Министерство образования и науки РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Пакеты прикладных программ

сборник научно-методических материалов

для направления подготовки 09.03.01 – Информатика

и вычислительная техника

Благовещенск, 2017

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
факультета математики и информатики
Амурского государственного
университета

Составитель: Еремин И.Е.

Пакеты прикладных программ: сборник учебно-методических материалов для направления подготовки 09.03.01. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2017. – 33 с.

Краткое содержание лекций

1. Введение. Общая характеристика ППП: табличные процессоры; пакеты автоматизации математических расчетов; общая структура, специализация и возможности математических пакетов
2. Тема 1. Прямое выполнение вычислений и преобразований: дифференцирование и интегрирование функций; нахождение пределов; символьные преобразования выражений
3. Тема 2. Решение алгебраических уравнений и систем: встроенные операторы и расчетные модули; векторно-матричное решение СЛАУ; аналитическое решение уравнений и систем
4. Тема 3. Графические и анимационные возможности: задание функций и аргументов; определение областей и стилей вывода графиков; построения полярных и трехмерных графиков; оформление графиков; анимация изображений
5. Тема 4. Программирование на макроязыке среды: средства программирования пакета MathCAD; наиболее распространенные конструкции процедурного программирования
6. Тема 5. Решение дифференциальных уравнений: особенности использования соответствующих встроенных функций пакета MathCAD; использование возможностей встроенных библиотек Maple и MatLAB
7. Тема 6. Аппроксимация исходных зависимостей вида f(x): кусочно-линейная аппроксимация; сплайновая аппроксимация; полиномиальная аппроксимация
8. Тема 7. Системный интегратор MathConnex: понятие и назначение системного интегратора; особенности использования приложения MathConnex
9. Тема 8. Этапы автоматизации решения прикладной задачи: формулировка задачи и детализация исходных данных; физическая интерпретация и формализация математического описания задачи; осуществление программной реализации
10. Тема 9. Жизненный цикл программного продукта: понятие жизненного цикла программного продукта; содержание отдельных этапов разработки программного продукта

Лабораторные работы

Предлагаемый курс лабораторных работ направлен на формирование навыков обучаемых при автоматизации решения инженерно-физических задач из ряда областей, в частности – статики, кинематики, термодинамики, обработки данных эксперимента и физики диэлектриков. Все лабораторные работы выполняется с привлечением возможностей различных математических пакетов при одних и тех же исходных данных решаемой задачи, что позволяет студенту независимо оценить достоинства и недостатки каждого из изучаемых программных средств.

Практикум содержит вопросы текущего контроля знаний, а также учебные задания для выполнения вводного лабораторного занятия и шести лабораторных работ. Основу программного обеспечения составляют математические пакеты *MathCAD 2000 Professional*, *Maple V* и *MatLAB 5.2*.

ВВОДНОЕ ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАНЯТИЕ

Тема. Справочные системы и информационные ресурсы математических пакетов.
Цель. Ознакомление с наполнением встроенных электронных справочников и примерами решения задач.

Задание 1

1. Активизируйте программную среду *MathCAD 2000 Professional*.
2. Войдите в позицию *Help* (?) главного меню и выберите команду *Центр Ресурсов* (*Resource Center*) или запустите его с помощью соответствующей пиктограммы на инструментальной панели. В появившемся окне центра информационных ресурсов войдите в раздел *Справочный стол и краткое руководство* (*QuickSheets and Reference Tables*).
3. Просмотрите примеры использования возможностей *MathCAD* при решении задач, приведенные в подразделе *Шпаргалки* (*QuickSheets*).
4. Активизируйте подраздел *Справочный стол* (*Reference Tables*). Ознакомьтесь с составом представленных в справочнике сведений.
5. Запустите системный интегратор *MathConnex*. Найдите папку *Samples* (*Примеры*) и откройте в ней директорию *MathConx*. Просмотрите примеры использования возможностей системного интегратора *MathConnex*.

Задание 2

1. Активизируйте среду пакета символьных вычислений *Maple V*.
2. Войдите в позицию *Help* (*Помощь*) главного меню, выберите команду *Contents* (*Содержание*). В появившемся окне встроенного справочника просмотрите интересующие разделы.

Задание 3

1. Активизируйте программную среду пакета *MatLAB 5.2*.
2. Загрузите демонстрационные файлы, отражающие особенности работы в системе, с помощью команды *demo* (*Примеры и демонстрации*).
3. Просмотрите содержание *Окна помощи* (*helpwin*) и *Стола помощи* (*helpdesk*).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Тема. Преобразование и вычисление функций.
Цель. Использование возможностей математических пакетов при нахождении символьного и численного решений для функциональных зависимостей в режиме прямых вычислений.

Вопросы текущего контроля знаний

1. Дайте определение производной от функции. Поясните ее физическую сущность.
2. Раскройте понятия определенного и неопределенного интегралов.

Исходные данные

1. Выполнить дифференцирование функций:
   a) $f(x) = \sin^2(x)$ – найти первую производную;
   b) $f(x, y) = \cos(x)y + \sin(y)x$ – найти первые производные по x и y;
   c) $f(x) = x^2 \cos(x^3)$ – найти вторую производную.
2. Вычислить интегралы:
   a) $\int x^2 dx$;
   b) $\int_0^{10} x dx$;
   c) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(x^2) dx$;
3. Найти пределы:
   a) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{x^2}$;
   b) $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{1}{x}$.

Пакет MathCAD

Задание

1. Выполните требуемые преобразования с использованием возможностей встроенного символьного процессора – команд из позиции *Символы* (*Symbolic*) главного меню.
2. Выполните требуемые преобразования с помощью шаблонов из палитры *Математический анализ*.
3. Оформите отчет согласно требований.

Пакеты Maple или MatLAB

Задание

Выполните предлагаемые преобразования и вычисления всеми способами, доступными в используемой программной среде.

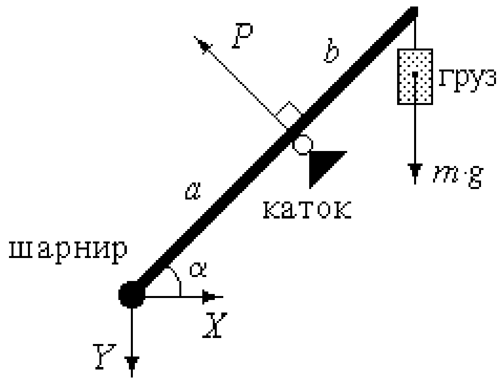
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Тема. Расчет реакций опор нагруженной балки.
Цель. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Использование графических возможностей математических пакетов при исследовании функциональных зависимостей.

Вопросы текущего контроля знаний

1. Охарактеризуйте основные аналитические и численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
2. В какой размерности в математических пакетах используется значение аргумента тригонометрической функции по умолчанию?

Исходные данные



Рассматривается балка, шарнирно закрепленная у своего левого края. В средней части она подперта катком. Справа подвешен груз. Требуется: найти реакции опор X, Y и P, если известна масса груза m, а также геометрия балки (плечи a, b и угол α); исследовать зависимость реакции опор от изменения α и m.

Задача сводится к нахождению условий равновесия балки, т.е. решению системы линейных алгебраических уравнений, описывающих балансы действующих на нее сил и их моментов:

$$\begin{cases} P \cdot \sin(\alpha) = X & \text{– баланс сил по оси } X \\ Y + m \cdot g = P \cdot \cos(\alpha) & \text{– баланс сил по оси } Y \\ P \cdot a = m \cdot g \cdot (a + b) \cdot \cos(\alpha) & \text{– момент сил по шарниру} \end{cases}$$

где g – ускорение свободного падения.

Таблица 1

Первая цифра номера варианта			Вторая цифра номера варианта		
№	a (м)	b (м)	№	α (град)	m (кг)
1	0,1	0,9	**1**	20	5
2	0,2	0,8	**2**	25	6
3	0,3	0,7	**3**	30	7
4	0,4	0,6	**4**	35	8

5	0,5	0,5	**5**	40	9
6	0,6	0,4	**6**	45	8
7	0,7	0,3	**7**	50	7
8	0,8	0,2	**8**	55	6
9	0,9	0,1	**9**	60	5
10	1,0	0,5	**10**	65	4

Пакет MathCAD

Задание 1

1. Решите исходную систему уравнений, используя расчетный блок “*Given... Find*” и физические размерности исходных данных.
2. Проверьте достоверность полученного результата расчетами балансов сил по оси P и балке, а также момента сил относительно катка.

Замечание. Каждое новое задание рекомендуется выполнять, создавая отдельный файл.

Задание 2

1. Представьте исходную систему в векторно-матричной форме записи.
2. Вычислите вектор искомых значений реакций опор.
3. Повторите решение, используя функцию *lsolve*.

Замечание. Для ввода встроенных функций можно использовать соответствующий Мастер из панели инструментов.

Задание 3

1. Используя меню символьных преобразований, получите аналитическое решение исходной системы уравнений.
2. Сформируйте функции $X(\alpha)$, $Y(\alpha)$ и $P(\alpha)$.
3. На основании своих исходных данных о геометрии балки и массе груза, постройте для полученных функций прямоугольный декартов и полярный графики при изменении α от 0 до 360 град.
4. Сформируйте функцию $X(\alpha, m)$.
5. Задайте число и нумерацию узловых точек по осям. Рассчитайте векторы аргументов функции для узловых точек и матрицу, содержащая результаты вычислений аппликат поверхности в узловых точках
6. На основании полученной матрицы аппликат постройте для функции $X(\alpha, m)$ график поверхности, карту линий уровня, векторное поле, трехмерный точечный график, а также трехмерную столбчатую гистограмму при m = 0, 0.5, ... 10 кг и α = 0, 9, ... 180 град.

Пакеты Maple или MatLAB

Задание 1

1. Решите исходную систему уравнений в символьном виде.

2. Найдите численное решение системы, используя соответствующие программные средства.
3. Решите систему векторно-матричным способом.

Задание 2

1. Постройте для функций $X(\alpha)$, $Y(\alpha)$ и $P(\alpha)$ декартов и полярный графики при изменении α от 0 до 360 град.
2. Постройте для функций $X(\alpha, m)$ трехмерный график поверхности при изменении α от 0 до 180 град и m от 0 до 10 кг.

Замечание: Графики должны быть оформленными, т.е. содержать координатную сетку, метки осей и т.п.

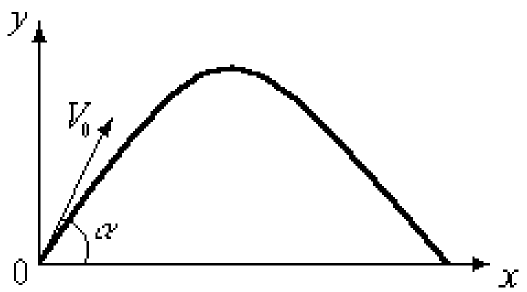
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Тема. Моделирование траектории полета тела.
Цель. Реализация анимационных возможностей математических пакетов. Нахождение оптимального решения.

Вопросы текущего контроля знаний

1. Поясните назначение системной переменной *FRAME*.
2. Что означает существование значений аргумента функции, при которых значение ее первой производной равно нулю?

Исходные данные



Тело, рассматриваемое как материальная точка, брошено под углом α к горизонту с начальной скоростью V_0. Требуется: найти время его полета и дальность броска, считая, что сопротивление воздуха отсутствует; определить значение α, при котором дальность броска будет максимальной.

Решение рассматриваемой задачи кинематики базируется на уравнениях траектории полета тела, описывающих его координаты в любой момент времени:

$$\begin{cases} x(t) = V_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y(t) = V_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - g \cdot \dfrac{t^2}{2} \end{cases}$$

где g – ускорение свободного падения.

Таблица 2

Первая цифра номера варианта				Вторая цифра номера варианта			
№	α (град)	№	α (град)	№	V_0 (м/с)	№	V_0 (м/с)
1	30	**6**	43	**1**	15	**6**	27
2	33	**7**	47	**2**	17	**7**	30
3	35	**8**	50	**3**	20	**8**	33
4	37	**9**	53	**4**	23	**9**	35
5	40	**10**	55	**5**	25	**10**	37

Пакет MathCAD

Задание 1

1. На основании условия $y(t) = 0$, используя команду *solve* из меню символьных преобразований, найдите время полета тела.
2. Рассчитайте дальность броска.
3. Создайте анимацию движения тела в реальном масштабе времени.

Замечание. Сценарий вывода анимации должен отражать изображения, как траектории полета, так и непосредственно самого тела.

Задание 2

1. Сформируйте функциональную зависимость $x(\alpha)$ дальности броска от угла бросания.
2. Постройте график $x(\alpha)$ для значений угла α от 0 до 90 град.
3. Используя расчетный блок "*Given... Minerr*", найдите оптимальный угол бросания, при котором дальность полета тела будет максимальной.

Задание 3

1. Постройте график первой производной функции $x(\alpha)$.
2. Рассчитайте оптимальный угол бросания с помощью корней уравнения первой производной функции $x(\alpha)$, используя функцию – *root*.

Пакеты Maple или MatLAB

Задание 1

1. Найдите символьное и численное решения для времени и дальности.
2. Реализуйте анимацию полета тела.

Задание 2

1. Найдите первую производную функции $x(\alpha)$.
2. Определите оптимальный угол для наибольшей дальности броска.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Тема. Моделирование характеристик работы нагревательного устройства с терморегулятором.
Цель. Применение типовых элементов программирования математических пакетов. Использование операторов решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Вопросы текущего контроля знаний

1. Раскройте понятие функционального программирования.
2. Поясните назначение и структуру типовых конструкций процедурного программирования.

Исходные данные

Требуется получить временную зависимость температуры нагревательного устройства, при мощности нагревателя P, массе устройства m и его удельной теплоемкости C = 400 Дж/(кг·K). В устройстве есть терморегулятор, который включает его, если $T < T_{min}$, и выключает, если $T > T_{max}$. Потери тепла происходят по закону:

$$\frac{dQ_1}{dt} = A \cdot (T - T_{cp}), \qquad (1)$$

где T – температура нагревательного устройства, T_{cp} – температура окружающей среды (например, 20° C = 293° K), A = 2 Вт/K, а также за счет излучения в соответствии с законом Стефана-Больцмана:

$$\frac{dQ_2}{dt} = S \cdot (T^4 - T_{cp}^4), \qquad (2)$$

где $S = 3{,}4 \cdot 10^{-9}$ Вт/K^4. Дифференциальное уравнение, описывающее нарастание температуры с течением времени, можно получить, исходя из того, что подводимая к устройству энергия $P \cdot dt$ расходуется на его нагрев dQ и на потери в окружающую среду:

$$\begin{aligned} P \cdot dt &= dQ + dQ_1 + dQ_2, \\ dQ &= C \cdot m \cdot dT. \end{aligned} \qquad (3)$$

Данная задача представляет интерес с точки зрения применения для ее решения программного модуля, учитывающего действие терморегулятора и использующего итерационную формулу Эйлера:

$$T_i = T_{i-1} + \Delta t \cdot f\left(T_{i-1} + \Delta t \cdot \frac{f(T_{i-1}, P)}{2}, P \right), \qquad (4)$$

где Δt – шаг приращения времени; $f(T, P)$ – функция, определяющая производную температуры по времени с учетом мощности нагревателя.

Таблица 3

Первая цифра номера варианта			Вторая цифра номера варианта		
№	P (кВт)	m (кг)	№	T_{min} ($C°$)	T_{max} ($C°$)
1	1,5	2,0	**1**	300	350
2	1,6	2,1	**2**	300	345
3	1,7	2,2	**3**	300	340
4	1,8	2,3	**4**	290	340
5	1,9	2,4	**5**	290	335
6	2,0	2,5	**6**	290	330
7	2,1	2,6	**7**	310	360
8	2,2	2,7	**8**	310	355
9	2,3	2,8	**9**	310	350
10	2,4	2,9	**10**	300	400

Пакет MathCAD

Задание 1

1. Введите ваши исходные данные, учитывая, что температура должна задаваться в градусах Кельвина ($0°\ C = 273°\ K$).
2. На основании уравнений (4.1)-(4.3) запишите дифференциальное уравнение, описывающее нарастание температуры нагревательного устройства с течением времени.
3. Задайте шаг приращения времени $\Delta t = 1$ и число шагов решения $N = 500$. Сформируйте функцию $f(T, P)$.
4. Создайте программный модуль, реализующий вычисление температуры устройства по итерационной формуле (4) с учетом работы терморегулятора.
5. Постройте график временной зависимости температуры в диапазоне заданных шагов решения.

Замечание. Программные операторы должны вводиться с панели инструментов, набирать их на клавиатуре не рекомендуется.

Задание 2

1. Решите рассматриваемую задачу без учета работы терморегулятора, используя встроенную функцию *Bulstoer*(*v, x1, x2, n, F*).
2. Учитывая состав данных в полученной матрицы решений, постройте график временной зависимости температуры для диапазона заданных шагов решения.

Задание 3

1. Выведите совместно графики временных зависимостей температуры устройства с нагревателем и без него.

Пакеты Maple или MatLAB

Задание 1

1. Сформируйте программу вычисления температуры устройства по итерационной формуле (4.4) с учетом работы терморегулятора.
2. Постройте график временной зависимости температуры в диапазоне заданных шагов решения.

Задание 2

1. Решите рассматриваемую задачу без учета работы терморегулятора, используя встроенные решатели ОДУ.
2. Постройте график решения.

Задание 3

2. Выведите совместно графики временных зависимостей температуры устройства с нагревателем и без него.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

Тема. Обработка данных эксперимента.

Цель. Использование возможностей математических пакетов прикладных программ для аппроксимации данных.

Вопросы текущего контроля знаний

1. Дайте определения понятий «интерполяция» и «экстраполяция».
2. Перечислите наиболее популярные методы аппроксимации данных.

Исходные данные

Для представления физических закономерностей и при проведении научно-технических расчетов часто используются зависимости вида $y(x)$, причем число точек этих зависимостей ограничено. Неизбежно возникает задача приближенного вычисления значений функций в промежутках между узловыми точками (интерполяция) и за их пределами (экстраполяция). Эта задача решается аппроксимацией исходной зависимости, т. е. ее подменой какой-либо достаточно простой функцией.

При проведении физического эксперимента были получены данные зависимости $y(x)$, приведенные в табл. 4. Требуется аппроксимировать результаты эксперимента.

Таблица 4

Первая цифра номера варианта						Вторая цифра номера варианта					
№	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	№	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
1	1	0	2	4	3	**1**	50	0	20	10	5
2	1,5	0,5	2,5	4,5	3,5	**2**	55	0	20	10	5
3	2	1	3	5	4	**3**	50	5	20	10	5
4	2,5	1,5	3,5	5,5	4,5	**4**	55	5	20	10	5
5	3	2	4	6	5	**5**	50	0	25	10	5
6	3,5	2,5	4,5	6,5	5,5	**6**	55	0	25	10	5
7	4	3	5	7	6	**7**	50	0	20	15	5
8	4,5	3,5	5,5	7,5	6,5	**8**	55	0	20	15	5
9	5	4	6	8	7	**9**	50	0	20	15	10
10	5,5	4,5	6,5	8,5	7,5	**10**	55	0	20	15	10

Пакет MathCAD

Задание 1

1. Введите ваши исходные данные в виде матрицы. Используя встроенную функцию *csort* (*A, n*), отсортируйте матрицу в порядке возрастания значения аргумента *x*.
2. Создайте векторы *X* и *Y*, содержащие значения аргумента и соответствующие им значения функции. Задайте *i* – число элементов в *X* и *Y*, используя встроенную функцию *length* (*v*).
3. Выполните линейную и сплайн-кубическую интерполяции. Проведите пробные расчеты для проверки полученных функций. Сравните их результаты в интерполирующей и экстраполирующей областях.
4. Постройте графики, отражающие вид кривых аппроксимирующих функций с наложением на них данных эксперимента.

Задание 2

1. Введите векторы *X* и *Y*. Задайте ранжированные переменные *i* и *j* по числу элементов вектора *X*.
2. Найдите аппроксимирующую функцию, выразив ее в виде полинома на основании общей формулы интерполяции Лагранжа, задающей в явном виде значение интерполирующей функции *f* для любого значения *x*. Проведите пробные расчеты и постройте график.

$$f(x) := \sum_i Y_i \cdot \prod_j if\left(i = j, 1, \frac{x - X_j}{X_i - X_j}\right).$$

Замечание. Полином Лагранжа является достаточно сложной функцией. В ряде случаев для аппроксимации исходной зависимости применяют обычный степенной многочлен – полиномиальную аппроксимацию.

Задание 3

1. Введите векторы X и Y. Вычислите степень аппроксимирующего полинома n.
2. Сформируйте матрицу XI: $i = 0, ..., n$; $i = 0, ..., n$; $XI_{j,i} = X_j^i$, $XI_{j,0} = 1$. Просмотрите, что она собой представляет.
3. Вычислите коэффициенты полинома $a = XI^{-1} \cdot Y$.
4. Задайте формулу аппроксимирующего полинома в виде зависимости: $P(x) = \sum_k a_k \cdot x^k, k = n, ..., 0$. Проведите пробные расчеты. Введите ранжированную переменную: $xi = x_1 - 1, x_1 - 0.9, \; x_5 + 1$ и постройте график $P(xi)$.

Замечание. Поведение полинома между узловыми точками и при экстраполяции зачастую трудно предсказуемо. Кроме того, с ростом степени (n до 8-10) погрешность полиномиальной аппроксимации резко возрастает.

Пакеты Maple или MatLAB

Задание 1

1. Аппроксимируйте исходную зависимость отрезками полиномов третьего порядка.
2. Постройте аппроксимирующий график.

Задание 2

1. Выполните полиномиальную аппроксимацию для данных исходной зависимости.
2. Постройте соответствующий аппроксимирующий график.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

Тема. Имитационное моделирование вещественной частотной характеристики комплексной диэлектрической проницаемости композиционного материала в области упругой электронной поляризации.
Цель. Совмещение возможностей нескольких пакетов для решения прикладной задачи в рамках системного интегратора.

Вопросы текущего контроля знаний

1. Дайте определение передаточной функции.
2. Каково максимальное число вводов и выводов одного программного блока при использовании системного интегратора *MathConnex*?

Исходные данные

Рассматривается композиционный диэлектрический материал, состоящий из двух компонентов равной концентрации, параметры которых приведены в таблице 5. Требуется построить график вещественной частотной характеристики диэлектрической проницаемости материала в области упругой электронной поляризации, а именно: в диапазоне частот от 10^{15} до 10^{18} рад/сек.

Смещение электронных облаков относительно атомных ядер, вызванное действием внешнего электрического поля – наиболее общий вид поляризации, имеющий место во всех без исключения диэлектриках, независимо от их структуры и агрегатного состояния. Поскольку внутренние электроны взаимодействуют с ядром гораздо сильнее внешних, то при рассмотрении смещения электронного облака можно ограничиться учетом поляризации только оптической (внешней) электронной оболочки иона.

В качестве математического описания процесса поляризации материала под действием переменного электрического поля $E_0(t)$ с малой амплитудой для исследуемого частотного диапазона может быть использована следующая система уравнений:

$$\begin{gathered}\frac{d^2\mu_k(t)}{dt^2}+2b_k\frac{d\mu_k(t)}{dt}+\omega_{0k}^2\mu_k(t)=\frac{N_k e^2}{m_e}E(t), k=\overline{1,K},\\ E(t)=E_0(t)-\frac{2}{3\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{K}n_i\mu_i(t),\end{gathered} \qquad (1)$$

где k – индекс разновидности иона; $\mu_k(t)$ – его индуцированный дипольный момент; b_k и ω_{0k} – соответственно, коэффициент затухания и частота собственных колебаний электронного облака иона; N_k – число электронов, составляющих оптическую оболочку иона; e и m_e – заряд и масса электрона; ε_0 – электрическая постоянная; K – число разновидностей ионов, имеющих место в конкретном диэлектрике; n_i – их концентрации.

С позиций технической кибернетики, уравнения (1) представляют собой математическую модель замкнутой линейной системы с отрицательной обратной связью. Выполнив для данной системы уравнений прямое интегральное преобразования Лапласа, можно эквивалентно изобразить ее в виде структурной схемы, показанной на рис. 1, или записать в стандартной форме записи через передаточные функции:

$$\begin{gathered}\mu_k(s)=W_k(s)E(s), k=\overline{1,K}, W_k(s)=\frac{N_k e^2/m_e}{s^2+2b_k s+\omega_{0k}^2},\\ E(s)=E_0(s)-\frac{2}{3\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{K}\mu_i(s)n_i,\end{gathered} \qquad (2)$$

где s – комплексная переменная; $\mu_k(s)$, $E(s)$ и $E_0(s)$ – изображения по Лапласу функций $\mu_k(t)$, $E(t)$ и $E_0(t)$; $W_k(s)$ – передаточные функции.

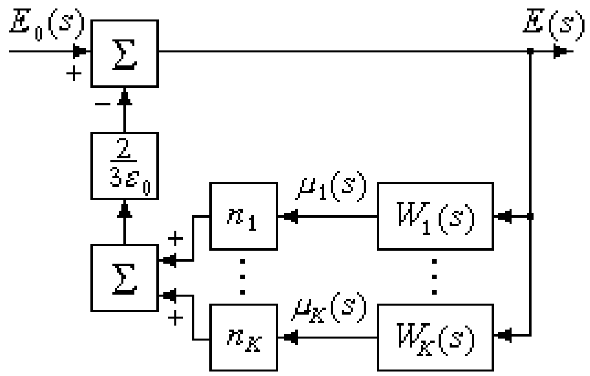


Рис.1. Структурная схема процесса поляризации материала

Замена $s \to j\omega$ в передаточных функциях $W_k(s)$ позволяет перейти к их частотным аналогам. Таким образом, на основании описанных математических моделей и определения комплексной диэлектрической проницаемости ($\varepsilon(j\omega)= E_0(j\omega)/E(j\omega)$) для ее представления может быть использована следующая функциональная зависимость:

$$\begin{aligned} &\varepsilon(j\omega) = 1 + \frac{2}{3\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{K} n_i W_i(j\omega), \\ &W_k(j\omega) = \frac{N_k e^2 / m_e}{\omega_{0k}^2 - \omega^2 + j2b_k\omega}, k = \overline{1,K}. \end{aligned} \tag{3}$$

Для имитационного моделирования спектров комплексной диэлектрической проницаемости конкретного материала необходимы численные значения параметров, участвующих в описании всех поляризационных процессов, протекающих в диэлектрике. В рассматриваемом диапазоне частот внешнего поля такими параметрами являются – b_k, ω_{0k}, N_k и n_k ионов каждой разновидности.

Количественный состав оптических (внешних) электронных оболочек ионов достаточно просто установить на основании справочных данных. Для всех ионов, входящих в состав исследуемых композитов, N_k=8.

При нахождении ω_{0k} можно использовать формулу:

$$\omega_{0k} = \sqrt{\frac{Q_k e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e r_k^3}}, \tag{4}$$

где Q_k – эффективный заряд ядра, действующий на внешнюю оболочку и учитывающий экранизацию его полного заряда внутренними оболочками (для всех положительных ионов рассматриваемых материалов Q_k=9, для отрицательных – Q_k=7); r_k – ионный радиус.

Значения b_k, принимая во внимание силу внутреннего трения, действующую на электронный диполь с зарядом $N_k\, e$ при электромагнитном излучении с фазовой скоростью, равной скорости света в вакууме – c, можно рассчитать как:

$$b_k = \frac{\mu_0 N_k e^2 \omega_{0k}^2}{12\pi m_e c}, \qquad (5)$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Поскольку исследуются исключительно композиты равного процентного содержания, состоящие только из двух ионов, их концентрации в материале рассчитываются по следующей формуле:

$$n_k = \frac{\rho}{(m_1 + m_2) \cdot aem} \cdot 0{,}5, \qquad (6)$$

где ρ – плотность композита; m_1 и m_2 – атомные массы составляющих его ионов; *аем* – атомная единица массы; 0,5 – процентное содержание каждого композита согласно исходным данным.

Таблица 5

Первая цифра номера варианта					Вторая цифра номера варианта				
№	Композит	ρ (кг/м^3)	$r+$ (10^{-10} м)	$r-$ (10^{-10} м)	№	Композит	ρ (кг/м^3)	$r+$ (10^{-10} м)	$r-$ (10^{-10} м)
1	*LiF*	2632	0,68	1,33	**1**	*KF*	2480	1,33	1,33
2	*LiCl*	2072	0,68	1,81	**2**	*KCl*	1990	1,33	1,81
3	*LiBr*	3462	0,68	1,96	**3**	*KBr*	2752	1,33	1,96
4	*LiI*	3500	0,68	2,20	**4**	*KI*	3120	1,33	2,20
5	*NaF*	2790	0,98	1,33	**5**	*RbF*	3560	1,49	1,33
6	*NaCl*	2165	0,98	1,81	**6**	*RbCl*	2760	1,49	1,81
7	*NaBr*	3210	0,98	1,96	**7**	*RbBr*	2780	1,49	1,96
8	*NaI*	3665	0,98	2,20	**8**	*RbI*	3550	1,49	2,20
9	*CsF*	3590	1,65	1,33	**9**	*CsBr*	4440	1,65	1,96
10	*CsCl*	3970	1,65	1,81	**10**	*CsI*	4512	1,65	2,20

Для имитационного моделирования вещественной частотной характеристики диэлектрической проницаемости материала удобно использовать системный интегратор *MathConnex*, поскольку он позволяет совместить различные программные продукты с целью привлечения ряда их особенностей. В частности, исходные данные наиболее наглядно и целесообразно представлять в виде таблиц *Excel*, а для описания процессов поляризации через передаточные функции привлекать специализированные функции *MatLAB*; кроме того, для промежуточных расчетов можно использовать *MathCAD*. Таким образом, автоматизацию решения рассматриваемой задачи можно свести к реализации функциональной схемы, представленной на рис 2.

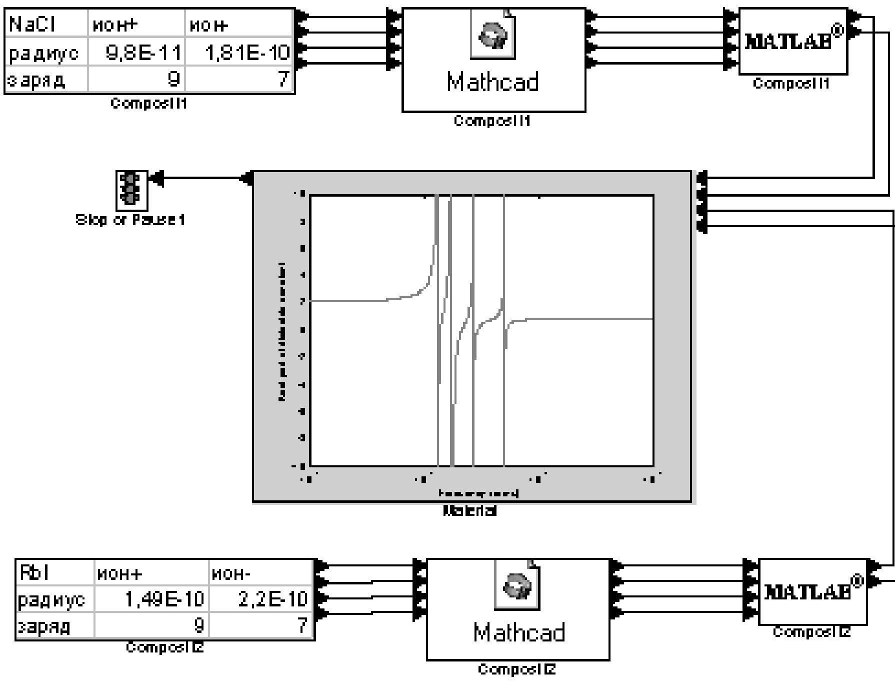


Рис.2. Интеграционная схема автоматизации решения

Системный интегратор MathConnex

Задание

1. Внесите в окно проектирования *MathConnex* блок электронных таблиц *Excel* в виде чистой заготовки, а также укажите отсутствие вводов и наличие 4 выводов. Заполните таблицу параметров первого композита, включив в нее эффективные заряды ядер ионов и их радиусы. Отредактируйте метку блока и области выходных данных в соответствии с индексами ячеек *Excel*.

2. Введите блок *MathCAD*, зафиксируйте его изображение в виде иконки, задайте 4 ввода и 4 вывода. Соедините созданные блоки связями. Активизируйте среду *MathCAD* внутри проектируемого блока. Присвойте переменным r_1, Q_1, r_2 и Q_2 соответствующие входные данные, используя имена интерфейсных функций (*in0... in3*). Введите формулы (4) и (5) для расчета значений b_k, ω_{0k} электронных оболочек ионов композита, при вводе фундаментальных констант используйте Справочный стол (обратите внимание, что результаты вычислений будут интегрированы с *MatLAB*, т.е. размерности величин копировать не следует). Присвойте функциям вывода (*out0... out3*) вычисленные данные.

3. Создайте блок *MatLAB* (иконка, 4 ввода, 2 вывода). Введите формулу (6) для вычисления концентрации ионов первого композита исследуемого материала. На основании уравнения (2) опишите передаточные функции процессов поляризации ионов, задав коэффициенты полиномов в их числителях и знаменателях. Используя встроенную функцию *parallel*, найдите общую передаточную функцию поляризации композита. Присвойте функциям вывода ее числитель и знаменатель.

4. Спроектируйте аналогичные блоки для второго композита.

5. Введите блок *MatLAB* (иконка, 4 ввода, 1 вывод с блоком остановки). Найдите общую передаточную функцию процесса поляризации материала. Задайте оператор вычисления ее вещественной части, для исследуемого частотного диапазона с итерационным шагом равным 10^{14} рад/сек (используйте функцию *nyquist*). На основании функциональной зависимости (3) опишите вычисление ВЧХ диэлектрической проницаемости и задайте построение ее графика в полулогарифмическом масштабе (функция *semilogx*). Запустите имитацию.

Требования к оформлению отчетов

После практического выполнения заданий каждой лабораторной работы, за исключением вводного занятия, каждый обучаемый должен подготовить отчет о ее выполнении на основании индивидуального варианта.

Содержание отчета должно соответствовать следующей структуре:

1. Ответы на вопросы текущего контроля знаний.
2. Описание рассматриваемой задачи и исходных данных.
3. Отображение программных средств используемого математического пакета, необходимых для автоматизации решения.
4. Пошаговое описание выполнения практических заданий с отражением полученных экранных форм.

Отчеты выполняются и представляются к защите в электронном виде (файл формата *Microsoft Word*). В титульном листе, помимо стандартной информации указываются: названия лабораторных работ и номера вариантов индивидуальных заданий, приведенных в таблицах 1-5.

Примеры автоматизации решения задач в среде *MathCAD 2000*

ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ

Для создания графиков в системе *MahtCAD* имеется программный графический процессор. Основное внимание при его разработке уделено обеспечению простоты задания графиков и их модификации с помощью соответствующих опций. Большинство необходимых параметров графического процессора по умолчанию задается автоматически.

MahtCAD позволяет применять шаблоны семи типов графиков, которые приведены в подменю *График* (*Graph*) позиции *Вставка* (*Insert*) главного меню:

X-Y Plot – двухмерный график в декартовой системе координат;
Polar Plot – график в полярной системе координат;
Surfase Plot – трехмерный график;
Contour Plot – контурный график;
3D Scatter Plot – трехмерный точечный график;
Vector Field Plot – карта векторного поля;
3D Bar Chart – трехмерная столбчатая гистограмма.

Для вызова шаблонов также можно использовать палитру графиков, показанную на рисунке 1. Графики любого вида можно переносить в нужное место документа, изменять их размер с помощью маркеров, появляющихся при выделении графика, а также редактировать границы областей аргументов и функций.

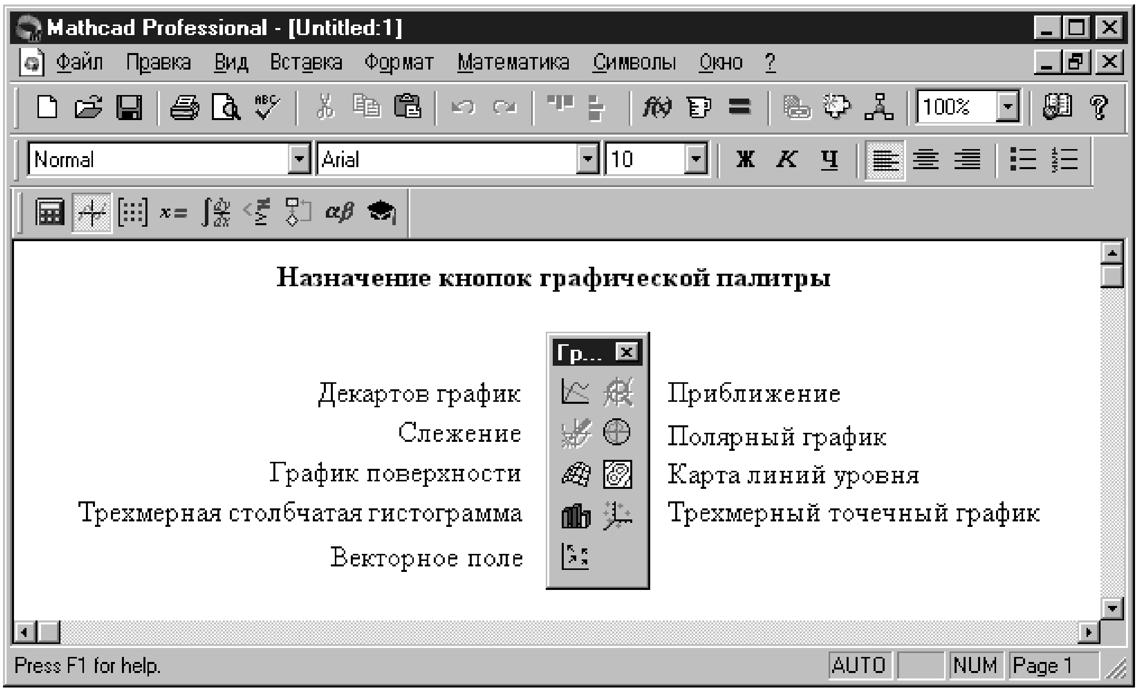


Рисунок 1. Палитра инструментов графики

Для редактирования заданных по умолчанию графических параметров используется окно задания форматов, для вызова которого достаточно дважды быстро щелкнуть левой кнопкой мыши, установив курсор в область графика.

Двухмерный декартов график

Пакет *MahtCAD 2000 Professional* позволяет использовать два способа построения плоских графиков в декартовой системе координат. При первом – наиболее простом способе построения – достаточно вызвать шаблон *X-Y Plot*, в который следует ввести имя переменной x по оси X и выражение, описывающее функцию $f(x)$ по оси Y.

Для второго способа необходимо вначале задать ранжированную переменную – например x, определив диапазон ее изменения и шаг d, который указывается вводом начального значения переменной x_0 и, через запятую, значения $x_0 + d$. После чего через две точки указывается конечное значение x, см. рис. 2. Затем надо задать соответствующие функции и вызвать графический шаблон, при заполнении которого используются имена переменных и функций. Если в одном шаблоне строится несколько графиков, то для их разделения следует использовать запятые.

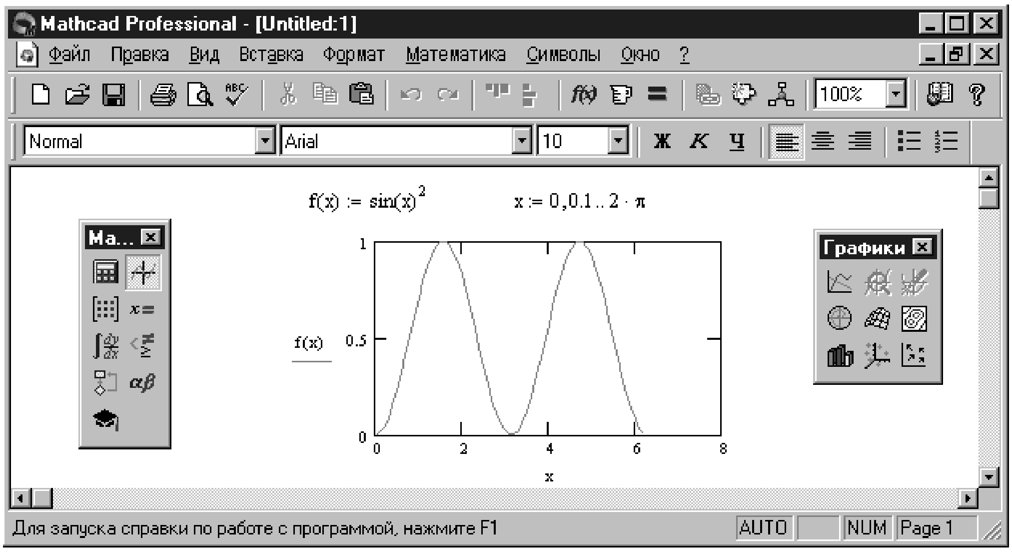


Рисунок 2. Пример построения двухмерного декартова графика

Полярный график

В полярной системе координат каждая точка задается углом W и модулем радиус-вектора $R(W)$. График функции обычно строится в виде линии, которую описывает конец радиус-вектора при изменении угла W в определенных пределах, чаще всего от 0 до 2π (рис. 3).

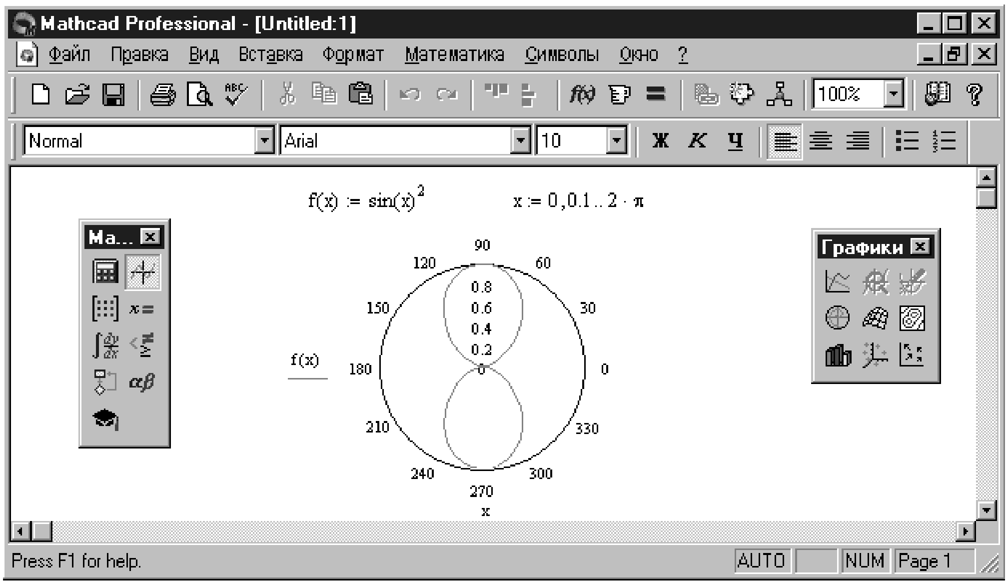


Рисунок 3. Пример построения полярного графика

Трехмерный график

Операция служит для построения поверхности вида $Z(X,Y)$, представленной матрицей M значений аппликат Z. В единственный шаблон данных вводится имя матрицы со значениями аппликат поверхности (рис. 4).

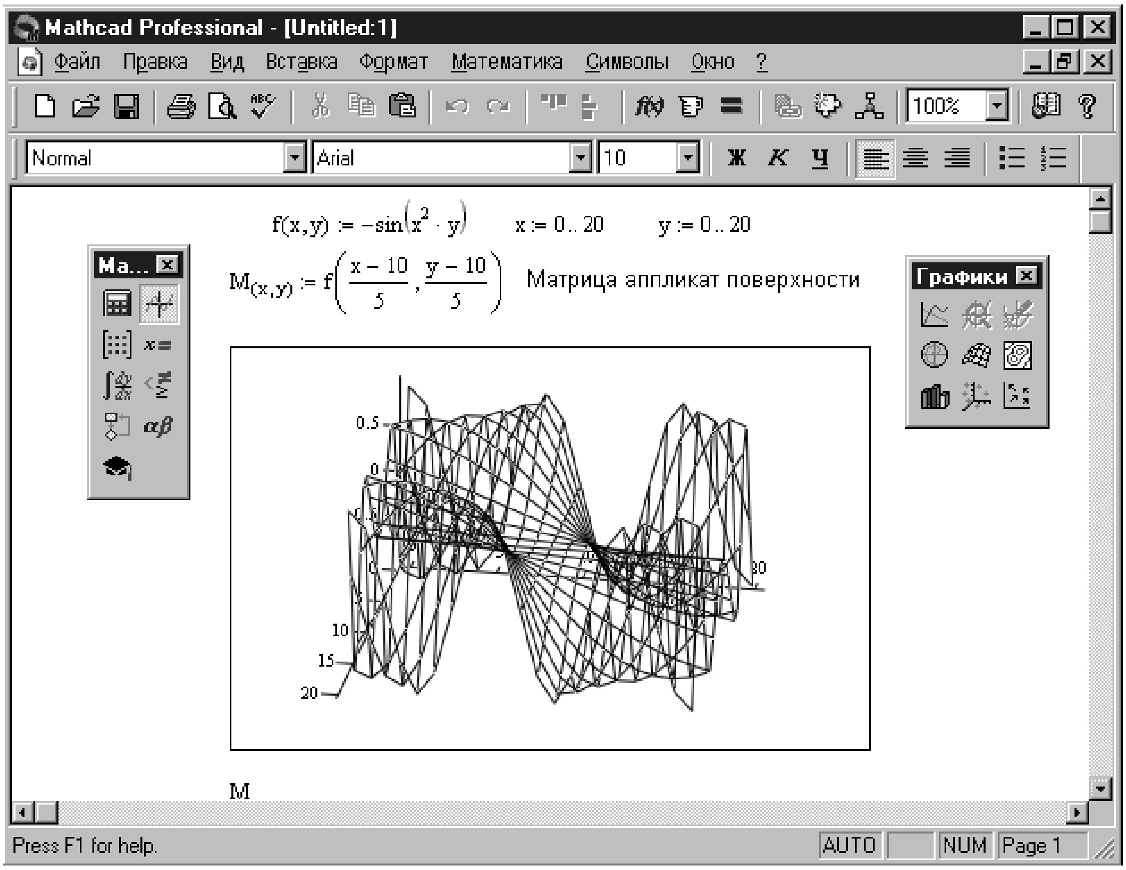


Рисунок 4. Пример построения трехмерного графика поверхности

Прежде чем приступить к построению графика поверхности, ее необходимо сформировать матрицу ее аппликат с помощью следующей последовательности действий:

- ввести выражение для расчета аппликат поверхности в виде функции двух аргументов $Z(x, y){:=}f(x, y)$;
- задать векторы числа узловых точек по осям $i{:=}0..\ n,\ j{:=}0..\ m$;
- сформировать векторы значений аргументов функции в узловых точках $x_i{=}i\cdot(x_k{-}x_0)/n$, $y_j{=}j\cdot(y_k{-}y_0)/m$;
- рассчитать матрицу M, содержащую результаты вычислений для аппликат поверхности в узловых точках – $M_{i,j}{:=}Z(x_i, y_j)$.

Поскольку график строится на основании матрицы, содержащей только координаты высот фигуры (аппликаты), то истинные масштабы по осям X и Y неизвестны и на рисунках не проставляются. Могут, впрочем, выводиться просто порядковые номера элементов матриц в заданном направлении. Большие возможности дает несколько иной способ задания поверхности – в параметрическом виде. При этом приходится формировать три матрицы и указывать их в шаблоне в виде X, Y, Z.

Контурный график

Еще один широко распространенный тип графиков для представления поверхностей – с помощью линий равного уровня (рис. 5). Используемый для их построения шаблон подобен описанному выше трехмерному графику.

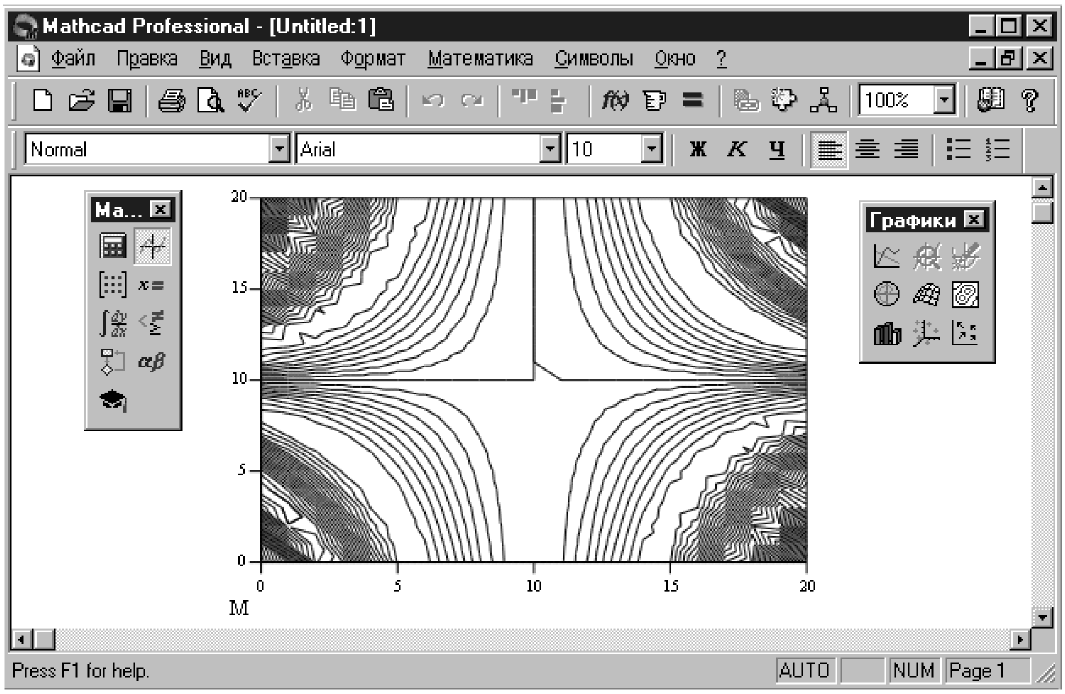


Рисунок 5. Пример построения контурного графика поверхности

Зачастую контурные графики более информативны, чем просто поверхности, поскольку у последних нередко одни части закрывают другие. Например, пик на переднем плане может закрыть задний план, чего нет на контурных графиках.

Карта векторного поля

Если линии контурного графика заменить векторами, стрелки которых обращены острием в сторону нарастания высоты поверхности, а плотность расположения зависит от скорости этого нарастания, то получится карта векторного поля (рис. 6).

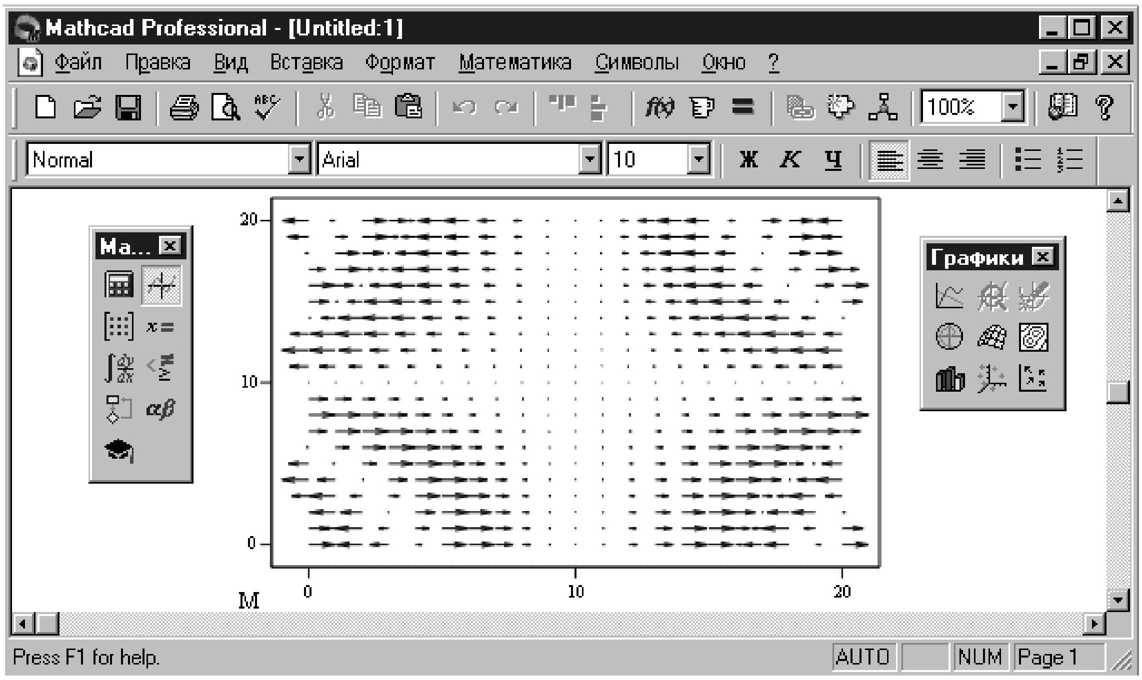


Рисунок 6. Пример построения векторного графика поверхности

Трехмерный точечный график

Нередко поверхности представляют в виде точек или иных фигур, находящихся в трехмерном пространстве, каждая из которых несет информацию о положении ее геометрического центра (рис. 7).

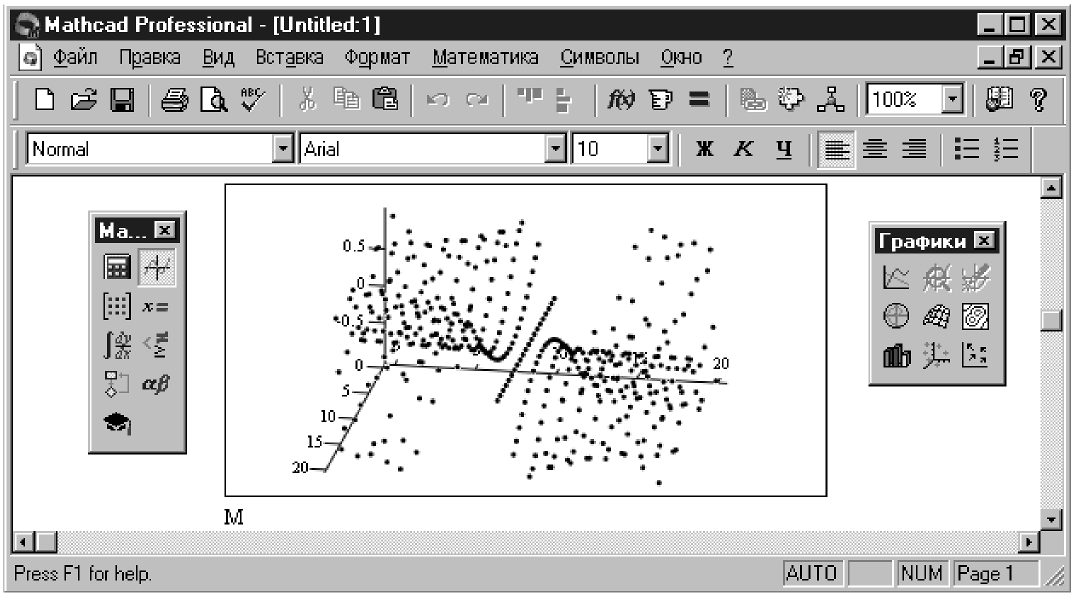


Рисунок 7. Пример построения трехмерного точечного графика

Трехмерная столбчатая гистограмма

Весьма распространенной формой изображения поверхностей является представление ее рядом трехмерных столбиков, высота которых определяется значением координаты $z(x, y)$, см. рис. 8.

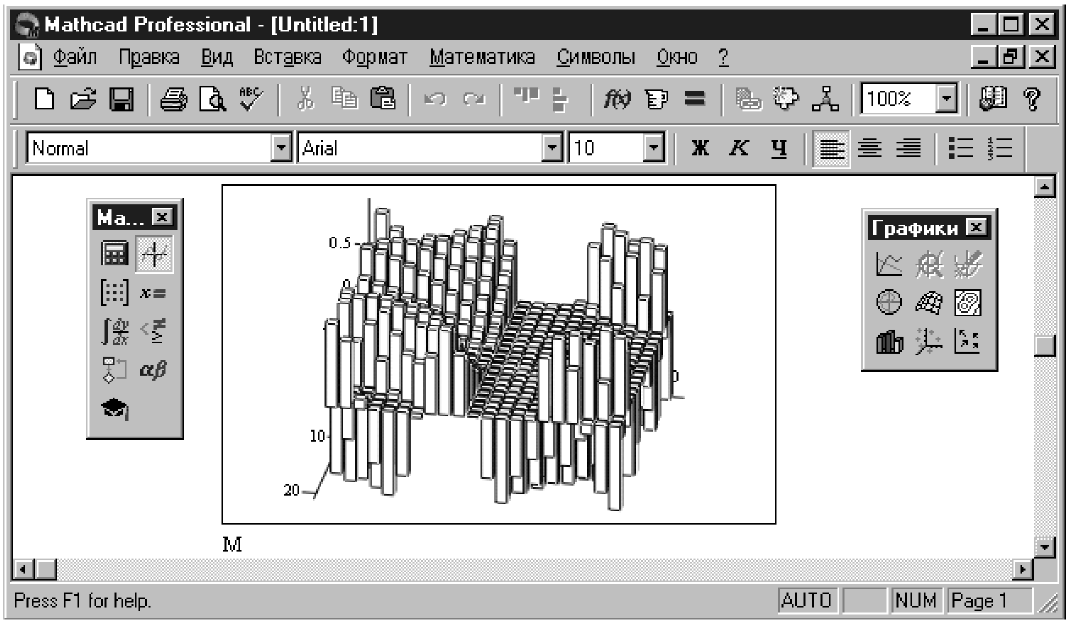


Рисунок 8. Пример построения трехмерной столбчатой гистограммы

Подобные графики широко применяются при представлении сложных статистических данных – например, представленных тремя независимыми переменными. Обычно их построение достаточно трудоемко, *MahtCAD* же превращает данную процедуру в обыденную операцию.

АНИМАЦИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

При визуализации различных процессов достаточный интерес вызывает создание анимационных графиков, имитирующих динамику рассматриваемой физической системы или объекта, реализация которых в *MahtCAD* осуществляется с помощью команды *Анимация* (*Animate*) позиции *Вид* (*View*) главного меню. Разберем последовательность анимации на примере моделирования движения тела, брошенного со скоростью 10 м/с под углом 45° к горизонту.

Подготовка исходного графика

Перед тем как анимировать поведение какого-либо физического объекта или течение процесса, его следует представить в виде соответствующей функции времени (или ряда временных функций). Для рассматриваемого примера координаты тела в любой момент времени описываются следующими уравнениями:

$$\begin{cases} x(t) = V_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y(t) = V_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - g \cdot \dfrac{t^2}{2} \end{cases}$$

где g – ускорение свободного падения.

Чтобы анимационный график отражал полет тела в реальном масштабе времени, надлежит предварительно рассчитать время его полета, поскольку это необходимо в дальнейшем при определении числа кадров и скорости их воспроизведения (число кадров = время полета x скорость воспроизведения). Кроме того, следует найти также дальность полета, т.к. при построении графика нужно будет задать границы изменения координат тела, чтобы зафиксировать изображение рабочей области, в противном случае размер графического окна будет меняться в процессе воспроизведения кадров. Чтобы соразмерить масштаб осей, можно ввести в шаблон графика одинаковые значения границ по *X* и *Y*, а также отрегулировать размер области графических построений до вида квадрата. Следующим шагом является задание аргумента временной функции через системную переменную *MahtCAD – FRAME* (рис. 9).

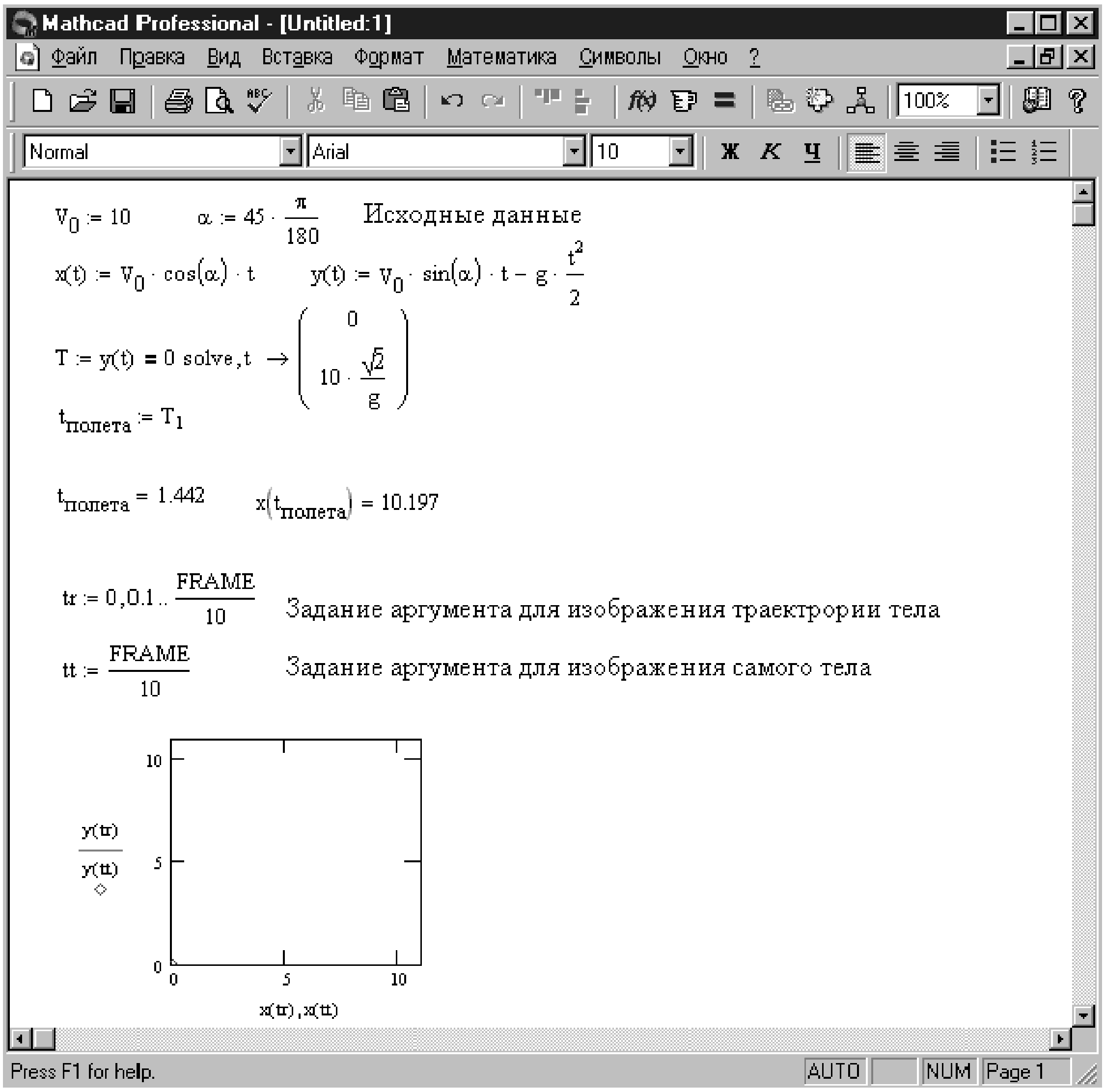


Рисунок 9. Пример подготовки исходного графика

При этом следует учитывать сценарий вывода изображений, а именно: если аргумент задается как ранжированная функция, то картинка отражает график траектории полета, если же аргумент задать как единственное значение, то кадры положения тела в каждый момент времени будут последовательно сменять друг друга. В заключение подготовительного этапа строится непосредственно сам исходный график, который будет анимирован. Естественно, что при задании его параметров следует учитывать изложенные выше рекомендации.

Реализация анимационного графика

Для анимации исходного графика следует запустить команду *Анимация* (*Animate*). В появившемся окне задаются начальное и конечное значение переменной *FRAME* (число кадров) и скорость воспроизведения. Для рассматриваемого примера установим скорость – 10 кадр/с, таким образом, минимальное число кадров для отражения всего времени полета тела будет равно 15. Следующим шагом является выделение области анимации, т. е. самого графика (рис. 10).

После выделения анимационной области пользователю остается нажать кнопку “*Анимация*”, при этом, если все подготовительные операции выполнены успешно, в окне активизируется небольшой встроенный дисплей, на который будут выводить изображения создаваемых кадров и их соответствующие номера рядом с надписью “*FRAME*”.

По готовности анимационного клипа для его просмотра появится окно *Playback* (рис. 11). Для запуска клипа достаточно нажать кнопку с изображением треугольника в левом нижнем углу окна просмотра. Рядом с кнопкой запуска находится еще одна кнопка, которая позволяет настраивать параметры просмотра: изменять размеры окна, варьировать скорость воспроизведения и т.д.

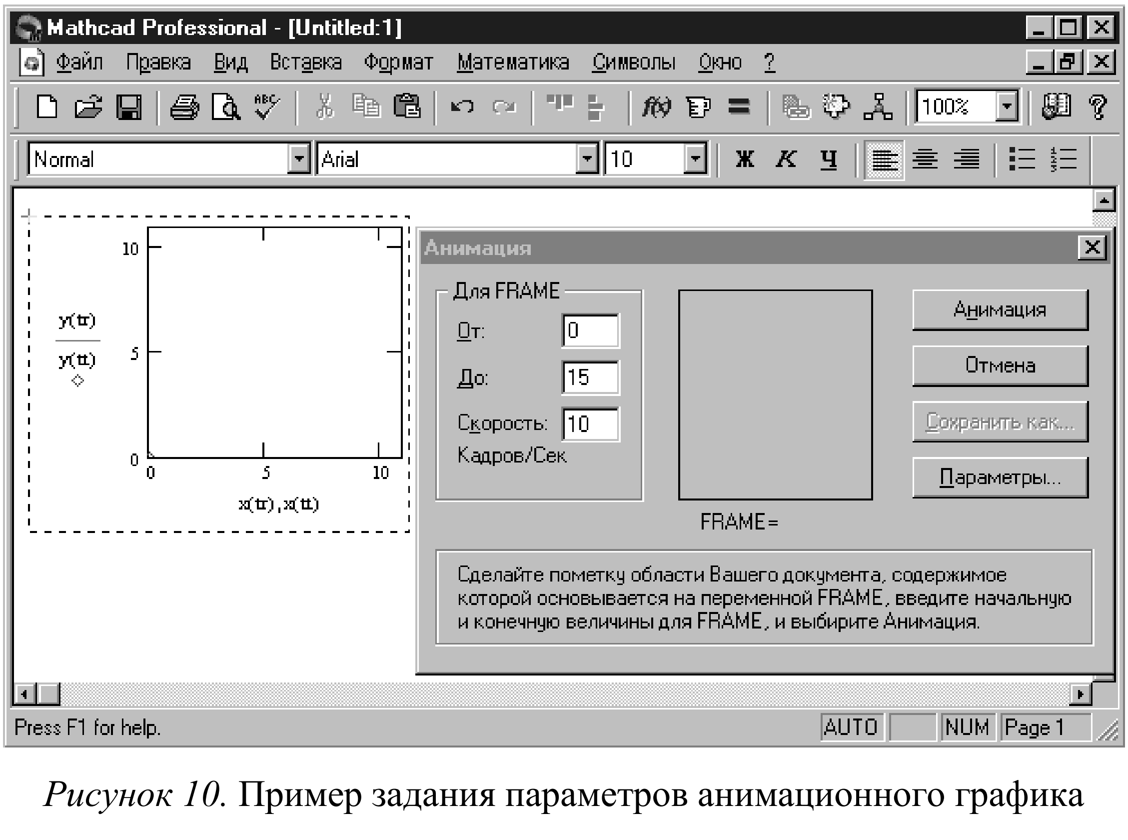


Рисунок 10. Пример задания параметров анимационного графика

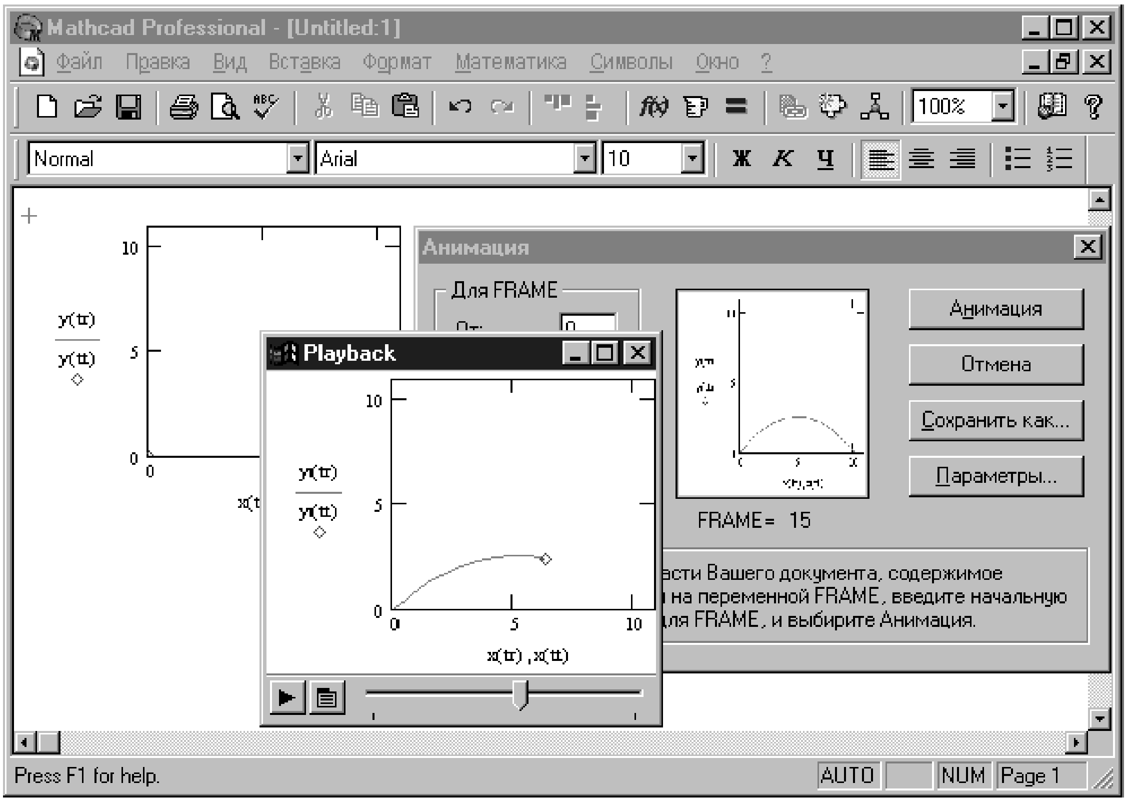


Рисунок А.11. Пример реализации анимационного графика

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ

Будучи автоматизированной системой, предназначенной для проведения физико-математических расчетов, *MahtCAD* существенно облегчает и ускоряет выполнение самых разнообразных вычислительных процедур. В данном разделе приводится только та часть его возможностей, использование которой необходимо для успешного выполнения лабораторного практикума.

Решение алгебраических уравнений и систем
Функции root и polyroots

Многие уравнения и системы из них не имеют аналитических решений. Однако они могут решаться численными методами с заданной погрешностью (не более значения, заданного системной переменной *TOL*). Для простейших уравнений вида $F(x) = 0$ решение находится с помощью функции *root* (Выражение, Имя переменной).

Эта функция возвращает значение переменной, при котором выражение дает 0. Функция реализует вычисления итерационным методом, причем можно задать начальное значение переменной, что бывает особенно полезным при существовании нескольких решений. Рисунок 12 иллюстрирует технику применения функции *root* для вычисления корней кубического полинома. Для поиска корней обычного полинома $p(x)$ степени n пакет *MahtCAD 2000 Professional* содержит функцию *polyroots*(V), возвращающую вектор корней полинома, коэффициенты которого находятся в векторе V с длиной, равной $n+1$. При этом будут найдены как вещественные, так и комплексные корни (рис. 13). Не рекомендуется пользоваться данной функцией, если степень полинома выше пятой-шестой, т.к. в этом случае трудно получить малую погрешность вычисления корней.

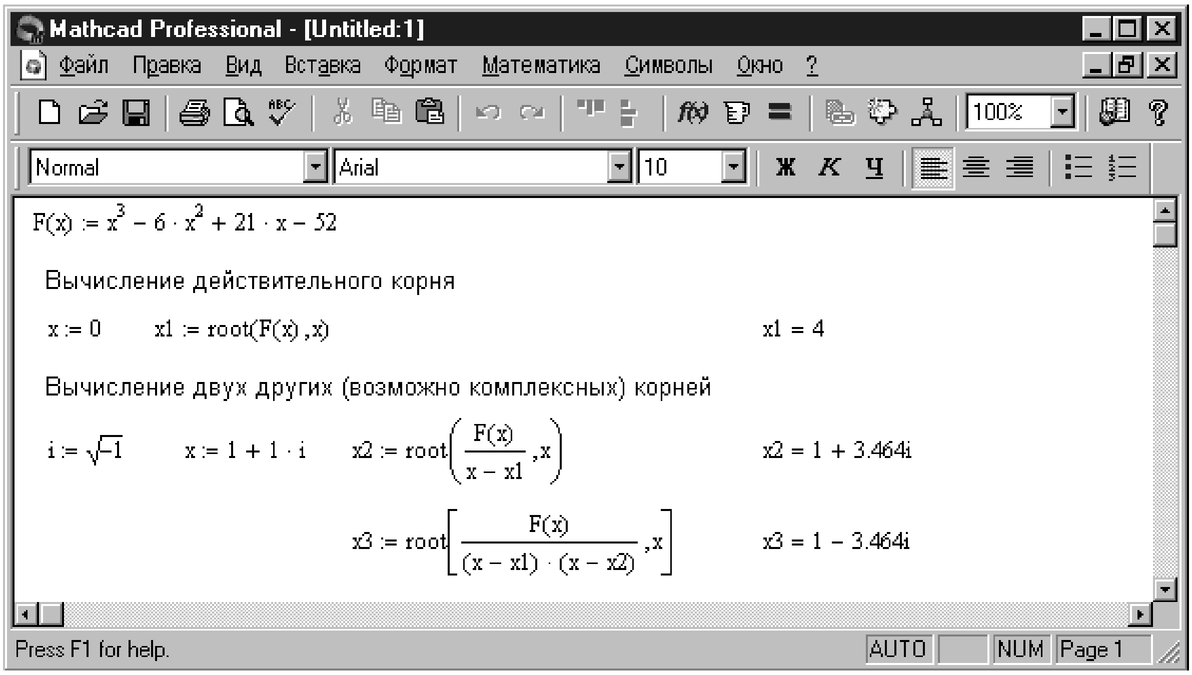


Рисунок 12. Пример вычисления корней функцией *root*

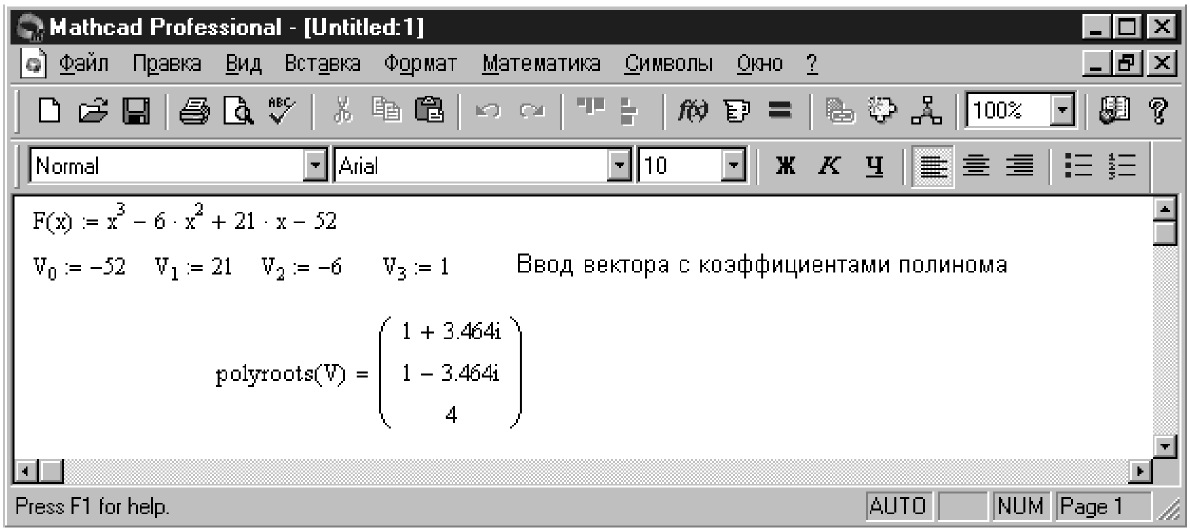


Рисунок 13. Пример поиска корней с помощью *polyroots*

Обратите внимание на задание элементов вектора. При задании номера элемента массива следует использовать шаблон из палитры «Матрицы», либо клавишу клавиатуры «[». Для ввода текстового индекса переменной используется клавиша точки.

Встроенные блоки Given... Find и Given... Mineer

При решении систем уравнений *MahtCAD* предоставляет для использования специальный вычислительный блок, открываемый служебным словом – директивой *Given* и имеющий следующую структуру:

- начальные приближения для искомых решений;
- служебное слово – *Given*;
- решаемые уравнения, в которых должен использоваться знак символического (логического) равенства;
- выражения с функциями *Find* и *Mineer* (рис. 14).

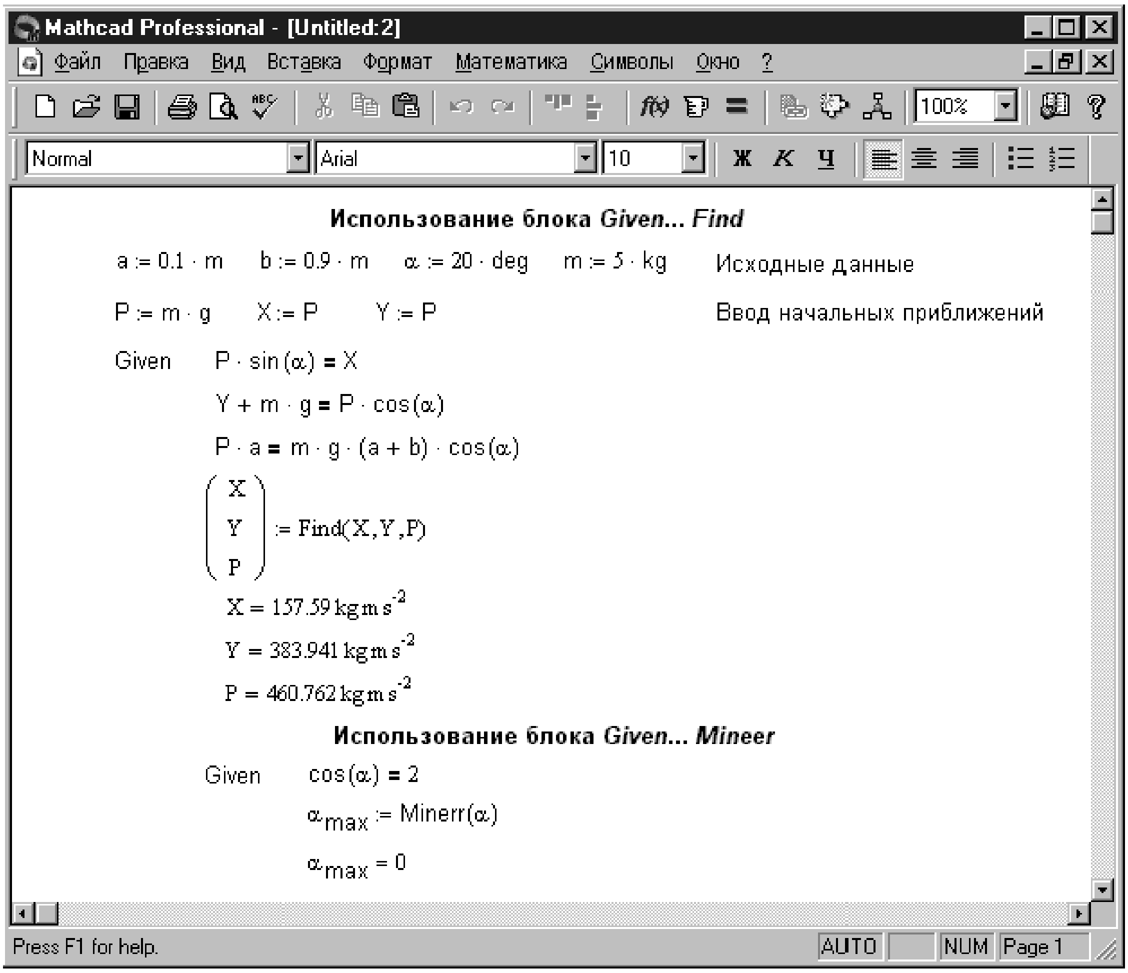


Рисунок 14. Примеры использования расчетных блоков

В заключение решения рекомендуется дополнить блок проверкой решения системы. В блоке может использоваться одна из функций:

Find (*var1, var2, ...*) – возвращает значение для точного решения;
Mineer (*var1, var2, ...*) – находит приближенное решение.

Первая используется, когда решение реально существует (хотя может и не являться аналитическим). Вторая пытается найти максимальное приближение к несуществующему решению путем минимизации среднеквадратичной погрешности решения.

Векторно-матричное решение системы линейных уравнений

MahtCAD позволяет решать широкий круг задач линейной алгебры, используя встроенные векторно-матричные функции и операторы математической палитры «Матрицы». К примеру, если задана матрица A и вектор B для системы линейных уравнений в матричной форме записи $A{\cdot}X{=}B$, то вектор решения можно получить из выражения $X{=}A^{-1}{\cdot}B$. Если уравнений n, размерность вектора B должна быть тоже n, а матрицы A – n х n. Поскольку решение систем линейных уравнений – довольно распространенная задача, то в *MahtCAD* введена встроенная функция *lsolve* (*A, B*). Варианты векторно-матричного решения системы уравнений, рассмотренной в примере, приведены на рис. 15.

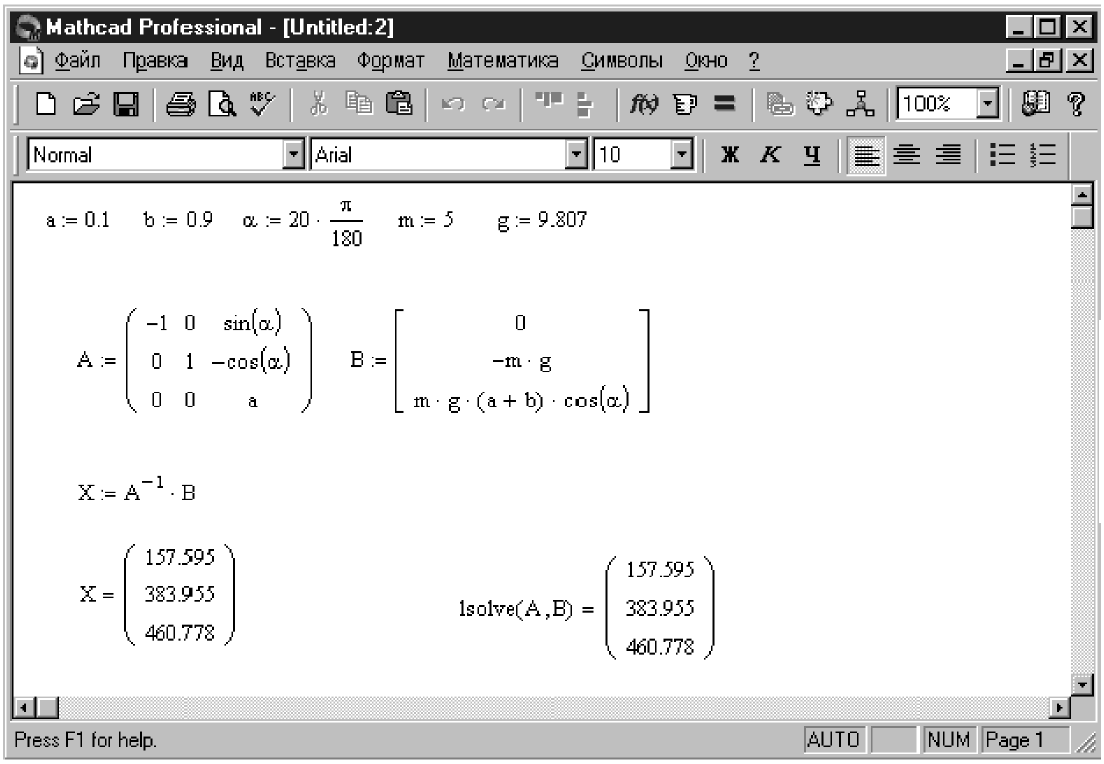


Рисунок 15. Примеры векторно-матричного решения

Аналитическое решение уравнений

Для проведения аналитических выкладок и преобразований *MahtCAD 2000 Professional* дополнен символьным ядром (процессором), аналогичным применяемому в одной из самых мощных систем компьютерной алгебры – *Maple*. Операции, относящиеся к работе символьного процессора, содержатся в подменю позиции *Символы* (*Symbolic*) главного меню, для реализации которых можно также использовать соответствующую математическую палитру.

При нахождении символьного решения системы уравнений может использоваться блок *Given... Find*. Отличие от применения данного блока для численного решения заключается в том, что в этом случае начальные приближения для решений не задаются и вместо оператора присваивания “:=” употребляется оператор символьного вывода “→”, вводимый из соответствующей палитры.

Самостоятельная работа студентов

1. Математический пакет MatLAB: изучение базовых возможностей пакета; практическое использование его программной среды для выполнения лабораторных работ

Рекомендуемая литература:

1. Кривилев А.В. Основы компьютерной математики с использованием системы MatLAB. М.: Лекс-Книга, 2005. – 496 с.
2. Потемкин В.Г. Система MatLAB 5 для студентов: справочное пособие. М.: Диалог-МИФИ, 1998. – 314 с.
3. Дьяконов В.П. Справочник по применению PC MatLAB. М.: Физматлит, 1993.

2. Математический пакет Maple: изучение базовых возможностей пакета; практическое использование его программной среды для выполнения лабораторных работ

Рекомендуемая литература:

1. Васильев А.Н. Maple 8: самоучитель. М.: Изд. дом «Вильямс», 2003. – 352 с.
2. Матросов А. Maple 6. Решение задач высшей математики и механики. СПб.: БХВ-Петербург, 2001. – 528 с.
3. Прохоров Г.В., Леденев М.А., Колбеев В.В. Пакет символьных вычислений Maple 5. М.: Компания «Петит», 1997. – 200 с.

2. Вопросы к зачету

2.1. Понятие и назначение пакетов прикладных программ.
2.2. Программные средства автоматизации вычислений.
2.3. Табличные процессоры.
2.4. Математические пакеты.
2.5. Структура и характеристика элементов математических пакетов.
2.6. Особенности использования встроенных библиотек.
2.7. Специализация математических пакетов.
2.8. Базовые возможности математических пакетов.
2.9. Встроенные блоки для решения систем уравнений.
2.10. Графические возможности математических пакетов.
2.11. Средства программирования математических пакетов.
2.12. Средства решения дифференциальных уравнений.
2.13. Понятие и назначение системного интегратора.
2.14. Этапы автоматизации решения прикладной задачи.
2.15. Жизненный цикл программного продукта.

3. Оценочные критерии

Студент получает зачет по изучаемой дисциплине в случае, если он свободно владеет основными теоретическими понятиями и определениями, а также умеет правильно использовать рассмотренные практические методы.

Содержание