

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**ПРОВЕДЕНИЕ РАСЧЕТОВ В ПАКЕТАХ
MATHCAD И MATLAB**

Учебно-методическое пособие

Благовещенск

Издательство АмГУ

2019

ББК

*Рекомендовано
учебно-методическим советом университета*

Рецензент:

Веселова Е.М, канд.физ.-мат. наук, доцент кафедры МАиМ АмГУ

Чалкина Н.А., Попова А.М.

Проведение расчетов в пакетах MathCad и MatLab: учебно-методическое пособие / Н.А. Чалкина, А.М. Попова – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2019. – 41 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов очной формы обучения направлений подготовки 13.03.02.

В нем приведены основные теоретические сведения, теоретические вопросы, методические указания по выполнению и задания для организации самостоятельной работы. При защите данной работы студент должен ответить на теоретические вопросы и уметь объяснить решение задач индивидуального задания.

© Чалкина Н.А., Попова А.М., 2019

© Амурский государственный университет, 2019

ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов очной формы обучения направлений подготовки 13.03.02.

Цель лабораторных занятий состоит в приобретении практических навыков работы в пакетах прикладных программ MathCad, MatLab.

Процесс по освоению всей совокупности теоретического и практического материала по дисциплине должен быть реализован в течение одного семестра, необходима проработка теоретического материала лекций.

Для закрепления полученных на лекциях знаний студенты выполняют соответствующие упражнения по вариантам. За выполненные задания учащиеся получают соответствующие оценки, что является основой для выставления промежуточной и итоговой аттестации. Итоговой аттестацией в семестре является зачет.

Контроль выполненных заданий осуществляется непосредственно на занятиях.

Рейтинговая система студента по дисциплине складывается из оценки за работу в семестре – максимально 60 баллов и зачетной оценки – максимально 40 баллов. Минимальное значение рейтинговой оценки, набранной студентом по результатам текущего контроля по всем видам занятий, при которой студент допускается к сдаче зачета, составляет 40 баллов.

Если к моменту проведения зачета студент набирает 51 и более баллов, они могут быть выставлены ему в виде поощрения в ведомость и в зачетную книжку без процедуры принятия зачета. Устранение задолженности студента по отдельным контролируемым темам дисциплины может проходить в течение семестра в часы дополнительных занятий или консультаций, установленных в расписании по соответствующим видам занятий по данной дисциплине.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

MathCad является математическим редактором, который позволяет выполнять различные математические и научные расчеты, начиная от простых алгебраических действий до сложных арифметических расчетов. Пользователь получает возможность просто и наглядно в привычной для математика форме вводить с помощью редактора формул математические выражения и тут же получать результат.

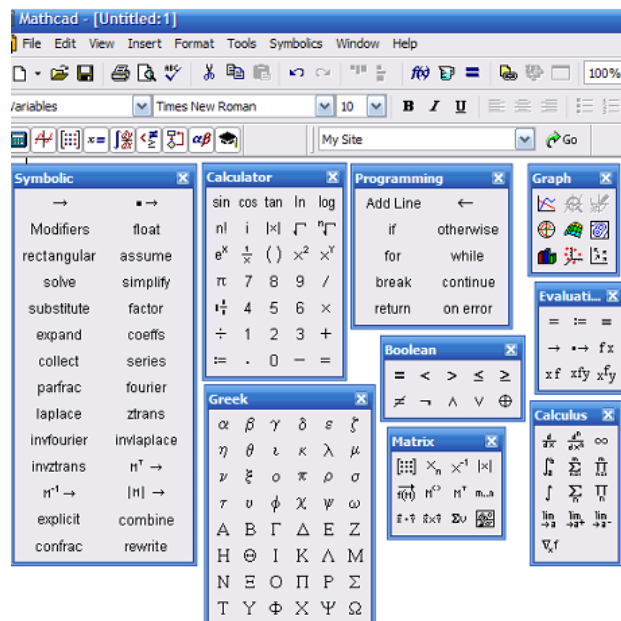
В число выполняемых действий входит:

- a) ввод математических выражений;
- b) проведение различных расчетов;
- c) подготовка графиков различных результатов вычислений;
- d) ввод данных из внешнего файла;
- e) ввод данных во внешний файл;
- f) оформление Web-страниц;
- g) предоставление доступа к справочному материалу по математике.

Описание элементов интерфейса

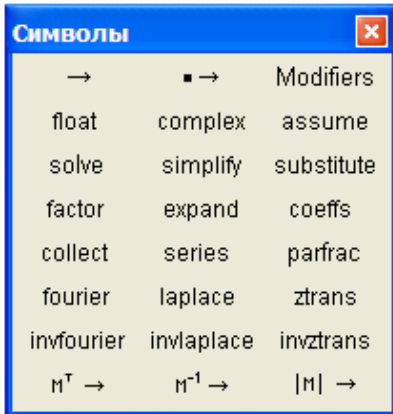
1. Строка меню;
2. Строка форматирования;
3. Рабочая область;
4. Строка состояния;
5. Всплывающее или контекстное меню;
6. Панель инструментов Математика.

Панель инструментов Математика



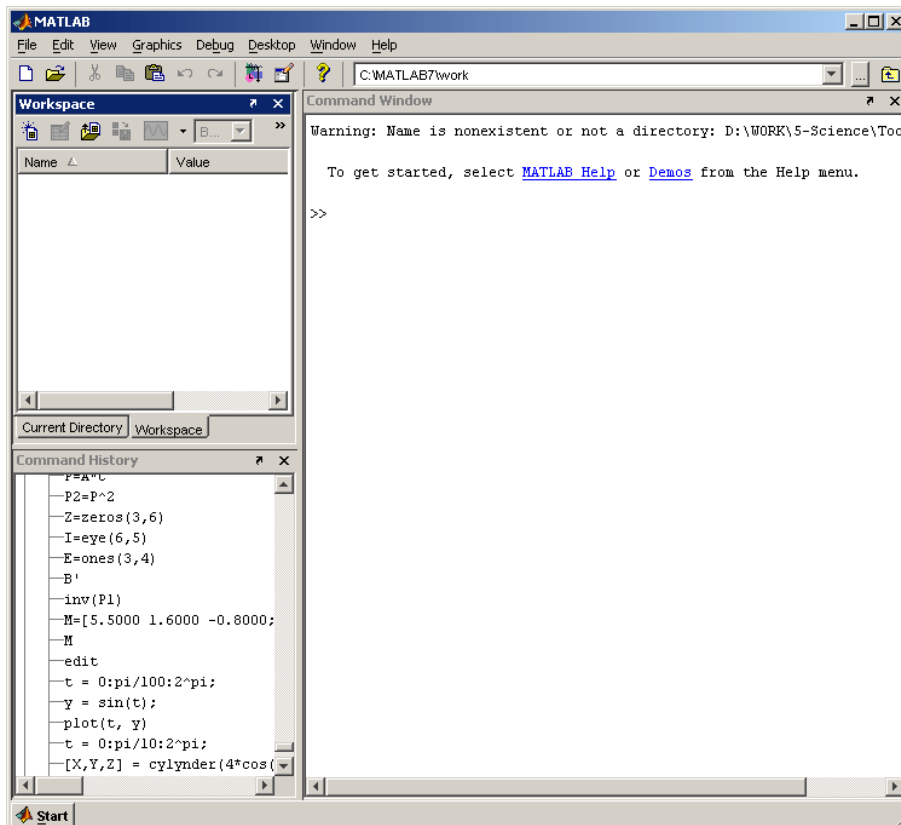


Greek – представляет греческие символы.



Symbolic – служит для вставки СИМВОЛЬНЫХ операторов.

Рабочая область в программе MatLab



МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ЛАБОРАТОРНЫМ ЗАНЯТИЯМ

Цель лабораторной работы – научить обучающихся самостоятельно производить необходимые действия для достижения желаемого результата.

Прежде чем приступить к выполнению лабораторной работы, обучающемуся необходимо ознакомиться с теоретическим материалом, соответствующим данной теме.

Выполнение лабораторной работы целесообразно разделить на несколько этапов:

- формулировка и обоснование цели работы;
- повторение лекционного теоретического материала, применительно к данной теме;
- выполнение заданий;
- проверка результатов.

При изучении темы выполняются конкретно-практические задачи, при решении которых формируется минимальный набор умений. Преподаватель руководит познавательной деятельностью обучающихся, консультирует и подробно разбирает возникшие вопросы в ходе решения задачи, обращает внимание группы на возможные ошибки.

После изучения отдельной темы курса дисциплины, каждый обучающийся получает определенное количество баллов по результатам выполнения лабораторных работ. Максимальное количество баллов за каждую лабораторную работу указано в рабочей программе по дисциплине «Компьютерные, сетевые и информационные технологии».

Выполнение лабораторных работ актуально и значимо для текущей и промежуточной аттестации.

Содержание заданий отражено в учебно-методических пособиях:

1. Компьютерные и информационные технологии [Электронный ресурс]: метод. указания к лабораторным работам / АмГУ, ФМиИ; сост.: Н.А. Чалкина, О.А. Лебедь. – Благовещенск: АмГУ, 2013. – 47 с.

Режим доступа: http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/6914.pdf

2. Компьютерные и информационные технологии [Электронный ресурс] : сб. учеб. -метод. материалов для направлений подготовки 13.03.01, 13.03.02, 15.03.04 / АмГУ, ФМиИ; сост.: О. А. Лебедь, А. М. Попова, Н. А. Чалкина. – Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2017. – 22 с. – Б. ц.

Режим доступа: http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/9537.pdf

Лабораторная работа №1-2.

Тема: Работа с матрицами. Операции над матрицами. Вычисление определителя. Решение систем уравнений матричным способом.

Цель: Закрепить умение работать с матрицами и определителями в программе MathCad.

Задачи:

- научиться извлекать матрицу из данной матрицы;
- создавать новую матрицу путем «вертикального» и «горизонтального» склеивания матриц;
- вычислять определитель матрицы;
- выполнять действия над матрицами;
- находить ранг матрицы;
- решать системы уравнений различными способами.

Теоретические вопросы:

Назовите назначение функций:

- | | |
|------------------|------------------------------|
| 1. Augment(A,B); | 6. Rank(A); |
| 2. Stack(A,B); | 7. Rref(A); |
| 3. Max(A); | 8. Submatrix(A,ir,jr,ic,jc); |
| 4. Min(A); | 9. Length(V); |
| 5. Tr(A); | 10. Lsolve(A,B). |

Вариант 1.

Задание 1. Создать матрицу W размерностью 10×10 , заполнить произвольными числовыми значениями.

1. Извлечь из матрицы W :
 - a) вектор V , который является 8-м столбцом матрицы A , вектор Q —4-й столбец матрицы A ;
 - b) матрицу U , содержащую строки с 3-й по 7-ю и столбцы с 4-го по 6-й матрицы W ;

- c) матрицу X, содержащую строки с 1-й по 4-ю и столбцы с 2-го по 4-й матрицы W;
- d) матрицу Y, содержащую строки с 1-й по 5-ю и столбцы с 1-го по 6-й матрицы W.

2. Создать матрицу A путем транспонирования матрицы W.
3. Определить количество строк и столбцов в матрицах A, X, U.
4. Определить наибольшее и наименьшее значения в матрицах A, X, U.
5. Создать матрицу B путем «горизонтального» объединения матриц U и Y.
6. Создать матрицу C путем «вертикального» объединения матриц U и X.
7. Создать диагональную матрицу на базе вектора V.
8. Найти ранг заданной матрицы A и обратной матрицы A^{-1} .
9. Найти след матрицы A.

Задание 2. Выполнить действия над матрицами и транспонировать полученные матрицы:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 8 & -4 \\ 6 & 9 & -5 \\ 4 & 7 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & -1 & 3 \\ 9 & 6 & 5 \end{pmatrix};$$

$$2 \begin{pmatrix} 2 & -4 & -3 \\ -7 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 3 & -4 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -4 & -3 \\ -7 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} 2 & -4 & -3 \\ -7 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$$

Задание 3. Вычислить определители матриц A, B, C:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -3 \\ -7 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -5 & -3 \\ -4 & -3 & 6 & -1 \\ 4 & -4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Задание 4. Решить системы уравнений:

- 1) используя функцию *lsolve*;
- 2) по формулам Крамера;

3) методом обратной матрицы.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y - z = 5, \\ 2x - y + 5z = -7, \\ 5x - y + 2z = -4 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x + 3y - 5z = 1, \\ 3x + 4y - 3z = 2, \\ x - 3y + 7z = 5 \end{cases}$$

Задание 5. Верно ли утверждение: $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$. Доказать:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 3 & 4 & -3 \\ 1 & -3 & 7 \end{pmatrix}$$

Вариант 2.

Задание 1. Создать матрицу W размерностью 10×10 , заполнить произвольными числовыми значениями.

1. Извлечь из матрицы W :

- вектор V , который является 8-м столбцом матрицы A , вектор Q —4-й столбец матрицы A ;
- матрицу U , содержащую строки с 3-й по 7-ю и столбцы с 4-го по 6-й матрицы W ;
- матрицу X , содержащую строки с 1-й по 4-ю и столбцы с 2-го по 4-й матрицы W ;
- матрицу Y , содержащую строки с 1-й по 5-ю и столбцы с 1-го по 6-й матрицы W .

2. Создать матрицу A путем транспонирования матрицы W .

3. Определить количество строк и столбцов в матрицах A , X , U .

4. Определить наибольшее и наименьшее значения в матрицах A , X , U .

5. Создать матрицу B путем «горизонтального» объединения матриц U и Y .

6. Создать матрицу C путем «вертикального» объединения матриц U и X .

7. Создать диагональную матрицу на базе вектора V .

8. Найти ранг заданной матрицы A и обратной матрицы A^{-1} .

9. Найти след матрицы A .

Задание 2. Выполнить действия над матрицами и транспонировать полученные матрицы:

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -6 & 1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 2 & 2 \\ 3 & -3 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & -2 \\ 11 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 4 \\ -2 & 1 & 5 \\ 9 & -7 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & -2 & 3 \\ -9 & 1 & 5 \\ 11 & 7 & -5 \end{pmatrix};$$

$$2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \\ -2 & -5 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \\ -2 & -5 & -1 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}^{-1}$$

Задание 3. Вычислить определители матриц A, B, C:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \\ -2 & -5 & -1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 \\ 3 & -2 & -1 & 3 \\ -4 & 3 & 4 & -1 \\ 4 & 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Задание 4. Решить системы уравнений:

- 1) используя функцию *lsolve*;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом обратной матрицы.

$$\begin{cases} 5x - 3y + z = -3, \\ 3x - y + 2z = 1, \\ x + 5y + z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x + 2y - 7z = 3, \\ x - 3y + 5z = 3, \\ 5x - 2y + 4z = 7 \end{cases}$$

Задание 5. Верно ли утверждение: $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$. Доказать:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -7 \\ 1 & -3 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 3.

Задание 1. Создать матрицу W размерностью 10×10 , заполнить произвольными числовыми значениями.

1. Извлечь из матрицы W:

- a) вектор V , который является 8-м столбцом матрицы A , вектор Q —4-й столбец матрицы A ;
 - b) матрицу U , содержащую строки с 3-й по 7-ю и столбцы с 4-го по 6-й матрицы W ;
 - c) матрицу X , содержащую строки с 1-й по 4-ю и столбцы с 2-го по 4-й матрицы W ;
 - d) матрицу Y , содержащую строки с 1-й по 5-ю и столбцы с 1-го по 6-й матрицы W .
2. Создать матрицу A путем транспонирования матрицы W .
 3. Определить количество строк и столбцов в матрицах A , X , U .
 4. Определить наибольшее и наименьшее значения в матрицах A , X , U .
 5. Создать матрицу B путем «горизонтального» объединения матриц U и Y .
 6. Создать матрицу S путем «вертикального» объединения матриц U и X .
 7. Создать диагональную матрицу на базе вектора V .
 8. Найти ранг заданной матрицы A и обратной матрицы A^{-1} .
 9. Найти след матрицы A .

Задание 2. Выполнить действия над матрицами и транспонировать полученные матрицы:

$$\begin{pmatrix} 9 & -8 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -1 & 6 & 7 \\ 4 & -2 & 3 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 9 \\ 21 & 31 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 81 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -8 & 4 \\ 4 & 9 & 5 \\ 6 & -7 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 3 \\ -9 & 6 & -8 \end{pmatrix};$$

$$2 \begin{pmatrix} -1 & 4 & -2 \\ 6 & 10 & -7 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -5 & -3 & -6 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 4 & -2 \\ 6 & 10 & -7 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -5 & -3 & -6 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 4 & -2 \\ 6 & 10 & -7 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$$

Задание 3: Вычислить определители матриц A , B , C :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -2 \\ 6 & 10 & -7 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -5 & -3 & -6 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 & 2 \\ -5 & 6 & -5 & -3 \\ -3 & -3 & 6 & -7 \\ 3 & -4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

Задание 4. Решить системы уравнений:

- 1) используя функцию *lsolve*;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом обратной матрицы.

$$\begin{cases} x - 4y + z = -5, \\ 3x + 7y + z = -1, \\ 2x + 3y - z = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z = 3, \\ 3x - 2y + z = 2, \\ 5x + 2y - 7z = 0 \end{cases}$$

Задание 5. Верно ли утверждение: $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$. Доказать:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 5 & 2 & -7 \end{pmatrix}$$

Лабораторная работа №3-4.

Тема: Простейшие арифметические преобразования.

Цель: Закрепить умение работы с панелью *Вычисление* для выполнения арифметических действий.

Задачи:

- научиться разложению выражения на простые множители;
- научиться разложению дроби на элементарные дроби;
- находить значение выражения в точке и при подстановке;
- вычислять арифметические выражения;
- решать уравнения с одной переменной, используя функцию *root*;
- решать системы уравнений, используя функцию *find*.

Основные вопросы:

1. Назвать функции для:

- a) разложения выражения на простые множители;

- b) разложения дроби на элементарные дроби;
 - c) нахождения значения выражения в точке и при подстановке;
 - d) упрощения выражений.
2. Алгоритм решения уравнений с одной неизвестной.
 3. Алгоритм решения систем уравнений.
 4. Алгоритм нахождения корней полинома.

Вариант 1.

Задание 1. Разложить на множители:

a) $x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18$

b) $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$

Задание 2. Разложить выражение на элементарные дроби:

$$\frac{6x^2 - x - 1}{x^3 - x}$$

$$\frac{3x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)(x + 1)}$$

Задание 3. Найти значение функции при $x=1$:

a) $f(x) = \frac{3}{5}x^5 - \frac{1}{2x^4} - \frac{2}{\sqrt[4]{x^3}} + 7$

c) $f(x) = \sqrt[4]{x^2 + \ln x}$

b) $f(x) = \frac{e^x - \sin x}{\cos x + \sqrt{x}}$

Задание 4. Вычислить значение арифметического выражения:

a) $\sqrt{11 - 4\sqrt{7} + \sqrt{16 - 6\sqrt{7}}}$

b) $\frac{(\sin 0,37 + 0,65)^2 \sqrt{\cos 0,89}}{2,76^{1,62} \ln 5,12}$

c) $\frac{\sqrt{\sqrt[4]{8} - \sqrt{\sqrt{2}} + 1}}{\sqrt{\sqrt[4]{8} + \sqrt{\sqrt{2}} - 1} - \sqrt{\sqrt[4]{8} - \sqrt{\sqrt{2}} - 1}}$

d) $\frac{\left(13,75 + 9\frac{1}{6}\right) \cdot 1,2 + \left(6,8 - 3\frac{3}{5}\right) \cdot 5\frac{5}{6}}{\left(10,3 - 8\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{9} + \left(3\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6}\right) \cdot 56} - 27\frac{1}{6}$

$$e) \left(\frac{3\frac{1}{3} + 2,5}{2,5 - \frac{1}{3}} \cdot \frac{4,6 - 2\frac{1}{3}}{4,6 + 2\frac{1}{3}} \cdot 5,2 \right) \div \left(\frac{0,05}{\frac{1}{7} - 0,125} + 5,7 \right)$$

Задание 5. Найти значение выражений:

$$a) h = \frac{\sqrt{c+x^2} \cdot (\cos^5 x - c) + \sqrt[3]{\sin x + \ln y}}{c+y}, \quad \begin{array}{l} x = 3,981 \\ \text{при } y = 1,652 \\ c = 0,512 \end{array}$$

$$b) b = \frac{t^3 + z}{\cos^2 t + 1} + t g t^2 - \sqrt{\sin t - a} + \frac{e}{3t^2}, \quad \begin{array}{l} t = -6,251 \\ \text{при } a = 0,827 \\ z = 25,001 \end{array}$$

Задание 6. Вычислить значения арифметических выражений для $x \in [0; 2]$ с шагом 0,3:

$$y(x) = \frac{2 \sin x - \cos x}{10(\sin x + 2 \cos x)^2} + \frac{1}{10\sqrt{5}} \ln \left(\operatorname{tg} \left(\frac{x}{3} + \frac{3 \operatorname{tg} 2}{2} \right) \right)$$

Задание 7. Решить уравнения с помощью функции *root*:

$$a) \frac{8}{3t-3} - \frac{2+t}{t-1} = \frac{5}{2-2t} - \frac{5}{18} \qquad b) \frac{2x-1}{2x+1} = \frac{2x+1}{2x-1} + \frac{8}{1-4x^2}$$

Задание 8. Решить системы уравнений с помощью функции *find*:

$$\begin{cases} x - 4y + z = -5, \\ 3x + 7y + z = -1, \\ 2x + 3y - z = -4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y + z = 3, \\ 3x - 2y + z = 2, \\ 5x + 2y - 7z = 0 \end{cases}$$

Задание 9. Используя функцию *polyroots*, найдите корни полинома:

$$x^4 - 2x^3 + x^2 - 12x + 20 \qquad x^4 + 3x^3 + 23x^2 - 55x - 150$$

Задание 10. Упростить выражение:

$$\frac{a^2 + ab - 2b^2}{a + 2b} \cdot (a - b)^{-1}$$

$$\left(\frac{x-y}{xy} + \frac{3x+y}{x^2-xy} + \frac{3y+x}{xy-y^2} \right) \div \frac{2(x+y)}{xy} + \frac{2x}{y-x}$$

Вариант 2.

Задание 1. Разложить на множители:

a) $x^4 + 8x^3 + 11x^2 - 8x - 12$

b) $x^4 + 2x^3 - 17x^2 - 18x + 72$

Задание 2. Разложить выражение на элементарные дроби:

a) $\frac{x+1}{x(x-1)^3}$

b) $\frac{5x^2 - 4x + 16}{(x^2 - x + 1)^2(x-3)}$

Задание 3. Найти значение функции при $x=1$:

a) $f(x) = \frac{2}{3}x^5 - \frac{1}{3x^9} + \frac{5}{\sqrt[5]{x^3}} - 6$

b) $f(x) = (1-x^2)(\operatorname{tg}x + 3^x)$

c) $f(x) = e^{\sin 5x-3}$

Задание 4. Вычислить значение арифметического выражения:

a) $\sqrt{18 - 8\sqrt{2}} + \sqrt{6 - 4\sqrt{2}}$

b) $\sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}}(2 - \sqrt{3})$

c) $\left(\frac{3}{\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{25}} + \frac{\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{5}}\right)^{-1} + \sqrt[3]{25}$

d) $\frac{\left(\frac{1}{6} + 0,1 + \frac{1}{15}\right) \div \left(\frac{1}{6} + 0,1 - \frac{1}{15}\right) \cdot 2,52}{\left(0,5 - \frac{1}{3} + 0,25 - \frac{1}{5}\right) \div \left(0,25 - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{7}{13}}$

e) $\frac{0,4 + 8 \cdot \left(5 - 0,8 \cdot \frac{5}{8}\right) - 5 \div 2 \frac{1}{2}}{\left(1 \frac{7}{8} \cdot 8 - \left(8,9 - 2,6 \div \frac{2}{3}\right)\right) \cdot 34 \frac{2}{5}}$

Задание 5. Найдите значение выражений:

a) $h = \frac{\sin z + \cos 2x}{2x^5 + \operatorname{tg}x} + \sqrt[3]{3x + 2y}$, при $x = 3,251$
 $y = 3,325$
 $z = 0,466$

b) $\varphi = \frac{(\cos \alpha - \sin \beta)^3}{\sqrt{\operatorname{tg} \gamma}} + \ln^2(\alpha \beta \gamma)$, при $\alpha = 0,622$
 $\beta = 3,325$
 $\gamma = 5,541$

Задание 6. Вычислить значения арифметических выражений для $x \in [0; 2]$ с шагом 0,3:

$$y(x) = \frac{3}{4\sqrt{2}} \ln \left(\frac{\sqrt{2}(\sin x + \cos x) + 1}{\sqrt{2}(\sin x + \cos x) - 1} \right) - \frac{1}{4\sqrt{6}} \ln \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}(\sin x - \cos x)}{\sqrt{3} - \sqrt{2}(\sin x - \cos x)} \right)$$

Задание 7. Решить уравнения с помощью функции *root*:

$$\frac{14}{3t-12} - \frac{2+t}{t-4} = \frac{3}{8-2t} - \frac{5}{6} \frac{12}{1-9x^2} = \frac{1-3x}{1+3x} + \frac{1+3x}{3x-1}$$

Задание 8. Решить системы уравнений с помощью функции *find*:

$$\begin{cases} 5x - 3y + z = -3, \\ 3x - y + 2z = 1, \\ x + 5y + z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 8x + 2y - 7z = 3, \\ x - 3y + 5z = 3, \\ 5x - 2y + 4z = 7 \end{cases}$$

Задание 9: Используя функцию *polyroots*, найдите корни полинома:

$$x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 60$$

$$x^4 + x^3 - 17x^2 - 45x - 100$$

Задание 10. Упростить выражение:

$$\frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y(x-y)^2}{x^4 - y^4} \quad \frac{r^3 + s^3}{r+s} \div (r^2 - s^2) - \frac{rs}{r^2 - s^2} + \frac{2s}{r+s}$$

Вариант 3.

Задание 1. Разложить на множители:

a) $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x$

b) $x^4 - 8x^3 + 17x^2 + 2x - 24$

Задание 2. Разложить выражение на элементарные дроби:

a) $\frac{4x^2 - 36}{x(x^2 - 6x + 9)}$

b) $\frac{2x^3 + 3}{x^3 + x}$

Задание 3. Найти значение функции при $x=1$:

a) $f(x) = \frac{4}{5}x^5 - \frac{1}{6x^6} + \frac{7}{\sqrt[3]{x^3}} + 2$

c) $f(x) = \sqrt{x^5 + \sin 5x}$

b) $f(x) = \frac{\ln x - \operatorname{tg} x}{7^x - 5}$

Задание 4. Вычислить значение арифметического выражения:

a) $\frac{\sqrt{5+2\sqrt{6}}(5+2\sqrt{6})(49-20\sqrt{6})}{\sqrt{27-3\sqrt{18}+3\sqrt{12}-\sqrt{8}}}$

b) $\frac{2\sqrt[3]{2}}{1+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt[3]{20+12\sqrt{3}}}{2+\sqrt{3}}$

$$c) \left(\frac{6+4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{6+4\sqrt{2}}} + \frac{6-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{6-4\sqrt{2}}} \right)^2$$

$$d) \frac{\left(\frac{3}{5} + 0,425 - 0,005\right) \div 0,1}{30,5 + \frac{1}{6} + 3\frac{1}{3}} + \frac{6\frac{3}{4} + 5\frac{1}{2}}{26 \div 3\frac{5}{7}} - 0,05$$

$$e) \frac{3\frac{1}{3} \cdot 1,9 + 19,5 \div 4\frac{1}{2}}{\frac{62}{75} - 0,16} \div \frac{3,5 + 4\frac{2}{3} + 2\frac{2}{5}}{0,5 \cdot \left(1\frac{1}{20} + 4,1\right)}$$

Задание 5. Найдите значение выражений:

$$a) h = \frac{1 + \sin^3 x}{z^2} + \cos^2 x + \frac{\ln^2 x + b}{x^4}, \quad \begin{array}{l} x = 17,421 \\ \text{при } b = 10,365 \\ z = 0,828 \end{array}$$

$$b) d = \frac{\sin^2 t + 1}{t^4} + \cos^3 t + e^{a-1} - \frac{\sqrt{\sin f^2 + f}}{\cos^2 a}, \quad \begin{array}{l} t = 0,4 \\ \text{при } a = 2,875 \\ f = -0,475 \end{array}$$

Задание 6. Вычислить значения арифметических выражений для $x \in [0;2]$ с шагом 0,3:

$$y(x) = -\frac{1}{6} \ln \left(\frac{(\sin x + \cos x)^2}{1 - \sin x \cos x} \right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \left(\frac{2 \cos x - \sin x}{\sqrt{3} \sin x} \right)$$

Задание 7. Решить уравнения с помощью функции *root*:

$$\frac{y+5}{3y-6} - \frac{1}{2} = \frac{2y-3}{2y-4} \qquad \frac{x^2-3}{1-x^2} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{4}{1+x}$$

Задание 8. Решить системы уравнений с помощью функции *find*:

$$\begin{cases} x - 4y + z = -5, \\ 3x + 7y + z = -1, \\ 2x + 3y - z = -4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y + z = 3, \\ 3x - 2y + z = 2, \\ 5x + 2y - 7z = 0 \end{cases}$$

Задание 9: Используя функцию *polyroots*, найдите корни полинома:

$$x^4 - 14x^2 - 40x - 75 \qquad x^4 - 5x^3 + x^2 - 15x + 50$$

Задание 10. Упростить выражение:

$$\frac{a^2b + b^2a}{a + b} \cdot \left(a + \frac{1}{a^2 - ab} \right) - \frac{b}{a - b}$$

$$\frac{x^2 - y^2}{x^2 + yz} \div \frac{3x + 3y}{3xz + 3z^2} \cdot \frac{1}{x - y}$$

Лабораторная работа №5.

Тема: Математический анализ.

Цель: Закрепить умение работать с панелью Calculus для вычисления операторов математического анализа.

Задачи:

- научиться вычислять пределы;
- научиться производные первого и высшего порядков;
- находить вычислять неопределенный, определенный и кратные интегралы.

Основные вопросы:

1. Назовите два способа вычисления пределов.
2. Алгоритм нахождения производных в символьном виде.
3. Алгоритм вычисления производных в точке.
4. Алгоритм нахождения неопределенного интеграла в символьном виде.
5. Алгоритм вычисление определенного интеграла.
6. Алгоритм вычисление кратных интегралов.
7. Алгоритм выполнения действий с комплексными числами.

Вариант 1.

Задание 1. Найти пределы:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{6x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^4 - 1}{x^4 - 41} \right)^{\frac{x^2 - 9}{x - 3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 3x \sin 5x}{(1 - \cos 4x) \operatorname{tg} 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin \frac{x}{2}}{\pi - x}$$

Задание 2. Найти производную первого и второго порядка:

$$y = e^{-x^2} \ln x$$

$$y = e^{2x+3} \left(x^2 - x + \frac{1}{2} \right)$$

$$y = 2^{3x}$$

$$y = \operatorname{tg} \sin x$$

Задание 3. Найти неопределенный интеграл:

$$\int \left(\frac{1-x}{x} \right)^2 dx$$

$$\int e^x (\sin e^x) dx$$

$$\int x \ln(x^2 - 1) dx$$

$$\int \frac{x+1}{\sqrt{(9+x^2)^3}} dx$$

Задание 4. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^5 \frac{3dx}{2-x}$$

$$\int_0^{2\sqrt{7}} \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{4+x^2}}$$

$$\int_0^1 \sqrt{4-x^2}$$

$$\int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x dx$$

Задание 5. Вычислить кратные интегралы:

$$\int_1^2 \int_2^3 x^3 y dx dy$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_1^2 x^3 z^2 dx dy dz$$

$$\int_0^3 \int_0^{3+2x-x^2} x(y+2) dx dy$$

$$\int_0^1 \int_0^3 \int_{-2}^4 y^3 z^2 dx dy dz$$

Задание 6. Выполнить следующие операции с комплексными числами:

1) $\operatorname{Re}(z_1)$

4) $2z_1$

7) $z_1 \cdot z_2$

2) $\operatorname{Im}(z_2)$

5) $z_1 + z_2$

8) $\frac{z_2}{z_1}$

3) $|z_1|$

6) $z_2 - z_1$

если $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = -5 + 4i$

Вариант 2.

Задание 1. Найти пределы:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{15x}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \operatorname{tg} 2x}{1 - \sin 5x} \right)^{\frac{1}{x}}$$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x} - 1}{2 \sin^2 x - 1}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$$

Задание 2. Найти производную первого и второго порядка:

$$y = e^x \cos x$$

$$y = x \sin x \ln x$$

$$y = \frac{x+1}{x-1}$$

$$y = 3\sqrt[3]{x^2} + 2x^3 \sqrt{x} + \frac{1}{x^3}$$

Задание 3. Найти неопределенный интеграл:

$$\int \frac{dx}{x \ln x}$$

$$\int \sin(2x - 3) dx$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(3-x)(1+x)}}$$

$$\int \frac{\sqrt[4]{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$$

Задание 4. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^4}}$$

$$\int_0^2 \frac{x^2 + 5}{x^2 + 2} dx$$

$$\int_{1,5}^{3,5} \frac{x^2 dx}{x - 1}$$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} (1 + \sin^2 x) dx$$

Задание 5. Вычислить кратные интегралы:

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} (x^2 + y) dx dy$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_1^2 y \frac{1}{\sqrt{z}} dx dy dz$$

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^{3+2\sqrt{x}} x dx dy$$

$$\int_0^1 \int_0^3 \int_{-2}^4 xz dx dy dz$$

Задание 6. Выполнить следующие операции с комплексными числами:

1) $\operatorname{Re}(z_1)$

4) $2z_1$

7) $z_1 \cdot z_2$

2) $\operatorname{Im}(z_2)$

5) $z_1 + z_2$

8) $\frac{z_2}{z_1}$

3) $|z_1|$

6) $z_2 - z_1$

если $z_1 = -3 - 4i$, $z_2 = -5 + i$

Вариант 3.

Задание 1. Найти пределы:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3xe^{\frac{1}{x}}}{\sqrt{x+9} - 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^3 - 3x}{x^4 + 3x^3 + x + 5}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 7}{4}$$

Задание 2. Найти производную первого и второго порядка:

$$y = \frac{e^x}{1+x^2}$$

$$y = e^{5x-2}(\sin x - \cos x)$$

$$y = (x^4 - x^2 + 1)^3$$

$$y = \ln \frac{10-x}{x+2}$$

Задание 3. Найти неопределенный интеграл:

$$\int \frac{x+5}{2(x-2)-(x^2+1)} dx$$

$$\int \sin(2x-3) dx$$

$$\int \frac{1-\cos x}{1+\cos x} dx$$

$$\int (2x+1)\sin 2x dx$$

Задание 4. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt{4x}}$$

$$\int_0^5 \frac{dx}{x^3}$$

$$\int_{\frac{1}{e}}^e x^2 e^{-x^2} dx$$

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{5}{2}} \frac{xdx}{1+x^2}$$

Задание 5. Вычислите кратные интегралы:

$$\int_0^2 \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^0 xy dx dy$$

$$\int_0^2 \int_1^{y+2} (y^2 + 2x) dy dx$$

$$\int_0^1 \int_0^1 \int_1^2 x^5 y(z-2) dx dy dz$$

$$\int_0^1 \int_0^3 \int_{-2}^4 \frac{5x^3}{3} y^2 (z-1)^3 dx dy dz$$

Задание 6. Выполнить следующие операции с комплексными числами:

1) $\operatorname{Re}(z_1)$

4) $2z_1$

7) $z_1 \cdot z_2$

2) $\operatorname{Im}(z_2)$

5) $z_1 + z_2$

8) $\frac{z_2}{z_1}$

3) $|z_1|$

6) $z_2 - z_1$

если $z_1 = 2 - 5i$, $z_2 = -7 - 4i$

Лабораторная работа №6.

Тема: Работа с графиками.

Цель: Закрепить умение построения графиков в декартовых и полярных координатах.

Задачи:

– научиться строить графики в декартовых координатах;

Задание 5. Отобразить графически пересечение поверхностей $f_1 = \frac{(x-y)^2}{9}$ и

$f_2 = 3 \cos\left(\frac{x+y}{5}\right)$. Матрицы для построения поверхностей задать с помощью

функции *CreateMesh*.

Вариант 2.

Задание 1. Построить график функции на интервале x от -10 до 10:

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

$$f(x) = -x^3 + 9x^2 - 24x + 21$$

Задание 2. Построить таблицу значений и графики функций $f(x)$, $g(x)$ на указанном отрезке $[a, b]$ с шагом h :

a) $f(x) = (\cos x)^2 + \frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{18}$

b) $f(x) = (\ln x)^2 - 5 \ln x + 6$

$$g(x) = (\cos x)^2 + \frac{1}{3} \cos x + \frac{1}{36}$$

$$g(x) = (\ln x)^2 - 4 \ln x + 4$$

$$[a, b] = [0; 2] \quad h = 0,2$$

$$[a, b] = [5; 25] \quad h = 1,8$$

Задание 3. Создать трехмерную столбиковую диаграмму:

$$A = \begin{pmatrix} 1,01 & 2,93 & 6,85 & 4,5 \\ 8,1 & 4,04 & 1,91 & 2,47 \\ 1,09 & 6,35 & 7,02 & 2,66 \\ 8,83 & 6,2 & 9,76 & 10,65 \\ 9,62 & 8,8 & 10,97 & 7,61 \\ 4,74 & 7,67 & 1,08 & 3,76 \end{pmatrix}$$

Задание 4. Постройте графики функций:

a) $y = \sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{x^3}$

c) $z = \frac{1}{\arctg\left(\frac{y}{x}\right)}$

b) $\begin{cases} x = 4 \cos t^2, \\ y = 4 \sin t^2 \end{cases}$

Задание 5. Отобразить графически пересечение поверхностей $f_1 = \frac{(x+y)^2}{10}$ и

$f_2 = 5 \cos\left(\frac{x-y}{3}\right)$. Матрицы для построения поверхностей задать с помощью

функции *CreateMesh*.

Вариант 3.

Задание 1. Построить график функции на интервале x от -10 до 10:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$$

$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 12$$

Задание 2. Построить таблицу значений и графики функций $f(x)$, $g(x)$ на указанном отрезке $[a, b]$ с шагом h :

a)
$$f(x) = (\operatorname{tg} x)^2 - \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \operatorname{tg} x + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

b)
$$f(x) = (\lg x)^2 + \frac{5}{3} \lg x - \frac{2}{3}$$

$$g(x) = (\operatorname{tg} x)^2 - 2 \operatorname{tg} x + 1$$

$$g(x) = (\lg x)^2 - \frac{2}{3} \lg x + \frac{1}{9}$$

$$[a, b] = [0; 1] \quad h = 0,15$$

$$[a, b] = [0,001; 3] \quad h = 0,04$$

Задание 3. Создать трехмерную столбиковую диаграмму:

$$A = \begin{pmatrix} 2,01 & 2,93 & 4,85 & 2,5 \\ 6,1 & 2,04 & 2,91 & 0,47 \\ 2,09 & 4,35 & 5,02 & 0,66 \\ 6,83 & 4,2 & 7,76 & 8,65 \\ 7,62 & 6,8 & 8,97 & 5,61 \\ 2,74 & 5,67 & 2,08 & 2,76 \end{pmatrix}$$

Задание 4. Постройте графики функций:

a)
$$y = \ln(3x) + \frac{\exp(-3x)}{\sqrt{x}};$$

c)
$$z = e^{-\frac{x}{y}}.$$

b)
$$\begin{cases} x = t^3 + 3t + 1, \\ y = t^3 - 3t + 1 \end{cases}$$

Задание 5. Отобразить графически пересечение поверхностей $f_1 = \frac{(2x + 3y)^2}{6}$ и $f_2 = 4 \cos\left(\frac{x - y}{7}\right)$. Матрицы для построения поверхностей задать с помощью функции *CreateMesh*.

Лабораторная работа №7-8.

Тема: Работа с матрицами. Простейшие алгебраические преобразования.

Цель: Закрепить умение работать с матрицами и арифметическими преобразованиями, уравнениями и вычислять производные и интегралы.

Задачи:

- научиться выполнять операции над матрицами;
- научиться выполнять операции над векторами;
- выполнять арифметические действия;
- упрощать вычисления;
- решать уравнения и системы уравнений;
- находить производные функций;
- вычислять определенный интеграл.

Основные вопросы:

1. Назовите основные элементы интерфейса программы MatLab.
2. Назовите правила записи имен переменных.
3. Можно ли вставить текстовое сообщение в рабочую область?
4. Как вставить формулу?
5. Как вывести значение переменной?
6. Какие виды функций применяются в MatLab?

Вариант 1.

Задание 1. Даны два вектора: $\vec{a} = (1; 2; 3)$ и $\vec{b} = (3; 2; 1)$. Вычислить:

- a) длину вектора \vec{a} ;
- b) длину вектора $2 \cdot \vec{b}$;
- c) скалярное произведение $(\vec{a} \cdot \vec{b})$;

d) векторное произведение $[\vec{a} \cdot \vec{b}]$;

e) проверить свойство суммы векторов: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$; $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$, если $\vec{c}(-2;3;-1)$.

Задание 2. Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 9 & -1 \\ 1 & -3 & 5 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$. Найти:

a) $A + B$;

f) ранг матрицы B ;

b) $A \cdot B$;

g) B^T ;

c) B^{-1} ;

h) произведение всех элементов 3-го столбца.

d) $|A|$;

e) $M_{1,2}$ матрицы A и $A_{1,2}$ матрицы B ;

Задание 3. Выделить из матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -3 & 4 \\ 9 & -8 & 7 & -6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \end{pmatrix}$ нижнюю и

верхнюю треугольные матрицы. Поменять местами 1-ую и 3-ю строки матрицы.

Задание 4. Решить систему матричным методом:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 5, \\ 2x - y + 5z = -7, \\ 5x - y + 2z = -4 \end{cases}$$

Задание 5. Решить арифметические примеры:

a) $2\sqrt{\frac{2}{5}} + 0,42 \cdot \sqrt{40} - \left| \cos 45^\circ - 14 \cdot \sqrt{\frac{3}{40}} \right|$;

b) $|x| + \sqrt{7} + y^2$ при $x = -8$; $y = 2$;

c) $e^{3x} + \cos 15^\circ + 5!$ при $x = 2$;

d) $\ln(x+3) + \sqrt{x+y} - \arctg(3)$ при $x = y = 1$.

Задание 6. Решить алгебраическое уравнение: $\frac{1}{x-3} + \frac{x+8}{2x^2-18} = \frac{1}{3-x} - 1$.

Задание 7. Решить системы алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} y^2 - 3xy + x^2 - x + y + 9 = 0, \\ y - x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4, \\ \frac{1}{e} - \frac{2}{x} = 10 \end{cases}$$

Задание 8. Упростить выражения:

$$p = \left(\frac{c}{c-2} - \frac{c}{c+2} - \frac{c^2+4}{4-c^2} \right) \cdot \frac{(2-c)^2}{2c+c}$$

$$p = \left(3x - \frac{3x}{x-4} \right) \div \left(x - \frac{6x-25}{x-4} \right)$$

Задание 9. Даны два числа. Если сумма этих чисел больше 5, то $c = 2a^2b - 1$, иначе $c = 2ab - b^2$.

Задание 10. Найти значение y :

$$y = \begin{cases} \frac{1}{4}, & a = b \\ 2(a^2 + b^2), & a > b \\ \operatorname{tg}(a+b), & a < b \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} x^2 + 2x + 3, & x < -2 \\ \frac{1}{x^2 + 2x + 8}, & x \geq -2 \end{cases}$$

Задание 11. Даны три комплексных числа: $z_1 = 4 + 2i$, $z_2 = 5 + 3i$, $z_3 = 3 - 2i$.

Вычислить:

- действительные и мнимые части;
- длину $z_4 = z_1 \cdot z_2 - z_3$;
- число $z_5 = \overline{z_4}$;
- модули и аргументы для $z_6 = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2}$ и $z_7 = \frac{z_2}{z_1} + \frac{z_3}{z_2}$.

Задание 12. Вычислить производные функций y :

$$a) y = \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}};$$

$$d) y = \arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}};$$

$$b) y = xe^x \sin x;$$

$$e) y = \frac{e^{3x} + 1}{e^x + 1};$$

$$c) y = \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right);$$

$$f) y = \sin x \ln(\operatorname{tg} x).$$

Задание 13. Вычислить определенные интегралы:

$$a) \int_1^{3,5} \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}} dx;$$

$$c) \int_0^{0,75} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+1}};$$

$$b) \int_1^{2,5} \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx;$$

$$d) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{9+x^2}}.$$

Вариант 2.

Задание 1. Даны два вектора: $\vec{a} = (-1; 4; -2)$ и $\vec{b} = (-3; -2; 5)$. Вычислить:

- длину вектора \vec{a} ;
- длину вектора $2 \cdot \vec{b}$;
- скалярное произведение $(\vec{a} \cdot \vec{b})$;
- векторное произведение $[\vec{a} \cdot \vec{b}]$;
- проверить свойство суммы векторов: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$; $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$, если $\vec{c}(2; -3; 1)$.

Задание 2. Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 8 & 0 \\ 0 & -2 & 4 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Найти:

- $A + B$;
- $A \cdot B$;
- B^{-1} ;
- $|A|$;
- $M_{1,2}$ матрицы A и $A_{1,2}$ матрицы B ;
- ранг матрицы B ;
- B^T ;
- произведение всех элементов 3-го столбца.

Задание 3. Выделить из матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 & 5 \\ 10 & -7 & 8 & -5 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ нижнюю и

верхнюю треугольные матрицы. Поменять местами 1-ую и 3-ю строки матрицы.

Задание 4. Решить систему матричным методом:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 5z = 1, \\ 3x + 4y - 3z = 2, \\ x - 3y + 7z = 5 \end{cases}$$

Задание 5. Решить арифметические примеры:

a) $\sqrt[3]{-2 \cdot 3 - 1 + 60 \div 4} + 3\sqrt{2,2 + 0,1 \cdot 0,5}$;

b) $\frac{3,2}{x} - y \cdot \frac{7 - xy}{6} \div \frac{1 + x + y}{y^2 - 6 \div x}$ при $x = 2$; $y = 3$;

c) $\frac{2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2\sqrt{x} - 7}{4} - 3$ при $x = 5$;

d) $\log_x(\log_x x^8) + \log_6 x + \log_6 y + \frac{\log_5 y^6}{\log_{0,2} y^3}$ при $x = 2$, $y = 3$.

Задание 6. Решить алгебраическое уравнение: $6(x + 4) - 3 + 2x$.

Задание 7. Решить системы алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} (x + 6y)^2 - 7y = 0, \\ (x + 6y)^2 = 7x \end{cases} \quad \begin{cases} 3^x + 3^y = 84, \\ \sqrt{5x - 2y} = \sqrt{3 + 4x - 3y} \end{cases}$$

Задание 8. Упростить выражения:

$$\left(1 + \frac{2}{3x - 1}\right) \left(1 - \frac{9x - 9x^2}{3x + 1}\right) + 1, \quad \frac{\left(\frac{1}{x - y} + \frac{3xy}{y^3 - x^3}\right)}{\left(\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} - \frac{x + y}{2x - 2y}\right)}.$$

Задание 9. Даны два числа. Если сумма этих чисел меньше 4, то $c = 2ab^2 + 1$, иначе $c = 2a^2b + b$.

Задание 10. Найти значение y :

$$y = \begin{cases} 1/5, & a = b \\ 2(a^2 - b^2), & a > b \\ \operatorname{ctg}(a + b), & a < b \end{cases} \quad y = \begin{cases} x^2 + 2x + 8, & x < -2 \\ \frac{1}{x^2 + 2x + 2}, & x \geq -2 \end{cases}$$

Задание 11. Даны три комплексных числа: $z_1 = 3 - 3i$, $z_2 = -5 + 2i$, $z_3 = -3 + i$. Вычислить:

a) действительные и мнимые части;

b) длину $z_4 = z_1 \cdot z_2 - z_3$;

c) число $z_5 = \overline{z_4}$;

d) модули и аргументы для $z_6 = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2}$ и $z_7 = \frac{z_2}{z_1} + \frac{z_3}{z_2}$.

Задание 12. Вычислить производные функций у:

a) $y = 2x^3 - 5x^2 + 7x + 4$;

d) $y = \arccos \sqrt{\frac{x+1}{1+x}}$;

b) $y = 2xe^x \cos x$;

e) $y = \frac{e^{2x} - 4}{e^{2x} + 1}$;

c) $y = \frac{x-2}{x^3} \operatorname{tg}\left(\frac{1}{x}\right)$;

f) $y = \cos x \ln(\operatorname{ctgx})$.

Задание 13. Вычислить определенные интегралы:

a) $\int_1^4 \frac{x}{x^2 + 6x + 25} dx$;

c) $\int_0^1 \frac{xdx}{1+x^4}$;

b) $\int_0^{2\pi} \cos(5x) \cos x dx$;

d) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{16+x^2}}$.

Вариант 3.

Задание 1. Даны два вектора: $\vec{a} = (2; -3; 8)$ и $\vec{b} = (-2; 4; -1)$. Вычислить:

a) длину вектора \vec{a} ;

b) длину вектора $2 \cdot \vec{b}$;

c) скалярное произведение $(\vec{a} \cdot \vec{b})$;

d) векторное произведение $[\vec{a} \cdot \vec{b}]$;

e) проверить свойство суммы векторов: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$; $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$, если $\vec{c}(3; -2; 2)$.

Задание 2. Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 8 & -2 \\ 0 & -4 & 4 \\ -4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Найти:

a) $A + B$;

f) ранг матрицы B ;

b) $A \cdot B$;

g) B^T ;

c) B^{-1} ;

h) произведение всех элементов 3-го столбца.

d) $|A|$;

e) $M_{1,2}$ матрицы A и $A_{1,2}$ матрицы B ;

Задание 3. Выделить из матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -4 & 3 \\ 8 & -9 & 6 & -7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ -2 & -3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$ нижнюю и

верхнюю треугольные матрицы. Поменять местами 1-ую и 3-ю строки матрицы.

Задание 4. Решить систему матричным методом:

$$\begin{cases} 8x + 2y - 7z = 3, \\ x - 3y + 5z = 3, \\ 5x - 2y + 4z = 7 \end{cases}$$

Задание 5. Решить арифметические примеры:

a) $2^{3^4-10} + 16\left(1 - \frac{1}{2}\right)^{3,5-2\frac{1}{4}}$;

b) $|y| + \sqrt{7} + x^2$ при $x = 2$; $y = -8$;

c) $\operatorname{tg}^2 \frac{4x}{3} - \sin\left(-\frac{5x}{2}\right) + \cos x$ при $x = \pi$;

d) $-\frac{\sqrt{x \sin\left(\frac{\pi}{6} + x\left(\frac{x\pi}{5} + \frac{y\pi}{5}\right)\right)} + y}{\ln e^x} + (1 + y^{\sqrt{9}})$ при $x = 2$, $y = 3$.

Задание 6. Решить алгебраическое уравнение: $\frac{8-y}{5} + \frac{5-4y}{3} = \frac{y+6}{2}$.

Задание 7. Решить системы алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 5x + 3y^2 = -7, \\ 3x + 2y = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{25}{12}, \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

Задание 8. Упростить выражения:

$$p = \frac{t^5 + 64t^{-1}}{t^3 - 4t + 16t^{-1}} \div \frac{t^2 + 4}{2},$$

$$p = \frac{x^2 - 2xy}{3y} \cdot \frac{y}{x^2 - 4y^2}$$

Задание 9. Даны два числа. Если сумма этих чисел больше 7, то

$$c = 3a^2b^3 - 10, \text{ иначе } c = 3\frac{ab}{a+b} - b^2.$$

Задание 10. Найти значение y :

$$y = \begin{cases} \frac{2}{3}, & a = b \\ 3(ab + b^2), & a > b \\ \sin(a + b), & a < b \end{cases} \quad y = \begin{cases} x^2 - 2x + 1, & x < -3 \\ \frac{1}{x^2 - 2x + 4}, & x \geq -3 \end{cases}$$

Задание 11. Даны три комплексных числа: $z_1 = -2 - 3i$, $z_2 = 5 - 3i$, $z_3 = -3 + 2i$. Вычислить:

- действительные и мнимые части;
- длину $z_4 = z_1 \cdot z_2 - z_3$;
- число $z_5 = \overline{z_4}$;
- модули и аргументы для $z_6 = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2}$ и $z_7 = \frac{z_2}{z_1} + \frac{z_3}{z_2}$.

Задание 12. Вычислить производные функций y :

- $y = 6 + x + 3x^2 - \sin x - 2\sqrt[3]{x}$;
- $y = 11x \operatorname{ctg} x + \frac{1}{x^2}$;
- $y = 5 \ln x + \frac{2}{\sqrt[2]{x^7}} + 2^x \lg 20$;
- $y = \operatorname{arctg} x + \operatorname{tg} 3 - x^3 \arcsin x$;
- $y = \frac{\log_3 x}{x^2 + 7x - 1}$;
- $y = \frac{1}{2} \sqrt[3]{x^2} \cos x + \frac{2(3x - 4)}{x^2 + 1}$.

Задание 13. Вычислить определенные интегралы:

- $\int_1^4 (8 + 2x - x^2)(x + 3) dx$;
- $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin x dx}{\cos^2 x + 1}$;
- $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$;
- $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{\sqrt{x^4 + 16}}$.

Лабораторная работа №9.

Тема: Работа с графиками. Работа с числовыми рядами.

Цель: Закрепить умение построения графиков в декартовых и полярных координатах; умение вычисление суммы и произведение ряда.

Задачи:

- научиться строить графики в декартовых координатах;

- научиться строить графики в полярных координатах;
- находить сумму ряда;
- находить произведение ряда.

Основные вопросы:

1. Как построить декартовый график в программе MatLab?
2. Как построить график в полярных координатах в программе MatLab?
3. Как построить график поверхности в программе MatLab?
4. Какие функции используются для построения графиков?
5. Возможно ли построить несколько графиков в одной системе координат?
6. Возможно ли отформатировать построенный график?

Вариант 1.

Задание 1. Построить графики функций, самостоятельно задать шаг и диапазон изменения аргумента:

a) $y = e^{x-1} - x^3 - x$;

d) $y = x + 1 + \sin(x - 1)$.

b) $y = \sin(x + 2)\cos(x + 2)$;

c) $y = \ln(x + 2)\cos\left(\frac{x}{2}\right)$;

Задание 2. Построить кривые, заданные в полярной системе координат в диапазоне $[0; 2\pi]$:

a) $r = 1 + \sin t$;

d) $r = 2 \cos t + 2$.

b) $r = 1 + \cos 2t$;

c) $r = 5 \sin \frac{4}{3}t$;

Задание 3. Построить графики трехмерных поверхностей. Интервалы изменения для x, y определить самостоятельно:

a) $z = y^2 - x^2$;

c) $z + 3x - 4y = 8$;

b) $z = \sqrt{|x|} - \sqrt{|y|}$;

d) $5x - y^2 + 8z^2 = 6$.

Задание 4. Построить радиус-вектор:

a) $z = -3 + 2i$;

$$b) z = \frac{(-1+2i) \cdot (-2-3i)}{(2+3i) \cdot (5+2i)}.$$

Задание 5. Построить пунктирную линию синего цвета, заданную общим уравнением $-5x-4y-8=0$, значения абсцисс точек линии изменяются в диапазоне $[-2;2]$ с шагом $h=0,5$. В вычисленных точках вывести круговые маркеры синего цвета. Заголовком графика является общее уравнение прямой линии.

Задание 6. Построить график функции $y = e^{5x}$ в логарифмическом масштабе по оси X и линейной по оси Y.

Задание 7. Построить график функции $y = \frac{\sin x}{x}$ на $[-16;20]$, добавит сетку к текущему графику.

Задание 8. В одном графическом окне создать несколько графиков функции: $y = \cos(8x-2)+7x-5$.

Задание 9. Построить графики функции $y = e^{-x^2}$, $z = \operatorname{arctg}(\sqrt{x})$ в разных подобластях одного графического окна. Интервалы изменения для x определить самостоятельно.

Задание 10. Вычислить:

$$a) S = \sum_{k=1}^6 \frac{(-1)^k}{3k+1} \cdot 2k;$$

$$b) S = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{k^2(k+10)}.$$

Задание 11. Найти (использовать 2 способа):

$$1) a) \sum_{i=3}^b \frac{1}{(2i)^2+1}$$

$$2) a) \prod_{i=2}^b \frac{1}{\sqrt[3]{i^2+2}}$$

b) $S > 10$ выйти из цикла.

b) $P > 20$ выйти из цикла.

Вариант 2.

Задание 1. Построить графики функций, самостоятельно задать шаг и диапазон изменения аргумента:

$$a) y = x^4 - 4x^2;$$

$$c) y = \arccos x - \sqrt{1-0,3x^3};$$

$$b) y = x - \frac{1}{3 + \sin(3,6x)};$$

$$d) y = 3x - 14 + e^x - e^{-x}.$$

Задание 2. Построить кривые, заданные в полярной системе координат в диапазоне $[0; 2\pi]$:

a) $r = 1 + \sin t$;

b) $r = 1 + \cos 2t$;

c) $r = 5 \sin \frac{4}{3} t$;

d) $r = 2 \cos t + 2$.

Задание 3. Построить графики трехмерных поверхностей. Интервалы изменения для x, y определить самостоятельно:

a) $z = x^2 - y^2$;

b) $z = \sqrt{|y|} + 2\sqrt{|x|}$;

c) $4x + 3y + z = 12$;

d) $x - 4y^2 + 3z^2 = 14$.

Задание 4. Построить радиус-вектор:

a) $z = 3 - 2i$;

b) $z = \frac{(1 - 2i) \cdot (2 + 3i)}{(-2 - 3i) \cdot (-5 - 2i)}$.

Задание 5. Построить пунктирную линию синего цвета, заданную общим уравнением $5x + 4y + 8 = 0$, значения абсцисс точек линии изменяются в диапазоне $[-2; 2]$ с шагом $h=0,5$. В вычисленных точках вывести круговые маркеры синего цвета. Заголовком графика является общее уравнение прямой линии.

Задание 6. Построить график функции $y = e^{-5x}$ в логарифмическом масштабе по оси X и линейной по оси Y .

Задание 7. Построить график функции $y = \frac{\cos x}{x}$ на $[-16; 20]$, добавит сетку к текущему графику.

Задание 8. В одном графическом окне создать несколько графиков функции: $y = \sin(8x + 2) - 7x + 5$.

Задание 9. Построить графики функции $y = e^{x^2}$, $z = \operatorname{artg}(\sqrt{x})$ в разных подобластях одного графического окна. Интервалы изменения для x определить самостоятельно.

Задание 10. Вычислить:

$$a) S = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1};$$

$$b) S = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{9}{9k^2 + 21k - 8}.$$

Задание 11. Найти (использовать 2 способа):

$$1) a) \sum_{i=3}^b \frac{1}{(3i)^3 - 1}$$

$$2) a) \prod_{i=2}^b \frac{1}{\sqrt[3]{i+2}}$$

b) $S > 10$ выйти из цикла.

b) $P > 20$ выйти из цикла.

Вариант 3.

Задание 1. Построить графики функций, самостоятельно задать шаг и диапазон изменения аргумента:

$$a) y = x^3 - 3x^2;$$

$$d) y = \cos\left(\frac{2}{x}\right) - 2\sin\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x}.$$

$$b) y = \cos(x-2)\sin(x-2);$$

$$c) y = \sqrt{2x^2 + 1.2} - \cos x - 1;$$

Задание 2. Построить кривые, заданные в полярной системе координат в диапазоне $[0; 2\pi]$:

$$a) r = 1 + \cos t;$$

$$d) r = 2\sin t + 2.$$

$$b) r = 1 + \sin 2t;$$

$$c) r = 3\sin \frac{3}{4}t;$$

Задание 3. Построить графики трехмерных поверхностей. Интервалы изменения для x, y определить самостоятельно:

$$a) z = \frac{y^2 + x^2}{3};$$

$$c) z - 2x + 6y = 18;$$

$$b) z = -\sin(x^2 + y^2);$$

$$d) 4x - 2y^2 + 6z^2 = 12.$$

Задание 4. Построить радиус-вектор:

$$a) z = -5 - 3i;$$

$$b) z = \frac{(4 - 3i) \cdot (2 - 6i)}{(2 - 4i) \cdot (5 - 3i)}.$$

Задание 5. Построить пунктирную линию синего цвета, заданную общим уравнением $4x + 6y - 12 = 0$, значения абсцисс точек линии изменяются в диапазоне $[-2; 2]$ с шагом $h=0,5$. В вычисленных точках вывести круговые

маркеры синего цвета. Заголовком графика является общее уравнение прямой линии.

Задание 6. Построить график функции $y = e^{-3x}$ в логарифмическом масштабе по оси X и линейной по оси Y.

Задание 7. Построить график функции $y = \frac{\operatorname{tg}x}{x}$ на $[-10;10]$, добавит сетку к текущему графику.

Задание 8. В одном графическом окне создать несколько графиков функции: $y = \sin(4x + 3) - 8x + 4$.

Задание 9. Построить графики функции $y = e^{\frac{x^2}{5}}$, $z = \arccos(x)$ в разных подобластях одного графического окна. Интервалы изменения для x определить самостоятельно.

Задание 10. Вычислить:

a) $S = \sum_{k=2}^6 \frac{(-1)^k}{k(k^2 - 1)}$;

b) $S = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4k - 2}{(k^2 - 1)(k - 2)}$.

Задание 11. Найти (использовать 2 способа):

1) a) $\sum_{i=3}^b \frac{1}{3i^2 + 1}$

2) a) $\prod_{i=3}^b \frac{1}{\sqrt[3]{i^2 + 3}}$

b) $S > 10$ выйти из цикла.

b) $P > 20$ выйти из цикла.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Галушкин Н.Е. Высокоуровневые методы программирования. Язык программирования MatLab. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебник / Галушкин Н.Е. – Электрон. текстовые данные. – Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2011. – 182 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/46935>. – ЭБС «IPRbooks».
2. Интерактивные системы Scilab, Matlab, Mathcad [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.Е. Плещинская [и др.]. – Электрон. текстовые данные. – Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2014. – 195 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/62173.html>
3. Исаев Ю.Н. Практика использования системы MathCad в расчетах электрических и магнитных цепей [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Исаев Ю.Н., Купцов А.М. – Электрон. текстовые данные. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2013. – 180 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/26925>. – ЭБС «IPRbooks».
4. Кудинов Ю.И. Практическая работа в MATLAB [Электронный ресурс]: учебное пособие / Ю.И. Кудинов. – Электрон. текстовые данные. – Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013. – 62 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55606.html>. – ЭБС «IPRbooks».

СОДЕРЖАНИЕ

<i>ВВЕДЕНИЕ</i>	3
Основные понятия	4
Методические рекомендации	7
Лабораторные работы №1 - №2	8
Лабораторные работы №3- №4	13
Лабораторная работа №5	19
Лабораторная работа №6	22
Лабораторные работы №7-№8	26
Лабораторная работа №9	33
<i>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК</i>	39

Наталья Анатольевна Чалкина,

доцент, кандидат пед.наук, каф.общей математики и информатики АмГУ,

Ангелина Михайловна Попова,

старший преподаватель, каф.общей математики и информатики АмГУ