Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Факультет математики и информатики
Кафедра математического анализа и моделирования
Направление подготовки – 01.03.02 Прикладная математика и информатика

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ
И.о. зав. кафедрой
_____________ Н.Н. Максимова
«______»_______________ 2022г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему: Математическое моделирование финансовой пирамиды

Исполнитель
студент группы 852об _______________ Н.Р. Дружинина
(подпись, дата)

Руководитель
доцент, канд. физ.-мат. наук _______________ Е.М. Веселова
(подпись, дата)

Нормоконтроль
старший преподаватель,
канд. физ.-мат. наук _______________ Л.И. Мороз
(подпись, дата)

Благовещенск 2022

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Факультет математики и информатики
Кафедра математического анализа и моделирования

УТВЕРЖДАЮ
И.о. зав. кафедрой
_____________ Н.Н. Максимова
«______»_______________2022 г.

З А Д А Н И Е

К бакалаврской работе студента Дружининой Натальи Романовны

1. Тема бакалаврской работы: Математическое моделирование финансовой пирамиды (утверждена приказом от 05.04.2022 № 679-уч)

2. Срок сдачи студентом законченной работы: 23.06.2022 г.

3. Исходные данные к бакалаврской работе: отчет по преддипломной практике, научные статьи, учебно-методические работы, среда разработки – ППП Matlab

4. Содержание бакалаврской работы (перечень подлежащих разработке вопросов): теоретические аспекты математического моделирования в экономике, математические и инструментальные методы, применяемые для исследования и компьютерная реализация для финансовой пирамиды.

5. Перечень материалов приложения: листинг вычислительной программы

6. Консультанты по бакалаврской работе: нормоконтроль – Мороз Л.И., старший преподаватель, канд. физ.-мат. наук.

7. Дата выдачи задания: 06.05.2022 г.

Руководитель бакалаврской работы: Веселова Елена Михайловна, доцент, канд. физ.-мат. наук, доцент

Задание приняла к исполнению (06.05.2022): ______________ Дружинина Н.Р.

РЕФЕРАТ

Бакалаврская работа содержит 45 с., 7 рисунков, 1 таблицу, 2 приложение, 20 источников.

ФИНАНСОВАЯ ПИРАМИДА, ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, СИСТЕМА ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, МОДЕЛЬ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Цель выпускной квалификационной работы – компьютерная реализация математической модели соперничества в экономике: модель финансовой пирамиды. Математическая постановка задачи сформулирована в виде задачи Коши для системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений.

Представлена реализация математической модели финансовой пирамиды встроенными средствами ППП Matlab. Представлены результаты вычислительных экспериментов при варьировании параметров модели. Разработан графический интерфейс вычислительной программы для быстрого получения результатов при варьировании начальных параметров.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение 5
1 Теоретические основы экономико-математического моделирования финансовой пирамиды 7
1.1 Основные аспекты моделирования в экономике 7
1.2 Основные признаки финансовой пирамиды 10
1.3 Подходы моделирования финансовой пирамиды. Модель Лотки-Вольтерра 12
1.4 Содержательная и концептуальная постановки задачи 13
1.5 Математическая постановка задачи 14
2 Численные методы и программные средства для реализации моделей динамических систем 19
2.1 Инструментарий ППП Matlab для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений 19
2.2 Численные методы решения задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений 21
3 Компьютерная реализация поставленной задачи 28
3.1 Реализация модели средствами ППП Matlab 28
3.2 Вычислительные эксперименты и анализ результатов 29
3.3 Графический интерфейс для визуализации результатов 33
4 Безопасность жизнедеятельности и здоровьесбережение 35
Заключение 40
Библиографический список 41
Приложение А Листинг вычислительной программы для классической модели и модели с запаздыванием 44
Приложение Б Листинг вычислительной программы при изменении значений параметров классической модели 45

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время применение математического, имитационного и компьютерного моделирования в разных предметных областях, в том числе в экономике, для исследования процессов или поведения объектов является актуальным, эффективным и широко используемым инструментом. Главной задачей исследования в прикладных областях является адекватное описание и выбор решения.

Объектом исследования выпускной квалификационной работы являлись финансовые пирамиды, исследования которых актуально и в наше время, так как они до сих пор представляют собой большую социальную и экономическую опасность. Несмотря на достаточно масштабные исследования в данной области, знание признаков финансовой пирамиды, схем их действия, число обманутых вкладчиков в сфере финансовых инвестиций увеличивается с каждым годом.

Цель выпускной квалификационной работы – компьютерная реализация математической модели соперничества в экономике: модель финансовой пирамиды.

Для достижения поставленной цели необходимо выполнить следующие задачи:

1) поиск и изучение подходящей литературы;
2) постановка математической модели;
3) реализация средствами ППП Matlab;
4) графическая интерпретация полученных решений.

В качестве среды для реализации математической модели финансовой пирамиды выбран пакет прикладных программ Matlab, работа в котором понятна, наглядна и гибка к изменяющимся параметрам.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, библиографического списка и приложения.

Первая глава выпускной квалификационной работы является теоретической. В ней приведены основные понятия моделирования в экономике, представлены содержательная и концептуальная модели описания финансовой пирамиды, а также приведена математическая постановка исследуемой финансовой пирамиды.

Во второй главе изложены возможные численные методы и программные средства для реализации поставленной задачи. В первом пункте главы дано обоснование выбора ППП Matlab в качестве среды для решения задачи и перечислены встроенные функции для решения ОДУ. Во второй пункте приведено описание метода Эйлера.

В третьей главе представлены результаты вычислительных экспериментов компьютерной реализации исследуемой задачи, представлены постановка задачи и параметры математической модели, а также результаты анализа полученных результатов. Для быстрой визуализации результатов при варьировании начальных параметров разработан графический интерфейс исследуемой математической задачи.

В четвертой главе бакалаврской работы изложены основные вопросы по безопасности жизнедеятельности и здоровьесбережения.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИНАНСОВОЙ ПИРАМИДЫ

1.1 Основные аспекты моделирования в экономике

Математическая модель – это некое математическое представление реальности, исследование которой позволяет получить информацию как о другой системе. Моделирование и построение математической модели экономического объекта позволяет свести экономический анализ производственных процессов к математическому анализу и принятию подходящих решений.

Математическая модель экономического объекта состоит из системы уравнений, неравенств, явлений, включающих в себя переменные и параметры, с целью исследования и управления.

Существует большое количество признаков, по которым можно классифицировать экономико-математические модели. Рассмотрим некоторые из них.

По масштабу моделируемой системы модели делятся на макроэкономические и микроэкономические модели.

Макроэкономические модели описывают экономику государства или экономико-географического региона в целом, связывая между собой укрупненные показатели: валовой национальный продукт, инфляцию, потребление, уровень занятости и т.п.

В микроэкономических моделях моделируемой системой является небольшая часть макроэкономической системы, чаще всего отдельное предприятие или его подразделение. Эти модели обычно носят оптимизационный характер и являются смешанными (полуэмпирическими).

По характеру зависимости от времени математические модели делятся на статические модели, характеристики которых не изменяются во времени, и динамические – с переменными во времени характеристиками. Достаточно интересным примером динамических моделей, на мой взгляд, является модель финансовой пирамиды.

Математические модели строятся для достижения одной из двух целей: теоретической или прикладной. Теоретические модели предназначены для изучения общих закономерностей и свойств экономической системы, а прикладные – для выработки конкретных рекомендаций при принятии практических решений.

Принципы экономико-математического моделирования опираются на общие принципы системного анализа.

Системный анализ представляет собой научный метод познания, состоящий из последовательности действий, которые устанавливают между собой структурные связи между переменными и постоянными элементами системы.

Основные принципы экономико-математического моделирования:

- достаточность используемой информации – в каждой частной модели должна использоваться информация, которая является необходимой и точной для результатов моделирования;

- инвариантность информации – необходимо, чтобы используемая входная информация была независима от параметров моделируемой системы, неизвестные на данной стадии исследования;

- преемственность моделей – любая последующая модель не может нарушать свойств объекта, установленных или отраженных в предыдущих моделях комплекса. Выбор критериев и модели должен опираться на принципе преемственности, но при условии, что обеспечивается выполнение принципов достаточности и инвариантности информации;

- эффективность реализуемости экономико-математических моделей – необходимо с точки зрения практического использования комплекса экономико-математического моделирования.

Экономико-математическое моделирование требует четкой формулировки исследуемой задачи. В процессе построения необходимо проводить аналитические математические преобразования [2].

В силу своей сложности, целесообразно строить системы экономических моделей, которые являются взаимосвязанными между собой, и моделируемые деятельность отдельных подсистем, используемых при построении общей модели.

Модель многоуровневых систем можно построить из модели двухуровневых систем как из модулей.

При проведении экономико-математического моделирования необходимо выполнить четыре основных этапа.

Первый этап – построение концептуальной модели. На этом этапе выполняется исходная постановка задачи, т.е. формулируются законы, устанавливающие определенные качественные и количественные связи между элементами модели.

Второй этап – построение математической модели. На этом этапе происходит формализация законов, сформулированных при построении концептуальной модели, записанных в математических выражениях.

Третий этап – исследование модели. На этом этапе выполняется анализ задач, к которым приводит построенная математическая модель с использованием соответствующего математического аппарата и вычислительной техники. Целесообразность применения средств вычислительной техники, численных методов и вычислительных экспериментов обусловлено невозможностью решения задачи аналитическими методами.

Четвертый этап – модернизация модели. Если результаты анализа математической модели не соответствуют изучаемому процессу, то строится новая модель, т.е. изменяются законы, формализующие реальные процессы и их количественные и качественные параметры.

Анализ модели может привести к изменению представлений исследователей о характере взаимовлияния различных переменных. Такой подход может привести к пересмотру гипотез или замене некоторых из них.

Поэтому процесс экономико-математического моделирования носит многошаговый характер, а одному реальному состоянию экономики или процессу может соответствовать целый набор моделей, отражающих различные его свойства.

Математические методы проверки могут выявить некорректные построения модели и тем самым сузить класс потенциально правильных моделей. Неформальный анализ теоретических выводов и численных результатов, получаемых посредством модели, сопоставление их с имеющимися знаниями позволяет обнаружить недостатки постановки задачи и построенной математической модели [1].

1.2 Основные признаки финансовой пирамиды

Под финансовой пирамидой подразумевается следующая финансовая схема: Организатор финансовой пирамиды в течение некоторого времени продает собственные обязательства, по которым он обязуется выплатить их предъявителю определенную сумму в будущем. Будем предполагать, что Организатор выполняет все свои обязательства вплоть до некоторого момента, называемого крахом финансовой пирамиды. Обязательства Организатора будем считать ценными бумагами, а сумму обязательств по каждой бумаге будем называть ее номиналом [4].

В рассматриваемой модели описывается только период существования финансовой пирамиды до ее краха, события, происходящие далее, остаются вне рассмотрения.

При любом инвестировании средств, в какую-либо сферу, следует провести подробный анализ, учесть все факторы риска и изучить альтернативные предприятия в этой сфере. У компаний – финансовых пирамид, очень явные признаки, указывающие на мошенничество и их достаточно много.

Основные признаки финансовой пирамиды [6]:

1) Высокий уровень обещанного дохода.

Вложения под более чем 20-30%годовых уже можно назвать рискованным. Если такую доходность обещают за такой срок как месяц – это явный признак финансовой пирамиды.

2) Гарантии доходности.

Ни один из способов вложений не может гарантировать инвестору получения дохода.

3) Агрессивная реклама.

Массированная реклама в сети Интернет и средах массовой информации с обещанием высокой доходности. Ее смысл заключается в потоке новых инвесторов. Зачастую реклама появляется неожиданно и в большом количестве.

4) Непрозрачность деятельности.

Легенда компании только рассказывает про поверхностную деятельность, при углублении в тематику деятельности компании, появляется все больше вопросов, а также затрудненность ответов.

5) Отсутствие лицензии на осуществление финансовой деятельности.

В России привлекать средства физических лиц могут только те компании, которые получили лицензию на подобную деятельность. Ее отсутствие указывает на незаконность деятельности.

6) Условием получения дохода является привлечение новых клиентов.

Этот признак непосредственно указывает на то, что проект является финансовой пирамидой.

Но даже при обнаружении всех вышеупомянутых признаков не стоит быть уверенным, что компания является финансовой пирамидой. Для правоохранительных и надзорных органов они являются лишь одним из сигналов для проведения в отношении организации, которая обладает такими признаками, проверочных мероприятий.

Организаторы финансовых пирамид ориентируются на модель, сочетающую криминальное и легальное поведение. Чтобы привлечь большее количество участников, финансовые пирамиды на начальном этапе жизненного цикла могут вести активную легальную деятельность, но в определенные момент времени деятельность организации становится нелегальной. Данная модель обуславливает специфическое поведение у групп инвесторов: даже расчетливый инвестор, воспользовавшись начальным этапом легальной деятельности организации для адаптации своей стратегии выхода из инвестиций, тем временем теряет контроль над общей ситуацией [4].

Список критериев для моделирования может быть расширен с учётом особенностей бизнеса – действительных или мнимых – организационной формы, финансовой стратегии, маркетинговой модели и прочего. Моделирование поведения инвесторов в финансовые пирамиды (а значит, опосредованно, и организаторов финансовых пирамид) представляет интерес не только научный, но и практический – как инструмент прогнозирования криминального поведения в той его части, которую принято называть «экономическими преступлениями».

В связи с этим математическое моделирование деятельности финансовых пирамид, определение основных этапов их развития и закономерностей функционирования имеют большое значения для профилактики и борьбы с ними.

Математическое моделирование деятельности финансовых пирамид, как и их дальнейший математический анализ, предоставляет возможность по внешним признакам определить, в какой степени компания является финансовой пирамидой.

1.3 Подходы моделирования финансовой пирамиды. Модель Лотки-Вольтерра

Для описания модели финансовой пирамиды используют модель Лотки-Вольтерра, которую часто называют модель «хищник–жертва», которая формализована в виде нелинейной системы дифференциальных уравнений первого порядка.

Данная модель описывает взаимодействие двух видов – популяции хищников и популяции жертв. К такой категории отношений принадлежат любые отношения между двумя видами, при которых увеличение (уменьшение) численности одного вида («жертвы») ведет к увеличению (уменьшению) численности другого вида («хищника»). При этом увеличение (уменьшение) численности вида «хищника» ведет к уменьшению (увеличению) численности вида «жертвы» [5].

В основе модели лежат следующие представления о характере внутривидовых и межвидовых отношениях в системе хищник-жертва:

1. В отсутствии хищника популяция жертвы распространяется экспоненциально;

2. Популяция хищника в отсутствии жертвы экспоненциально вымирает;

3. Суммарное количество жертвы, потребленное популяцией хищника в единицу времени, линейно зависит от плотности популяции жертвы, и от плотности популяции хищника;

4. Потребленная хищником биомасса жертвы перерабатывается в биомассу хищника с постоянным коэффициентом;

5. Какие либо дополнительные факторы, влияющие на динамику популяции, отсутствуют.

Основная особенность система Лотка-Вольтерра, благодаря которой она стала классической, состоит в том, что на основе упрощенных представлений о характере закономерностей, описывающих поведение системы, сугубо математическими средствами было выведено заключение о качественном характере поведения такой системы – о наличии в системе колебаний плотности популяций. Без построения математической модели и её исследования такой вывод сделать невозможно.

1.4 Содержательная и концептуальная постановки задачи

Сформулируем содержательную и концептуальную постановки задачи моделирования финансовой пирамиды [20]. Объект исследования – финансовая пирамида, которая строится в городе, где проживает N жителей. Происходит выпуск акций номиналом p_0 усл. ден. ед. и процентной ставкой p_s единичного периода начисления по начальному вкладу. Курс покупки акций – k усл. ден. ед., а продажи – p усл. ден. ед.

Среди жителей города царит некий ажиотаж, который можно выразить через коэффициент ажиотажа a. Он определяется такими факторами, как уровень инфляции, затраты на рекламную кампанию, наличие на рынке ценных бумаг других компаний и др. В простейшем случае коэффициент ажиотажа считают постоянной величиной: $a = const$.

Акции продаются в среднем через T дней после покупки. Известно, что в первый день с начала эмиссии D горожан стали держателями акций.

В данной модели финансовая пирамида будет рассматриваться как процесс купли-продажи, где все жители города делятся на покупателей и продавцов. Основные величины, определяющие поведение модели: количество акционеров и инвесторов в зависимости от времени, доход организатора, объёмы купли-продажи ценных бумаг.

1.5 Математическая постановка задачи

Определим количество потенциальных покупателей акций среди всех жителей города как y_k, а количество держателей акций (продавцов) – y_p. Между состояниями покупателей и продавцов постоянно происходит движение элементов системы (рисунок 1).

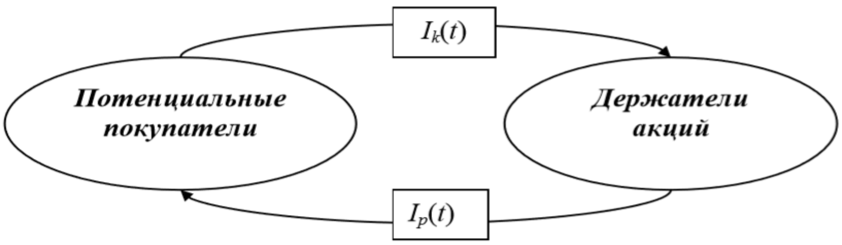

Рисунок 1 – Схема процесса купли-продажи ценных бумаг

Каждый день некоторая часть жителей продает или покупает акции компании-устроителя пирамиды. Весь процесс характеризуется интенсивностями купли $I_k(t)$ и продажи $I_p(t)$ акций компании. Интенсивность покупки акций $I_k(t)$ – функция времени, она пропорциональна числу держателей акций и зависит от коэффициента ажиотажа a и определяется как:

$$I_k(t) = a \cdot y_k(t).$$

Процесс продажи акций будет происходить, если с момента t покупки прошло T дней, т.е. $t>T$. Следовательно, интенсивность продажи $I_p(t)$ определяется так:

$$I_p(t) = \begin{cases} 0, & t \le T \\ I_p(t), & t > T \end{cases}.$$

В каждый момент времени *t* происходят процессы купли и продажи акций горожанами. Обозначим количество купленных акций через *K(t)*, оно определяется следующим образом:

$$K(t) = I_k(t) \cdot y_k(t) = a \cdot y_k(t) \cdot y_p(t),$$

а количество проданных акций как *P(t)*. По условию задачи акция не продается в течение *T* дней после покупки, т.е. количество продаж равно нулю, если *t*>*T*. Таким образом,

$$I_p(t) = \begin{cases} 0 & , \quad t \le T \\ I_p(t) \cdot y_p(t), & t > T \end{cases}.$$

Но количество акций проданных в момент времени *t*, равно количеству акций, купленных *T* дней назад, т.е. $P(t) = K(t-T)$. Следовательно,

$$P\ (t) = \begin{cases} 0 & , \quad t \le T \\ K(t-T) = I_k(t-T) \cdot y_k(t-T), & t > T \end{cases}.$$

Отсюда следует, что

$$I_p(t) \cdot y_p(t) = K(t-T) = I_k(t-T) \cdot y_k(t-T).$$

$$I_p(t) = \frac{K(t-T)}{y_p(t)} = \frac{I_k(t-T) \cdot y_k(t-T)}{y_p(t)}.$$

Подставив в формулу $I_p(t)$ значение интенсивности покупки акций получим

$$I_p(t) = \frac{K(t-T)}{y_p(t)} = \frac{a \cdot y_p(t-T) \cdot y_k(t-T)}{y_p(t)}.$$

Подставляем полученное значение в формулу нахождения количества купленных акций через $K(t)$:

$$P\ (t) = \begin{cases} 0 & , \quad t \le T \\ I_k(t-T) \cdot y_k(t-T) = a \cdot I_k(t-T) \cdot y_k(t-T) = K(t-T), & t > T \end{cases}.$$

Количество продавцов акций за промежуток времени Δt увеличивается на количество жителей, купивших акции *K(t)* за этот период, так как каждый купивший акции автоматически становится их продавцом,

$$K(t)\cdot\Delta t = y_k(t)\cdot I_k(t)\cdot\Delta t = y_k(t)\cdot y_p(t)\cdot\Delta t.$$

И уменьшится на число жителей города, продавших свои акции, т.е. объём продаж акций за промежуток времени Δt составляет

$$P\ (t) = \begin{cases} 0 & , \quad t \le T \\ K(t-T)\cdot\Delta t = I_k(t-T)\cdot y_k(t-T)\cdot\Delta t, & \quad t < T \end{cases}.$$

Уравнение баланса численности продавцов акций за промежуток времени Δt:

$$\Delta y_p = y_p(t+\Delta t) - y_p(t) = K(t)\cdot\Delta t - P(t)\cdot\Delta t =$$
$$y_k(t)\cdot I_k(t)\cdot\Delta t - y_k(t-T)\cdot a\cdot y_p(t-T)\cdot\Delta t,$$

$$\frac{\Delta y_p}{\Delta t} = \frac{y_p(t+\Delta t) - y_p(t)}{\Delta t} = K(t) - P(t) = y_k(t)\cdot I_k(t) - y_k(t-T)\cdot a\cdot y_p(t-T).$$

Переходя к пределу при $\Delta t \to 0$, получим в левой части уравнения производную $y'_p(t)$:

$$y'_p(t) = P(t) - K(t) = I_k(t)\cdot y_k(t) - y_k(t-T)\cdot a\cdot y_p(t-T).$$

Аналогично запишем уравнение изменения численности покупателей акций в промежутке времени Δt:

$$y'_k(t) = K(t) - P(t) = a\cdot y_p(t-T)\cdot y_k(t-T) - I_k(t)\cdot y_k(t).$$

Таким образом, получили систему дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом:

$$\begin{cases} y'_p(t) = P(t) - K(t) = I_k(t)\cdot y_k(t) - y_k(t-T)\cdot a\cdot y_p(t-T) \\ y'_k(t) = K(t) - P(t) = a\cdot y_p(t-T)\cdot y_k(t-T) - I_k(t)\cdot y_k(t) \end{cases},$$

общий вид которой:

$$\begin{cases} y'_p(t) = f(t, y_k, y_p) \\ y'_k(t) = g(t, y_k, y_p) \end{cases},$$

такую систему требуется решить относительно $y'_p(t)$ и $y'_k(t)$ – функций покупок и продаж акций в городе.

Для замыкания математической постановки задачи необходимо систему дифференциальных уравнений дополнить начальными условиями:

$$y_p(t_0) = y_{p0},$$
$$y_k(t_0) = y_{k0}.$$

Значение y_{p0} – число горожан, ставших обладателями акций в первый день исследуемого периода $y_{p0} = D$. Значение y_{k0} – количество жителей города N, за исключением тех, кто купил акции в первый день $y_{k0} = N - D$.

Для рассмотрения модели определим и другие показатели. Для их формализации определим ряд параметров:

1) Ежедневный прирост курса акций за счёт инфляции d_i в i – день. Пусть, каждый день прирост покупки за счёт инфляции увеличивается, например, на 0.4 %, тогда:

$$d_{i+1} = d_i \cdot (1 + 0.004).$$

2) Стоимость акций в i+1 – день при покупке (с учётом роста инфляции):

$$k_{i+1} = k_0 + d_i.$$

3) Процентная ставка единого периода начисления по начальному вкладу (простые проценты), например, ps=0.07.

4) Стоимость акций в i+1 – день при продаже (с учётом роста инфляции):

$$p_{i+1} = k_i(1 + ps).$$

5) Количество денег в кассе в первый день развития пирамиды, например, $profit_0$ =80000 рублей, ежедневный расход на строительство пирамиды составляет 600000 рублей. Процент ежедневного дохода учредителей пирамиды составляет, например, 4 % от ежедневного кассового сбора.

Расчет доходности пирамиды состоит в определении следующих показателей:

1) Количество денег в кассе компании-учредителя пирамиды в i+1 – день:

$$profit_{i+1} = \begin{cases} profit_i + k_i \cdot K_i - p_i \cdot P(t_i - T) - profit_i \cdot 0.04 - 800000, t_i > T \\ profit_i + k_i \cdot K_i - profit_i \cdot 0.04 - 800000, \qquad t_i \le T \end{cases}.$$

2) Абсолютный доход организатора пирамиды в i+1 – день составит:

$$predin_{i+1} = predin_i + profit_i \cdot 0.04.$$

3) Предельный доход организатора пирамиды в i+1 – день составит:

$$predin_{i+1} = \begin{cases} income_i - income_{i+1}, t_i \ge 2 \\ 0, \qquad t_i < 2 \end{cases}$$

4) Доход от одной акции для акционера в i+1 – день при условии продажи акции через T дней составит:

$$turn_{i+1} = \begin{cases} p_i - k(t_i - T), t_i > T \\ 0, \qquad t_i \le T \end{cases}.$$

5) Доход инвестора относительно затрат на покупку акции при условии продажи акции через T дней составит:

$$tempt_{i+1} = \begin{cases} tempt_0, \qquad t_i \le T \\ \dfrac{p_i - k(t_i - T)}{k(t_i - T)}, t_i > T \end{cases}.$$

2 ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

2.1 Инструментарий ППП Matlab для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений

Математическое моделирование финансовой пирамиды требует четкой формулировки исследуемой задачи. В тех случаях, когда аналитическое решение поставленных задач затруднительно, обращаются к программным средствам, одним из таких средств является ППП Matlab. Выбор программного продукта Matlab при написании выпускной квалификационной работы обусловлен наглядностью и эффективностью исследования, гибкостью к изменяющимся параметрам.

Matlab (сокращение от англ. «Matrix Laboratory») – пакет прикладных программ, который в настоящее время широко применяется инженерными и научными работниками для выполнения технических вычислений и решения прикладных задач. Пакет широко применяется и в образовании при изучении таких базовых дисциплин естественно-научных направлений как численные методы, линейная алгебра, математическое и компьютерное моделирование сложных систем.

Реализован пакет прикладных программ Matlab на одноименном языке программирования высокого уровня, включающего основанные на матрицах структуры данных, широкий спектр функций, интегрированную среду разработки, объектно-ориентированные возможности и интерфейсы к программам, написанным на других языках программирования.

Он дает пользователю возможность быстро выполнять различные операции над векторами и матрицами, такие как умножение и обращение матриц, вычисление определителей, нахождение собственных чисел и векторов. Кроме того, в Matlab входят операции вычисления обычных функций (алгебраических, тригонометрических, логических), решения алгебраических и дифференциальных уравнений, операции построения графиков и ряд других.

Matlab является главным инструментом для решения широкого спектра научных и прикладных задач. По отдельным его командам можно выполнять такие сложные операции, как нахождение корней полиномов, решение линейных и нелинейных алгебраических уравнений, моделирование линейных динамических систем.

Список возможностей Matlab довольно обширен. Инструментарий для решения обыкновенных дифференциальных уравнений представляет собой встроенные функции ode и dde, предназначенные для численного интегрирования систем ОДУ. Они применяются не только для решения простых дифференциальных уравнений, но и в тоже время для моделирования сложных динамических систем. Подобные функции могут решать уравнения неявного вида $F(t, y, y') = 0$. Для нежестких систем [19]:

ode45 – одношаговые явные методы Рунге-Кутта 4-го и 5-го порядка. Во многих случаях он дает хорошие результаты;

ode23 – одношаговые явные методы Рунге-Кутта 2-го и 3-го порядка. При умеренной жесткости системы ОДУ и низких требованиях к точности этот метод может дать выигрыш в скорости решения;

ode133 – многошаговый метод Адамса-Башворта-Мултона переменного порядка. Это адаптивный метод, который может обеспечить высокую точность решения.

Для жестких систем:

ode15s – многошаговый метод переменного порядка (от 1-го до 5-го, по умолчанию 5), использующий формулы численного дифференцирования;

ode23s – одношаговый метод, использующий модифицированную формулу Розенброка 2-го порядка. Может обеспечить высокую скорость вычислений при низкой точности;

ode23t – метод трапеций с интерполяцией;

ode23tb – неявный метод Рунге-Кутта в начале решения и метод, использующий формулы обратного дифференцирования 2-го порядка, в последующем.

При низкой точности этот метод может оказаться более эффективным, чем ode15s.

Для уравнений, не разрешенных относительно старшей производной: ode15i.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений называется жёсткой, если ее численное решение явными методами (например, методами Рунге-Кутта или Адамса) является неудовлетворительным из-за резкого увеличения числа вычислений или из-за резкого возрастания погрешности. Для жёстких систем неявные методы дают лучший результат. Одна и та же система ОДУ с различными коэффициентами может быть жесткой в разной степени.

2.2 Численные методы решения задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

Рассмотрим численный метод решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка [14].

Пусть задача Коши имеет вид:

$$\begin{cases} u' = f(x,u) \\ u(x_0) = \varphi(x_0) = u_0 \end{cases} \tag{1}$$

на некотором отрезке $[x_0, \bar{x}]$. Возьмём целое положительное число n и разделим отрезок $[x_0, \bar{x}]$ на n частей. Точки деления $x_k, k = 0,1,\ldots,n$ будут иметь при этом координаты

$$x_k = x_0 + kh \tag{2}$$

где $h = \dfrac{\bar{x} - x_0}{n}$, они образуют на отрезке $[x_0, \bar{x}]$ сетку с шагом $h = x_k - x_{k-1}$. При этом k=0 формула (2) дает x_0, при $k = n$ дает $x_n = \bar{x}$.

Сопоставим рассматриваемой задаче Коши (1) вспомогательную задачу:

$$\frac{y_{k+1} - y_k}{h} = f(x_k, y_k), \qquad k = 0,1,\ldots,n-1, \tag{3}$$

$$y_0 = u_0. \tag{4}$$

Уравнение (3) представляет собой разностное уравнение, аппроксимирующее дифференциальное уравнение системы (1). Вместо производной в левой части этого уравнения стоит разностное отношение. Начальное условие (4) совпадает с условием исходной системы (1).

Уравнение(3) и условие (4) перепишем в виде

$$\begin{aligned} &y_0 = u_0, \\ &y_{k+1} = y_k + hf(x_k, y_k), \qquad k = 0,1,\ldots,n-1. \end{aligned} \tag{5}$$

Такая формула записи (рекуррентная запись) позволяет по начальному значению y_0 вычислить y_1, затем по y_1 вычислить y_2 и т.д. Повторяя эту операцию n раз, мы последовательно определим все y_k, т.е. построим решение задачи (3), (4). Последовательность чисел y_k представляет собой функцию, определенную для конечного числа аргументов x_k сетки (2). Будем называть в дальнейшем такие функции сеточными функциями.

Возьмем теперь решение задачи Коши (1) $u(x)$ и рассмотрим его значения в точках x_k: $u_k = u(x_k)$, $k = 0,1,\ldots,n.$ Числа u_k также образуют сеточную функцию, порожденную функцией непрерывного аргумента $u(x)$. Наша задача заключается в том, чтобы сравнить между собой две сеточные функции y_k и u_k и показать их близость: $y_k \approx u_k$.

Для исследования этого вопроса составим разности

$$z_k = y_k - u_k, \qquad k = 0,1,\ldots,n. \tag{6}$$

Отметим при этом, что согласно (7)

$$z_0 = 0. \tag{7}$$

сеточную функцию называют погрешностью решения. Она показывает, какую ошибку мы допустим, если возьмем числа y_k, полученные в результате решения разностной задачи (3), (4), в качестве приближенных значений искомого решения задачи Коши (1) $u(x)$ в точках сетки x_k.

Выразим из (6) y_k через u_k и z_k : $y_k = u_k + z_k$ – и подставим в разностное уравнение (3):

$$\frac{u_{k+1} - u_k}{h} + \frac{z_{k+1} - z_k}{h} = f(x_k, u_k + z_k).$$

Это соотношение перепишем в виде

$$\frac{z_{k+1} - z_k}{h} = \psi_k^{(1)} - \psi_k^{(2)}, \qquad k = 0,1,\dots,n-1, \tag{8}$$

где $\psi_k^{(1)} = f(x_k, u_k + z_k) - f(x_k, u_k),$ (9)

$$\psi_k^{(2)} = \frac{u_{k+1} - u_k}{h} - f(x_k, u_k). \tag{10}$$

Исследуем сеточные функции, которые стоят в правой части уравнения (8). Начнем с первой из них $\psi_k^{(1)}$ (9). Там стоит разность значений функции $f(x,u)$ при одном и том же значении первого аргумента $x = x_k$ и различных значениях второго аргумента $u = u_k + z_k$ и $u = u_k$. С помощью формулы конечных приращений Лагранжа такую разность можно записать в виде

$$\psi_k^{(1)} = \frac{\partial f}{\partial u}(x_k, u_k + \theta_k z_k) z_k, \tag{11}$$

где θ_k – некоторое число, заключенное между нулем и единицей: $0 < \theta_k < 1$.

Теперь обратимся ко второй сеточной функции $\psi_k^{(2)}$ (10). Ее значения получаются при подстановке решения дифференциального уравнения системы (1) в разностное уравнение (3). В случае совпадения уравнений, результат подстановки оказался бы равен нулю. Различие между дифференциальным уравнением системы (1) и (3) делает числа $\psi_k^{(2)}$ отличными от нуля. Сеточную функцию $\psi_k^{(2)}$ называют погрешностью аппроксимации дифференциального уравнения системы (1) разностным уравнением (3). Перейдем к ее исследованию.

Представим u_{k+1} в виде $u_{k+1} = u(x_{k+1}) = u(x_k + h)$.

Разложим $u(x_k + h)$ по степеням h с помощью формулы Тейлора, предполагая, что функция *u(x)* имеет вторую непрерывную производную:

$$u_{k+1} = u_k + hu'(x_k) + \frac{1}{2}h^2 u''(x_k + s_k h). \tag{12}$$

Последнее слагаемое справа представляет собой остаточный член в форме Лагранжа, в нем s_k – некоторое число, заключенное между нулем и единицей: $0 < s_k < 1$. Подставим получившееся разложение в формулу (10) и учтем, что согласно дифференциальному уравнению системы (1) $u'(x_k) = f(x_k, u_k)$. В результате получим

$$\psi_k^{(2)} = \frac{h}{2} u''(x_k + s_k h), \qquad k = 0,1,\ldots,n-1. \tag{13}$$

Равенство (13) позволяет получить эффективную оценку для погрешности аппроксимации уравнения.

Положим

$$\psi = \max_{0 \le k \le n-1} \left| \psi_k^{(2)} \right|. \tag{14}$$

Величина ψ позволяет заменить последовательность чисел $\psi_0^{(2)}, \psi_1^{(2)}, \ldots, \psi_{n-1}^{(2)}$ числом с наибольшим модулем. Функция $u''(x)$ по предположению непрерывна и, следовательно, ограничена на отрезке $[x_0, \bar{x}]$:

$$\frac{1}{2} \left| u''(x) \right| \le M, \; x_0 \le x \le \bar{x}. \tag{15}$$

Соотношения (14), (15) позволяют переписать формулу (13) в виде неравенства:

$$\psi \le Mh. \tag{16}$$

Неравенство (16) показывает, что при $h \to 0$ величина $\psi_k^{(2)}$ стремится к нулю со скоростью, пропорциональной h. Таким образом, разностное уравнение (3) аппроксимирует дифференциальное уравнение системы (1) с первым порядком точности относительно h.

Подставим (10), (11) в (9) и перепишем полученное равенство в виде рекуррентной формулы, дополненной начальным условием (7):

$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ z_{k+1} = (1 + h \dfrac{\partial f}{\partial u}(x_k, u_k + \theta_k z_k)) z_k - h \psi_k^{(2)}. \end{cases} \tag{17}$$

Внешне эта задача аналогична задаче (5), однако между ними есть принципиальное отличие. В правую часть рекуррентного соотношения (17) входят величины u_k, θ_k, которые нам неизвестны. Поэтому мы не имеем возможности рассчитать последовательно числа $z_1, z_2, \ldots, z_n$ подобно числам $y_1, y_2, \ldots, y_n$ в случае (3). Однако система рекуррентных равенств (17) можно заменить системой рекуррентных неравенств и с их помощью не рассчитать, а оценить погрешность решения z_k.

Частная производная $\frac{\partial f}{\partial u}(x,u)$ непрерывна и, следовательно, ограничена

$$\left|\frac{\partial f}{\partial u}(x,u)\right| \le C .$$

Используя эту оценку, будем иметь

$$\left|1 + h\frac{\partial f}{\partial u}(x_k, u_k + \theta_k z_k)\right| \le 1 + Ch \le e^{Ch} = q. \tag{18}$$

Подставляя (14) и (18) в правую часть рекуррентных равенств (17), получим систему рекуррентных неравенств

$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ |z_{k+1}| \le q|z_k| + h\psi, \qquad k = 0,1,\ldots,n-1. \end{cases} \tag{19}$$

С их помощью можно последовательно получить оценки чисел z_k:

$$\begin{aligned} &z_0 = 0, \\ &|z_1| \le h\psi, \\ &|z_2| \le (1+q)h\psi, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &|z_n| \le (1 + q + q^2 + \ldots + q^{n-1})h\psi. \end{aligned} \tag{20}$$

По аналогии с (14) введем

$$z = \max_{0\le k\le n}|z_k| . \tag{21}$$

Число z характеризует самую «плохую» разность $|y_k - u_k|$ (6), имеющую наибольший модуль. Принимая по внимание то, что число q>1, можно заменить систему индивидуальных неравенств (20) «универсальной» оценкой величиныz:

$$z \le q^n nh\psi = e^{Cl}l\psi . \tag{22}$$

Здесь мы использовали выражение (18) для q: $q = e^{Ch}$ – и приняли во внимание то, что $nh = (\bar{x} - x_0) = l$, где l – длина отрезка, на котором мы строим решение дифференциального уравнения системы (1). Подставляя в (22) оценку (16) для величины ψ ,будем иметь

$$z \le Me^{Cl} lh. \tag{23}$$

Обсудим неравенства (22) и (23). Оценка (22) показывает, что погрешность решения зависит от погрешности аппроксимации уравнения ψ . Чем лучше разностное уравнение аппроксимирует дифференциальное уравнение, тем лучше его решение аппроксимирует решение дифференциального уравнения.

Оценка (23) позволяет утверждать, что при $h \to 0$ погрешность $z \to 0$ со скоростью, пропорциональной *h*, т.е. решение задачи Коши (1) с первым порядком точности относительно *h*. Выбирая шаг *h* достаточно малым, мы можем найти это решение с любой нужной нам степенью точности.

Осталось разобраться в последнем вопросе. Разностная задача (3), (4) позволяет рассчитать сеточную функцию $y_k \approx u_k$. Таким образом, мы получаем ответ в виде набора чисел, а не функции непрерывного аргумента *x* на отрезке $[x_0, \bar{x}]$. В случаях, когда нужно иметь приближенные решения в виде функции *y(x)*, ее можно построить по сеточной функции y_k с помощью методов интерполирования.

Опишем простейшую схему такого перехода от дискретного к непрерывному. Сеточной функции y_k на плоскости *x*,*y* соответствует набор точек M_k с координатами $x_k, y_k, k = 0,1,2,\ldots,n.$ Пусть M_k и M_{k+1} – две соседние точки. Соединим их отрезком прямой линии. Уравнение такого отрезка имеет вид

$$y(x) = y_k + (x - x_k) f(x_k, y_k), \quad x_k \le x \le x_{k+1}, \quad k = 0,1,2,\ldots,n-1. \tag{24}$$

Совокупность этих отрезком образует ломаную линию, состоящую из *n*звеньев, которая начинается в точке M_0 и заканчивается в точке M_n. Ее называют ломаной Эйлера.

Формулы (24) задают кусочно-линейную функцию *y(x)*, определенную на всем отрезке $[x_0, \bar{x}]$. Она приближенно описывает решение *u(x)*, задачи Коши

(1): $u(x) \approx y(x)$. С геометрической точки зрения эта ломанная дает приближенное представление о графике искомой интегральной кривой.

На рисунке 2 представлен пример, иллюстрирующий метод Эйлера.

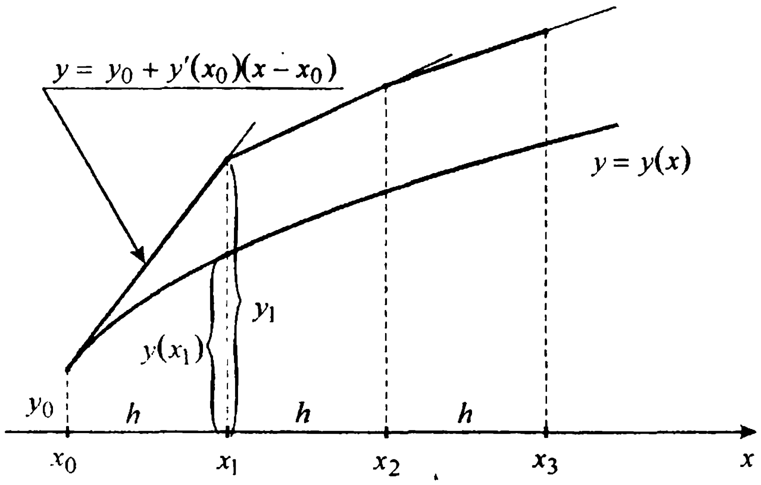

Рисунок 2 – Иллюстрация метода Эйлера

Численные методы можно применять только к корректно поставленным задачам. Однако формальное выполнение условий корректности может оказаться недостаточным для использования численных методов. Необходимо, чтобы задача была хорошо обусловлена (устойчива) относительно входных данных. Если это условие не учитывать, то небольшие изменения начальных условий или небольшие погрешности численных методов могут сильно исказить решение [15].

Численные методы можно применить к обширным классам и системам уравнений. С помощью ЭВМ эти методы стали одним из основных способов решения практических задач для ОДУ.

3 КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ПОСТАВЛЕННОЙ ЗАДАЧИ

3.1 Реализация модели средствами ППП Matlab

Реализовать модель Лотки-Вольтерра «хищник-жертва» можно двумя способами: классическая модель и модель с запаздыванием. Классическая модель соперничества описывается задачей Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} y'_p = P \cdot y_p - p \cdot y_k \cdot y_p \\ y'_k = -R \cdot y_k + r \cdot y_k \cdot y_p \end{cases},$$

где y_p – число владельцев акциями, y_k – число покупателей акций, P – параметр, отвечающий за увеличение числа покупателей акций при отсутствии продавцов, R – параметр, отвечающий за уменьшение числа владельцев акций в отсутствие покупателей. Вероятность привлечения покупателя к покупке акции пропорциональна числу $y_p \cdot y_k$, слагаемое $p \cdot y_p \cdot y_k$ соответствует отсутствию покупателей, $r \cdot y_p \cdot y_k$ – появлению покупателей.

Начальные условия:

$$y_p(t_0) = y_{p0},$$

$$y_k(t_0) = y_{k0}.$$

Реализацию этой модели проведем с помощью встроенной функции пакета ode23s. Функция ode23s предназначена для решения жестких задач, которой как раз является модель Лотки-Вольтерра.

Модификация этой модели предполагает, что увеличение числа людей купивших акции – «хищников» – происходит не мгновенно, а по истечении некоторого времени T после встречи «хищника» и «жертвы» – покупателя акций. Модель трансформируется в систему дифференциальных уравнений с запаздыванием по аргументу:

$$\begin{cases} y'_p(t) = P(t) \cdot y_p(t) - p \cdot y_k(t-T) \cdot y_p(t-T) \\ y'_k = -R(t) \cdot y_k(t) + r \cdot y_k(t-T) \cdot y_p(t-T) \end{cases}.$$

Для реализации модели с запаздыванием используют встроенную функцию пакета dde23, входными аргументами которой являются: функция правой части системы, моменты запаздывания, функция предыстории, границы отрезка рассмотрения решения. Результатом вызова является – структура *sol*, состоящая из:

- *sol.x* – вектор-строка со значениями независимой переменной *t*, для которых найдено приближенное решение,

- *sol.y* – массив со значениями *y*, каждая строка содержит его компоненты,

- *sol.yp* – массив со значениями компонент производных от *y*.

Модель «хищник–жертва» используется во многих приложениях для описания процессов соперничества, в экономике такими примерами моделей являются: модель слияния и поглощения компаний, модель предприятия с учетом зависимости ставки заработной платы от численности трудящихся (объем производства – ставка заработной платы), модель финансовой пирамиды, макроэкономическая модель Гудвина и др.

3.2 Вычислительные эксперименты и анализ результатов

Требуется провести компьютерную реализацию модели развития финансовой пирамиды, при параметрах, указанных в таблице 1.

Таблица 1 – Параметры вычислительного эксперимента

Параметр, ед.	Обозначение	Значение
Период наблюдения, день	$\Delta t,\ [t_0, t]$	[1, 62]
Коэффициент ажиотажа, 1/день	p	0,00001
Число горожан, купивших акции в первый день, чел.	D	112778
Число жителей, чел	N	225757
Параметр, отвечающий за увеличение числа покупателей акций при отсутствии продавцов	P	0,85
Параметр, отвечающий за уменьшение числа владельцев акций в отсутствие покупателей	R	1

Выполним вычислительный эксперимент при варьировании параметров модели.

Компьютерная визуализация вычислительного эксперимента представлена на рисунке 3. Листинг программы приведен в приложении А.

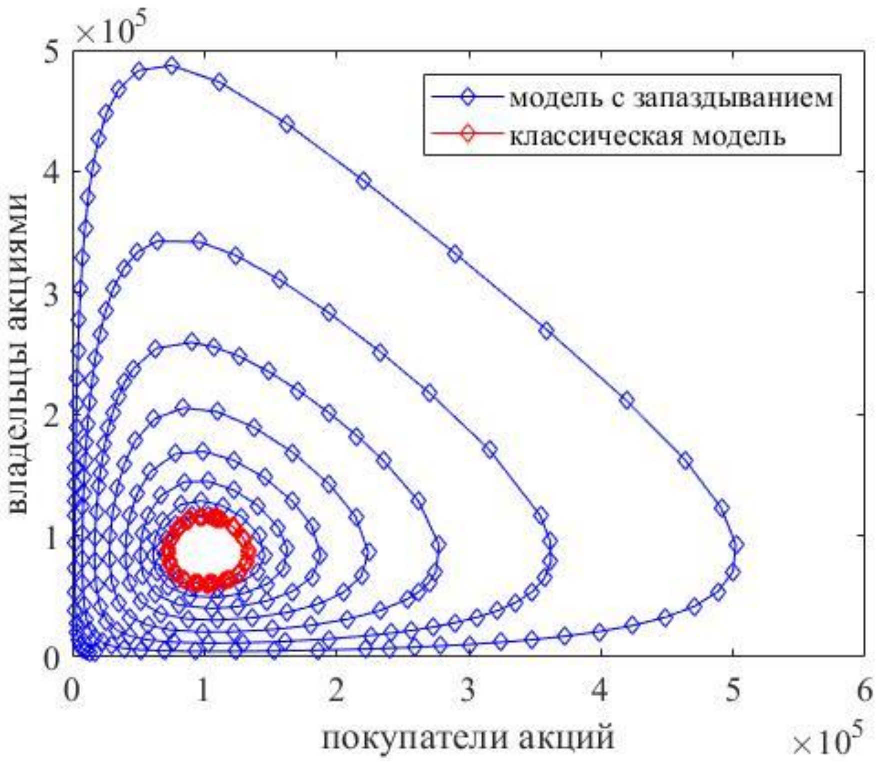

Рисунок 3 – Визуализация результата реализации модели «хищник-жертва»

По горизонтальной оси отложен размер «жертв», по вертикали – «хищников». В роли жертв выступают горожане, не купившие акции, в роли хищников – горожане, которые купили акции.

Решением системы уравнений для классической модели соперничества на плоскости является замкнутая кривая, на графике она показана красным цветом. Данный результат будет являться моделью незатухающих колебаний.

Синим цветом показана модель с запаздыванием.

В зависимости от начальных параметров будет меняться особая точка – такое значение размеров категорий человек, когда обе категории остаются неизменными и сбалансированными.

Начальное условие не попадает в особую точку, в точку (0;0). Фазовая кривая будет идти вокруг нее, о чем как раз и говорили Лотка и Вольтерра. То есть количество человек одной категории будет расти, другой – падать, затем наоборот.

Чтобы проследить, как зависит число владельцев акциями и покупателей, построим график.

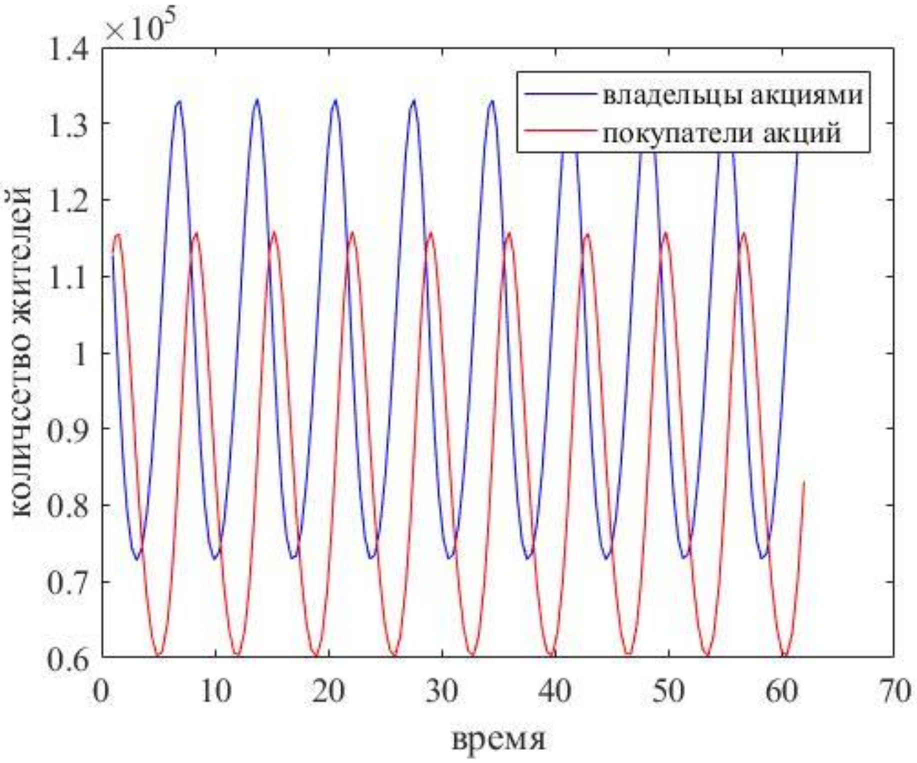

Рисунок 4 – График зависимости количества владельцев и покупателей акций от времени

Форма траекторий имеет неэллиптический вид, что говорит о негармоническом характере колебаний количества одной категории людей и другой.

Изменяя параметры уравнения исследуемой модели можно получить совсем иной вариант решения, например, «катастрофический», при котором одна категория людей исчезает полностью, а вторая становится очень малочисленной.

Постоим траекторию решения при параметрах: P=0.45, R=0.7, $p=r=sin(t)$. В данной ситуации количество владельцев акций становится равным нулю, а количество покупателей – минимальным.

При подобных значениях параметров возможны затухающие колебания, что мы можем и увидеть на рисунках 5 и 6. Листинг программы приведен в приложении Б.

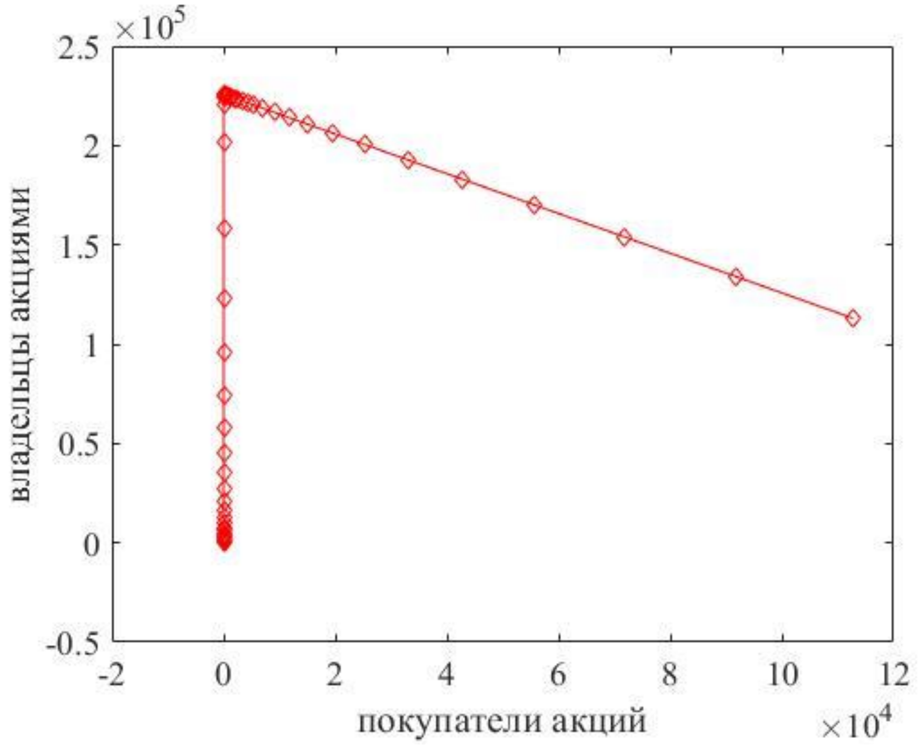

Рисунок 5 – Катастрофический вариант модели «хищник–жертва»

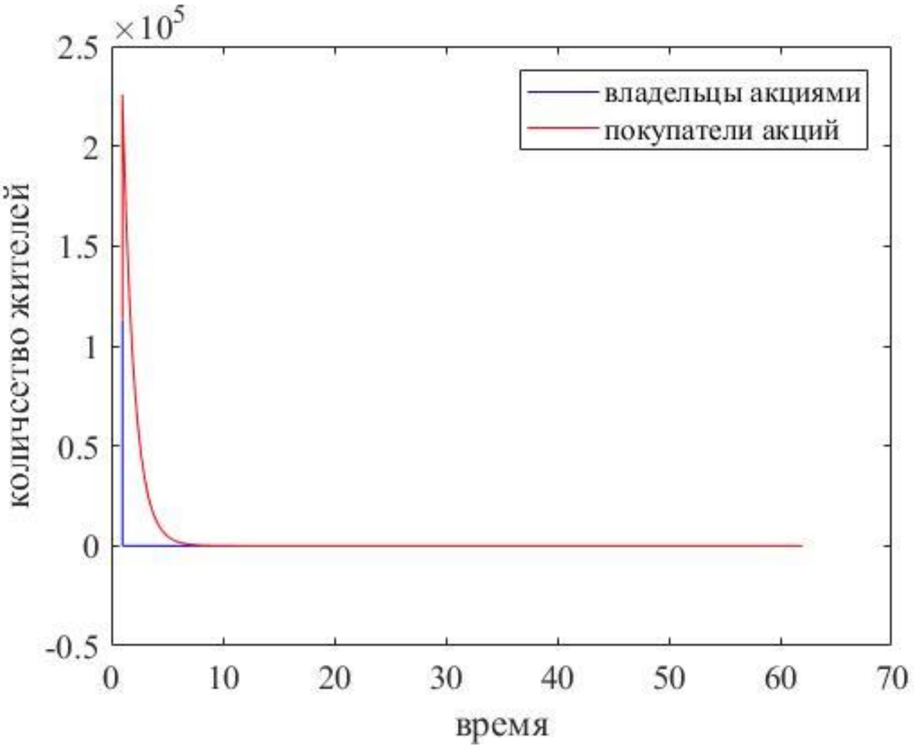

Рисунок 6 – График зависимости количества владельцев и покупателей акций от времени

Недостатком математической интерпретации модели хищник-жертва, описываемой системой ОДУ, является тот факт, что она структурно неустойчива, то есть малое изменение правых частей в ней может приводить к качественному изменению поведения решения. Более того, именно поэтому трудно говорить о совпадении теории с экспериментом.

Компьютерная реализация позволяет убедиться в том, что рассмотренные выше методы представляют некоторую закономерность. Показанные выше графики показывают, как численность одной категории зависит от другой, и как число этих категорий будет изменяться с течением времени.

3.3 Графический интерфейс для визуализации результатов

В системе Matlab представлена возможность создания приложений с графическим интерфейсом пользователя. Для этого в данный пакет прикладных программ включена среда GUIDE. Работать в этой среде достаточно просто, для этого используют элементы управления (кнопки, раскрывающиеся списки, пояснительные текста, графики и т.д.), которые размещаются с использованием мыши; далее программируются события, возникающие при обращении пользователя к данным элементам управления.

Приложение может состоять из одного или нескольких окон, осуществлять вывод графической и текстовой информации, вывод осуществляется в одно или отдельные окна.

Некоторые функции Matlab предназначены для создания стандартных диалоговых окон открытия и сохранения файла, печати, выбора шрифта, окна для ввода данных, которыми можно пользоваться в собственных приложениях.

Выбор данной среды для реализации обусловлен своей простотой, легкостью моделирования моделей, построение графиков.

Чтобы начать компьютерное моделирование, необходимо запустить среду GUIDE, для этого в командной строке требуется ввести «guide».Создадим диалоговое окно, на котором расположим четыре окна ввода значений, область статического текста, место для вывода графика и три кнопки: построения графика, очистка области построения графика, закрытие приложения. На рисунке 7 представлен графический интерфейс реализации базовой модели «хищник-жертва».

Главная особенность компьютерного моделирования в том, что есть возможность изменять входные данные в диалоговом окне. Кнопка «Plot» содержит код данного метода, в котором описана функция построения.

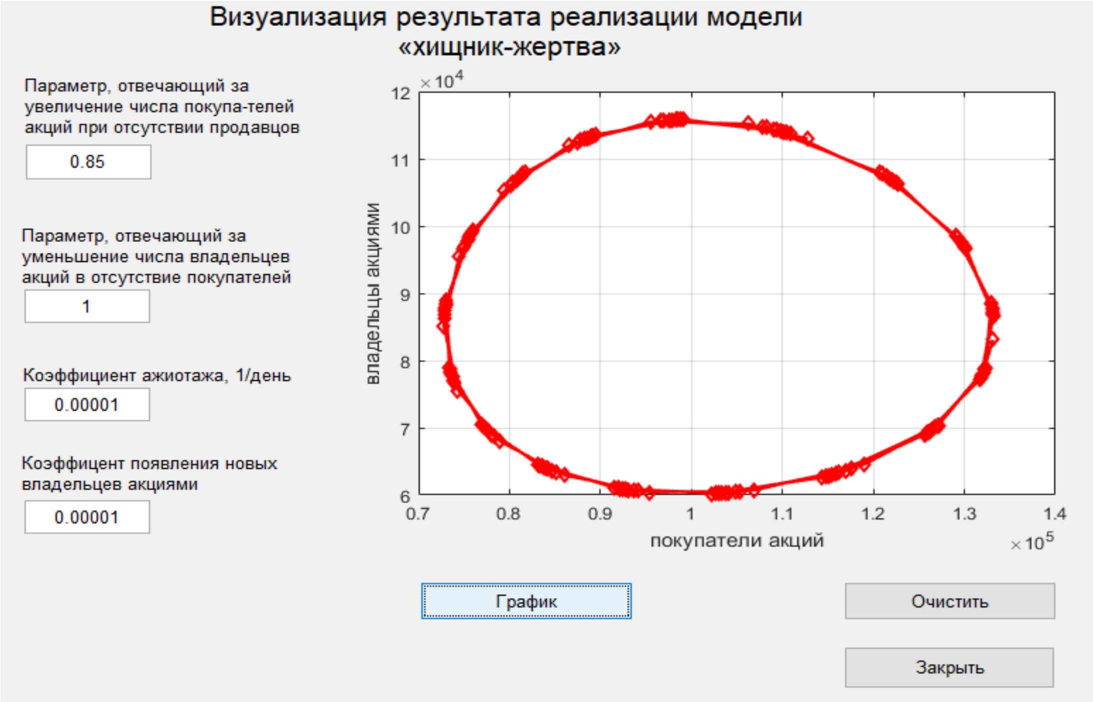

Рисунок 7 – Графический интерфейс реализации базовой модели «хищник–жертва»

Встроенная среда ППП Matlab – GUIDE, позволяет построить методы любой сложности и изменять начальных данных.

4 БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ И ЗДОРОВЬЕСБЕРЕЖЕНИЕ

Данная глава посвящена рассмотрению самостоятельных занятий физической культурой в сохранении здоровья.

Целью самостоятельных занятий физическими упражнениями является сохранение здоровья, поддержание высокого уровня физической и умственной работоспособности, коррекция физического развития и телосложения, овладение жизненно необходимыми умениями и навыками, достижение физического совершенства, формирование психофизических качеств. Для достижения поставленной цели предусматривается решение следующих воспитательных, образовательных и оздоровительных задач:

- понимание важности самостоятельных занятий в сохранении здоровья, развитий личности и подготовки ее к профессиональной деятельности;
- овладение методами и приемами самоподготовки, самовоспитания, самоконтроля и самосовершенствования студентами в процессе самостоятельных занятий избранным видом спорта или системой физических упражнений;
- формирование мотивационно-ценностного отношения к самостоятельным занятиям, потребность в регулярных занятиях физическими упражнениями и спортом;
- теоретическое знание научно-практических основ самостоятельных занятий в сфере здоровья как социальной ценности в здоровом образе жизни;
- обеспечение общей и профессионально - прикладной физической подготовленности, определяющей психофизическую готовность студента к будущей трудовой деятельности;
- приобретение опыта творческого использования физкультурноспортивной деятельности для обеспечения высокого уровня здоровья, достижения жизненных и профессиональных задач.

Самостоятельные занятия физической культурой в высших учебных заведениях выполняют следующие функции:

- преобразовательно-созидательную, что обеспечивает достижение необходимого уровня физического развития, подготовленности и совершенствования личности, укрепление здоровья, подготовку к профессиональной деятельности;

- интегративно-организационную, характеризующую возможности объединения молодежи в коллективы, команды, клубы, организации, союзы для совместной физкультурно-спортивной деятельности;

- проективно-творческую, определяющую физкультурно-спортивную деятельность, в процессе которой создаются модели профессионально-личностного человека, стимулируются его творческие способности осуществляются процессы самопознания, самоутверждения, саморазвития, обеспечивается развитие индивидуальных возможностей;

- проективно-прогностическую, позволяющую расширить эрудицию студентов в сфере физической культуры, активно использовать знания в физкультурно-спортивной деятельности и соотносить эту деятельность с профессиональными намерениями;

- ценностно-ориентационную, в процессе реализации которой формируются профессионально- и личностно-ценностные ориентации, их использование обеспечивает профессиональное саморазвитие и личностное самосовершенствование;

- коммуникативно-регуляторную, отражающую процесс культурного поведения, общения, взаимодействия участников физкультурно-спортивной деятельности, организации содержательного досуга, оказывающую влияние на коллективные настроения, переживания, удовлетворение социально-этических и эмоционально-эстетических потребностей, отвлекающих от курения, алкоголя.

Для решения вышеуказанных задач необходимо определить систему средств его физичкой культуры и подобрать непосредственные формы. Выделяют следующие направления:

- общеподготовительное;

- спортивное;

- профессионально-прикладное;

- оздоровительно-рекреативное (оздоровительно-восстановительное);

- гигиеническое;

- лечебное.

В теории и методике существуют четыре основные формы самостоятельных занятий:

- утренняя гигиеническая гимнастика;

- физкультурно-оздоровительные мероприятия в режиме учебного дня;

- самостоятельные тренировочные занятия;

- попутная тренировка.

Задача утренней гигиенической гимнастики – организовать студента к началу учебного дня, улучшить самочувствие и повысить психологический настрой. Комплексы утренней гигиенической гимнастики рекомендуется составлять из 7-10 упражнений динамического характера, воздействующие на все группы мышц, упражнения на гибкость и дыхательные упражнения. Общая продолжительность утренней гигиенической гимнастики должна составлять 10-15 минут. Не следует выполнять упражнения с натуживанием, большими отягощениями, статического характера и до утомления. Можно использовать упражнения со скакалкой, с эспандером, мячом.

Физическая нагрузка на организм повышается постепенно, а в конце занятия снижается. Дозировка физических упражнений обеспечивается изменением исходного положения, амплитудой движения, темпом выполнения и количеством повторений.

Утреннюю гигиеническую гимнастику желательно сочетать с самомассажем, закаливанием, водными процедурами.

Физкультурно-оздоровительные мероприятия в режиме учебного дня выполняются в перерывах между учебными и самостоятельными занятиями. Эти упражнения препятствуют наступлению утомления, поддерживают оптимальный уровень работоспособности, укрепляют здоровье, содействуют улучшению физического развития и двигательной активности, студенты овладевают навыками самостоятельных занятий физической культуры.

Физические упражнения в режиме учебного дня следует проводить через 1,5-2 часа работы, отводя на них 10-20 минут. Можно использовать различные упражнения на гибкость (потягивания, наклоны и др.), более активные движения, несложные упражнения на силовую выносливость отдельных групп мышц. Эти упражнения стимулируют кровообращение, способствуют восстановлению умственной деятельности, предотвращают застой крови в конечностях (профилактика заболеваний). Желательно проводить упражнения в проветриваемом помещении или на открытом воздухе.

Самостоятельные тренировочные занятия можно проводить индивидуально или в группе (3-5 человек). Рекомендуется заниматься физическими упражнениями от 2 до 6 дней в неделю по 1-2 часа. Количество тренировочных занятий зависит от уровня подготовленности и, особенно, от цели, которую преследует занимающийся. Менее двух тренировок в неделю нецелесообразно, поскольку это не способствует повышению тренированности организма. Данный вид тренировочных занятий должен носить комплексный характер, то есть способствовать развитию физических качеств, повышать общую работоспособность организма и обязательно укреплять здоровье.

Возможности использования попутной тренировки в повседневной жизни обширны. Главное при выполнении трудовых физических действий – это соблюдать темп, характер и время применения упражнений.

Не потратив ни единой дополнительной минуты, можно делать очень простые и полезные упражнения «по дороге».

Встав с постели, человек обычно направляется в ванную, на кухню, в другую комнату. Передвигаться по квартире можно следующим образом: на носках, на пятках, на наружных сводах стоп, косолапым шагом в полуприседе «гусиным» шагом, с высоким подниманием колена, ставя обе стопы в одну линию, прыжками на двух или одной ноге, что эффективно укрепляет мышцы ног.

Более того, по дороге можно сделать несколько упражнений: рывки руками, согнутыми перед грудью; рывки прямыми руками одна вверх-назад, другая вниз-назад; круговые движения руками вперед и назад, упереться руками в верхний дверной косяк и попытаться «оттеснить» его к потолку, что хорошо укрепляет мышцы рук.

На ходу трудно выполнять какие-либо упражнения для мышц ног, но это можно делать, ожидая, пока закипит чайник. Например:

- руки вверх, потянуться;

- наклониться вперед, коснуться руками носков ног;

- вытянув руки вперед в стороны, делать маховые движения поочередно каждой ногой к одноименной (или разноименной руке);

- присесть на ступне или на носках, выпрямив спину 5-7 раз;

- руки на поясе, подняться на носки и резко опуститься на всю стопу, ударив пятками о пол – простое, но очень полезное упражнение и др.

Приобщение студенческой молодежи к физической культуре – важное слагаемое в формировании здорового образа жизни. Наряду с широким развитием и дальнейшим совершенствованием организационных форм занятий физической культурой, решающее значение имеют самостоятельные занятия физическими упражнениями.

Здоровье и учеба студентов взаимосвязаны и взаимообусловлены, и чем крепче здоровье студента, тем продуктивнее обучение.

Тысячи лет человечество искало чудесный эликсир жизни, дающий людям здоровье, радость, ощущение полноты жизни. Современный специалист должен быть физически культурным человеком.

Строить себя, свое здоровье по жесткому графику трудно, но если это удается, то и удается все остальное в жизни: труд, семья, отдых.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе написания выпускной квалификационной работы проведен литературный обзор по теории финансовых пирамид, их признакам и условиям существования. Современным инструментом экономико-математических исследований является имитационное моделирование. В рамках бакалаврской работы численно реализована модель Лотки-Вольтерра, с помощью которой можно описать деятельность финансовой пирамиды. Варьируя начальные данные, можно прогнозировать деятельность пирамиды и анализировать когда наступит ее крах.

В выпускной квалификационной работе проведен вычислительный эксперимент по модели финансовой пирамиды с разными значениями начальных показателей. Разработан графический интерфейс модели для быстрого получения результатов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1 Бережная, Е.В. Математические методы моделирования экономических систем: учебное пособие / Е.В. Бережная, В.И. Бережной. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 2006. – 432 с.

2 Герасимов, Б.И. Дифференциальные динамические модели: учебное пособие / Б.И. Герасимов, Н.П. Пучков, Д.Н. Протасов. – Тамбов: Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2010. – 80 с.

3 Минюк, С.А. Дифференциальные уравнения и экономические модели [Электронный ресурс]: учебное пособие / С.А. Минюк, Н.С. Берёзкина. – Электрон.текстовые данные. – Минск: Вышэйшая школа, 2007. – 141 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/21742.html. – ЭБС «IPRbooks»

4 Димитриади Г.Г., Модели финансовых пирамид: детерминированный подход. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 32 с.

5 Математическое моделирование финансовых пирамид: учебно-методическое пособие / составители А.Д. Баев [и др.]. – Воронеж: ВГУ, 2017. – 47 с.// Лань: электронно-библиотечная система. – URL: https://e.lanbook.com/book/154791 (дата обращения: 25.04.2022).

6 Коваленко А.В., Математическое моделирование деятельности финансовой пирамидой. Часть 1. Основные понятия / А.В. Коваленко // Научных журнал КубГАУ, 2012. – №82 (08). – 1-13.

7 Коваленко А.В., Математическое моделирование деятельности финансовой пирамидой. Часть 2. Дискретные модели / А.В. Коваленко // Научных журнал КубГАУ, 2012. – №82 (08). – 1-13.

8 Коваленко А.В., Математическое моделирование деятельности финансовой пирамидой. Часть 2. Непрерывные модели / А.В. Коваленко // Научных журнал КубГАУ, 2012. – №82 (08). – 1-13.

9 Прасолов, А.В., Математические методы экономической динамики : учебное пособие / А.В. Прасолов. – 2-е изд., испр. – Санкт-Петербург: Лань,

2022. – 352 с. –URL: https://e.lanbook.com/book/212186 (дата обращения: 25.04.2022).

10 Авдеева, О.В. Некоторые приложения обыкновенных дифференциальных уравнений в экономике: методические указания для студентов направления 38.03.01 «Экономика» всех форм обучения/ О.В. Авдеева, О.И. Микрюкова. – Вологда: ВоГУ, 2015.– 43 с.

11 Алешина, Е.В. Физические аналогии в экономике/ Е.В. Алешина, Р.А. Браже, А.А. Грешнова // Физическое образование в вузах. –1997. – Т.3. – №2. – С. 42-50.

12 Вержбицкий, В.М. Численные методы. (Математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения): учебное пособие для вузов/В.М. Вержбицкий. – 2-е изд., испр. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век», 2005. – 400 с.

13 Кузьменко, Е.А. Численные методы решения прикладных задач. Лабораторный практикум: учебное пособие / Е.А. Кузьменко, Н.И. Кривцова, О.Е. Мой-зес. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2012. – 144 с.

14 Самарский, А.А. Введение в численные методы: учебное пособие / А.А. Самарский. – СПб.: Лань, 2009. – 288 с.

15 Формалев, В.Ф. Численные методы [Электронные ресурс] / В.Ф. Формалев, Д.Л. Ревизников. – Электрон.текстовые данные. – М.: Физматлит, 2006. – 397 с. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/48183. – ЭБС «Лань»

16 Кондаков, Н.С. Основы численных методов: практикум [Электронный ресурс] / Н.С. Кондаков. – Электрон.текстовые данные. – М.: Московский гуманитарный университет, 2014. – 92 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/39690. – ЭБС «IPRbooks»

17 Ануфриев, И.Е. MATLAB 7 / И.Е. Ануфриев, И.Е. Смирнов, Е.Н. Смирнова – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.

18 Дьяконов, В.П. MATLAB: полный самоучитель [Электронный ресурс] / В.П. Дьяконов. – Электрон.текстовые данные. – Саратов: Профобразование,

2019. – 768 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/87981.html. – ЭБС «IPRbooks»

19 Масловская, А.Г. Численные методы: использование инструментальных средств и реализация алгоритмов на базе ППП MATLAB: учеб.пособие / А.Г. Масловская, А.В. Павельчук. – Благовещенск: Изд-во Амур.гос. ун-та, 2016. – 212 с. – Режим доступа: https://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/7430.pdf

20 Масловская, А.Г. Компьютерное моделирование экономических систем и процессов: практикум в ППП MATLAB [Электронный ресурс] / А.Г. Масловская. – Благовещенск: Изд-во Амур.гос. ун-та, 2017. – 98 с. – Режим доступа: https://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/9789.pdf

ПРИЛОЖЕНИЕ А
Листинг вычислительной программы для классической модели и модели с запаздыванием

```
Function F=mat1(t,y)    %вектор-функция правых частей СОДУ
P=0.85;
R=1;
p=0.00001;
r=p;
F=[P*y(1)-p*y(1)*y(2); -R*y(2)+r*y(1)*y(2)];
```

```
Function H=osHist(t)   %вектор предыстории
H=[112778; 112979];
```

```
Function z=mat(t,y,Z) %вектор-функция правых частей СОДУ с запаз-
дыванием
P=0.85;
R=1;
p=0.00001;
r=p;
z=[P*y(1)-p*y(1)*y(2); -R*y(2)+r*Z(1)*Z(2)];
```

```
%вызов солверов и построение графиков
sol=dde23('mat',0.1,'osHist',[1 62]);
[T,Y]=ode23s('mat1',[1 62],[112778; 112979]);
figure (1)% визуализация результата реализации модели
plot(sol.y(1,:),sol.y(2,:),'bd-')   %фазовый портрет решения зада-
чи с запазыванием
holdon
plot(Y(:,1),Y(:,2),'rd-')   %фазовый портрет решения задачи для
классической модели
set(gca,'FontName','Times New Roman','FontSize',14);
legend('модель с запаздыванием','классическая модель');
ylabel('владельцы акциями'); xlabel('покупатели акций');
figure (2)  % зависимости количества владельцев и покупателей ак-
ций от времени
plot(T(:,1),Y(:,1),'b-')
hold on
plot(T(:,1),Y(:,2),'r-')
set(gca,'FontName','Times New Roman','FontSize',14);
legend('владельцы акциями','покупатели акций');
ylabel('количество жителей');xlabel('время');
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
Листинг вычислительной программы при изменении значений параметров классической модели

```
Function F=mat2(t,y)    %вектор-функция правых частей СОДУ
P=0.45;
R=9.5;
p=sin(t);
r=p;
F=[P*y(1)-p*y(1)*y(2); -R*y(2)+r*y(1)*y(2)];


%построение графиков
[T,Y]=ode23s('mat2',[1 62],[112778; 112979]);
figure (1)% визуализация результата реализации модели
plot(Y(:,1),Y(:,2),'rd-')
set(gca,'FontName','Times New Roman','FontSize',14);
legend('модель с запаздыванием','классическая модель');
ylabel('владельцы акциями'); xlabel('покупатели акций');
figure (2)  % зависимости количества владельцев и покупателей ак-
ций от времени
plot(T(:,1),Y(:,1),'b-')
hold on
plot(T(:,1),Y(:,2),'r-')
set(gca,'FontName','Times New Roman','FontSize',14);
legend('владельцы акциями','покупатели акций');
ylabel('количество жителей');xlabel('время');
```