

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Т.Е. Гришкина, А.М. Попова

ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Учебно-методическое пособие

Благовещенск
Издательство АмГУ
2019

ББК 22.1

Г85

*Рекомендовано
учебно-методическим советом университета*

Рецензент:

Веселова Е.М, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры МАиМ АмГУ

Гришкина Т.Е., Попова А.М.,

Операционное исчисление: учебно-методическое пособие / Т.Е. Гришкина, А.М. Попова – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2019. – 47 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов очной формы обучения направлений подготовки 13.03.02, 15.03.04.

В нем приведены необходимые теоретические сведения, теоретические вопросы, рекомендации по выполнению и задания для организации самостоятельной работы. При защите данной работы студент должен ответить на теоретические вопросы и уметь объяснить решение задач индивидуального задания.

© Гришкина Т.Е., Попова А.М., 2019

© Амурский государственный университет, 2019

ВВЕДЕНИЕ

Операционное исчисление является основным инструментом при решении задач Коши в целом ряде прикладных наук – механике, электротехнике, радиотехнике и других отраслях знаний.

Операторный метод ввел О. Хевисайд – английский инженер-электрик в конце прошлого века, однако обоснование операционного исчисления было дано в двадцатых годах нашего века в работах ряда математиков.

Операционное исчисление позволяет решать задачи, описываемые системами линейных дифференциальных уравнений, линейными дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами и некоторыми типами интегральных уравнений.

В основу операционного исчисления положено прямое интегральное преобразование Лапласа, с помощью которого функция времени (функция - оригинал) преобразуется в функцию комплексного переменного (функцию - изображение). Операциям дифференцирования и интегрирования для оригиналов соответствуют операции умножения и деления для изображений. В результате дифференциальное уравнение заменяется, эквивалентным в отношении получаемых результатов, алгебраическим уравнением, решение которого осуществляется более простым способом. Последним этапом решения является нахождение оригинала по полученному изображению.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов очной формы обучения направлений подготовки 13.03.02, 15.03.04.

Пособие начинается с краткого изложения теоретического материала: приведена таблица оригиналов и соответствующих им изображений, сформулированы основные теоремы операционного исчисления, разобран типовой вариант индивидуального задания. В практической части пособия представлены 30 вариантов индивидуальных заданий для аудиторной и самостоятельной работы студентов, в процессе решения которых, формируются навыки и умения корректного применения методов операционного исчисления в таком разделе математики как дифференциальные уравнения и при изучении переходных процессов в электротехнике.

Основные теоретические сведения

Определение: Будем называть функцию $f(t)$ оригиналом, если она удовлетворяет трем требованиям:

- а) функция $f(t)$ и ее производная $f'(t)$ на любом конечном интервале оси t имеет не более конечного числа точек разрыва I-го рода;
- б) функция $f(t) = 0$ при $t < 0$;
- в) функция $f(t)$ возрастает не быстрее показательной функции, то есть существуют такие постоянные $M > 0$ и $S_0 \geq 0$, что для всех t выполнимо условие $|f(t)| < M \cdot e^{S_0 t}$.

Простейшей функцией-оригиналом является так называемая единичная функция Хэвисайда (функция включения), обозначаемая $\eta(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$.

Между изображением и оригиналом нет равенства, а есть только соответствие, которое символически обозначают:

$$f(t) \rightarrow F(p), \quad F(p) = Z\{f(t)\},$$

$$f(t) \doteq F(p), \quad f(t) = Z^{-1}\{F(p)\}.$$

Некоторые свойства преобразования Лапласа

№	Свойство	Формулы
1	Теорема линейности	$\sum_{k=1}^n C_k f_k(t)$
2	Дифференцирование оригинала	$f'(t) \doteq pF(p) - f(0);$ $f^{(n)}(t) \doteq p^n F(p) - p^{n-1} f(0) - p^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$
3	Интегрирование оригинала	$\int_0^t f(t) dt \doteq \frac{F(p)}{p}$
4	Дифференцирование изображения	$F'(p) \doteq t f(t);$ $F^{(n)}(p) \doteq (-t)^n f(t)$
5	Интегрирование изображения	$\int_0^\infty F(p) dp \doteq \frac{f(t)}{t}$
6	Теорема подобия	$f(at) \doteq \frac{1}{a} F\left(\frac{p}{a}\right)$

7	Теорема запаздывания	$f(t-\tau) \doteq e^{-p\tau} F(p)$
8	Теорема умножения (теорема о свертке)	$F(p) \cdot \Phi(p) \doteq \int_0^t f(\tau) \cdot \varphi(t-\tau) dt = \int_0^t \varphi(\tau) \cdot f(t-\tau) d\tau$
9	Теорема умножения (затухания)	$f(t)e^{-\lambda t} \doteq F(p+\lambda)$
10	Формула Дюамеля	$p \cdot F(p) \cdot \Phi(p) \doteq f(t) \cdot \varphi(0) + \int_0^t f(\tau) \cdot \varphi(t-\tau) d\tau \doteq \varphi(t) \cdot f(0) + \int_0^t \varphi(\tau) \cdot f(t-\tau) d\tau$
11	Изображение периодического оригинала	$f(t) \doteq \frac{1}{1-e^{-Tp}} \int_0^T e^{-pt} f(t) dt, \text{ если } f(t+T) = f(t)$

Таблица оригиналов и изображений

№	f(t)	F(p)	№	f(t)	F(p)
1	1	$\frac{1}{p}$	17	$\frac{1}{a^2}(1-\cos at)$	$\frac{1}{p(p^2+a^2)}$
2	C=const	$\frac{c}{p}$	18	$\frac{1}{a^2}(e^{at}-1-at)$	$\frac{1}{p(p-a)}$
3	t	$\frac{1}{p^2}$	19	sh(at)	$\frac{a}{p^2-a^2}$
4	t ⁿ	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	20	ch(at)	$\frac{p}{p^2-a^2}$
5	δ(t)	1	21	$\left(t + \frac{1}{2}at^2\right)e^{at}$	$\frac{p}{(p-a)^3}$
6	e ^{at}	$\frac{1}{p-a}$	22	$\left(1 + 2at + \frac{1}{2}a^2t^2\right)e^{at}$	$\frac{p^2}{(p-a)^3}$
7	t ⁿ e ^{at}	$\frac{n!}{(p-a)^{n+1}}$	23	(1+at)e ^{at}	$\frac{p}{(p-a)^2}$
8	sin at	$\frac{a}{p^2+a^2}$	24	cos ² at	$\frac{p^2+2a^2}{p(p^2+4a^2)}$
9	cos at	$\frac{p}{p^2+a^2}$	25	sin ² at	$\frac{2a^2}{p(p^2+4a^2)}$
10	t sin at	$\frac{2pa}{(p^2+a^2)^2}$	26	$\sin \frac{a}{\sqrt{2}} t \cdot \operatorname{sh} \frac{a}{\sqrt{2}} t$	$\frac{a^2 p}{p^4+a^4}$
11	t cos at	$\frac{p^2-a^2}{(p^2+a^2)^2}$	27	$\cos \frac{a}{\sqrt{2}} t \cdot \operatorname{ch} \frac{a}{\sqrt{2}} t$	$\frac{p^3}{p^4+a^4}$

12	$e^{at} \sin bt$	$\frac{b}{(p-a)^2 + b^2}$	28	$\frac{1}{2}(sh(at) - \sin at)$	$\frac{a^3}{p^4 - a^4}$
13	$e^{at} \cos bt$	$\frac{p-a}{(p-a)^2 + b^2}$	29	$\frac{1}{2}(ch(at) - \cos at)$	$\frac{a^2 p}{p^4 - a^4}$
14	$\frac{1}{a} e^{-\frac{t}{a}}$	$\frac{1}{1+ap}$	30	$\frac{1}{2}(sh(at) + \sin at)$	$\frac{ap^2}{p^4 - a^4}$
15	$\frac{1}{a}(e^{at} - 1)$	$\frac{1}{p(p-a)}$	31	$\frac{1}{2}(ch(at) + \cos at)$	$\frac{p^3}{p^4 - a^4}$
16	$\frac{e^{at} - e^{bt}}{a-b}$	$\frac{1}{(p-a)(p-b)}$	32	$\frac{ae^{at} - be^{bt}}{a-b}$	$\frac{p}{(p-a)(p-b)}$

Теоретические вопросы

1. Дайте определение оригинала.
2. Запишите преобразование Лапласа.
3. Дайте определение изображения данной функции.
4. Запишите единичную функцию Хевисайда. Укажите ее назначение.
5. Сформулируйте свойства изображений.
6. Запишите изображение функций: $\delta_0(t)$, ℓ^{2t} , ℓ^{-2t} , $sh \beta t$, $ch \beta t$, $\sin \beta t$, $\cos \beta t$.
7. Сформулируйте теорему подобия.
8. Сформулируйте теорему о дифференцировании оригинала.
9. Сформулируйте теорему о дифференцировании изображений.
10. Сформулируйте теорему об интегрировании оригинала.
11. Сформулируйте теорему смещения.
12. Сформулируйте теорему умножения.
13. Запишите интеграл Дюамеля и его изображение.
14. Запишите изображения периодического оригинала.

Типовой вариант индивидуальной работы

1. Найти изображение функций:

a. $\sin^4 \frac{t}{2}$,

b. $e^{-2t} \sin 2t \cos 2t$.

Решение:

a) используя формулу $\sin^2 \frac{t}{2} = \frac{1 - \cos t}{2}$, получим

$$\sin^4 \frac{t}{2} = \frac{(1 - \cos t)^2}{4} = \frac{2 - 4 \cos t + 1 + \cos 2t}{8} \doteq \frac{1}{8} \left(\frac{3}{p} - \frac{4p}{p^2 + 1} + \frac{p}{p^2 + 4} \right).$$

b) используя формулу $\sin 2t \cos 2t = \frac{1}{2}(\sin 3t + \sin t)$ и теорему смещения, получим

$$\frac{1}{2} e^{-2t} (\sin 3t + \sin t) = \frac{1}{2} (e^{-2t} \sin 3t + e^{-2t} \sin t) \doteq \frac{1}{2} \left(\frac{3}{(p+2)^2 + 9} + \frac{1}{(p+2)^2 + 1} \right).$$

2. Найти оригинал функции: $F(p) = \frac{1}{p^2(p-1)(p^2+2)}$

Решение: запишем $F(p)$ в виде

$$F(p) = \frac{1}{p^2(p-1)(p^2+2)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p^2} + \frac{C}{p-1} + \frac{Mp+N}{p^2+2}.$$

Найдем коэффициенты

$$Ap(p-1)(p^2+2) + B(p-1)(p^2+2) + Cp(p^2+2) + (Mp+N)p^2(p-1) = 1$$

$$p^4 : A + C + M = 0$$

$$p^3 : B + N - M = 0$$

$$p^2 : A - B + 2C - N = 0$$

$$p : -2A + 2B = 0$$

$$p^0 : -2A = 1$$

Откуда: $A = -\frac{1}{2}; B = -\frac{1}{2}; C = \frac{1}{3}; M = \frac{1}{6}; N = \frac{1}{3}$.

Получим: $F(p) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{p} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{p^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{p-1} + \frac{1}{6} \cdot \frac{p+4}{p^2+2}$.

Следовательно: $f(t) \doteq -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}t + \frac{1}{3}e^t + \frac{1}{6}\cos\sqrt{2}t + \frac{\sqrt{2}}{3}\sin\sqrt{2}t$.

3. Используя свойства преобразования Лапласа, найти изображения функций по теореме смещения $f(t) = e^{3t} \sin \frac{t}{2} + \text{cost} \cdot \text{sh}2t - e^{-2t} \cos 3t$.

Решение: используя формулы $\sin at \doteq \frac{a}{p^2 + a^2}$, $\cos at \doteq \frac{p}{p^2 + a^2}$ и теорему смещения, получим

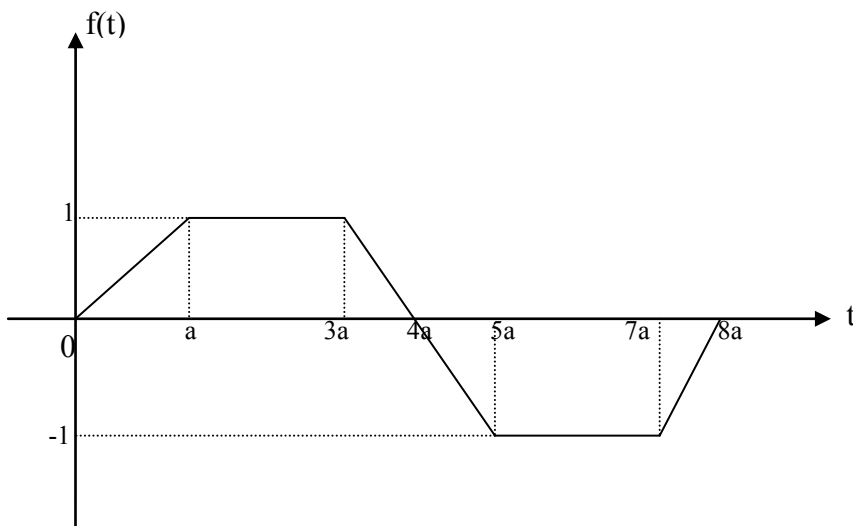
$$e^{3t} \sin \frac{t}{2} \doteq \frac{0,5}{(p-3)^2 + 0,5^2}; \quad e^{-2t} \cos 3t \doteq \frac{p+2}{(p+2)^2 + 9};$$

$$\text{cost} \cdot \text{sh}2t = \frac{1}{2}(e^{2t} - e^{-2t})\text{cost} = \frac{1}{2}e^{2t} \text{cost} - \frac{1}{2}e^{-2t} \text{cost} \doteq \frac{1}{2} \cdot \frac{p-2}{(p-2)^2 + 1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{p+2}{(p+2)^2 + 1}.$$

Тогда

$$e^{3t} \sin \frac{t}{2} + \text{sh}2t \cdot \text{cost} - e^{-2t} \cos 3t \doteq \frac{0,5}{(p-3)^2 + 0,5^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{p-2}{(p-2)^2 + 1} - \frac{p+2}{(p+2)^2 + 1} \right) - \frac{p+2}{(p+2)^2 + 9}.$$

4. Найти изображение по графику оригинала



Решение: Данный график описывает функция

$$f(t) = \begin{cases} \frac{t}{a}, & 0 < t < a \\ 1, & a \leq t < 3a \\ \frac{4a-t}{a}, & 3a \leq t < 5a \\ -1, & 5a \leq t < 7a \\ \frac{t-8a}{a}, & 7a \leq t < 8a \\ 0, & t \geq 8a \end{cases}$$

При $t < 0$, $f(t) = 0$. Процесс, который описывает функция $\frac{t}{a}$, “включается” в момент времени $t = 0$; в момент времени $t = a$ он “гасится”, и “включается” функция $f(t) = 1$, которая “гасится” в момент времени $t = 3a$, и “включается” функция $\frac{4a-t}{a}$; в момент времени $t = 5a$ она “гасится”, и “включается” функция -1 ; в момент времени $t = 7a$ она “гасится”, и “включается” функция $\frac{t-8a}{a}$, которая “гасится” в момент времени $t = 8a$.

Полученную последовательность действий можно записать

$$\begin{aligned} f(t) &= [\eta(t) - \eta(t-a)] \cdot \frac{t}{a} + [\eta(t-a) - \eta(t-3a)] \cdot 1 + [\eta(t-3a) - \eta(t-5a)] \cdot \left(\frac{4a-t}{a}\right) + \\ &+ [\eta(t-5a) - \eta(t-7a)] \cdot (-1) + [\eta(t-7a) - \eta(t-8a)] \cdot \left(\frac{t-8a}{a}\right) = \frac{t}{a} \cdot \eta(t) - \frac{1}{a}(t-a) \cdot \eta(t-a) \\ &- \frac{1}{a} \eta(t-3a) \cdot (t-3a) + \frac{1}{a} \eta(t-5a) \cdot (t-5a) + \frac{1}{a} \eta(t-7a) \cdot (t-a) + \frac{1}{a} \eta(t-8a) \cdot (t-8a) \\ &\doteq \frac{1}{ap^2} [1 - e^{-ap} - e^{-3ap} + e^{-5ap} - e^{-7ap} - e^{-8ap}] = \\ &= \frac{1}{ap^2} [1 - e^{-ap} - e^{-3ap} + e^{-4ap} - e^{-4ap} + e^{-5ap} + e^{-7ap} - e^{-8ap}] = \\ &= \frac{1}{ap^2} [(1 - e^{-ap}) - e^{-3ap} \cdot (1 - e^{-ap}) - e^{-4ap} \cdot (1 - e^{-ap}) + e^{-7ap} \cdot (1 - e^{-ap})] = \\ &= \frac{1}{ap^2} (1 - e^{-ap})(1 - e^{-3ap})(1 - e^{-4ap}) \end{aligned}$$

5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения

$$y''' + 4y' = 1 \text{ при } y(0) = y'(0) = y''(0) = 0.$$

Решение: пусть y, y', y'' - оригиналы и

$$y(t) \doteq F(p),$$

$$y'(t) \doteq p \cdot F(p),$$

$$y''(t) \doteq p^2 \cdot F(p),$$

$$y(t)''' \doteq p^3 \cdot F(p).$$

Переходим к уравнению в изображениях

$$p^3 \cdot F(p) + 4p \cdot F(p) = \frac{1}{p}$$

Откуда

$$F(p) = \frac{1}{p(p^3 + 4p)} = \frac{1}{p^2(p^2 + 4)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{p^2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{p^2 + 4} \doteq \frac{t}{4} - \frac{1}{8} \sin 2t.$$

Искомое решение $y(t) = \frac{t}{4} - \frac{1}{8} \sin 2t$

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения

$$y'' + 4y' + 4y = t^3 e^{-2t} \text{ при } y(0) = 1, y'(0) = 2.$$

Решение: полагая $y(t) \doteq F(p)$, составляем операторное уравнение

$$p^2 F(p) - p - 2 + 4pF(p) - 4 + 4F(p) = \frac{3!}{(p+2)^4},$$

откуда

$$F(p)(p^2 + 4p + 4) - (p + 6) = \frac{3!}{(p+2)^4} \text{ или}$$

$$F(p) = \frac{3!}{(p+2)^6} + \frac{p+6}{(p+2)^2}.$$

Представим изображение искомого решения следующим образом:

$$F(p) = \frac{3!}{(p+2)^6} + \frac{p+2}{(p+2)^2} + \frac{p+4}{(p+2)^2}.$$

Оригинал находим по таблице:

$$y(t) = e^{-2t} \left(\frac{1}{20} t^5 + 1 + 4t \right).$$

7. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' + y = 1 \\ y' - x = 0 \end{cases}$ при $x(0) = y(0) = 0$.

Решение: Полагая $x(t) \doteq \Phi(p)$, $y(t) \doteq F(p)$, составляем операторную систему

$$\begin{cases} p\Phi(p) + F(p) = \frac{1}{p}, \\ -\Phi(p) + pF(p) = 0 \end{cases}$$

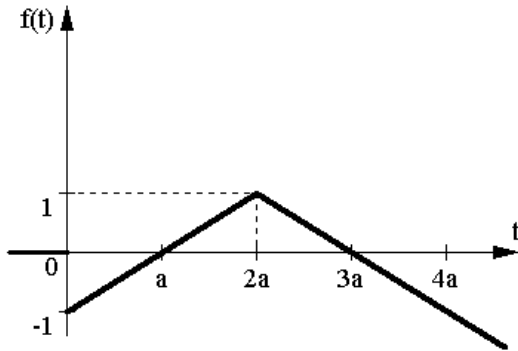
Откуда $\Phi(p) = \frac{1}{p^2 + 1}$; $F(p) = \frac{1}{p(p^2 + 1)}$.

Тогда $\begin{cases} x(t) = \sin t \\ y(t) = 1 - \cos t \end{cases}$

Варианты для самостоятельного выполнения

Вариант 1

1. Найти изображение функции: а) $2 + 4t^2 + 5t^3$; б) $4 \sin 2t - 3 \cos \frac{t}{3}$;
в) $e^{-t} \cos 3t + \frac{1}{2} e^{3t} \sin t$; г) $e^{2t} + 4e^{-3t}$; д) $e^{2t} \operatorname{ch} 2t - e^{-t} \operatorname{sh} t$; е) $t^2 e^{-3t} + 5t^3 e^t$.
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{3}{p+4} - \frac{1}{p - \frac{1}{2}}$; б) $\frac{4}{(p+1)^2} + \frac{5}{(p-2)^3}$;
в) $\frac{2p - \frac{1}{2}}{p^2 - 4} + \frac{5+p}{p^2 + 16}$; г) $\frac{p+4}{p^2 + 2p + 5} + \frac{4}{p^2 - 4p + 13}$; д) $\frac{p^2 + 2}{(p^2 + 4)(p^2 + 9)}$;
е) $\frac{1}{p^2(p+1)(p+2)}$.
3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $3 \cos 2t - 5t^3 - 1$; б) $e^{-t} \operatorname{sh} t$; в) $(t-1)^3$; г) $\operatorname{ch}^2 3t$.
4. Найти изображение по графику оригинала

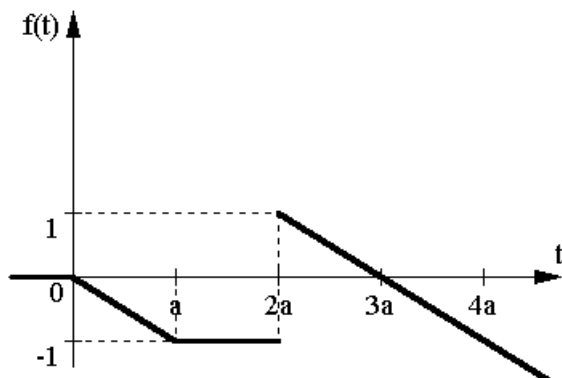


5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' - 4y' = 0$ при $y(0) = 1, y'(0) = 2$.
6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 9y' = e^{-3t}$ при $y(0) = 0, y'(0) = 0$.
7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x - y \\ y' = x + y \end{cases}$ при $x(0) = 1, y(0) = 0$.
8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2x - 4y \\ y' = 6x - 3y + t \end{cases}$, при $x(0) = 0, y(0) = 0$.

Вариант 2

1. Найти изображение функции: а) $3 + 7t^3 + 2t^4$; б) $15 \sin 4t - 3 \cos \frac{t}{5}$;
 в) $e^{2t} \cos \frac{t}{2} + 3e^{-t} \sin 2t$; г) $e^{3t} - 3e^{-2t}$; д) $e^{3t} \operatorname{ch} 2t - e^{-t} \operatorname{sh} 2t$;
 е) $t^2 e^{-5t} + \frac{1}{2} t^3 e^{4t}$.
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{3}{p-4} - \frac{1}{2\left(p+\frac{1}{3}\right)}$; б) $\frac{2}{(p-3)^3} - \frac{5}{p^2}$;
 в) $\frac{4+p}{p^2-9} + \frac{7p}{p^2+25}$; г) $\frac{p+2}{p^2+4p+8} + \frac{3}{p^2-6p+25}$; д) $\frac{3}{p^2(p^2+9)}$;
 е) $\frac{12}{p^3(p-1)(p+2)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $-3\sin 6t + t^5 + 2$; б) $e^{2t} \operatorname{ch} t$; в) $(t+3)\operatorname{ch}(t+3)$; г) $\sin 3t \cdot \operatorname{ch} 2t$.
4. Найти изображение по графику оригинала



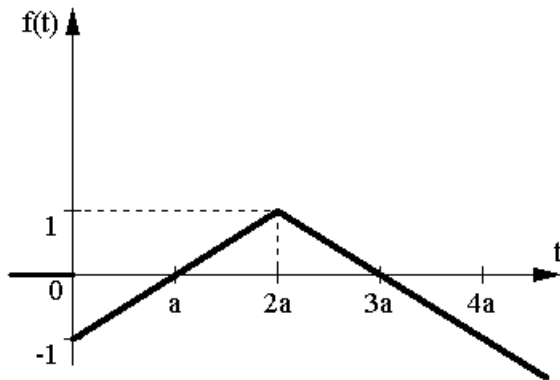
5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y''' + y' = 0$ при $y(0) = 9, y'(0) = -1, y''(0) = 2$.
6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 3y' = e^{2t}$ при $y(0) = 0, y'(0) = 0$.
7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений
- $$\begin{cases} x' + 4x - y = 0 \\ y' + 2x + y = 0 \end{cases} \text{ при } x(0) = 2, y(0) = 3.$$
8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений
- $$\begin{cases} y' - y + z = t \\ z' + 4y + 2z = 4t + 1 \end{cases} \text{ при } y(0) = 0, z(0) = 0.$$

Вариант 3

1. Найти изображение функции: а) $5 + 3t^2 - 4t^3$; б) $11\cos 2t + 7\sin \sqrt{3}t$; в) $e^{3t} \sin 5t - 4e^t \cos \frac{t}{3}$; г) $2e^{-4t} - e^{\frac{t}{2}}$; д) $e^{-2t} \operatorname{sh} \frac{t}{3} - 2e^{4t} \operatorname{ch} 5t$; е) $t^2 e^{\frac{t}{4}} - \frac{1}{3} t^3 e^{-7t}$.
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{7}{p-5} - \frac{2}{p+6}$; б) $\frac{3}{(p+2)^4} - \frac{4}{3(p-5)^3}$; в) $\frac{5-p}{p^2+9} - \frac{6p-3}{p^2-36}$; г) $\frac{2p-5}{p^2+8p} - \frac{5}{p^2-4p+20}$; д) $\frac{6p}{(p^2+4)(p^2+25)}$;

е) $\frac{4}{p^2(p+2)(p+3)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $3\sin t + 5t^3 + 1$; б) $e^{-3t} \cos 2t$; в) $(t-3)sh(t-3)$; г) $\cos 7t$.
4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = 0$ при $y(0) = 1, y'(0) = 0$.
6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + y' = te^t$ при $y(0) = 0, y'(0) = 0$.
7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' + 2x + 2y = 0 \\ y' + 2x - y = 0 \end{cases}$, при $x(0) = 1, y(0) = 1$.
8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} y' + z' - z = e^t \\ 2y' + z' + 2z = 1 \end{cases}$, при $y(0) = 0, z(0) = 0$.

Вариант 4

1. Найти изображение функции: а) $\frac{1}{2} + 2t - 5t^4$; б) $3\sin \frac{t}{3} - 2\cos 5t$
- в) $t^3 e^{3t} - \frac{1}{5} t^2 e^{-6t}$; г) $5e^{4t} + e^{-2t}$; д) $e^{4t} sh \frac{t}{5} - \frac{1}{2} e^{-3t} ch 7t$;
- е) $2\cos 6t - e^{-3t} \sin 4t$.

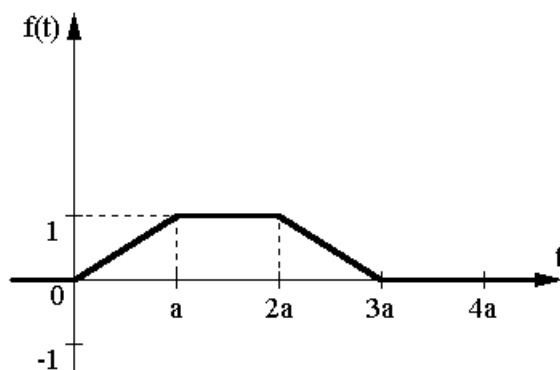
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{2}{p-1} - \frac{3}{p+\frac{2}{5}}$; б) $\frac{1}{(p-4)^5} + \frac{4}{(p+6)^3}$;

в) $\frac{p+1}{p^2+4} + \frac{5+p}{p^2-3}$; г) $\frac{5}{p^2-10p+9} + \frac{3p+2}{p^2+2p-3}$; д) $\frac{8}{p^3(p^4+4)}$;

е) $\frac{11}{p^2(p+3)(p+5)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $-3sht + t^5 + 7$; б) $e^{2t}sht$; в) $(t+5)^3$; г) $\sin 5t \cdot \cos 3t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' - 6y' + 5y = 0$ при $y(0) = -1, y'(0) = 2$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 3y' = 3t$ при $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' - y + 7x = 0 \\ y' + 2x + 5y = 0 \end{cases} \text{ при } y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' + y' - y = 1 \\ y' + 2y + 2x' = e^t \end{cases} \text{ при } x(0) = 0, y(0) = 1.$$

Вариант 5

1. Найти изображение функции: а) $2 - 3t^2 + 4t^3$; б) $10\sin\frac{t}{5} - 3\cos\frac{t}{\sqrt{2}}$;

в) $e^t \cos^2 4t + 3 \sin \frac{t}{2}$; г) $4e^{-7t} + \frac{1}{2}e^{2t}$; д) $e^{-5t} \operatorname{ch} 3t - \frac{1}{3}e^{2t} \operatorname{sh} 6t$;

е) $t^3 e^{\frac{t}{3}} - t^2 e^{2t}$.

2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{2}{3(p+7)} - \frac{8}{p-3}$; б) $\frac{1}{(p-5)^4} + \frac{3}{(p-1)^3}$;

в) $\frac{6p+2}{p^2+16} - \frac{3-p}{p^2-25}$; г) $\frac{4p-3}{p^2+6p-7} - \frac{6}{p^2-4p-5}$; д) $\frac{p^2-4}{(p^2+9)(p^2+16)}$;

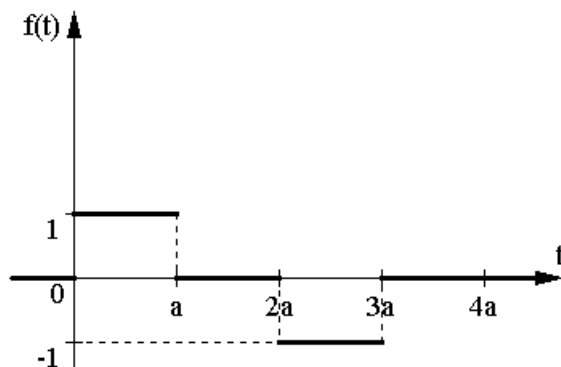
е) $\frac{12}{p^2(p+2)(p+4)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия

и запаздывания: а) $2\operatorname{ch} t + t^6 + 25$ б) $e^{-3t} \operatorname{ch} 4t$; в) $(t-2)\cos(t-2)$;

г) $\sin e^{-t} \cdot \operatorname{ch} 3t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' - 5y' = 0 \text{ при } y(0) = 1, y'(0) = -1.$$

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения

$$y'' - 9y = t - 2 \text{ при } y(0) = 0, y'(0) = 0.$$

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' - 2x + 2y = 0 \\ 3x' + 2y' - 4x = 0 \end{cases} \text{ при } x(0) = 0, y(0) = 1.$$

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' = 3z - y \\ z' = y + z + e^t \end{cases} \text{ при } y(0) = 0, z(0) = 1.$$

Вариант 6

1. Найти изображение функции: а) $\frac{t}{2} - 4t^2 + 5t^4$; б) $2 \sin \frac{t}{5} + \frac{1}{3} \cos \sqrt{6}t$;

в) $e^{-t} \sin \frac{t}{4} - 5e^{-2t} \cos 3t$; г) $4e^{-7t} - e^{\sqrt{2}t}$; д) $e^{6t} \operatorname{sh} 3t - \frac{1}{4} e^{-2t} \operatorname{ch} 5t$;

е) $t^2 e^{-8t} + \frac{1}{3} t^3 e^{3t}$.

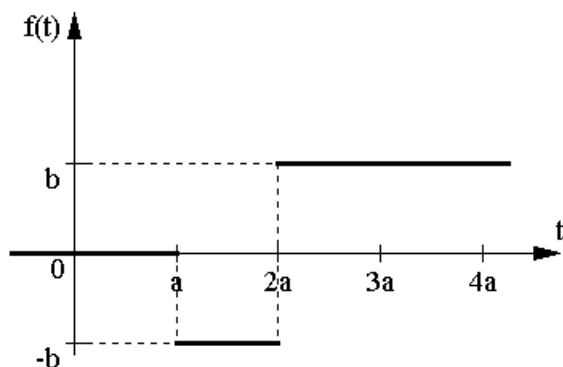
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{7}{p-3} - \frac{1}{4(p+2)}$; б) $\frac{3}{p^2} - \frac{2}{(p-1)^3}$;

в) $\frac{5p}{p^2-2} + \frac{6}{p^2+16}$; г) $\frac{3p-1}{p^2-8p-20} + \frac{4}{p^2+4p+20}$; д) $\frac{p+5}{(p^2+25)(p^2-4)}$;

е) $\frac{10}{p^2(p-3)(p+4)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $4 \cos t - t^3 + 2$; б) $2e^{5t} \cos t$; в) $(t+6) \sin(t+6)$;
г) $\operatorname{sh} 4t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' + 25y = 0$ при $y(0) = 3, y'(0) = 4$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = 3$ при $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' + y' = 0 \\ x' - 2y' + x = 0 \end{cases}, \text{ при } x(0) = 1, y(0) = -1.$$

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' + 3x + 2y = 0 \\ x' - x + y' - y = e^{2t} \end{cases} \text{ при } x(0) = 0, y(0) = 0.$$

Вариант 7

1. Найти изображение функции: а) $3t - 6t^2 + 7t^3$; б) $4 \sin 2t - \cos \sqrt{2}t$;
в) $e^{-t} \sin 4t + 15e^{2t} \cos 7t$; г) $3e^{7t} + 5e^{-4t}$; д) $e^{2t} \operatorname{sh} 6t - 3e^{-4t} \operatorname{ch} 2t$;

е) $t^3 e^{-2t} - \frac{1}{9} t^2 e^{4t}$.

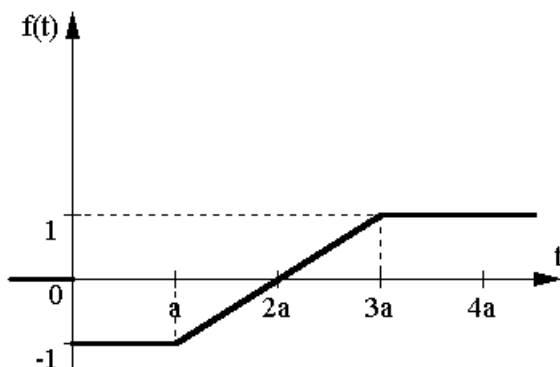
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{5}{p+2} - \frac{2}{p-3}$; б) $\frac{12}{(p+5)^6} - \frac{3}{(p-6)^3}$;

в) $\frac{7}{p^2 - 64} + \frac{4p}{p^2 + 16}$; г) $\frac{5}{p^2 + 12p + 20} - \frac{2p + 3}{p^2 + 2p + 2}$; д) $\frac{p^2 + 10}{(p^2 + 4)(p^2 + 9)}$;

е) $\frac{7}{p^3(p-2)(p+5)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $3 \sin t - t^2 - t^3 + 1$; б) $e^{-7t} \sin t$; в) $(t+1)^2 \cos(t+1)$;
г) $\sin 6t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' + 2y' - 8y = 0$ при $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + y' = 2t$ при $y(0) = 4, y'(0) = -2$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' - x + y = 0 \\ 3y' + 4y - 2x = 0 \end{cases}, \text{ при } x(0) = 1, y(0) = 2.$$

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' - x + y + 1 = 0 \\ y' - y + x + 1 = 0 \end{cases}, \text{ при } x(0) = 1, y(0) = 0.$$

Вариант 8

1. Найти изображение функции: а) $2t^3 - 5t^2 + 1$; б) $7 \sin \sqrt{8}t - 2 \cos \frac{t}{3}$;

в) $e^{-\frac{t}{4}} \sin 3t + 8e^{-5t} \cos 2t$; г) $8e^{\frac{t}{3}} - 4e^{-2t}$; д) $e^{-12t} \operatorname{sh} 5t + 3e^t \operatorname{ch} 2t$;

е) $t^2 e^{5t} + \frac{1}{7} t^3 e^{-3t}$.

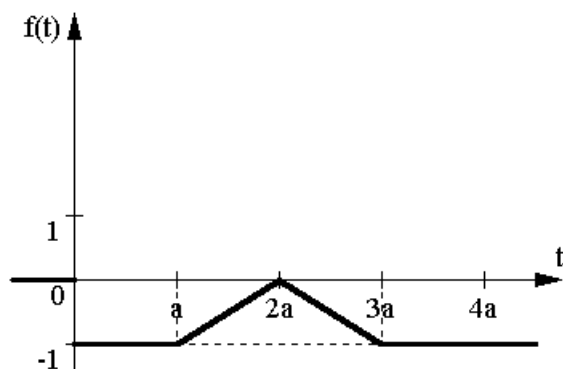
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{2}{p-1} - \frac{3}{p+\frac{1}{4}}$; б) $\frac{6}{(p+2)^3} - \frac{2}{p^2}$;

в) $\frac{2p}{p^2+9} + \frac{7}{p^2+25}$; г) $\frac{7p+1}{p^2+8p-9} + \frac{3}{p^2-4p-12}$; д) $\frac{p^2-6}{(p^2+16)(p^2+25)}$;

е) $\frac{2}{p^2(p+2)(p-6)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $5e^{-2t} + t^4 + 9$; б) $3e^{-t} \operatorname{ch} 2t$; в) $\sin^2(t+1)$; г) $\operatorname{ch} 3t \cdot \operatorname{sh} 4t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 5y = 0$ при $y(0) = 2, y'(0) = 0$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 4y' = t - 1$ при $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' - 2x + 6y = 0 \\ y' + 3y + x = 0 \end{cases}, \text{ при } x(0) = 2, y(0) = -1.$$

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} y' + y - 2x = 0 \\ x' + y - 2x = e^t \end{cases}, \text{ при } x(0) = 0, y(0) = 0.$$

Вариант 9

1. Найти изображение функции: а) $5 - \frac{1}{2}t + 3t^4$; б) $2 \sin 3t - 5 \cos \frac{t}{2}$;

в) $e^{-t} \cos 4t - 3 \sin^2 6t$; г) $6e^{-3t} - 2e^{\frac{t}{3}}$; д) $e^{3t} \operatorname{sh} 4t - \frac{3}{5} e^{-2t} \operatorname{ch} 3t$;

е) $t^3 e^{-5t} + 3t^2 e^{4t}$.

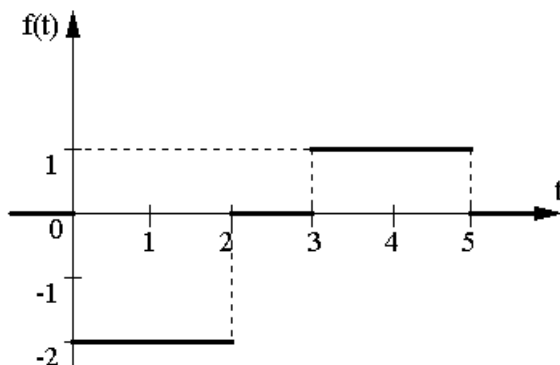
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{2}{p-5} - \frac{2}{3\left(p-\frac{2}{3}\right)}$; б) $\frac{1}{(p-4)^4} + \frac{8}{(p+3)^2}$;

в) $\frac{5}{p^2+25} - \frac{3p}{p^2-8}$; г) $\frac{4p+3}{p^2+10p-11} + \frac{2}{p^2-6p+10}$; д) $\frac{p^2-10}{(p^2+9)(p^2-16)}$;

е) $\frac{5}{p^2(p+3)(p+6)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $-7 \operatorname{sh} t + t^2 + 4$ б) $e^{5t} \operatorname{ch} 3t$; в) $\cos^2(t-1)$; г) $\cos 2t \cdot \operatorname{sh} 5t$

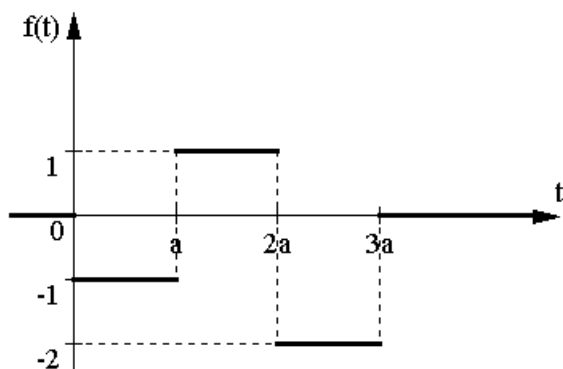
4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' - 2y' + 10y = 0$ при $y(0) = 2, y'(0) = -1$.
6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 3y' - 4y = 2$ при $y(0) = 1, y'(0) = 0$.
7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' - x - 6y' = 0 \\ x + y' + 4y = 0 \end{cases}$$
 при $x(0) = -2, y(0) = 1$.
8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' = y \\ y' = x + 2\sin t \end{cases}$$
 при $x(0) = 0, y(0) = 0$.

Вариант 10

1. Найти изображение функции: а) $2 - t^2 + 3t^3$; б) $3\sin 2t - \frac{1}{5}\cos\sqrt{3}t$;
 в) $e^{-5t}\sin\frac{t}{3} - 3e^{2t}\cos 8t$; г) $11e^{-\sqrt{3}t} - 2e^{4t}$; д) $e^{-6t}\operatorname{sh}2t - 3e^{3t}\operatorname{ch}5t$;
 е) $t^2e^{-4t} + \frac{1}{4}t^3e^{6t}$.
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{4}{p-6} - \frac{2}{p+\frac{1}{3}}$; б) $\frac{3}{(p+7)^5} - \frac{1}{4(p-3)^3}$;
 в) $\frac{2p}{p^2+16} + \frac{6}{p^2-36}$; г) $\frac{p-1}{p^2+4p+5} - \frac{8}{p^2-12p+27}$; д) $\frac{3}{p^3(p^2+4)}$;
 е) $\frac{7}{p^2(p+4)(p-5)}$.
3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $-5\operatorname{ch}2t + t^2 + 1$; б) $2e^{3t}\sin t$; в) $(t-6)e^{t-6}$; г) $\operatorname{sh}^3 6t$.
4. Найти изображение по графику оригинала



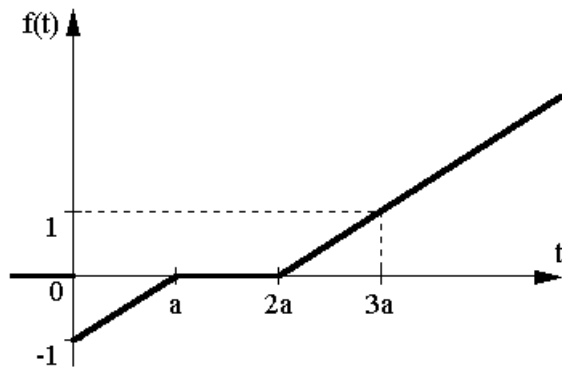
5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 3y = 0$ при $y(0) = 3, y'(0) = 1$.
6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 2e^{3t}$ при $y(0) = 1, y'(0) = 3$.
7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' + 3y + y = 0 \\ y' + y - x = 0 \end{cases}, \text{ при } x(0) = 1, y(0) = 1.$$
8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' + 3y + 8y = 0 \\ y' + x + y = e^{-t} \end{cases}, \text{ при } x(0) = 1, y(0) = 0.$$

Вариант 11

1. Найти изображение функции: а) $2t + 4t^2 + 7t^3$; б) $6\sin 3t - 2\cos \frac{t}{2}$;
 в) $e^t \sin^3 t - 2e^{-2t} \cos 4t$; г) $3e^{-2t} - 5e^{4t}$; д) $e^{-8t} \operatorname{sh} 2t - e^{3t} \operatorname{ch} 5t$;
 е) $3t^2 e^{-4t} + 5t^2 e^{-t}$.
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{5}{p+6} - \frac{4}{3\left(p+\frac{1}{4}\right)}$; б) $\frac{6}{(p-1)^3} + \frac{5}{(p+2)^4}$;
 в) $\frac{5p}{p^2-5} + \frac{6}{p^2+25}$; г) $\frac{p+5}{p^2+4p-3} + \frac{2}{p^2+2p+5}$; д) $\frac{p+1}{p^2(p^2+1)}$;
 е) $\frac{4}{p(p+1)(p-2)}$.
3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия

и запаздывания: а) $-4 \cos t + 3e^{2t}t + 2$; б) $e^{2t} \cos t$; в) $(t-1)ch(t-1)$;
г) $\cos 5t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' - 8y' - 20y = 0$ при $y(0) = 2, y'(0) = -1$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 4y' = \sin t$ при $y(0) = 1, y'(0) = 2$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' - 4x + y = 0 \\ y' - 2y - x = 0 \end{cases}, \text{ при } x(0) = 1, y(0) = 2.$$

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' + x - y = e^t \\ y' - x + y = e^t \end{cases}, \text{ при } x(0) = 0, y(0) = 0.$$

Вариант 12

1. Найти изображение функции: а) $5 - 7t^2 + t^3$; б) $12 \sin \sqrt{2}t - 6 \cos t$;

в) $2e^{-6t} \sin 4t - 3e^t \cos t$; г) $2e^{3t} - \frac{1}{2}e^{-5t}$; д) $e^{2t} sh 5t - 3e^{-2t} ch 4t$;

е) $t^4 e^{3t} + 2t^3 e^{-t}$.

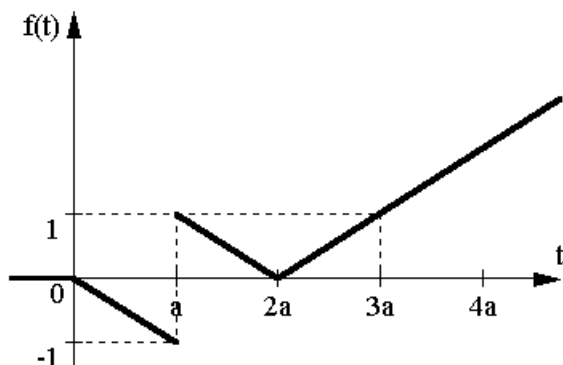
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{8}{p-7} - \frac{1}{5(p+6)}$; б) $\frac{2}{(p-5)^2} + \frac{2}{4(p-2)^3}$;

в) $\frac{6}{p^2-2} + \frac{5p}{p^2+49}$; г) $\frac{p+3}{p^2+6p+8} + \frac{5}{p^2+2p+10}$; д) $\frac{2p}{(p+1)(p^2+1)}$;

е) $\frac{3}{(p-1)(p-4)(p+2)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $-5\sin t + 3t^4 + 1$ б) $e^{2t} \sin 4t$; в) $(t+7)e^{t+7}$; г) $\sin 5t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' - 5y' + 4y = 0$ при $y(0) = -3, y'(0) = 2$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = 4$ при $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' - 2x + y' = 0 \\ y' + 3y + 2x = 0 \end{cases}, \text{ при } x(0) = 2, y(0) = -3.$$

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} 3x' - x + 2y = 0 \\ x' - x - 4y' = 1 \end{cases}, \text{ при } x(0) = 0, y(0) = 2.$$

Вариант 13

1. Найти изображение функции: а) $6t - 3t^2 + 5t^3$; б) $2\sin 5t - \frac{1}{5}\cos \frac{t}{4}$;

в) $e^{-2t} \cos 3t - 5e^t \sin \frac{t}{4}$; г) $e^{-t} + 3e^{4t}$; д) $e^{-7t} \operatorname{sh} 3t - 2e^{-3t} \operatorname{ch} 4t$;

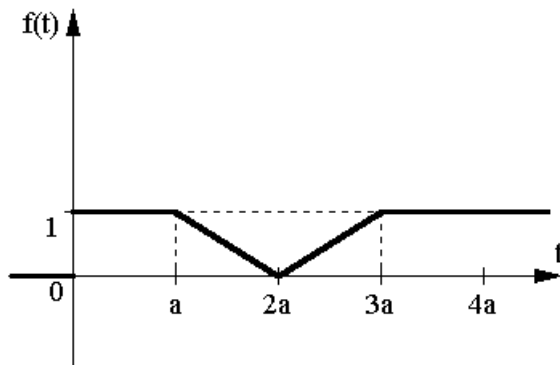
е) $e^{-t} + 3e^{4t}$.

2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{7}{p-8} + \frac{5}{p+2}$; б) $\frac{6}{(p+2)^3} - \frac{2}{(p-3)^4}$;

$$\text{в) } \frac{5}{p^2+7} - \frac{4p}{p^2-81}; \quad \text{г) } \frac{3p-4}{p^2+4p} - \frac{3}{p^2+4p+13}; \quad \text{д) } \frac{p}{(p+1)(p^2+4)};$$

$$\text{е) } \frac{5}{(p-1)(p+2)(p+5)}.$$

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $t^3 + 9e^{-t} - 2$; б) $3e^{4t} \operatorname{sh} 3t$; в) $\sin^2(t+1)$; г) $\operatorname{ch} 2t$.
4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' - 9y = 0$ при $y(0) = 1, y'(0) = 1$.
6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = 4$ при $y(0) = 1, y'(0) = 2$.
7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 2x + y \end{cases}$ при $x(0) = 1, y(0) = 0$.
8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x - 2y + 1 \\ y' = x + 3y \end{cases}$, при $x(0) = 1, y(0) = 0$.

Вариант 14

1. Найти изображение функции: а) $-\frac{t}{2} + 2t^2 - 7t^3$; б) $3\sin \sqrt{3}t - 5\cos 2t$;
- в) $e^{-t} \sin \frac{t}{2} + 3e^{2t} \cos 4t$; г) $5e^{2t} - 2e^{-6t}$; д) $e^{-3t} \operatorname{sh} 2t - 2e^{4t} \operatorname{ch} 3t$;
- е) $t^2 e^{-5t} + t^3 e^{3t}$.

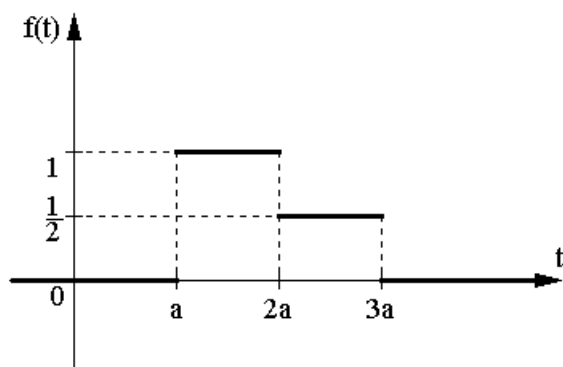
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{2}{p-2} + \frac{3}{p+\frac{1}{2}}$; б) $\frac{3}{(p-4)^4} - \frac{4}{(p+6)^3}$;

в) $\frac{3p}{p^2-2} + \frac{5}{p^2+100}$; г) $\frac{3p+1}{p^2+2p-3} + \frac{4}{p^2+10p+29}$; д) $\frac{1}{(p^2+1)(p^2-1)}$;

е) $\frac{4}{p^2(p-1)(p+2)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $2sh t - t^2 + 5$ б) $4e^{-2t} ch 5t$; в) $\cos^2(t-11)$; г) $\sin^2 t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = 0$ при $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 2y' - 3y = e^{3t}$ при $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x - 5y \\ y' = x - 3y \end{cases}$, при $x(0) = 1, y(0) = 0$.

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' + 3x + y + t = 0 \\ x' - x + y = 0 \end{cases}$, при $x(0) = 1, y(0) = 1$.

Вариант 15

1. Найти изображение функции: а) $2 - 4t + 3t^3$; б) $12 \sin 3t - 2 \cos 4t$;

в) $\frac{1}{2} e^{3t} \sin \frac{t}{3} - e^{-t} \cos t$; г) $3e^{\sqrt{3}t} - 2e^{5t}$; д) $e^{-2t} sh 5t - e^{3t} ch 2t$;

е) $t^3 e^{-2t} - \frac{1}{2} t^2 e^{-4t}$.

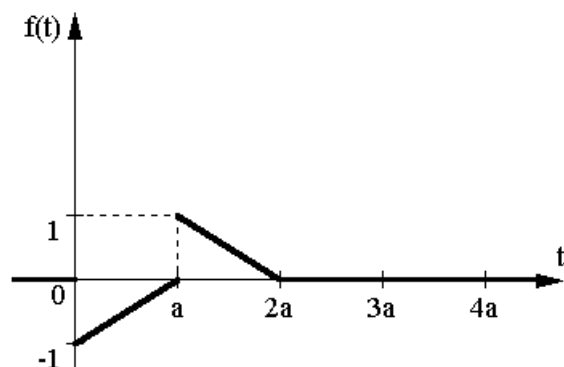
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{5}{4(p+9)} - \frac{8}{p - \frac{1}{2}}$; б) $\frac{5}{(p-5)^5} - \frac{3}{(p-1)^3}$;

в) $\frac{6p}{p^2 - 49} - \frac{3}{p^2 + 5}$; г) $\frac{p+4}{p^2 - 4p} + \frac{2}{p^2 - 10p + 26}$; д) $\frac{4}{p^2(p^2 + 9)}$;

е) $\frac{p}{(p-1)^2(p+2)(p+1)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $-5sh2t + 4t^3 - 1$; б) $5e^t \cos 2t$; в) $(t+2)e^{t+2}$; г) $sh^2 3t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $4y'' + 4y' + y = 0$ при $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - y' - 6y = 2$ при $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' + 5x + 2y = 0 \\ y' + 7y - x = 0 \end{cases}$, при $x(0) = 1, y(0) = 1$.

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = e^t - y - 5x \\ y' = x - 3y \end{cases}$, при $x(0) = 1, y(0) = 0$.

Вариант 16

1. Найти изображение функции: а) $5 - 3t^3 - \frac{1}{2}t^4$; б) $18\sin\frac{t}{2} + \cos 5t$;
 в) $e^{-5t} \cos\frac{t}{3} + 4e^t \sin 7t$; г) $e^{2t} - 4e^{-8t}$; д) $e^{4t} \operatorname{sh} 4t - e^{-t} \operatorname{ch}\frac{t}{5}$; е) $te^{-6t} + \frac{1}{5}t^4 e^{2t}$.

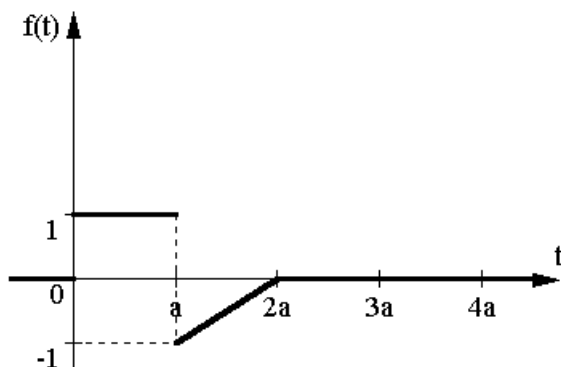
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{6}{p-10} - \frac{1}{2(p+4)}$; б) $\frac{3}{p^4} - \frac{2}{(p-1)^5}$;

в) $\frac{5p+5}{p^2-3} + \frac{6-p}{p^2+64}$; г) $\frac{p-1}{p^2-2p+26} + \frac{10}{p^2-10p}$; д) $\frac{p+1}{p^2(p^2+1)}$;

е) $\frac{p^2+p}{(p-1)(p-3)(p+4)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $4e^{3t} + t - \cos 5t$; б) $e^{-t} \sin 8t$; в) $(t-2)\operatorname{ch}(t-2)$;
 г) $\cos 3t \cdot \cos 5t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' + y' - 2y = 0$ при $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - y' = e^t$ при $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' + 4x - y = 0 \\ y' + y + 2 = 0 \end{cases}, \text{ при } x(0) = 2, y(0) = 0.$$

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' = 3x + y + e^t \\ y' = 8x + y \end{cases}, \text{ при } x(0) = 0, y(0) = 1.$$

Вариант 17

1. Найти изображение функции: а) $2 - 5t^2 + 4t^3$; б) $12 \sin 5t - 4 \cos \frac{t}{3}$;
в) $4e^{-5t} \cos 6t - 5e^{-t} \cos \frac{t}{4}$; г) $t^2 e^{-\frac{t}{4}} - \frac{1}{4} t^3 e^{7t}$; д) $e^{-3t} \operatorname{sh} \frac{t}{2} + 2e^{\frac{t}{2}} \operatorname{ch} 5t$; е) $4e^{-2t} + e^{-4t}$.

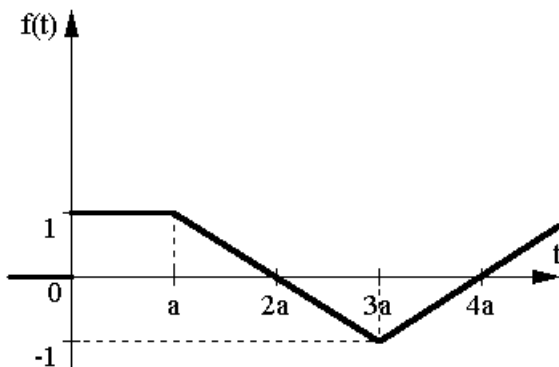
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{5}{p-5} + \frac{3}{p+\frac{7}{2}}$; б) $\frac{12}{(p+4)^3} - \frac{5}{(p-6)^5}$;

в) $\frac{9+p}{p^2-49} + \frac{3p-\frac{1}{2}}{p^2+7}$; г) $\frac{p+4}{p^2-2p-8} + \frac{3}{p^2+6p+10}$; д) $\frac{p}{(p-1)^2(p^2+1)}$;

е) $\frac{p+1}{p(p-1)(p+4)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $\sin 5t - 3t^2 + 9$; б) $e^{8t} \operatorname{ch} t$; в) $(t+2)^3$; г) $\sin 4t \cdot \operatorname{sh} 2t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' - 5y' = 0$ при $y(0) = 1, y'(0) = 1$.
6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 2y' = 3$ при $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + y \\ y' = 3x - y \end{cases}$,
при $x(0) = 0, y(0) = 0$.

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -x + 5y \\ y' = x + 3y - t \end{cases}$, при $x(0) = 0, y(0) = 0$.

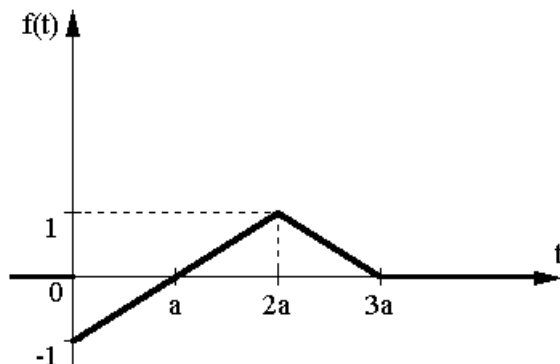
Вариант 18

1. Найти изображение функции: а) $5 + 4t^3 - 6t^4$; б) $4\cos 5t - 7\sin \sqrt{2}t$;
в) $2e^{3t} \sin \frac{t}{6} - e^{-2t} \cos 4t$; г) $2e^{-6t} + e^{\frac{t}{3}}$; д) $e^{-\frac{t}{2}} \operatorname{sh} 3t - 5e^{3t} \operatorname{ch} 4t$;
е) $t^3 e^{-t} - 2t^4 e^{2t}$.

2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{2}{p - \frac{1}{2}} + \frac{4}{p + 5}$; б) $\frac{3}{p^5} + \frac{5}{(p + 2)^4}$;
в) $\frac{2p - 2}{p^2 + 36} - \frac{9 + p}{p^2 - 9}$; г) $\frac{2p - 10}{p^2 - 2p - 24} + \frac{4}{p^2 + 6p + 18}$; д) $\frac{p + 2}{p^2(p^2 + 4)}$;
е) $\frac{p - 3}{(p - 1)(p + 2)(p + 4)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $-t + 6e^{-t} + 1$; б) $e^{-2t} \operatorname{sh} 3t$; в) $(t - 7)\sin(t - 7)$;
г) $\operatorname{ch} 2t \cdot \operatorname{ch} 5t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' - 9y = 0 \text{ при } y(0) = 1, y'(0) = 1.$$

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = 2$ при $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x + 4y \\ y' = 4x - 3y \end{cases}$,
при $x(0) = 0, y(0) = 1$.

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' + 2y = 3t \\ y' - 2x = 4 \end{cases}$, при $x(0) = 2, y(0) = 3$.

Вариант 19

1. Найти изображение функции: а) $\frac{1}{3} + 4t - 6t^5$; б) $3\cos\frac{t}{4} - 2\sin 3t$;

в) $2e^{4t}\cos\frac{t}{2} - e^{-2t}\sin 2t$; г) $t^3e^{4t} - \frac{1}{4}t^2e^{-5t}$; д) $e^{-4t}\operatorname{sh}\frac{t}{6} - \frac{1}{4}e^{2t}\operatorname{ch}5t$;

е) $5e^{6t} - 6e^{-\frac{t}{2}}$.

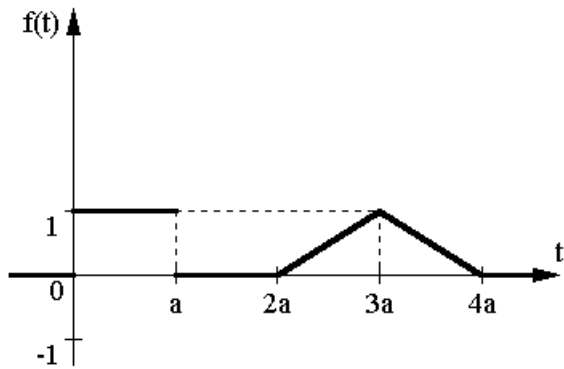
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{2}{p-6} + \frac{1}{2\left(p-\frac{1}{4}\right)}$; б) $\frac{1}{(p-2)^5} + \frac{1}{(p+3)^2}$;

в) $\frac{7+p}{p^2+4} + \frac{3p-1}{p^2-5}$; г) $\frac{4p-8}{p^2+6p+5} - \frac{9}{p^2-8p+12}$; д) $\frac{p-4}{p^2(p^2+1)}$;

е) $\frac{p}{(p-1)^2(p+4)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $3\operatorname{sh}t - 4t^2 + 3$; б) $5e^{-t}\sin 2t$; в) $(t+1)\cos(t+1)$;
г) $\operatorname{sh}5t \cdot \operatorname{sh}3t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



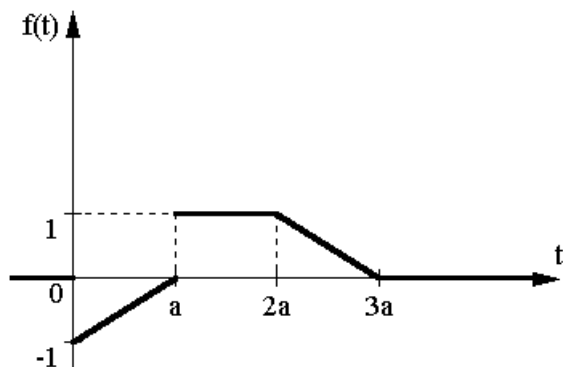
5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' - y' - 12y = 0$ при $y(0) = 1, y'(0) = 1$.
6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + y = e^t$ при $y(0) = 0, y'(0) = 1$.
7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' + y = 0 \\ y' - 2x - 2y = 0 \end{cases}$$
, при $x(0) = 0, y(0) = 1$.
8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' + 2y = 3t \\ y' - 2x = 4 \end{cases}$$
, при $x(0) = 2, y(0) = 3$.

Вариант 20

1. Найти изображение функции: а) $5 - 8t^3 - 4t^4$; б) $6\sin\frac{t}{6} + 4\cos\sqrt{5}t$;
 в) $e^{-3t}\cos 5t - 3e^{2t}\sin\frac{t}{2}$; г) $4e^{-8t} + \frac{1}{2}e^{\frac{t}{2}}$; д) $e^{-\frac{t}{4}}\operatorname{sh} 8t - \frac{1}{3}e^t \operatorname{ch}\frac{t}{2}$; е)
 $t^3 e^{\frac{t}{4}} - t^2 e^{6t}$.
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{4}{p-5} + \frac{2}{p+\frac{1}{5}}$; б) $\frac{3}{(p+3)^2} - \frac{1}{3(p+5)^6}$;
 в) $\frac{2p-1}{p^2+6} + \frac{p+1}{p^2-4}$; г) $\frac{p-1}{p^2-10p+21} + \frac{6}{p^2+6p+13}$; д) $\frac{4}{p^2(p^2+1)}$;
 е) $\frac{p}{(p+1)^2(p-3)(p+4)}$.
3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия

и запаздывания: а) $ch4t - 2t^2 + 9$ б) $2e^t \cos 7t$; в) $(t+9)e^{t+9}$; г) $e^{7t} \cos^2 t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 13y = 0$ при $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 3y' = 3^t$ при $y(0) = 1, y'(0) = 1$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' + y = 0 \\ y' + x = 0 \end{cases}$, при $x(0) = 2, y(0) = 0$.

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' + x = y + e^t \\ y' + y = x + e^t \end{cases}$, при $x(0) = 1, y(0) = 1$.

Вариант 21

1. Найти изображение функции: а) $2 - 5t^2 + 4t^3$; б) $12 \sin 5t - 4 \cos \frac{t}{3}$;

в) $4e^{-5t} \cos 6t - 5e^{-t} \cos \frac{t}{4}$; г) $t^2 e^{-\frac{t}{4}} - \frac{1}{4} t^3 e^{7t}$; д) $e^{-3t} sh \frac{t}{2} + 2e^{\frac{t}{2}} ch 5t$;

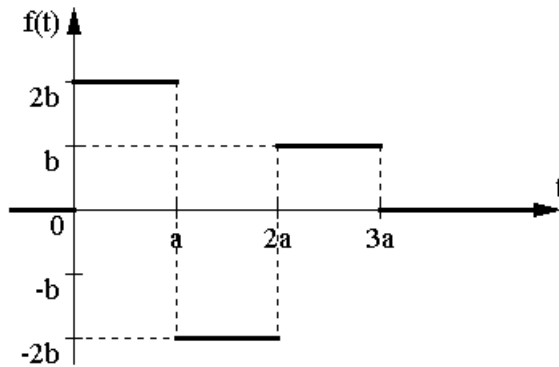
е) $4e^{-2t} + e^{-4t}$.

2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{8}{p-3} - \frac{1}{4(p+1)}$; б) $\frac{5}{p^6} - \frac{4}{(p-2)^3}$;

в) $\frac{5-p}{p^2-5} + \frac{2p-3}{p^2+25}$; г) $\frac{3p+3}{p^2+2p} + \frac{4}{p^2+8p+20}$; д) $\frac{p+3}{(p^2-1)(p^2+9)}$;

$$e) \frac{5}{p^2(p-3)(p+4)}.$$

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $3sh t + t^8 + 4$; б) $e^{2t} sh 3t$; в) $(t+3)sh(t+3)$; г) $cht \cdot ch 3t$.
4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' - y' - 2y = 0$ при $y(0) = 1, y'(0) = 0$.
6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - y' = \cos 2t$ при $y(0) = 0, y'(0) = 0$.
7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' + x - 2y = 0 \\ y' + 4y + x = 0 \end{cases}, \text{ при } x(0) = 1, y(0) = 1.$$
8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 2x + y + 1 \end{cases}, \text{ при } x(0) = 1, y(0) = 5.$$

Вариант 22

1. Найти изображение функции: а) $3t^2 + 6t^3 - t^4$; б) $5 \sin 6t + \cos \frac{t}{7}$;
 в) $e^{-5t} \sin \frac{t}{5} - 3e^{2t} \cos 9t$; г) $10e^{-4t} - 4e^{\frac{t}{5}}$; д) $e^{-9t} sh 5t + 3e^{\frac{t}{2}} ch 3t$;
 е) $t^2 e^{4t} - \frac{1}{3} t^3 e^{-5t}$.

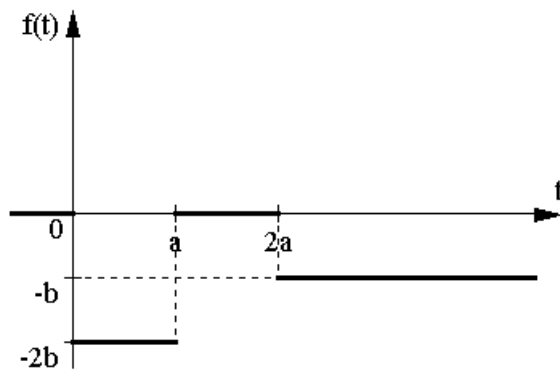
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{5}{p - \frac{1}{2}} + \frac{3}{p + 2}$; б) $\frac{2}{(p - 3)^4} - \frac{4}{p^5}$;

в) $\frac{2p + 5}{p^2 + 5} - \frac{p - 1}{p^2 - 4}$; г) $\frac{p - 5}{p^2 - 2p + 2} + \frac{4}{p^2 + 6p}$; д) $\frac{p - 1}{p^2(p^2 + 25)}$;

е) $\frac{4}{p(p - 2)(p + 5)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $\cos 2t - 3t^2 - 4$; б) $e^{-4t} \operatorname{ch} 5t$; в) $(t + 1)^5$; г) $\sin 5t \cdot \operatorname{sh} t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' + 4y' + 3y = 0$ при $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - y' = 4e^t$ при $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = 2x + y \end{cases}$, при $x(0) = 1, y(0) = 0$.

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + y + t \\ y' = 3x - y \end{cases}$, при $x(0) = 0, y(0) = 1$.

Вариант 23

1. Найти изображение функции: а) $2t^3 + 4t^2 - t$; б) $10 \sin \sqrt{8}t - 3 \cos \frac{t}{4}$;

в) $e^{-\frac{t}{4}} \sin 6t - 2e^{-3t} \cos 2t$; г) $10e^{-4t} - 4e^{\frac{t}{5}}$; д) $e^{-9t} \operatorname{sh} 5t + 3e^{\frac{t}{2}} \operatorname{ch} 3t$;

е) $t^2 e^{4t} - \frac{1}{3} t^3 e^{-5t}$.

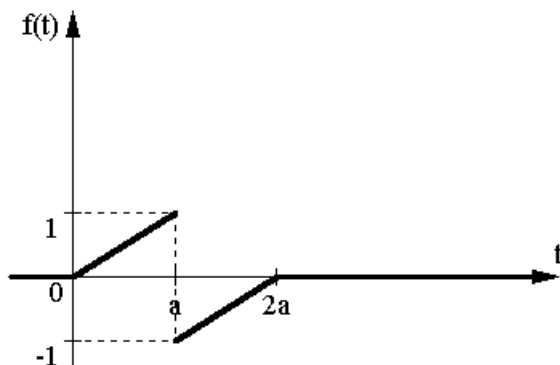
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{7}{p + \frac{1}{3}} - \frac{4}{p - 8}$; б) $\frac{5}{p^6} + \frac{4}{(p - 1)^3}$;

в) $\frac{2p - 6}{p^2 + 81} + \frac{p + 1}{p^2 - 3}$; г) $\frac{3p - 1}{p^2 - 4p + 5} - \frac{5}{p^2 - 8p - 9}$; д) $\frac{p^2 - 1}{p^2(p^2 + 1)}$;

е) $\frac{3}{p(p - 1)(p + 5)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $5t + 2e^{-3t} - 7$; б) $5e^{-t} \sin t$; в) $(t - 4) \cos(t - 4)$; г) $\cos t \cdot \operatorname{sh} 4t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 0$ при $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - y = \sin t$ при $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x - 2y \\ y' = x + 3y \end{cases}$,

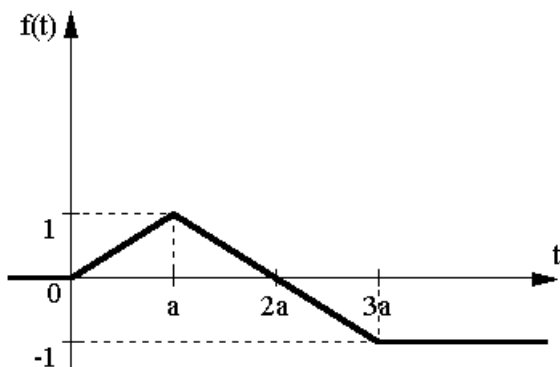
при $x(0) = 0, y(0) = 1$.

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' = 3 - 2y \\ y' = 2x - 2t \end{cases}, \text{ при } x(0) = 0, y(0) = 0.$$

Вариант 24

1. Найти изображение функции: а) $5 - \frac{5}{2}t + 4t^5$; б) $8\sin 4t - 5\cos \frac{t}{6}$;
 в) $e^{-\frac{t}{3}} \cos 4t - 5\sin 8t$; г) $5e^{-3t} - 2e^{\frac{t}{5}}$; д) $e^{-4t} \operatorname{sh} 4t - \frac{3}{5} e^{7t} \operatorname{ch} 6t$;
 е) $t^3 e^{-2t} + 4t^2 e^{4t}$.
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{5}{p-1} + \frac{1}{3\left(p + \frac{1}{2}\right)}$; б) $\frac{1}{(p-1)^4} - \frac{5}{(p+2)^5}$;
 в) $\frac{2+4p}{p^2+1} - \frac{3p+3}{p^2-5}$; г) $\frac{p+3}{p^2+4p+8} - \frac{7}{p^2-8p}$; д) $\frac{p+5}{p^2(p^2+4)}$;
 е) $\frac{p-3}{p(p-2)(p-1)}$.
3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $-\sin 2t - 3e^{-t} + t$ б) $e^t \operatorname{sh} 2t$; в) $(t+7) \operatorname{ch}(t+7)$;
 г) $\sin 6t \cdot \sin 3t$.
4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' + 3y' - 4y = 0$ при $y(0) = 0, y'(0) = 1$.
6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - y' = \cos t$ при $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2x - 9y \\ y' = x + 8y \end{cases}$,
при $x(0) = 1, y(0) = 0$.

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' + 2x + 4y + t = 0 \\ y' + x - y = 0 \end{cases}$, при $x(0) = 1, y(0) = 1$.

Вариант 25

1. Найти изображение функции: а) $2 - t^3 - 4t^5$; б) $4 \sin 2t - \frac{1}{5} \cos \frac{t}{5}$;

в) $e^{-6t} \sin \frac{t}{5} - 3e^{3t} \cos 7t$; г) $11e^{\frac{t}{6}} - 2e^{5t}$; д) $e^{\frac{t}{2}} \operatorname{sh} 5t - 3e^{-t} \operatorname{ch} 4t$;

е) $t^4 e^{-4t} - \frac{1}{5} t^2 e^{\frac{t}{2}}$.

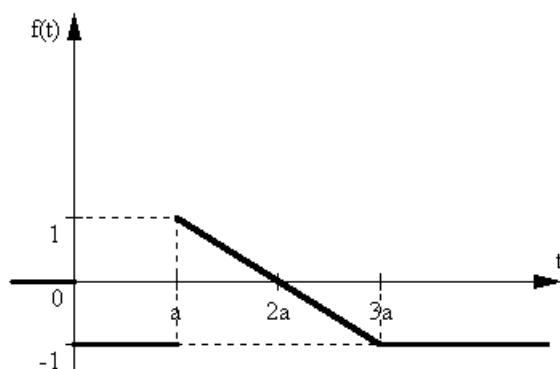
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{5}{p-2} + \frac{3}{p-\frac{1}{6}}$; б) $\frac{2}{(p-7)^4} + \frac{5}{p^4}$;

в) $\frac{5p+2}{p^2+2} + \frac{p-2}{p^2-9}$; г) $\frac{p+4}{p^2+10p} + \frac{6}{p^2-8p+41}$; д) $\frac{p+3}{p^2(p^2+25)}$;

е) $\frac{p}{(p-2)(p+4)(p+6)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $3 \sin 2t + 2t^4 + 1$; б) $e^{-6t} \cos 4t$; в) $(t-1)^2 e^{t-1}$; г) $\cos 4t \cdot \cos 2t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения

$$y'' + 2y = 0 \text{ при } y(0) = 1, y'(0) = 1.$$

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения

$$y'' - 2y' = e^{2t} \text{ при } y(0) = 0, y'(0) = 0.$$

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x - 8y \\ y' = -x - 3y \end{cases}$,

$$\text{при } x(0) = 1, y(0) = 0.$$

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' = 4x + 6y \\ y' = 4x + 2y + t \end{cases}, \text{ при } x(0) = 1, y(0) = 0.$$

Вариант 26

1. Найти изображение функции: а) $5 + 3t^2 - 2t^3$; б) $2 \sin 4t - \frac{1}{3} \cos 3t$;

$$\text{в) } e^{3t} \cos t + e^{\frac{3}{2}t} \sin 2t; \quad \text{г) } e^{-3t} + 2e^{4t}; \quad \text{д) } e^{-t} \operatorname{ch} t - e^{2t} \operatorname{sh} 2t;$$

$$\text{е) } t^3 e^t + \frac{2}{3} t^3 e^{-2t}.$$

2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{2}{p+3} - \frac{8}{p-4}$; б) $\frac{1}{(p+4)^2} - \frac{2}{(p-5)^3}$;

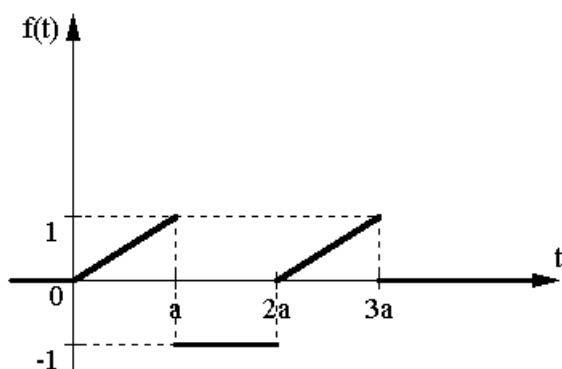
$$\text{в) } \frac{\frac{1}{2}p-2}{p^2-9} + \frac{3+p}{p^2+36}; \quad \text{г) } \frac{p-5}{p^2+2p+5} + \frac{2}{p^2+4p+8}; \quad \text{д) } \frac{p-2}{(p+1)(p+2)(p^2+4)};$$

$$\text{е) } \frac{1}{p(p-1)(p+2)}.$$

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия

$$\text{и запаздывания: а) } t^5 + 2e^{7t} - 6; \quad \text{б) } e^{4t} \operatorname{ch} 3t; \quad \text{в) } \cos^2(t-6); \quad \text{г) } \operatorname{ch} 3t \cdot \operatorname{ch} 2t.$$

4. Найти изображение по графику оригинала



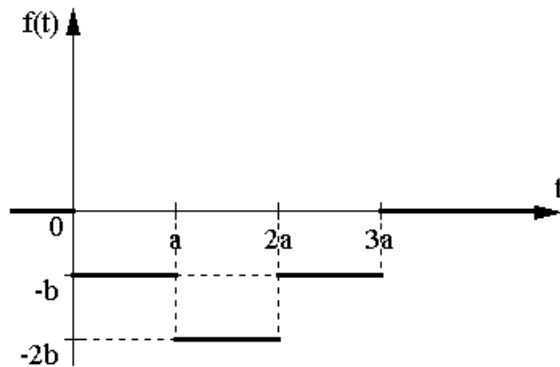
5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' + 3y = 0$ при $y(0) = 1, y'(0) = 1$.
6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 3y' = e^t$ при $y(0) = 0, y'(0) = -1$.
7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 9x - 4y \\ y' = -4x - y \end{cases}$, при $x(0) = 1, y(0) = 0$.
8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 4x + 6y \\ y' = 2x + 4y + t \end{cases}$, при $x(0) = 0, y(0) = 1$.

Вариант 27

1. Найти изображение функции: а) $7 + 3t^2 - 4t^3$; б) $4\sin 5t - \frac{1}{5}\cos 3t$;
 в) $e^{-2t} \cos \frac{t}{3} - 3e^{-3t} \sin t$; г) $e^{-2t} + 3e^{2t}$; д) $e^{2t} \operatorname{ch} 3t + e^{-2t} \operatorname{sh} t$;
 е) $t^3 e^{5t} + \frac{1}{2} t^4 e^{-3t}$.
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{2}{p+4} - \frac{1}{3\left(p+\frac{1}{2}\right)}$; б) $\frac{3}{(p-2)^3} - \frac{7}{p^2}$;
 в) $\frac{9+p}{p^2-4} + \frac{3p}{p^2+49}$; г) $\frac{2p-3}{p^2-4p+5} + \frac{3}{p^2+2p+5}$; д) $\frac{p}{(p+2)(p^3-1)}$;

$$e) \frac{1}{p(p^2 + 2p + 1)(p^2 + 1)}.$$

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $t^2 + 5ch2t + 3$; б) $e^{2t} \sin t$; в) $\sin^2(t + 4)$; г) $e^{-t} \cdot \cos 5t$.
4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = 0$ при $y(0) = 0, y'(0) = 0$.
6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 2y' - 3y = e^{-t}$ при $y(0) = 0, y'(0) = 1$.
7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = -8x + 3y \\ y' = -3x - y \end{cases}$ при $x(0) = 1, y(0) = 0$.
8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 3x + 9y \\ y' = 5x + 10y + t \end{cases}$, при $x(0) = -1, y(0) = 0$.

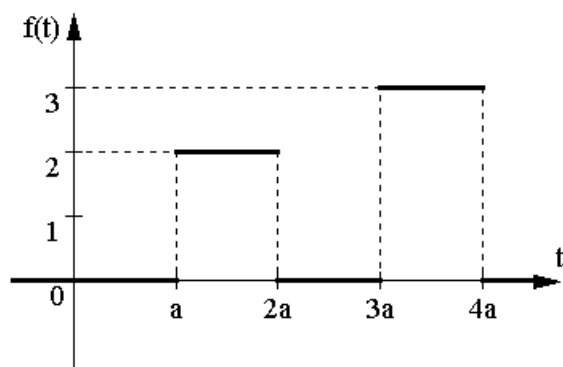
Вариант 28

1. Найти изображение функции: а) $-4 + 5t^2 - 3t^3$; б) $2 \cos 3t + 11 \sin 2t$;
в) $e^{5t} \sin 3t + \frac{4}{3} e^t \cos 3t$; г) $4e^{-2t} - e^{\frac{t}{2}}$; д) $e^{-3t} sh 2t - 4e^{2t} ch 3t$;
е) $\frac{t^2}{2} e^{-\frac{t}{3}} - 3t^3 e^{7t}$.

2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{5}{p-7} - \frac{6}{p+2}$; б) $\frac{2}{(p+3)^4} - \frac{5}{4(p-3)^3}$;
 в) $\frac{9-p}{p^2+4} - \frac{3p-6}{p^2-16}$; г) $\frac{p-2}{p^2+4p+8} - \frac{2p-5}{p^2+2p+2}$; д) $\frac{p-1}{(p-1)^2(p+1)}$;
 е) $\frac{p+2}{(p^2+4)(p+1)(p-2)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $6t^4 + 3sht - 1$; б) $3e^{5t} \text{cost}$; в) $(t-6)e^{t-6}$; г) ch^3t .

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' - 6y' + 5y = 0$ при $y(0) = 1, y'(0) = -2$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' - y' = te^t$ при $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + y \\ y' = 4x + y \end{cases}$,

при $x(0) = 1, y(0) = 0$.

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' = -2x + 6y \\ y' = 4x + 3y + t \end{cases}, \text{ при } x(0) = 1, y(0) = 1.$$

Вариант 29

1. Найти изображение функции: а) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}t - 8t^4$; б) $3\sin \frac{t}{4} + 5\cos 3t$;

в) $t^2 e^{-3t} - \frac{1}{3}t^3 e^{2t}$; г) $7e^{6t} - 12e^{-3t}$; д) $e^{3t} sh \frac{t}{2} - \frac{1}{3}e^{7t} ch 3t$;

е) $6\cos 4t - e^{4t} \sin 3t$.

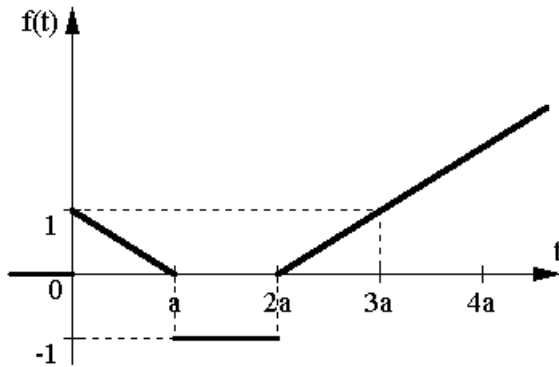
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{3}{p-2} - \frac{2}{p+\frac{1}{3}}$; б) $\frac{1}{(p-4)^5} + \frac{4}{(p+6)^3}$;

в) $\frac{p+1}{p^2+4} + \frac{5+p}{p^2-3}$; г) $\frac{5}{p^2-10p+9} + \frac{3p+2}{p^2+2p-3}$; д) $\frac{8}{p^3(p^4+4)}$;

е) $\frac{11}{p^2(p+3)(p+5)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $5 + \cos 6t - t^3$; б) $e^{-2t} \sin 7t$; в) $(t+1)ch(t+1)$; г) $ch 2t \cdot sh 8t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 13y = 0$ при $y(0) = 0, y'(0) = -1$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 2y' = t$ при $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 2x + 8y \\ y' = 3x + 4y \end{cases}$ при $x(0) = 2, y(0) = 1$.

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x - 3y \\ y' = 2x + 6y + t \end{cases}$, при $x(0) = 1, y(0) = 1$.

Вариант 30

1. Найти изображение функции: а) $3 - 4t^2 + 2t^3$; б) $3\sin \frac{t}{4} - 2\cos \frac{t}{\sqrt{3}}$;

в) $e^{3t} \cos 2t + 4 \sin \frac{t}{3}$; г) $7e^{-4t} + 3e^{2t}$; д) $e^{-3t} \operatorname{ch} 4t - \frac{2}{3} e^{4t} \operatorname{sh} 5t$;

е) $t^2 e^{\frac{t}{3}} - t^3 e^{-2t}$.

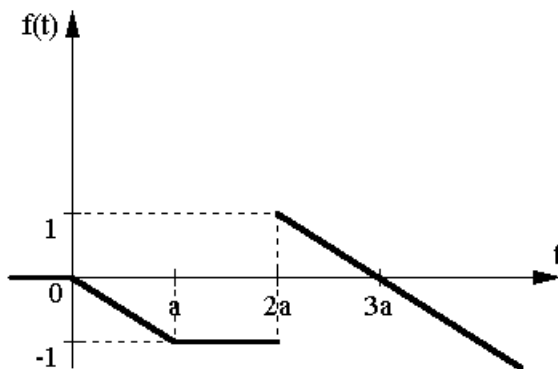
2. Найти оригиналы функций: а) $\frac{7}{2(p+3)} - \frac{3}{p-8}$; б) $\frac{1}{(p-3)^4} + \frac{1}{(p-5)^3}$;

в) $\frac{2p+6}{p^2+9} - \frac{4-p}{p^2-16}$; г) $\frac{2p+3}{p^2-6p+10} - \frac{6}{p^2-4p+8}$; д) $\frac{5p+3}{(p-1)^2(p^2+2p+5)}$;

е) $\frac{8}{(p+1)(p^2+4)}$.

3. Найти изображения функций по теоремам линейности, смещения, подобия и запаздывания: а) $7 + \cos 2t - 5t^3$; б) $e^{2t} \operatorname{sh} 5t$; в) $(t-9)^6$; г) $\cos 4t \cdot \cos 2t$.

4. Найти изображение по графику оригинала



5. Найти частное решение однородного дифференциального уравнения $4y'' + 4y' + y = 0$ при $y(0) = 1, y'(0) = -1$.

6. Найти частное решение неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = \sin t$ при $y(0) = 0, y'(0) = -1$.

7. Решить систему однородных дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = x - y \end{cases}$,

при $x(0) = 0, y(0) = 1$.

8. Решить систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x' = 2x - 4y \\ y' = 6x - 3y + t \end{cases}, \text{ при } x(0) = -1, y(0) = 0.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Том 3. В 2 кн. Книга 2. Ряды. Функции комплексного переменного : учебник для академического бакалавриата / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 219 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-8645-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/437222>
2. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб. пособие для вузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова, С. П. Данко. — 7-е изд., испр. — М.: ООО «Издательство АСТ»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2014. — 816 с.
3. Галкин, С. В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / С. В. Галкин. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2011. — 242 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/31301.html>
4. Крупин, В.Г. Высшая математика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление. Сборник задач с решениями [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Г. Крупин, А.Л. Павлов, Л.Г. Попов. — Электрон. дан. — Москва : Издательский дом МЭИ, 2012. — 304 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72216>.
5. Пантелеев, А.В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67463>.
6. Плескунов, М. А. Операционное исчисление : учебное пособие для вузов / М. А. Плескунов ; под научной редакцией А. И. Короткого. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 141 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-

534-09142-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://bibli-online.ru/bcode/441597>

7. Рябушко, А. П. Индивидуальные задания по высшей математике. Часть 4. Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. П. Рябушко. — Электрон. текстовые данные. — Минск : Высшая школа, 2013. — 336 с. — 978-985-06-2231-0. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/21743.html>

8. Эйдерман, В. Я. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление : учебное пособие для академического бакалавриата / В. Я. Эйдерман. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 263 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-05498-9. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://bibli-online.ru/bcode/437407>

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Основные теоретические сведения	4
Теоретические вопросы	6
Типовой вариант	7
Варианты для самостоятельного выполнения	11
Список литературы	45

Татьяна Евгеньевна Гришкина,

старший преподаватель кафедры общей математики и информатики АмГУ

Ангелина Михайловна Попова,

старший преподаватель кафедры общей математики и информатики АмГУ