

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Факультет Математики и информатики
Кафедра Математического анализа и моделирования
Направление подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика
Профиль: Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ
Зав. кафедрой
_____ Т.В. Труфанова
« _____ » _____ 2016 г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему: Применение метода Монте-Карло для моделирования стохастического поведения финансовых рынков

Исполнитель
студент группы 252

(подпись, дата)

М.И. Рвачева

Руководитель
профессор, д-р физ.-мат. наук

(подпись, дата)

А.Г. Масловская

Нормоконтроль
доцент, канд. техн. наук

(подпись, дата)

А.В. Рыженко

Благовещенск 2016

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Факультет Математики и информатики
Кафедра Математического анализа и моделирования

УТВЕРЖДАЮ
Зав. каф. Т.В. Труфанова

« _____ » _____ 2016 г.

ЗАДАНИЕ

К выпускной квалификационной работе студента
Рвачевой Марины Игоревны

1. Тема выпускной квалификационной работы: «Применение метода Монте-Карло для моделирования стохастического поведения финансовых рынков»

(утверждено приказом от 03.06.2016 г. № 1215-уч)

2. Срок сдачи студентом законченной работы: 14.06.2016 г.

3. Исходные данные к выпускной квалификационной работе: специализированная учебная и научная литература по теме исследования, отчет по преддипломной практике.

4. Содержание выпускной квалификационной работы (перечень подлежащих разработке вопросов): теоретические основы финансовых рынков, модель Изинга, метод Монте-Карло, стохастическое поведение финансовых рынков, индексы фондовых рынков.

5. Перечень материалов приложения: листинги вычислительных программ.

6. Нормоконтроль: доцент, канд. техн. наук А.В. Рыженко.

7. Дата выдачи задания 25.04.2016 г.

Руководитель выпускной квалификационной работы:

Масловская Анна Геннадьевна, профессор, д-р физ.-мат. наук.

Задание принял к исполнению (25.04.2016 г.): _____
(подпись студента)

РЕФЕРАТ

Бакалаврская работа содержит 67 с., 19 рисунков, 32 источника.

МОДЕЛЬ ИЗИНГА, АЛГОРИТМ МЕТРОПОЛИСА, МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО, ФИНАНСОВЫЙ РЫНОК, ИНДЕКСЫ ФОНДОВЫХ РЫНКОВ, СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФИНАНСОВОГО РЫНКА

В работе представлены теоретические основы и подходы к моделированию вероятностных характеристик финансовых рынков. Изложены сведения об исторических предпосылках развития финансовых рынков, аспекты применения метода статистических испытаний для описания поведения системы агентов-инвесторов.

Проведена алгоритмизация и программная реализация двумерной модели Изинга. Вероятностная модель основана на алгоритме Метрополиса и реализована программно в ППП Matlab с помощью метода Монте-Карло.

Представлена вычислительная схема модельного расчета величин, характеризующих стохастическое поведение агентов-инвесторов на финансовом рынке. Результаты вычислительных экспериментов продемонстрированы на примере тестовых задач с различными наборами параметров модели. Проведено качественное сопоставление поведения реальных финансовых систем и их модельно рассчитанных стохастических характеристик.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	6
1 Экономико-математические методы и средства моделирования финансовых рынков	8
1.1 Понятие финансовых рынков и теоретические подходы к их описанию	8
1.1.1 Исторические аспекты развития теории финансовых рынков	10
1.1.2 Структура, классификация и основные функции финансовых рынков	12
1.1.3 Показатели деятельности фондовых рынков: мировые и российские индексы	15
1.2 Математические модели, применимые для описания финансовых рынков	19
1.2.1 Нейросетевое прогнозирование	20
1.2.2 Методы, основанные на применении теории графов	21
1.2.3 Методы теории нечеткости	22
1.2.4 Регрессионные модели прогнозирования	22
1.3 Стохастическое моделирование финансовых рынков: обзор современного состояния исследований	23
1.3.1 Современный взгляд на проблему стохастического моделирования финансовых рынков	23
1.3.2 Базовая модель финансового рынка на основе вероятностного подхода	25
2 Применение метода Монте-Карло в моделировании стохастических процессов и явлений. Модель Изинга	28
2.1 Классическая решеточная модель Изинга: история возникновения и основные концепции	28
2.2 Идея метода Монте-Карло	32
2.3 Моделирование критических явлений с помощью метода статистических испытаний. Алгоритм Метрополиса	34

3 Моделирование вероятностного поведения финансовых рынков методом Монте-Карло	38
3.1 Постановка задачи моделирования	38
3.2 Алгоритм решения задачи моделирования	41
3.3 Структура и функциональное назначение программного приложения	42
3.4 Исследование характеристик финансовых рынков по данным вычислительного эксперимента	44
3.4.1 Вычислительный эксперимент № 1	44
3.4.2 Вычислительный эксперимент № 2	46
3.4.3 Вычислительный эксперимент № 3	49
3.5 Качественное сопоставление результатов моделирования и динамики поведения фондовых индексов	51
Заключение	54
Библиографический список	55
Приложение А Исходный код программного приложения, предназначенного для моделирования характеристик финансовых рынков	58

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время фундаментальные законы, описывающие динамику поведения объектов естественных и технических наук, нашли широкое применение для описания экономических и финансовых процессов. В работах [1-3] представлена концепция финансовых рынков, обнаруживающих стохастическое поведение, а также показана возможность описания характеристик подобных систем на основе физической модели Изинга, являющейся моделью магнитных фазовых переходов [4]. Основой такого подхода является применение принципа аналогии для построения экономико-математической модели. Представление финансового рынка в виде системы инвесторов-агентов, взаимодействующих друг с другом, является достаточным для описания стохастической динамики такой системы с помощью модели Изинга, традиционно используемой в физике твердого тела.

Одним из широко используемых методов реализации математических моделей дискретных стохастических систем является метод Монте-Карло. Метод Монте-Карло предоставляет возможности численного моделирования систем большой размерности, а также постановки и проведения вычислительного эксперимента, направленного на изучение закономерностей, характеризующих фазовые переходы и критические явления. Метод случайных блужданий нашел применение в статистическом моделировании поведения характеристик макроскопических систем, поскольку предусматривает относительно несложную процедуру формализации алгоритма определения средних величин в каноническом ансамбле. Использование стохастического подхода и исследование на основе метода Монте-Карло поведения финансовых рынков является сравнительно новым, актуальным и активно развивающимся научным направлением в экономико-математическом моделировании.

Объектом исследования в работе является стохастическая модель финансовых рынков, предметом – методы, алгоритмы и средства реализации стохастической модели взаимодействия инвесторов-агентов в финансовых рынках.

Целью данной работы является имитационное моделирование стохастического поведения финансовых систем (в рамках концепции модели Изинга), а также качественное сопоставление результатов вычислительного эксперимента и реальной динамики экономических индексов РТС и ММВБ.

Для достижения данной цели необходимо решить следующие задачи:

- провести литературный обзор экономико-математических методов и средств, применяемых для исследования финансовых рынков;
- ознакомиться с определением, экономическим содержанием, методикой расчета и примерами мировых и российских фондовых индексов;
- изучить теоретические подходы к описанию стохастической динамики финансового рынка, основанные на модели Изинга;
- рассмотреть алгоритмы и способы реализации метода Монте-Карло;
- сформулировать математическую постановку задачи моделирования стохастического поведения финансовых рынков;
- построить вычислительную схему для реализации математической модели стохастического поведения финансовых рынков;
- формализовать алгоритм и провести программную реализацию математической модели в ППП Matlab 2010b;
- провести вычислительные эксперименты по расчету характеристик поведения финансовых рынков при различных наборах модельных параметров;
- провести анализ результатов моделирования.

1 ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И СРЕДСТВА МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИНАНСОВЫХ РЫНКОВ

1.1 Понятие финансовых рынков и теоретические подходы к их описанию

Для введения понятия «финансовый рынок» исследователи рассматривают составляющие данного термина в работах [5-6]. В числе важнейших частей этого понятия состоят определение «финансы» и общее понятие «рынок».

Первоначально термин «финансы» подразумевал любые денежные выплаты. Его дальнейшее использование ассоциировано с системой денежных взаимоотношений между государством и населением, что в последствии способствовало образованию государственных фондов денежных средств. Комплекс денежных отношений, возникающих при образовании субъектов форм хозяйствования государства и фондов денежных средств, применяемых для активизирования, а так же удовлетворения социальных нужд населения, называется финансами.

Под рынком понимают образовавшуюся в процессе развития экономических взаимоотношений систему организации экономической деятельности. В более широком смысле, рынок – это форма отношений субъектов деятельности экономики, с помощью которой реализуются связи товаров, капиталов и рабочей силы с учетом изменения их прибыльности.

Таким образом, финансовый рынок – это определенная структура отношений, которая образовалась в процессе экономической деятельности, связанной с обменом различными благами с использованием денежных средств. Исключительно в этой сфере происходит основная концентрация капитала и осуществляется деятельность, связанная с кредитованием, инвестирование финансовых средств в различные отрасли и подразделения производства.

Разработка ряда финансовых теорий и моделей была обусловлена возникновением большого количества рыночных инструментов и развитием фи-

нансовых рынков. Данные теории были призваны обеспечить инвесторов инструментарием для создания более эффективных инвестиционных стратегий.

Среди всех теорий условно выделяют три базовых подхода к построению моделей финансового рынка:

- концепция рефлексивности;
- гипотеза эффективного рынка;
- подход поведенческих финансов.

Концепция рефлексивности представляет собой альтернативу гипотезе эффективного финансового рынка и подходу поведенческих финансов. Основой этой модели поведения финансового рынка является анализ поведения рационального инвестора, но ее результатом представляется вывод о стремлении инвесторов действовать иррационально. Именно этим объясняется неэффективность финансовых рынков в том смысле, что рыночные цены не распределены логнормально, а так же могут иметь автокорреляцию. Необходимо отметить, что концепция рефлексивности подводит к выводу о существовании при определенных условиях на рынке весьма устойчивых трендов, являющихся источником экономической прибыли инвестора.

Сформулированная американским экономистом Юджином Фама гипотеза эффективного рынка, отраженная в работе [7] гласит о том, что вся информация немедленно и в полной мере отражается на рыночной стоимости акций. Согласно этой гипотезе формы эффективного рынка подразделяют на несколько категорий: сильная (цены на облигации и акции полностью отражают абсолютно всю информацию), средняя (исключительно публичная информация отражена в рыночной цене) и слабая (цены обыкновенных акций независимы, то есть прошлые цены не позволяют предугадать будущие).

Поведенческие финансы – совершенно иной подход к анализу поведения финансовых рынков и инвесторов. Этот подход позволяет объяснить многие феномены финансовых рынков с помощью моделей, в которых случайные агенты не являются полностью рациональными. Стоит отметить, что в некоторых моделях поведенческих финансов инвесторы обладают корректными ожиданиями

ями, но принимают решения, не совместимые с моделью ожидаемой полезности, в других же моделях ожидания не полностью корректны.

Рассмотренные выше теории исследуют механизмы формирования равновесия на финансовых рынках, а так же вытекающие из них особенности ценообразования. Главным составным звеном этих механизмов являются ожидания, предпочтения, особенности психологического поведения человека и т.п. Принципиальные различия между теориями обусловлены разницей в подходах к описанию того или иного элемента.

1.1.1 Исторические аспекты развития теории финансовых рынков

В XIII – XV вв. главными площадками для деятельности вексельных ярмарок выступили крупные западноевропейские города. Именно с вексельными ярмарками связывают начало финансовой теории.

Дальнейшее развитие экономики становится все более зависимым от финансовых рынков по мере становления финансового капитала. Конец XIX ознаменован постепенным формированием потребности в теоретическом осмыслении тенденций, складывающихся на финансовых рынках.

Первые попытки построения теории поведения на фондовом рынке связаны с Ч. Доу, который в 1882 г. Основал компанию «Dow, Jones & Co». Эта компания специализировалась на выпуске финансовой информации. Кроме Доу создателями компании были еще два человека: Э. Джонс и Ч. Бергштрассер.

Деятельность Ч. Доу была связана с публикацией ежедневных аналитических обзоров по финансовой тематике, что способствовало созданию индекса Доу-Джонса [8]. Индекс Доу-Джонса до настоящего времени является одним из наиболее известных и авторитетных финансовых индикаторов. Доу был убежденным сторонником и популяризатором идеи о возможности прогнозирования цен на акции и еще в 1882 г. Высказал мысль о том, что фондовый рынок будет со временем наиболее спекулятивным и привлекательным для бизнесменов. Возможность прогнозирования цен Ч. Доу видел в тщательном изучении динамики цен по статистическим данным.

Двумя десятками лет позднее молодой математик из Франции Л. Башелье завершил в Сорбонне написание докторской диссертации «Теория спекуляции» [9]. В данной работе математик попытался при помощи математического аппарата объяснить поведение цен акций на французском фондовом рынке. В ходе написания диссертации Башелье пришел к выводу о том, что динамика цен на фондовой бирже никогда не будет точной наукой.

Начало разработок в области теории оценивания на фондовом рынке связывают с выпускником Гарвардского университета Д. Уильямсом [10]. Он предложил модель оценки финансовых активов как один из инструментов для работы на рынке ценных бумаг. Данные предложения он отразил в своей диссертации, написанной в 1937 г.

Решающий вклад в развитие теории оценивания на фондовом рынке был сделан Г. Марковицем, работавшим в начале 1950-х годов над основами теории портфеля [11]. Работы Марковица отражали методологию принятия решений в области инвестирования в финансовые активы. Последующее развитие данный раздел теории финансов получил в работах, посвященных ценообразованию ценных бумаг, в исследованиях эффективности рынка капитала и моделировании оценок риска и доходности.

Во второй половине 50-х годов проводились многочисленные исследования по теории структуры капитала и стоимости источников финансирования. Основной вклад по данному разделу был внесен Ф. Модильяни и М. Миллером [12]. Их работа, опубликованная в 1958 г., рассматривалась крупнейшими специалистами в области теории финансов. Такая заинтересованность обусловлена тем, что теория портфеля и теория структуры капитала – основа науки и техники управления финансами крупной компании, поскольку позволяют ответить на два важных вопроса: откуда взять и куда вложить финансовые ресурсы.

Усилиями таких видных ученых, отмеченных в работе [5], как Ф. Блэк, Д. Линтнер, Д. Моссин, М. Скоулз, Д. Трейнор, Ю. Фама, Д. Хиршлифер новое направление стало стремительно развиваться в теоретическом плане. Большая часть научной литературы по теории финансов в те годы сосредотачивалась на

проблемах рынка капитала, нежели на вопросах управления финансовыми ресурсами компании. Именно последнее послужило причиной становления в 60-е годы финансового менеджмента как науки, посвященной методологии и технике управления финансами крупной компании. Первые труды по новой дисциплине появились в ведущих англоязычных странах. В настоящее время менеджмент окончательно сформировался не только как самостоятельное научное направление и практическая деятельность, но и как учебная дисциплина. Значительный вклад в популяризацию финансового менеджмента внесли представители англо-американской школы Т. Коуплэнд, Д. Уэстон, Р. Брейли, С. Майерс, С. Росс, Ю. Бригхем и др.

1.1.2 Структура, классификация и основные функции финансовых рынков

Определение финансового рынка представляет собой обобщенное понятие. Фактически, финансовый рынок включает в себя несколько частей, существенно отличающихся друг от друга. Данные различия дают возможность рассуждать о финансовом рынке как о комплексе отдельных рынков. Отсюда А. М. Ковалева в своей работе [13] подразделяет финансовый рынок на рынок кредитов, рынок ценных бумаг, рынок валюты и рынок драгоценных металлов.



Рисунок 1 – Структура финансового рынка

Кредитный рынок – рынок, объектом купли-продажи на котором являются свободные денежные средства, предоставляемые на условиях возвратности, срочности, платности. Этот вид рынков отличается своей однородностью, так как любой товар имеет исключительно денежную форму. Кредиты могут предоставляться населению, государству, предприятиями непосредственно друг другу или же банками любым экономическим субъектам.

Валютные рынки – это рынки, обслуживающие международный платежный оборот, связанный с оплатой денежных обязательств юридических и физических лиц большого количества стран. Отличительная особенность международных расчетов – отсутствие общепринятого платежного средства. Следовательно, появляется необходимость обмена одной валюты на другую в виде покупки или продажи иностранной валюты плательщиком или получателем при расчете по внешней торговле, услугам, инвестициям и межгосударственным платежам. В широком смысле, валютные рынки представляют собой официальные центры по совершению купли-продажи.

Под рынком ценных бумаг подразумевают рынок, основной деятельностью которого является оборот различных видов фондовых инструментов. Основными долями фондовых инструментов являются ценные бумаги, которые выпускаются в обращение как предприятиями, банками, различными финансовыми организациями, так и государственными учреждениями и акционерными обществами. Рынок ценных бумаг является наиболее распространенной частью финансовых рынков.

Рынок золота и драгоценных металлов – это рынок, основной деятельностью которого является купля и продажа драгоценных металлов (прежде всего золота). Купля-продажа производится как для пополнения золотого запаса страны, так и для промышленного использования. Функциональное разнообразие рынка золота обусловлено незаменимостью золота в качестве сырья для различного вида производства, а так же связано с наименьшим риском и высокой ликвидностью золота как средства резервирования.

Классификация финансовых рынков, как правило, производится по двум критериям:

- по территориальному признаку;
- по срочности реализации сделок.

По территориальному признаку выделяют следующие виды финансовых рынков:

– местный рынок – представлен в основном операциями коммерческих банков, неорганизованных торговцев финансовыми инструментами с их контрагентами – местными хозяйствующими субъектами и населением;

– региональный рынок – функционирует в масштабах региона и наряду с местными неорганизованными рынками включает систему региональных фондовых и валютных бирж;

– национальный рынок – включает всю систему финансовых рынков страны, всех видов и организационных форм;

– мировой рынок – является частью мировой финансовой системы, в него интегрированы национальные финансовые рынки всех стран с открытой экономикой.

Такое деление финансовых рынков дает оценку возможностям рынка по вовлечению свободных инвестиционных ресурсов и конструированию эмиссии финансового инструмента, в зависимости от масштабов реализуемого проекта.

По срокам реализации сделок, заключенных на финансовом рынке, выделяют рынки:

– с немедленной реализацией условий сделок – представляет собой рынок финансовых инструментов, на котором заключенные сделки осуществляются в строго обусловленный короткий период времени;

– рынки с реализацией условий сделок в будущем – предметом обращения на этом рынке являются ценные бумаги, стоимость которых является производной от стоимости и характеристик другой ценной бумаги или товарного базового актива.

Классификация финансовых рынков позволяет сделать выводы о том, что все финансовые рынки являются частью единой системы, которая, в свою очередь, основывается на совокупном предложении временно свободных денежных средств. Функционирование финансовых рынков обусловлено непрерывающимся потоком капитала из одних секторов в другие. Это происходит под действием таких рыночных факторов как риск, доходность, ликвидность и наличие современной инфраструктуры.

Функции финансовых рынков условно можно разделить на обще рыночные (присущие любым видам рынка) и специфические (характерные только для финансового рынка).

К обще рыночным функциям обычно относят:

– связь продавца и покупателя, обеспеченная финансовым рынком, которая содействует передвижению денег от их владельцев к потребителям;

– регулирующая функция: условия торговли и распространения информации, а так же порядок разрешения споров принимаются во внимание на финансовом рынке;

– ценовая функция: осуществляется рыночное ценообразование на финансовые услуги и инструменты;

Из специфических функций финансового рынка выделяют:

– привлечение свободных денежных средств, а так же содействие по превращению их в капитал;

– эффективное распределение аккумулированного капитала между конечными потребителями. Рынок выявляет спрос на конкретные виды финансовых активов, что способствует его удовлетворению;

– уменьшение финансовых и коммерческих рисков. Риски заключается в следующем: предполагаемые доходы от инвестиций не будут получены или в результате неудачных инвестиций будет потерян сам капитал. Именно для этого финансовый рынок изобрел собственный алгоритм защиты от рисков – операции хеджирования. Операции хеджирования позволяют уменьшить потери от неблагоприятного изменения цен.

1.1.3 Показатели деятельности фондовых рынков: мировые и российские индексы

Основными показателями деятельности финансовых рынков являются экономические индексы. Ежедневно публикуется информация об изменении большого числа индексов фондовых рынков. Наиболее известным из зарубежных фондовых индексов является промышленный индекс Доу-Джонса [14]. Впервые данный индекс был обнародован в 1884 году Чарльзом Доу. Чарльз

Доу является основателем компании, которая была издателем финансовой газеты с мировой известностью «Wall Street Journal». Изначально индекс Доу-Джонса рассчитывался по акциям 11 железнодорожных компаний, а уже в 1897 году список был расширен до 20 компаний. Первый промышленный индекс Доу-Джонса был рассчитан в 1897 году по акциям 12 компаний. К 1916 году размер выборки увеличился до 20 компаний, а в 1928 – до 30.

Для расчета индекса Доу-Джонса применяется среднее арифметическое ежедневных курсов акций 30 базовых компаний [14]:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}, \quad (1)$$

где x_1, x_2, \dots, x_N – ежедневные курсы акций компаний, участвующих в расчете индекса;

N – количество компаний.

Среди других фондовых индексов наиболее известны:

– средние индексы Standart&Poog's, которые рассчитываются по 400 и 500 акциям промышленных компаний, 20 акциям транспортных компаний, 40 акциям коммунальных компаний, по акциям финансовых компаний, муниципальным облигациям, государственным облигациям США и т.п.;

– средние индексы Moody's, рассчитываемые по акциям промышленных корпораций, железнодорожному транспорту, коммунальным компаниям;

– индексы фондовых бирж (Нью-Йоркской, Американской, Торонтской, Миланской и т.д.);

– ценовые индексы NASDAQ, которые представлены композитным индексом, включающим акции 4013 компаний, промышленным индексом (2863 компании), банковским (224), страховым (106), транспортным (65) и другими индексами;

– индексы Financial Times, рассчитанные по ценным бумагам 30, 100, 250 и 350 компаний, общий индекс FT, мировой индекс FT;

– индексы, характеризующие германский фондовый рынок (DAX-30, DAX-100, композитный индекс CDAX-320, индексы рынка облигаций REX и REXP);

– индексы японского фондового рынка (Nikkei, TOPIX);

– индексы фондового рынка Франции (CAC-40, генеральный индекс CAC) и т.д.

В свою очередь, на российском фондовом рынке используется большое количество фондовых индексов. Абсолютно все агентства, занимающиеся анализированием финансовой информации, рассчитывают свои индексы. Индексы рассчитывают также и торговые площадки. Преимущественно известными из индексов является индекс информационного агентства национальной ассоциации участников фондового рынка (индекс российской торговой системы, индекс РТС). Индекс РТС [15] представляет собой наиболее известный из российских фондовых индексов. Он является капитализационным и рассчитывается по заявленным к заключению сделкам в российской торговой системе по методу взвешенного среднеарифметического значения [16]:

$$I_{cn} = \frac{MC_{cn}}{D_{cn}} \quad (2) \text{ где}$$

I_{cn} – значение долларового индекса на момент расчета n ;

MC_{cn} – суммарная стоимость (капитализация) всех акций по состоянию на момент n расчета долларового индекса D_{cn} .

Капитализация MC_{cn} рассчитывается согласно следующему соотношению:

$$MC_{cn} = \sum_{i=1}^N P_{ci} \cdot Q_i \cdot FF_i \cdot W_i, \quad (3)$$

где $P_{ci} = \frac{P_i}{K_N}$, N – общее количество акций;

P_{ci} – цена акции, выраженная в долларах США;

Q_i – общее количество акций одной категории;

FF_i – поправочный коэффициент, учитывающий количество ценных бумаг i -го вида в свободном обращении;

W_i – коэффициент, ограничивающий долю капитализации i -ой акции (векторный коэффициент);

P_i – цена i -ой акции, выраженная в рублях;

K_n – курс доллара США к российскому рублю на n -ый момент расчета, равный индикативному курсу доллара США к российскому рублю.

Так же существует индекс московской межбанковской валютной биржи (ММВБ). Индекс ММВБ [17] – капитализационный индекс российского фондового рынка, рассчитываемый по информации о сделках с наиболее ликвидными акциями 30 крупнейших и динамично развивающихся российских эмитентов, работающих в основных секторах экономики; различные индексы информационного агентства «Росбизнесконсалтинг» (сводный индекс РБК, РБК-нефть, РБК-энергетика, РБК-связь и т.п.)

Индекс ММВБ рассчитывается согласно следующей формуле [16]:

$$I_n = \frac{MC_n}{D_n}, \quad (4)$$

где I_n – значение индекса на момент расчета n ;

MC_n – суммарная стоимость (капитализация) всех акций по состоянию на момент n расчета долларového индекса.

Капитализация всех акций по состоянию на момент расчета n находится по формуле:

$$MC_n = \sum_{i=1}^N P_i \cdot Q_i \cdot FF_i \cdot W_i, \quad (5)$$

где N – общее количество акций;

Q_i – общее количество акций одной категории;

FF_i – поправочный коэффициент, учитывающий количество ценных бумаг i -го вида в свободном обращении;

W_i – коэффициент, ограничивающий долю капитализации i -ой акции (векторный коэффициент);

P_i – цена i -ой акции, выраженная в рублях.

1.2 Математические модели, применимые для описания финансовых рынков

На фоне нестабильности мировых экономических процессов при формировании портфеля реальных и финансовых вложений инвесторам необходимо максимально точно прогнозировать соотношение таких показателей, как риск и доходность. В условиях нестабильности риски повышаются и особенно они велики в период кризисов. Таким образом, одной из ключевых становится проблема предсказания кризисных ситуаций на финансовых рынках, а также связанных с ними рисков и возрастает потребность в инструментах для осуществления наиболее точного прогнозирования таких явлений. Проблемы моделирования финансовых рынков находятся в центре внимания исследователей и находят свое отражение в их трудах на протяжении более 100 лет.

Исторически первой публикацией по использованию сложной математической техники в теории финансов стала опубликованная в 1900 г. Диссертация Л. Башелье, в которой обсуждается использование броуновского движения для расчёта цен опционов [9]. Ученый заметил аналогию между диффузией тепла в веществе и колебанием стоимости облигаций. Оба эти процесса невозможно точно предсказать. На уровне частиц материи или отдельных людей на рынках детали слишком запутаны и сложны, невозможно выделить и описать каждый значимый фактор и точно проанализировать, то как они все взаимодействуют. Но в обоих случаях можно абстрагироваться от мелких деталей и увидеть общую картину поведения стохастической системы.

Интерес также вызывает работа Ч. Доу, описанная в [8]. Его значимым вкладом в анализ динамики цен на фондовом рынке стал расчет отраслевых индексов, представлявших собой линейные комбинации цен активов определенных отраслей. Текущий тренд и сигналы к смене тренда должны подтверждать-

ся обоими разработанными им индексами: промышленным и транспортным индексом Доу-Джонса. При этом допускается некоторое расхождение во времени сигналов, т.е. один из индексов может подать сигнал о смене тренда раньше другого.

В конце 1980-х гг. точка зрения о наличии скрытых закономерностей в рыночных временных рядах нашла поддержку в теории динамического хаоса. Основные положения гипотезы изложены в работах Э. Лоренца и Б. Мандельброта [18]. Эта теория построена на противопоставлении хаотичности и случайности. Хаотические ряды только выглядят случайными, но в качестве детерминированного динамического процесса вполне допускают краткосрочное прогнозирование. Область возможных предсказаний ограничена по времени горизонтом прогнозирования, но этого может оказаться достаточным для получения реального дохода от предсказаний.

В настоящее время описано множество экономико-математических моделей, посредством которых решаются те или иные задачи во всех сферах деятельности человека, в частности на финансовом рынке. Рассмотрим более подробно некоторые из них.

1.2.1 Нейросетевое прогнозирование

Способность к моделированию нелинейных процессов, работе с зашумленными данными и адаптивность дают возможности применять нейронные сети для решения широкого круга задач. В последние несколько лет на основе нейронных сетей было разработано много программных систем для применения в таких вопросах, как операции на товарном рынке, оценка вероятности банкротства банка, оценка кредитоспособности, контроль над инвестициями, размещение займов.

Нейронные сети охватывают самые разнообразные области интересов: распознавание образов, обработка зашумленных данных, дополнение образов, ассоциативный поиск, классификация, оптимизация, прогноз, диагностика, обработка сигналов, абстрагирование, управление процессами, сегментация дан-

ных, сжатие информации, сложные отображения, моделирование сложных процессов, машинное зрение, распознавание речи.

Нейронные сети позволяют выявлять закономерности развития ситуации, и какие бы, то ни было зависимости между входными и выходными данными. В таких случаях (к которым можно отнести до 80% задач финансового анализа) малоэффективны как традиционные математические методы, так и экспертные системы.

С помощью нейронных сетей можно успешно решать задачи, опираясь на неполную, искаженную, зашумленную и внутренне противоречивую входную информацию, что является весьма актуальным при текущей экономической ситуации. Более того с достаточно большой точностью можно оценивать показатели рынка на длительные промежутки рынка, таким образом прогнозируя пики и падения на рынке акций

1.2.2 Метод графов

Теория графов – математическая теория, содержание которой формулируется двояко в зависимости от трактовки ее исходного понятия «граф». В первом случае предметом теории являются графы как некие объекты, определяемые двумя множествами – множеством элементов и множеством бинарных отношений между ними. Во втором случае – свойства геометрических схем (графов), образованных множеством точек и соединяющих их линий. В обоих случаях главное понятие теории – граф, изучаемый как абстракция, независимо от его содержания. Обнаруженные соотношения, закономерности находят применение в самых различных областях экономики. С их помощью можно решать задачи по построению наилучшего плана перевозок продукции от поставщика к потребителям, выработать маршруты различных перевозок, рассчитывать наилучшее распределение рабочих на производстве и т.д.

1.2.3 Методы теории нечеткости

Заметное место в математико-компьютерном обеспечении принятия решений занимают методы теории нечеткости. Начало современной теории нечеткости положено работой Л. Заде в 1965г. Однако, истоки прослеживаются со

времен Древней Греции. Это направление прикладной математики получило бурное развитие. К настоящему времени по теории нечеткости опубликованы тысячи книг и статей, издается несколько международных журналов. В области теории нечеткости выполнено достаточно много как теоретических, так и прикладных научных работ, практические приложения дали ощутимый технико-экономический эффект.

В работах Л. Заде теория нечетких множеств рассматривается как аппарат анализа и моделирования гуманистических систем, т.е. систем, в которых участвует человек. Его подход опирается на предпосылку о том, что элементами мышления человека являются не числа, а элементы некоторых нечетких множеств или классов объектов, для которых переход от «принадлежности» к «непринадлежности» не скачкообразен, а непрерывен. В настоящее время методы теории нечеткости используются почти во всех прикладных областях, в том числе при управлении качеством продукции и технологическими процессами.

1.2.4 Регрессионные модели прогнозирования

В экономических исследованиях часто рассматриваются связи между случайными и неслучайными величинами. Такие связи называют регрессионными, а метод их изучения – регрессионным анализом.

Примерами возможного применения регрессионного анализа в экономике являются исследования влияния на производительность труда и себестоимость таких факторов, как величина основных производственных фондов, заработная плата и т.д. Так же рассматривается влияние безработицы на изменение заработной платы на рынках труда, зависимость структуры расходов от уровня доходов, а так же функции потребления и спроса.

При выборе вида регрессионной зависимости руководствуются следующим: она должна согласовываться с профессионально-логическими соображениями относительно природы и характера исследуемых связей, по возможности используют простые зависимости, не требующие сложных расчетов, легко экономически интерпретируемые и практически применимые.

Практика регрессионного анализа показывает, что уравнение линейной регрессии часто достаточно хорошо выражает зависимость между показателями даже тогда, когда на самом деле они оказываются более сложными. Это объясняется тем, что в пределах исследуемых величин самые сложные зависимости могут носить приближенно линейный характер.

Очевидная экономическая интерпретация результатов линейной регрессии является одной из основных причин ее применения в исследовании и прогнозировании экономических процессов.

1.3 Стохастическое моделирование финансовых рынков: обзор современного состояния исследований

1.3.1 Современный взгляд на проблему стохастического моделирования финансовых рынков.

К настоящему времени хорошо изучены модели оптимального планирования, параметры которых являются детерминированными величинами. К этому классу, в частности, относятся модели линейного, нелинейного, дискретного, динамического программирования. В практическом отношении это означает, что плановые расчеты должны базироваться на строго определенных показателях затрат, выпуска, потребления и т.п. В то же время, особенно в перспективном планировании, весьма сложно, а порой невозможно указать точные значения этих показателей; их фактические значения могут существенно отличаться от тех, которые берутся за основу в практике планирования, могут иметь разброс вокруг анализируемых значений. Это обстоятельство может привести к существенным ошибкам при принятии плановых решений.

Одним из способов учета недетерминированного характера исходной информации является применение моделей стохастического программирования.

В настоящее время основная цель развития моделей стохастического программирования состоит в учете всего диапазона возможных значений параметров изучаемых процессов, в учете вероятностного характера информации. Причины вероятностного характера исходной информации для экономико-математических моделей известны: наличие случайных ошибок при прогнозе

на перспективу, особенно при быстрых темпах научно-технического прогресса; случайность спроса; влияние погодных условий на некоторые отрасли материального производства и т. Д. Изучение, а также практическое использование стохастических моделей позволят не только повысить научную обоснованность, точность и помехоустойчивость плановых расчетов, но также и поставить ряд интересных задач, решение которых в рамках детерминированных моделей принципиально невозможно.

Плодотворное использование в практических расчетах и теоретических исследованиях любого нового класса моделей (в том числе и стохастических), если они более адекватно отображают экономическую действительность по сравнению с уже существующими классами моделей, возможно лишь при наличии взаимосвязанных факторов – эффективных методов решения и широкой разветвленной системы методов качественного анализа данного класса моделей.

При практическом использовании стохастических моделей, безусловно, главным является наличие хорошо алгоритмизируемых вычислительных методов, позволяющих за приемлемое время найти оптимальное решение задачи. Кроме того, сам вычислительный процесс зачастую имеет довольно прозрачную экономическую интерпретацию и может служить моделью реальных процессов, происходящих в экономике, поэтому его теоретический анализ позволяет изучать закономерности формирования оптимального состояния в изучаемой экономической системе.

Необходимо отметить, что большинство моделей стохастического программирования обладает рядом особенностей, которые не позволяют применять к ним традиционные численные методы нелинейного программирования. К этим особенностям прежде всего следует отнести недифференцируемость функций цели и ограничений, а также практическую невозможность точного вычисления значений этих функций, их производных или аналогов производных. В последние годы интенсивно развиваются прямые численные методы

стохастического программирования, с помощью которых стало возможным решение подобных задач.

1.3.2 Базовые модели финансовых рынков на основе вероятностного подхода

Согласно работам [19-20] стохастические модели финансовых рынков представлены двумя типами моделей:

- стохастические модели с дискретным временем;
- стохастические модели с непрерывным временем.

В стохастических моделях с дискретным временем базовой является модель геометрического броуновского движения. Согласно ей доходности финансовых инструментов подчиняются процессу случайного блуждания, т.е. случайных изменений, причем каждое последующее изменение не зависит от предыдущего. Это является очень актуальным моментом в современных условиях жизни общества. Данная модель удовлетворяет гипотезе эффективного рынка, которая сформулирована следующим образом: рынок является эффективным в отношении какой-либо информации, если она сразу и полностью отражается в цене актива. Таким образом, на основании данной гипотезы видится невозможным прогнозирование будущей доходности финансовых инструментов, исходя лишь из значений прошлых доходностей.

Другой разновидностью стохастических моделей с дискретным временем является модель ARIMA [19], которая в противовес базовой предполагает возможность прогнозировать доходность на основе прошлых значений. Еще одна – модель GARCH [19], которая предназначена для моделирования доходностей в условиях постоянного изменения цен.

На практике бывает невозможно определить изменение цены того или иного финансового инструмента с помощью стохастического процесса с непрерывным временем и непрерывной переменной. Например, цена акции – это дискретная величина, а ее изменения регистрируются только в момент открытия биржи. Несмотря на это стохастический процесс с непрерывным временем и непрерывной переменной представляет собой весьма полезную модель.

Стохастические модели с непрерывным временем в своем составе имеют четыре вида:

- модель, основанная на броуновском движении;
- диффузионная модель эволюции процентных ставок;
- модели ценообразования опционов;
- фрактальная модель.

Диффузионная модель используется для оценки динамики процентных ставок и, как следствие, доходности финансовых инструментов. В случае, когда используется однофакторная модель эволюция кривой доходности ограничивается только параллельным сдвигом, вверх или вниз. Кривая доходности будет изменять свой наклон в случае использования двухфакторной модели. Дальнейшее увеличение количества факторов позволит изменять форму кривой доходности, что связано с ростом степеней свободы, то есть количества значений, способных варьироваться. Количество факторов, которые можно включать в модель, не ограничено, но из практических соображений обычно используют не более десяти факторов.

В настоящее время различают около десяти моделей ценообразования опционов. Наиболее распространенной на практике является модель Блэка-Шоулза [20]. Она ориентирована на ценообразование европейских опционов и оценку производных финансовых инструментов. Согласно модели Блэка-Шоулза, ключевой элемент определения стоимости опциона – ожидаемое изменение цены базового актива. Колебание цены актива в сторону увеличения или снижения прямым образом отразится на стоимости опциона. Таким образом, при известной стоимости опциона можно определить уровень изменения цен, ожидаемой рынком, на сам актив.

Фрактальные модели являются результатом развития гипотезы фрактального рынка, которая описывает взаимодействие участников рынка и ценообразование активов как результат этого взаимодействия. Предпосылки гипотезы фрактального рынка являются существенно более приближенными к реальному положению дел, чем положения гипотезы эффективного рынка.

По этой причине исследование фрактальных свойств ценообразования активов с использованием моделей позволит получить более точную оценку рыночных рисков.

2 ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ЯВЛЕНИЙ. МОДЕЛЬ ИЗИНГА

2.1 Классическая решеточная модель Изинга: история возникновения и основные концепции

Модель Изинга – одна из самых распространенных физических моделей фазового перехода. Модель была предложена Ленцем в 1920 г. И исследована его учеником Изингом с целью изучения фазового перехода из парамагнитного состояния в ферромагнитное. В своей диссертации 1924г. Изинг, доказал, что в одномерной цепочке спинов, связанных взаимодействием с ближайшими соседями, фазового перехода не существует. Однако в двумерном и трехмерном случаях модель Изинга обнаруживает фазовый переход при температуре Кюри, связанной с появлением спонтанной намагниченности в решеточной системе спинов в отсутствие внешнего магнитного поля.

На современном этапе развития науки известно, что механизм ферромагнетизма имеет квантово-механическую природу, поэтому для построения адекватной модели изучаемого явления необходимо использовать математический аппарат квантовой механики. Но оказывается, что даже изучение классических двумерных и трехмерных моделей Изинга дает возможность выявить общие закономерности поведения магнитных систем вблизи фазового перехода

Рассмотрим d -мерную решетку, содержащую $N = L^d$ узлов, где L – характерный размер решетки. С каждым узлом решетки i связан спин s_i , который может принимать значение $s_i = +1$, если спин сонаправлен с осью OZ и значение $s_i = -1$, если спин направлен противоположно. Любая конфигурация задается набором переменных s_1, s_2, \dots, s_N для всех узлов решетки.

Макроскопические свойства систем определяются свойствами их достижимых микросостояний, поэтому необходимо вычислить зависимость энергии от конфигурации спинов. Энергия системы при наличии магнитного поля будет определяться по формуле [21, 22]:

$$E = - \sum_{\langle i,j \rangle}^N J_{i,j} s_i s_j - \mu_B \sum_{i=1}^N B_i \cdot s_i, \text{ эВ}, \quad (6)$$

где $J_{i,j}$ – потенциал взаимодействия спинов, эВ (или Дж, $1 \text{ эВ} = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Дж);

B_i – магнитное поле в месте расположения спина, Тл;

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} - \text{магнетон Бора, Дж/Тл.}$$

В формуле (6) первая сумма берется по всем ближайшим соседним парам спинов, а вторая по всем спинам решетки. Потенциал взаимодействия спинов J характеризует силу взаимодействия соседних спинов

Если $J > 0$, то состояние с одинаковой ориентацией соседних спинов энергетически выгоднее состояния с противоположно направленными спинами. Таким образом, для $J > 0$ состояние с наименьшей полной энергией является ферромагнитным.

Если $J < 0$, то энергетически более выгодным оказывается состояние, в котором спины противоположно направлены. Соответственно, среднее число спинов сориентированных в одном направлении, равно нулю, то есть спины упорядочены через один (антиферромагнитное состояние). При наложении внешнего магнитного поля спины приобретают дополнительную внутреннюю энергию, равную $+h$ и $-h$, где $h = \mu_B B$.

Возможные конфигурации системы определяются заданием значений всех спиновых переменных, число которых составляет 2^N , а вклад любой из спиновых конфигураций s определяется функцией распределения для канонического ансамбля:

$$w(s) = \frac{\exp(-E(s)/k_T T)}{Z}, \quad (7)$$

$$\text{где } Z(J, h) = \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{E(s_i)}{k_T T}\right). \quad (8)$$

Далее необходимо получить выражение, связывающее энергию и температуру термостата. Распределение энергии подчиняется формуле Больцмана:

$$P(E) = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{E}{k_T T}\right). \quad (9)$$

Предположим, что данное распределение вероятностей справедливо для любой макроскопической системы в состоянии термодинамического равновесия. Тогда

$$\langle E \rangle = \frac{\sum E \exp\left(-\frac{E}{k_T T}\right)}{\sum \exp\left(-\frac{E}{k_T T}\right)}, \quad (10)$$

где суммы вычисляются по всем возможным значениям E . Минимальная ненулевая потеря энергии системы в нулевом магнитном поле составляет, $2sJ$, где s – суммарный спин ближайших соседей, опрокидывающегося спина.

Для описания состояний физической системы вводят равновесные статистические характеристики – среднюю энергию $\langle E \rangle$ и среднюю намагниченность $\langle M \rangle$ с использованием средних по ансамблю значений рассматриваемых физических величин:

$$\langle E \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{p=1}^P E_p \exp\left(-\frac{E_p}{k_T \cdot T}\right), \text{ Дж}; \quad (11)$$

$$\langle M \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{p=1}^P M_p \exp\left(-\frac{E_p}{k_T \cdot T}\right), \text{ А/м}, \quad (12)$$

где $Z = \sum_{p=1}^P \exp\left(-\frac{E_p}{k_T \cdot T}\right)$ – сумма по всем P микросостояниям системы,

T – температура системы, К;

$k_T = 1,38 \cdot 10^{-23}$ – постоянная Больцмана, Дж/К.

Макроскопические характеристики системы – теплоемкость C и магнитная восприимчивость χ могут быть определены следующим образом. Для вывода формул теплоемкости и магнитной восприимчивости воспользуемся известными соотношениями термодинамики.

$$c = \frac{\partial \langle E \rangle}{\partial T}, \quad \langle E \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{s=1}^N E_s \exp\left(-\frac{E_s}{k_T \cdot T}\right),$$

где $Z = \sum_{s=1}^N \exp\left(-\frac{E_s}{k_T \cdot T}\right),$

$$c = \frac{\partial}{\partial T} \frac{1}{Z} \sum_{s=1}^N E_s \exp\left(-\frac{E_s}{k_T \cdot T}\right) = -\frac{1}{Z^2} \sum_{s=1}^N E_s \exp\left(-\frac{E_s}{k_T \cdot T}\right) \left(\frac{E_s}{k_T \cdot T^2}\right) \exp\left(-\frac{E_s}{k_T \cdot T}\right) + \frac{1}{Z \cdot k_T \cdot T^2} \sum_{s=1}^N E_s \cdot E_s \cdot \exp\left(-\frac{E_s}{k_T \cdot T}\right),$$

$$c = \frac{1}{k_T \cdot T^2} \left(\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2 \right). \quad (13)$$

В простейшем случае вычисления можно проводить не по схеме Гиббса (определение средних значений $\langle E \rangle$ и $\langle M \rangle$ по ансамблю с использованием распределения Больцмана), а с использованием значений генеральных математических ожиданий:

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{s=1}^N E_s}{N}, \quad (14)$$

$$\langle M \rangle = \frac{\sum_{s=1}^N M_s}{N}. \quad (15)$$

В математической модели суммарная намагниченность системы определяется как сумма:

$$M = \sum_{i=1}^N s_i \quad (16)$$

Модель Изинга является базовой математической моделью фазовых переходов. Однако в литературе известны и другие модели фазовых переходов, представляющие модификации классической модели Изинга. Такой моделью, например, является модель Гейзенберга [23].

2.2 Идея метода Монте-Карло

Под термином «метод Монте-Карло» подразумевается многочисленная группа методов численного программирования, в которых используются генераторы случайных чисел, а так же статистические оценки случайных чисел. Областью применения метода Монте-Карло являются различные математические задачи, такие как вычисление интегралов, решение дифференциальных и интегральных уравнений, поиск экстремума, задачи интерполяции. Необходимо так же отметить, что данный метод нашел свое применение и в решении задач статистической физики. Метод статистических испытаний применяют когда аналитические методы в применении оказываются затруднительными, либо вообще аналитического решения задачи не существует.

В 1873 году была опубликована первая работа по использованию метода Монте-Карло, написанная Холлом. Работа была заключена в организации стохастического процесса экспериментального определения числа π путем бросания иглы на лист линованной бумаги [24]. Методы Монте-Карло связаны с большим количеством вычислений, однако отсутствие электронной вычислительной техники ни в том ни в другом случае не смутило исследователей при применении этих методов, поскольку в том и другом случае речь шла о моделировании случайных процессов. Своё название они получили по имени столицы княжества Монако, знаменитой своими игорными домами, основу которых составляет рулетка – совершенный инструмент для получения случайных чисел. А первая работа, где этот вопрос излагался систематически, опубликована в 1949 году Метрополисом и Уламом [25], где метод Монте-Карло применялся для решения линейных интегральных уравнений, в котором явно угадывалось задача о прохождении нейтронов через вещество.

Несмотря на то, что теоретические основы данного метода были известны давно, он не мог найти широко признания до появления ЭВМ. Это обусловлено тем, что проводить моделирование случайных величин оказывается очень трудоемким. Таким образом, возникновение метода Монте-Карло стало возможным только благодаря созданию ЭВМ.

Суть данного метода состоит в том, что результат испытания зависит от значения некоторой случайной величины, распределенной по заданному закону. Поэтому результат каждого отдельного испытания также носит случайный характер. Проведя серию испытаний, получают множество частных значений наблюдаемой характеристики (выборку). Полученные статистические данные обрабатываются и представляются в виде численных оценок интересующих исследователя величин (характеристик системы) [26, с. 400].

Математической основой использования метода Монте-Карло является Усиленный закон больших чисел в форме А.Н. Колмогорова [27]. Пусть требуется найти значение a некоторой изучаемой величины. Для этого выбирают такую случайную величину X , математическое ожидание которой равно a : $M(X) = a$. Производят n испытаний, в результате которых получают n возможных значений X и вычисляют их среднее арифметическое: $\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$ и принимают его в качестве оценки искомого числа a : $\bar{X} \approx a$.

Ошибка метода Монте-Карло пропорциональна $\sqrt{\frac{D}{N}}$, где D – некоторая постоянная, N – число случайных реализаций. Таким образом, чтобы уменьшить ошибку в 10 раз, необходимо увеличить число испытаний в 100 раз.

Отдельная реализация метода Монте-Карло разыгрывается с помощью специальной процедуры – «бросание жребия». «Единичным жребием» называют любой опыт со случайным исходом.

Любая реализация случайного явления методом Монте-Карло строится из цепочки единичных жребиев, сочетающихся с обычными расчетами. Ими учитывается влияние исхода жребия на дальнейший ход событий. Стандартным механизмом организации единичного жребия является выброс случайного числа, все значения которого от 0 до 1 обладают одинаковой плотностью вероятности.

Поскольку генерация случайных чисел осуществляется по формуле вида $\gamma_{k+1} = F(\gamma_k)$, а в коде программы можно записать лишь конечное число раз-

личных чисел, то начиная с некоторого номера члены последовательности начнут повторяться. Для численного моделирования часто требуется большое количество случайных чисел, поэтому период последовательности генерируемых случайных чисел, после которого последовательность начинает повторяться, должен быть достаточно большим. Он должен быть существенно больше требуемого для моделирования количества случайных чисел, иначе получаемые результаты будут искажены.

2.3 Моделирование критических явлений с помощью метода статистических испытаний. Алгоритм Метрополиса

Метод Монте-Карло широко применяется в статистическом моделировании систем с многими степенями свободы. Его основой является использование стохастических величин для имитации распределений вероятности. В 1953 г. произошло первое успешное применение метода к одной из задач статистической физики, выполненное Метрополисом и его коллегами [28, 29].

Большая часть физических систем не изолированы от окружающей среды, то есть между ними происходит обмен энергией. Как правило, размеры изучаемых физических систем малы по сравнению с окружающей средой, то можно считать, что любое изменение энергии малой системы не влияет заметным образом на температуру большой системы. В итоге большая система действует как термостат с заданной температурой T . Если малую, но макроскопическую систему привести в тепловой контакт с термостатом, то она будет стремиться перейти в равновесное состояние при помощи обмена энергией с термостатом.

Представим бесконечно большое число воображаемых копий системы и термостата. Вероятность P_s того, что система находится в микросостоянии, характеризующемся набором квантовых чисел s , с энергией E_s , описывается формулой:

$$P_s = \left(\frac{1}{Z} \right) \exp\left(- \frac{E_s}{kT} \right), \quad (17)$$

где $\frac{1}{Z}$ – нормировочный множитель.

Статистический ансамбль, определяемый данным выражением, носит название канонического. Поскольку, $\sum_{s=1}^M P_s = 1$ сумма по всем M микросостояни-

ям системы $Z = \sum_{s=1}^M \exp\left(-\frac{E_s}{k_T T}\right)$. Величину Z называют статистической суммой.

С помощью функции канонического распределения можно получить среднее по ансамблю от рассматриваемых физических величин.

Рассмотрим применение метода Монте-Карло к моделированию поведения канонического ансамбля, и системы спинов в рамках модели Изинга. Рассмотрим систему из N частиц, находящихся в объеме V при постоянной температуре T . Сгенерируем некоторое ограниченное число конфигураций m из полного числа возможных M . Тогда оценка среднего значения $\langle A \rangle$ получается из следующего выражения:

$$\langle A \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{s=1}^M A_s \exp\left(-\frac{E_s}{k_T T}\right) \cong \frac{\sum_{s=1}^m A_s \exp\left(-\frac{E_s}{k_T T}\right)}{\sum_{s=1}^m \exp\left(-\frac{E_s}{k_T T}\right)}, \quad (18)$$

где E_s – полная энергия в конфигурации s ,

A_s – значение физической величины в конфигурации s .

Простейшая процедура Монте-Карло, состоит в том, что генерируется случайная конфигурация, вычисляются E_s , A_s и произведение $A_s \exp\left(\frac{E_s}{k_T T}\right)$, подсчитывается вклад этой конфигурации в суммы для вычисления $\langle A \rangle$. Многие из таких конфигураций маловероятны и соответственно дают малый вклад в сумму при равновероятной выборке конфигураций. Поэтому становится необходимым использование метода существенной выборки, который повышает статистический вес каждой конфигурации, а конфигурации генерировать в соответствии с функцией распределения вероятностей P_s . Использование этого метода приводит к уменьшению статистической погрешности при неизменной

количестве конфигураций. Тогда процедуру нахождения среднего можно аппроксимировать выражением:

$$\langle A \rangle \cong \frac{\sum_{s=1}^m \frac{A_s}{P_s} \exp\left(-\frac{E_s}{k_T T}\right)}{\sum_{s=1}^m \frac{1}{P_s} \exp\left(-\frac{E_s}{k_T T}\right)}. \quad (19)$$

Самый простой способ выбора P_s – использование канонического распределения:

$$P_s = \frac{\exp\left(-\frac{E_s}{k_T T}\right)}{\sum_{s=1}^m \exp\left(-\frac{E_s}{k_T T}\right)}, \quad (20)$$

при котором среднее $\langle A \rangle$ принимает вид:

$$\langle A \rangle \cong \frac{1}{m} \sum_{s=1}^m A_s. \quad (21)$$

Выбор P_s в такой форме был предложен Метрополисом в 1953 г.

Формула (14) позволяет дать следующую формулировку алгоритма Метрополиса.

- 1) Сформировать начальную конфигурацию системы.
- 2) Произвести пробное случайное изменение конфигурации.
- 3) Вычислить изменение энергии системы ΔE , обусловленное пробным изменением конфигурации.
- 4) Если $\Delta E \leq 0$, тогда принять новую конфигурацию системы и перейти к пункту 8.
- 5) Если $\Delta E > 0$, то вычислить «вероятность перехода» $W = \exp\left(-\frac{\Delta E}{k_T T}\right)$.
- 6) Сгенерировать случайное число r с равномерным законом распределения в интервале $[0, 1]$.
- 7) Если $r \leq W$, принять новую конфигурацию, иначе сохранить предыдущую конфигурацию.

8) Определить значения требуемых физических величин.

9) Повторить пункты 2–8 для получения достаточного количества конфигураций.

10) Вычислить средние по статистически независимым друг от друга конфигурациям.

Присвоив различным конфигурациям порядковые номера, можно считать каждую конфигурацию некоторой «точкой», а вычислительный процесс в соответствии с алгоритмом Метрополиса случайным блужданием по этим точкам.

3 МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОГО ПОВЕДЕНИЯ ФИНАНСОВЫХ РЫНКОВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

3.1 Постановка задачи моделирования

Для формулировки концептуальной и математической постановок задачи моделирования стохастического поведения финансовых рынков воспользуемся физической аналогией процесса. Рассмотрим d -мерную решетку, содержащую $N = L^d$ узлов, где L – характерный размер решетки. С каждым узлом решетки i связан спин s_i , который может принимать значение $s_i = +1$, если спин сонаправлен с осью oz и значение $s_i = -1$, если спин направлен противоположно.

Следуя идеям, изложенным ранее в цикле работ [1-3], для модели финансовых рынков будем рассматривать также систему N взаимодействующих агентов, каждому из которых в определённый такт времени поставлено в соответствие значение $s_i = +1$, если агент-покупатель, значение $s_i = -1$, если агент-продавец, и $s_i = 0$ – агент остается неактивным (в простейшем случае рассматривается двухпозиционная модели с $s_i = \pm 1$) Любая конфигурация модели задается набором переменных s_1, s_2, \dots, s_i . В такой финансовой системе локальные взаимодействия обусловлены позициями агентов, находящихся в узлах решетки. Схематическое отображение такой структуры показано на рисунке 2.

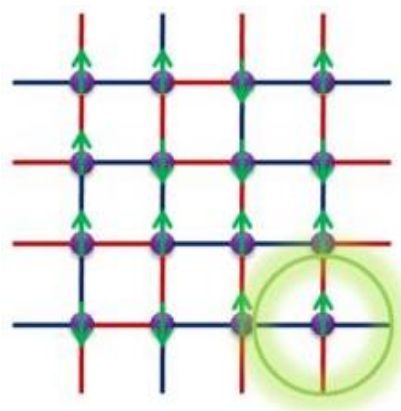


Рисунок 2 – Схема расположения агентов-инвесторов в узлах решетки

Требуется провести реализацию модели Изинга согласно алгоритму Метрополиса, которая позволит рассчитать макроскопические характеристики финансовой системы.

Параметрами этой модели являются:

PP – число случайных испытаний метода Монте-Карло;

N_s – количество агентов финансовой системы;

$J_{i,j}$ – потенциал взаимодействия между агентом s_i и его ближайшими по сетке соседями s_j ;

α – сила внешнего воздействия на финансовую систему;

β – интенсивность реакции на изменение финансовой позиции отдельного агента;

L – характерный размер решетки.

Переменные величины и модели, подлежащие определению:

s_i – положение агента-инвестора (продавец или покупатель);

M – общая тенденция поведения финансовой системы;

E – финансовая позиция отдельного агента.

По принципу аналогии и согласно основному алгоритму модели, с использованием статистических оценок необходимо провести расчет переменных величин.

Общая тенденция поведения всей финансовой системы в каждый такт времени будет вычислена по формуле:

$$\langle M(t) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s_n(t). \quad (22)$$

Финансовая позиция отдельного агента s_n будет определена локальным полем – «энергией» E , которая определяется балансом взаимодействия сил влияния агентов-соседей и общим состоянием – «намагниченностью» системы:

$$E_{s_i}(t) = \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} s_i(t) s_j(t) - \alpha s_i(t) \langle M(t) \rangle, \quad n = \overline{1, N}, \quad (23)$$

где J_{ij} – потенциал взаимодействия между агентом s_i и его ближайшими по сетке соседями s_j (при рассмотрении граничных узлов учитываются периодические краевые условия);

$\alpha > 0$ – константа, определяющая силу внешнего воздействия ($\alpha > 1$ усиливает воздействие величины $\langle M \rangle$, а $\alpha < 1$ приводит к ослаблению этого влияния).

В данном случае будем рассматривать модель с ближними взаимодействиями, т.е. $J_{ij} = 1$ для соседних в сетке агентов и $J_{ij} = 0$ – противном случае. Очевидно, что при $J > 0$ реализуется «ферромагнитное» состояние системы, при котором инвесторы действуют согласованно с «соседями», при $J < 0$ – состояние соответствует «антиферромагнитному» – агенты играют против своих соседей по сетке.

В настоящей работе анализу подлежит временная зависимость:

$$r_{\Delta t}(t+1) = \langle M(t+1) \rangle - \langle M(t) \rangle, \quad (24)$$

где $\langle M(t) \rangle$ – общая тенденция поведения всей финансовой системы в момент времени t ;

$\langle M(t+1) \rangle$ – общая тенденция поведения всей финансовой системы в момент времени $(t+1)$.

Зависимость (24) отражает стохастический отклик всей финансовой системы.

Выбор состояния каждого агента $+1$ или -1 определяется случайно с вероятностью p и $1-p$ соответственно:

$$s_i(t+1) = \begin{cases} +1, & p = 1/[1 + \exp(-2\beta \cdot E_{s_i}(t))] \\ -1, & 1-p, \end{cases} \quad (25)$$

где $\beta > 0$ – параметр, определяющий интенсивность реакции на изменение локального поля $E_{s_i}(t)$.

3.2 Алгоритм решения задачи моделирования

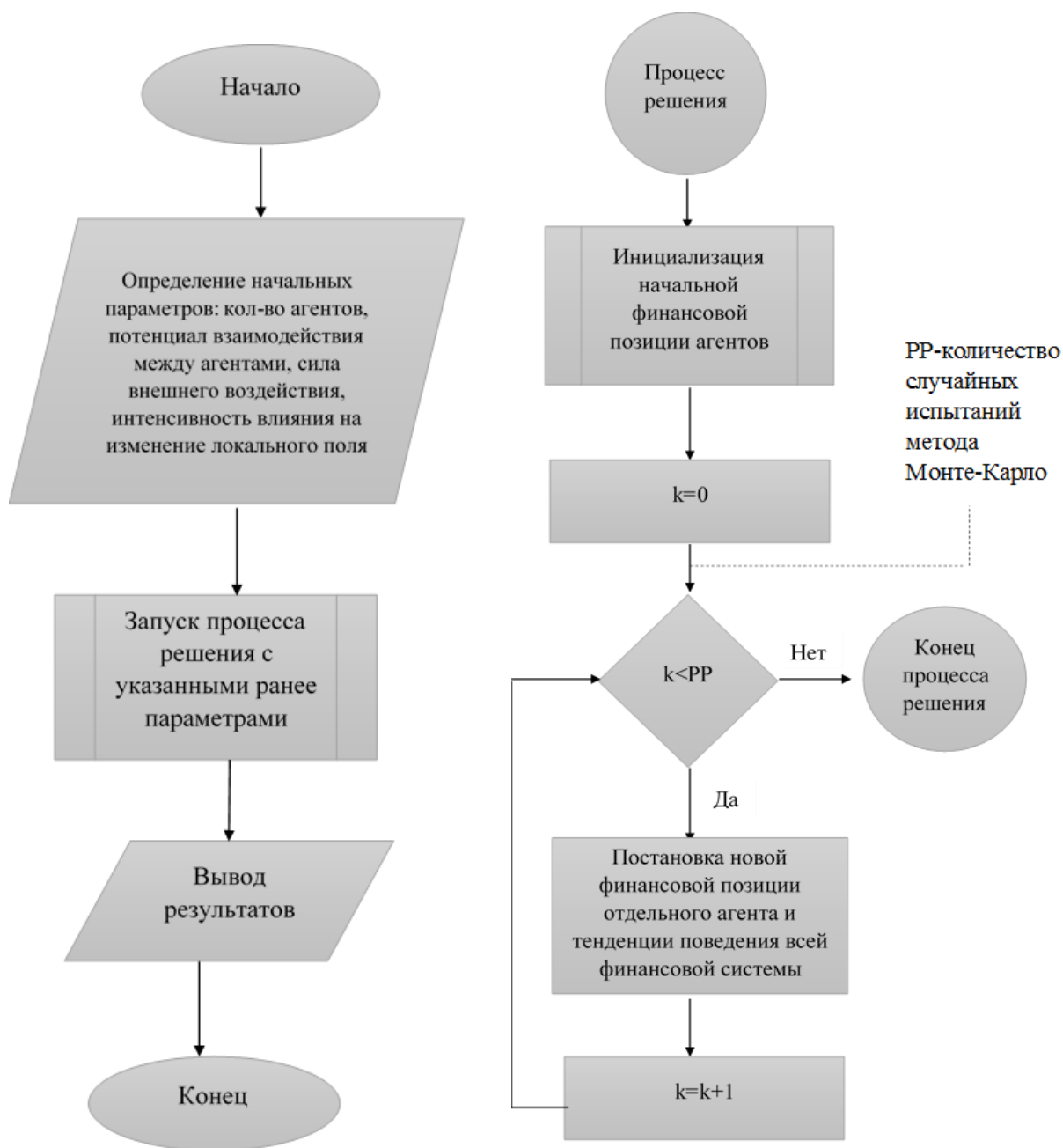


Рисунок 3 – Блок-схема алгоритма реализации модели

Вычислительная схема реализации модели строится с использованием метода Монте-Карло с помощью алгоритма Метрополиса, описанного во второй главе работы. Алгоритм Метрополиса включает следующие основные шаги:

- 1) инициализировать начальные позиции агентов-инвесторов;

- 2) произвести пробное случайное изменение позиций агентов;
- 3) вычисление общей тенденции поведения финансовой системы M и финансовую позицию отдельных агентов E ;
- 4) повторить пункты 2-3 для получения достаточного количества конфигураций финансового рынка в зависимости от заданного числа случайных испытаний.

Формализация алгоритма соответствует блок-схеме, изображенной на рисунке 3.

3.3 Структура и функциональное назначение программного приложения

Программная реализация выполнена в ППП Matlab 2010b. Программное приложение включает в себя файл интерфейса приложения и файл функций, необходимых для моделирования. Листинг программного приложения приведен в Приложении А.

Структура программного приложения содержит следующие системные и функциональные модули:

- 1) главная форма `programmfin.fig` предназначена для удобства ввода начальных данных и запуска системных модулей, отвечающих за визуализацию результатов моделирования;
- 2) функциональный модуль `programmfin.m` предназначен для формирования начальной конфигурации системы и расчета основных характеристик финансовых систем.

Необходимо рассмотреть работу с программным приложением. В левой части окна приложения находятся поля для ввода параметров модели. В правой части окна приложения находится область для выбора графиков, которые будут визуализированы по окончании процесса моделирования. В окне приложения так же расположены кнопки для отображения динамики поведения индексов РТС и ММВБ.

Для запуска вычислительного процесса необходимо ввести необходимые параметры моделирования, а затем нажать кнопку «Начать моделирование».

Структура программной реализации приведена на рисунке 4. На рисунке 5 представлен внешний вид главного окна программного приложения.



Рисунок 4 – Структура приложения, предназначенного для моделирования характеристик финансовых рынков

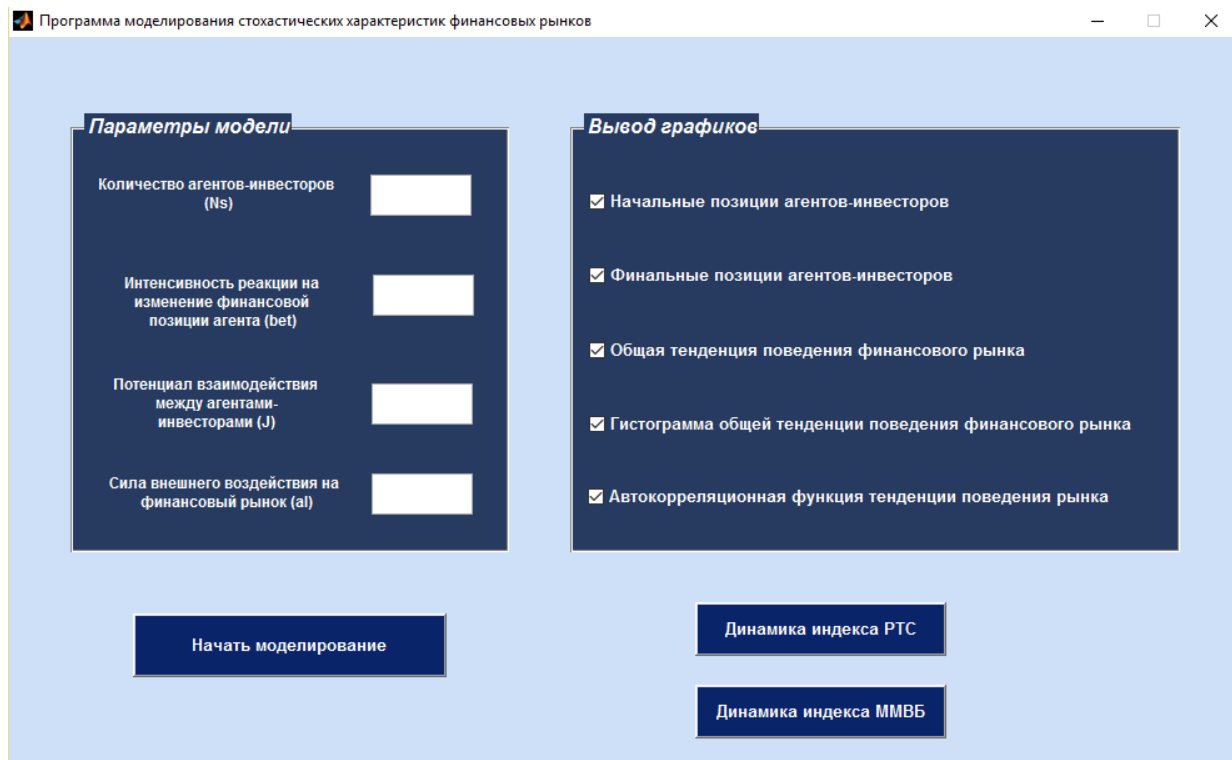


Рисунок 5 – Главная оконная форма программного приложения

3.4 Исследование характеристик финансовых рынков по данным вычислительного эксперимента

При моделировании в качестве входных параметров необходимо инициализировать:

N_s – количество агентов финансовой системы;

$J_{i,j}$ – потенциал взаимодействия между агентом s_i и его ближайшими по сетке соседями s_j ;

α – сила внешнего воздействия на финансовую систему;

β – интенсивность реакции на изменение финансовой позиции отдельного агента.

Количество испытаний метода Монте-Карло (PP) для всех испытаний принято равным 100 000.

3.4.1 Вычислительный эксперимент № 1

Целью данного эксперимента является демонстрация результатов моделирования, представленных в виде графиков начальных финансовых позиций агентов-инвесторов, финальных финансовых позиций агентов-инвесторов, общей тенденции поведения финансового рынка, а также автокорреляционной функции тенденции поведения финансового рынка. Данный эксперимент позволяет проследить тенденцию финансового рынка, при которой поведение агентов согласуется друг с другом (т.е., для физической аналогии модели реализуется ферромагнитное состояние, в данном случае соответствующее согласованному поведению системы агентов-инвесторов).

Параметры моделирования:

– количество агентов финансовой системы (N_s) – 49;

– потенциал взаимодействия между агентом s_i и его ближайшими по сетке соседями s_j ($J_{i,j}$) – 1;

– сила внешнего воздействия на финансовую систему (α) – 0,5;

– интенсивность реакции на изменение финансовой позиции отдельного агента (β) – 0,1.

Рисунок 6 демонстрирует модельные представления начальных финансовых позиций агентов и их позиций с течением времени.

Результаты поставленного эксперимента позволяют сделать вывод о том, что при $J_{i,j} > 0$ независимо от начального положения агентов на рынке система релаксирует к ферромагнитному состоянию, то есть большинство агентов готовы покупать. Это состояние является наиболее выгодным для финансового рынка.

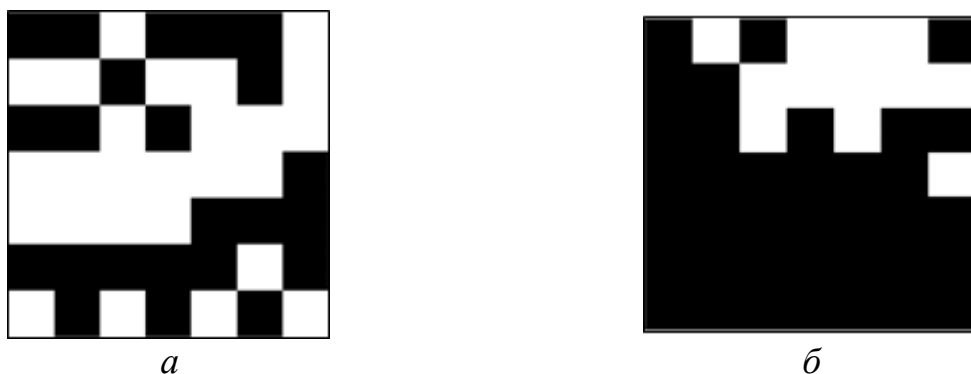
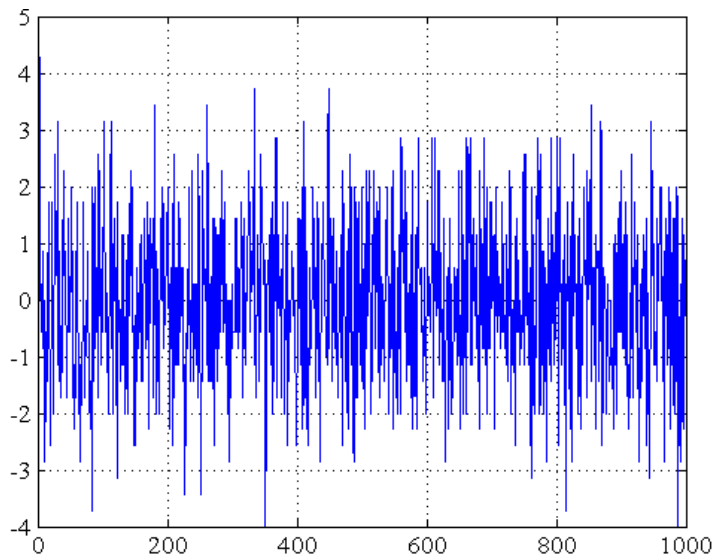


Рисунок 6 – Начальные финансовые позиции агентов в момент времени



$t = 0$ – а, позиции агентов в момент времени $t = 1000$ – б

Рисунок 7 – Общая тенденция поведения финансового рынка (при значениях модельных параметров: $N_s=49$, $J_{i,j}=1$, $\alpha=0.5$, $\beta=0$)

Рисунок 7 отражает динамику общей тенденции поведения финансового рынка при данном выгодном состоянии финансовых позиций агенто-инвесторов.

На рисунке 8 представлена автокорреляционная функция общей тенденции поведения финансового рынка. Данная автокорреляционная функция показывает зависимость последующих финансовых решений агентов от предыдущих. В данном случае демонстрируется положительная автокорреляция, т.е. отклонения от равновесия имеют тенденцию сохраняться от периода к периоду, что характерно для многих реальных экономических показателей.

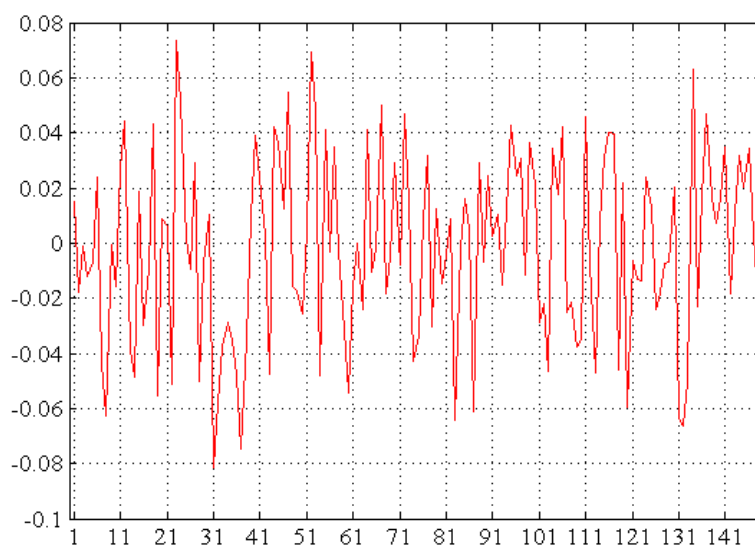


Рисунок 8 – Автокорреляционная функция тенденции поведения финансового рынка (при значениях модельных параметров:

$$N_s = 49, J_{i,j} = 1, \alpha = 0.5, \beta = 0)$$

Таким образом, при $J_{i,j} > 0$ реализуется более выгодное состоянием финансового рынка, так как реализуется ферромагнитное состояние системы (большинство агентов готовы покупать).

3.4.2 Вычислительный эксперимент № 2

Целью данного эксперимента является демонстрация результатов моделирования, представленных в виде графиков начальных финансовых позиций агентов-инвесторов, финальных финансовых позиций агентов-инвесторов, общей тенденции поведения финансового рынка, а также автокорреляционной

функции тенденции поведения финансового рынка. Данный эксперимент позволяет проследить тенденцию финансового рынка, при которой агенты играют друг против друга (т.е. реализуется «антиферромагнитное состояние» системы агентов-инвесторов).

Параметры моделирования:

- количество агентов финансовой системы (N_s) – 49;
- потенциал взаимодействия между агентом s_i и его ближайшими по сетке соседями s_j ($J_{i,j}$) – (-1);
- сила внешнего воздействия на финансовую систему (α) – 0,8;
- интенсивность реакции на изменение финансовой позиции отдельного агента (β) – 0,2.

Модельные представления начальных финансовых позиций агентов и их позиций с течением времени продемонстрированы на рисунке 9. Начальные позиции агентов – случайные. Незакрашенными ячейками показаны агенты, готовые продавать, а закрашенными – агенты, готовые покупать.

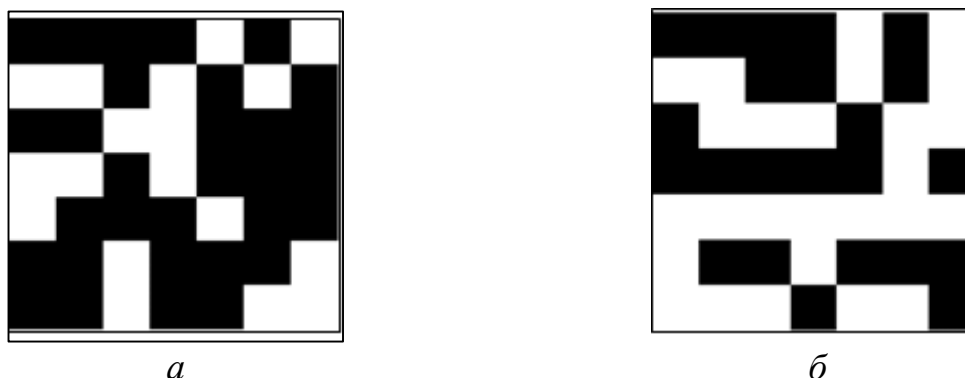


Рисунок 9 – Начальные финансовые позиции агентов в момент времени $t=0$ – *a*, позиции агентов с течением времени $t=1000$ – *б*

Результаты поставленного эксперимента позволяют сделать вывод о том, что при $J_{i,j} < 0$ независимо от начального положения агентов на рынке система принимает антиферромагнитное состояние, то есть агенты играют друг против друга и практически не взаимодействуют. Это состояние финансового рынка является наименее выгодным.

Рисунок 10 отражает динамику общей тенденции поведения финансового рынка при данном выгодном состоянии финансовых позиций агентов-инвесторов.

Таким образом, при $J_{i,j} = -1$ реализуется наименее выгодное состоянием финансового рынка, так как реализуется антиферромагнитное состояние системы (агенты практически не взаимодействуют).

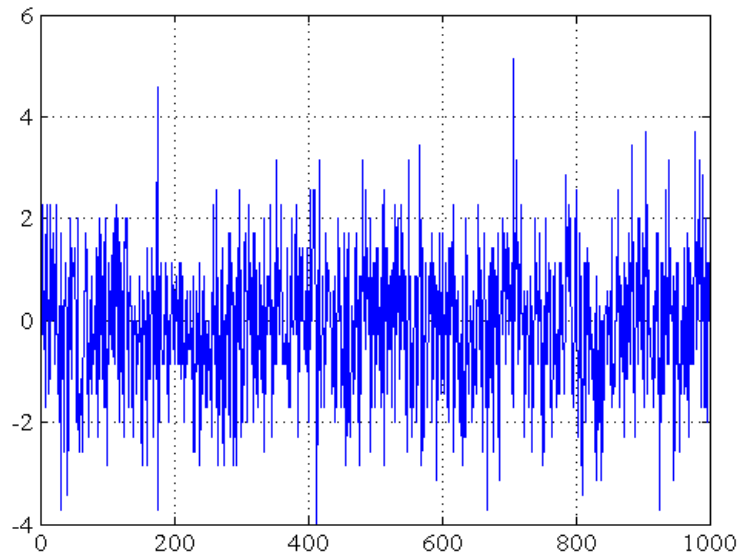


Рисунок 10 – Общая тенденция поведения финансовой системы (при значениях модельных параметров: $N_s=49$, $J_{i,j} = -1$, $\alpha=0.8$, $\beta=0$)

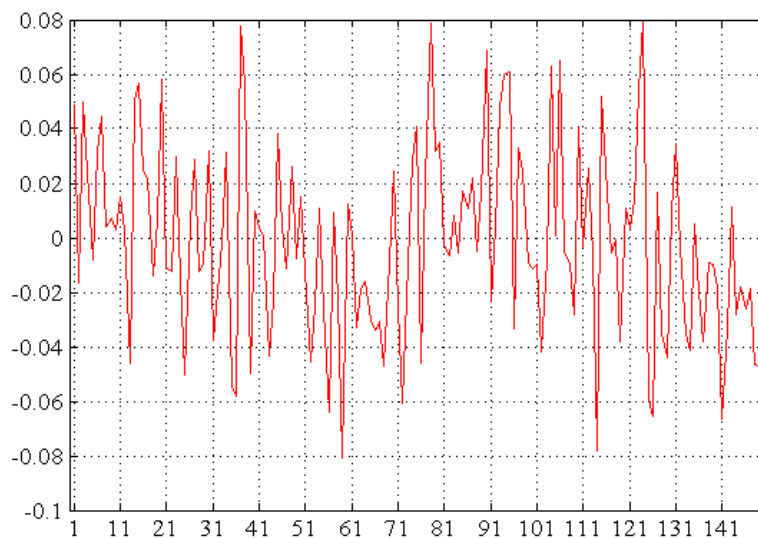


Рисунок 11 – Автокорреляционная функция тенденции поведения финансового рынка (при значениях модельных параметров:

$$N_s=49, J_{i,j} = -1, \alpha=0.8, \beta=0)$$

На рисунке 11 представлена автокорреляционная функция общей тенденции поведения финансового рынка. Автокорреляционная функция показывает зависимость последующих финансовых решений агентов от предыдущих.

3.4.3 Вычислительный эксперимент № 3

Целью данного эксперимента является демонстрация результатов моделирования, представленных в виде графиков начальных финансовых позиций агентов-инвесторов, финальных финансовых позиций агентов-инвесторов, общей тенденции поведения финансового рынка, а так же автокорреляционной функции тенденции поведения финансового рынка. Данный эксперимент позволяет проследить изменения в результатах моделирования при увеличении параметра α – силы внешнего воздействия на финансовую систему.

Параметры моделирования:

- количество агентов финансовой системы (N_s) – 81;
- потенциал взаимодействия между агентом s_i и его ближайшими по сетке соседями s_j ($J_{i,j}$) – 1;
- сила внешнего воздействия на финансовую систему (α) – 1,5;
- интенсивность реакции на изменение финансовой позиции отдельного агента (β) – 0,1.

Модельные представления начальных финансовых позиций агентов и их позиций с течением времени продемонстрированы на рисунке 12.

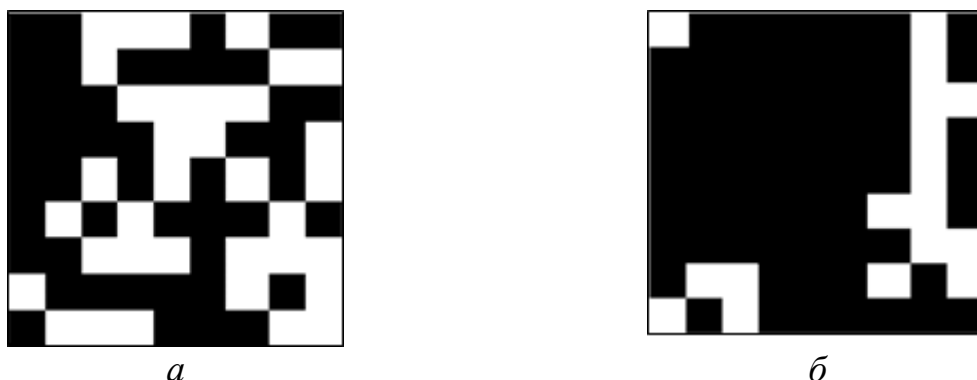


Рисунок 12 – Начальные финансовые позиции агентов в момент времени $t=0$ – *a*, позиции агентов в момент времени $t=1000$ – *б*

Рисунок 13 отражает динамику общей тенденции поведения финансового рынка при данном выгодном состоянии финансовых позиций агенто-инвесторов, а на рисунке 14 представлена автокорреляционная функция общей тенденции поведения финансового рынка.

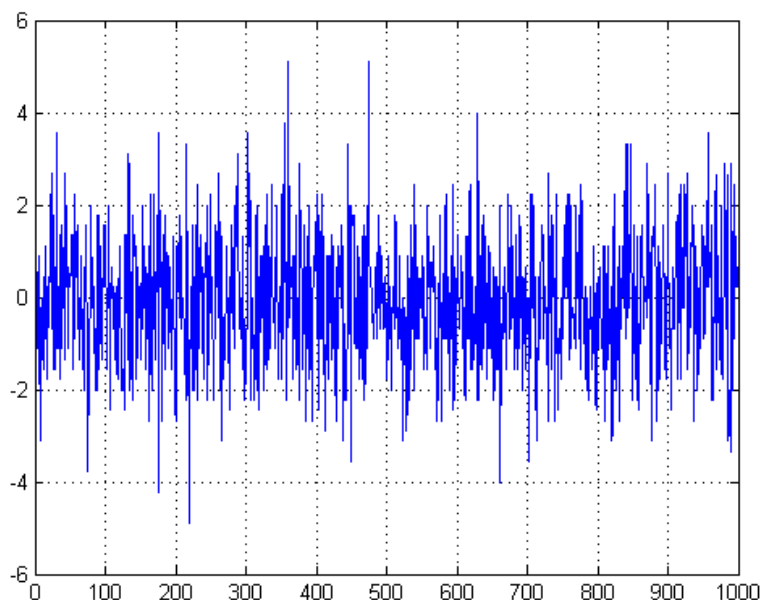


Рисунок 13 – Общая тенденция поведения финансовой системы
(при значениях модельных параметров: $N_s=81$, $J_{i,j}=1$, $\alpha=1.5$, $\beta=0$)

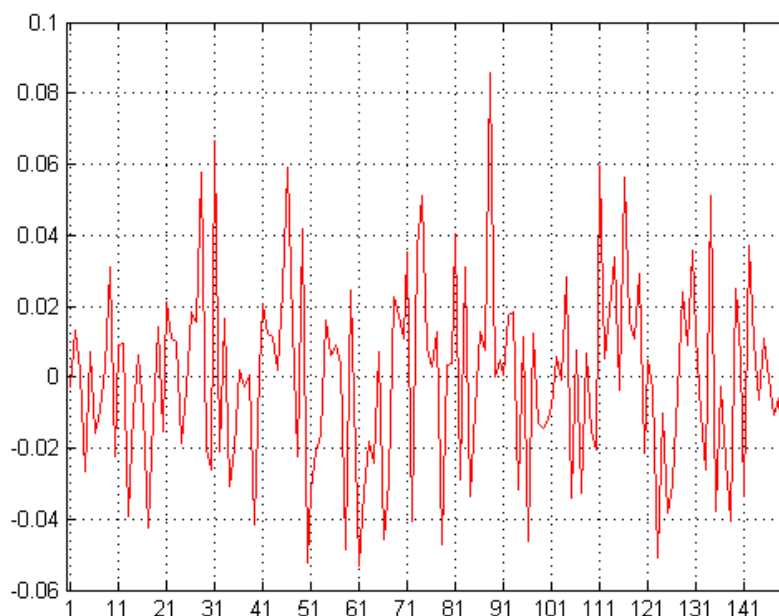


Рисунок 14 – Автокорреляционная функция тенденции поведения
финансового рынка (при значениях модельных параметров:

$$N_s=81, J_{i,j}=1, \alpha=1.5, \beta=0)$$

Данный эксперимент, в сравнении с экспериментом № 2, свидетельствует о том, что увеличение параметра α – силы внешнего воздействия на финансовую систему, увеличивает число агентов-инвесторов, находящихся в согласовании на финансовом рынке, т.е. усиливается влияние одного агента на близко находящихся агентов, независимо от количества агентов на рынке. Данная тенденция характерна и для реальных финансовых рынков, когда более влиятельные агенты влияют на своих соседей по рынку.

3.5 Качественное сопоставление результатов моделирования и динамики поведения фондовых индексов

В ходе поставленных вычислительных экспериментов так же проведено качественное сопоставление результатов моделирования и динамики фондовых индексов РТС и ММВБ [30].

Динамика фондового индекса РТС представлена на рисунке 15 и отражает поведение данного индекса в период с 01.01.2014 по 01.01.2015. Значения индекса взяты с интервалом, равным 3 дня. Аналогично на рисунке 16 представлена динамика индекса ММВБ за тот же самый период.

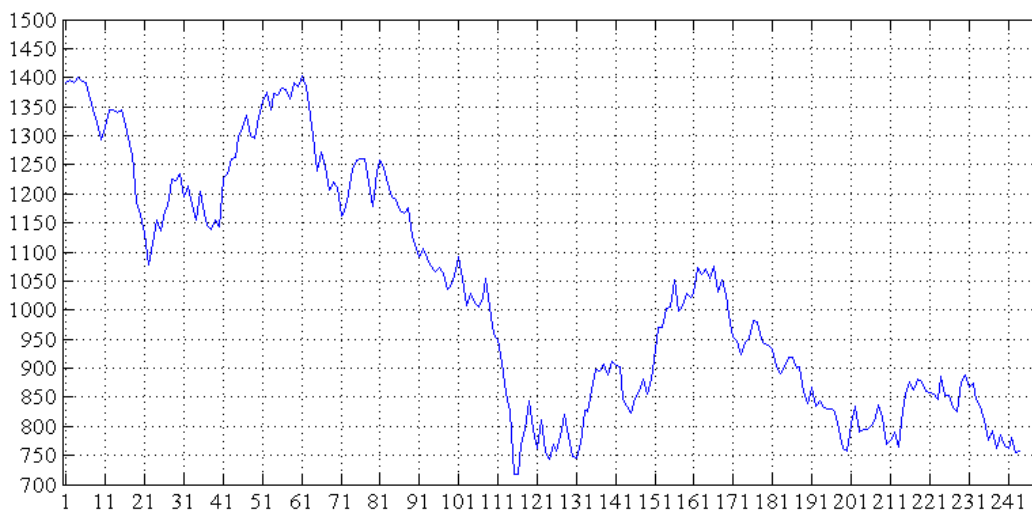


Рисунок 15 – Зависимость величины индекса РТС от периода времени (01.01.2014 – 01.01.2016)

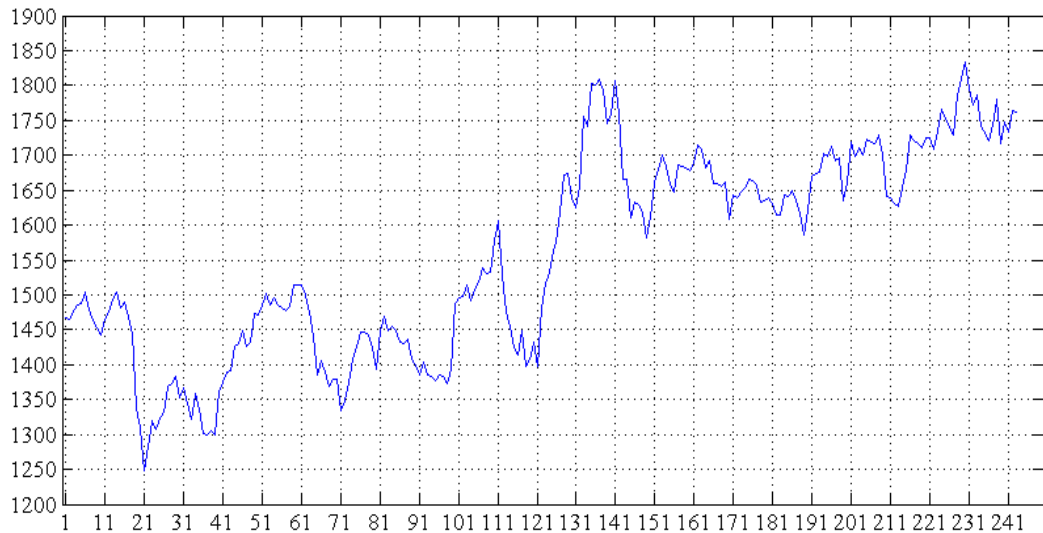


Рисунок 16 – Зависимость величины индекса ММВБ от периода времени (01.01.2014 – 01.01.2016)

Для нахождения аналогии между поведением реальных финансовых рынков и модельными представлениями, полученными в ходе вычислительных экспериментов, на рисунке 17 и 18 для индексов РТС и ММВБ отражены общие тенденции поведения данных индексов.

Для каждого из индексов была построена автокорреляционная функция, демонстрирующая зависимость последующих значений индексов РТС и ММВБ от предыдущих значений этих индексов. Данные автокорреляционные функции изображены на рисунке 19.

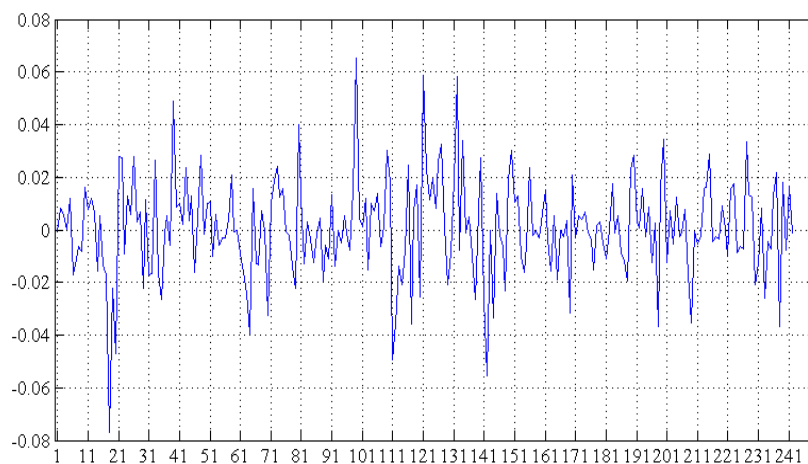


Рисунок 17 – Визуализация общей тенденции поведения индекса РТС

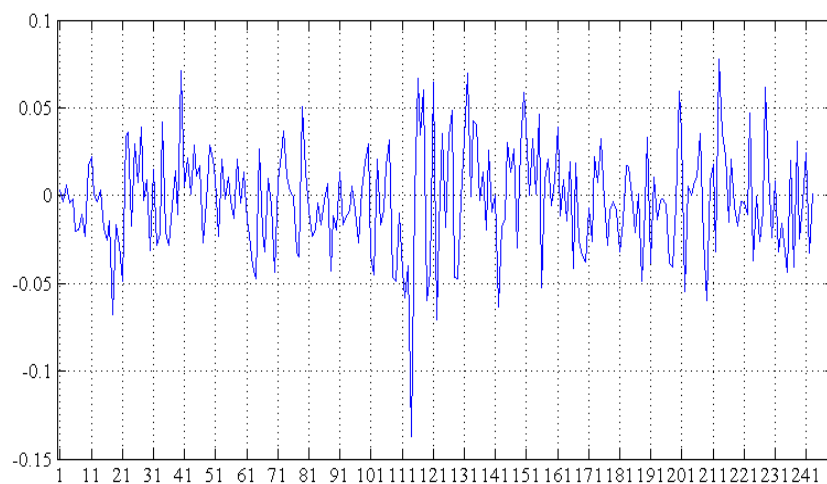


Рисунок 18 – Визуализация общей тенденции поведения индекса ММВБ

Для каждого из индексов была построена автокорреляционная функция, демонстрирующая зависимость последующих значений индексов РТС и ММВБ от предыдущих значений этих индексов.

Анализируя графики на рисунках 7, 8, 10, 11, 13 и 14, полученные при моделировании стохастического поведения финансового рынка, можно обнаружить их сходство с графиками, изображенными на рисунках 17, 18 и 19. Это свидетельствует об аналогичности поведения реальных финансовых рынков (основываясь на поведении индексов РТС и ММВБ) и полученных модельных представлениях в ходе поставленных вычислительных экспериментов.

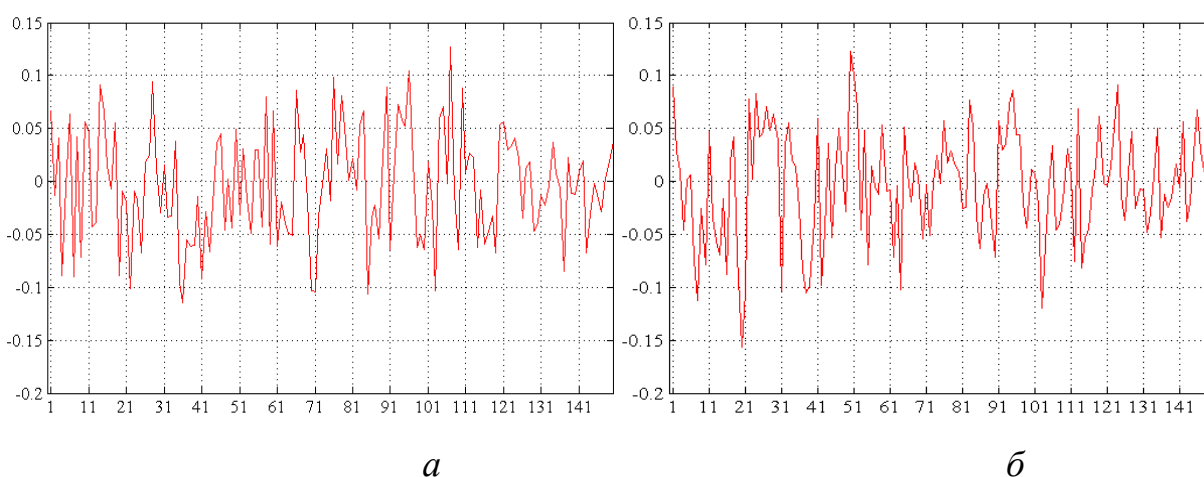


Рисунок 19 – Автокорреляционная функция изменения индекса РТС с течением времени – *а*, автокорреляционная функция изменения индекса ММВБ с течением времени – *б*.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено имитационное моделирование стохастического поведения финансовых рынков на основе реализации модели Изинга. Основная часть исследования была осуществлена в работах [31, 32]. Результаты работы можно обобщить в следующем виде.

1. Изучены определения, экономическое содержание, методика расчета и примеры мировых и российских фондовых индексов. Исследованы теоретические подходы к описанию стохастической динамики финансовых рынков на основе модели Изинга. Рассмотрены алгоритмы и способы реализации метода Монте-Карло. Проведенный литературный обзор экономико-математических методов и средств, применяемых для исследования финансовых рынков, показал их разнообразие и широкое применение для исследования динамики поведения финансовых рынков. Данные этапы исследования отражены в первой и второй главах бакалаврской работы.

2. Представлена формулировка математической постановки задачи моделирования стохастического поведения финансовых рынков. Сконструирована вычислительная схема для реализации математической модели. Выполнена формализация алгоритма и программной реализации модели в ППП Matlab. Данные этапы работы отражены во третьей главе работы.

3. На основе предложенной специализированной прикладной программы проведена серия вычислительных экспериментов по исследованию характеристик стохастического поведения финансовых рынков. Качественное сопоставление поведения реальных финансовых индексов (РТС и ММВБ) и результатов проведенных вычислительных экспериментов по расчету характеристик поведения финансовых рынков при различных наборах модельных параметров позволило обнаружить аналогию между поведением реальных финансовых индексов и модельными представлениями, полученными в ходе поставленных вычислительных экспериментов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1 Sornette, D. *Physics and Financial Economics (1776-2014). Puzzels, Ising and Agent-Based Models.* – Geneva: Swiss Finance Institute, 2014. – 76 p.
- 2 Bornholdt, S. *Expectation Bubbles in a Spin Model of Markets: Intermittency from Frustration across Scales* [Текст] / S. Bornholdt. – *International Journal of Modern Physics A*, 2001. – V. 12 (5). – P. 667-674.
- 3 Sieczka, P. *A threshold model of financial markets* [Текст] / P. Sieczka – *АСТА PHYSICA POLONICA A*, 2008. – V. 114. – No 3. – P. 525-530.
- 4 Прудников, В.В. *Фазовые переходы и методы их компьютерного моделирования.* [Текст] / В.В. Прудников, А.Н. Вакилов. – М: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 224 с.
- 5 Загоруйко, М.М. *Основы экономической теории и практики.* [Текст] / М.М. Загоруйко. – Волгоград: 1995. – 342 с.
- 6 *Основы международных валютно-финансовых и кредитных отношений* / под ред. В.В. Круглова. – М.: 1998. – 234 с.
- 7 Бернстайн, У. *Манифест инвестора: Готовимся к потрясениям, процветанию и всему.* [Текст] / У. Бернстайн. – М.: Альпина Паблишер, 2013. – 229 с.
- 8 Берзон, Н.И. *Фондовые индексы* / под ред. Н.И. Берзона. – 3-е изд. – М.: Вита, 2002. – С. 364-367.
- 9 Чалдаева, Л.А. *Финансы. Денежное обращение.* [Текст] / Л.А. Чалдаева. – М.: Финансы, 2012. – 186 с.
- 10 Четыркин, Е.М. *Финансовая математика.*[Текст] / Е.М. Четыркин. – М.: Дело, 2001. – 400 с.
- 11 Липсиц, И.В. *Экономический анализ реальных инвестиций: учеб. пособие.* – М.: Экономистъ, 2004. – 347 с.
- 12 Modigliani, F. *The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment* [Текст] / Miller M. H. // *Amer. Econ. Rev.* 1958. June. P. 261-297.

- 13 Ковалева, А.М. Финансы: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 416 с.
14. Берзон, Н.И., Аршавский А.Ю., Буянова Е.А. Фондовые индексы // Фондовый рынок / под ред. Н.И. Берзона. – 3-е изд. – М.: Вита, 2002. – С. 364-367.
15. Иванов, В.В. Рынок ценных бумаг: учебник [Текст]/ В.В. Иванов, В.Д. Никифорова, И.Г. Сергеева, С.Г. Шевцова / под ред. В. В. Иванова и С.Г. Шевцовой. - М.: КНОРУС, 2009. – 284 с.
16. Московская биржа [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://moex.com/ru/index/MICEXINDEXCF/info>. – 10.05.2016.
17. Чалдаева, Л.А. Рынок ценных бумаг: учебник для бакалавров / Л.А. Чалдаева, А.А. Килячков. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2012. - 857 с.
- 18 Прохоров, А. Нелинейная динамика и теория хаоса в экономической науке: историческая ретроспектива. [Текст] / А. Прохоров. – М.: Квантиль, №4, март 2008. – 129 с.
- 19 Малыхин, В.И. Финансовая математика: Учебное пособие для вузов; М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003 г.– 237 с.
- 20 Ширяев, А.Н. Основы стохастической финансовой математики. [Текст] / А.Н. Ширяев. – М.: Фазис, 2004 г. – 544 с.
- 21 Ашкрофт, Н. Физика твердого тела Т.2. [Текст] / Н. Ашкрофт, Н. Мермин – М.: Мир, 1979 – 422 с.
- 22 Белим, С.В. Тестирование генераторов псевдослучайных последовательностей с помощью трехмерной модели Изинга [Текст] / С. В. Белим, А. Ю. Шерешик // Наука и образование, 2012. – № 9. С. 1-5
- 23 Dannenberg, A. Ab initio and Monte Carlo investigations of structural, electronic and magnetic properties of new ferromagnetic Heusler alloys with high Curie temperatures [Текст] / A. Dannenberg // Dissertation. – Duisburg, 2011. – 128 p.

24 Ландау, Л.Д. Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов. В 10 т. Т. V. Статистическая физика Ч. I. [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 616 с.

25 Metropolis, N. The Monte-Carlo method [Текст] / N. Metropolis, S. Ulam // J. Amer. Stat. Assos., 1949. – Т. 44. – № 247. – P. 335-341

26 Гулд, Х. Компьютерное моделирование в физике. Т 2. [Текст] / Х. Гулд, Я. Тобочник – М.: Мир, 1990. – 400 с.

27 Тарасевич, Ю.Ю. Математическое и компьютерное моделирование. Вводный курс: Учебное пособие. Изд. 4-е, испр. [Текст] / Ю.Ю. Тарасевич. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 152 с.

28 Поршнева, С.В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB. [Текст] / С. В. Поршнева – М.: Горячая линия – Телеком, 2003. – 592 с.

29 Прудников, В.В. Компьютерное моделирование критического поведения трехмерной неупорядоченной модели Изинга [Текст] / В. В. Прудников, П. В. Прудников, А. Н. Вакилов, А. С. Криницын // ЖЭТФ, 2007. – Т. 132. – Вып. 2(8). – С. 417-425.

30 Рвачева М.И. Имитационное моделирование стохастического поведения финансовых рынков / М.И. Рвачева // В кн: сборник материалов XVII научно-практической конференции «Молодежь XXI века: шаг в будущее», 2016. – Т. 3. – С. 240-242.

31 Рвачева М.И. Применение модели Изинга в задачах исследования стохастических характеристик финансовых рынков // В кн.: Материалы XVI научно-практической конференции «Молодежь XXI века: шаг в будущее», Благовещенск – 2015. – Т. 2. – С. – 50-52.

32 Детченков И.Л., Рвачева М.И., Масловская А.Г. Применение метода Монте-Карло в задачах моделирования фазовых переходов // Вестник АмГУ. 2015. – № 71. – С. – 60-69.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Исходный код программного приложения, предназначенного для моделирования характеристик финансовых рынков

```
function varargout = programmfin(varargin)
% PROGRAMMFIN MATLAB code for programmfin.fig
%     PROGRAMMFIN, by itself, creates a new PROGRAMMFIN or raises
the existing
%     singleton*.
%
%     H = PROGRAMMFIN returns the handle to a new PROGRAMMFIN or
the handle to
%     the existing singleton*.
%
%     PROGRAMMFIN('CALLBACK',hObject,eventData,handles,...) calls
the local
%     function named CALLBACK in PROGRAMMFIN.M with the given in-
put arguments.
%
%     PROGRAMMFIN('Property','Value',...) creates a new PRO-
GRAMMFIN or raises the
%     existing singleton*. Starting from the left, property val-
ue pairs are
%     applied to the GUI before programmfin_OpeningFcn gets
called. An
%     unrecognized property name or invalid value makes property
application
%     stop. All inputs are passed to programmfin_OpeningFcn via
varargin.
%
%     *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose "GUI allows
only one
%     instance to run (singleton)".
%
% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES

% Edit the above text to modify the response to help programmfin

% Last Modified by GUIDE v2.5 05-Jun-2016 14:14:24

% Begin initialization code - DO NOT EDIT
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                  'gui_Singleton',  gui_Singleton, ...
                  'gui_OpeningFcn', @programmfin_OpeningFcn, ...
                  'gui_OutputFcn',  @programmfin_OutputFcn, ...
                  'gui_LayoutFcn',  [] , ...
                  'gui_Callback',   []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
end

if nargin
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT

% --- Executes just before programmfin is made visible.
function programmfin_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles,
varargin)
% This function has no output args, see OutputFcn.
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
% varargin   command line arguments to programmfin (see VARARGIN)

% Choose default command line output for programmfin
handles.output = hObject;

% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% UIWAIT makes programmfin wait for user response (see UIRESUME)
% uiwait(handles.figure1);

% --- Outputs from this function are returned to the command line.
function varargout = programmfin_OutputFcn(hObject, eventdata,
handles)
% varargout  cell array for returning output args (see VARARGOUT);
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Get default command line output from handles structure
varargout{1} = handles.output;

function edit1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit1 as text
%         str2double(get(hObject,'String')) returns contents of ed-
it1 as a double

% --- Executes during object creation, after setting all proper-
ties.
function edit1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all Cre-
ateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%         See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function edit2_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit2 as text
%         str2double(get(hObject,'String')) returns contents of ed-
it2 as a double

% --- Executes during object creation, after setting all proper-
ties.
function edit2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all Cre-
ateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%         See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end
function edit3_Callback(hObject, eventdata, handles)
```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
% hObject      handle to edit3 (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles      structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit3 as text
%           str2double(get(hObject,'String')) returns contents of ed-
it3 as a double

% --- Executes during object creation, after setting all proper-
ties.
function edit3_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject      handle to edit3 (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles      empty - handles not created until after all Cre-
ateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%           See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function edit4_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject      handle to edit4 (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles      structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit4 as text
%           str2double(get(hObject,'String')) returns contents of ed-
it4 as a double

% --- Executes during object creation, after setting all proper-
ties.
function edit4_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject      handle to edit4 (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles      empty - handles not created until after all Cre-
ateFcns called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%           See ISPC and COMPUTER.
```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

% --- Executes on button press in checkbox1.
function checkbox1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to checkbox1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hint: get(hObject,'Value') returns toggle state of checkbox1

% --- Executes on button press in checkbox2.
function checkbox2_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to checkbox2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hint: get(hObject,'Value') returns toggle state of checkbox2

% --- Executes on button press in checkbox3.
function checkbox3_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to checkbox3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hint: get(hObject,'Value') returns toggle state of checkbox3

% --- Executes on button press in checkbox4.
function checkbox4_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to checkbox4 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hint: get(hObject,'Value') returns toggle state of checkbox4

% --- Executes on button press in checkbox5.
function checkbox5_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to checkbox5 (see GCBO)
```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
% eventdata reserved - to be defined in a future version of
MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hint: get(hObject,'Value') returns toggle state of checkbox5

% --- Executes on button press in pushbutton1.
function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)
Ns=str2double(get(handles.edit1,'String'));
bet=str2double(get(handles.edit2,'String'));
J=str2double(get(handles.edit3,'String'));
al=str2double(get(handles.edit3,'String'));
Nss=Ns.^(1/2);
s=zeros(Nss);
snew=s;
for i=1:Nss
    for j=1:Nss
        R=rand;
        if (R>0) && (R<0.5)
            s(i,j)=1;
        else
            s(i,j)=-1;
        end
    end
end
if get(handles.checkbox1,'Value')==1
    figure(1)
    imshow(s)
end;

Mold=Mag(Nss,s);
k=0;
PP=100000;
for g=1:PP/100
    r(g)=0;
end
w=0;
while k<PP
    k=k+1;
    for i=1:Nss
        for j=1:Nss
            E1=Loc(Nss,s,Mold,al,J);
            p=1./(1+exp(-2*bet*E1));
            RR=rand;
            if RR>0 && RR<p
                snew(i,j)=1;
            else
                snew(i,j)=-1;
            end
        end
    end
end
```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
    end
end
Mnew=Mag(Nss,snew);
if rem(k,100)==0
    w=w+1;
    r(w)=Mnew-Mold;
end
Mold=Mnew;
s=snew;
end
w=1:PP/100;

%axes(handles.axes2);
%plot(w,r); grid on;

%axes(handles.axes3)
%imshow(snew)

%axes(handles.axes4)
%hist(r,100)
if get(handles.checkbox3,'Value')==1
    figure(3);
    plot(w,r);
    grid on;
end;
if get(handles.checkbox2,'Value')==1
    figure(2)
    imshow(snew);
end;
if get(handles.checkbox4,'Value')==1
    figure(4);
    hist(r,100);
end;
if get(handles.checkbox5,'Value')==1
    figure(5)
    Ro=zeros(1,150);
for i=1:150
    Ro(i)=ro(r,i);
    k(i)=i;
end
plot(k,Ro,'r');
set(gca,'XTick',1:10:151)
grid on;
end;

function E=Loc(Nss,s,M,al,J)
    E=0;
    for p=1:Nss
        for q=1:Nss
```


Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```

    if q==1
        Left=Nss;
    else
        Left=q-1;
    end;
    if q==Nss;
        Right=1;
    else
        Right=q+1;
    end;
    if p==Nss
        Up=1;
    else
        Up=p+1;
    end;
    if p==1
        Down=Nss;
    else
        Down=p-1;
    end;
E=s(p,q)*(J*(s(p,Left)+s(p,Right)+s(Down,q)+s(Up,q))-al*M);
    end
end

function M_av=Mag(Nss,s)
M=0;
for i=1:Nss
    for j=1:Nss
        M=M+s(i,j);
    end;
end;
M_av=M/Nss;
function z=ro(Y,t)
N=length(Y);
ya=(1/N)*sum(Y);
S=0;
for i=t+1:N
    S=S+(Y(i)-ya)*(Y(i-t)-ya);
end
Q=0;
for i=1:N
    Q=Q+(Y(i)-ya).^2;
end
z=S/Q;

% --- Executes on button press in pushbutton2.
function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)
X=xlsread('rts2.xls','D1:D244');
Y=xlsread('rts2.xls','C1:C244');

```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
set(0, 'DefaultAxesFontSize', 12, 'DefaultAxesFontName', 'Times New Roman');
set(0, 'DefaultTextFontSize', 12, 'DefaultTextFontName', 'Times New Roman');
figure(1)
plot([X, Y]);
set(gca, 'XTick', 1:10:245)
set(gca, 'YTick', 700:50:1500)
grid on;
n=length(Y);
yy=zeros(1, n-1);
for i=1:n-1
    yy(i)=log(Y(i+1))-log(Y(i));
end
figure(2)
plot(yy)
set(gca, 'XTick', 1:10:245)
grid on
Ro=zeros(1, 150);
for i=1:150
    Ro(i)=zo(yy, i);
    a(i)=i;
end
figure(3)
plot(a, Ro, 'r');
set(gca, 'XTick', 1:10:151)
grid on;
figure(4)
hist(yy, 100);

function z=zo(Y, a)
N=length(Y);
ya=(1/N)*sum(Y);
S=0;
for i=a+1:N
    S=S+(Y(i)-ya)*(Y(i-a)-ya);
end
Q=0;
for i=1:N
    Q=Q+(Y(i)-ya).^2;
end
z=S/Q;

% --- Executes on button press in pushbutton3.
function pushbutton3_Callback(hObject, eventdata, handles)
X=xlsread('mmvb2.xls', 'D1:D243');
Y=xlsread('mmvb2.xls', 'C1:C243');
set(0, 'DefaultAxesFontSize', 12, 'DefaultAxesFontName', 'Times New Roman');
```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
set(0, 'DefaultFontSize', 12, 'DefaultFontName', 'Times New Roman');
figure(1)
plot(Y);
set(gca, 'XTick', 1:10:244)
set(gca, 'YTick', 1150:50:1900)
grid on;
n=length(Y);
yy=zeros(1, n-1);
for i=1:n-1
    yy(i)=log(Y(i+1))-log(Y(i));
end
figure(2)
plot(yy)
set(gca, 'XTick', 1:10:244)
grid on
Ro=zeros(1, 150);
for i=1:150
    Ro(i)=mo(yy, i);
    b(i)=i;
end
figure(3)
plot(b, Ro, 'r');
set(gca, 'XTick', 1:10:151)
grid on;
figure(4)
hist(yy, 100)

function z=mo(Y, b)
N=length(Y);
ya=(1/N)*sum(Y);
S=0;
for i=b+1:N
    S=S+(Y(i)-ya)*(Y(i-b)-ya);
end
Q=0;
for i=1:N
    Q=Q+(Y(i)-ya).^2;
end
z=S/Q;
```