Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Факультет инженерно-физический
Кафедра физики
Направление подготовки 03.03.02 – Физика
Направленность (профиль): Физика конденсированного состояния

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ
Зав. кафедрой
____________ Е.В. Стукова
«___»_________201_ г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему: Применение методов фокусировки лазерного излучения для получения цифровых голограмм

Исполнитель
студент 211об группы _______________ Д.В. Бадяй
(подпись, дата)

Руководитель
доцент, канд. физ.-мат. наук _______________ А.Ю.Сетейкин
(подпись, дата)

Нормоконтроль
доцент, канд. физ.-мат. наук _______________ О.А. Агапятова
(подпись, дата)

Благовещенск 2016

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Факультет инженерно-физический
Кафедра физики

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ
Зав. кафедрой
____________ Е.В. Стукова
«___»_________201_ г.

ЗАДАНИЕ

К выпускной квалификационной работе студента Бадяй Дмитрия Владимировича

1.Тема выпускной квалификационной работы: Применение методов фокусировки излучения для получения цифровых голограмм

(утверждена приказом от 03.06.16№1215-уч)

2. Сроки сдачи студентом законченной работы: 14 июня 2016 г.

3. Исходные данные к выпускной квалификационной работе: методики для восстановления голографического изображения, на основе «приближении Френеля» и «метод свертки»; аппаратная среда MathCAD; параметры ПЗС-матрицы.

4. Содержание выпускной квалификационной работы (перечень подлежащих к разработке вопросов):установление оптимального расстояния, между плоскостью голограммы и объектом, для восстановления голографического изображения; разработка программного продукта для восстановления голографического изображения различных объектов; рассчитать дифракционную эффективность полученных объектов.

5. Перечень материалов приложения: (наличие чертежей, графиков, таблиц, схем, программных продуктов, иллюстративного материала и т.д) :___нет___

6. Консультанты по выпускной квалификационной работе (с указанием относящихся к ним разделов):____нет_______

7. Дата выдачи задания :_____11.05.2016_

Руководитель выпускной квалификационной работы :____________________

Сетейкин Алексей Юрьевич

(доцент, канд. физ.-мат. наук)

Задание принял к исполнению (дата): 11.05.2016

(подпись студента)

РЕФЕРАТ

Работа содержит 43 с., 32 формул, 18 рисунков, 4 таблицы, 20 источников.

ДИФРАКЦИОННО-ОПТИЧЕСКИЙ ЭЛЕМЕНТ, ГОЛОГРАФИЯ, ЦИФРОВАЯ ГОЛОГРАФИЯ, ГОЛОГРАММА, ФУРЬЕ-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ, ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФРЕНЕЛЯ, СВЁРТКА, ВОССТОНОВЛНИЕ ИЗОБАЖНИЯ

В ходе данной работы была разработана методика по восстановлению голографического изображения. На основе разработанной методики был реализован программно-аппаратный комплекс для восстановления голографического изображения. Используя разработанный комплекс были получены цифровые голограммы и распределение интенсивности для следующих объектов: точечный объект (точка), пять точек, отрезок, два скрещенных отрезка, кольцо. Так же рассчитана дифракционная эффективность полученных голограмм.

Цель работы – Получение цифровых голограмм различных объектов методами фокусировки излучения.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Голография – способ записи и восстановления волнового поля, основанный на регистрации интерференционной картины, которая образована волной, отражённой от предмета и волной, идущей непосредственно от источника света. Зарегистрированная интерференционная картина и есть голограмма. Основное свойство голограммы, отличающее её от фотографического снимка, состоит в том, что на снимке регистрируется лишь распределение интенсивности падающей на неё световой волны, в то время как на голограмме, кроме того, регистрируется и распределение фазы предметной волны относительно фазы опорной волны.

Искусственные голограммы позволяют расширить возможности классической голографии. Объект, голограмму которого мы хотим получить, может не существовать в действительности. Можно представить какой-нибудь объект, задав его положение и интенсивность света, испускаемого или отражаемого его точками. Полученная голограмма даст возможность визуализировать воображаемый объект в трех измерениях. Таким способом можно создать пространственные изображения математических фигур или представить предмет, который находится еще в процессе изготовления, не строя его материальной модели. В других областях искусственные голограммы дают возможность воссоздать поверхности волнового фронта заданной формы, например поверхности фронта несферических волн, которые могут служить для контроля оптических элементов интерференционным методом. Искусственные голограммы предлагают оригинальные решения для оптической фильтрации и оптической обработки информации.

Для достижения поставленной цели, необходимо было выполнить следующие задачи:

1. Установить оптимальное расстояние, между плоскостью голограммы и объектом, для восстановления голографического изображения;.

2. Разработать программный продукт для восстановления голографического изображения различных объектов.

3. Рассчитать дифракционную эффективность полученных объектов.

1 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

1.1 Функциональные возможности ДОЭ

Первые дифракционно-оптические элементы (ДОЭ) — дифракционные решетки — были созданы более двух веков тому назад. Одномерная дифракционная решетка представляет собой плоский транспарант, на котором чередуются светлые (прозрачные) и темные (непрозрачные) параллельные полоски, имеющие одинаковую ширину.

Если осветить такую решетку монохроматическим пучком света с длиной волны λ, падающим нормально к плоскости решетки, то в результате дифракции света на периодической структуре щелей будет образовано множество пучков света, выходящих под различными углами α^p и соответствующих различным порядкам дифракции. Угол α^p зависит от периода решетки и в предположении малости углов определяется по формуле [1]:

$$\alpha^p = p\frac{\lambda}{d}, \tag{1}$$

где p = 0,±1,±2,..., – целые числа, d – период решётки, λ – длина волны.

С ростом величины p интенсивность света убывает. Из теории дифракционных решеток следует что, при равной ширине штриха и щели характер убывания интенсивности определяется формулой:

$$I(\alpha^p) \sim \left(\frac{\sin(a\alpha^p)}{a\alpha^p}\right)^2 \approx \frac{1}{(2p+1)^2}, \tag{2}$$

где $a = \frac{\pi d}{2\lambda}$.

Из-за того, что значительная часть света поглощается транспарантом, дифракционная эффективность в первом порядке не превышает 10% [1]. Дифракционная эффективность определяется как отношение мощности сформированного светового потока, к мощности потока опорной световой волны. Дифракционная эффективность представляет собой параметр, который сродни коэффициенту полезного действия. У одномерной (1-D) фазовой дифракционной решетки этот показатель приблизительно в 4 раза выше [2]. Фрагмент одномерной фазовой дифракционной решетки схематично показан на рисунке 1.

Рисунок 1 – Фрагмент бинарной фазовой дифракционной решётки

Функция пропускания (последовательности прозрачных и непрозрачных полос)в данном случае является чисто фазовой, периодической с периодом *d*и скачкообразно меняющейся на π (рисунок 2).

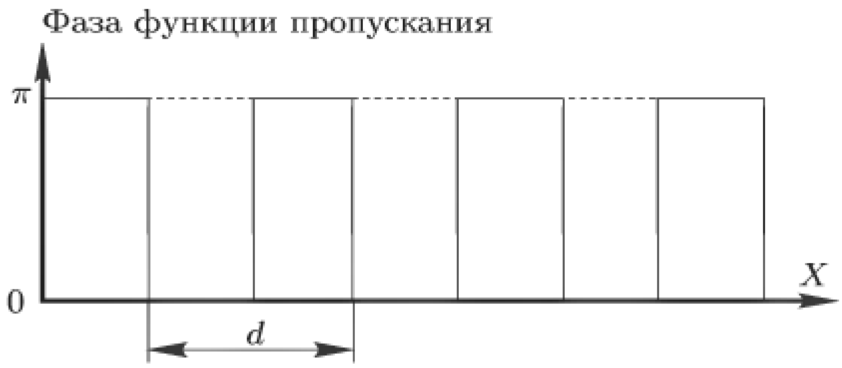


Рисунок 2 – Фаза функции пропускания фазовой дифракционной решётки

Следующим развитием одномерных бинарных амплитудных и фазовых дифракционных решеток являются двумерные (2-D) радиально-симметричные решетки (зонные пластинки).

На рисунке 3 показан центральный фрагмент зонной пластинки Рэлея-Сорэ, а на рисунке 4 — функция пропускания, зависящая от радиуса.

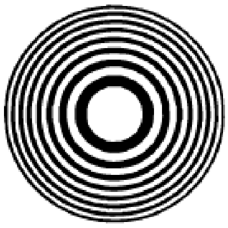


Рисунок 3 – Центральный фрагмент зонной пластинки Рэлея-Сорэ

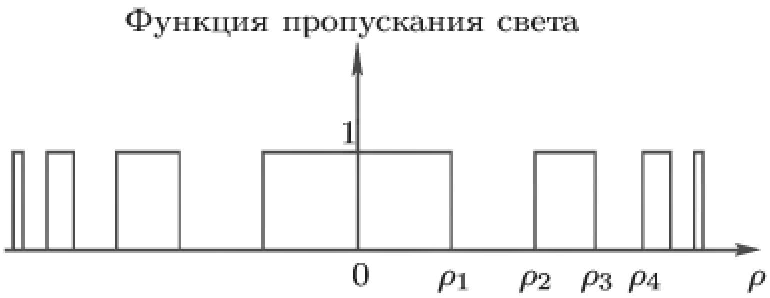


Рисунок 4 – Функция пропускания амплитудной зонной пластинки

Под понятием зона понимается ограниченная область ДОЭ, на которой функция пропускания претерпевает однократное изменение от минимального до максимального значения. Для амплитудной дифракционной решетки зона выглядит как сочетание темной и светлой полос в пределах одного периода решетки. Граница зон при этом — прямая линия. Для зонной пластинки Рэлея-Сорэ зона представляет собой совокупность темного и светлого колец переменной толщины [1].

Границы зон при этом — окружности переменного диаметра. Радиусы окружности меняются пропорционально квадратным корням из последовательных целых чисел p[3]:

$$\rho_p = \sqrt{p\lambda f} \, , \tag{3}$$

где f– фокусное расстояние.

Фрагмент 2-D фазовой зонной пластинки и соответствующая ему фаза функции пропускания изображены на рисунке 5 и рисунке 6.

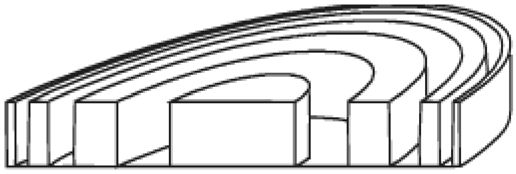


Рисунок 5 – Фрагмент бинарной фазовой зонной пластинки

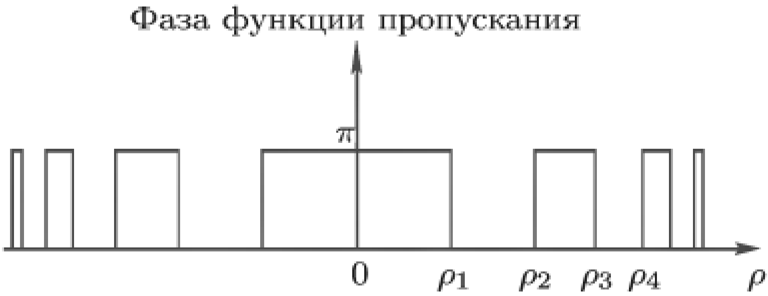


Рисунок 6 – Фаза функции пропускания бинарной фазовой зонной пластинки

Зонная пластинка выполняет функцию фокусировки света и ведет себя как линза с множеством фокусов f_{-2}, f_{-1}, f_{0}, f_1, f_2 -, соответствующих различным порядкам дифракции и расположенных на оси распространения света [1]:

$$f_n = \frac{f}{2n+1}\,, \tag{4}$$

где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ – целые числа.

Нормированная интенсивность света убывает с ростом номера порядка по закону [1]:

$$I_{2n+1} = \frac{4\pi}{\pi^2}\frac{1}{(2n+1)^2}. \tag{5}$$

Совершенствование «базовых» ДОЭ, какими являются 1-D дифракционные решетки, возможно за счет изменения профиля зон. Полученным результатом являются так называемые решетки «с блеском».

При разработке 2-D дифракционных решеток естественным является вопрос построения зон, отличающихся от периодических щелеобразных и кольцеобразных и получение на этой основе новых функциональных возможностей ДОЭ. Несмотря на простоту такой постановки вопроса, с момента создания зонной пластинки он не поднимался в течение многих лет. Главной причиной являлась отсутствии практической возможности реализации зонных пластинок с варьируемым характером зон. Такая возможность появилась только после создания компьютера и технических средств машинной графики, а именно графопостроителей и фотопостроителей.

В 1967 г. были предложены 2-D дифракционные решетки с варьируемыми зонами Френеля, получаемые на основе муаровых эффектов в результате суперпозиции пары синтезированных фотошаблонов. Синтезированные фотошаблоны содержат периодические по одной из координат бинарные изображения, описываемые специально подобранной алгебраической функцией $\varphi(x,y)$. Изменяя вид и параметры функции $\varphi(x,y)$, а также параметры относительно сдвига Δx и поворота фотошаблона, можно получить множество амплитудных 2-D дифракционных решеток, каждой из которых будет соответствовать своя дифракционная картина. К сожалению, такая процедура содержит регулярный метод синтеза только для цилиндрических и сферических зон Френеля. Результат фокусировки представляет собой прямую фокальную линию. Имеется также возможность построения конических зонных пластинок путем оптической регистрации результата физической суперпозиции цилиндрической и плоской волн. Результат фокусировки представляет собой наклонную прямую линию в плоскости, параллельной зонной пластинке [4].

Рассмотренные примеры показывают возможность получения зонных пластинок с различной формой зон. В то же время представляет интерес построение 2-D бинарных образов зон Френеля для более сложных случаев. На -

пример, для зонной пластинки, фокусирующей в продольный или поперечный отрезок определённой длины, кольцо или другую геометрическую фигуру[4]. ДОЭ такого рода называются "фокусаторы".

1.2 Приведение фазовой функции к интервалу[0,2π)

Фазовой функцией $\varphi(x,y)$ оптического элемента называется функция, описывающая зависимость от пространственных координат величины набега фазы, создаваемой оптическим элементом в точке (u,v)[5].

Традиционный оптический элемент характеризуется гладкой фазовой функцией $\varphi(\boldsymbol{u})$, где $\boldsymbol{u} = (u,v)$ — поперечные координаты вектора, лежащего в плоскости оптического элемента. При освещении пучком с комплексной амплитудой $W_0(\boldsymbol{u})$позади оптического элемента образуется поле с амплитудой [5]:

$$W(\boldsymbol{u}) = \exp[i\varphi(\boldsymbol{u})]W_0(\boldsymbol{u}). \quad (6)$$

На рисунке 7 изображена фазовая функция сферической линзы.

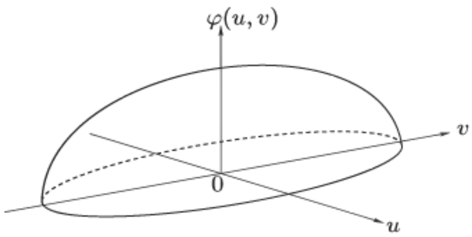


Рисунок 7 – Фазовая функция сферической функции

Толщина традиционного оптического элемента H может составлять десятки тысяч длин волн, но при этом значения фазы лежат в интервале от 0 до тысяч единиц 2π. Изменения же фазы на рассмотренных ДОЭ лежат в диапазоне от 0 до 2π. При условии, что комплексная экспонента в выражении (6) является периодической функцией с периодом 2π, фаза может быть приведена к интервалу [0,2π]. Приведение к интервалу выполняется по формуле [1]:

$$\Phi = mod_{2\pi\varphi}, \qquad (7)$$

где $mod_{2\pi\varphi} = \varphi - 2\pi$j при j2π ≤ φ ≤ (j+1)2π, j=0,±1,±2,...

Эквивалентность исходной фазы φ и приведённой к интервалу фазы Φ выражается соотношением:

$$T \equiv \exp(i\Phi) = \exp(i\varphi). \qquad (8)$$

1.3 Плоская сферическая линза

Уравнение фазовой функции сферической линзы в параксиальном имеет вид [1]:

$$\varphi(u, v) = \varphi(r) = -k\frac{u^2+v^2}{2f}, \qquad (9)$$

где $r \le \frac{D}{2}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, k – волновое число; f – фокусное расстояние; D – диаметр линзы; $r = \sqrt{u^2+v^2}$.

Приведение фазовой функции (9) к интервалу [0,2π) показано на рисунке 8.

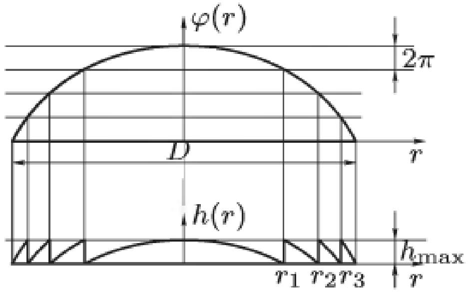


Рисунок 8 – Приведение фазовой функции к интервалу [0,2π)

Если материал линзы имеет коэффициент преломления n, то максимальная высота рельефа имеет порядок длинны волны и составляет [1]:

$$h_{max} = \frac{\lambda}{n-1}\,. \qquad (10)$$

Радиусы зон Френеля можно найти из соотношения:

$$\varphi(r_j) = -2\pi j, \qquad (11)$$

откуда следует что

$$r_j = \sqrt{2\lambda f j}. \qquad (12)$$

Число полных зон F на линзе определяется из условия $r_{j0} \leq D/2$ и удовлетворяет соотношению:

$$F = \left]\frac{D^2}{8\lambda f}\right[, \qquad (13)$$

где]·[– означает целую часть числа с округлением в меньшую сторону.

Ширина зон плоской сферической линзы $\Delta j = rj — rj-1,\ j = \overline{1,F}$, является переменной и уменьшается к краям линзы. Характерным параметром является ширина Δ самой узкой, в данном случае последней, крайней зоны, определяющей требования к технологическому оборудованию. В общем случае ДОЭ с фазовой функцией $\varphi(u,v)$ можно определить ширину самой узкой зоны микрорельефа с максимальной фазовой высотой 2π*m*. Используя в пределах этой зоны линейную аппроксимацию фазовой функции, получим выражение [1]:

$$\Delta = \frac{2\pi m}{max|\nabla\perp\varphi|}, \qquad (14)$$

где *max*берётся вдоль поверхности ДОЭ, $\nabla \perp \varphi$ – градиент функции $\varphi(u,v)$.

При сравнении между собой уравнения радиусов колец зонной пластинки Рэлея-Сорэ (3) и сферической плоской линзы (12) модно увидеть, что радиусы зон на линзе в $\sqrt{2}$ раз больше радиусов колец на зонной пластинке [2]. Соответственно, при заданном диаметре число колец на зонной пластинке в 2 раза больше, т.е. каждому кольцу сферической плоской линзы соответствует 2 кольца зонной пластины: темное и светлое. Плоская линза имеет непрерывный фазовый рельеф, а фазовая зонная пластинка имеет аппроксимирующий его бинарный фазовый рельеф [5].

1.4 ДОЭ, реализуемые в цифровой голографии

С появлением компьютеров стала реальна возможность численного расчета амплитудно-фазовых характеристик светового поля в плоскости элемента, исходя из характеристик восстанавливаемого объекта. Развитие средств машинной графики предоставило возможность для записи закодированных значений рассчитанной функции пропускания голографического элемента на физическом носителе. Методы цифровой голографии открыли возможность синтезировать голограммы объектов, заданных математически [1].

Распространение световой волны в пространстве в параксиальном приближении описывается преобразованием Френеля. Если при этом выполняется условие дальней зоны, то преобразование Френеля сводится к преобразованию Фурье. Оператор, описывающий распространение световой волны в пространстве и характеристики восстанавливаемого объекта, позволяет рассчитать комплексную амплитуду световой волны в плоскости голографического элемента [1]:

$$T(\boldsymbol{u}) = a_T(\boldsymbol{u})\mathrm{exp}[i\varphi_T(\boldsymbol{u})], \qquad (15)$$

где $\boldsymbol{u} = (u, v)$ – вектор, $|T(\boldsymbol{u})| \equiv a_T(\boldsymbol{u}) \leq 1$. Дискретизация функции пропускания $T(\boldsymbol{u})$ приводит к появлению соответствующей матрицы отсчётов поля ("пикселей"):

$$T_{mn} \equiv T(m,n) = a_T(m,n)\exp\bigl(i\varphi_T(m,n)\bigr) =$$
$$a_T(u,v)\exp(i\varphi_T(u,v))\big|_{\substack{u=m\delta u,\\ v=n\delta v}}$$
$$T = \{T_{mn}\},\ m = \overline{1, N_u},\ n = \overline{1, N_v}. \qquad (16)$$

Если затем рассчитанные определенным образом закодированные отсчеты нанести на физический носитель, то при освещении восстанавливающей волной в выходной плоскости можно получить изображение голографированного объекта.

Под методами цифровой голографии понимается комплекс подходов к кодированию отсчётов T_{mn} и записи их на физическом носителе, то есть к синтезу цифровых голограмм с функцией пропускания (15). Амплитудно-фазовый характер (15) привёл к появлению трёх основных типов цифровых голограмм [1].

Амплитудные голограммы. Кодированные отсчеты T_{mn} записываются на амплитудном носителе.

Фазовые голограммы. Кодированные отсчеты T_{mn} записываются на фазовом носителе.

Комбинированные голограммы. Амплитудная информация Щ$_T(m,n)$ наносится на носитель с амплитудным пропусканием, фазовая — $\varphi_T(m,n)$ записывается на носителе с фазовым пропусканием, после записи носители совмещаются.

В настоящее время разработано большое количество методов кодирования амплитудно-фазовых характеристик как в амплитуду, так и в фазу. Наибольшее распространение получили фазовые голограммы, так как при их использовании, из-за прозрачности фазовой среды, удается создавать голографическое изображение при довольно небольших потерях энергии.

1.5 Итеративный подход к расчёту голограмм

Суть подхода заключается в выполнение вычислительных работ параллельно, с непрерывным анализом полученных результатов и корректировкой предыдущих этапов работы.Развитие данного подхода связано с постоянным ростом быстродействия средств вычислительной техники, а также с высоким качеством голограмм, полученных с помощью данного подхода. На рисунке 9 представлена в общем виде схема организации итеративного процесса расчета функции пропускания ДОЭ.

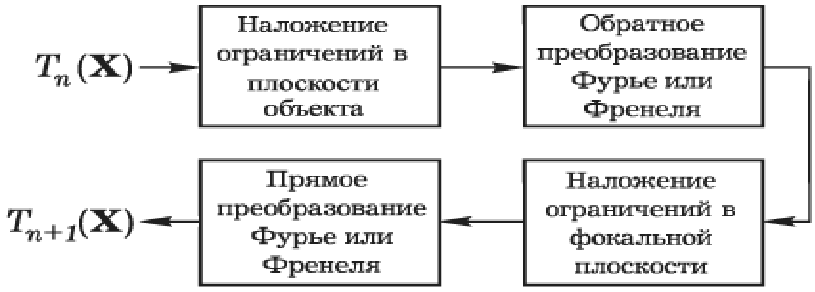


Рисунок 9 – Схема организации итеративного процесса

Математическим обоснованием построения итеративного процесса расчета ДОЭ служит последовательное построение проекций на замкнутые множества, соответствующие ограничениям, накладываемым на функцию пропускания элемента в фокальной плоскости и плоскости элемента, либо градиентная процедура поиска функции [4].

Простым и часто используемом случае, когда объект задан своим амплитудным распределением, для расчёта голографического элемента применяется итеративна процедура, известная как процедура уменьшения ошибки Фьенапа. К заданному амплитудному распределению добавляют какую либо стохастическую или специально рассчитанную детерминированную фазу и осуществляют пересчёт в плоскости голограммы. Получившееся амплитудное распределение в плоскости голограммы заменяют на амплитудное распределение освещающего пучка и осуществляют обратный расчёт. Фаза восстановленного объекта является дополнением начального амплитудного распределения на следующей итерации. Фьенапом было показано, что такая процедура обладает свойством не возрастания ошибки.

В случае, если исходный объект задан амплитудно-фазовым распределением, итеративная процедура может использоваться для фазовой или амплитудной путём итеративного формирования вспомогательных элементов в плоскости восстановления объекта.

Голографические элементы, рассчитанные с помощью применения итеративного подхода, имеют высокую энергетическую эффективностью и относительно небольшую ошибку формирования заданного распределения [5]. Недостаток итеративного подхода это большие вычислительные затраты, а также то, что после 10-30 итераций начинается стагнация, когда дальнейшее увеличение числа итераций не приводит к заметному снижению ошибки формирования заданного распределения [1]. Общим недостатком фазовых голографических элементов, рассчитанных с помощью итеративного подхода, являются технологические проблемы изготовления, возникающие из-за крайне нерегулярной фазовой структуры этих элементов.

2 ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

2.1 Методика восстановления изображения

Применение цифровой голографии открывает широкие возможности для качественного и, более того, точного количественного анализа свойств объекта, таких как смещение точек поверхности при анализе деформаций, определение формы объекта, измерение коэффициента преломления в прозрачных средах, изучение траекторий частиц, микроскопия. В упомянутых случаях изменение состояния изучаемого объекта приводит к изменению объектной волны и получаемой интерференционной картины, которая записывается цифровым образом [1].

Замена фотопленки на прибор с зарядовой связью (ПЗС-камеру) накладывает некоторые ограничения и ведет к изменениям в технологии записи голограмм, однако основной принцип голографии остается неизменным - восстановление объектной волны из записанной интерференционной картины.

Цифровой голографии может быть проиллюстрирована с помощью схемы установки для записи голограмм, представленной на рисунке 10.

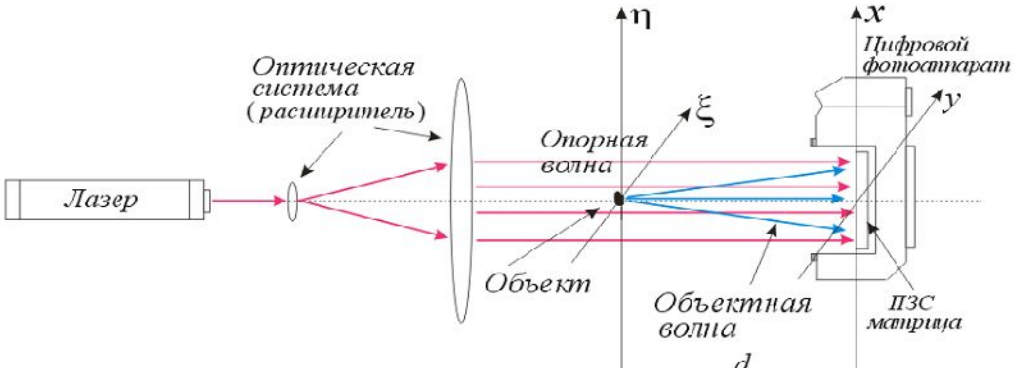


Рисунок 10 – Схема записи цифровой голограммы

В процессе записи цифровой голограммы исследуемый трехмерный объект с рассеивающей свет поверхностью располагается на расстоянии d от ПЗС –

камеры. Записанная голограмма может рассматриваться как пропускающий транспарант, на котором дифрагирует опорная волна.

Для получения исследуемой объектной волны в цифровой голографии применяется численный расчет распространения оптического поля в форме произведения распределение интенсивности в плоскости записи голограммы (I(x,y)) на опорную волну (B(x,y)) до плоскости объекта (ξ,η). Учитывая, что угол θ между опорной и предметной волнами равен нулю, опорная волна может быть представлена в виде вещественного значения $B(x, y) = I_{max}$, где I_{max} - максимальная интенсивность в области голограммы. Запись I(x,y)·B(x,y) подразумевает поэлементное умножение.

2.2 Восстановление изображения на основе приближения Френеля

Численное восстановление записанной цифровым образом голограммы производится в соответствии со скалярной теорией дифракции в приближении Френеля [1].

Восстановленное дифрагированное поле Q(ξ,η) в плоскости изображения (ξ,η) на расстоянии d от плоскости голограммы может быть представлено следующим образом:

$$Q(\xi,\eta) = \frac{1}{i\lambda} \cdot e^{i\frac{2\pi}{\lambda}d} \cdot \iint_{-\infty}^{+\infty} I(x,y) \cdot B(x,y) \cdot e^{\frac{i\pi}{\lambda d}[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2]} dxdy. \qquad (16)$$

Уравнение (16) служит отправной точкой для численного восстановления изображений в параксиальном приближении, при котором значения координат x и y, как и соответствующих им ξ и η, малы по сравнению с расстоянием d .

Уравнение (16) позволяет не только осуществить численное восстановление голограммы, но и применимо для синтеза цифровых голограмм. При этом действует схема:

1. Поле от объекта до плоскости голограммы рассчитывается аналогично (16):

$$Q(x,y) = \frac{1}{i\lambda} \cdot \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}d}}{d} \iint_{-\infty}^{+\infty} E(\xi,\eta) \cdot e^{\frac{i\pi}{\lambda d}[(\xi-x)^2+(\eta-y)^2]} d\xi d\eta, \quad (17)$$

где $E(\xi,\eta)$ - амплитуда поля от объекта.

2. Голографическое изображение вычисляется по формуле:

$$I(x,y) = |O(x,y) + B(x,y)|^2, \quad (18)$$

где $O(x,y) = Q(x,y)$.

Путём раскрытие скобок уравнение (16) может быть представлено к виду:

$$Q(\xi,\eta) = \frac{1}{i\lambda} \cdot \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\cdot d}}{d} \cdot \left[e^{\frac{i\pi}{\lambda d}[(\xi^2+\eta^2)]}\right] \cdot \iint_{-\infty}^{+\infty} I(x,y) \cdot B(x,y) \cdot e^{\frac{i\pi}{\lambda d}(x^2+y^2)} \bullet \left[e^{\frac{-i2\pi}{\lambda d}[(\xi x+\eta y)]}\right] dxdy. \quad (19)$$

Далее необходимо использовать интеграл Фурье: где +1 – прямое преобразование, -1 – обратное. Непрерывные двумерные интегралы Фурье определяются формулой:

$$\mathcal{F}^{\pm}[f(x,y)](v_\xi, v_\eta) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) e^{\pm 2\pi i(v_\xi x + v_\eta y)} dxdy, \quad (20)$$

где $\mathcal{F}^{\pm 1}[\,]$ – обозначается преобразование Фурье своего аргумента, v_ξ, v_η– пространственные частоты.

Пространственные частоты соответствуют пространственным координатам в плоскости изображения(ξ,η)и зависят так же от длины волны λ и расстояния между плоскостями d:

$$v_\xi = \frac{\xi}{\lambda d}, v_\eta = \frac{\eta}{\lambda d}. \quad (21)$$

Использование интеграла Фурье и подстановка соотношения (21) позволяет переписать уравнение (20) в виде:

$$Q(v_\xi, v_\eta) = \frac{1}{i\lambda} \cdot \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\bullet d}}{\cdot} \cdot \left[e^{i\pi\lambda d(v_\xi{}^2 + v_\eta{}^2)}\right] \cdot \Im^{\pm}\left[I(x, y) \cdot B(x, y) \cdot e^{\frac{i\pi}{\lambda d}(x^2+y^2)}\right] \bullet (v_\xi, v_\eta). \quad (22)$$

При конечных размерах ПЗС-матрицы форматом NxM элементов можно записать дискретный вариант интеграла Френеля (22) в форме [2]:

$$Q(r \cdot \Delta v_\xi, s \cdot \Delta v_\eta) = \frac{1}{i\lambda} \cdot \frac{e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\bullet d}}{\cdot} \cdot \left[e^{i\pi\lambda d(r^2 \cdot \Delta v_\xi{}^2 + s^2 \bullet \Delta v_\eta{}^2)}\right] \cdot \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \sum_{m=-\frac{M}{2}}^{\frac{M}{2}-1} \left\{I(n\Delta x, m\Delta y) B(n\Delta x, m\Delta y) e^{i\frac{\pi}{\lambda d}[(n\Delta x)^2 + (m\Delta y)^2]}\right\} e^{-2\pi\left(\frac{rn}{N} + \frac{sm}{M}\right)}, \quad (23)$$

где Δx, Δy – шаги дискретизации (расстояния между соседними пикселями ПЗС-матрицы в горизонтальном и вертикальном направлениях), n.m.r.s – целые числа, $(N \cdot \Delta x, M \cdot \Delta y)$ – область голограммы, $\Delta v_\xi = \frac{1}{N\Delta x}, \Delta v_\eta = \frac{1}{M\Delta y}$ – частота дискретизации по соответствующим направлениям.

Данное уравнение позволяет рассчитать комплексную (NxM) матрицу, содержащую информацию об оцифрованном восстановленном поле, с помощью алгоритма дискретного двумерного Фурье-преобразования.

С учетом соотношений (20) получим оценку размеров пикселя восстановленного изображения:

$$\Delta\xi = \lambda d \cdot \frac{1}{N\Delta x}, \Delta\eta = \lambda d \cdot \frac{1}{M\Delta y}. \quad (24)$$

Из выражения (24) видно что размер пикселя восстановленного изображения не равен размеру пикселя исходной голограммы и зависит обратно пропорционально от размера голограммы $S_G = \mathrm{N}\Delta\mathrm{x}$ и прямо пропорционально расстоянию от объекта до плоскости голограммы. В этом случае закон масштабирования запишется в виде:

$$\Delta\xi = \lambda d \cdot \frac{1}{\mathrm{N}\Delta\mathrm{x}} \Rightarrow \Delta\xi = \frac{\lambda d}{\mathrm{S_G}} \Rightarrow \qquad S_I = \frac{\lambda d N}{S_G}$$

$$S_G = \mathrm{N}\Delta\mathrm{x} \Rightarrow \mathrm{S_I} = N\Delta\xi \Rightarrow \tag{25}$$

где N – число пикселей и длина исходной стороны голограммы .

2.3 Восстановление изображения на основе "метода свёртки"

В этом методе выражение для результирующего поля можно записать в виде операции свёртки:

$$\mathrm{Q}(\xi, \eta) = [I(x,y)B(x,y)] \otimes h(\xi, \eta), \tag{26}$$

где $h(\xi, \eta) = \frac{1}{i\lambda d} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi \mathrm{d}}{\lambda}} \mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}\pi}{\lambda \mathrm{d}}(\xi^2 + \eta^2)}$ – ядро свёртки.

Используя теорему о свёртке, выражение (26) примет вид:

$$\mathrm{Q}(\xi, \eta) = \Im^{-1}\left\{\Im^{+1}[I(x,y)B(x,y)] \cdot \Im^{+1}\left[\frac{1}{i\lambda d} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi \mathrm{d}}{\lambda}} \mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}\pi}{\lambda \mathrm{d}}(\xi^2 + \eta^2)}\right]\right\}. \tag{27}$$

Теорема о свёртке связывает две функции и два их Фурье-преобразования следующим соотношением:

$$f \otimes h \Leftrightarrow \Im(f) \cdot \Im(h). \tag{28}$$

Метод свёртки является более ресурсоемким, чем непосредственно вычисление интеграла Френеля, так как требует трёх Фурье-преобразований вместо одного. Важным преимуществом метода свёртки является сохранение масштабов изображения. Размер пикселя восстановленного изображения всегда будет совпадать с размером пикселя голограммы: $\Delta\xi = \Delta x$, $\Delta\eta = \Delta y$, а размер восстановленого изображения – с размерами голограммы $S_I=S_G$.

В дискретном случае интенсивность восстановленного изображения Pи фазы φ восстановленного поля вычисляются по формулам:

$$P = |Q(r \cdot \Delta\xi, s \cdot \Delta\eta)| . \qquad (29)$$

$$\varphi = arctg\left[\frac{(Q(r\cdot\Delta\xi, s\cdot\Delta\eta))}{(Q(r\cdot\Delta\xi, s\cdot\Delta\eta))}\right], \qquad (30)$$

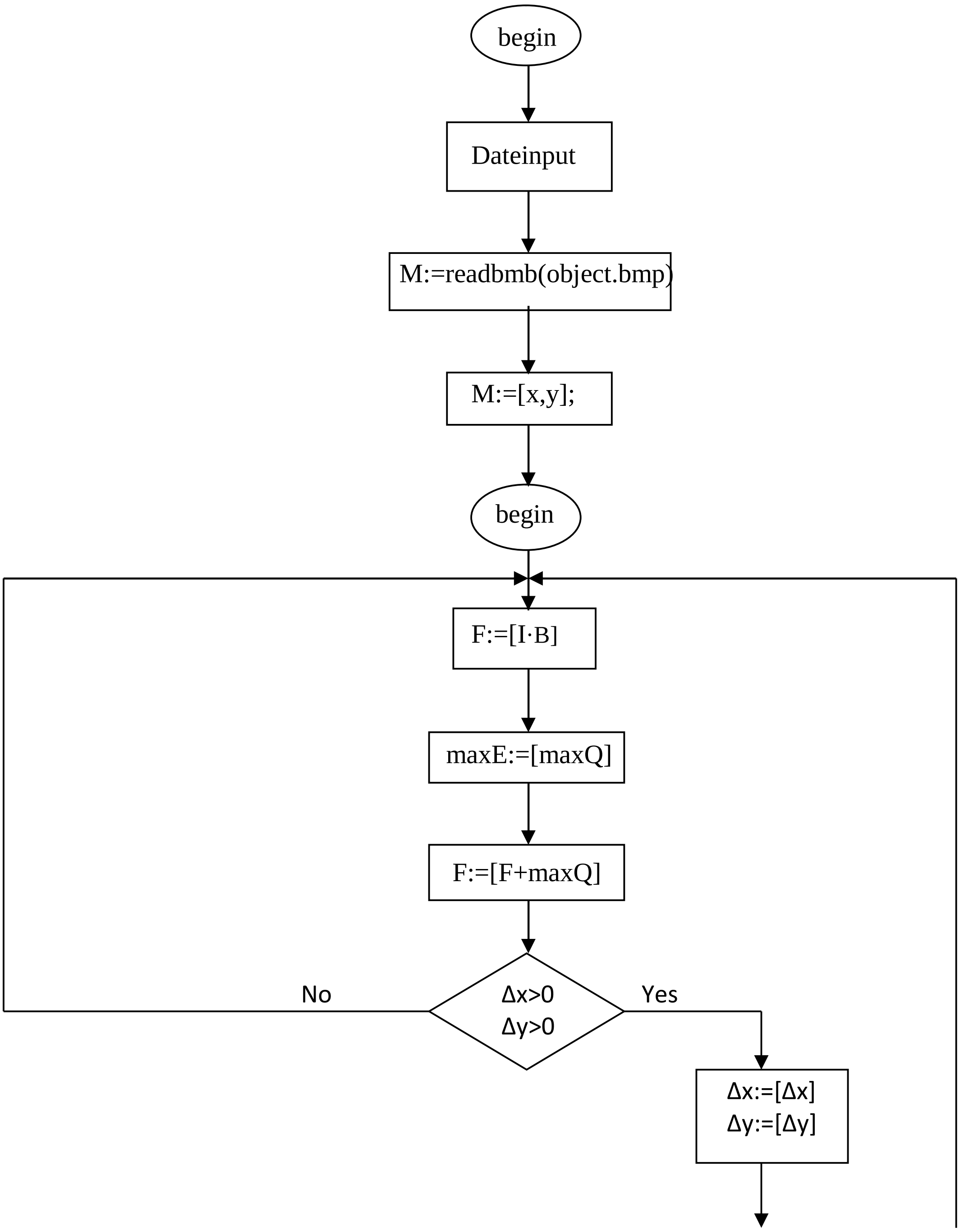
гдеr,s– целые числа, $\Delta\xi$, $\Delta\eta$ – размеры пикселя восстановленного изображения.

Значение фазы φ, полученные по этой формуле, соответствуют разрывной функции с областью изменения в пределах интервала[-π,π].

3 ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для проведение моделирования на ЭВМ используется вычислительная среда MathCAD - программная среда для выполнения на компьютере разнообразных математических и технических расчётов. Используя данную программную среду была разработана программа для получения цифровых голограмм.

Для сравнительного анализа была выбрана программа, основанная на методе приближения Френеля. Блок схема программы изображена на рисунке 11.



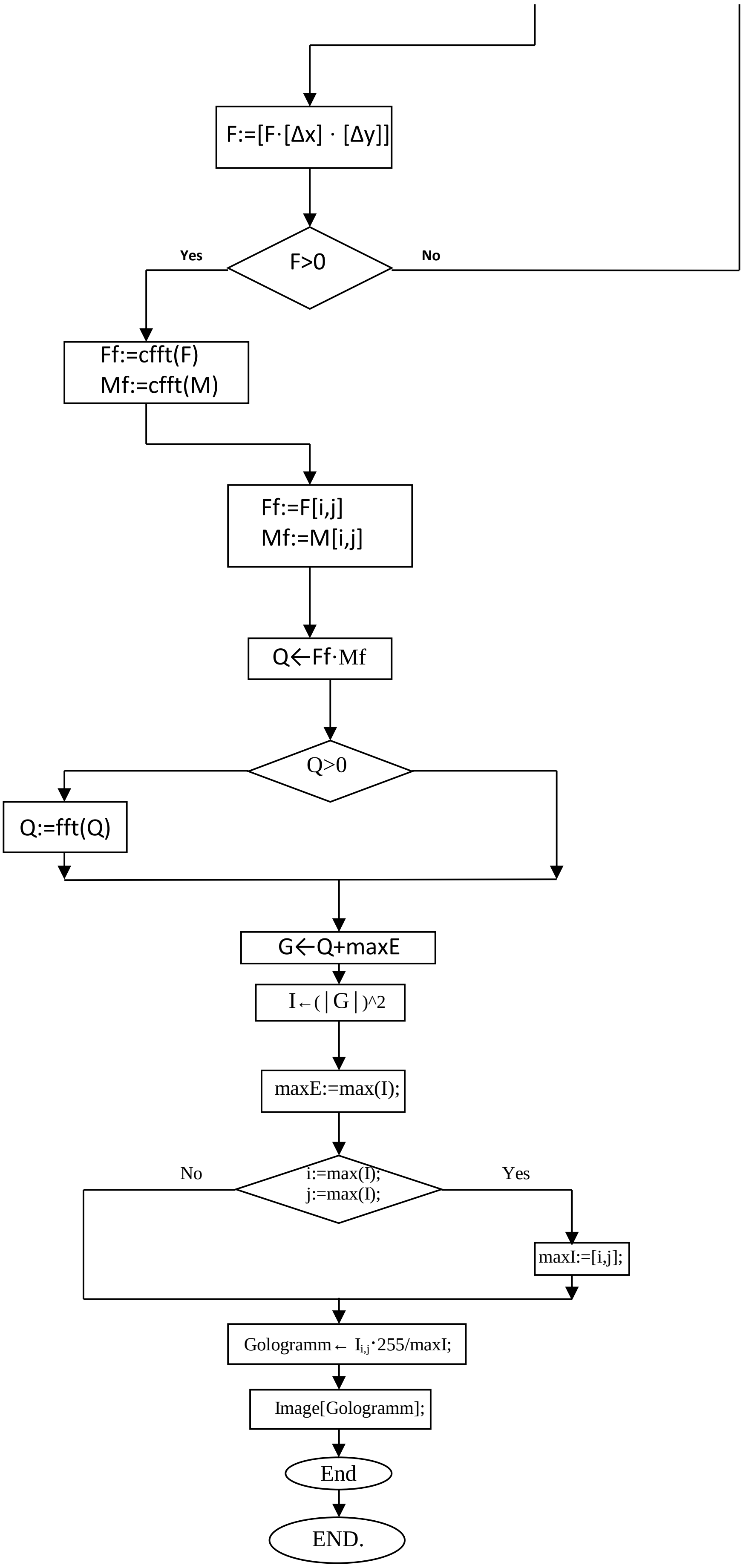
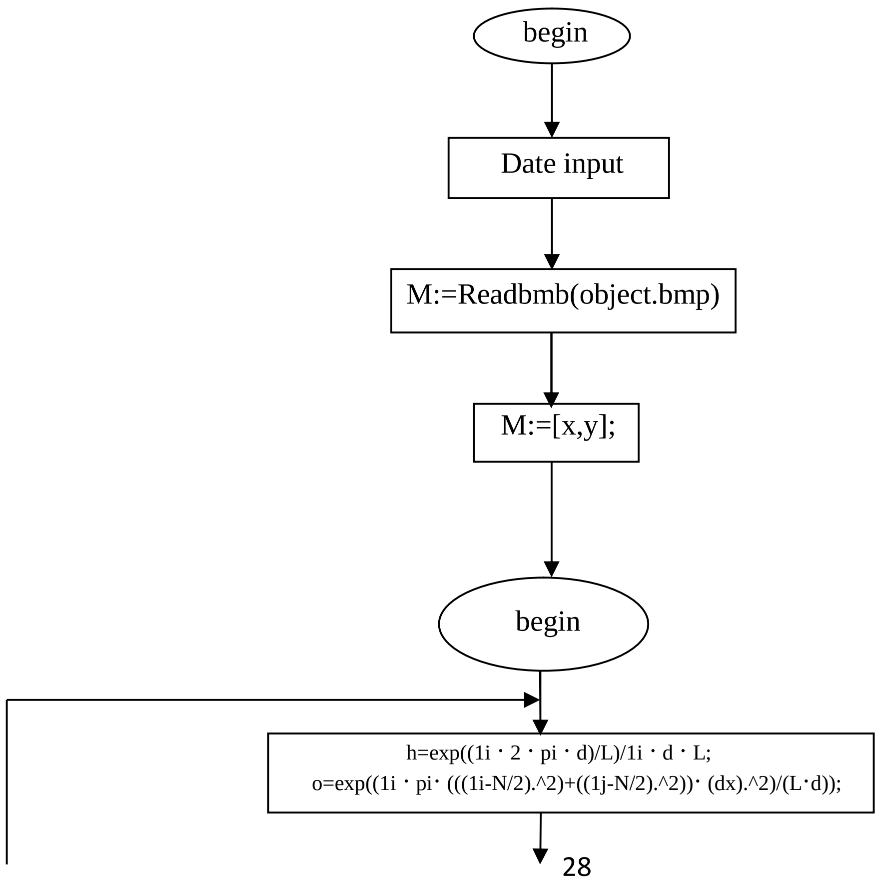


Рисунок 11 – Блок схема программы для получения цифровой голограммы

К недостатку данной программы можно отнести низкую производительность в результате медленной скорости вычисления и низкое качество получаемых голограмм. В случае большого числа итераций возникает ошибка формирования заданного распределения. Для уменьшения вероятности возникновения ошибки вводится дополнительный "алгоритм уменьшения ошибки", что приводит к увеличению времени вычисления. Из полученных результатов видно что размер пикселя голограммы не равен пикселю исходного изображения, в результате, что бы получить голограмму соответствующую исходному изображения требуется провести масштабирование полученной голограммы.

Для увеличения быстродействия программы, а так же уменьшения вероятности возникновения ошибки формирования заданного распределения интенсивности, была разработана программа, под вычислительную среду MathCAD, предназначенная для получения цифровых голограмм на основе "метода свёртки".

Блок схема программы приведена на рисунке 12.



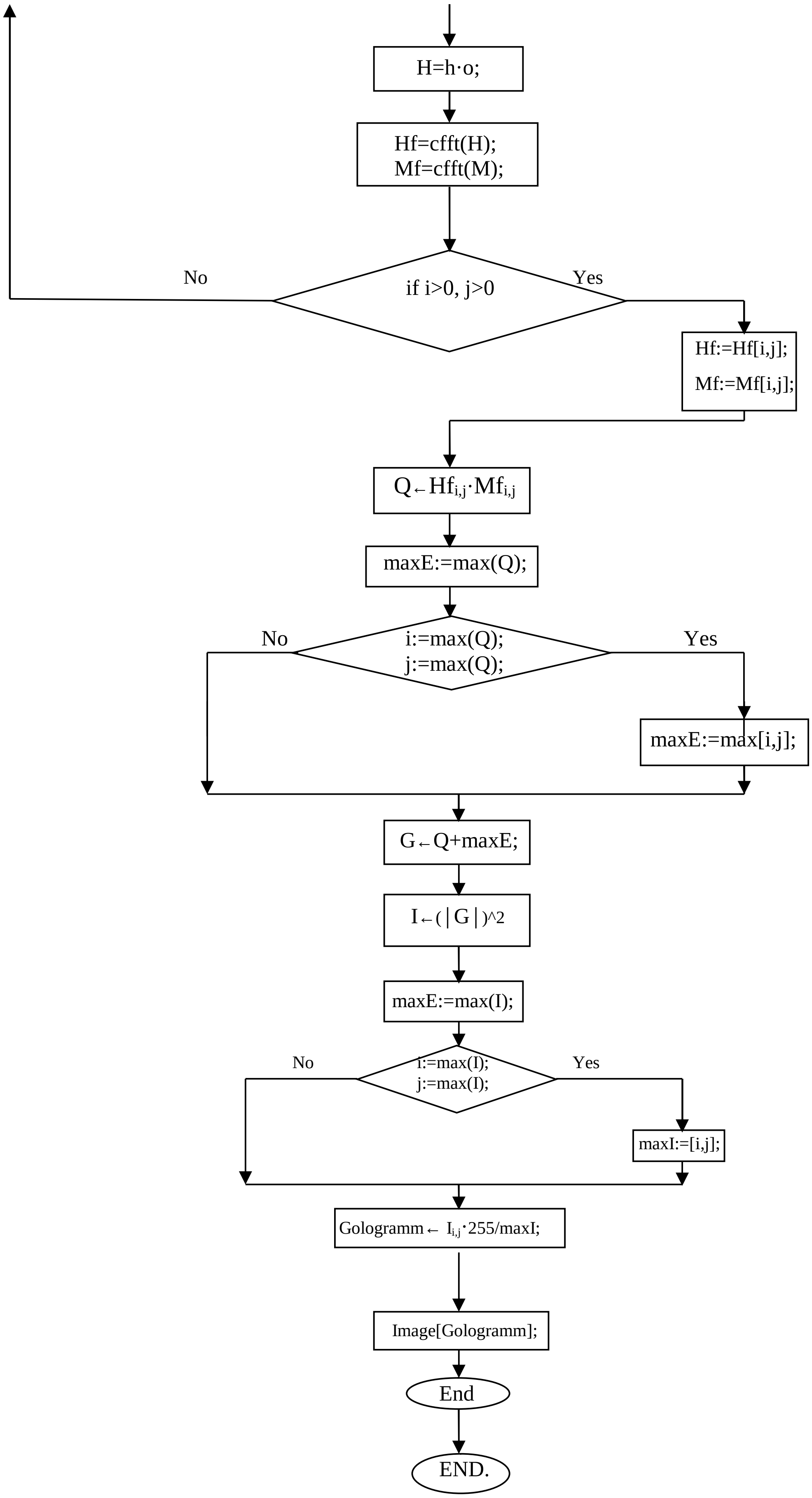


Рисунок 12 – Блок схема программы для получения цифровой голограммы

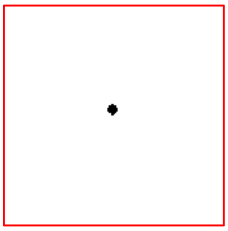
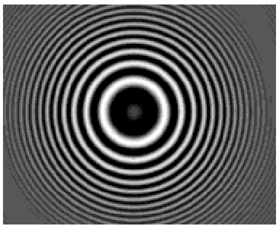
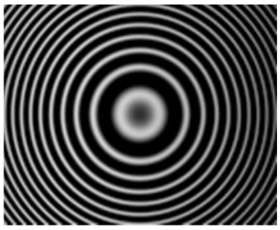
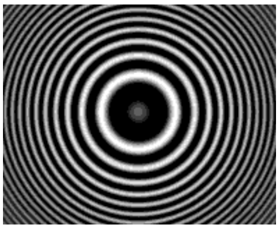
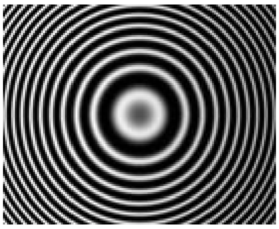
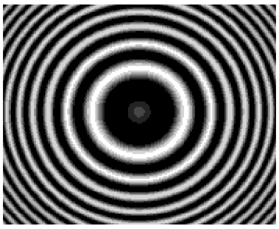
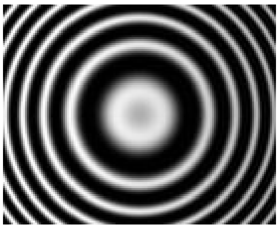
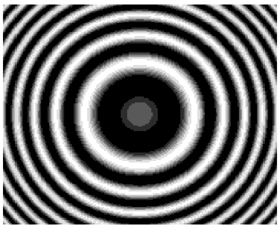
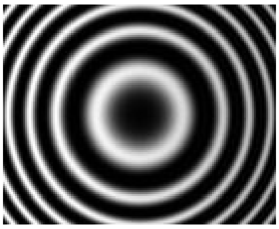
Основным отличием разработанной программы на основе "метода свёртки" от программы на основе "метода приближения Френеля" является повышенное быстродействия за счет уменьшения количества итерация и высокое качество полученных голограмм. Масштаб голограммы соответствует масштабу исходного изображения.

С помощью разработанной программы для восстановления голографического изображения были получены голограммы для следующих объектов: точечный объект (точка), пять точек, отрезок, два скрещенных отрезка, кольцо.

4 АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

При помощи разработанной программы для восстановления голографического изображения были получены цифровые голограммы для следующих объектов: точечный объект (точка), пять точек, отрезок, два скрещенных отрезка, кольцо. В таблице 1 приведены цифровые голограммы полученные с помощью двух программ, основанных на "методе свёртки" и "приближении Френеля"

Таблица 1 – Цифровые голограммы точечного объекта (точка)

№ голограммы	**Объект**	**Расстояние от объекта до голограммы**	**Голограмма на основе "метода свёртки"**	**Голограмма на основе "приближении Френеля"**
1	Точечный объект (точка) 	30мм		
2		50мм		
3		70мм		
4		90 мм		

Из результатов, представленных в таблице 1, видно, что голограмма точечного объекта, на основе "метода свёртки", имеет ту же размерность, что и сам объект. Рассмотрев голограммы, на основе "приближении Френеля", установлено, что размер пикселя голограммы не соответствует пикселю заданного объекта и имеет "увеличенный" масштаб. Поэтому для голограммы, на основе "приближении Френеля", требуется выполнить операцию масштабирования, используя выражения (25).

При увеличении расстояния между объектом и плоскостью голограммы, наблюдается "размытие" границ максимумов и минимумов. Больше всего подвержены "размытию", голограммы, на основе приближении Френеля". Для того, что бы установить, влияет ли "размытие" границ на качество элементов, требуется рассчитать дифракционную эффективность (ДЭ) каждой голограммы.

В таблице 2 представлена зависимость дифракционной эффективности (ДЭ) от расстояния между объектом и плоскостью голограммы.

Таблица 2 – Дифракционная эффективность голограмм точечного объекта

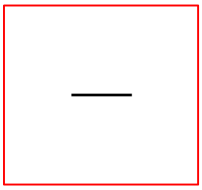
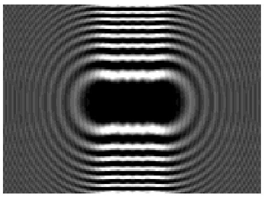
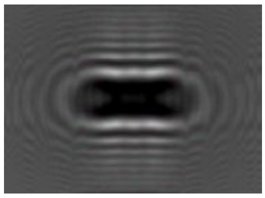
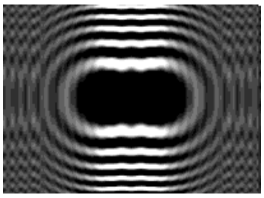
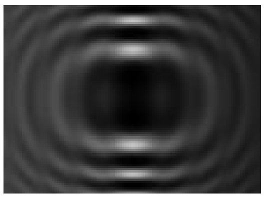
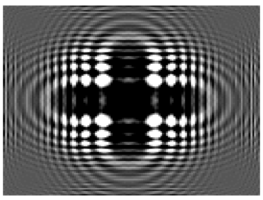
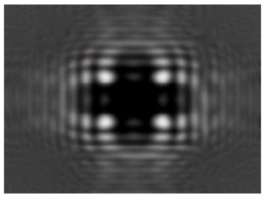
№ голограммы	**Расстояние от объекта до голограммы**	**ДЭ голограммы на основе "метода свёртки"**	**ДЭ голограммы на основе "приближении Френеля**
1	30мм	88%±0.4%	83%±0.5%
2	50мм	79%±0.6%	72%±0.6%
3	70мм	71%±0.7%	61%±0.5%
4	90мм	64%±0.7%	53%±0.7%

Установлено, что оптимальное расстояние для восстановления изображения объекта должно составлять 30мм. При увеличении расстояния наблюдается падение дифракционной эффективности, вызванное "размытием" границ между максимумами и минимумами.

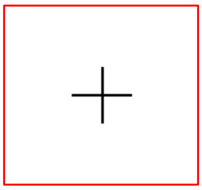
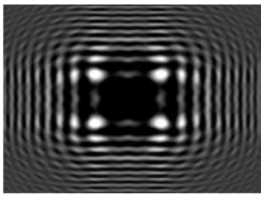
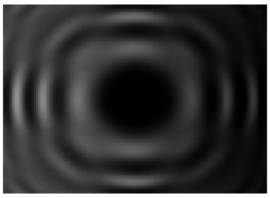
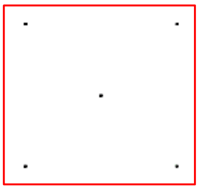
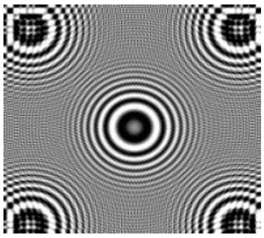
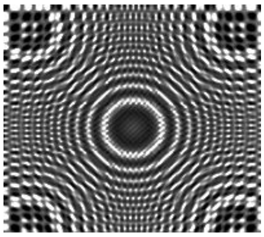
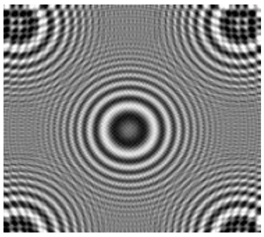
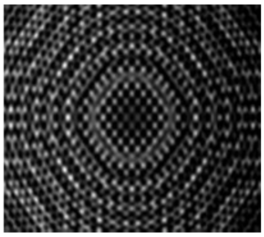
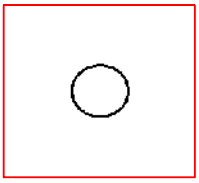
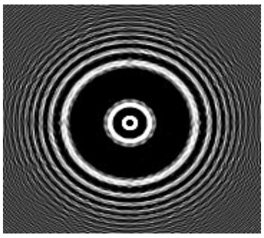
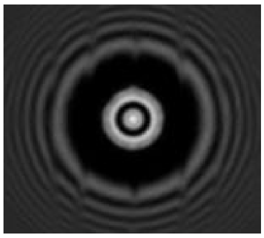
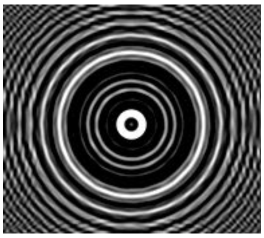
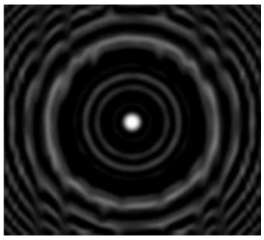
Исходя из результатов анализа голограмм точечного объекта, нельзя утверждать что разработанная программа является оптимальная. Поэтому требуется получить цифровые голограммы для более сложных объектов. Для этого были выбраны следующие объекты: отрезок, два скрещенных отрезка, 5 точек, кольцо.

В таблице 3 представлены цифровые голограммы следующих объектов: отрезок (длинна 60 пикселей), два скрещенных отрезка (длинна каждого 60 пикселей), 5 точек(вписанных в прямоугольник размерностью 200x200 пикселей), кольцо(диаметр 60 пикселей).

Таблица 3 – Голограммы различных объектов

№ голограммы	**Объект**	**Расстояние от объекта до голограммы**	**Линейные размеры объектов (пиксель)**	**Голограмма на основе "метода свёртки"**	**Голограмма на основе "приближении Френеля"**
1	Отрезок 	30мм	60:1		
2		60мм			
3	Два скрещенных отрезка	30мм	Два отрезка раных размеров: 60:1		

Продолжение таблицы 3

4		60мм	Два отрезка равных размеров: 60:1		
5	5 точек 	30мм	Точки вписанны в прямоугольник размерами 200:200		
6		60мм			
7	Кольцо 	30мм	Диаметр: 60 Ширина: 1		
8		60мм			

Из результатов, представленных в таблице 3, видно, что голограммы, на основе "метода свертки" более сложных объектов, так же имеют размерность 1:1 к заданному объекту. С увеличением расстояния для них наблюдается незначительное размытие границ максимумов и минимумов.

Установлено, что для голограмм, на основе "приближении Френеля", более сложных объектов, так же как и для точечного объекта, требуется выполнить операцию масштабирование, используя выражение (25). Голограммы, на основе "приближения Френеля", сильнее подвержены размытию границ между максимумами и минимумами, чем голограммы, на основе "метода свертки".

Голограммы, полученные на основе "приближении Френеля", имеют "ступенчатую" границу максимумов и минимумов, что свидетельствует о появлении ошибки формирования интерференционной картины светового излучения. Сильней всего ошибка наблюдается на голограмме 5 точек и кольца, при расстоянии 60мм, между плоскостью голограммы и объектом.

Для того, что бы оценить качество полученных цифровых голограмм, требуется рассчитать дифракционную эффективность этих элементов.

В таблице 4 представлены результаты расчёта дифракционной эффективности для полученных голограмм.

Таблица 4 – Дифракционная эффективность полученных голограмм

№ голограммы	**Расстояние от объекта до голограммы**	**ДЭ голограммы на основе "метода свёртки"**	**ДЭ голограммы на основе "приближении Френеля**
1	30мм	89%±0.7%	72%±0.6%
2	60мм	78%±0.9%	63%±0.8%
3	30мм	88%±0.9%	71%±0.7%
4	60мм	79%±0.8%	59%±0.9%
5	30мм	83%±1.1%	76%±1.2%
6	60мм	72%±1%	61%±1.4%
7	30мм	91%±1.2%	79%±1.1%
8	60мм	79%±1.3%	63%±1.2%

Из результатов, приведённых в таблице 4, видно, что при увеличении расстояния, между плоскостью голограммы и объектом, ДЭ, полученных цифровых голограмм, падает.

Установлено что оптимальное расстояние между плоскостью голограммы и объектом, должно составлять 30мм, при этом расстоянии голограммы обладают наибольшей дифракционной эффективностью.

Замечено, что "ступенчатая" граница между максимумами и минимумами, сильно снижает дифракционную эффективность полученных голограмм.

Дифракционная эффективность определяется как отношение интенсивности первого максимума интерференционной картины к интенсивности в нулевом максимуме и определяется по формуле:

$$\eta = \frac{I_1}{I_0} \cdot 100\% = \frac{\langle h_i \rangle}{\langle h_k \rangle} \cdot 100\% , \qquad (31)$$

где I_1 – интенсивность первого максимума, I_0 – интенсивность нулевого максимума, h_i– высота точки интенсивности первого максимум, h_k – высота точки интенсивности нулевого максимума, i,k – целые числа.

С помощью программы по восстановлению голографического изображения было получено распределение интенсивности в плоскости голограммы и рассчитана ДЭ полученных голограмм с учётом погрешности вычислений.

Покажем расчёт ДЭ на примере голограммы кольца. Значение h_k берется по нулевому максимуму. Нулевому максимуму соответствует исходному объекту и обозначен фиолетовым цветом на рисунке 13. Значениеh_i берется по первому максимуму наружного и внутреннего кольца. Первый максимум (внутренний и внешний) показан на рисунке 13 синим цветом.

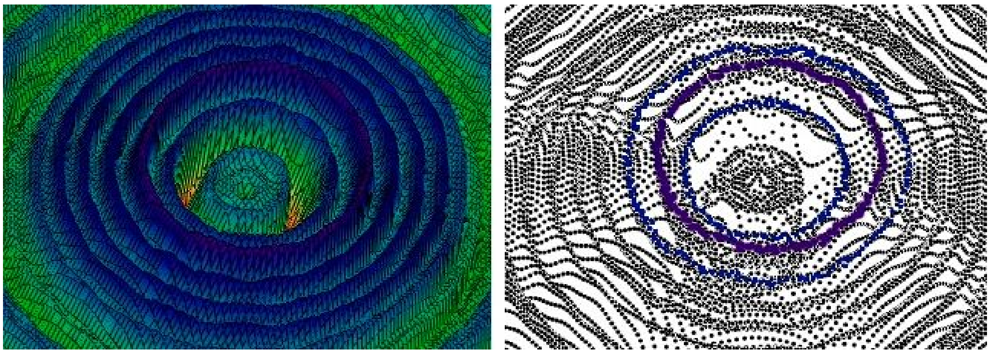


Рисунок 13 – Нулевой и первые максимумы распределения интенсивности

Используя (31) получаем выражение для ДЭ в случае когда объект задан с полостью внутри (кольцо):

$$\eta = \frac{\langle h_i \rangle}{\langle h_k \rangle} = \frac{\left(\frac{\langle h_{i_{внеш}} \rangle + \langle h_{i_{внут}} \rangle}{2}\right)}{h_k}, \qquad (32)$$

где $h_{i_{внеш}}$ – высота первого внешнего максимума, $h_{i_{внут}}$– высота первого внутреннего максимума. Погрешность вычисляется автоматически.

На рисунке 14 показан общий вид распределения интенсивности вдоль плоскости голограммы кольца.

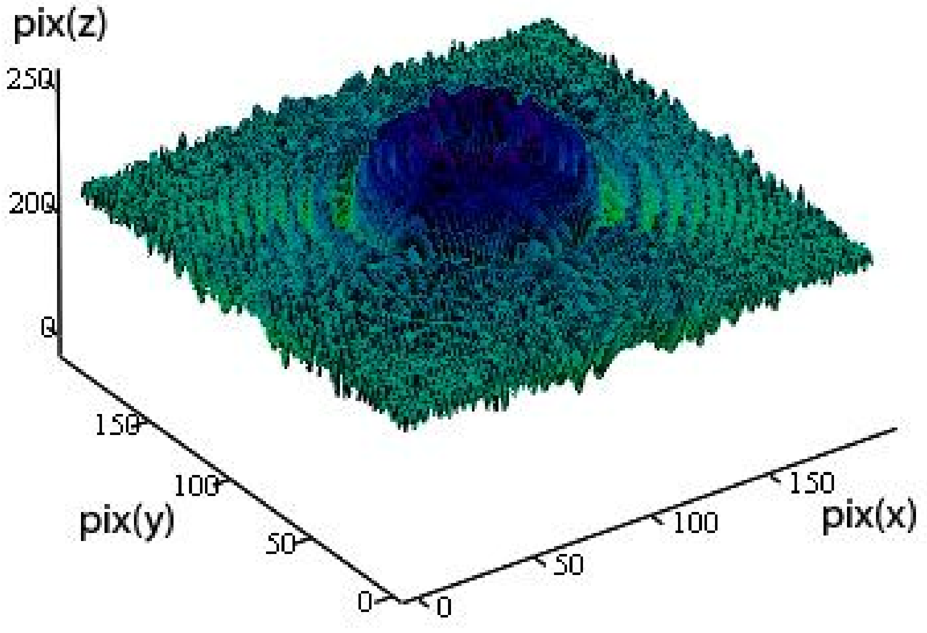


Рисунок 14 – Распределение интенсивности в плоскости голограммы кольца

ДЭ для точечного объекта рассчитывается по формуле (32), с тем условием что нулевой максимум задаётся только одним значением h_k.На рисунке 15 показано распределение интенсивности вдоль голограммы точечного объекта.

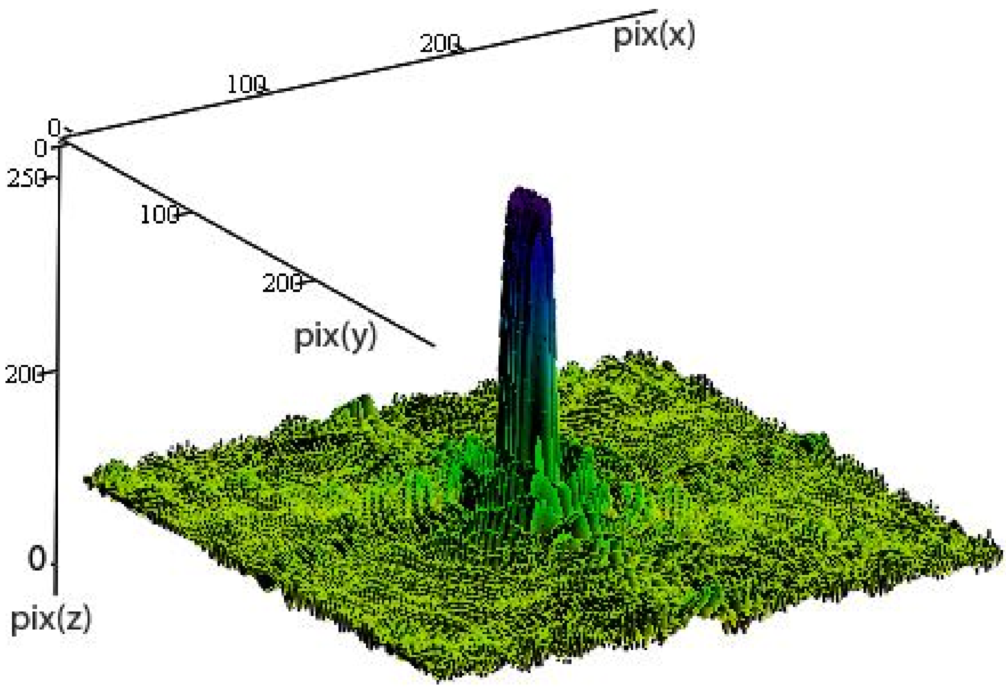


Рисунок 15 – Распределение интенсивности в плоскости голограммы точечного объекта (точка)

ДЭ голограмм отрезка и двух скрещенных отрезка будут вычисляться по формуле (32) без изменений. На рисунках 16-17 показано распределение интенсивности вдоль голограмм.

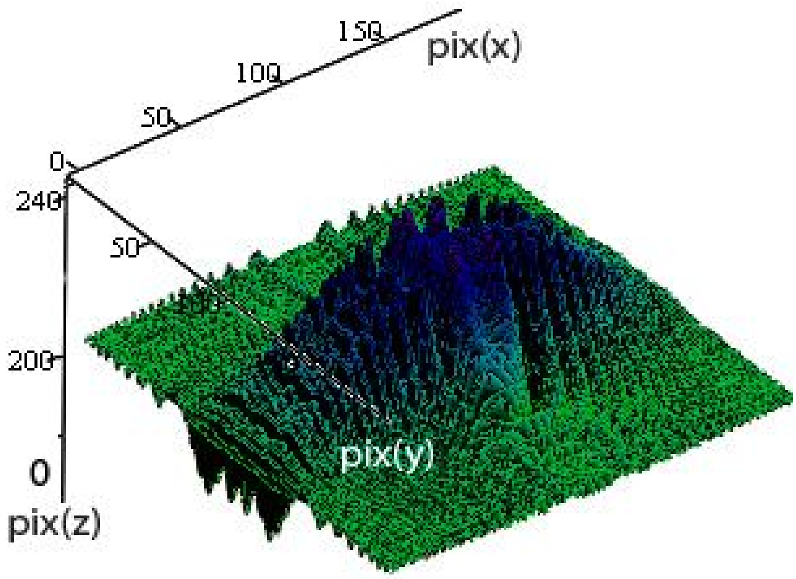


Рисунок 16 – Распределение интенсивности в плоскости голограммы отрезка

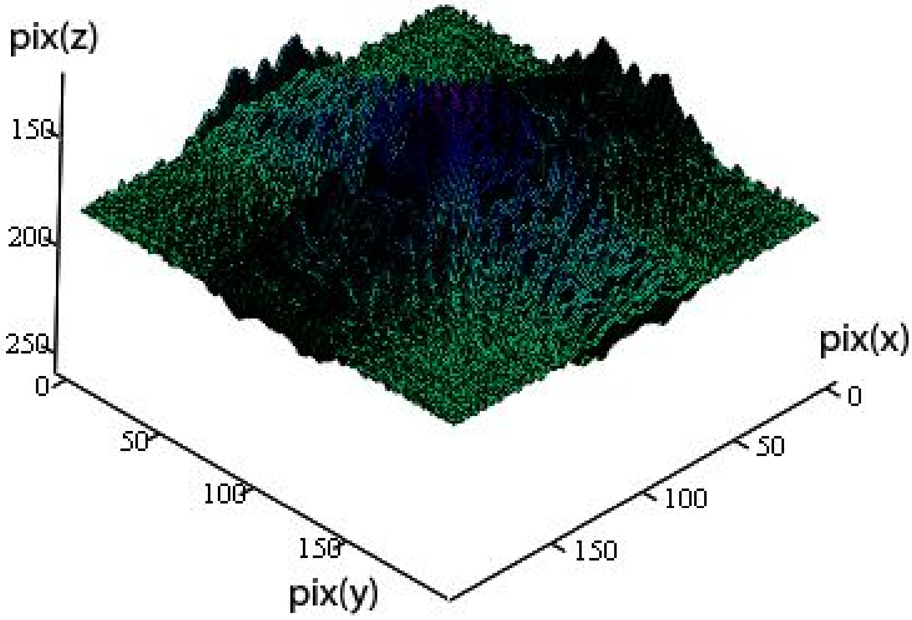


Рисунок 17 – Распределение интенсивности в плоскости голограммы двух скрещенных отрезка

ДЭ голограммы 5 точек вычисляется по формуле (32) отдельно для каждой точки, после берётся усреднённое значение по 5 точкам. На рисунке 18 показано распределение интенсивности вдоль плоскости голограммы 5 точек.

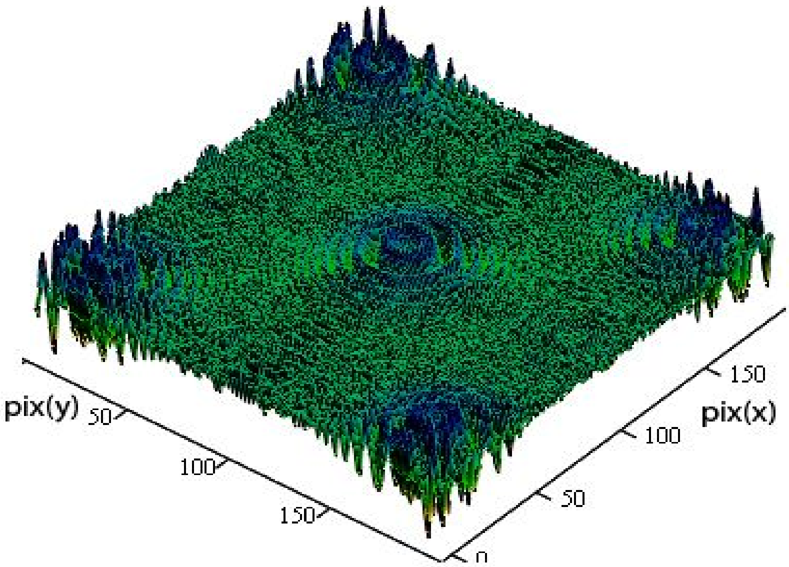


Рисунок 18 – Распределение интенсивности в плоскости голограммы 5 точечных объектов (5 точек)

Таким образом, по разработанной в данной работе методике, была разработана программа, под вычислительную среду MathCAD, с помощью которой можно получать: различные голографические изображения 2-D объектов, распределение интенсивности светового излучения вдоль плоскости голограммы и рассчитывать ДЭ полученных голограмм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе данной работы была разработана методика по восстановлению голографического изображения. На основе разработанной методики был реализован программно-аппаратный комплекс для восстановления голографического изображения. Используя разработанный комплекс были получены цифровые голограммы и распределение интенсивности для следующих объектов: точечный объект (точка), пять точек, отрезок, два скрещенных отрезка, кольцо. Так же рассчитана дифракционная эффективность полученных голограмм.

По результатам проделанной работы можно сделать следующие выводы:

1. Установлено, что для оптимального восстановления голографического изображения, расстояние, между объектом и плоскостью голограммы, должно составлять 30мм;
2. Преобразование основного блока программы, отвечающего за преобразование изображения, приводит к тому, что отпадает необходимость проводить операцию масштабирования для восстановленного изображения ;
3. Установлено, что ДЭ полученных голограмм, на основе метода свертки", выше чем голограмм, на основе "приближении Френеля".

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сойфер,В.С.Методы компьютерной оптики/ В.С.Сойфер.: - Ленингр: Изд-во ФИЗМАЛИТ, 2009 - 685с.

2. Милер, М. Голография / М. Милер // Перевод на русский под редакцией Ю.И. Островского. - Л.: Изд-во Ленингр, 2009.- 207с.

3. Kyrish M., Improving spatial resolution of a fiber bundle optical biopsysystem / Kyrish M., Kester R., Richards-Kortum R., Tkaczyk T. // Proc. SPIE. 2010. V.7558. P.755807.

4. Nomura, T. Researchmethodsofrecordingoverlappedhologramsinarchivalholographicmemory. – Publisher: Optics&PhotonicsJapan, 2014.-6a - DS1.

5. Каленков С.Г., Пространственно-спектральная цифровая голография микрообъектов в низкокогерентном свете / Каленков С.Г., Каленков Г.С., Штанько А.Е. // Радиотехника и электроника.–2013. – №12.– С.1-6.

6. Saita, Yu. Multilevel recording characteristics on holographic memory applied phase gradient coding / Saita Yu., Nomura T.// Optics&PhotonicsJapan. - 2015. 6p - E10.

7. Ярославский Л.П., Цифровая обработка полей в оптических системах. Цифровая оптика. /Ярославский Л.П.,//Новые физические принципы оптической обработки информации.– М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.-2009.–№10.– С.2-4.

8. GhebremichaelF.,Holography-basedwavefrontsensing/ GhebremichaelF., AndersenG.P., GurleyK.S. // Appl.Opt. – 2008. – V.47.–№4.P.A62 – A69.

9. Zepp A., Holographic wavefront sensor for fast defocus measurement / Zepp A., Gładysz S., Stein K. // Advanced Optical Technologies. – 2013. – V.2, – №5 – 6. P.433–437.

10. Kutanov A.A., Direct laser recording of dot holograms on a-Si film / Kutanov A.A., Snimshikov I.A. // Proceeding Optics&Photonics. Japan, – 2011.–P.30a – P - S2.

11. КакичашвилиШ.Д. Поляризационнаяголография /Ш.Д. Какичашвили // Успехифизическихнаук. – 2008. – Т.126. №4. – С.681-683.

12. АккозовА.Д., Применениеметодадвухамплитудной записи цифровых голограмм при синтезе фильтров для систем оптической обработки информации с пространственно-частотной фильтрацией/ АккозовА.Д., АлымкуловС.А., ЖумалиевК.М., ТалыповК.К., АбакироваЖ.А. // Оптика и Фотоника. – 2012. – №3–4. – С.3-11.

13. Сороко Л.М. Основы голографии и когерентной оптики/ Сороко Л. М.:– М.: Наука, 2006. – 616 с.

14. Федоров Б.Ф. Голография/ Федоров Б.Ф., Цибулькин Л.М.: – М.: Радио и связь, 2009.- 140 с.

15. Сойфер В.А. Компьютерная обработка изображений. Часть 1. Математические модели //Соросовский образовательный журнал. – 2001. – №2. – С.118-124.

16. Лукин А.В. Голограммные оптические элементы/Лукин А.В. // Оптический журнал. – 2007. – т.74. – № 1. – С. 45-51

17. Кособуцкий П.С. Моделирование спектров отражения и пропускания света однослойными интерферометрами Фабри–Перо методом огибающих/Кособуцкий П.С. // Оптический журнал.– 2006. – т.71. – № 12. – С. 62-68

18. Денисюк Ю. Н. Принципы голографии/ Денисюк Ю. Н.: Лен.: Государственный оптический институт им. С. И. Вавилова , 2009. – 124 с.

19. Вербовецкий А.А. Оптическая голография в цифровых компьютерных технологиях./ Вербовецкий А.А.: – М.: Алекс-Верб, 2008. – 90 с.

20. Борискевич А.А., Голографическая защита информации./Борискевич А.А., Ероховец В.К., Ткаченко В.В.: – Минск: ОИПИ НАН Беларуси, 2012 - 355с.