

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**(ФГБОУ ВО «АмГУ»)**

Факультет математики и информатики  
Кафедра математического анализа и моделирования  
Направление подготовки – 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
Направленность (профиль) образовательной программы Прикладная математика и информатика

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ  
И.о. зав. кафедрой  
\_\_\_\_\_ Н.Н. Максимова  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.

**БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА**

на тему: Математическое моделирование процессов и явлений на рынке конкурирующих товаров

Исполнитель  
студент группы 852об

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

В.В. Шенец

Руководитель ВКР  
доцент, канд. тех. наук

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

Т.В. Труфанова

Нормоконтроль  
ст. преподаватель,  
канд. физ.-мат. наук

\_\_\_\_\_  
(подпись, дата)

Л.И. Мороз

Благовещенск 2022

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**(ФГБОУ ВО «АмГУ»)**

Факультет математики и информатики  
Кафедра математического анализа и моделирования

УТВЕРЖДАЮ  
И.о. зав. кафедрой  
\_\_\_\_\_ Н.Н. Максимова  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2022 г.

**З А Д А Н И Е**

- К выпускной квалификационной работе студента Шенец Вадима Викторовича
1. Тема выпускной квалификационной работы: Математическое моделирование процессов и явлений на рынке конкурирующих товаров (утверждена приказом от 05.04. 2022 № 679-уч)
  2. Срок сдачи студентом законченной работы: 23.06.2022 г.
  3. Исходные данные к выпускной квалификационной работе: формулировка темы ВКР, литературные источники, среда разработки ППП Matlab.
  4. Содержание выпускной квалификационной работы (перечень подлежащих разработке вопросов): математические модели на рынке конкурирующих товаров; реализация математического моделирования процесса конкуренции в ППП Matlab.
  5. Перечень материалов приложения: листинги компьютерной программы.
  6. Консультанты по выпускной квалификационной работе: Нормоконтроль – Мороз Л.И., старший преподаватель, канд. физ.-мат. наук.
  7. Дата выдачи задания: 06.05.2022
- Руководитель выпускной квалификационной работы: Труфанова Татьяна Вениаминовна, канд. техн. наук, доцент,  
Задание принял к исполнению (06.05.2022): \_\_\_\_\_ Шенец В.В.

## РЕФЕРАТ

Бакалаврская работа содержит 53 с., 26 рисунков, 3 таблицы, 3 приложения, 27 источников.

### РАВНОВЕСНАЯ ЦЕНА, СПРОС, ПРЕДЛОЖЕНИЕ, МОДЕЛЬ ЛОТКИ – ВОЛЬТЕРРА, КОНКУРЕНЦИЯ, ППП MATLAB

Целью выпускной квалификационной работы является компьютерная реализация математической модели соперничества, которая способствует анализу рынка конкурирующих товаров.

В бакалаврской работе рассмотрены экономико-математическое моделирование рынка конкурирующих товаров с использованием известной модели межвидовой конкуренции Лотки-Вольтерра.

Представлена реализация математической модели соперничества, основанной на применении встроенных средств ППП Matlab. Проведен эксперимент при помощи вычислительной программы «Main» в ППП MATLAB.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	6
1 Основы экономико-математического представления рынка конкурирующих товаров и услуг	8
1.1 Равновесная цена и модели её формализации	9
1.1.1 Спрос и предложение, влияние на рыночное равновесие	11
1.1.2 Равновесие на рынке, виды	12
1.1.3 Нарушение равновесия, причины нарушения	13
1.2 Модель межвидовой конкуренции Лотки-Вольтерра	14
1.3 Модель «хищник-жертва»	16
2 Конкурентоспособность предприятий, товара и услуг	21
2.1 Сущность конкуренции	21
2.1.1 Характеристика конкуренции	22
2.1.2 Виды конкуренции	23
2.2 Главные факторы, влияющие на конкурентоспособность	24
2.3 Конкурентоспособность предприятий	25
3 Численные методы и программные средства для реализации моделей на рынке конкурирующих товаров и услуг	29
3.1 Программные средства исследования модели	29
3.1.1 Прикладные пакеты для решения исследуемой задачи	29
3.1.2 Описание возможностей программного средства	30
3.2 Модель конкуренции без запаздывания и с запаздыванием	31
3.3 Пример реализации конкуренции на основе предприятий	36
3.3.1 Вычислительный эксперимент	36
4 Математическое и программное обеспечение для реализации модели конкуренции	38
4.1 Введение в реализацию модели средствами ППП Matlab	38
4.2 Реализация модели и вычислительный эксперимент	40
Заключение	44

Библиографический список	45
Приложение А Листинг вычислительной программы конкуренции предприятий (компаний)	48
Приложение Б Листинг вычислительной программы «Main» в ППП Matlab	50
Приложение В Листинг вычислительной программы «Lotka-Volterra» в ППП Matlab	53

## ВВЕДЕНИЕ

В экономической сфере регулярно происходят сильные изменения: создаются новые рабочие места, наблюдается рост производства в различных отраслях, совершенствуются технологии. Важным элементом экономики является конкуренция.

Существует множество математических методов описания самых разных экономических ситуаций.

Актуальность работы заключается в том, что область, касающаяся связи между несколькими влияющими друг на друга товарами, пока остается плохо исследованной. Это обусловлено, во-первых, трудностью выявления характера влияния конкурирующих товаров друг на друга, а во-вторых, сложностью проверки правильности найденных решений на практике.

Новизна работы основана на изменении цен товаров, связанных с экономическими санкциями.

Целью выпускной квалификационной работы является компьютерная реализация математической модели соперничества, которая способствует анализу рынка конкурирующих товаров (при изменении цен на товары).

Для достижения поставленной цели необходимо выполнить следующие задачи:

- обзор и приобретение навыков работы с программным продуктом для решения поставленной задачи;
- анализ собранных материалов, подготовка обоснования актуальности и практической значимости выпускной квалификационной работы;
- формализация исследуемого явления или процесса в виде математической модели.
- изучить модель Лотки-Вольтерра;
- описать математическую модель конкурентных процессов на основе модели Лотки-Вольтерра;

- проанализировать результат построения модели.

Первая глава посвящена основным понятиям, принципам и этапам математического моделирования в экономике.

Во второй главе рассказывается о товарной конкуренции, сущности конкуренции, ее видах, дается таблица конкуренции предприятий по различным факторам России и Дальнего Востока.

В третьей главе рассматриваются численные методы и программные средства для реализации модели конкуренции.

Четвертая глава представлена через реализацию модели конкуренции, компьютерный эксперимент и анализ полученных данных.

# 1 ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ В ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЫНКА КОНКУРИРУЮЩИХ ТОВАРОВ

При изучении рынка необходимо понимать, что рынок – это большая система экономических отношений, прежде всего между производителями и потребителями продукции, зависящая от спроса и предложения.

В результате взаимодействия спроса и предложения на рынке устанавливаются цены на несколько категорий товаров и услуг. Есть рыночное ценообразование.

Спрос – это отношение, существующее между ценой товара и количеством товара, которое покупатели готовы приобрести по установленной цене в течение определенного периода времени.

Обозначим  $Q$  количество товара, а  $P$  цену товара, тогда аналитическое выражение спрос-функции будет иметь вид:  $Q_d = f(P)$ , где  $Q_d$  – количество товара, на который идёт спрос (иллюстрация представлена на рисунке 1).

$Q_d = a - b \cdot P$  – формула линейной функции спроса, где  $a$  – величина спроса,  $b$  – изменение величины спроса, при изменении цены на единицу.

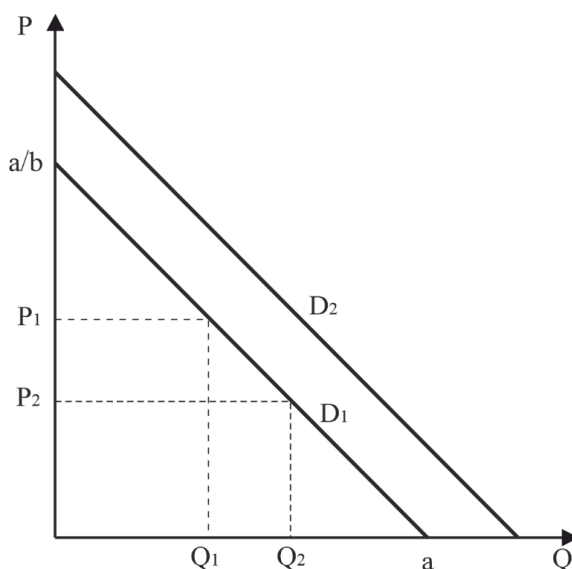


Рисунок 1 – Изменение линейной функции спроса

С  $P_1$  до  $P_2$  происходит снижение цены, тем временем величина спроса с  $Q_1$  до  $Q_2$  растёт.



Предложение – это отношение, существующее между ценой товара и количеством товара, которое продавцы поставляют на рынок в течение определенного периода времени.

Аналитически функцией будет  $Q_s = f(P)$ , где индекс  $s$  – предложение.

В качестве линейной формы записи будет вид (показано на рисунке 2):

$$Q_s = c + d \cdot P,$$

где  $c$  – величина предложения при нулевой цене;

$d$  – изменение величины предложения.

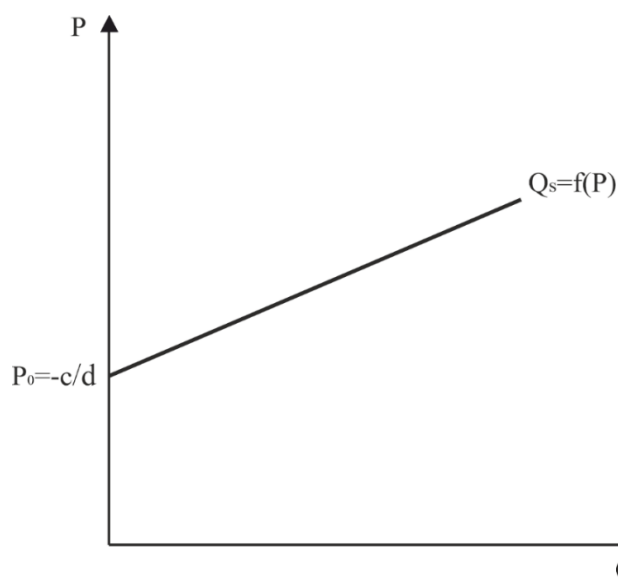


Рисунок 2 – Линейная функция предложения

$P_0$  показывает минимальную цену. Минимальная цена определяется в виде уравнения  $Q_s = c + d \cdot P$ , при  $Q_s = 0$ , т.е.  $P = \frac{-c}{d}$  (если  $c < 0, P < 0$ ).

### 1.1 Равновесная цена и модели её формализации

Рассматривая поведение двух субъектов – потребителя и производителя, следует понимать, что взаимодействие этих субъектов приводит к понятию равновесия.

Баланс – это такое состояние системы, которое абсолютно устраивает всех участников за неимением лучшего.

Рассмотрим рынок одного товара. В данном примере понимается, что существует потребительский спрос и предложение. Вводится обозначение:  $x(p, I)$  – спрос, а  $q(p, w)$  – предложение.

Если  $p^*$  равновесная цена, то считаем, что  $x(p^*, I) = q(p^*, w)$  имеет место равновесие.

В экономической сфере рынка термин «равновесие» понимается как, полное равенство спроса на товар  $D$  и самого предложения этого товара  $S$ , при абсолютно равной цене на данный товар  $p^*$ .

Математическое выражение зависимости спроса и предложения при одинаковой цене будет иметь вид:

$$D(p^*) = S(p^*).$$

На рисунке 3 дана иллюстрация понятия равновесия (в условиях нормальности товара).

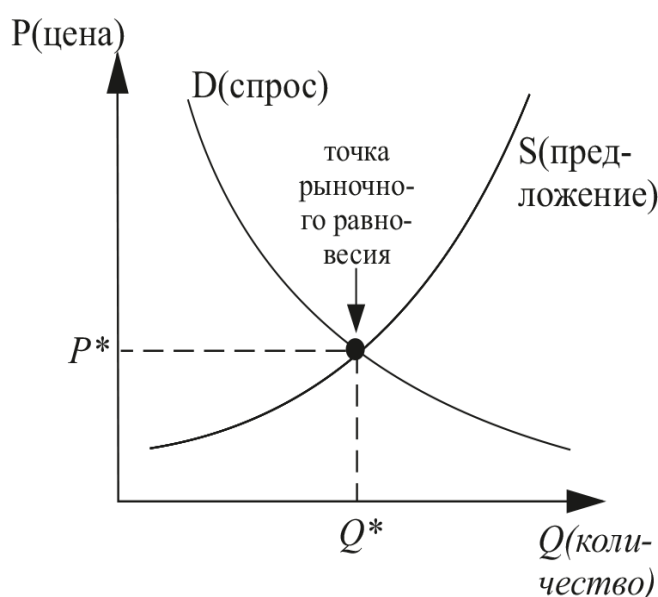


Рисунок 3 – Иллюстрация равновесия

Рассмотрим частный случай, когда спрос и предложение описываются линейными зависимостями от цены, эту картину мы можем видеть на рисунке 4.

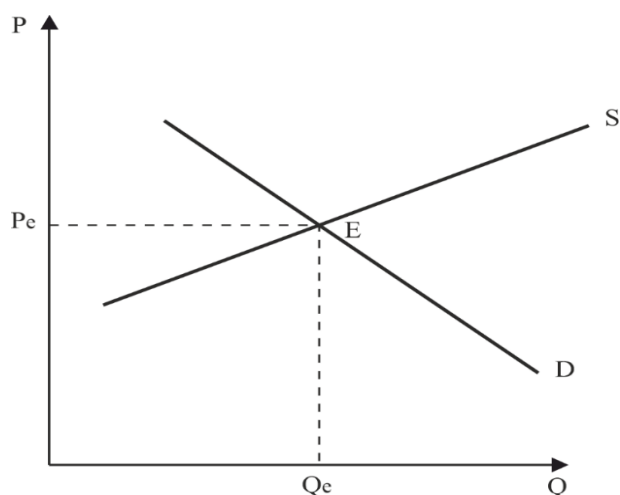


Рисунок 4 – Рыночное равновесие

Исследуя график, можно наблюдать, что точка равновесия  $E$ , в большинстве случаев будет образовываться пересечением функций спроса и предложения, тем самым определяя равновесную цену  $P_e$  и равновесное количество  $Q_e$ .

Точка равновесия имеет место смещения при изменении ситуации на рынке.

### 1.1.1 Спрос и предложение, влияние на рыночное равновесие

Используя графический анализ проследим влияние многих факторов на параметры равновесия.

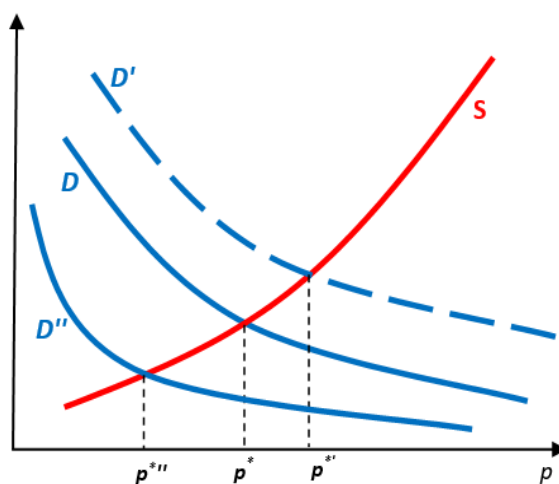


Рисунок 5 – Влияние изменений спроса на равновесие [6]

Исследуя график, можно сказать, что при увеличении дохода потребителя, кривая спроса будет занимать более высокое положение.

Когда на рынке появится более эффективная и дешевая замена продукту, спрос на него уменьшится. Это сдвигает кривую спроса вниз.

На спрос также влияет изменение предложения товаров. Например, при значительном уменьшении затрат за счет понижения цены на сырье происходит увеличение предложения. В этом случае кривая предложения сдвинется вверх.

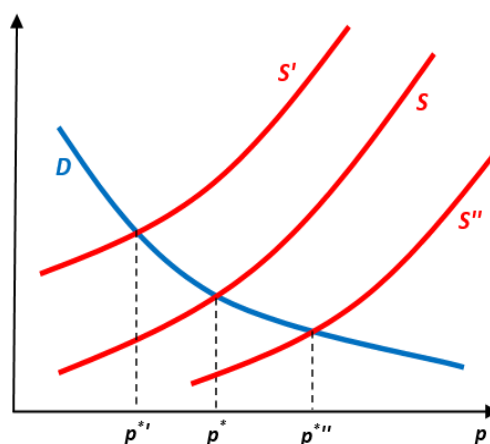


Рисунок 6 – Влияние изменений предложения на равновесие [6]

### 1.1.2 Равновесие на рынке, виды

В конкурентной экономике существует три вида равновесия, возникающее в условиях равного спроса на товар, который будет зависеть только от его цены и не зависит от времени:

1. Мгновенное равновесие – создается через небольшой промежуток времени, как возникнет спроса (линия  $S_1$ ).
2. Краткосрочное равновесие: после установления немедленного равновесия производитель использует имеющийся резерв, при этом за очень короткий промежуток времени предложение может незначительно увеличиться, а цена товара укрепиться (линия  $S_2$ ).
3. Длительное нормальное равновесие, после достижения кратковременного равновесия цена остается очень высокой (большой) (линия  $S_3$ ).

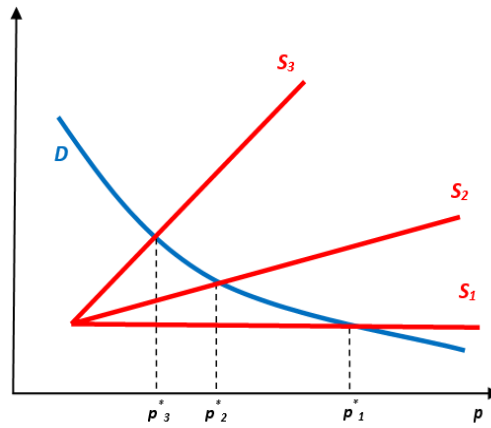


Рисунок 7 – Виды рыночного равновесия [6]

### 1.1.3 Нарушение равновесия, причины нарушения

Возможны такие ситуации, как (при неизменном предложении потребитель отклоняется от равновесия, увеличивая или уменьшая спрос):

1.  $x(p^*, l_1) > q(p^*, w)$ ;
2.  $x(p^*, l_2) < q(p^*, w)$ .

На графике изображены соответствующие кривые, где под цифрой 1 изображен график  $q(p, w)$ , под цифрой 2 изображен  $x(p, l)$ , под цифрой 3 изображен  $x(p, l_1)$ , под цифрой 4 изображен  $x(p, l_2)$ .

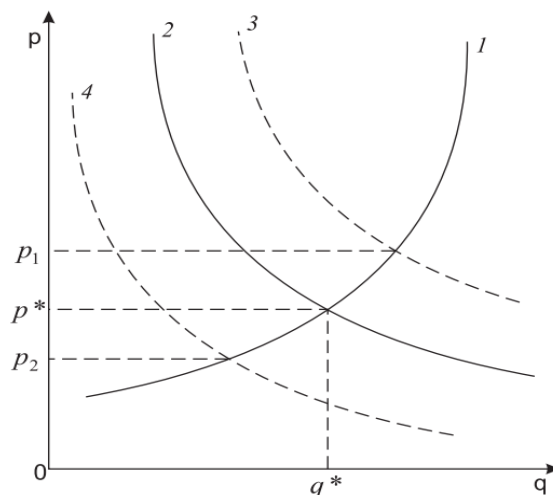


Рисунок 8 – Нарушение равновесия из-за потребителя [16]

Если же спрос фиксированный и спрос отклоняется от равновесия, то возможны две ситуации:

3.  $x(p^*, l_1) > q(p^*, w^1)$ ;
4.  $x(p^*, l_1) < q(p^*, w^2)$ .

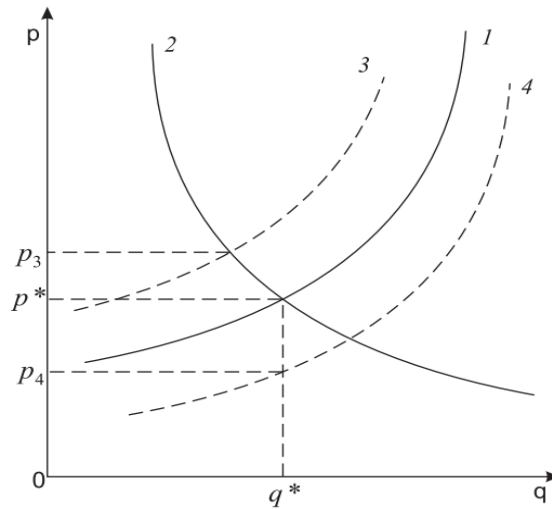


Рисунок 9 – Нарушение равновесия из-за производителя [16]

На координатной плоскости изображены соответствующие кривые, где под цифрой 1 изображен график  $q(p, w)$ , под цифрой 2 изображен  $x(p, l)$ , под цифрой 3 изображен  $q(p^*, w^1)$ , под цифрой 4 изображен  $q(p^*, w^2)$ .

В случаях 1 и 3 происходит полный дефицит при цене  $p^*$ , приводящее к повышению равновесной цены (до  $p_1$  и  $p_3$  соответственно).

Процессы 2 и 4 ведут к понижению равновесной цены (до  $p_2$  и  $p_4$  соответственно).

## 1.2 Модель межвидовой конкуренции Лотки-Вольтерра

В отношениях типа «хищник-жертва» увеличение численности одного вида приводит к увеличению численности другого вида и наоборот.

Пусть  $N_1(t), N_2(t)$  – численность двух популяций. Вводят понятие функции приспособленности для каждой из них:

$$\varepsilon_i(t, \theta, N_1, N_2, \dots) = \frac{1}{N_i} \cdot \dot{N}_i, \quad i = 1, 2. \quad (1)$$

Наиболее простой подход межвидового взаимодействия можно представить используя выражение (1) в виде нелинейной относительно функций  $N_1, N_2$  системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{N}_1 = (c_1 + a_{11} \cdot N_1 + a_{12} \cdot N_2) \cdot N_1, \\ \dot{N}_2 = (c_2 + a_{21} \cdot N_1 + a_{22} \cdot N_2) \cdot N_2. \end{cases} \quad (2)$$

где  $a_{12}N_1N_2, a_{21}N_1N_2$  характеризуют взаимодействие между видами.

Предполагается, что скорость изменения численности видов от их взаимодействия пропорциональна вероятности встречи между особями двух видов, то есть произведению  $N_1, N_2$ .

Коэффициенты  $a_{12}$  и  $a_{21}$  отрицательны тогда, когда популяцию конкурируют; положительны при образовании симбиоза; разные знаки уславливаются в отношениях типа «хищник-жертва».

$c_1N_1, c_2N_2$  характеризуют интенсивность рождаемости или смертности отдельной популяции в отсутствии другой.

$a_{11}N_1^2, a_{22}N_2^2$  характеризуют внутривидовую конкуренцию.

Модели различных видов конкуренции представлены на рисунке 10.

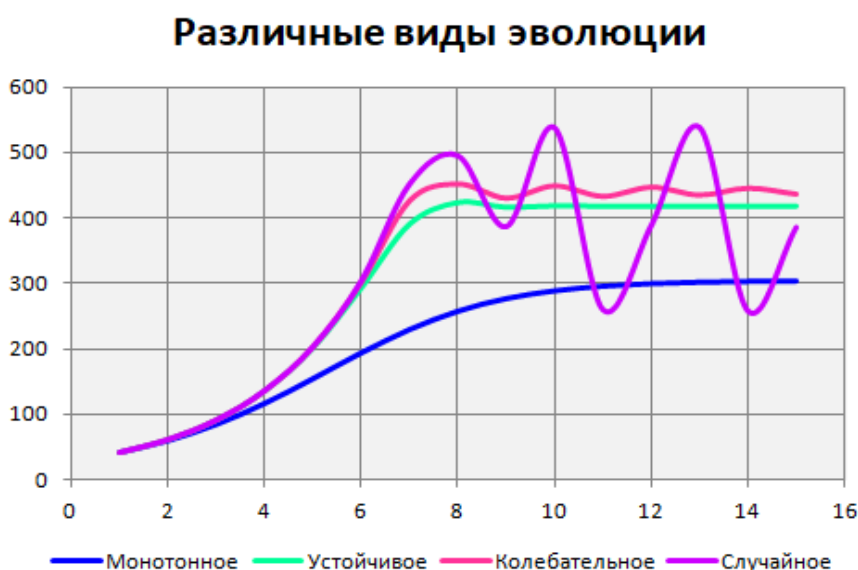


Рисунок 10 – Модель различных видов эволюции

Согласно биологическому смыслу будем рассматривать уравнение (2) с положительными значениями  $N_i$ .

Для условий конкуренции модель (2) примет следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{N}_1 = (c_1 - a_{11} \cdot N_1 - a_{12} \cdot N_2) \cdot N_1, \\ \dot{N}_2 = (c_2 - a_{21} \cdot N_1 - a_{22} \cdot N_2) \cdot N_2. \end{cases} \quad (3)$$

Модель (3) имеет недостатки, такие, что уживаться двум видам возможно только в том случае, если их численность лимитируется различными факторами. Модель предполагает, что для сосуществования видов достаточно любой разницы в соответствующих экологических требованиях.

Но для длительного сосуществования в изменяющейся среде требуется различие, достигающее определенной ценности.

### 1.3 Модель «хищник-жертва»

Рассмотрим модель «хищник-жертва», при которой: первая популяция будет служить пищей для второй, то есть будем считать, что  $N_1(t)$  – численность популяции жертв, а  $N_2(t)$  – численность популяции хищников. При отсутствии хищников, жертвы будут размножаться (при  $c_1 > 0$ ), а хищники наоборот будут вымирать из-за отсутствия пищи (при  $c_2 < 0$ ) [17].

Встречи хищников и жертв благоприятны для хищников ( $a_{21} > 0$ ) и неблагоприятны для жертв ( $a_{12} < 0$ ).

В отсутствие внутривидовой конкуренции ( $a_{11} = a_{22} = 0$ ) получаем пространенную модель Лотки-Вольтерра:

$$\begin{cases} \dot{N}_1 = (c_1 - a_{12} \cdot N_2) \cdot N_1, \\ \dot{N}_2 = (c_2 - a_{21} \cdot N_1) \cdot N_2. \end{cases} \quad (4)$$

где  $c_1 > 0, c_2 < 0, a_{12} < 0, a_{21} > 0$ .

Система (1) имеет два положительных равновесия:  $M_1 = (0, 0)^*$  и

$$M_1 = \left( \overline{N}_1, \overline{N}_2 \right)^*, \text{ где } \overline{N}_1 = \frac{-c_2}{a_{21}}, \overline{N}_2 = \frac{-c_1}{a_{12}}.$$



Система линейного приближения в окрестности точки  $M_0$  имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{N}_1 = c_1 \cdot N_1, \\ \dot{N}_2 = c_2 \cdot N_2. \end{cases} \quad (5)$$

С учетом того, что  $c_1$  и  $c_2$  имеют разные знаки, точка  $M_0$  является неустойчивой седловой точкой.

В окрестности точки  $M_1$ , система линейного приближения будет иметь вид:

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_1 = -\frac{a_{12} \cdot c_2}{a_{21}} \cdot \varepsilon_2, \\ \dot{\varepsilon}_2 = -\frac{a_{21} \cdot c_1}{a_{12}} \cdot \varepsilon_1. \end{cases} \quad (6)$$

где  $\varepsilon_1 = N_1 - \bar{N}_1$ ,  $\varepsilon_2 = N_2 - \bar{N}_2$ .

Из-за того, что матрица имеет мнимые собственные числа, нельзя исследовать тип особой точки  $M_1$  и ее устойчивость по линейному приближению.

Система (4) имеет интеграл

$$V(N_1, N_2) = N_1 - \bar{N}_1 \cdot \ln \frac{N_1}{\bar{N}_1} - \frac{a_{12}}{a_{21}} \cdot \left( N_2 - \bar{N}_2 - \bar{N}_2 \cdot \ln \frac{N_2}{\bar{N}_2} \right). \quad (7)$$

Введя полярные координаты с центром в точке  $M_0$ , получим

$$\begin{cases} N_1 = \bar{N}_1 + r \cdot \cos \varphi, \\ N_2 = \bar{N}_2 + r \cdot \sin \varphi \end{cases}, \quad (r, \varphi) \in U. \quad (8)$$

где

$$U = \{(r, \varphi) : r \geq 0, \varphi \in [0, 2\pi), \bar{N}_1 + r \cdot \cos \varphi > 0, \bar{N}_2 + r \cdot \sin \varphi > 0\}. \quad (9)$$

Рассмотрим функцию  $G(r, \varphi) = V(\bar{N}_1 + r \cdot \cos \varphi, \bar{N}_2 + r \cdot \sin \varphi)$ .

$G(0, \varphi) \equiv 0$ . При  $r > 0$   $G(r, \varphi) > 0$ , значит, функция  $V$  удовлетворяет требованиям теоремы Ляпунова об устойчивости.

$G(r, \varphi) \rightarrow \infty$  в случае приближения к границе области  $U$ .

Таким образом, для любого  $C > 0$  и любого  $\hat{\varphi} \in [0, 2\pi)$  существует единственное  $\hat{r}$  такое, что  $G(\hat{r}, \varphi) = C$ ,  $(\hat{r}, \varphi) \in U$ , откуда следует, что линии уровня  $V(N_1, N_2) = const > 0$ .

Следовательно, видим, что точка  $M_1$ , является устойчивой типа «центр».

По результатам исследования модели Вольтеррой были сформулированы следующие 3 закона [8]:

Закон периодичности цикла: колебания численности двух видов носят периодический характер с периодом, зависящим как от параметров системы, так и от начальных значений численности.

Закон сохранения средних: средние значения численности двух видов постоянны и не зависят от исходной численности. Причем координаты точки  $M_1$  и являются этими средними значениями для  $N_1$  и  $N_2$  соответственно.

Закон смещения средних: пусть происходит внешнее истребление жертв и хищников, пропорциональное их количеству, то есть, система (4) выглядит как:

$$\begin{cases} \dot{N}_1 = (c_1 - \lambda_1 + a_{11} \cdot N_1) \cdot N_1, \\ \dot{N}_2 = (c_2 - \lambda_2 + a_{21} \cdot N_1) \cdot N_2. \end{cases} \quad (10)$$

где  $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$  – коэффициенты гибели жертв и хищников.

Если  $\lambda_1 < c_1$ , то в полученной системе сохранятся периодические коле-

бания вокруг новой точки  $\left( \frac{-c_2 + \lambda_2}{a_{21}}, \frac{-c_1 + \lambda_1}{a_{12}} \right)^*$ ,

прежде всего это будет означать то, что среднее количество всех жертв будет увеличиваться, а количество хищников наоборот уменьшаться.

Если  $\lambda_1 > c_1$ , равновесие будет устойчивым, то есть оба вида вымрут.

В основу модели положены следующие идеализированные представления о характере внутривидовых и межвидовых отношениях в системе хищник–жертва [15]:

1. В отсутствии хищника популяция жертвы распространяется экспоненциально.
2. Популяция хищника в отсутствии жертвы экспоненциально вымирает.
3. Суммарное количество жертвы, потребленное популяцией хищника в единицу времени, линейно зависит от плотности популяции жертвы, и от плотности популяции хищника.
4. Потребленная хищником биомасса жертвы перерабатывается в биомассу хищника с постоянным коэффициентом.
5. Какие-либо дополнительные факторы, влияющие на динамику популяции, отсутствуют.

Главная особенность системы Лотки-Вольтерра, заключалась в том, что она основана на упрощенных представлениях о природе закономерностей, описывающих поведение системы, математически был сделан вывод о качественном характере поведения такой системы – о наличии флуктуаций плотности населения в системе.

Без создания математической модели и ее изучения такой вывод сделать нельзя.

С биологической точки зрения недостатком модели является то, что в ее основу не включены фундаментальные свойства для каждой пары взаимодействующих популяций по принципу хищник-жертва: эффект насыщения хищника, ограниченность ресурсов жертвы, и т.п.

Несмотря на то, что модель (4) объясняет многие реально наблюдаемые явления, она имеет существенный недостаток – так называемую «шероховатость». В случае сколь угодно малых возмущений фазовых координат изменяется цикл, по которому происходят колебания в системе. Более того, неболь-

шие изменения в правой части системы уравнений (4) могут привести к изменению типа особой точки, а значит, и характера фазовой траектории. В рассматриваемой модели отсутствуют механизмы, которые сохраняли бы ее не тривиальное, устойчивое положение [9].

Для устранения перечисленных недостатков была введена модель, учитывающая внутривидовую конкуренцию

$$\begin{cases} \dot{N}_1 = (c_1 + a_{11} \cdot N_1 + a_{12} \cdot N_2) \cdot N_1, \\ \dot{N}_2 = (c_2 + a_{21} \cdot N_1 + a_{22} \cdot N_2) \cdot N_2. \end{cases} \quad (11)$$

где  $c_1 > 0, c_2 < 0, a_{12} < 0, a_{21} > 0, a_{11} < 0, a_{22} < 0$ .

Система (11) при  $(N_1 \geq 0, N_2 \geq 0)$  имеет не более трёх положений равновесия:

$$M_0 = (0, 0)^*, M_1 = \left( \frac{c_1}{a_{11}} \right)^*, M_2 = (\bar{N}_1, \bar{N}_2)^* \quad (12)$$

В [9] доказано, что функция  $V$  удовлетворяет условиям теоремы Ляпунова об асимптотической устойчивости.

## 2 КОНКУРЕНТНОСПОСОБНОСТЬ ПРЕДПРИЯТИЙ И ТОВАРОВ

Главным понятием, о котором говорится в главе будет «конкуренция», раскрывающее сущность рыночных отношений, лежащее в основе рынка.

Говоря о конкуренции можно сказать, что конкуренция неоднозначна, фактически включает в себя всю борьбу, соперничество на рынке товарного отношения между участниками процесса за наилучшие условия и результаты производства, а также результаты производства, реализации продукции.

### 2.1 Сущность конкуренции

Анализируя литературные источники и мнения экономистов, мы понимаем, что на данный момент нет более прямого и целесообразного определения понятия «конкуренция». Это связано с тем, что ученые связывают это понятие с различными объектами, такими как: предприятие, отрасль или экономика страны в целом.

Сегодня основным определением понятия конкуренции является соперничество между всеми участниками рыночных отношений. В экономике нет точной информации о том, кто первым ввел понятие конкуренции. Если рассматривать конкуренцию как механизм решения задач экономической эффективности, то авторство принадлежит А. Смиту. Концепция рассматривается как реакция продавцов на несбалансированное состояние рынка – дефицит или избыток товара [24].

Многочисленный вклад в развитие теории конкуренции Адама Смита внесли выдающиеся преподаватели и учёные данных отраслей, такие как, Р. Рикардо, Д.С.Миаль, Г.Л.Азоев, Ю.И. Коробов и многие другие.

Концепция конкуренции является важнейшим рычагом рыночной экономики. Однако из-за неточности этого определения мы можем наблюдать как практические, так и теоретические проблемы.

Для более детального понятия сущности конкуренции, приведем определения, сформулированные некоторыми авторами.

В Толковом словаре говорится, что: «Конкуренция – прежде всего соперничество между предприятиями, которые выступают на рынке с целью обеспечения наилучшими возможностями сбыта своей продукции, которое удовлетворяет потребностям покупателей [27, с. 106].

Макконелл К. Р. и Брю С. Л. определяют конкуренцию с другой точки зрения. Они считают, что обязательным условием конкуренции является «наличие на рынке большего числа покупателей и продавцов любого конкретного продукта или ресурса», а также «свобода для покупателей и продавцов выступать на тех или иных рынках или покидать их [23, с. 152].

В своей работе «Международная конкуренция» М. Портер отмечает, что «конкуренция – динамичный и развивающийся процесс, непрерывно меняющийся ландшафт, на котором появляются новые товары, новые пути маркетинга, новые производственные процессы и новые рыночные сегменты» [24].

Ученые нашего времени, исследующие термин «конкуренция», использовали за все годы практики свой огромный опыт при изучении понятия.

Советские ученые-экономисты утверждают, что конкуренция – это борьба за эффективное вложение капитала. Большинство авторов рассматривают понятие «конкуренция» как борьбу за потребителей, за долю на рынке, за ограниченные ресурсы, за получение прибыли. Таким образом, можно утверждать, что конкуренция многоаспектна. Все приведенные определения не противоречат, а скорее дополняют друг друга. В то же время, определение, взятое в отдельности, нельзя считать достаточным.

К основным функциям конкуренции относятся:

- функция размещения;
- инновационная функция;
- распределительная функция;
- компромиссная функция;
- контролирующая функция.

### 2.1.1 Характеристика конкуренции

Конкурентоспособность, это прежде всего борьба, способность выигрывать в соревнованиях за наилучшие показатели эффективности на рынке товаров. Рассматривая понятие более детально, а именно в экономической среде, то конкурентоспособность – обладание конкурентными преимуществами для субъекта соревнований [10, с. 120].

Исходя из этого, можно сказать, что понятие конкурентоспособности, есть термин, обозначающий сохранность конкурентных позиций в течении определенного в течение определенного периода времени с аналогичной продукцией.

Приступим к рассмотрению основных определений понятий «конкурентоспособность товара» и «конкурентоспособность предприятия», встречающихся в учебных пособиях и статьях.

Конкурентоспособность товара – это прежде всего способность выполнить (удовлетворить) потребительский спрос по сравнению с аналогичными товарами на рынке. Конкурентоспособность представляет собой совокупность двух наборов показателей, с одной стороны – качество товара, его потребительские свойства, а с другой – цена товара.

Конкурентоспособность предприятия – это всегда способность предприятия завоевать уважение (предпочтение) потребителя в сложившихся условиях конкуренции, благодаря универсальному набору показателей, превосходящих по сравнению с конкурентами и быть конкурентным участником кластерного образования в своей отрасли [25, с. 132].

### 2.1.2 Виды конкуренции

Видами конкуренции являются:

- предметная – конкурируют аналогичные товары;
- видовая – конкурируют товары только одного типа;
- функциональная – конкуренция товаров, которые выполняют определенную функцию.

Виды несовершенной конкуренции:

- монополия - власть одного продавца, монополия - власти одного покупателя.

## **2.2 Главные факторы, влияющие на конкурентоспособность**

Анализируя положение предприятия на рынке, предполагаем выяснение его как сильных, так и слабых сторон, а также факторов, которые особенно влияют на отношение покупателей к предприятию.

Фактор является основным ресурсом как на уровне производственной деятельности предприятия, так и в экономике в целом; фактор является движущей силой экономических, производственных процессов, влияющих на результат производства, хозяйственной деятельности.

На сегодняшний день к факторам конкурентоспособности относятся:

- финансово-экономическое положение предприятия на рынке;
- научные базы, где происходят собственные научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки и уровень расходов на них;
- наличие современных технологий;
- обеспеченность высококвалифицированными кадрами;
- способность к продуктовому и ценовому маневрированию;
- наличие сети сбыта;
- состояние технического обслуживания;
- возможность кредитования;
- реклама и средства стимулирования сбыта;
- платежеспособность основных покупателей.

Конкурентоспособность предприятия складывается из следующих факторов [19, с. 38]:

- ресурсного – затраты ресурсов на единицу готовой продукции;
- ценового – уровень и динамика цен на все используемые ресурсы и готовую продукцию;
- «фактора среды» – в данный фактор, по мнению автора, входят такие составляющие, как:



– экономическая и политическая обстановка в стране.

Следуя данной классификации факторов, замечаем, что большое значение приобретает активное вмешательство государства, так как компания не может контролировать факторы конкурентоспособности.

Деятельность любой фирмы находится под влиянием как факторов, возникающих при тесном контакте субъекта экономики и задачи управления, так и факторов, возникающих при открытом взаимодействии фирмы с внешней средой, когда одна и та же задача решается. решено. Всю совокупность факторов конкурентоспособности предприятия по отношению к нему делят на внешние и внутренние [13, с. 35].

Внутренние факторы– определяют самые главные возможности предприятия по обеспечению собственной конкурентоспособности.

Внешние факторы – социально-экономические и организационные отношения, позволяющие предприятию создать продукцию, которая по ценовым и неценовым характеристикам более привлекательна.

Таким образом, конкурентоспособность предприятия представляет собой совокупность, с одной стороны, характеристик самого предприятия (внутренних факторов), а с другой стороны – внешних по отношению к нему факторов.

### **2.3 Конкурентоспособность предприятий**

Проводя оценку сильных и слабых позиций, а также сравнительную оценку некоторых из них, замечаем, что основными конкурентами магазина «МВидео» на рынке цифровой и бытовой техники можно считать такие магазины как: «ДНС», «Домотехника» и «Технополис», таблица 1.

Таблица 1 – Сравнительная оценка конкурентов

Критерий	Магазин «МВидео»	Магазин «ДНС»	Магазин «Домотехника»	Магазин «Технополис»
Количество магазинов	1.300	2000	37	2

Продолжение Таблица 1

Опыт работы в отрасли, лет	29	24	28	17
Местонахождение	По всей стране	По всей стране	Дальний Восток	Амурская Область
Уровень цен в магазине	средний	средний	средний	низкий
Качество продукции в магазине	среднее	среднее	среднее	среднее
Работа персонала магазина	На высшем уровне	На высшем уровне	На среднем уровне	На среднем уровне
Рекламная деятельность магазина	Печатная, баннеры, телевидение	Печатная, баннеры, телевидение	Печатная, баннеры	Печатная, баннеры

Проведя анализ данных, которые были представлены в таблице 1, хочется сказать, что магазин «МВидео» не является лидером по количеству магазинов. Качество продукции находится на уровне с конкурентами и отличается широким ассортиментом продукции.

Перечисленные характеристики можно отнести к конкурентным преимуществам магазина «МВидео». Тем не менее, есть и слабые стороны – количество торговых точек и местонахождения магазинов в городах.

Приведем разработанные факторы конкурентов организации, представленную в таблице 1, в числовое выражение, т.е. введем бальную систему оценки (табл. 2).

Таблица 2 – Бальная система оценки предприятий

Критерий	Магазин «МВидео»	Магазин «ДНС»	Магазин «Домотехника»	Магазин «Технополис»
Доля на рынке	7	8	2	1
Опыт работы в отрасли, лет	9	8	5	2

Продолжение Таблица 2

Имидж	8	8	4	4
Местонахождение	10	10	7	4
Уровень цен в магазине	7	7	7	3
Качество продукции в магазине	8	9	6	6
Ассортимент	9	9	8	5
Работа персонала магазинов	8	8	4	4
Рекламная деятельность магазина	9	9	5	5
Итого	75	76	52	34

При анализе конкурентов магазина «МВидео» была составлена сравнительная таблица конкурентоспособности (как показано на рисунке 13).

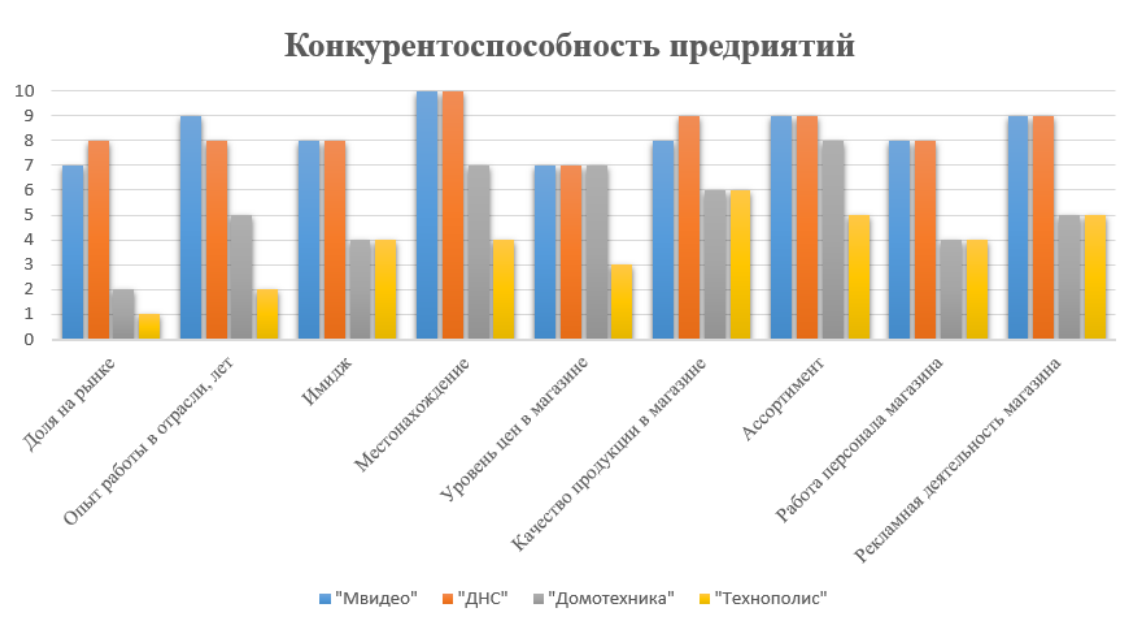


Рисунок 13 – Диаграмма бальной системы оценивания магазинов

Таким образом, анализируя данные таблицы 2 и рисунка 13, можно сделать вывод о том, что магазин «МВидео» на данный момент выигрывает своих

конкурентов по критерию: опыт работы в отрасли. На рынке основным конкурентом магазина «МВидео» является магазин «ДНС». Его продукция отличается широким ассортиментом и хорошим качеством по минимальным ценам.

# 3 ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ МОДЕЛЕЙ НА РЫНКЕ КОНКУРИРУЮЩИХ ТОВАРОВ И УСЛУГ

## 3.1 Программные средства исследования модели

MATLAB — это система программирования высокого уровня, выполняющая функции интерпретатора и включающая в себя большое количество инструкций (команд) для выполнения самых разнообразных вычислений, определения структур данных и графического представления информации. Эти команды разбиты на тематические группы, расположенные в разных системных каталогах. Команд в системе сейчас около 800, и примерно половина из них вполне доступна начинающему пользователю. Команды с большим количеством возможных вычислений написаны на С, но есть много таких команд, которые представлены на основе этих первых.

Поэтому система практически открыта для пользователя. Есть большие возможности для вывода 2D и 3D графики и инструменты для управления ими. Пользователь может легко добавлять свои команды и писать программы на основе существующих команд; в рамках Фортрана и С это сделать немного сложнее. Вы можете обмениваться данными с программами на этих языках и оттуда обращаться к системе.

Краткость и наглядность программирования и исключительные возможности визуализации результатов делают систему очень эффективной при поиске и тестировании новых алгоритмов, при выполнении разовых расчетов и в учебном процессе, так как ее можно освоить без предварительного знания основ программирования и выполнять такие сложные примеры, которые невозможно сделать с помощью других систем.

### 3.1.1 Прикладные пакеты для решения исследуемой задачи

Для решения систем ОДУ в MATLAB реализованы различные численные методы.

Реализуют следующие методы решения систем ДУ:

- `ode45` – одношаговые явные методы Рунге-Кутты 4-го и 5-го порядков в модификации Дорманда и Принца. Это классический метод, рекомендуемый для начальной пробы решения. Во многих случаях он дает хорошие результаты, если система решаемых уравнений не жесткая;

- `ode23` – одношаговые явные методы Рунге-Кутты 2-го и 4-го порядков в модификации Богацки и Шампина. При умеренной жесткости системы ОДУ и низких требованиях к точности этот метод может дать выигрыш в скорости решения;

- `bvp4c` – служит для проблемы граничных значений систем ДУ вида  $y' = f(t, y)$ ,  $F(y(a), y(b), p) = 0$  (полная форма системы уравнений Коши) и многие другие.

### 3.1.2 Описание возможностей программного средства

$[t,y] = \text{ode45}(\text{odefun}, \text{tspan}, y0)$ ,  $[t,y] = \text{ode45}(\text{odefun}, \text{tspan}, y0, \text{options})$ ,  
 $[t,y, \text{te}, \text{ye}, \text{ie}] = \text{ode45}(\text{odefun}, \text{tspan}, y0, \text{options})$ ,  $\text{sol} = \text{ode45}(\ )$ .

Описание возможностей (синтаксиса) программного средства:

$[t,y] = \text{ode45}(\text{odefun}, \text{tspan}, y0)$ , где  $\text{tspan} = [t0 \text{ tf}]$ , интегрирует систему дифференциальных уравнений от  $t0$  до  $\text{tf}$  начальными условиями  $y0$ . Каждая строка в массиве решений  $y$  соответствует значению, возвращаемому в вектор столбца  $t$ .

Все решатели MATLAB ODE могут решать системы уравнений вида или задачи, включающие массовую матрицу. Все пользователи используют похожие синтаксисы.

*Ode23s* может решать задачи только с массовой матрицей, если массовая матрица постоянна.

*Ode15s* и *ode23t* может решать задачи с массовой матрицей, которая является сингулярной, известной как дифференциально-алгебраические уравнения (DAEs). Укажите массовую матрицу, используя `Mass` опцию `odeset`.

*Ode45* это универсальный решатель ODE и первый решатель, который вы должны попробовать для большинства проблем. Однако, если проблема

жесткая или требует высокой точности, то есть другие решатели ODE, которые могут лучше подходить для этой проблемы.

$[t,y] = ode45(odefun,tspan,y0,options)$  также использует параметры интегрирования, определенные `options`, который является аргументом, созданным с помощью `odeset` функции. Например, используйте параметры `AbsTol` и `RelTol` для указания абсолютных и относительных допусков на погрешность или `Mass` для предоставления массовой матрицы.

$[t,y,te,ye,ie] = ode45(odefun,tspan,y0,options)$  дополнительно находит, где функции  $(t, y)$ , называемые функциями событий, равны нулю.

На выходе:

-  $te$  – время события,  $ye$  – решение во время события и  $ie$  – индекс инициализированного события.

### 3.2 Модель конкуренции без запаздывания и с запаздыванием

Приведем пример, когда есть компании конкурируют за общие ресурсы. Динамика их активности без запаздывания описывается математическим уравнением:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t) \cdot [\varepsilon_1 - \gamma_{11} \cdot x_1(t) - \gamma_{12} \cdot x_2(t)] \\ \dot{x}_2(t) = x_2(t) \cdot [\varepsilon_2 - \gamma_{21} \cdot x_1(t) - \gamma_{22} \cdot x_2(t)]. \end{cases}$$

все коэффициенты  $\varepsilon, \gamma$  должны быть положительными.

$$\text{Где } y_1 = \frac{\gamma_{11}}{\varepsilon_1} \cdot x_1, \quad y_2 = \frac{\gamma_{21}}{\varepsilon_2} \cdot x_2,$$

приводим систему к виду, содержащую только два параметра, влияющих на решение

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = \varepsilon_1 \cdot y_1(t) \cdot [1 - y_1(t) - y_2(t)] \\ \dot{y}_2(t) = \varepsilon_2 \cdot y_2(t) \cdot [1 - \alpha \cdot y_1(t) - \beta \cdot y_2(t)]. \end{cases} \quad (*)$$

параметры  $\alpha$  и  $\beta$  всегда положительны и выражаются через исходные коэффициенты по формулам:

$$\alpha = \frac{\gamma_{21} \cdot \varepsilon_1}{\gamma_{11} \cdot \varepsilon_2}, \quad \beta = \frac{\gamma_{22} \cdot \varepsilon_1}{\gamma_{12} \cdot \varepsilon_2}.$$

Вычисляя нетривиальное положительное равновесие исходной системы дает результат:

$$y_1^* = \frac{\beta - 1}{\beta - \alpha}, \quad y_2^* = \frac{1 - \beta}{\beta - \alpha}.$$

На рисунке 14 эта точка получена в качестве пересечения прямых линий, уравнения которых могут быть взяты в квадратных скобках.

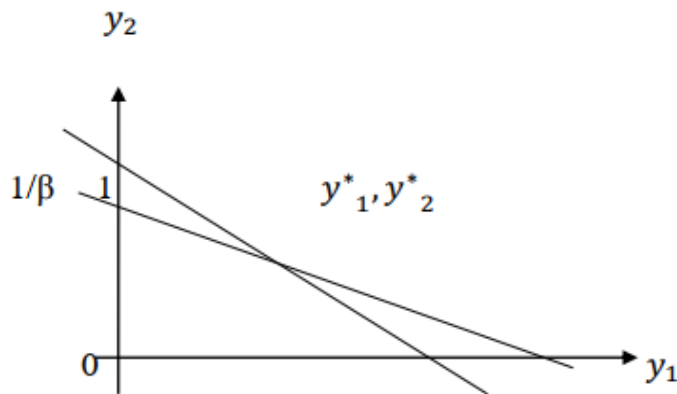


Рисунок 14 – Нелинейное положение системы

Из последних вычислений следует вывод: нетривиальная положительная стационарная точка системы (\*) существует и единственна, если:

$$\alpha < 1, \quad \beta > 1,$$

или

$$\alpha > 1, \quad \beta < 1.$$

Если  $\alpha = \beta = 1$ , то стационарные решения  $(y_1^*, y_2^*)$  составляют прямую линию с уравнением  $y_1^* + y_2^* = 1$ ; и условие  $\alpha = \beta \neq 1$  приводит к отсутствию нетривиальных стационарных точек вообще [14].



Положительное равновесие  $(y_1^*, y_2^*)$  может быть притягивающим (асимптотически устойчивым) или отталкивающим (неустойчивым). Для определения свойства устойчивости используем функцию Ляпунова:

$$V(y_1, y_2) = \frac{1}{\varepsilon_1} \left( y_1 - y_1^* - y_1^* \cdot \ln \frac{y_1}{y_1^*} \right) + \frac{1}{\varepsilon_2} \left( y_2 - y_2^* - y_2^* \cdot \ln \frac{y_2}{y_2^*} \right).$$

Так как мы рассматриваем только положительные  $y_1$  и  $y_2$ , то  $V$  определена, непрерывна и  $V(y_1^*, y_2^*) = 0$ . При всех остальных положительных  $y_1$  и  $y_2$  функция  $V$  строго положительна. Отсюда следует, что она является определено положительной для равновесия  $(y_1^*, y_2^*)$ .

На рисунке 15 представлен примерный график функции в одномерном случае.

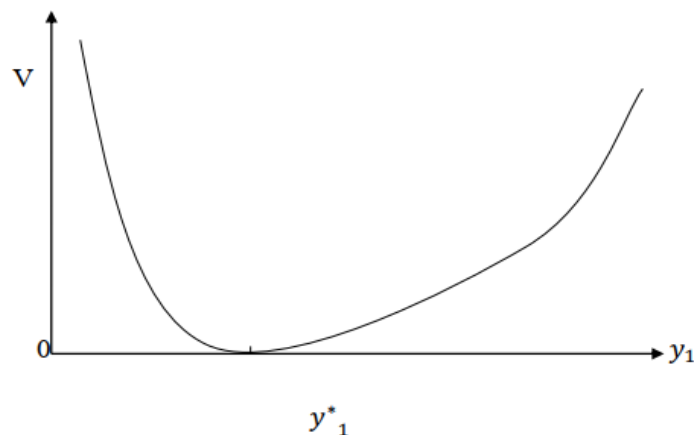


Рисунок 15 – Примерное изображение функции Ляпунова для одномерного случая

На рисунке 16 представлены линии уровня функции для двумерного случая.

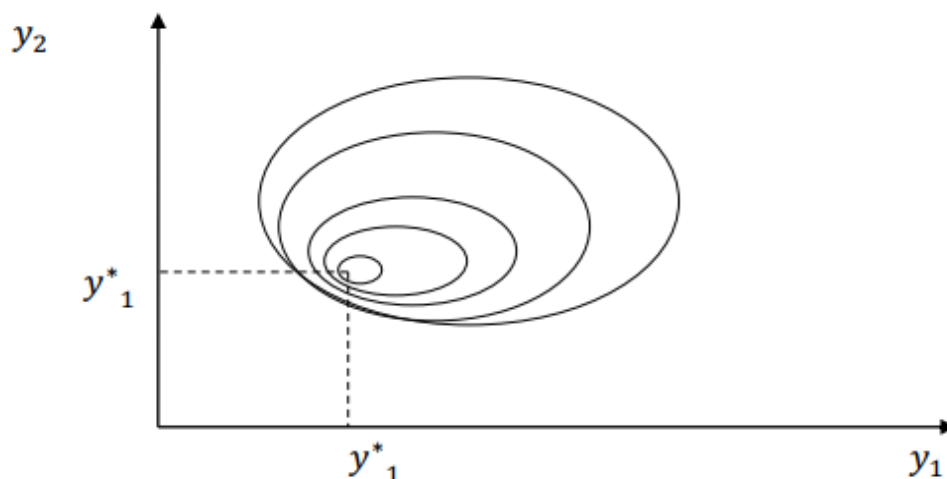


Рисунок 16 – Примерное изображение функции Ляпунова для двумерного случая

Справедлив следующий вывод: если верно условие  $\alpha < 1$ ,  $\beta > 1$ , то для любых положительных начальных данных решение с течением времени асимптотически стремится к  $(y_1^*, y_2^*)$ .

Положение равновесия неустойчиво (особая точка имеет тип «седло»). В этом случае на плоскости переменных  $y_1$  и  $y_2$  притягивающими будут точки координатных осей  $(0, 1/\beta), (1, 0)$ .

Таким образом, справедлив вывод, что траектория системы (\*) с любыми неотрицательными начальными данными и любыми коэффициентами с течением времени асимптотически приблизится либо к нетривиальному положению равновесия, либо к одной из равновесных точек на координатных осях.

При конкуренции двух экономических агентов за общие ресурсы с течением времени возможны следующие результаты:

1) при  $\gamma_{12} / \gamma_{22} < \varepsilon_1 / \varepsilon_2 < \gamma_{11} / \gamma_{21}$  объемы производства обеих компаний стремятся к величинам  $\frac{\gamma_{22} \cdot \varepsilon_1 - \gamma_{12} \cdot \varepsilon_2}{\gamma_{22} \cdot \gamma_{11} - \gamma_{12} \cdot \gamma_{21}}$ ,  $\frac{\gamma_{11} \cdot \varepsilon_1 - \gamma_{21} \cdot \varepsilon_2}{\gamma_{22} \cdot \gamma_{11} - \gamma_{12} \cdot \gamma_{21}}$  соответственно.

Их начальное состояние не играет никакой роли, объемы производства могут сокращаться или возрастать, так же изменяется их суммарный объем;

2) при  $\gamma_{12} / \gamma_{21} < \varepsilon_1 / \varepsilon_2 < \gamma_{12} / \gamma_{22}$  одна из с течением времени прекратит производство, другая же либо сократит, либо увеличит выпуск в соответствии с наличием ресурсов. Окончательный выпуск для первой компании численно равен  $-\varepsilon_1 / \gamma_{11}$ , а для второй  $-\varepsilon_2 / \gamma_{22}$ . Этот случай предоставляет руководителям компаний возможность управлять процессом конкуренции.

Если вы измените начальное производственное состояние, чтобы оказаться в предпочтительной части самолета, есть шанс выжить. Этого можно добиться, например, взяв крупный кредит и резко развернув производство. Однако расширение не должно превышать равновесного значения 3) при иных соотношениях коэффициентов модели следует отказаться от ее использования, так как система не будет иметь положительного равновесия.

Рассмотрим случай деятельности двух компаний, конкурирующих за общие ресурсы, предположив, что запаздывание строго положительно

$$\begin{cases} \dot{y}_1(t) = \varepsilon_1 \cdot y_1(t) \cdot [1 - y_1(t - \tau) - y_2(t - \tau)] \\ \dot{y}_2(t) = \varepsilon_2 \cdot y_2(t) \cdot [1 - \alpha \cdot y_1(t - \tau) - \beta \cdot y_2(t - \tau)] \end{cases} \quad (**)$$

Нетривиальное положение равновесия так же останется прежним  $(y_1^*, y_2^*)$ . При малом положительном запаздывании все выводы о качественном поведении решений системы продолжают быть справедливыми, но с увеличением запаздывания картина меняется: неустойчивые стационарные точки сохраняют неустойчивость, а устойчивые ее теряют [13].

В последнем случае вокруг нетривиального равновесного центра  $N_1(t)$  возникает притягивающий предельный цикл (иными словами – стабильное колебание).

### 3.3 Пример реализации конкуренции на основе предприятий

Классическая модель Вольтерра, описывающая малые предприятия, для которых имеются неограниченные запасы ресурсов, и крупные предприятия, имеет вид:

$$\begin{aligned}\frac{dr}{dt} &= 2r - \alpha rf, & r(0) &= r_0 \\ \frac{df}{dt} &= -f + \alpha rf, & f(0) &= f_0\end{aligned}$$

где

$r(t)$  – число малых предприятий,

$f(t)$  – число крупных компаний,

$\alpha$  – положительная константа,

$t$  – время.

Эти уравнения породили большой класс задач, для описания которых применяется модель Лотки-Вольтерра.

При построении и реализации математической модели слияния и поглощения компаний в системе Matlab использована аналогия между отношениями «хищник-жертва» и «крупный бизнес-малый бизнес».

Модификация этой модели предполагает, что с увеличением числа крупных компаний, происходит уменьшение числа малых компаний, происходит всё не сразу, а по истечению определенного периода времени  $t$ .

### 3.3.1 Вычислительный эксперимент

Исследуем поведение классической модели «хищник-жертва», которая демонстрирует и процесс конкурентной борьбы в экономике.

Листинг программы для вычисления количества крупных предприятий и малых предприятий на языке Matlab приведен в приложении А.

График зависимости числа компаний от времени представлен на рисунке 17.

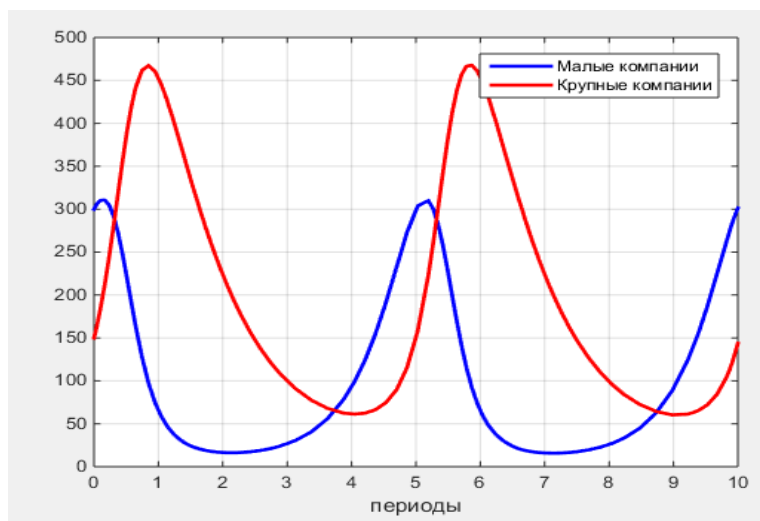


Рисунок 17 – График зависимости роста числа компаний от времени

График зависимости количества крупных компаний от количества малых компаний в осях  $f$  и  $r$  представлен на рисунке 18.

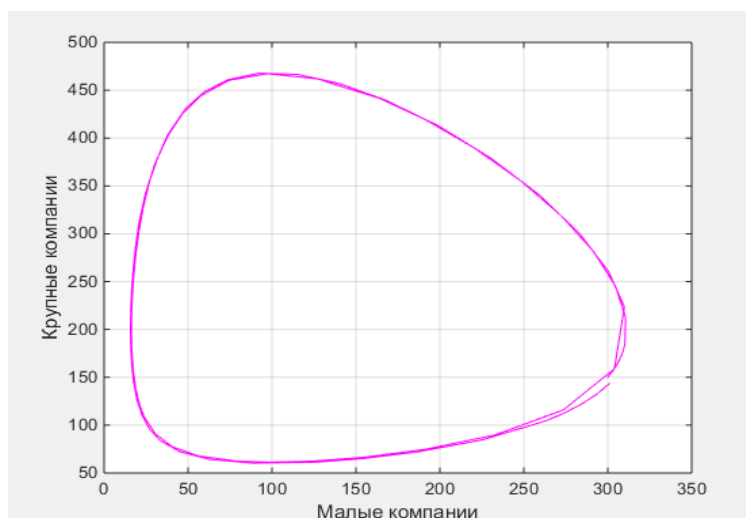


Рисунок 18 – График зависимости количества крупных от количества малых компаний

## 4 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ КОНКУРЕНЦИИ ТОВАРОВ

### 4.1 Введение в реализацию модели средствами ППП Matlab

Исследуем влияние начальных условий для модели хищник-жертва, описываемой уравнениями Лотке-Вольтерра:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x \cdot (\alpha - \beta \cdot y), \\ \frac{dy}{dt} = -y \cdot (\gamma - \delta \cdot x). \end{cases}$$

Сведения о модели:

Рассмотри сообщество, состоящее из двух видов, один из которых – хищник, другой жертва.

В качестве жертвы принимаются цены на товар в магазине «Домотехника», а хищника – магазин «Ситилинк».

Коэффициенты были подобраны операционным путем, т.е. подбором, что в итоге наблюдались графики и максимальные значения были с ценой товара.

Для проверки модели конкуренции в так называемых «реальных» условиях, то есть вместо случайно данных товаров, были использованы действительные данные с интернет-магазинов, которые были извлечены с помощью автоматизированного HTML-парсинга интернет-ресурсов.

Для парсинга были выбраны магазины бытовой техники «Домотехника» и «Ситилинк», потому что данные (наименование, цена) их страниц доступны для парсинга с ПО «Matlab».

Под парсингом HTML подразумеваем выборочное извлечение требуемого количества информации с интернет-ресурсов и ее последующая обработка.

Ниже на рисунках 19-22, представлены скриншоты страниц сайтов выбранных товаров с двух сайтов.

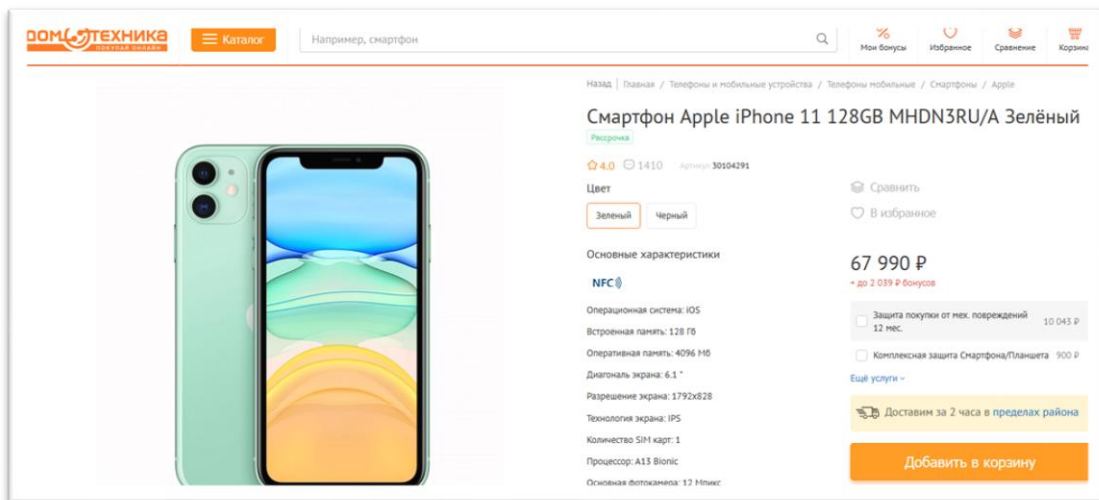


Рисунок 19 – Скриншот данных из интернет-магазина «Домотехника»



Рисунок 20 – Скриншот данных из интернет-магазина «Ситилинк»

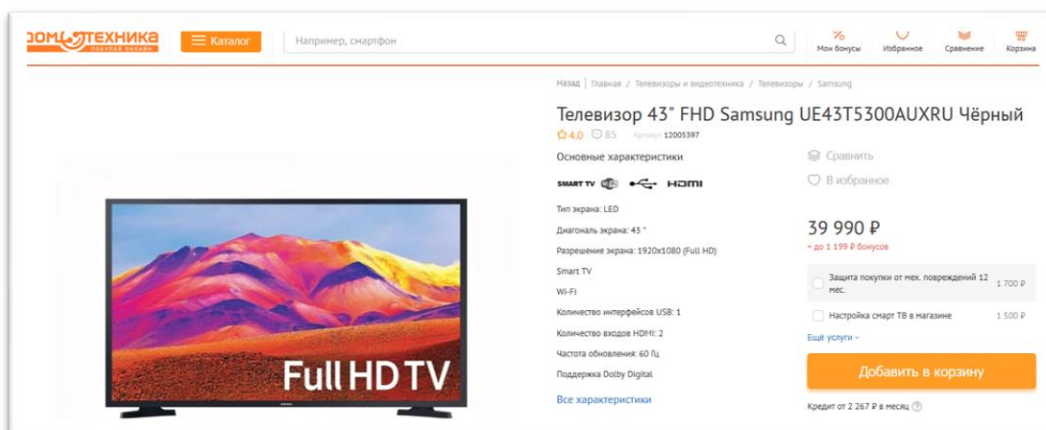


Рисунок 21 – Скриншот данных из интернет-магазина «Домотехника»



Рисунок 22 – Скриншот данных из интернет-магазина «Ситилинк»

На данных рисунках видны необходимые данные: наименование и цена.

#### 4.2 Реализация модели и вычислительный эксперимент

Итак, далее рассматриваются уже полученные результаты по выполненному коду программы, который написан в ППП MATLAB R2022a.

В программе price – цена, time – время (период прослеживания цен, равный 30 календарным дням).

Используем таблицу 3 для введения коэффициентов конкуренции цен в среде ППП «Matlab».

Таблица 3 – Данные выбранных адресов

№	Наименование	Цена, Руб.	
		«Домотехника»	«Ситилинк»
1	Смартфон Apple iPhone 11 128Gb	67 990	53 990
2	Телевизор Samsung UE43T5300AUXRU	39 990	36 990

Программа состоит из двух файлов ППП «Matlab»:

1. Main.m (Приложение Б) – основная часть программы;
2. Lotka-Volterra.m (Приложение В) – дополнительная часть программы, модель функции Лотка-Вольтерра.



На рисунках 23 и рисунке 24 представлены графические решения, которые реализованы с помощью решателей «ode45» и «ode23» соответственно по товару 1 (Смартфон Apple iPhone 11 128Gb).

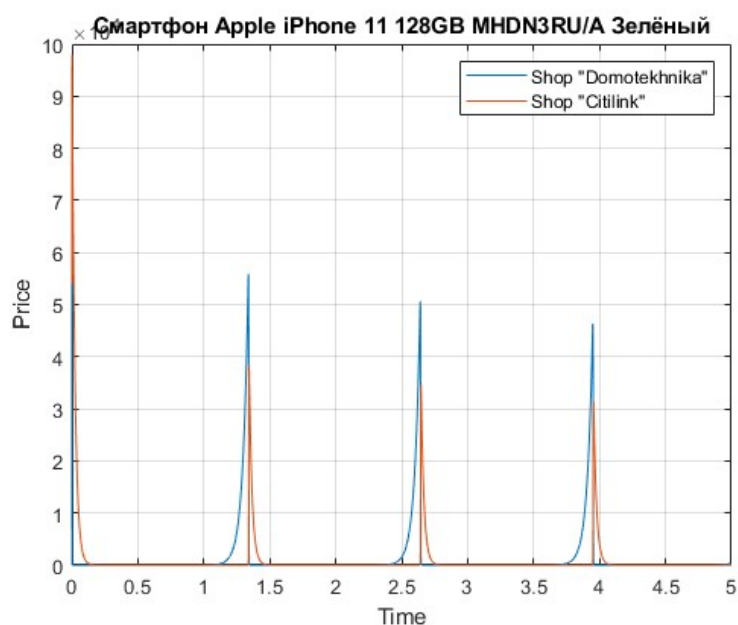


Рисунок 23 – Решение Лотка-Вольтерры, ode45

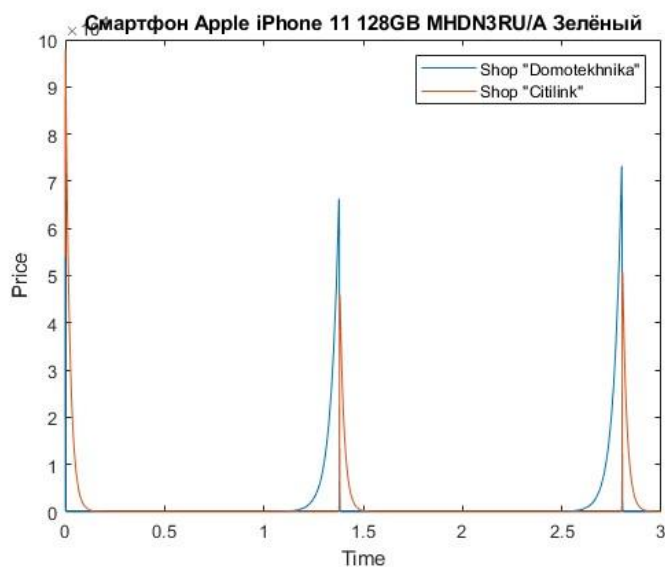


Рисунок 24 – Решение Лотка-Вольтерры, ode23

По горизонтальной оси отложен размер «жертв», по вертикали – «хищников». В роли жертвы выступает цена на товар в магазине «Домотехника», а в роли хищника магазин «Ситилинк».

На рисунке 23 и рисунке 24, можем наблюдать, как с течением определенного времени меняется цена на товар, что дает проследить конкуренцию товара в двух магазинах.

А на рисунках 25 и рисунке 26 представлены графические решения, которые выполнены с помощью решателей «ode45» и «ode23» соответственно по товару 2 (Телевизор Samsung UE43T5300AUXRU).

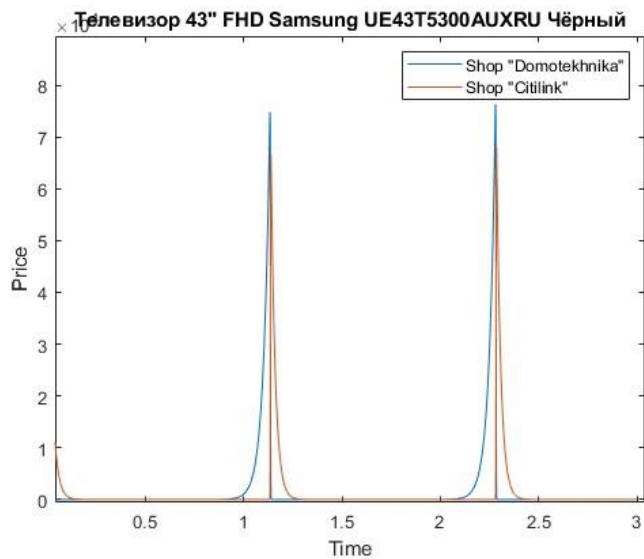


Рисунок 25 – Решение Лотка-Вольтерры, ode23

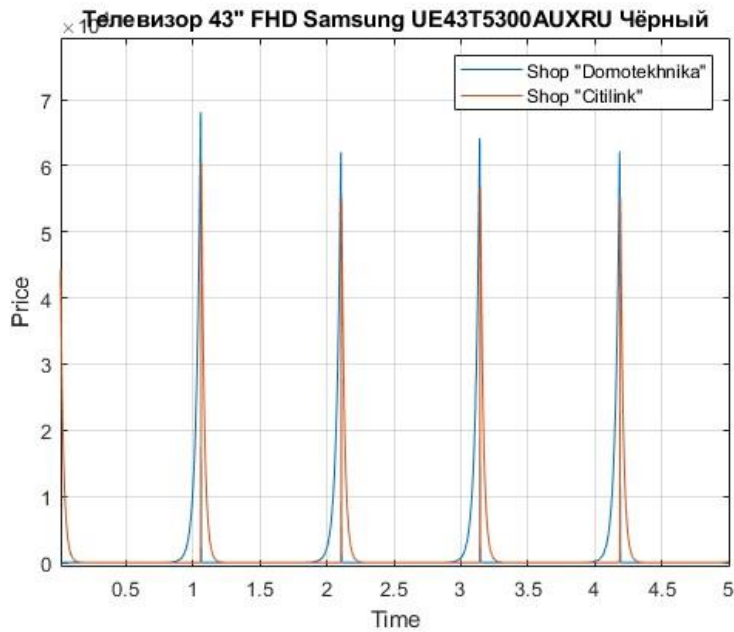


Рисунок 26 – Решение Лотка-Вольтерры, ode45

Аналогично рисунку 23 и рисунку 24 можно сказать о иллюстрациях показанной на рисунке 25 и рисунке 26, что в роли жертвы выступают цены на товар в магазине «Домотехника», а в роли хищника цены на товар в магазине «Ситилнк».

Компьютерная реализация позволяет убедиться в том, что рассмотренные выше методы представляют некоторую закономерность. Показанные выше графики демонстрируют, как численность одной категории зависит от другой, и как число этих категорий будет изменяться с течением времени.

Так же можно сказать, что полученная зависимость согласуется с экспериментальными данными. Однако модель является неустойчивой: при скачкообразном изменении числа особей в одной из популяций (в нашем случае цен на товары в магазинах, не учтенных в модели) колебания навсегда изменят свой характер, система перейдет с одной фазовой траектории на другую.

Для получения наглядной демонстрации связи численности двух популяций, одна из которых охотится на другую, использованы графические возможности пакета Matlab.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе написания бакалаврской работы изучена система уравнений Лотки–Вольтерра, с помощью которой описаны рассматриваемые конкурентные процессы в социально – экономической области.

Приобретены навыки работы с программным продуктом для решения поставленной задачи.

В ходе выпускной квалификационной работы была написана программа с помощью встроенных функций ППП Matlab, позволяющая вычислить и найти разницу цен на рынке конкурирующих товаров за 30 календарных дней с помощью HTML-парсинга, были использованы два товара – телевизор Samsung и смартфон Apple iPhone 11 128 Gb, программа способствует анализу рынка конкурирующих товаров.

Реализация математической модели основана на применении встроенных средств ППП Matlab. Проведен эксперимент при помощи вычислительной программы «Main» в ППП MATLAB.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1 Александров, А.Ю. Математическое моделирование и исследование устойчивости биологических сообществ / А.Ю. Александров, А.В. Платонов, В.Н. Старков, Н.А. Степенко. – СПб.: Лань, 2016. – 272 с.
- 2 Ансофф, И. Стратегический менеджмент: Классическое издание / пер. с англ. под ред. А.Н. Петрова. – СПб.: Питер, 2015. – 344 с.
- 3 Алешина, Е.В. Физические аналогии в экономике / Е.В. Алешина, Р.А. Браже, А.А. Грешнова // Физическое образование в вузах. – 1997. – Т.3. – №2. – С. 42-50.
- 4 Вержбицкий, В.М. Численные методы. (Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения): учебное пособие для вузов / В.М. Вержбицкий. – 2-е изд., испр. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век», 2005. – 400 с.
- 5 Власов, М.П. Моделирование экономических систем и процессов: Учебное пособие / М.П. Власов, П.Д. Шимко. – М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. – 336 с.
- 6 Герасимов, Б.И. Дифференциальные динамические модели: учебное пособие / Б.И. Герасимов, Н.П. Пучков, Д.Н. Протасов. – Тамбов: Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2010. – 80 с.
- 7 Гераськин, М.И. Математическая экономика. / М.И. Гераськин. – Саратов: СГАУ, 2011. – 200 с.
- 8 Гинзбург, А.И. Экономический анализ: Предмет и методы. Моделирование ситуаций. Оценка управленческих решений: учебник / А.И. Гинзбург, А.И. Гинзбург. – СПб.: Питер, 2011. – 448 с.
- 9 Голубева, Н. В. Математическое моделирование систем и процессов: учебное пособие / Н. В. Голубева. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 192 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/168961>. — ЭБС «Лань».

10 Грибов, В., Грузинов В. Конкурентоспособность предприятия - <http://www.inventech.ru/lib/predpr/predpr0041/> - 27.04.2015

11 Данилов, А.М. Математическое и компьютерное моделирование сложных систем [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.М. Данилов, И.А. Гарькина, Э.Р. Домке. – Электрон. текстовые данные. – Пенза: Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, 2011. – 296 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/23100.html>. – ЭБС «IPRbooks»

12 Дьяконов, В.П. MATLAB: полный самоучитель [Электронный ресурс] / В.П. Дьяконов. – Электрон. текстовые данные. – Саратов: Профобразование, 2019. – 768 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/87981.html>. – ЭБС «IPRbooks».

13 Короткий, Ю.Г. Товарная конкурентоспособность и ее количественное представление (для технически сложных изделий) [Текст] // Маркетинг в России и за рубежом. 2014. №10. С. 38 – 45.

14 Красс, М.С. Моделирование эколого–экономических систем: учебное пособие / М.С. Красс. – М.: НИЦ ИНФРА–М, 2013. – 272 с.

15 Кротков, А.М., Еленева Ю.Я. Конкурентоспособность предприятия: подходы к обеспечению, критерии, методы оценки [Текст] // Маркетинг в России и за рубежом, 2015. №6. С. 51- 59.

16 Кузьменко, Е.А. Численные методы решения прикладных задач. Лабораторный практикум: учебное пособие / Е.А. Кузьменко, Н.И. Кривцова, О.Е. Мой-зес. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. – 144 с.

17 Кукленкова, А.А. Применение дифференциальных уравнений в моделировании экономических процессов / А.А. Кукленкова // Научное обозрение. Педагогические науки. – 2019. – № 4. – С. 60-63. – Режим доступа: <https://science-pedagogy.ru/ru/article/view?id=2120>

18 Масловская, А.Г. Численные методы: использование инструментальных средств и реализация алгоритмов на базе ППП MATLAB: учеб. пособие / А.Г. Масловская, А.В. Павельчук. – Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та,

2016. – 212 с. – Режим доступа:  
[https://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU\\_Edition/7430.pdf](https://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/7430.pdf)

19 Маренков, Н.Л., Схиртладзе А.Г. Управление обеспечением качества и конкурентоспособности продукции [Текст] – М.: Феникс, 2014. – 512 с.

20 Минюк, С.А. Дифференциальные уравнения и экономические модели [Электронный ресурс]: учебное пособие / С.А. Минюк, Н.С. Берёзкина. – Электрон. текстовые данные. – Минск: Вышэйшая школа, 2007. – 141 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/21742.html>. – ЭБС «IPRbooks»

21 Осипенко, Г.С. Динамика спроса и предложения / Г.С. Осипенко, Е.К. Ершов // Дифференциальные уравнения и процессы управления. – 2013. №3. – 13 с.

22 Трубецков, Д.И. Феномен математической модели Лотки–Вольтерры и сходных с ней // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика, 2011. –Т. 19. – № 2. – С. 69-88.

23 Фатхутдинов, Р.А. Стратегическая конкурентоспособность [Текст] – М.: Экономика, 2015. – 512 с.

24 Фасхиев, Х. А. Конкурентный потенциал предприятия: оценка и управление / Х. А. Фасхиев // Экономическое возрождение России. – 2016. – № 2 (16). – С. 50–54.

25 Философова, Т.Г., Быков В.А. Конкуренция и конкурентоспособность [Текст] – М.: Юнити-Дана, 2014. – 272 с.

26 Формалев, В.Ф. Численные методы [Электронные ресурсы] / В.Ф. Формалев, Д.Л. Ревизников. – Электрон. текстовые данные. – М.: Физматлит, 2006. – 397 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48183>. – ЭБС «Лань»

27 Шинкаренко, В. Г. Управление конкурентоспособностью предприятия/ В. Г. Шинкаренко, А. С. Бондаренко. – Харьков : Изд-во ХНАДУ, 2015. – 186 с.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

Листинг вычислительной программы конкуренции предприятий (компаний)

```
% Модель
clc
%Определение коэффициента A
M=[46 42 24; 42 49 18; 24 18 16];
K=[20628; 20346; 10252];
X=inv(M)*K;
A=X(1);
% начальные значения
r0=A; f0=A/2;
% программа
disp(' Компании ')
disp('=====')
disp('Количество компаний в начале периода: ')
fprintf('Малых компаний: %5.0f\n Крупных компаний: %5.0f\n', r0, f0)
disp(' Малых компаний Крупных компаний ')
Time = [0, 10]; % интервал времени
u0 = [r0,f0]; % начальные условия
[T M] = ode45('dif',Time,u0); % решение диф. уравнения
X = M(:,1); % изменение количества малых компаний
Y = M(:,2); % изменение количества крупных компаний
fprintf(' %5.0f %5.0f\n', X,Y)
fprintf('Количество компаний в конце периода: \n')
fprintf(' Малых компаний: %5.0f\n Крупных компаний: %5.0f\n',
X(end), Y(end))
```



Продолжение Приложения А  
Листинг вычислительной программы конкуренции предприятий (компаний)

```
% построение графиков
%зависимость компаний от времени
plot(T,X,'b', T,Y,'r','LineWidth',2)
grid on
legend(' Малые компании ',' Крупные компании ')
xlabel('периоды')
%зависимость количества крупных компаний от количества малых компаний
figure;
plot(X,Y,'m'), grid on
xlabel(' Малые компании ');
ylabel(' Крупные компании ')

% Файл-функция определения решений системы дифференциальных
уравнений с начальными условиями dif.m:
function du = dif(t,u)
alfa=0.01;
r = u(1);
f = u(2);
du = zeros(2,1);
du(1) = 2*r -alfa*r*f;
du(2) = alfa*r*f -f;
end
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### Листинг вычислительной программы «Main» в ППП MATLAB

```
%% I. ИНИЦИЛИЗАЦИЯ ПРОГРАММЫ
clc;clear;close;clearvars;close all;           % очистка данных и закрытие
окон
tic                                             % начало отсчета
options = weboptions('ContentType','auto');    % настройка веб функции
global alpha beta gamma delta                % объявление глобальных пе-
ременных
% *****
%% II. Запись ссылок двух товаров (телефон и телевизор) из двух сайтов (до-
мотехника и ситилинк)
Product_url(1) = "https://domotekhnika.ru/product/smartfon-apple-iphone-11-
128gb-mhdn3ru-a-zelenyy/";
Product_url(2) = "https://domotekhnika.ru/product/televizor-43-fhd-samsung-
ue43t5300auxru-chernyy/";
Product_url(3) = "https://www.citilink.ru/product/smartfon-apple-iphone-11-
mhdn3ru-a-zelenyi-1429424/";
Product_url(4) = "https://www.citilink.ru/product/televizor-led-samsung-43-
ue43t5300auxru-smart-4-chernyi-full-hd-50hz-d-1417056/";
[numRows,numCols] = size(Product_url);        % определение размеров
массива
CountArray = numCols;                         % запись кол-ва строк у массива
%% III. Чтение, разбор веб-кода и запись нужных данных товаров (Парсинг
данных товаров)
for i = 1:CountArray()
    url = Product_url(i);                     % запись текущей ссылки
    code = webread(url,options);              % чтение HTML-кода
    tree = htmlTree(code);                    % разбивка кода на структуру
HTML
    str = extractHTMLText(tree);              % извлечение текста из струк-
туры HTML
    subtrees = findElement(tree,'div');       % поиск элементов "div"
HTML-кода
    str = extractHTMLText(subtrees);          % выделение и запись текста
содержимого элементов "div"
    if i<=2
        NameProduct = str(54);                % запись имени товара
        temp = str(79);                        % запись в буферную переменную
        if i == 2
            temp = str(81);                    % запись в буферную переменную
        end
    else
end
else
```

Продолжение Приложения Б  
Листинг вычислительной программы «Main» в ППП MATLAB

```
NameProduct = str(307);           % Запись имени товара
temp = str(308);                 % запись в буферную переменную
end
temp = erase(erase(temp, 'P'),' '); % удаление лишних символов и
пробелов
PriceProduct = str2double(temp); % преобразование в строко-
вый формат и запись цены товара
DataProduct(i,1) = NameProduct;  % запись имени товара в
массив
DataProduct(i,2) = PriceProduct; % запись цены товара в мас-
сив

disp("Выгрузка данных успешно выполнена из " ... % ВЫВОД В КОМАДНУЮ
строку текстовой информации
+ i + "-ой ссылки");
end
DataProduct;                    % ВЫВОД ВЫГРУЖЕННЫХ ДАННЫХ
%% IV. ПОСТРОЕНИЕ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ
% Построение графика Решение Лотка-Вольтерра ode45 1 товара
% Объявление коэффициентов уравнения
alpha = 25;
beta = 0.04;
gamma = 46;
delta = 0.029;
[t,y] = ode45('LotkaVolterra',[0 5],[str2double(DataProduct(1,2)), str2dou-
ble(DataProduct(3,2))]);
figure(1);
plot(t,y);
legend('Shop "Domotekhnika"', 'Shop "Citilink"');
title(DataProduct(1,1));
xlabel("Time");ylabel("Price");
grid on
disp("Решение Лотка-Вольтерра ode45 по 1 товару успешно выполнено")
[t,y] = ode23('LotkaVolterra',[0 3],[str2double(DataProduct(1,2)), str2dou-
ble(DataProduct(3,2))]);
figure(2);
plot(t,y);
legend('Shop "Domotekhnika"', 'Shop "Citilink"');
title(DataProduct(1,1));
xlabel("Time");ylabel("Price");
disp("Решение Лотка-Вольтерра ode23 по 1 товару успешно выполнено")
```

Продолжение Приложения Б  
Листинг вычислительной программы «Main» в ППП MATLAB

```
% Построение графика Решение Лотка-Вольтерра ode45 2 товара
% Объявление коэффициентов уравнения
alpha = 32;
beta = 0.025;
gamma = 46;
delta = 0.023;
[t,y] = ode45('LotkaVolterra',[0 5],[str2double(DataProduct(2,2)), str2double(DataProduct(4,2))]);
figure(3);
plot(t,y);
legend('Shop "Domotekhnika"', 'Shop "Citilink"');
title(DataProduct(2,1));
xlabel("Time");ylabel("Price");
grid on
disp("Решение Лотка-Вольтерра ode45 по 2 товару успешно выполнено")
[t,y] = ode23('LotkaVolterra',[0 3],[str2double(DataProduct(2,2)), str2double(DataProduct(4,2))]);
figure(4);
plot(t,y);
legend('Shop "Domotekhnika"', 'Shop "Citilink"');
title(DataProduct(2,1));
xlabel("Time");ylabel("Price");
disp("Решение Лотка-Вольтерра ode23 по 2 товару успешно выполнено")
%% V. ИТОГ
timerVal = toc; % вывод времени работы скрипта
disp("Общее затраченное время на исполнение программы: "...
+ round(timerVal) + " сек.");
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

Листинг вычислительной программы «Lotka-Volterra» в ППП MATLAB

```
function yr = LotkaVolterra(t, y)
    global alpha beta gamma delta;           % объявление глобаль-
ных переменных
    %ЛОТКА уравнения Лотки-Вольтерра для модели хищник-жертва
    yr = [alpha*y(1) - beta*y(1)*y(2); -gamma*y(2) + delta*y(1)*y(2)];
end

end
```