

Министерство образования и науки Российской Федерации
Амурский государственный университет

**ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ
ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ**

Методическое пособие для экспериментального изучения основного
закона динамики вращательного движения

Для студентов инженерно-технических направлений подготовки и
специальностей высших учебных заведений, выполняющих физический
практикум

Благовещенск
Издательство АмГУ

2017

УДК 53

ББК22.213я73

У51

Рекомендовано

Учебно-методическим советом университета

Рецензент:

Изучение основного закона динамики вращательного
Методическое пособие для студентов инженерно-технических направлений
подготовки и специальностей, выполняющих физический практикум
Изучение основного закона динамика вращательного движения/ сост.
Ульянычева В.Ф. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2017.- 12 с.

Методическое пособие содержит описание экспериментальной проверки основного закона динамики вращательного движения, определения момента сил, момента инерции, углового ускорения при изучении закона динамики вращательного движения. Эксперимент проводится с использованием типового комплекта ЛКМ-2.

Для студентов инженерно-технических направлений подготовки и специальностей высших учебных заведений, выполняющих физический практикум.

Составитель: В.Ф Ульянычева, к.ф.-м.н., доцент

ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.

Оборудование: лабораторный комплекс ЛКМ - 2, стержень с отверстиями, два диска для сборки маятника Обербека, штангенциркуль.

Цель: установить зависимость углового ускорения маятника от момента приложенной силы, определить момент инерции.

ОСНОВЫ ТЕОРИИ.

1. Момент силы

При действии на тело силы ее вращающее действие определяется не только величиной, но и расстоянием точки приложения силы от оси вращения – моментом силы \vec{M} .

Пусть тело вращается под действием силы \vec{F} вокруг оси OO' (рис. 1). Разложим эту силу на две составляющие: параллельную оси вращения \vec{F}_{\parallel} , и перпендикулярную оси вращения \vec{F}_{\perp} .

Компонента силы \vec{F}_{\parallel} не оказывают динамического действия на тело, т.е. не изменяют скорости его вращения, а лишь деформируют закрепленную ось вращения OO' . Силу \vec{F}_{\perp} можно разложить в плоскости на силу вдоль радиуса и касательную ему. Вращательное действие вызовет касательная проекция силы \vec{F}_{\perp} . Рассчитаем динамический эффект перпендикулярной компоненты силы. Для этого рассмотрим движение материальной точки.

Вращающее действие \vec{F}_{\perp} , согласно рисунка 2, определяется $F_{\tau} \cdot r = F_{\perp} \cdot r \cdot \sin \alpha$. Но $F_{\perp} \cdot r \cdot \sin \alpha$ - это величина векторного произведения $[\vec{r}r_{\perp}]$. И эта же величина характеризует вращательное действие силы F .

Таким образом, естественно ввести вектор $\vec{M} = [\vec{r}r_{\perp}]$ в качестве характеристики вращательного движения силы \vec{F} . Этот вектор называется моментом силы \vec{F} относительно неподвижной оси. Направление вектора момента сил определяется направлением векторного произведения (правилом "правого буравчика") и направлен вдоль оси вращения.

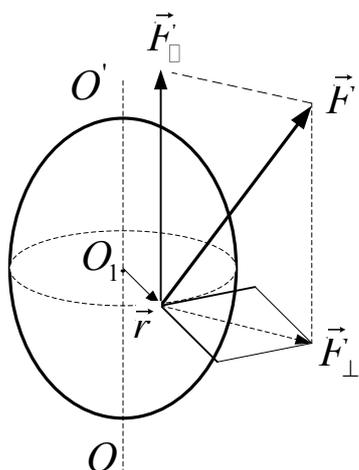


Рис.1

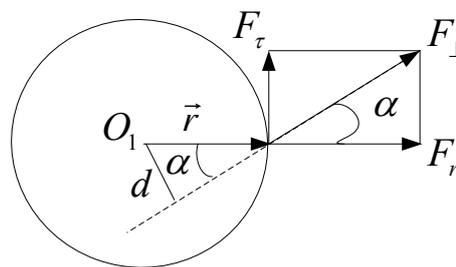


рис. 2

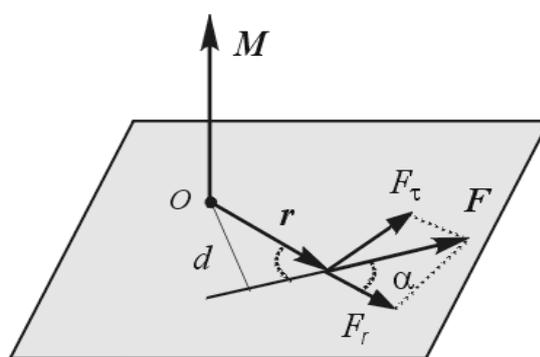


Рисунок 3

Моментом силы \vec{F} относительно неподвижной оси вращения OO' называется величина, равная векторному произведению составляющей силы \vec{F} , лежащей в плоскости перпендикулярной оси на лежащий в той же плоскости радиус- вектор, соединяющий точку пересечения оси с точкой приложения силы.

$$\vec{M} = [\vec{r}; \vec{F}] \quad (1)$$

Модуль момента силы определяется соотношением:

$$M = r \cdot F \cdot \sin \alpha; \quad M = F \cdot d \quad (2)$$

где \vec{r} - это вектор, проведенный от точки "O" к точке приложения силы (рисунок 3) ;

α – угол между радиус-вектором и силой;

$d = r \cdot \sin \alpha$ - плечо силы - кратчайшее расстояние между линией действия силы и точкой (перпендикуляр, опущенный из точки O на направление действия силы).

Момент инерции

В динамике поступательного движения инертность тела полностью характеризуется его массой. При вращательном движении инертность тела определяется моментом инерции I , который зависит не только от массы тела, но и от ее распределения относительно оси вращения.

Для вращающейся материальной точки момент инерции определяется выражением:

$$I = m \cdot r^2 \quad (3)$$

где r - расстояние точки до оси вращения.

Для системы, состоящей из N материальных точек, момент инерции определяется суммой моментов инерции каждой точки, входящей в эту систему:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \quad (4)$$

где r - расстояние материальной точки до оси вращения.

Таким образом, изменяя расстояние точки до оси вращения, при неизменной массе точки, изменяется момент инерции.

Угловое ускорение

Вектор углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ определяет быстроту изменения вектора угловой скорости $\vec{\omega}$ с течением времени:

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\varepsilon} \quad (5)$$

Направление угловой скорости связано с направлением вращения тела правилом "правого буравчика". Если движение равноускоренное, то векторы угловой скорости и углового ускорения имеют одинаковое направление, если равнозамедленное – противоположны.

Основной закон динамики вращательного движения

При действии результирующего момента внешних сил \vec{M} на тело, момент инерции I и его угловое ускорение связаны соотношением:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon}, \quad (6)$$

Соотношение (6) определяет математическую запись основного закона динамики вращательного движения.

Основной закон динамики вращательного движения утверждает, что угловое ускорение, приобретаемое телом под действием вращающего момента, пропорционально результирующему моменту внешних сил и обратно пропорционально угловому ускорению.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА.

Классический маятник Обербека (рисунок 4) представляет собой крестовину, состоящую из четырех стержней, прикрепленных к втулке с осью. На стержни надевают грузы одинаковой массы m , которые могут быть закреплены на различных расстояниях R от оси вращения. Два легких шкива с различными радиусами r_1 и r_2 насажены на ось вращения маятника. На шкив наматывается шнур, к свободному концу которого прикрепляется груз массы m_1 . Под действием груза шнур разматывается и приводит маятник во вращательное движение. Положение груза m_1 отмечается по линейке.

Двигаясь равноускоренно, груз за время t опускается на высоту h (рис.4), его линейное ускорение можно определить по формуле:

$$a = 2h / t^2. \quad (7)$$

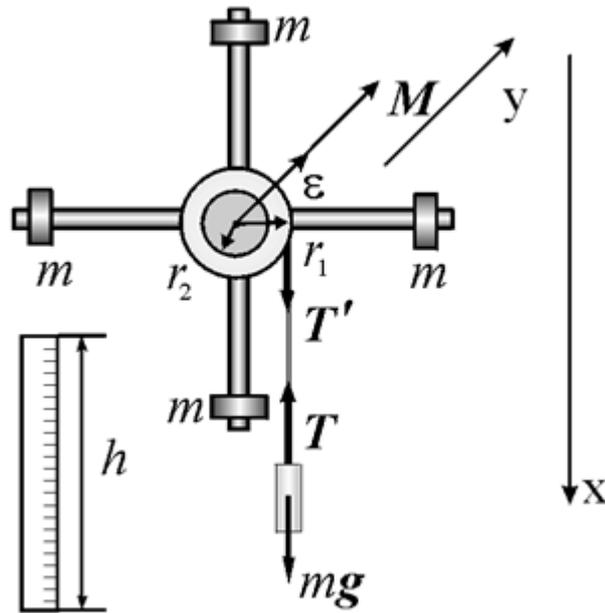


Рисунок 4. Принципиальная схема маятника Обербека.

Учитывая, что нить нерастяжима, ускорение груза равно тангенциальному ускорению точек обода шкива и $a = \varepsilon r$, получим:

$$\varepsilon = 2h/(rt^2). \quad (8)$$

Вращающий момент M создается силой натяжения нити T' , которая имеет плечо r_1 или r_2 в зависимости от радиуса используемого шкива (рис.4).

По второму закону Ньютона ускорение груза равно:

$$a = \frac{m_1 g + T}{m_1}. \quad (9)$$

Спроектировав векторное уравнение (6) на ось x , получим:

$$m_1 a = m_1 g - T. \quad (10)$$

Отсюда найдем силу натяжения нити T и момент этой силы M , учитывая невесомость нити $T = T'$.

$$T = m_1 (g - 2h/t^2), \quad (11)$$

$$M = m_1 r (g - 2h/t^2). \quad (12)$$

Учитывая, что $D = 2r$, где D – диаметр шкива, получим рабочие формулы:

$$\varepsilon = 4h/(Dt^2), \quad (13)$$

$$M = \frac{m_1 D}{2} (g - 2h/t^2) \quad (14)$$

Для экспериментальной проверки закона динамики вращательного движения на стойке необходимо собрать маятник Обербека. На оси блока закрепить стержень с отверстиями, относительно оси, проходящей через центр масс. На стержне с двух сторон закрепить диски. На блоке закрепить нить с грузами (рисунок 4).

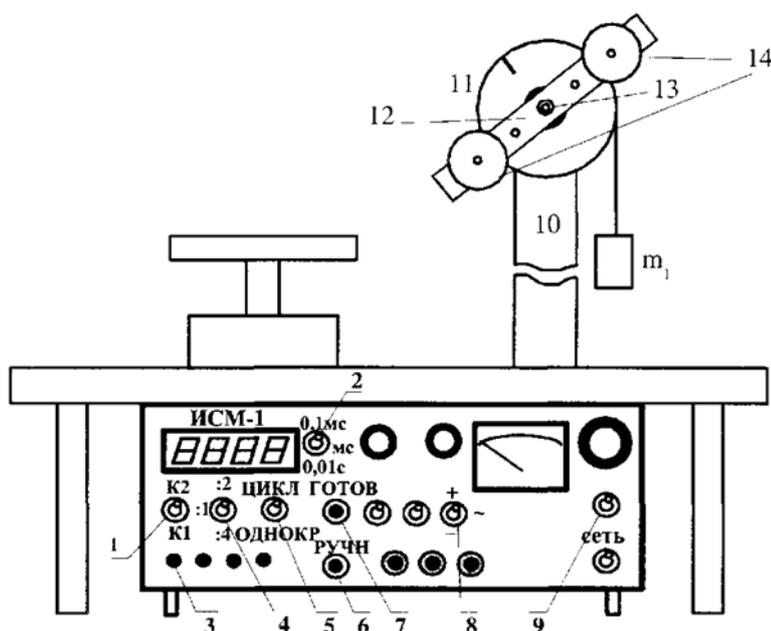


Рисунок 8

Высоту падения груза можно определить исходя из периода вращения блока с помощью измерительного устройства:

$$h = 2\pi RN \quad (15)$$

где R – радиус шкива; N – число оборотов шкива блока.

Время падения t зависит от числа оборотов шкива и определяется пересчетным устройством ИСМ. Подставим соотношение (15) в (13) и (14), получим рабочие формулы:

$$\varepsilon = \frac{4\pi N}{t^2}; \quad M = \frac{m_1 D}{2\left(g - \frac{2\pi DN}{t^2}\right)} \quad (16)$$

Логическая схема эксперимента

Для экспериментальной проверки пропорциональности между ε и M , каждая из этих величин должна быть определена независимым способом.

1. Изменяя массы падающих грузов изменяется сила натяжения, и следовательно момент силы натяжения, определяемый формуле (16).

2. Ускорение грузов определяют по времени t поворота шкива на определенный угол φ . Угловое ускорение шкива определяется:

$$\varepsilon = \frac{2\varphi}{t^2}.$$

$$\varphi = 4\pi N$$

3. Изменяя положение дисков на стержне, изменяется момент инерции маятника.

На перекинутую через шкив нить подвешивают наборные грузы разных масс. Поворачивая шкив, устанавливают щель в зазоре фотодатчика (на панели ИСМ загорается индикатор, он должен гореть все время). Отпускают груз и фиксируют показание таймера. Если тумблер «:1/:2/:4» в положении «:1», таймер покажет время одного оборота шкива ($\varphi=2\pi$), если тумблер в положении «:2», таймер покажет время двух оборотов шкива ($\varphi=4\pi$).



Рис.3 Вид передней панели цифрового табло ИСМ-1К

ВЫПОЛНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

1. Заготовить таблицу измерений.

Таблица 1.

$N\bar{o}, n/n$	$D, м$	$t, с$	$h, м$	$m_1, кг$	$M, Н\cdot м$	$\varepsilon, с^{-1}$

2. Измерить штангенциркулем диаметр шкива D блока.

3. Закрепить нить на шкиве, поставить шкив на тормоз, чтобы предотвратить вращение шкива. Перекинуть нить через блок. На конце нити закрепить груз.

4. Включить измерительную систему в сеть. Установить переключатель в положение К2. Переключателем «Цикл» выбрать число оборотов (по указанию преподавателя).

5. Для измерения времени N оборотов совместить прорезь шкива с положением «0» (загорится переключатель (1) на лицевой панели ИСМ-1К). Нажать и отпустить кнопку «Гот.». Результат измерения времени падения появится на цифровом табло.

6. Изменить массу падающего груза и повторить опыт 5-10 раз.

7. Изменить положение грузов на стержне и повторить эксперимент 5-10 раз.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Обработка результатов вручную.

1.1. Вычислите ε и M для каждого опыта. Постройте график зависимости $\varepsilon = f(M)$: постройте оси, нанесите масштаб и экспериментальные точки (M_i, ε_i) согласно табл.1.

1.2. Через экспериментальные точки и начало координат проведите прямую так, чтобы по обе стороны от нее было расположено одинаковое число точек на примерно одинаковом расстоянии.

1.3. Вычислите угловой коэффициент данной прямой A . Согласно (2) величина I/A будет равна усредненному значению момента инерции $\langle I \rangle$.

1.4. Прodelайте п.п. 1.1-1.3 для другого положения грузов на стержнях.

2. Обработка результатов на ЭВМ.

2.1. Выполните п. 1.1.

2.2. В соответствии с инструкцией к программе обработки линейных зависимостей методом наименьших квадратов произведите обработку экспериментальной зависимости (ε_i, M_i) .

2.3. Проведите на графике прямую через рассчитанные на ЭВМ контрольные точки. Данная прямая будет оптимальным графиком Вашей экспериментальной зависимости.

2.4. Согласно (2) обратная величина углового коэффициента (I/A) полученной прямой будет равна усредненному значению момента инерции $\langle I \rangle$.

2.5. Результат запишите в виде:

$$I = \langle I \rangle \pm \Delta I.$$

Доверительный интервал ΔI вычисляется обычным способом по среднеквадратичному отклонению $S(I/A)$.

ВЫВОДЫ

1. Какой характер имеет полученная Вами зависимость ε от M .
2. Как отношение M/ε зависит от положения грузов на стержне, диаметра шкива, массы подвешиваемых грузов? Ответ обоснуйте ссылкой на соответствующие графики.
3. Какой геометрический смысл имеет момент инерции на зависимости ε от M ?

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение момента силы. Укажите на схеме установки силу и плечо, создающие вращающий момент. Укажите направление вектора M .
2. Дайте определение углового ускорения тела. Укажите направление вектора углового ускорения на схеме.
3. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения. Дайте определение момента инерции.

4. Какие величины непосредственно измеряются в данной работе?
Выведите рабочие формулы для определения ε и M в настоящей работе.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Трофимова Т.И. Курс физики : учеб. пособие: рек. Мин. Обр. РФ –18-е изд., М.: Академия. 2010. –559 с.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 3-х тт. Т.1. Механика. Молекулярная физика. [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2011. — 432 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2038
3. Физический практикум. Механика, молекулярная физика : учеб.-метод. пособие: рек. ДВ РУМЦ/ АмГУ, ИФФ; сост. А. А. Согр, В. Ф. Ульянычева, О. В. Козачкова. –Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2007.–91 с.
4. Яворский Б.М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов/ Б. М. Яворский, А. А. Детлаф, А. К. Лебедев. -8-е изд., перераб. и испр.. - М.: ОНИКС: Мир и Образование, 2007.-1055 с
5. Хайкин С. Э. Физические основы механики: учебн. пособие. / С. Э. Хайкин. – 2-е изд., испр. и доп.. М.: Наука, Гл. ред.физ.-мат.лит., 1971. - 752 с.