x-8$

$y=\pm\frac{5}{3}\sqrt{9-x^2}$

$y=3+\sqrt{2y}$

$y=-\frac{4}{3}\sqrt{x-9}$

$y=7-\frac{2}{5}\sqrt{16-6y-y^2}$

Вариант №16

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(4;\ 2)$; $B=(-2;\ 6)$; $C=(1;\ 0)$.

   Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.

2. Решите задачу.

   Найти точку B, симметричную точке $A=(-2;\ 4)$ относительно прямой $3x+y-8=0$.

3. Постройте линию $\rho=2\sin^2 2\varphi$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.

4. Найдите уравнение $x^2-y^2=A^2$ линии в полярной системе координат.

5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, равноудаленных от точки $A(3;\ 3)$ и прямой $y=1$.

6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

   $3x^2+y^2-6x=0$

   $9x^2-25y^2-18x-100y-316=0$

   $y^2-10x-2y-19=0$

   $x^2=6y^2+2$

   $x=\frac{1}{7}\sqrt{49-y^2}$

   $y=2\sqrt{-3x-6}$

   $y=-1+\frac{1}{3}\sqrt{-6y-y^2}$

   $y=-\frac{3}{4}\sqrt{x^2-16}$

Вариант №17

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(-4;\ 2)$; $B=(3;\ -3)$; $C=(2;\ 1)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Даны две стороны треугольника $2x-3y+1=0$, $x+2y+1=0$ и координаты одной из его вершин $A=(2;\ 3)$. Найти уравнения всех его сторон.
3. Постройте линию $\rho=3-\sin 3\varphi$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $x^4=A^2(x^2-3y^2)$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Найти уравнение ГМТ, равноудаленных от точки $J_1(-3;\ -3)$ и точки $J_2(3;\ 3)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$x^2-4y^2+8x-24y=24$	
$y^2-4y+8x-1=0$	$y=-2\sqrt{-x-1}$
$x-y+x^2+4=0$	$x=\sqrt{25-8y-y^2}$
$x^2+y=2x$	$y=-2\sqrt{x^2-1}$
$x=+\sqrt{25-y^2}$	

Вариант №18

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(2;\ -2)$; $B=(3;\ -5)$; $C=(5;\ 7)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Показать, что треугольник со сторонами $x+y\sqrt{3}+1=0$, $x\sqrt{3}+y+1=0$ и $x-y-10=0$ равнобедренный. Найти угол при вершине и площадь треугольника.
3. Постройте линию $\rho=4\cos^2 2\varphi$, придавая φ значения через промежуток равный $\dfrac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $x^2+y^2=Ax$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Найти уравнение ГМТ, каждая из которых вдвое ближе к точке $A(1;\ 0)$, чем к точке $B(-2;\ 0)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$y=-\dfrac{1}{3}x^2-6x-19$ $\qquad$ $y=+\dfrac{2}{3}\sqrt{x^2-9}$

$3x^2-3y^2-12x+6y=0$ $\qquad$ $x=4\sqrt{-5-6y-y^2}$

$x=\dfrac{2}{3}\sqrt{5-y}$ $\qquad$ $y=-3\sqrt{21-4x-x^2}$

$y^2=6x+2$ $\qquad$ $4x^2+y^2+16x=0$

Вариант №19

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(-5;\ 2)$; $B=(4;\ 3)$; $C=(1;\ -2)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Даны две вершины треугольника $A(-4;\ 5)$, $B(4;\ 1)$ и точка пересечения его высот $D(3;\ 5)$. Составить уравнения всех его сторон.
3. Постройте линию $\rho = 2+\cos 3\varphi$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0 \le \varphi \le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $y^2 = x^2 - x^4$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Написать уравнение траектории точки $M(x;\ y)$, каждая при своем движении остается вдвое ближе к точке $A(-1;\ 1)$, чем к точке $B=(-4;\ 4)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$x^2+3y+x-2=0$

$4y^2-12y-x+4=0$

$y=-3-\sqrt{21-4x-x^2}$

$y=3\sqrt{-x}$

$y=-\frac{2}{3}\sqrt{x^2-9}$

$-2y^2+4y+3-x=0$

$x^2+2x-3y^2+6y=0$

$x=\sqrt{-5-6y-y^2}$

Вариант №20

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(-3;\ 2)$; $B=(-5;\ -2)$; $C=(1;\ -3)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон AB, AC, BC; 2) напишите уравнение прямой AB и AC: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол A; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку B параллельно AC; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Даны две противоположные вершины ромба $A(3;\ 4)$, $C(1;\ -2)$ и уравнение одной из его сторон $x-y+1=0$. Найти уравнения остальных сторон ромба.
3. Постройте линию $\rho=\dfrac{6}{2+\cos\varphi}$, придавая φ значения через промежуток равный $\dfrac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $x^2+y^2=A^2(x^2+4y^2)$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Найти ГМТ , равноудаленных от точек $A(1;\ -1)$ и $B(8;\ 4)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$x-4y^2-12=0$

$x^2-12x-y-4=0$

$2x^2+3y^2-4x+6y-7=0$

$x^2=4-6y$

$x=\dfrac{4}{3}\sqrt{y^2+9}$

$y=3-\sqrt{2-x^2}$

$y=2+\dfrac{2}{3}\sqrt{12-3x^2-6x}$

$x^2+4y^2+2y-6=0$

Вариант №21

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(6;\ 1)$; $B=(-6;\ -4)$; $C=(-10;\ -1)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Через точку $M(2;\ 5)$ провести прямую, отсекающую на осях координат отрезки равной величины.
3. Постройте линию $\rho=\dfrac{1}{2+\cos\varphi}$, придавая φ значения через промежуток равный $\dfrac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $\left(x^2+y^2\right)^2=2Ax^3$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, равноудаленных от точки $A(-4;\ 1)$ и прямой $y=3$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$9x^2-16y^2-54x--64y-127=0$

$9x^2+4y^2+18x-8y+49=0$

$y^2=-2x^2+4x+3$

$x=1-\dfrac{1}{5}\sqrt{16-6y-y^2}$

$y=+\sqrt{9-x^2}$

$y=-3\sqrt{x-2^2}$

$x^2+y^2=2x$

$y=3-\sqrt{5x+10}$

Вариант №22

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(2;\ 10)$; $B=(-1;\ 1)$; $C=(3;\ 2)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC : 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Составить уравнение прямой, которая проходит через точку $(2;\ 3)$ и отсекает от координатного угла треугольник, площадь которого равна 12 кв. ед.
3. Постройте линию. $\rho=3(1+\cos\varphi)$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $x^2=y^2+5$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, равноудаленных от точки $A(2;\ 1)$ и прямой $y=-1$ постройте эту линию.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$x^2-2y^2-4x+12y-14=0$

$x^2-6x-4y+29=0$

$x^2+4y^2+4x=0$

$y=-\frac{1}{4}x^2-4$

$y=-3\sqrt{x^2+1}$

$x=5\sqrt{40-6y-y^2}$

$y=3\sqrt{-2x-4}$

$x=\frac{1}{4}\sqrt{16-y^2}$

Вариант №23

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(4;\ -1)$; $B=(-6;\ -4)$; $C=(-20;\ -1)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон AB, AC, BC; 2) напишите уравнение прямой AB и AC: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол A; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку B параллельно AC; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Составить уравнение прямых, проходящих через точку $(2;\ 3)$ и наклонных к оси OX под углом: а) 30^0, б) 45^0, в) 60^0, г) 90^0. Построить эти прямые.
3. Постройте линию $\rho = 1+\cos^2\varphi$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0 \le \varphi \le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $\left(x^2+y^2\right)^3 = 4A^2xy(x^2-y^2)$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, равноудаленных от точки $A(-3;\ 1)$ и прямой $y=3$. Построить кривую.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$2x^2+3y^2+8x-6y+11=0$

$4x^2-y^2+8x-2y+3=0$

$y=2x^2-2x+3$

$x=\sqrt{4-y}$

$y=3\sqrt{x^2+1}$

$x^2-2x+y-1=0$

$x=5+\frac{1}{3}\sqrt{8-2y-y^2}$

$x=5-\sqrt{16-2x^2}$

Вариант №24

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(0;\ 5)$; $B=(12;\ 0)$; $C=(18;\ 8)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Даны уравнение высот треугольника $3x+2y+6=0$, $x-y+5=0$ и координаты одной из вершин $A(3;\ 4)$. Найти уравнение сторон треугольника.
3. Постройте линию $\rho=4(1-\cos\varphi)$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $(x^2+y^2)^2=18xy$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, равноудаленных от точки $A(-2;\ -2)$ и прямой $y=-4$. Построить эту линию.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$y=4x^2-2x+7$

$16x^2-9y^2-64x-18y+199=0$

$x=-3\sqrt{-5-6y-y^2}$

$2y=4-x^2$

$y=-\frac{2}{5}\sqrt{x^2+25}$

$y^2-4x-8y-4=0$

$y=3-\sqrt{-5x-10}$

$x=3+\frac{3}{4}\sqrt{y^2+4y-12}$

Вариант №25

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(6;\ 2)$; $B=(-5;\ 4)$; $C=(10;\ -2)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Уравнение двух сторон высот параллелограмма $x+2y+2=0$ и $x+y-4=0$, а уравнение одной из его диагоналей $x-2=0$. Найти координаты вершин параллелограмма.
3. Постройте линию $\rho=2-\sin 2\varphi$, придавая φ значения через промежуток равный $\frac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $x^2+y^2=4x$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, равноудаленных от точки $A(-3;\ 2)$ и прямой $y=4$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$2x^2+3y+8x-6y+11=0$

$6x^2+12x-y^2-2y+3=0$

$y=4x^2-4x+3$

$x=-\sqrt{4-y}$

$y=+3\sqrt{x+1}$

$y^2+2y+x-2=0$

$x=-5+\frac{1}{3}\sqrt{8-2y-y^2}$

$y=5-\sqrt{16-2x^2}$

Вариант №26

1. Дан ΔABC координатами своих вершин $A=(6;\ 1)$; $B=(-5;\ -3)$; $C=(-8;\ 1)$. Определите следующие характеристики для данного ΔABC: 1) длины сторон АВ, АС, ВС; 2) напишите уравнение прямой АВ и АС: а) через две точки; б) общее уравнение; в) уравнение в отрезках; г) с угловым коэффициентом; 3) угол А; 4) уравнение высоты ВД; 5) длину высоты ВД; 6) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно АС; 7) сделайте чертеж.
2. Решите задачу. Даны уравнение двух сторон высот прямоугольника $2x-3y+5=0$, $3x+2y-7=0$ и одна из его вершин $A(2;\ -3)$. Составить уравнение двух сторон этого прямоугольника.
3. Постройте линию $\rho=\dfrac{3}{2+\sin\varphi}$, придавая φ значения через промежуток равный $\dfrac{\pi}{8}(0\le\varphi\le 2\pi)$. Преобразуйте и запишите уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат.
4. Найдите уравнение $\left(x^2+y^2\right)^3=Ax^3$ линии в полярной системе координат.
5. Решите задачу. Составить уравнение ГМТ, равноудаленных от начала координат и от точки $A(-4;\ 2)$.
6. Уравнение линии преобразуйте к каноническому виду, постройте график.

$9x^2-25y^2-18x-100y+22=0$

$3x^2-y-9x+1=0$

$x+2y^2-8=0$

$y=+2\sqrt{-x}$

$y=-\sqrt{49-x^2}$

$y=2-\dfrac{4}{3}\sqrt{3x^2-6x-1}$

$x=1+\sqrt{4y^2-16y+2}$

$4x^2-8x-4y^2=1$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бугров Я. С. Высшая математика: в 3 т. Том 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: учебник для академического бакалавриата / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – 7-е изд., стереотипное. – М.: Издательство Юрайт, 2016. – 281 с.

2. Гулиян Б.Ш. Математика. Базовый курс: учебник/ Гулиян Б.Ш., Хамидуллин Р.Я.– Электрон. текстовые данные.– М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2013. – 712 с.

3. Осипов А.В. Лекции по высшей математике: Учебное пособие. – 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство «Лань», 2014. – 320 с.

4. Шипачев, В. С. Высшая математика: учебник и практикум / В.С. Шипачев. – 8-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 447 с.

5. Назаров А.И., Назаров И.А. Курс математики для нематематических специальностей и направлений бакалавриата: Учебное пособие. – 3-е изд., испр. - СПб.: Издательство «Лань», 2011. – 576 с.

6. Петрушко, И.М. Курс высшей математики. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление. Лекции и практикум. – Электрон. дан. – СПб.: Лань, 2009. – 288 с.

7. Икрянников В.И. Практикум по высшей математике: учебное пособие / В.И. Икрянников, Э.Б. Шварц. – Электрон. текстовые данные. – Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2011. – 439 с.

8. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: В 2 ч / П. Е. Данко [и др.]. – 7-е изд., испр. – М.: ОНИКС: Мир и Образование, 2008. – Ч. 1. – 2008. – 368 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Татьяна Евгеньевна Гришкина,

старший преподаватель кафедры общей математики и информатики АмГУ

Ангелина Михайловна Попова,

старший преподаватель кафедры общей математики и информатики АмГУ