

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)**

Факультет математики и информатики  
Кафедра математического анализа и моделирования  
Направление подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика  
Направленность (профиль) образовательной программы Математическое  
и программное обеспечение вычислительных систем

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

И.о. зав. кафедрой

\_\_\_\_\_ Н.Н. Максимова

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2019 г.

**МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ**

на тему: Эконометрическое моделирование и прогнозирование цен на  
сельхозпродукцию

Исполнитель

студент группы 7520м

\_\_\_\_\_

(подпись, дата)

Д.Ю. Чучуй

Руководитель

доцент, канд. физ.-мат. наук

\_\_\_\_\_

(подпись, дата)

Н.Н. Максимова

Руководитель научного  
содержания программы  
магистратуры

\_\_\_\_\_

(подпись, дата)

А.Г. Масловская

Нормоконтроль

старший преподаватель

\_\_\_\_\_

(подпись, дата)

Л.И. Мороз

Рецензент

доцент, канд. экон. наук

\_\_\_\_\_

(подпись, дата)

Е.А. Самойлова

Благовещенск 2019

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Факультет математики и информатики  
Кафедра математического анализа и моделирования

УТВЕРЖДАЮ  
И.о. зав. кафедрой  
\_\_\_\_\_ Н.Н. Максимова  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2019 г.

**З А Д А Н И Е**

К магистерской диссертации студента Чучуй Дарьи Юрьевны

1. Тема магистерской диссертации: Эконометрическое моделирование и прогнозирование цен на сельхозпродукцию  
(утверждена приказом от 04.02.2019 № 214-уч)

2. Срок сдачи студентом законченной работы: 18.06.2019 г.

3. Исходные данные к магистерской диссертации: отчет по преддипломной практике, отчеты по научно-исследовательской работе, учебная и научная литература, статистические данные цен на сельхоз продукцию.

4. Содержание магистерской диссертации (перечень подлежащих разработке вопросов): методы, применяемые при построении моделей анализа и прогнозирования статистических данных; моделирование динамических рядов; моделирование и прогнозирование цен на картофель; моделирование и прогнозирование цен на сою; использование результатов магистерской диссертации в педагогической деятельности.

5. Перечень материалов приложения: листинги вычислительных программ.

6. Консультанты по магистерской диссертации: рецензент – Самойлова Е.А. доцент, канд. экон. наук; нормоконтроль – Мороз Л.И., старший преподаватель

7. Дата выдачи задания: 19.02.2019 г.

Руководитель магистерской диссертации: Максимова Надежда Николаевна, доцент, канд. физ.-мат. наук

Задание принял к исполнению (19.02.2019): \_\_\_\_\_ Чучуй Д.Ю.

## РЕФЕРАТ

Магистерская диссертация содержит 83 с., 13 рисунков, 45 таблиц, 26 источников, 7 приложений.

ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, СЕЛЬХОЗПРОДУКЦИЯ, ПРОГНОЗИРОВАНИЕ, ППП МАТЛАВ, ДИНАМИЧЕСКИЙ РЯД, МОДЕЛЬ ТРЕНДА, СЛУЧАЙНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ, СЕЗОННАЯ КОМПОНЕНТА.

Объектом исследования являются цены на сельхозпродукцию в Амурской области.

Целью данной работы является изучение зависимости цен на сельхозпродукцию от фактора времени и возможности их прогнозирования.

Выполнение работы включает несколько этапов. Первым этапом является исследование методов, применяемых при построении моделей анализа и прогнозирования статистических данных. На втором этапе изучение моделирования динамических рядов. Следующим этапом является программная реализация (моделирование и прогнозирование цен на сельхозпродукцию) в ППП МАТЛАВ.

Выполненная работа имеет большое практическое значение.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	6
1 Методы, применяемые при построении моделей анализа и прогнозирования статистических данных	9
2 Моделирование динамических рядов	13
2.1 Определение динамического ряда и обобщенная модель динамического ряда	13
2.2 Аналитические методы построения регулярной компоненты динамического ряда	17
2.3 Оценка аналитической модели тренда и нахождение случайной составляющей	21
2.4 Вычисление сезонной компоненты динамического ряда с использо ванием ряда Фурье	23
2.5 Построение общей модели ряда	25
3 Моделирование и прогнозирование цен на картофель	26
3.1 Определение трендовой составляющей	26
3.2 Оценка построенных моделей тренда	28
3.3 Определение сезонной компоненты	31
3.4 Построение общей модели ряда и прогнозирование на основе по строенной модели	33
4 Моделирование и прогнозирование цен на сою	39
4.1 Определение трендовой составляющей	39
4.2 Оценка построенных моделей тренда	40
4.3 Определение сезонной компоненты	43
4.4 Построение общей модели ряда и прогнозирование на основе по строенной модели	45
5 Использование результатов магистерской диссертации в педагогической деятельности	49

5.1 Лабораторная работа №1	49
5.2 Лабораторная работа №2	53
5.3 Лабораторная работа №3	54
Заключение	59
Библиографический список	61
Приложение А Основной код вычислительной программы	64
Приложение Б Реализация метода наименьших квадратов	74
Приложение В Проверка на случайность остатков	77
Приложение Г Проверка соответствия распределения остатков нормальному закону	79
Приложение Д Проверка значимости уравнения регрессии	80
Приложение Е Проверка точности модели	81
Приложение Ж Построение гармоник Фурье	82

## ВВЕДЕНИЕ

В экономической теории рассматривают вопросы формирования и изменения цен на различного рода товары. От размера цены зависит спрос и предложение товаров на рынке. Кроме того производителя, а также потребителя всегда интересует вопрос влияния различных факторов на формирование цен, а также возможность прогнозирования роста или снижения цены.

В теории для рыночной экономики характерно стремление к равновесию, однако практика показывает, что существуют циклически колебания, когда периоды подъема экономики сменяются периодами спада и застоя. Согласно К.Р. Макконнеллу и С.Л. Брю существуют следующие фазы цикла: пик, спад, низшая точка спада и подъем.

Причина этих постоянных колебаний детально не рассматривается. Обычно, экономисты считают, что причиной постоянных колебаний цен являются случайные акты обмена.

Целью данной работы является изучение зависимости цен на сельхозпродукцию от фактора времени и возможности их прогнозирования.

Исходя из поставленной цели сформулированы следующие задачи, на основании которых в дальнейшем выстроена структура работы:

- 1) изучить методы для построения моделей анализа и прогнозирования статистических данных;
- 2) изучить методы построения регулярной компоненты динамического ряда;
- 3) определить трендовую составляющую, вычислить случайную составляющую и сезонную компоненту динамического ряда;
- 4) построить общую модель ряда и осуществить прогноз цены.

Объектом исследования является изменение цен на сельхозпродукцию.

Предметом исследования является моделирование процесса ценообразования сельскохозяйственной продукции.

Научная новизна исследования заключается в следующем: построена и исследована эконометрическая модель цены на некоторые виды сельхозпродукции г. Благовещенска, осуществлен прогноз.

Практическая значимость заключается в возможности прогнозирования цены на сельхозпродукцию на определенный период.

В работах Франциско О.Ю., Трофимова С.Е., Гурвица Ю.Б., Богданова С.И. рассматривались вопросы моделирования, прогнозирования ценообразования на различные виды товаров, в том числе некоторые авторы уделяли внимание формированию цен на сельхозпродукцию. Поскольку каждый регион России имеет свои климатические, экономические и иные особенности изучение ценообразования на сельхозпродукцию в Амурской области, то данное направление является не до конца изученным и предопределило направление исследования в магистерской диссертации [7, 12, 22, 23].

В связи с этим данная работа является актуальной задачей для государства, так как найденные показатели влияют на экономическую и социальную эффективность рынка, уровень жизни населения, развитие рынка труда, формирование бюджета.

В работе применяются методы эконометрического моделирования (метод наименьших квадратов) и математической статистики.

Все вычисления в работе выполнены в ППП Matlab [3, 5, 9, 17].

Данная работа состоит из трех глав. Первая глава посвящена обзору методов, применяемых при построении моделей анализа и прогнозирования статистических данных, вторая глава – моделированию динамических рядов, включает в себя 5 пунктов и также носит теоретический характер. Вторая глава содержит пункты, описывающие определение динамического ряда и обобщенную модель динамического ряда, аналитические методы построения регулярной компоненты динамического ряда, оценку аналитической модели тренда и нахождение случайной составляющей, вычисление сезонной компоненты динамического ряда с использованием ряда Фурье, а также построение общей модели ряда. На основе теории, полученной в первых двух главах и с помощью

пакета прикладных программ MATLAB была выполнена третья глава (оригинальная часть), которая, в свою очередь, включает в себя определение трендовой составляющей, оценку построенных моделей и нахождение случайной составляющей, определение сезонной компоненты, также построение общей модели ряда и прогнозирование на основе построенной модели. В приложения А-Ж вынесены основной код вычислительной программы, реализация метода наименьших квадратов, проверка на случайность остатков, проверка значимости уравнения регрессии, проверка точности модели, построение гармоник Фурье.

По результатам работы были сделаны доклады на научно-методических семинарах кафедры математического анализа и моделирования ФГБОУ ВО «Амурский государственный университет» (декабрь 2017 г., май и декабрь 2018 г., май 2019 г.), на конференции «День науки АмГУ» (апрель 2018 г., апрель 2019 г.). Были опубликованы одна статья [24] и два тезиса докладов [25, 26].

# 1 МЕТОДЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ПРИ ПОСТРОЕНИИ МОДЕЛЕЙ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Анализ теоретических аспектов методов прогнозирования и моделей временных рядов необходим для определения того какие из них будут использованы для построения общей модели и дальнейшего прогнозирования. В связи с этим рассмотрим понятия прогнозирования, которое дается в научной литературе. Также изучим общую классификацию моделей и методов прогнозирования.

Прогнозирование – научно-обоснованный взгляд на состояние объектов в будущем, а также о возможных альтернативных путях достижения этого состояния. Иными словами прогнозирование – это предсказание данных, при этом на данный процесс могут влиять различные факторы, а значит возможны различные вариации предсказанных данных.

Прогноз на будущее имеет большое практическое значение для тех, кто принимает решение в настоящий момент для любой ситуации. При прогнозировании зачастую имеет место неопределенность, связанная с будущей ситуацией, которую полностью устранить невозможно.

Главной задачей того, кто принимает решение при наличии неопределенностей, найти оптимальное решение из альтернативного ряда. Прогнозирование – один из инструментов поиска решения, которое должно приниматься на основе научно-обоснованного, интуитивного или объективного анализа проблемы.

На рисунке 1 приведена общая классификация моделей и методов прогнозирования, которая включает в себя классификацию методов прогнозирования (интуитивные, формализованные), а также классификацию моделей, описание которых приведено ниже.



Рисунок 1 – Общая классификация моделей и методов прогнозирования

Для получения модели прогнозирования необходимо совершить последовательность действий применяя один из методов, представленных на рисунке 2 [21].



Рисунок 2 – Методы прогнозирования

Интуитивные методы прогнозирования представляют собой суждения и оценки различных экспертов, которые применяются в различных областях. В связи с тем, что данный метод не является точным, сложная система суждений не может быть описана математически, что в принципе требуется не всегда [1].

В отличие от интуитивного метода метод прогнозирования моделей предметной области относится к формализованным методам. Учитывая, что в

результате применения этого метода мы получаем некую математическую зависимость, он позволяет вычислять и прогнозировать будущие показатели исследуемого процесса.

Для различных предметных областей используют наиболее подходящий для описания прогноза математический аппарат. Уравнения динамики жидкостей и термодинамики – для прогноза погоды. Дифференциальное уравнение – для прогноза развития популяции. Таким образом, к моделям в разработке свойственен индивидуальный подход.

Модели временных рядов – универсальные математические модели прогнозирования. Данные модели стремятся найти зависимость будущего значения от прошлого внутри самого процесса и с помощью этой зависимости вычислить прогноз. Например, можно использовать для прогнозирования температуры воздуха, а также аналогичную модель применить к прогнозу биржевых индексов. Виды моделей временных рядов представлены на рисунке 3 [2].

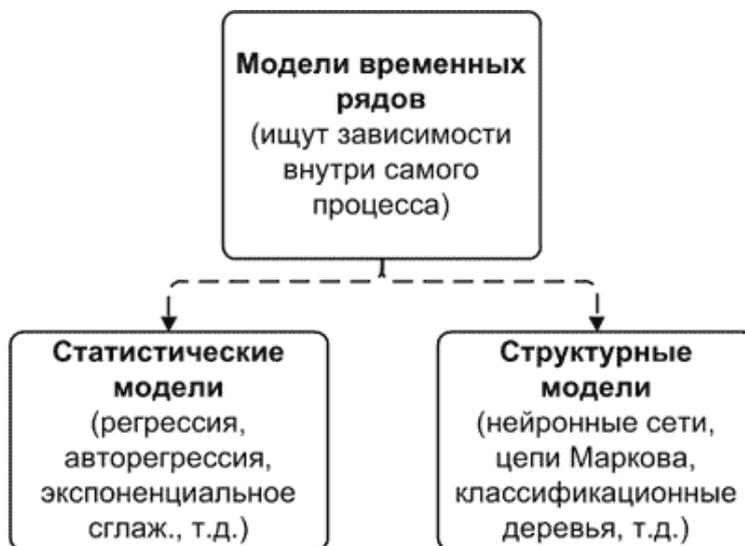


Рисунок 3 – Модели временных рядов

Модели временных рядов можно подразделить на два подвида. Первый – это Статистическая модель, при которой зависимость будущего значения от прошлого задается в виде уравнений, таких как, регрессионные, авторегресси-

онные модели, модели экспоненциального сглаживания, а также модели по выборке максимального подобия.

Второй подвид – структурные модели, которые отличаются от первого вида тем, что зависимость будущего значения от прошлого задается в виде некоторой структуры и правил перехода по ней: нейросетевые модели, модели на базе цепей Маркова, модели на базе классификационно-регрессионных деревьев.

С помощью описанных методов и моделей можно осуществлять прогнозирование. При этом прогноз может строиться по различным критериям. Если в качестве критерия прогнозирования взять соотношения с различными формами конкретизации управления, то мы получим целевой, плановый, программный, проектный организационный прогноз.

В случае если в основу прогноза положен проблемно-целевой критерий, то осуществляется поисковый и нормативный прогноз.

Некоторые авторы выделяют также прогноз по периоду упреждения (оперативный, краткосрочный, долгосрочный, среднесрочный, дальнесрочный) и по объекту исследования (естествоведческие, научно-технические и обществоведческие).

Подводя итог данной главы, можно сказать, что для дальнейшего написания магистерской диссертации, после изучения теоретических основ, которые включают в себя обзор методов, применяемых при построении моделей анализа и прогнозирования статистических данных выбраны формализованный метод прогнозирования и статистическая модель временного ряда.

## 2 МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ РЯДОВ

Следуя из анализа первой главы наиболее подходящим для данной работы является формализованный метод прогнозирования, и статистическая модель временного ряда применение которых изучается во второй главе.

Дальнейший этап исследования включает в себя описание моделирования динамики рядов, описание аналитических методов исследования регулярной компоненты динамического ряда, нахождение случайной и сезонной компонент временного ряда, а также построение общей модели данного ряда.

В данной главе будет осуществлено описание общих подходов к моделированию динамических рядов, а также описаны те факторы, которые будут использованы в третьей и четвертой главе для анализа и прогнозирования цен на картофель в городе Благовещенске и на сою в Амурской области.

Теоретический материал позволит нам более точно подобрать модель, тщательно изучить ее, а также на ее основе сделать более точный прогноз.

### **2.1 Определение динамического ряда и его обобщенная модель динамического ряда**

Изучение литературы позволяет дать следующее определение временного ряда: «Временным или динамическим рядом называется совокупность некоторых значений отдельных показателей, которые характеризуют их изменения с течением времени». Иными словами временной ряд – это набор статистических данных, которые существуют в любых отраслях жизнедеятельности человека. Всегда является актуальным вопрос их прогнозирования на основе текущих данных, которые постоянно меняются во времени на перспективу.

Анализ динамических рядов осуществляется путем определения его функциональной зависимости или тренда, а также поиском случайной и сезонной компоненты в следующей последовательности:

- определяется тренд (регулярная компонента  $U_t$ );
- определяется сезонная компонента  $V_t$ ;

- осуществляется оценка случайной составляющей  $E_t$  (ошибка при вычислении  $U_t$  и  $V_t$ );

- управляющая компонента  $\eta_t$  равна нулю;

- если условия задачи требуют сопоставления, то члены временного ряда корректируются специальной компонентой  $Z_t$  (искусственное усреднение временных периодов, метод сезонной волны и наложения волны, метод исследования стандартных отклонений, методика Ирвина и т.п.), в противном случае она равна нулю.

Классификация динамических рядов предусматривает их деление на моментные и интервальные. Моментные динамические ряды – ряды, которые соответствуют значению показателя в определенный момент времени. При этом интервальные ряды характеризуют показатель за определенный период.

Елисеева И.И., Кобелев Н.Б. и другие авторы подразделяют временные ряды на стационарные и нестационарные. Стационарные – это динамические ряды, которые не содержат тенденции к изменению тренда. Нестационарные ряды – это ряды, которые имеют меняющийся тренд.

Экономическая динамика – это такая область исследований, при которой, исследуемый показатель относится к экономической системе или организации. Для того, чтобы осуществить экономический прогноз лучше использовать от 5 до 20 статистических наблюдений в исследуемом временном периоде. От величины периода времени, на который будет осуществляться прогноз зависит количество анализируемой информации.

Рассмотрим основные понятия.

Тренд – определенное направление движения к постепенному изменению показателя, который описывается динамическим рядом. Указанную тенденцию можно записать аналитически, чаще всего при исследовании требуется найти математическое описание функциональной зависимости. Другими словами тренд – наиболее подходящая и более точно описываемая разброс точек функция.

Если тренд характеризует направленное движение, то случайная компонента фиксирует лишь одномоментные изменения динамического ряда под влиянием изначально неизвестных случайных оснований или факторов. Для устранения случайных отклонений применяется выравнивание ряда динамики.

Сезонная составляющая уже характеризует не одномоментные изменения, а периодические колебания временного ряда. Например, в сельском хозяйстве период чаще всего связан с временем года, температура воздуха изменяется ежемесячно и т.д.

В процессе построения модели динамических рядов возникает вопрос вычисления факторов, а также оценки совместных компонент, влияющих на данный ряд.

Процесс раздельного вычисления компонент  $U_t$ ,  $V_t$ ,  $E_t$  ряда  $Y_t$  называют фильтрацией, оценка трендовой и сезонной компонент совместно – сглаживанием, а значение, найденное в итоге процедуры сглаживания, называют тренд-сезонным динамическим рядом.

Как было отмечено выше обычно ряд динамики представлен в виде определенной аналитической модели, формы которой могут быть различны (линейная, экспоненциальная, полиномиальная и другие). В данной работе одной из задач является выбор аналитической модели для ее изучения и дальнейшего прогнозирования на ее основе.

$$Y(t) = Y(t_1), Y(t_2), \dots, Y(t_n) = \{Y(t_i)\} = \overline{1, n},$$

где  $\{Y(t)\}$  – динамический ряд.

Также можно записать модель тренда, которая относится к частным моделям временного ряда:

$$Y(t) = U(t) + E(t),$$

где  $U(t)$  – временной тренд заданного параметрического вида

$E(t)$  – случайная компонента.

Модель сезонности:

$$Y(t) = V(t) + E(t),$$

где  $V(t)$  – периодическая (сезонная) составляющая.

Аддитивная форма модели тренда и сезонности:

$$Y(t) = U(t) + V(t) + E(t).$$

Мультипликативная форма модели тренда и сезонности:

$$Y(t) = U(t)V(t) + E(t).$$

В общем случае в аддитивной форме, которая содержит несколько составляющих, может быть представлен каждый член временного ряда  $\{Y_t\}$ , где  $t$  существует в интервале  $[1, T]$ :

$$Y_t = U_t + V_t + E_t + Z_t + \eta_t, \quad (2.1)$$

где  $U_t$  – тренд динамического ряда, то есть регулярная компонента, характеризующая общую тенденцию

$E_t$  – случайная компонента, образующаяся под влиянием различных (как правило, неизвестных) причин

$V_t$  – сезонная компонента, или внутригодовые колебания, а в общем случае – циклическая составляющая

$Z_t$  – компонента, обеспечивающая сопоставимость элементов динамического ряда

$\eta_t$  – управляющая компонента, воздействующая на члены динамического ряда с целью формирования в будущем его желаемой траектории (управляемых прогнозов).

Для динамического ряда (2.1) принята гипотеза об аддитивной связи между его компонентами.

Математические подходы и модели, применяемые при анализе и исследовании рядов динамики, зависят от поставленных перед исследователем целей и задач. При определении тренда исследованию подвергается регулярная составляющая ряда  $U_t$ . При оценке сезонной составляющей исследуется компонента  $V_t$ . Данные компоненты связаны и влияют друг на друга. В связи с этим отфильтровать требуемую компоненту необходимо в каждой конкретной ситуации.

Существуют определенные условия для упрощения вычисления и исследования сезонной компоненты:

- случайная компонента имеет математическое ожидание равное нулю, постоянную дисперсию, отсутствует автокорреляция между соседними уровнями ряда

$$M[E_t] = 0, D[E_t] = G^2, M[E_t, E_{t+1}] = 0;$$

- сезонная составляющая имеет период  $T_0$  (для месячных данных  $T_0 = 12$ , для квартальных  $T_0 = 4$ );

- регулярная компонента – некоторая гладкая функция степень гладкости, которой определяется минимальной степенью полинома, моделирующего тренд;

- для управления какой-либо экономической системы также следует отметить управляющую компоненту. По степени воздействия данной компоненты на соответствующие составляющие ряда динамики можно определить ее интенсивность или уровень. Для каждого типа систем формы ее воздействия специфичны и требуют дополнительной информации, которая не содержится во временном ряду [8].

Подводя итог к данному пункту, можно сказать, что для главы третьей и четвертой в качестве общей модели будет использоваться модель без учета компоненты, обеспечивающей сопоставимость элементов динамического ряда и управляющей компоненты. В дальнейшем будет приведена теория, которая будет применяться на практике для оставшихся трех компонент входящих в формулу 2.1.

## **2.2 Аналитические методы построения регулярной компоненты динамического ряда**

В данном разделе будут рассмотрены аналитические методы выравнивания. Однако следует отметить, что существуют и другие методы построения регулярной компоненты временного ряда. К ним относятся механические спосо-

бы сглаживания по двум точкам, скользящей средней и т. д. и комбинированные.

При исследовании нас интересуют аналитические методы выравнивания поскольку, имея математическое уравнение функциональной зависимости можно осуществить прогноз значений показателя на перспективу.

Аналитические методы выравнивания сводятся к выбору конкретных функциональных зависимостей (полиномиальных, экспоненциальных, S-образных) и определению их параметров. Выбор конкретного типа сглаживающей функции должен учитывать характер динамического ряда и быть обоснованным.

Наиболее простым видом кривой роста является уравнение прямой.

$$Y_t = a_0 + a_1 t.$$

Метод наименьших квадратов используется для нахождения неизвестных. Данный метод относится к методам аппроксимации, или приближенного восстановления функции по известным ее значениям в ряде точек. Чтобы представить данные статистических наблюдений в виде уравнения требуется наилучшим образом подобрать эмпирическую формулу.

Зависимость  $y = f(x)$  задана множеством приближенных значений  $y_i \approx f(x_i)$ ,  $i = \overline{0, n}$ , имеющих отклонения  $\varepsilon_i = y_i^0 - y_i$ , где  $y_i^0 = f(x_i)$ . Ошибки носят случайный характер и могут быть значительными.

Пусть для выравнивания функции  $f$  применяется прямая функциональная зависимость [4, 13]:

$$y = \Phi_m(x) = a_0 \varphi_0(x) + a_1 \varphi_1(x) + \dots + a_m \varphi_m(x),$$

где  $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_m$  – заданная система базисных функций (степенные, многочлены Чебышева, тригонометрические функции).

$a_0, a_1, \dots, a_m$  – коэффициенты полинома  $\Phi_m(x)$ .

Найдем коэффициенты  $a_0, a_1, \dots, a_m$  исходя из минимума среднеквадратичной погрешности:

$$\delta_m(\bar{a}) = \sqrt{\frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n [\Phi_m(x_i) - y_i]^2} \rightarrow \min_{a_0, a_1, \dots, a_m}.$$

Минимум достигается, если

$$\Delta = \sum_{i=0}^n [\varphi_0(x_i)a_0 + \varphi_1(x_i)a_1 + \dots + \varphi_m(x_i)a_m - y_i]^2 \rightarrow \min_{a_0, a_1, \dots, a_m}.$$

Учитывая, что на коэффициент не наложены никаких ограничений, применим необходимые условия нахождения безусловного максимума или минимума:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial a_j} = 0, \quad j = \overline{0, m}.$$

Получим систему

$$\begin{cases} \frac{\partial \Delta}{\partial a_0} = 2 \sum_{i=0}^n [\varphi_0(x_i)a_0 + \varphi_1(x_i)a_1 + \dots + \varphi_m(x_i)a_m - y_i] \varphi_0(x_i) = 0, \\ \frac{\partial \Delta}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=0}^n [\varphi_0(x_i)a_0 + \varphi_1(x_i)a_1 + \dots + \varphi_m(x_i)a_m - y_i] \varphi_1(x_i) = 0, \\ \dots, \\ \frac{\partial \Delta}{\partial a_m} = 2 \sum_{i=0}^n [\varphi_0(x_i)a_0 + \varphi_1(x_i)a_1 + \dots + \varphi_m(x_i)a_m - y_i] \varphi_m(x_i) = 0. \end{cases}$$

Для упрощения записи будем использовать скалярное произведение

$$(\varphi_k, \varphi_i) = \sum_{i=0}^n \varphi_k(x_i) \varphi_i(x_i).$$

Число  $\|\varphi_k\| = \sqrt{(\varphi_k, \varphi_k)}$  называется нормой функции  $\varphi_k(x)$  на множестве точек  $\{x_i, i = \overline{0, n}\}$ .

С учетом данного равенства, система примет вид:

$$\begin{cases} (\varphi_0, \varphi_0)a_0 + (\varphi_0, \varphi_1)a_1 + \dots + (\varphi_0, \varphi_m)a_m = (y, \varphi_0) \\ (\varphi_1, \varphi_0)a_0 + (\varphi_1, \varphi_1)a_1 + \dots + (\varphi_1, \varphi_m)a_m = (y, \varphi_1) \\ \dots \\ (\varphi_m, \varphi_0)a_0 + (\varphi_m, \varphi_1)a_1 + \dots + (\varphi_m, \varphi_m)a_m = (y, \varphi_m) \end{cases}$$

где  $(y, \varphi_k) = \sum_{i=0}^n y_i \varphi_k(x_i)$ . Таким образом получены линейные уравнения с

неизвестными  $a_0, a_1, \dots, a_m$ . В силу равенства  $(\varphi_k, \varphi_i) = (\varphi_i, \varphi_k)$  матрица

$$A = \begin{pmatrix} (\varphi_0, \varphi_0) & (\varphi_0, \varphi_1) & \dots & (\varphi_0, \varphi_m) \\ (\varphi_1, \varphi_0) & (\varphi_1, \varphi_1) & \dots & (\varphi_1, \varphi_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\varphi_m, \varphi_0) & (\varphi_m, \varphi_1) & \dots & (\varphi_m, \varphi_m) \end{pmatrix}$$

является симметричной.

Если базисные функции  $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_m$  линейно независимы, определитель матрицы  $A$  не равен нулю. В этом случае существует единственное решение системы.

В качестве базисных функций используем степенные функции  $\varphi_j(x) = x^j, j = \overline{0, m}$ .

В этом случае обобщенный многочлен примет вид:

$$y = \Phi_m(x) = \sum_{j=0}^m a_j x^j = a_0 + a_1 x + \dots + a_m x^m.$$

Тогда  $(y, \varphi_j) = \sum_{i=0}^n y_i x_i^j, (\varphi_k, \varphi_i) = \sum_{i=0}^n x_i^{k+i}, (\varphi_k, \varphi_k) = \sum_{i=0}^n x_i^{2k}$  система имеет

вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \sum_{i=0}^n 1 \right) a_0 + \left( \sum_{i=0}^n x_i \right) a_1 + \left( \sum_{i=0}^n x_i^2 \right) a_2 + \dots + \left( \sum_{i=0}^n x_i^m \right) a_m = \sum_{i=0}^n y_i, \\ \left( \sum_{i=0}^n x_i \right) a_0 + \left( \sum_{i=0}^n x_i^2 \right) a_1 + \left( \sum_{i=0}^n x_i^3 \right) a_2 + \dots + \left( \sum_{i=0}^n x_i^{m+1} \right) a_m = \sum_{i=0}^n x_i y_i, \\ \dots, \\ \left( \sum_{i=0}^n x_i^m \right) a_0 + \left( \sum_{i=0}^n x_i^{m+1} \right) a_1 + \left( \sum_{i=0}^n x_i^{m+2} \right) a_2 + \dots + \left( \sum_{i=0}^n x_i^{2m} \right) a_m = \sum_{i=0}^n x_i^m y_i. \end{array} \right.$$

Поскольку метод наименьших квадратов является универсальным методом для нахождения неизвестных. Именно он будет применен для нахождения регулярной компоненты.

### 2.3 Оценка аналитической модели тренда и нахождение случайной составляющей

Для дальнейшей оценки аналитической модели тренда и нахождения случайной компоненты будем считать, что исследуемая зависимость представлена в виде суммы многочлена  $n$ -й степени, описывающего тренд и случайной компоненты. При этом все остальные составляющие, которые могут повлиять на модель тренда принимаются равными нулю ( $V_t, Z_t, \eta_t = 0$ ). В таком случае модель примет вид:

$$Y_t = U_t + E_t$$

Решение поставленной задачи сводится к нахождению регулярной компоненты  $U_t$ , которая будет найдена правильно, в том случае если доказать, что компонента  $E_t$  носит случайный характер.

Доказательство указанного фактора осуществляется путем проверки на случайность, нормальность, независимость и равенства нулю математического ожидания. Рассмотрим каждую проверку подробнее.

Для проверки на случайность на основе поворотных точек используем следующую формулу:

$$\bar{p} = \frac{2}{3}(n - 2)$$

где  $\bar{p}$  – математическое ожидание пиков.

$$\xi_p^2 = \frac{16n - 29}{90}$$

где  $\xi_p^2$  – дисперсия.

В соответствии с этим критерием каждый уровень ряда необходимо сравнить с двумя соединенными с ним. Если он больше или меньше их, то эта точка считается поворотной. Условие независимости учитывает только целую часть числа, заключенную в круглые скобки, и выглядит следующим образом:

$$p > (\bar{p} - 1,96\sqrt{\xi_p^2})$$

Проверка соответствия распределения остаточной компоненты нормальному закону распределения заключается в расчетах выборочной характеристики асимметрии, средней квадратической ошибки, выборочной характеристики асимметрии, выборочной характеристики эксцесса, средней квадратической ошибки:

$$\bar{A} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^3}{\left(\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^2}\right)^3};$$

$$\zeta_{\bar{A}} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}};$$

$$\bar{E} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^4}{\left(\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^2}\right)^4};$$

$$\zeta_{\bar{E}} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}}.$$

Если одновременно выполняются два нижеприведенных неравенства, то принимается гипотеза о нормальном распределении остаточной составляющей.

$$|\bar{A}| < 1,5\zeta_{\bar{A}} \text{ и } \left| \bar{E} + \frac{6}{n+1} \right| < 1,5\zeta_{\bar{E}}.$$

В том случае, если выполняется хотя бы одно из ниже представленных условий, то данные нельзя считать нормальными даже приближенно и применение в дальнейшем анализе не рекомендуется:

$$|\bar{A}| < 2\zeta_{\bar{A}} \text{ или } \left| \bar{E} + \frac{6}{n+1} \right| < 2\zeta_{\bar{E}};$$

Проверку равенства математического ожидания значения остаточной компоненты можно найти по следующей формуле:

$$t = \frac{E - m}{G} \sqrt{\nu + 1}$$

где  $m$  – генеральная средняя,  $\nu$  – число степеней свободы,  $\bar{E}$  – средняя арифметическая,  $G$  – среднее квадратичное отклонение.

Точность модели проводится с целью оценки ошибки в подборе полинома. Формула для стандартной ошибки имеет вид:

$$\zeta_E = \sqrt{\frac{1}{n - (m + 1)} \sum_{i=1}^n E_i^2},$$

где  $m$  – число факторов моделей

Также необходимо ввести следующие показатели:

- коэффициент сходимости  $\phi^2 = \frac{\sum_{i=1}^n E_i^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2};$

- средняя ошибка аппроксимации  $|\bar{e}| = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{X_i - \bar{X}_i}{X_i} \right| \cdot 100;$

- индекс корреляции  $R = \sqrt{D};$

- коэффициент детерминации  $D = 1 - \phi^2.$

Модели, для которых  $\zeta_E, \phi^2, |\bar{e}|$  имеют минимальное значение, а показатели  $D$  и  $R$  – максимальное, лучше отображают исследуемый процесс [8].

Все описанные критерии будут использованы для реализации выбора наиболее подходящей модели (полиномы  $n$ -й степени). Расчет данных показателей будет осуществлен в главе третьей и четвертой для дальнейшего прогнозирования с помощью ППП MATLAB.

## 2.4 Вычисление сезонной компоненты динамического ряда с использованием ряда Фурье

С помощью ряда Фурье можно осуществить вычисление сезонной компоненты временного ряда [6]. Уравнение выглядит следующим образом:

$$V_t = a_0 + \sum (a_k \cos kz + b_k \sin kz), \quad (2.2)$$

где  $z = \frac{(t-1)2\pi}{12}$

$k$  – номер гармоники ряда Фурье.

Степень точности уравнения зависит от числа учтенных гармоник. Чаще всего в исследовании производится расчет не более чем 4 гармоник. Этот выбор обосновывается необходимой точностью и формой сезонной или циклической составляющей. Для отыскания параметров уравнения используется метод наименьших квадратов

$$\sum_{i=1}^n (y_i - V_t)^2 = \min . \quad (2.3)$$

Систему нормальных уравнений получают путем нахождения частных производных функции 2.3 и приравнивания их к нулю. Полученная система уравнений позволяет вывести следующие формулы для вычисления параметров:

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i ,$$

$$a_k = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n y_i \cos kz ,$$

$$b_k = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n y_i \sin kz .$$

Параметры уравнений зависят от значений  $y_i$  и связанных с ними значениями  $\cos kz$  и  $\sin kz$ , которые являются последовательными.

Для изучения сезонных колебаний на протяжении года  $n=12$  по количеству месяцев в году. Тогда, представляя периоды, как части длины окружности, временной ряд можно записать в следующем в виде представленном в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Временной ряд и периоды, как части длины окружности

Угол в радианах	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$5\pi/6$	$\pi$	$7\pi/6$	$4\pi/3$	$3\pi/2$	$5\pi/3$	$11\pi/6$
Уровень	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$	$y_{11}$	$y_{12}$

Описанный способ будет использован для вычисления сезонной компоненты. Расчет данных показателей будет осуществлен в главе третьей и четвертой для дальнейшего прогнозирования с помощью ППП MATLAB.

## 2.5 Построение общей модели ряда

Зная все составляющие ряда, его общую модель можно представить в виде [6]:

$$y_t = \tilde{y}_t + E_t,$$

где  $\tilde{y}_t = U_t + V_t$ , при условии, что  $Z_t = \eta_t = 0$ . При этом можно найти случайную составляющую  $E_t$  ряда  $y_t$  по формуле  $E_t = y_t - \tilde{y}_t$

Подобранная общая модель ряда будет использована, как один из вариантов прогнозирования цен на сельхозпродукцию. После ее использования в прогнозе будет сделан вывод о ее возможности использования в исходном виде.

Изучение научной литературы и различных подходов к анализу динамических рядов позволило выбрать способ решения задачи по исследованию ценообразования сельскохозяйственной продукции области. Наиболее приемлемым способом решения поставленной задачи стал метод наименьших квадратов, который и был использован в дальнейшем исследовании.

### 3 МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЦЕН НА КАРТОФЕЛЬ

На основе теории изученной в первой и второй главе, учетом выбранных направлений исследования осуществим анализ и прогноз цен на картофель в городе Благовещенске.

В целях изучения зависимости цены на картофель в городе Благовещенске от фактора времени был поставлен ряд задач:

- а) построить уравнение тренда с помощью метода наименьших квадратов (полиномы 1-5 степеней);
- б) провести исследование остатка ряда на случайность;
- в) исследовать модели трендов на адекватность;
- г) построить модель случайной компоненты динамического ряда;
- д) построить общую модель ряда;
- е) на основе построенной модели составить прогноз на январь, февраль, март, апрель и май 2019 года.

Основной код вычислительной программы приведен в приложении А.

#### **3.1 Определение трендовой составляющей**

Данные цен на картофель в городе Благовещенске взяты из официального источника на сайте статистики [20].

На первом этапе исследования изучалась зависимость цены на картофель в г. Благовещенске в период с 2013 по 2018 года включительно, для них рассчитаны и построены возможные модели тренда, представленные на рисунке 4.

Были проведены исследования (согласно пп. 1 п. 2.3) на случайность остатков ряда  $E_t = Y_t - U_t$  после вычитания тренда, которые выявили, что для каждого из полиномов первой, второй, третьей, четвертой и пятой степени ряды остатков не являются случайными. Из этого можно сделать вывод, что нужно сократить временной период, например до двух лет. Поэтому для дальнейшего исследования были взяты 2017 и 2018 года.

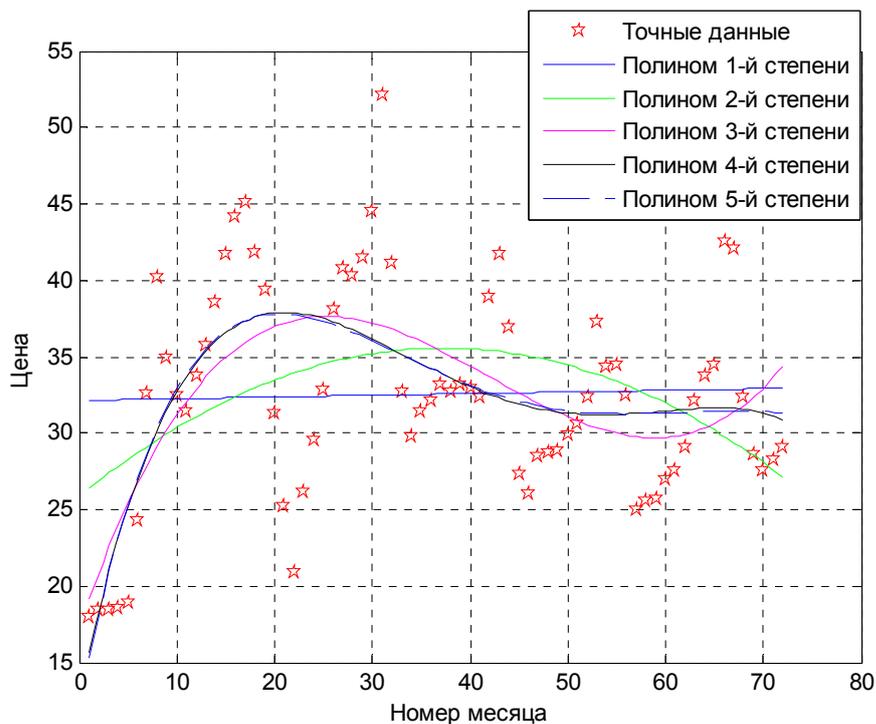


Рисунок 4 – Модели тренда

На втором этапе рассматривался динамический ряд, представляющий собой значение цен на картофель в г. Благовещенске за период с января 2017 г. по декабрь 2018 г. (ежемесячно). В результате были получены расчеты возможных моделей тренда для выбранного периода.

- полином первой степени

$$U_{t,1} = 0.0384 \cdot t + 30.8232 ;$$

- полином второй степени

$$U_{t,2} = -0.0046 \cdot t^2 + 0.1539 \cdot t + 30.3226 ;$$

- полином третьей степени

$$U_{t,3} = -0.0051 \cdot t^3 + 0.1868 \cdot t^2 - 1.7991 \cdot t + 34.8007 ;$$

- полином четвертой степени

$$U_{t,4} = -0.0016 \cdot t^4 + 0.0762 \cdot t^3 - 1.1390 \cdot t^2 + 5.9278 \cdot t + 23.3811 ;$$

- полином пятой степени

$$U_{t,5} = 0.00018387 \cdot t^5 - 0.0131 \cdot t^4 + 0.3345 \cdot t^3 - 3.6404 \cdot t^2 + \\ + 15.6338 \cdot t + 12.9834.$$

С помощью пакета прикладных программ MATLAB построены графики, полученных моделей тренда в соответствии с рисунком 5. Реализация метода наименьших квадратов приведена в приложении Б.

Также при проверке на случайность остатков рядов оказалось, что только для полинома пятой степени ряд остатков является случайным. Тем самым, для дальнейшего исследования в целях прогноза цены можно использовать в качестве уравнения тренда полином пятой степени. Проверка на случайность остатков приведена в приложение В.

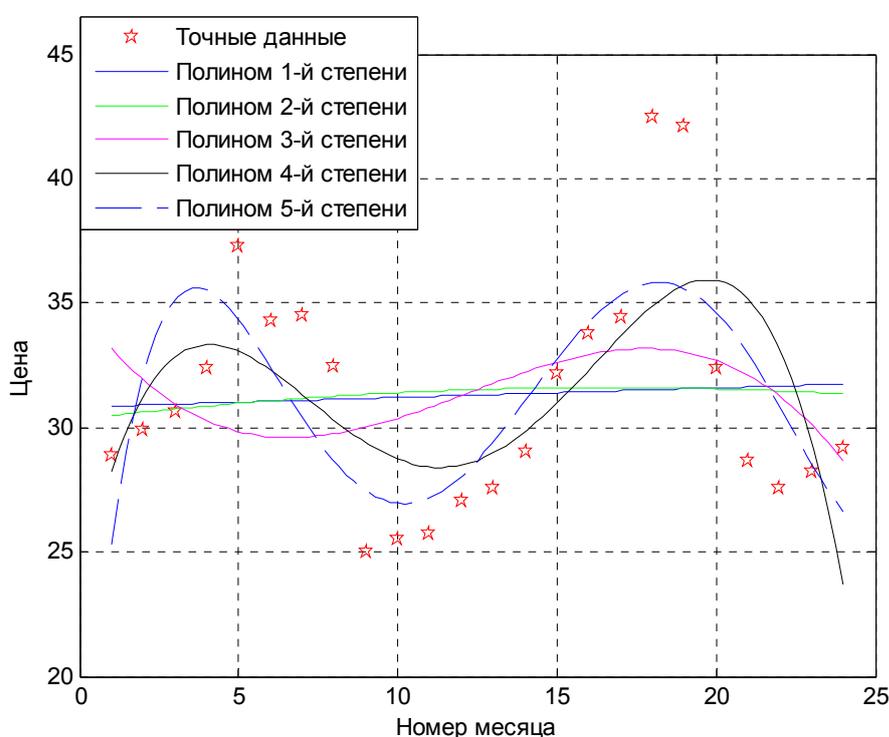


Рисунок 5 – Графики моделей тренда

### 3.2 Оценка построенных моделей тренда

Рассчитанные значения средней квадратической ошибки и суммы квадратов отклонений для каждого вида полинома приведены в таблицах 3.1 и 3.2.

Таблица 3.1 – Средняя квадратическая ошибка для полиномов

Полином	1-й степени	2-й степени	3-й степени	4-й степени	5-й степени
$S$	4.7696	4.8773	4.7850	4.023	3.6567

Таблица 3.2 – Сумма квадратов отклонений

Полином	1-й степени	2-й степени	3-й степени	4-й степени	5-й степени
$\delta$	500.4817	499.5453	457.9163	307.5204	240.6839

Из анализа таблиц 3.1 и 3.2 видно, что сумма квадратов отклонений и средняя квадратическая ошибка для полинома пятой степени наименьшая. Это подтверждает вывод, сделанный в пункте 3.1 о том, что наиболее подходящим является полином пятой степени.

Осуществим проверку соответствия остатков ряда нормальному закону согласно п. 2 п. 2.3, реализация которого приведена в приложении Г. Данная проверка была проведена только для полинома пятой степени. Были рассчитаны значения следующих величин:

$$\bar{A} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^3}{\left(\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^2}\right)^3} = 0.6595, \quad \bar{E} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^4}{\left(\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^2}\right)^4} = -0.6240,$$

$$\zeta_{\bar{A}} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}} = 0.4422, \quad \zeta_{\bar{E}} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}} = 0.7374.$$

Ряд остатков можно считать распределенным приблизительно по нормальному закону, так как одновременно выполняются неравенства

$$|\bar{A}| = |0.6595| < 1.5\zeta_{\bar{A}} = 1.5 \cdot 0.4422 = 0.6633 \text{ и}$$

$$\left|\bar{E} + \frac{6}{n+1}\right| = \left|-0.6240 + \frac{6}{24+1}\right| = |-0.384| < 1.5\zeta_{\bar{E}} = 1.5 \cdot 0.7374 = 1.1061.$$

Кроме того, сумма остатков приближена к нулю (принимает значение  $2.06 \cdot 10^{-8}$ ). На рисунке 6 изображен ряд остатков для полинома пятой степени ( $E_t = Y_t - U_{t,5}$ ).

Осуществим проверку точности модели, которая включает в себя нахождение стандартной ошибки, коэффициент сходимости, коэффициент детерминации, коэффициент корреляции, среднюю ошибку аппроксимации (для полинома первой степени – таблица 3.3, для полинома второй степени – таблица 3.4,

для полинома третьей степени – таблица 3.5, для полинома четвертой степени – таблица 3.6, для полинома пятой степени – таблица 3.7), реализация представлена в приложении Е.

Таблица 3.3 – Расчет коэффициентов для проверки точности полинома первой степени

$\zeta_E$	$\phi^2$	$D$	$R$	$ \bar{e} $
4.7696	0.9966	0.0034	0.0581	11.6246

Таблица 3.4 – Расчет коэффициентов для проверки точности полинома второй степени

$\zeta_E$	$\phi^2$	$D$	$R$	$ \bar{e} $
4.7651	0.9948	0.0052	0.0724	11.4710

Таблица 3.5 – Расчет коэффициентов для проверки точности полинома третьей степени

$\zeta_E$	$\phi^2$	$D$	$R$	$ \bar{e} $
4.5623	0.9119	0.0881	0.2969	11.3391

Таблица 3.6 – Расчет коэффициентов для проверки точности полинома четвертой степени

$\zeta_E$	$\phi^2$	$D$	$R$	$ \bar{e} $
3.7387	0.6124	0.3876	0.6226	9.3431

Таблица 3.7 – Расчет коэффициентов для проверки точности полинома пятой степени

$\zeta_E$	$\phi^2$	$D$	$R$	$ \bar{e} $
3.3076	0.4793	0.5207	0.7216	8.3598

Для полинома пятой степени величины  $\zeta_E, \phi^2, |\bar{e}|$  имеют минимальное значение, показатели  $D$  и  $R$  – максимальное, тем самым, этот еще раз подтверждает вывод, что модель для полинома пятой степени является более точной.

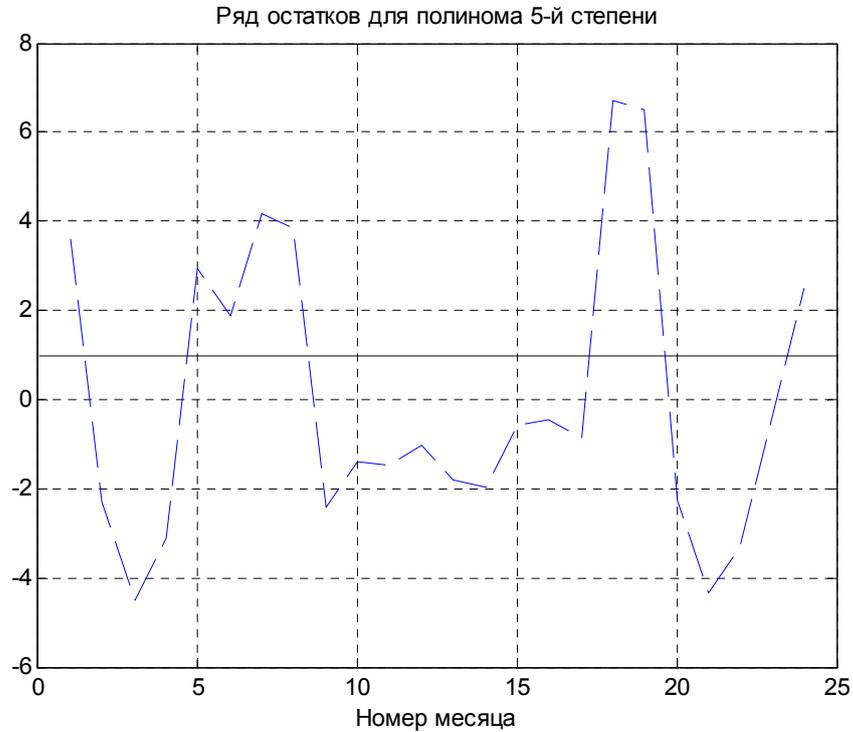


Рисунок 6 – Ряд остатков для полинома 5-й степени

### 3.3 Определение сезонной компоненты

Согласно методике, с использованием ряда Фурье, описанной в п. 2.4 была найдена сезонная составляющая для 2017-2018 годов. С помощью ППП MATLAB рассчитаны коэффициенты для четырех гармоник и построены графики, реализация которых представлена в приложении Ж, на рисунке 7.

$$V_{t1} = 31.3029 - 3.9522 \cdot \cos(z) + 3.6416 \cdot \sin(z),$$

$$V_{t2} = 31.3029 - 3.9522 \cdot \cos(z) + 3.6416 \cdot \sin(z) + \\ + 1.765 \cdot \cos(2z) - 1.3308 \cdot \sin(2z),$$

$$V_{t3} = 31.3029 - 3.9522 \cdot \cos(z) + 3.6416 \cdot \sin(z) + \\ + 1.765 \cdot \cos(2z) - 1.3308 \cdot \sin(2z) - 0.9608 \cdot \cos(3z) + 0.1383 \cdot \sin(3z),$$

$$V_{t4} = 31.3029 - 3.9522 \cdot \cos(z) + 3.6416 \cdot \sin(z) + \\ + 1.765 \cdot \cos(2z) - 1.3308 \cdot \sin(2z) - 0.9608 \cdot \cos(3z) + 0.1383 \cdot \sin(3z) + \\ + 0.2433 \cdot \cos(4z) + 3.2567 \cdot 10^{-15} \cdot \sin(4z).$$

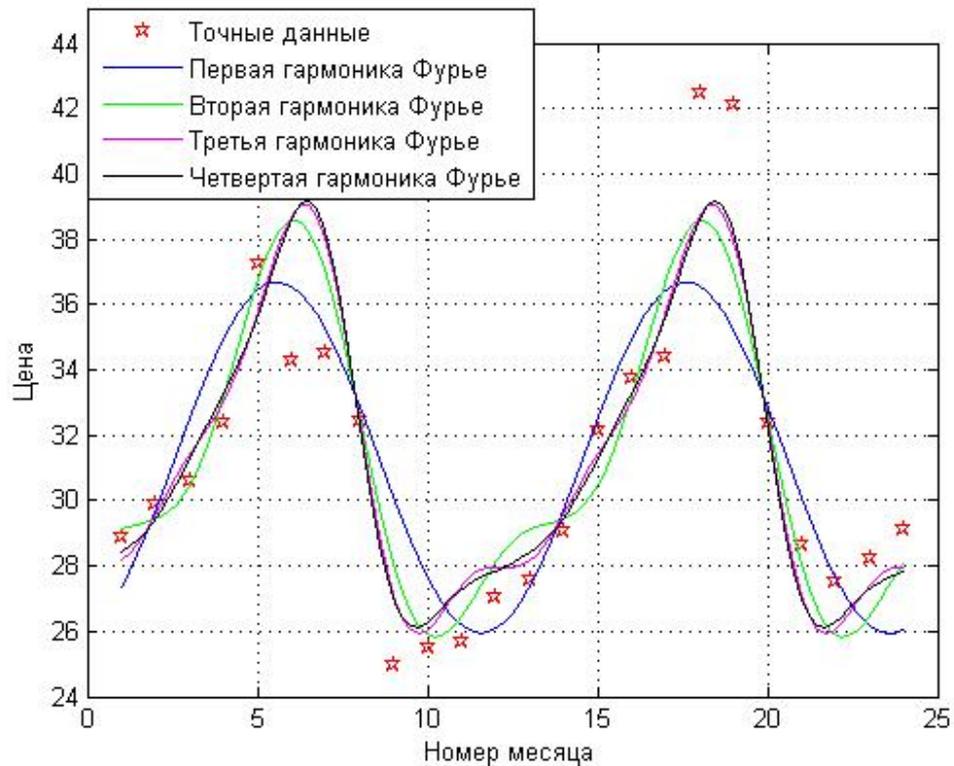


Рисунок 7 –Графики гармоник Фурье

Из представленного графика видно, что наиболее точной аналитической моделью будет считаться аналитическое выражение циклической (сезонной) составляющей для четвертой гармоники.

Далее в целях построения общей модели ряда необходимо найти гармоники для ряда остатков полинома пятой степени. Это позволит учесть в общей модели ряда фактор случайной компоненты.

С помощью пакета прикладных программ MATLAB рассчитаем параметры  $a_k, b_k$  для гармоник ряда Фурье.

$$YF1 = 1.7169 \cdot 10^{-9} - 1.7677 \cdot \cos(z) + 0.5511 \cdot \sin(z),$$

$$YF2 = 1.7169 \cdot 10^{-9} - 1.7677 \cdot \cos(z) + 0.5511 \cdot \sin(z) + \\ + 2.5181 \cdot \cos(2z) - 1.7940 \cdot \sin(2z),$$

$$YF3 = 1.7169 \cdot 10^{-9} - 1.7677 \cdot \cos(z) + 0.5511 \cdot \sin(z) + \\ + 2.5181 \cdot \cos(2z) - 1.7940 \cdot \sin(2z) - 0.5602 \cdot \cos(3z) + 0.0092 \cdot \sin(3z),$$

$$YF4 = 1.7169 \cdot 10^{-9} - 1.7677 \cdot \cos(z) + 0.5511 \cdot \sin(z) + \\ + 2.5181 \cdot \cos(2z) - 1.7940 \cdot \sin(2z) - 0.5602 \cdot \cos(3z) + 0.0092 \cdot \sin(3z) + \\ + 0.5203 \cdot \cos(4z) - 0.0465 \cdot \sin(4z).$$

С учетом найденных параметров построим графики для гармоник ряда Фурье в соответствии с рисунком 8. Из графика видно, что четвертая гармоника Фурье, наиболее подходящая для построения общей модели ряда и ее использование, повысит точность выбранной аналитической модели.

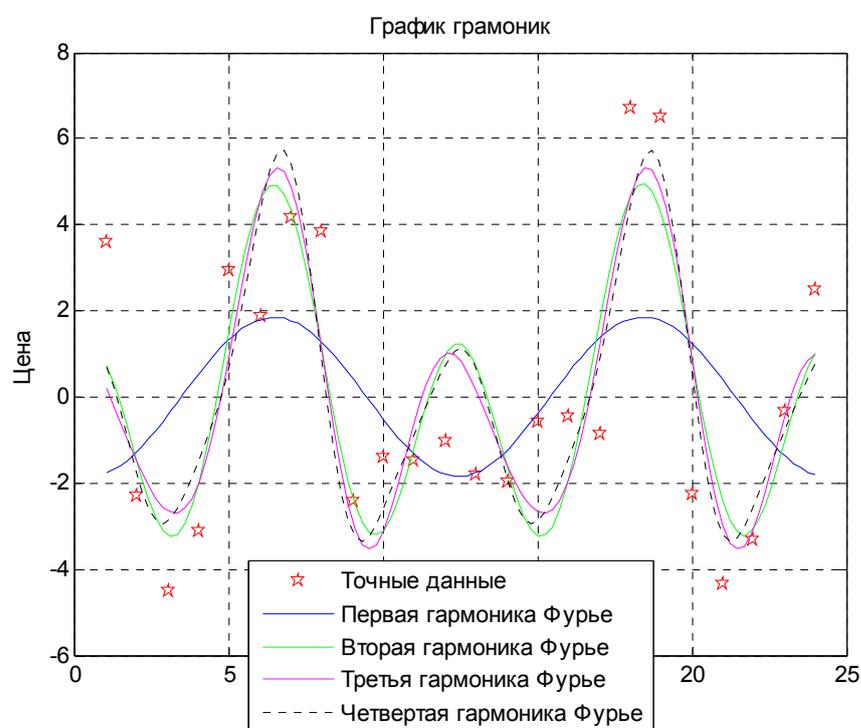


Рисунок 8 – График гармоник Фурье для остатков ряда

### 3.4 Построение общей модели ряда и прогнозирование на основе построенной модели

Составим общую модель ряда посредством сложения полинома пятой степени и четвертой гармоники Фурье для ряда остатков:

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_t = & U_{t,5} + YF4_t = 0.00018387 \cdot t^5 - 0.0131 \cdot t^4 + 0.3345 \cdot t^3 - \\ & - 3.6404 \cdot t^2 + 15.6338 \cdot t + 12.9834 + 1.7169 \cdot 10^{-9} - \\ & - 1.7677 \cdot \cos(z) + 0.5511 \cdot \sin(z) + 2.5181 \cdot \cos(2z) - 1.7940 \cdot \sin(2z) - \\ & - 0.5602 \cdot \cos(3z) + 0.0092 \cdot \sin(3z) + 0.5203 \cdot \cos(4z) - 0.0465 \cdot \sin(4z). \end{aligned}$$

График общей модели ряда представлен на рисунке 9.

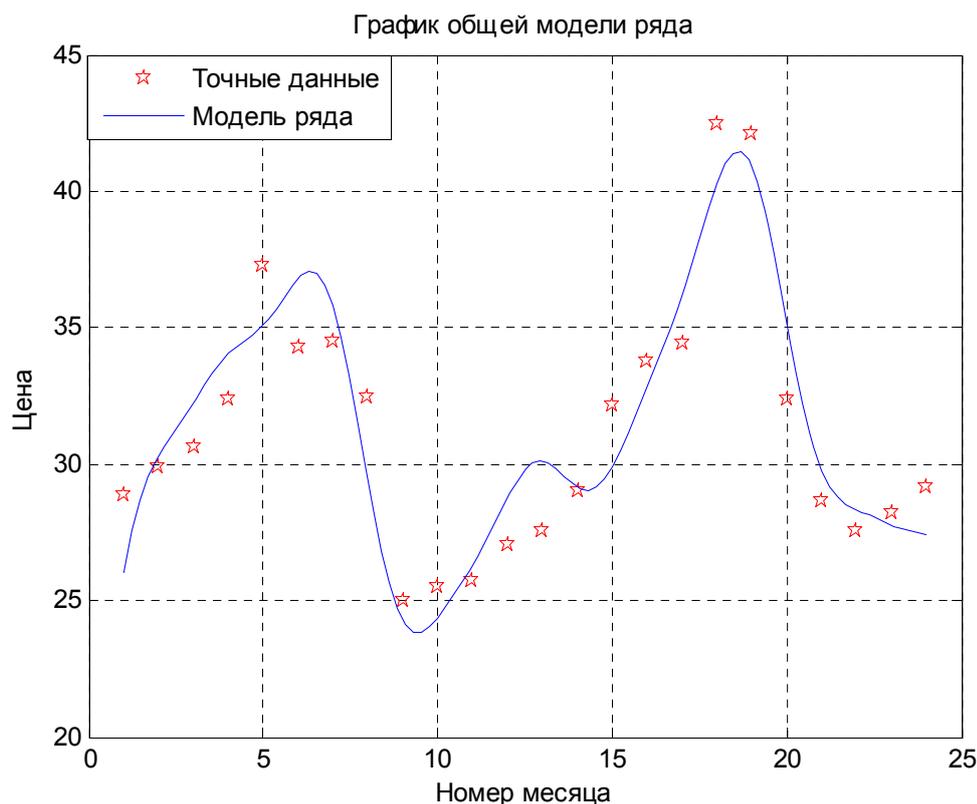


Рисунок 9 – График общей модели ряда

В целях изучения качества модели проверим значимость уравнения модели  $Q = Q_R + Q_E$ ,

где  $Q_R$  и  $Q_E$  – сумма квадратов и остаточная сумма квадратов, которая характеризует влияние неучтенных факторов, а  $Q$  – общая сумма квадратов отклонений зависимой переменной от средней.

Решение найдем по следующим формулам:

$$Q_R = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2.$$

$$Q_E = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 .$$

Для проверки значимости уравнения регрессии найдем  $F$  - распределение по нижеприведенной формуле и сравним его с  $F$  - критерием Фишера-Снедекора

$$F = \frac{Q_R(n-m)}{Q_E(n-1)} ,$$

где  $n-m$  и  $n-1$  – число степеней свободы:

$$Q_R = 261.4916, Q_E = 240.6839, F = 3.9112, F_t = 2.77 .$$

Код вычислительной программы проверки значимости уравнения регрессии, представлен в приложении Д. Поскольку фактически наблюдаемое значение статистики больше табличного уравнение регрессии значимо на уровне  $\alpha = 0.05$ .

На основе построенной общей модели ряда спрогнозируем цену на картофель на январь, февраль, март, апрель и май 2019 года, проведем оценку точности прогноза полученных результатов.

Прогнозирование цены будем осуществлять в двух вариантах: с учетом и без учета сезонной компоненты. В обоих случаях оценим погрешность отклонения прогнозируемой цены от фактически сложившейся в январе-марте 2019 года.

В целях интервальной оценки функции регрессии и ее параметров используем доверительный интервал для индивидуальных значений зависимой переменной с учетом рассеяния вблизи линии регрессии. Оценка дисперсии индивидуальных значений равна:

$$s_y^2 = s^2 \cdot \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{(t_0 - t)^2}{\sum_{i=1}^n (t_i - t)^2} \right) ,$$

где  $t_0$  – значение времени, на момент которого осуществляется прогноз,

$$s^2 = \frac{\sum_{t=1}^n E_t^2}{n-2} - \text{оценка дисперсии.}$$

Соответствующий доверительный интервал для прогнозов индивидуальных значений  $y_0^*$  будет определяться по формуле:

$$\bar{y}_0 - t_{1-\alpha;n-m} \cdot s_{\bar{y}} \leq y_0^* \leq \bar{y}_0 + t_{1-\alpha;n-m} \cdot s_{\bar{y}},$$

где  $\bar{y}_0$  – прогнозное значение цены, вычисленное по уравнению общей модели ряда при  $t = t_0$ ,

$t_{1-\alpha;n-m}$  – значение  $t$ -критерия Стьюдента при уровне значимости  $\alpha$  и числе степеней свободы  $k = n - m$  [16].

В таблицах 3.8 - 3.11 определены доверительные интервалы для прогнозных значений цены на картофель в городе Благовещенске, фактическое и прогнозное значение цены, а также абсолютное отклонение прогнозной цены от фактической.

Таблица 3.8 – Прогноз цены на январь 2019 года

	$y$ (фактическое значение цены)	$y^*$ (прогнозное значение цены)	$s_y$	$\Delta$	доверительный интервал	Отклонение $y$ от $y^*$
полином	29.56	25.7820	3.9680	8.3329	[17.4492; 34.1149]	3.778
общая модель	29.56	26.4925	3.1902	7.2099	[19.2826; 33.7024]	3.0675

Таблица 3.9 – Прогноз цены на февраль 2019 года

	$y$ (фактическое значение цены)	$y^*$ (прогнозное значение цены)	$s_y$	$\Delta$	доверительный интервал	Отклонение $y$ от $y^*$
полином	30.35	26.8923	4.0059	8.4125	[18.4749; 35.3048]	3.4577
общая модель	30.35	25.0512	3.2270	7.2778	[17.7724; 32.33]	5.2988

Таблица 3.10 – Прогноз цены на март 2019 года

	$y$ (фактическое значение цены)	$y^*$ (прогнозное значение цены)	$s_y$	$\Delta$	доверительный интервал	Отклонение $y$ от $y^*$
полином	31.04	31.1362	4.0464	8.4974	[22.6388; 39.6366]	-0.0962
общая модель	31.04	28.2573	3.2532	7.3523	[20.9051; 35.6096]	2.7827

Таблица 3.11 – Прогноз цены на апрель 2019 года

	$y$ (фактическое значение цены)	$y^*$ (прогнозное значение цены)	$s_y$	$\Delta$	доверительный интервал	Отклонение $y$ от $y^*$
полином	21.84	39.9271	4.0892	8.5874	[31.3397; 48.5145]	-18.0871
общая модель	21.84	38.4712	3.2877	7.4302	[31.0410; 45.9013]	-16.6312

Таблица 3.12 – Прогноз цены на май 2019 года

	$y$ (фактическое значение цены)	$y^*$ (прогнозное значение цены)	$s_y$	$\Delta$	доверительный интервал	Отклонение $y$ от $y^*$
полином	30.41	54.9594	4.1345	8.6824	[46.2769; 63.6418]	-24.5494
общая модель	30.41	55.7545	3.3241	7.5124	[48.2421; 63.2668]	-25.3445

На втором этапе исследования осуществлялось прогнозирование цен на картофель на основе в городе Благовещенске построенных общих моделей тренда. При описании общих моделей тренда выявлены характерные закономерности в отношении регулярной и случайной составляющей. Наиболее приемлемым является полином пятой степени. Точность сезонной компоненты динамического ряда с использованием ряда Фурье характеризуется четвертой гармоникой указанного ряда.

Не смотря на высокое качество построенных моделей ряда прогноз цен на январь, февраль, март, апрель и май 2019 года на картофель в городе Благовещенске показал, что прогнозные цены имеют отклонение от фактически сложившихся в указанный период.

Из найденных значений можно сделать вывод, что общая модель не учитывает все факторы влияющие на ценообразование продукции. Однако анализ пяти месяцев показал, что прогнозные цены попадают в интервал отклонений построенные модели могут использоваться для составления прогнозов экономического развития области.

## 4 МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЦЕН НА СОЮ

Данная глава также написана на основе изученных теоретических сведений и выбранной наиболее подходящей модели.

В целях изучения зависимости цены на сою от фактора времени необходимо решить задачи, приведенные в главе 3. Основной код вычислительной программы приведен в приложении А.

### 4.1 Определение трендовой составляющей

Данные цен на сою взяты из официального источника на сайте статистики [20].

На первом этапе исследования изучалась зависимость цены на сою в Амурской области в период с 2013 по 2018 года включительно, для них рассчитаны и построены возможные модели тренда, представленные на рисунке 10.

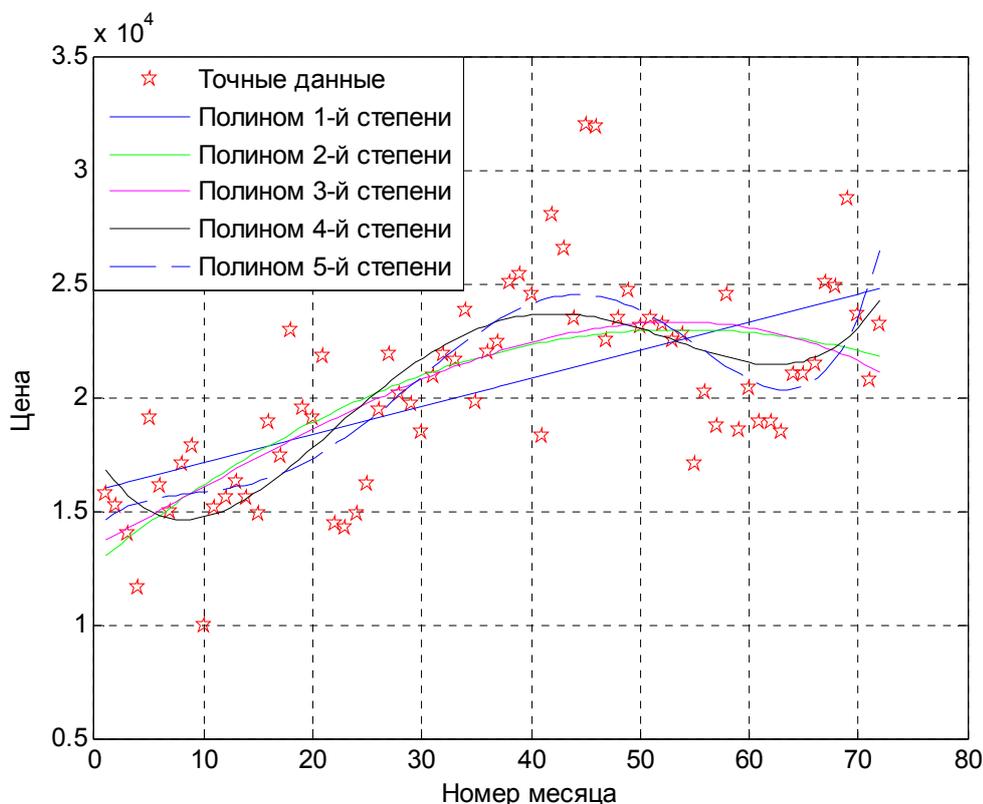


Рисунок 10 – Модели тренда

Были проведены исследования (согласно пп. 1 п. 2.3) на случайность

остатков ряда  $E_t = Y_t - U_t$  после вычитания тренда, которые выявили, что для каждого из полиномов первой, второй, третьей, четвертой и пятой степени ряды остатков являются случайными. Следовательно, можно использовать данный период для дальнейшего исследования и прогнозирования.

В результате были получены расчеты возможных моделей тренда для выбранного периода. Реализация метода наименьших квадратов приведена в приложении Б.

- полином первой степени

$$U_{t,1} = 123.5177 \cdot t + 1.5864 \cdot 10^4;$$

- полином второй степени

$$U_{t,2} = -3.5640 \cdot t^2 + 383.6861 \cdot t + 1.2656 \cdot 10^4;$$

- полином третьей степени

$$U_{t,3} = -0.0394 \cdot t^3 - 0.7485 \cdot t^2 + 256.8908 \cdot t + 1.3453 \cdot 10^4;$$

- полином четвертой степени

$$U_{t,4} = 0.0093 \cdot t^4 - 1.4013 \cdot t^3 + 64.9584 \cdot t^2 - 801.6837 \cdot t + 1.7557 \cdot 10^4;$$

- полином пятой степени

$$U_{t,5} = 3.5569 \cdot 10^4 \cdot t^5 - 0.0556 \cdot t^4 + 2.8259 \cdot t^3 - 51.9943 \cdot t^2 + \\ + 452.3505 \cdot t + 1.4210 \cdot 10^4.$$

## 4.2 Оценка построенных моделей тренда

Рассчитанные значения средней квадратической ошибки и суммы квадратов отклонений для каждого вида полинома приведены в таблицах 4.1 и 4.2.

Таблица 4.1 – Средняя квадратическая ошибка для полиномов

Полином	1-й степени	2-й степени	3-й степени	4-й степени	5-й степени
$S$	$3.4714 \cdot 10^3$	$3.2013 \cdot 10^3$	$3.2121 \cdot 10^3$	$2.9915 \cdot 10^3$	$2.8901 \cdot 10^3$

Таблица 4.2 – Сумма квадратов отклонений

Полином	1-й степени	2-й степени	3-й степени	4-й степени	5-й степени
$\delta$	$8.4354 \cdot 10^8$	$7.0714 \cdot 10^8$	$7.0159 \cdot 10^8$	$5.9959 \cdot 10^8$	$5.5129 \cdot 10^8$

Из анализа таблиц 4.1 и 4.2 видно, что сумма квадратов отклонений наименьшая для полинома пятой степени и средняя квадратическая ошибка для полинома четвертой степени. Проверка на случайность остатков приведена в приложение В.

Осуществим проверку соответствия остатков ряда нормальному закону согласно п. 2 п. 2.3, реализация которого приведена в приложении Г. Данная проверка была проведена для полинома четвертой и пятой степени. Были рассчитаны значения следующих величин:

$$\bar{A} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^3}{\left(\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^2}\right)^3} = 0.5762, \quad \bar{E} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^4}{\left(\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^2}\right)^4} = 0.6502,$$

$$\zeta_{\bar{A}} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}} = 0.2770, \quad \zeta_{\bar{E}} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}} = 0.5208.$$

Ряд остатков можно считать нераспределенным приблизительно по нормальному закону, так как неравенства выполняются неверно

$$|\bar{A}| = |0.5762| > 1.5\zeta_{\bar{A}} = 1.5 \cdot 0.2770 = 0.4155 \text{ и}$$

$$\left|\bar{E} + \frac{6}{n+1}\right| = \left|0.6502 + \frac{6}{24+1}\right| = |0.8902| > 1.5\zeta_{\bar{E}} = 1.5 \cdot 0.5208 = 0.7812.$$

$$\bar{A} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^3}{\left(\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^2}\right)^3} = 0.4288, \quad \bar{E} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^4}{\left(\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E_t^2}\right)^4} = 0.5727,$$

$$\zeta_{\bar{A}} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}} = 0.2770, \quad \zeta_{\bar{E}} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}} = 0.5208.$$

Ряд остатков можно считать распределенным приблизительно по нормальному закону, так как выполняются следующие неравенства:

$$|\bar{A}| = |0.4288| < 1.5\zeta_{\bar{A}} = 1.5 \cdot 0.2770 = 0.4155 \text{ и}$$

$$\left|\bar{E} + \frac{6}{n+1}\right| = \left|0.5727 + \frac{6}{24+1}\right| = |0.8127| < 1.5\zeta_{\bar{E}} = 1.5 \cdot 0.5208 = 0.7812,$$

Кроме того, сумма остатков для полинома пятой степени приближена к

нулю (принимает значение  $-2.1007 \cdot 10^{-5}$ ). На рисунке 11 изображен ряд остатков для полинома пятой степени

$$(E_t = Y_t - U_{t,5}).$$

Осуществим проверку точности модели в приложении Е, которая включает в себя нахождение стандартной ошибки, коэффициент сходимости, коэффициент детерминации, коэффициент корреляции, среднюю ошибку аппроксимации (для полинома первой степени – таблица 4.3, для полинома второй степени – таблица 4.4, для полинома третьей степени – таблица 4.5, для полинома четвертой степени – таблица 4.6, для полинома пятой степени – таблица 4.7).

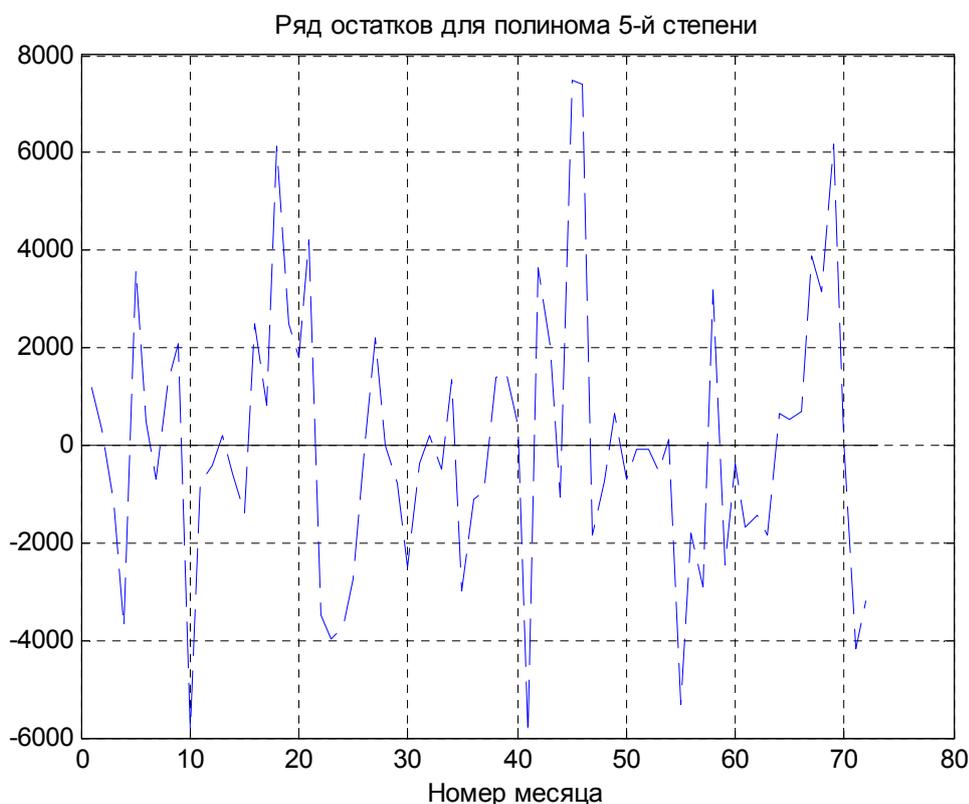


Рисунок 11 – Ряд остатков для полинома 5-й степени

Таблица 4.3 – Расчет коэффициентов для проверки точности полинома первой степени

$\zeta_E$	$\phi^2$	$D$	$R$	$ \bar{e} $
$3.4714 \cdot 10^3$	0.6400	0.3600	0.6000	13.6001

Таблица 4.4 – Расчет коэффициентов для проверки точности полинома второй степени

$\zeta_E$	$\phi^2$	$D$	$R$	$ \bar{e} $
$3.1784 \cdot 10^3$	0.5365	0.4635	0.6808	12.2643

Таблица 4.5 – Расчет коэффициентов для проверки точности полинома третьей степени

$\zeta_E$	$\phi^2$	$D$	$R$	$ \bar{e} $
$3.1659 \cdot 10^3$	0.5323	0.4677	0.6839	12.1126

Таблица 4.6 – Расчет коэффициентов для проверки точности полинома четвертой степени

$\zeta_E$	$\phi^2$	$D$	$R$	$ \bar{e} $
$2.9267 \cdot 10^3$	0.4549	0.5451	0.7383	11.2761

Таблица 4.7 – Расчет коэффициентов для проверки точности полинома пятой степени

$\zeta_E$	$\phi^2$	$D$	$R$	$ \bar{e} $
$2.8063 \cdot 10^3$	0.4183	0.5817	0.7627	10.5751

Для полинома пятой степени величины  $\zeta_E, \phi^2, |\bar{e}|$  имеют минимальное значение, показатели  $D$  и  $R$  – максимальное, тем самым, этот еще раз подтверждает вывод, что модель для полинома пятой степени является более точной, реализация указана в приложении Е.

### 4.3 Определение сезонной компоненты

Для нахождения сезонной составляющей использовался ряд Фурье в качестве аналитической модели сезонности (согласно методике, описанной в п. 2.4). В целях построения общей модели ряда необходимо найти гармоники

для ряда остатков полинома пятой степени. И с помощью ППП MATLAB рассчитать коэффициенты для четырех гармоник и построить графики, представленный на рисунке 12. Это позволит учесть в общей модели ряда фактор случайной компоненты.

Наиболее точной аналитической моделью будет считаться аналитическое выражение циклической (сезонной) составляющей для четвертой гармоники.

С помощью пакета прикладных программ MATLAB рассчитаем параметры  $a_k, b_k$  для гармоник ряда Фурье, построение гармоник Фурье приведено в приложении Ж.

$$YF1 = -2.9176 \cdot 10^{-7} - 1.1314 \cdot 10^3 \cdot \cos(z) + 23.7610 \cdot \sin(z),$$

$$YF2 = -2.9176 \cdot 10^{-7} - 1.1314 \cdot 10^3 \cdot \cos(z) + 23.7610 \cdot \sin(z) - 43.1060 \cdot \cos(2z) + 908.1392 \cdot \sin(2z),$$

$$YF3 = -2.9176 \cdot 10^{-7} - 1.1314 \cdot 10^3 \cdot \cos(z) + 23.7610 \cdot \sin(z) - 43.1060 \cdot \cos(2z) + 908.1392 \cdot \sin(2z) + 718.4959 \cdot \cos(3z) + 458.9063 \cdot \sin(3z),$$

$$YF4 = -2.9176 \cdot 10^{-7} - 1.1314 \cdot 10^3 \cdot \cos(z) + 23.7610 \cdot \sin(z) - 43.1060 \cdot \cos(2z) + 908.1392 \cdot \sin(2z) + 718.4959 \cdot \cos(3z) + 458.9063 \cdot \sin(3z) + 45.1209 \cdot \cos(4z) - 737.8775 \cdot \sin(4z).$$

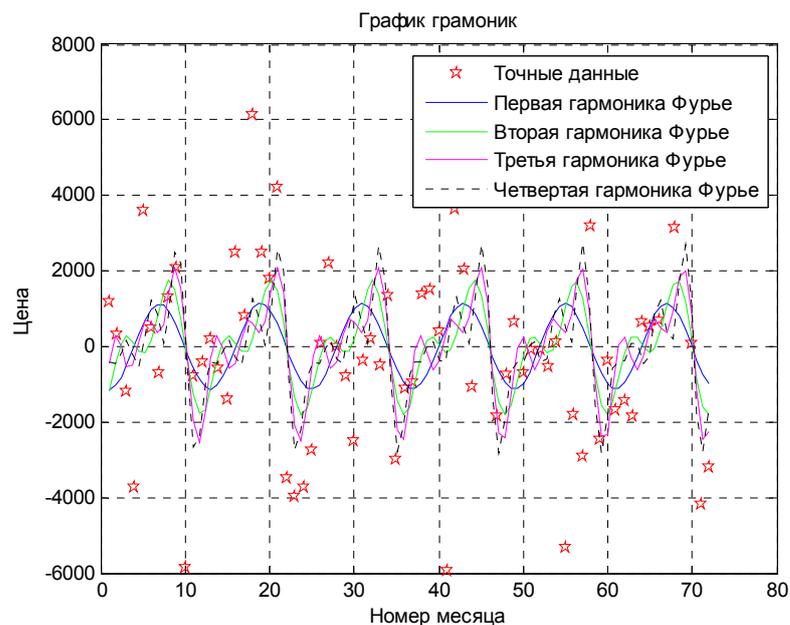


Рисунок 12 – График гармоник Фурье для остатков ряда

#### 4.4 Построение общей модели ряда и прогнозирование на основе построенной модели

Составим общую модель ряда посредством сложения полинома пятой степени и четвертой гармоники Фурье для ряда остатков и построим график общей модели, представленный на рисунке 13:

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_t = U_{t,5} + YF4_t = & 3.5569 \cdot 10^4 \cdot t^5 - 0.0556 \cdot t^4 + 2.8259 \cdot t^3 - 51.9943 \cdot t^2 + \\ & + 452.3505 \cdot t + 1.4210 \cdot 10^4 - 2.9176 \cdot 10^{-7} - 1.1314 \cdot 10^3 \cdot \cos(z) + \\ & + 23.7610 \cdot \sin(z) - 43.1060 \cdot \cos(2z) + 908.1392 \cdot \sin(2z) + \\ & + 718.4959 \cdot \cos(3z) + 458.9063 \cdot \sin(3z) + 45.1209 \cdot \cos(4z) - 737.8775 \cdot \sin(4z). \end{aligned}$$

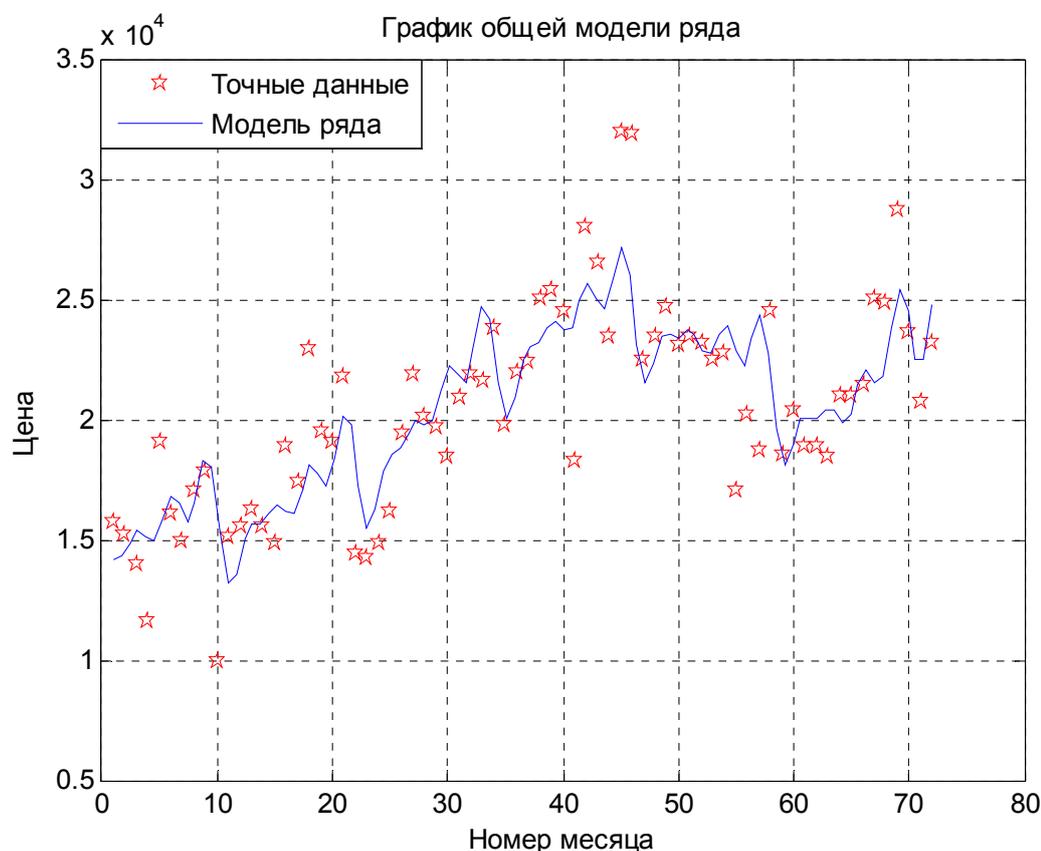


Рисунок 13 – График общей модели ряда

Далее в целях изучения качества модели проверим значимость уравнения модели на основе дисперсионного анализа.

Для проверки значимости уравнения регрессии найдем  $F$ -распределение и сравним его с  $F$ -критерием Фишера-Снедекора

$$Q_R = 7.6671 \cdot 10^8, Q_E = 5.5129 \cdot 10^8, F = 18.3580, F_t = 2.77.$$

Поскольку фактически наблюдаемое значение статистики больше табличного уравнение регрессии значимо на уровне  $\alpha = 0.05$ . Проверка значимости уравнения регрессии приведено в приложении Д.

На основе построенной общей модели ряда спрогнозируем цену на сою на январь, февраль, март, апрель 2019 года, проведем оценку точности прогноза полученных результатов.

Прогнозирование цены будем осуществлять в двух вариантах: с учетом и без учета сезонной компоненты. В обоих случаях оценим погрешность отклонения прогнозируемой цены от фактически сложившейся в январе-апреле 2019 года.

Для интервальной оценки функции регрессии и ее параметров будем использовать доверительный интервал для индивидуальных значений зависимой переменной с учетом рассеяния вокруг линии регрессии.

В таблицах 4.8-4.11 определены доверительные интервалы для прогнозных значений цены на сою, фактическое и прогнозное значение цены, а также абсолютное отклонение прогнозной цены от фактической.

Таблица 4.8 – Прогноз цены на январь 2019 года

	$y$ (фактическое значение цены)	$y^*$ (прогнозное значение цены)	$s_y$	$\Delta$	доверительный интервал	Отклонение $y$ от $y^*$
полином	$2.2798 \cdot 10^4$	$2.8324 \cdot 10^4$	$2.9720 \cdot 10^3$	$6.2390 \cdot 10^3$	$10^4 \cdot [2.2085; 3.4563]$	$-0.5526 \cdot 10^4$
общая модель	$2.2798 \cdot 10^4$	$2.7913 \cdot 10^4$	$2.8221 \cdot 10^3$	$6.3779 \cdot 10^3$	$10^4 \cdot [2.1835; 3.4291]$	$-0.5115 \cdot 10^4$

Таблица 4.9 – Прогноз цены на февраль 2019 года

	$y$ (фактическое значение цены)	$y^*$ (прогнозное значение цены)	$s_y$	$\Delta$	доверительный интервал	Отклонение $y$ от $y^*$
полином	$2.3571 \cdot 10^4$	$2.0552 \cdot 10^4$	$2.9743 \cdot 10^3$	$6.2461 \cdot 10^3$	$10^4 \cdot [2.4306; 3.6798]$	$0.3019 \cdot 10^4$
общая модель	$2.3571 \cdot 10^4$	$3.0147 \cdot 10^4$	$2.8253 \cdot 10^3$	$6.3853 \cdot 10^3$	$10^4 \cdot [2.3761; 3.6532]$	$-0.6576 \cdot 10^4$

Таблица 4.10 – Прогноз цены на март 2019 года

	$y$ (фактическое значение цены)	$y^*$ (прогнозное значение цены)	$s_y$	$\Delta$	доверительный интервал	Отклонение $y$ от $y^*$
полином	$2.1949 \cdot 10^4$	$3.3163 \cdot 10^4$	$2.9777 \cdot 10^3$	$6.2533 \cdot 10^3$	$10^4 \cdot [2.6908; 3.9415]$	$-1.1214 \cdot 10^4$
общая модель	$2.1949 \cdot 10^4$	$3.3322 \cdot 10^4$	$2.8285 \cdot 10^3$	$6.3924 \cdot 10^3$	$10^4 \cdot [2.6930; 3.9715]$	$-1.1373 \cdot 10^4$

Таблица 4.11 – Прогноз цены на апрель 2019 года

	$y$ (фактическое значение цены)	$y^*$ (прогнозное значение цены)	$s_y$	$\Delta$	доверительный интервал	Отклонение $y$ от $y^*$
полином	$2.3902 \cdot 10^4$	$3.6187 \cdot 10^4$	$2.9813 \cdot 10^3$	$6.2606 \cdot 10^3$	$10^4 \cdot [2.9927; 4.2448]$	$-1.2285 \cdot 10^4$
общая модель	$2.3902 \cdot 10^4$	$3.5840 \cdot 10^4$	$2.8319 \cdot 10^3$	$6.4000 \cdot 10^3$	$10^4 \cdot [2.9440; 4.2240]$	$-1.1938 \cdot 10^4$

Таблица 4.12 – Прогноз цены на май 2019 года

	$y$ (фактическое значение цены)	$y^*$ (прогнозное значение цены)	$s_y$	$\Delta$	доверительный интервал	Отклонение $y$ от $y^*$
полином	$2.4096 \cdot 10^4$	$3.9668 \cdot 10^4$	$2.9849 \cdot 10^3$	$6.2682 \cdot 10^3$	$10^4 \cdot [3.3400; 4.5936]$	$-1.5572 \cdot 10^4$
общая модель	$2.4096 \cdot 10^4$	$3.9546 \cdot 10^4$	$2.8353 \cdot 10^3$	$6.4077 \cdot 10^3$	$10^4 \cdot [3.3139; 4.5954]$	$-1.545 \cdot 10^4$

Также второй этап исследования включал в себя осуществление прогнозирования цен на сою на основе построенных общих моделей тренда. При описании общих моделей тренда выявлены характерные закономерности в отношении регулярной и случайной составляющей. Наиболее приемлемым является полином пятой степени. А точность сезонной компоненты динамического ряда с использованием ряда Фурье характеризуется четвертой гармоникой указанного ряда.

Не смотря на высокое качество построенных моделей ряда прогноз цен на январь, февраль, март, апрель и май 2019 года на сою в Амурской области показал, что прогнозные цены имеют отклонение от фактически сложившихся в указанный период.

Из найденных значений можно сделать вывод, что общая модель не учитывает все факторы влияющие на ценообразование продукции. Однако анализ пяти месяцев показал, что прогнозные цены попадают в интервал отклонений построенные модели могут использоваться для составления прогнозов экономического развития области.

## 5 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МАГИСТЕРСКОЙ ДИССЕРТАЦИИ В ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Помимо практической значимости работа имеет также методико-педагогическое значение, поскольку осуществлена разработка лабораторных работ.

Результаты магистерской диссертации могут быть использованы в образовательном процессе при изучении дисциплин «Экономико-математические методы и модели», «Численные методы», «Теория вероятности и математическая статистика» (направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика).

Ниже предлагаются задания для проведения лабораторных работ.

### 5.1 Лабораторная работа № 1

Цель: Определение трендовой составляющей динамического ряда и оценка построенных моделей тренда.

Порядок выполнения лабораторной работы в ППП MATLAB:

- 1) Создать файл формата .txt для внесения статистических данных динамического ряда.
- 2) Создать файл solve.m для последующего использования в выполнении лабораторных работ № 1-3.
- 3) В файле solve.m в кодированном виде описать функции для полиномов 1-5 степени.
- 4) Создать файлы mnk1.m, mnk2.m, mnk3.m, mnk4.m, mnk5.m для расчетов коэффициентов полиномов 1-5 степени.
- 5) В файле solve.m с помощью команды plot построить графики функций.
- 6) Для полученных полиномов вычислить следующие характеристики: сумма квадратов отклонений, средняя квадратическая ошибка, сумма остатков.
- 7) Совершить проверку на случайность, проверку соответствия распределения остатков по нормальному закону, проверку адекватности модели.

8) Для наиболее подходящего полинома провести проверку значимости уравнения регрессии.

Задание:

С помощью методов наименьших квадратов и используя ППП MATLAB определить трендовую составляющую динамического ряда цен на сельхозпродукцию и провести оценку моделей тренда.

Таблица 5.1 – Вариант 1. Цены на огурцы 2013-2014 года

	2013	2014
январь	153,24	177,26
февраль	218,06	153,38
март	136,75	122,5
апрель	95,17	108,47
май	80,61	114,18
июнь	62,2	106,66
июль	59,89	63,1
август	68,27	37,87
сентябрь	87,43	50,29
октябрь	116,54	115,21
ноябрь	128,56	117,42
декабрь	170,18	194,25

Таблица 5.2 – Вариант 2. Цены на огурцы 2015-2016 года

	2015	2016
январь	175,13	173,19
февраль	205,18	200,76
март	132,79	187,03
апрель	98,96	151,2
май	96,97	128,88
июнь	79,7	110,9
июль	61,66	85,5
август	45,47	82,03
сентябрь	88,3	108,21
октябрь	112,36	118,33
ноябрь	151,36	137,7
декабрь	182,62	154,36

Таблица 5.3 – Вариант 4. Цены на капусту 2013-2014 года

	2013	2014
1	2	3
январь	25,06	35,42

## Продолжение таблицы 5.3

1	2	3
февраль	26,34	37,64
март	29,39	38,37
апрель	34,74	37,71
май	38,68	37,54
июнь	37,21	36,62
июль	32,91	31,65
август	33,6	23,58
сентябрь	31,67	22,96
октябрь	29,99	21,61
ноябрь	30,14	22,27
декабрь	34,45	26,6

Таблица 5.4 – Вариант 4. Цены на капусту 2015-2016 года

	2015	2016
январь	34,71	39,2
февраль	47,94	46,98
март	57,51	51,22
апрель	52,1	59,76
май	51,34	59,52
июнь	52,99	41,26
июль	54,74	30,33
август	42,09	27,03
сентябрь	33,65	24,64
октябрь	30,88	23,57
ноябрь	35,4	24,67
декабрь	37,9	25,53

Таблица 5.5 – Вариант 5. Цены на лук 2013-2014 года

	2013	2014
январь	34,69	34,55
февраль	35,46	35,09
март	35,3	35,91
апрель	35,99	37,07
май	45,26	38,14
июнь	40,41	36,88
июль	35,97	33,17
август	36,37	31,4
сентябрь	34,52	30,69
октябрь	34,03	32,21
ноябрь	33,78	34,07
декабрь	34	38,61

Таблица 5.6 – Вариант 6. Цены на лук 2015-2016 года

	2015	2016
январь	44,4	35,15
февраль	47	34,72
март	46,94	33,25
апрель	44,02	32,65
май	46,91	39,43
июнь	43,22	40,73
июль	42,31	41,47
август	44,04	40,36
сентябрь	43,63	35,91
октябрь	39,75	33,78
ноябрь	38,43	32,22
декабрь	35,77	31,25

Таблица 5.7 – Вариант 7. Цены на помидоры 2013-2014 года

	2013	2014
январь	114	139,83
февраль	119,03	140,84
март	125,16	155,79
апрель	129,77	154,33
май	124,1	133,2
июнь	110,23	113,41
июль	93,24	99,75
август	91,21	69,38
сентябрь	94,07	65,42
октябрь	100,45	99,12
ноябрь	122,02	125,53
декабрь	135,66	140,79

Таблица 5.8 – Вариант 8. Цены на помидоры 2015-2016 года

	2015	2016
январь	152,94	182,9
февраль	178,92	205,07
март	186,37	204,16
апрель	170,08	189,45
май	156,64	167,69
июнь	134,24	128,7
июль	97,78	102,56
август	84,79	94,82
сентябрь	90,1	110,59
октябрь	124,3	146,82
ноябрь	147,09	155,04
декабрь	160,48	149,41

Таблица 5.9 – Вариант 9. Цены на морковь 2013-2014 года

	2013	2014
январь	47,61	54,51
февраль	48,14	55,37
март	49,38	55,38
апрель	49,23	54,04
май	49,75	52,17
июнь	50,48	49,95
июль	48,92	48,64
август	50,59	43,81
сентябрь	51,36	40,15
октябрь	49,6	40,52
ноябрь	48,57	40,77
декабрь	52,84	46,6

Таблица 5.10 – Вариант 10. Цены на морковь 2015-2016 года

	2015	2016
январь	54,74	60,41
февраль	57,05	63,49
март	59,82	71,7
апрель	57,77	78,56
май	56,83	79,63
июнь	55,21	71,13
июль	56,42	57,98
август	57,61	53,66
сентябрь	58,78	48,63
октябрь	59,67	47,49
ноябрь	59,04	49,1
декабрь	59,94	52,52

Отчет по лабораторной работе:

- 1) Запишите полученные уравнения линии тренда
- 2) Приведите графики полученных полиномов.
- 3) Обоснуйте выбор конкретного типа функции, который наиболее точно описывает динамический ряд
- 4) Выбрать подходящую модель для дальнейшего исследования

**5.2 Лабораторная работа № 2**

Цель: Определение сезонной компоненты

Порядок выполнения лабораторной работы в ППП MATLAB:

1) На основе исходных данных вариантов лабораторной работы № 1 в файле solve.m в кодированном виде описать уравнение четырех гармоник ряда Фурье.

2) Создать файлы season1.m, season2.m, season3.m, season4.m для расчетов коэффициентов уравнений гармоник ряда Фурье.

3) Посчитать гармоники Фурье для ряда остатков уравнения, выбранного в качестве модели в лабораторной работе № 1.

4) Построить график гармоник Фурье для ряда остатков.

Задание:

Определить сезонную компоненту динамического ряда цен на сельхозпродукцию.

Отчет по лабораторной работе:

1) Запишите полученные уравнения гармоник ряда Фурье.

2) Приведите графики уравнений гармоник ряда Фурье для ряда остатков.

3) Обоснуйте выбор конкретного уравнения для его включения в общую модель динамического ряда.

### **Лабораторная работа № 3**

Цель: Построение общей модели ряда и прогнозирование на основе построенной модели.

Порядок выполнения лабораторной работы в ППП MATLAB:

1) На основе полученных данных вариантов лабораторной работы № 1 и № 2 в файле solve.m в кодированном виде описать уравнение общей модели ряда.

2) Построить график общей модели ряда.

3) Для прогноза создайте файл формата .txt и внесите точные данные прогнозируемого периода для дальнейшего сравнения.

4) Проверить значимость общей модели на основе дисперсионного анализа.

5) Найти доверительный интервал для прогнозируемых значений

6) Осуществить прогноз с учетом сезонной компоненты.

Задание:

Построить общую модель динамического ряда и осуществить прогноз с учетом сезонной компоненты на следующий год после данных указанных в соответствующем варианте лабораторной работы № 1. Точные данные цен на прогнозируемый год приведены ниже.

Таблица 5.11 – Вариант 1. Цены на огурцы 2015 года

	2015
январь	175,13
февраль	205,18
март	132,79
апрель	98,96
май	96,97
июнь	79,7
июль	61,66
август	45,47
сентябрь	88,3
октябрь	112,36
ноябрь	151,36
декабрь	182,62

Таблица 5.12 – Вариант 2. Цены на огурцы 2017 года

	2015
январь	209,28
февраль	183,08
март	161,23
апрель	118,86
май	103,41
июнь	98,08
июль	89,52
август	81,72
сентябрь	101,47
октябрь	143,1
ноябрь	137,7
декабрь	154,36

Таблица 5.13 – Вариант 3. Цены на капусту 2015 года

	2015
1	2
январь	34,71
февраль	47,94
март	57,51

## Продолжение таблицы 5.13

1	2
апрель	52,1
май	51,34
июнь	52,99
июль	54,74
август	42,09
сентябрь	33,65
октябрь	30,88
ноябрь	35,4
декабрь	37,9

Таблица 5.14 – Вариант 4. Цены на капусту 2017 года

	2017
январь	31,49
февраль	32,71
март	35,41
апрель	38,61
май	39,98
июнь	38,64
июль	39,83
август	34,61
сентябрь	28,71
октябрь	25,09
ноябрь	21,76
декабрь	21,88

Таблица 5.15 – Вариант 5. Цены на лук 2015 года

	2015
январь	44,4
февраль	47
март	46,94
апрель	44,02
май	46,91
июнь	43,22
июль	42,31
август	44,04
сентябрь	43,63
октябрь	39,75
ноябрь	38,43
декабрь	35,77

Таблица 5.16 – Вариант 6. Цены на лук 2017 года

	2017
январь	32,65
февраль	34,19
март	36,78
апрель	41,11
май	44,8
июнь	37,39
июль	35,66
август	34,56
сентябрь	34,19
октябрь	34,39
ноябрь	33,64
декабрь	33,66

Таблица 5.17 – Вариант 7. Цены на помидоры 2015 года

	2015
январь	152,94
февраль	178,92
март	186,37
апрель	170,08
май	156,64
июнь	134,24
июль	97,78
август	84,79
сентябрь	90,1
октябрь	124,3
ноябрь	147,09
декабрь	160,48

Таблица 5.18 – Вариант 8. Цены на помидоры 2017 года

	2017
январь	165,77
февраль	164,96
март	165,41
апрель	158,64
май	140,12
июнь	119,92
июль	104,26
август	99,11
сентябрь	108,47
октябрь	115,31
ноябрь	158,82
декабрь	146,67

Таблица 5.19 – Вариант 9. Цены на морковь 2015 года

	2015
январь	54,74
февраль	57,05
март	59,82
апрель	57,77
май	56,83
июнь	55,21
июль	56,42
август	57,61
сентябрь	58,78
октябрь	59,67
ноябрь	59,04
декабрь	59,94

Таблица 5.20 – Вариант 10. Цены на морковь 2017 года

	2017
январь	52,94
февраль	52,8
март	51,39
апрель	51,35
май	52,38
июнь	50,4
июль	49,63
август	49,97
сентябрь	48,8
октябрь	49,32
ноябрь	47,59
декабрь	47,59

Отчет по лабораторной работе:

- 1) Запишите общую модель ряда.
- 2) Приведите график общей модели ряда.
- 3) Опишите результаты полученных прогнозных данных и сделайте вывод.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате написания магистерской диссертации выполнена и поставленные к ней задачи.

На первом этапе подготовки магистерской диссертации осуществлено изучение теоретических основ: обзор методов, применяемых при построении моделей анализа и прогнозирования статистических данных, проведен анализ предметной области, который включает в себя описание моделирования динамики рядов, описаны аналитические методы исследования регулярной компоненты динамического ряда, нахождение случайной и сезонной компонент временного ряда, а также построение общей модели данного ряда. Изучение научной литературы и различных подходов к анализу динамических рядов позволило выбрать способ решения задачи по исследованию ценообразования сельскохозяйственной продукции области. Наиболее приемлемым способом решения поставленной задачи стал метод наименьших квадратов.

На втором этапе исследования осуществлялось прогнозирование цен на сельхозпродукцию (картофель и соя) на основе построенных общих моделей тренда. При описании общих моделей тренда выявлены характерные закономерности в отношении регулярной и случайной составляющей для обоих видов сельхозпродукции: наиболее приемлемым является полином пятой степени; точность сезонной компоненты динамического ряда с использованием ряда Фурье характеризуется четвертой гармоникой указанного ряда.

Не смотря на высокое качество построенных моделей ряда прогноз цен на январь, февраль, март, апрель и май 2019 года на картофель в городе Благовещенске и на сою в Амурской области показал, что прогнозные цены имеют отклонение от фактически сложившихся в указанный период. Таким образом общая модель не учитывает все факторы влияющие на ценообразование продукции. Однако учитывая, что прогнозные цены попадают в интервал отклонений построенные модели могут использоваться для составления прогнозов экономического развития области.

Помимо практической значимости работа имеет также методико-педагогическое значение, поскольку осуществлена разработка лабораторных работ, которые могут использоваться при изучении дисциплин «Экономико-математические методы и модели», «Численные методы», «Теория вероятности и математическая статистика» (направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика).

При выполнении работы получены практические навыки работы в ППП MATLAB.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1 Armstrong, J.S. Forecasting for Marketing. Quantitative Methods in Marketing. / J.S. Armstrong – London: International Thompson Business Press, 1999. – 119 p.
- 2 Jingfei, Y. M. Sc. Power System Short-term Load Forecasting: Thesis for Ph.d / Y.M. Sc. Jingfei; Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universitat. – Germany, Darmstadt, 17.02.2006. - 133 p.
- 3 Амос, Г. MATLAB. Теория и практика [Электронный ресурс] / Г. Амос; пер. с англ. Н.К. Смоленцев. – Электрон. дан. – Москва: ДМК Пресс, 2016. – 416 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/82814>.
- 4 Амосов, А.А. Вычислительные методы [Электронный ресурс]: учебное пособие / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2014. – 672 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42190>.
- 5 Ануфриев, И.Е. MATLAB 7 / И.Е. Ануфриев, И.Е. Смирнов, Е.Н. Смирнова. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 1104 с.
- 6 Арженовский, С.В. Статистические методы прогнозирования: Учебное пособие / С.В. Арженовский, И.Н. Молчанов. – Ростов н/Д: Рост. гос. экон. Унив, 2001. – 74 с.
- 7 Богданов, С.И. Экономико-математическое моделирование ценообразования на тепличную овощную продукцию / С.И. Богданов, В.А. Титова, А.С. Богданов // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: Наука и высшее профессиональное образование. – 2013. – № 4 (32). – С. 265-271.
- 8 Борисевич, В.И. Прогнозирование и планирование экономики: Учеб. Пособие / В.И. Борисевич, Г.А. Кандаурова, Н.Н. Кандауров. – Мн.: Интерпрессервис, Экоперспектива, 2001. – 380 с.
- 9 Васильев, А.Н. MATLAB. Самоучитель. Практический подход [Электронный ресурс]: самоучитель / А.Н. Васильев. – Электрон. дан. – Санкт-

Петербург: Наука и Техника, 2015. – 448 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/69619>.

10 Волкова, П. А. Статистическая обработка данных в учебно-исследовательских работах / П.А. Волкова, А.Б. Шипунов. – М.: Экопресс, 2008. – 60 с.

11 Воскобойников, Ю. Е. Эконометрика в EXCEL. Часть 2. Анализ временных рядов / Ю.Е. Воскобойников. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2008. – 152 с.

12 Гурвиц, Ю. Б. Моделирование и прогнозирование цен на нефть / Ю.Б. Гурвиц // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. – 2013. – № 1. – С. 94-98.

13 Киреев, В. И. Численные методы в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. – Электрон. дан. – Санкт-Петербург: Лань, 2015. – 448 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/65043>.

14 Кобелев, Н. Б. Основы имитационного моделирования сложных экономических систем / Н.Б. Кобелев. – М.: ДЕЛЮ, 2003. – 336 с.

15 Кобелев, Н. Б. Практика применения экономико-математических методов и моделей: Учебно-практическое пособие / Н.Б. Кобелев. – М.: Издательство «Финстатинформ», 2000. – 248 с.

16 Кремер, Н. Ш. Эконометрика: учебник для вузов/ Н.Ш. Кремер, Б.В. Путко; под ред. Н.Ш. Кремера. – 3-е издание., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 328 с.

17 Ревинская, О. Г. Основы программирования в MatLab: учебное пособие / О.Г. Ревинская. – СПб.: БХВ-Петербург, 2016. – 208 с.

18 Рыков, В. И. Системный анализ: модели и методы принятия решений и поисковой оптимизации. – М.: Издательский дом МИСиС, 2009. – 608 с.

19 Скляр, Ю. С. Эконометрика. Краткий курс: учебное пособие. 2-е изд., испр. / Ю. С. Скляр. – СПб.: ГУАП, 2007. – 140 с.

20 Территориальный орган Федеральной службы государственной ста-

тики по Амурской области// [Федеральная служба государственной статистики]. URL: <http://amurstat.gks.ru/> (дата обращения: 20.02.18).

21 Тихонов, Э. Е. Прогнозирование в условиях рынка / Э.Е. Тихонов. – Невинномысск: СКФУ, 2006. – 221 с.

22 Трофимов, С. Е. Эконометрическое моделирование динамического временного ряда цены на нефть / С.Е. Трофимов // Известия Иркутской государственной экономической академии. – 2015. – Т. 25. – № 6. – С. 990-998.

23 Франциско, О. Ю. Прогнозирование цены сельскохозяйственной продукции экономико-статистическими методами с использованием современных информационных технологий / О.Ю. Франциско, С.И. Турлий, Е.Ю. Турлий // Экономика и предпринимательство. – 2018. – № 1 (90). – С. 954-965.

#### **Список работ, опубликованных по теме диссертационного исследования**

24 Чучуй, Д. Ю. Моделирование динамики процесса ценообразования при производстве товаров / Д.Ю. Чучуй, В.В. Сельвинский // Вестник Амурского государственного университета. – 2018. – Вып. 81: Сер. Естеств. и экон. науки. – С. 8-10.

25 Чучуй, Д. Ю. Моделирование динамики процесса ценообразования при производстве товаров / Д.Ю. Чучуй // В кн.: Материалы XIX региональной научно-практической конференции «Молодежь XXI века: шаг в будущее». – Благовещенск: Изд-во ДальГАУ, 2018. – С. 61-62.

26 Чучуй, Д. Ю. Эконометрическое моделирование цен на сельхозпродукцию в Амурской области // В кн.: Молодежь XXI века: шаг в будущее: материалы XX региональной научно-практической конференции (23 мая 2019 г., Благовещенск): в 3 томах. – Благовещенск: Изд-во Амурского гос. ун-та, 2019. – Т. 3. – С. 183-184.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Основной код вычислительной программы

```
clc
clear
format short
Ydata=load('Potatos2017_2018.txt');
Y=Ydata'
k=size(Y);
n=k(2);
t=1:n;
MY=sum(Y)/n; %среднее значение данных
Mt=sum(t)/n; %среднее значение времени
%для графиков
tt=t(1):((t(n)-t(1))/100):t(n);
p=size(tt);

[a1,b1]=mnk1(t,Y,n);
disp('Коэффициенты полинома первой степени')
a1
b1
Y1=a1*t+b1;
YY1=a1*tt+b1;
disp('-----')
[a2,b2,c2]=mnk2(t,Y,n);
disp('Коэффициенты полинома второй степени')
a2
b2
c2
Y2=a2*t.^2+b2*t+c2;
YY2=a2*tt.^2+b2*tt+c2;
disp('-----')
[a3,b3,c3,d3]=mnk3(t,Y,n);
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
disp('Коэффициенты полинома третьей степени')
a3
b3
c3
d3
Y3=a3*t.^3+b3*t.^2+c3*t+d3;
YY3=a3*tt.^3+b3*tt.^2+c3*tt+d3;
disp('-----')
[a4,b4,c4,d4,e4]=mnk4(t,Y,n);
disp('Коэффициенты полинома четвертой степени')
a4
b4
c4
d4
e4
Y4=a4*t.^4+b4*t.^3+c4*t.^2+d4*t+e4;
YY4=a4*tt.^4+b4*tt.^3+c4*tt.^2+d4*tt+e4;
disp('-----')
[a5,b5,c5,d5,e5, f5]=mnk5(t,Y,n);
disp('Коэффициенты полинома пятой степени')
a5
b5
c5
d5
e5
f5
Y5=a5*t.^5+b5*t.^4+c5*t.^3+d5*t.^2+e5*t+f5;
YY5=a5*tt.^5+b5*tt.^4+c5*tt.^3+d5*tt.^2+e5*tt+f5;

figure(1)
plot(t, Y, 'pr', tt, YY1, 'b', tt, YY2, 'g', tt, YY3, 'm', tt, YY4, 'k', tt, YY5, 'b--')
grid on
xlabel('Номер месяца')
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
ylabel('Цена')
legend('Точные данные', 'Полином 1-й степени', 'Полином 2-й степени', 'Полином 3-й степе-
ни', 'Полином 4-й степени', 'Полином 5-й степени')

disp('-----')
disp('Сумма квадратов отклонений для полинома первой степени')
delta1=sum((Y-Y1).^2)
disp('Сумма квадратов отклонений для полинома второй степени')
delta2=sum((Y-Y2).^2)
disp('Сумма квадратов отклонений для полинома третьей степени')
delta3=sum((Y-Y3).^2)
disp('Сумма квадратов отклонений для полинома четвертой степени')
delta4=sum((Y-Y4).^2)

disp('-----')
disp('Средняя квадратическая ошибка для полинома первой степени')
S1=sqrt(sum((Y-Y1).^2)/(n-1-1))
disp('Средняя квадратическая ошибка для полинома второй степени')
S2=sqrt(sum((Y-Y2).^2)/(n-2-1))
disp('Средняя квадратическая ошибка для полинома третьей степени')
S3=sqrt(sum((Y-Y3).^2)/(n-3-1))
disp('Средняя квадратическая ошибка для полинома четвертой степени')
S4=sqrt(sum((Y-Y4).^2)/(n-4-1))
disp('Средняя квадратическая ошибка для полинома пятой степени')
S5=sqrt(sum((Y-Y5).^2)/(n-5-1))

disp('-----')
disp('Проверка на случайность остатков для полинома первой степени')
test_randomness(Y,Y1,n)
disp('Проверка на случайность остатков для полинома второй степени')
test_randomness(Y,Y2,n)
disp('Проверка на случайность остатков для полинома третьей степени')
test_randomness(Y,Y3,n)
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
disp('Проверка на случайность остатков для полинома четвертой степени')
test_randomness(Y,Y4,n)
disp('Проверка на случайность остатков для полинома пятой степени')
test_randomness(Y,Y5,n)

disp('Проверка соответствия распределения остатков нормальному закону для полинома пя-
той степени')
norm_low(Y,Y5,n)

disp('-----')
disp('Сумма остатков')
sumE=sum(Y-Y5)

disp('Проверка значимости уравнения регрессии для полинома пятой степени')
znach(Y,Y5,n)

figure(2)
plot(t, Y-Y5, 'b--', [0 tt n+1], ones(1, p(2)+2), 'k')
grid on
xlabel('Номер месяца')
title('Ряд остатков для полинома 5-й степени')

disp('-----')
disp('Проверка точности модели для полинома первой степени')
[dzetta_1, fikv_1, abse_1, D_1, R_1]=accuraty_model(Y, Y1, n)
disp('Проверка точности модели для полинома второй степени')
[dzetta_2, fikv_2, abse_2, D_2, R_2]=accuraty_model(Y, Y2, n)
disp('Проверка точности модели для полинома третьей степени')
[dzetta_3, fikv_3, abse_3, D_3, R_3]=accuraty_model(Y, Y3, n)
disp('Проверка точности модели для полинома четвертой степени')
[dzetta_4, fikv_4, abse_4, D_4, R_4]=accuraty_model(Y, Y4, n)
disp('Проверка точности модели для полинома пятой степени')
[dzetta_5, fikv_5, abse_5, D_5, R_5]=accuraty_model(Y, Y5, n)
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
z=(t-1)*pi/6;
```

```
zz=(tt-1)*pi/6;
```

```
disp('-----')
```

```
disp('Первая гармоника Фурье')
```

```
[a10, a11, b11]=season1(Y-Y5, n)
```

```
YF1=a10+a11*cos(z)+b11*sin(z);
```

```
YYF1=a10+a11*cos(zz)+b11*sin(zz);
```

```
disp('-----')
```

```
disp('Вторая гармоника Фурье')
```

```
[a20, a21, b21, a22, b22]=season2(Y-Y5, n)
```

```
YF2=a20+a21*cos(z)+b21*sin(z)+a22*cos(2*z)+b22*sin(2*z);
```

```
YYF2=a20+a21*cos(zz)+b21*sin(zz)+a22*cos(2*zz)+b22*sin(2*zz);
```

```
disp('-----')
```

```
disp('Третья гармоника Фурье')
```

```
[a30, a31, b31, a32, b32, a33, b33]=season3(Y-Y5, n)
```

```
YF3=a30+a31*cos(z)+b31*sin(z)+a32*cos(2*z)+b32*sin(2*z)+a33*cos(3*z)+b33*sin(3*z);
```

```
YYF3=a30+a31*cos(zz)+b31*sin(zz)+a32*cos(2*zz)+b32*sin(2*zz)+a33*cos(3*zz)+b33*sin(3*zz);
```

```
disp('-----')
```

```
disp('Четвертая гармоника Фурье')
```

```
[a40, a41, b41, a42, b42, a43, b43, a44, b44]=season4(Y-Y5, n)
```

```
YF4=a40+a41*cos(z)+b41*sin(z)+a42*cos(2*z)+b42*sin(2*z)+a43*cos(3*z)+b43*sin(3*z)+a44*cos(4*z)+b44*sin(4*z);
```

```
YYF4=a40+a41*cos(zz)+b41*sin(zz)+a42*cos(2*zz)+b42*sin(2*zz)+a43*cos(3*zz)+b43*sin(3*zz)+a44*cos(4*zz)+b44*sin(4*zz);
```

```
figure(3)
```

```
plot(t, Y-Y5, 'pr', tt, YYF1, 'b', tt, YYF2, 'g', tt, YYF3, 'm', tt, YYF4, 'k:')
```

```
grid on
```

```
title('График гармоник')
```

```
xlabel('Номер месяца')
```

```
ylabel('Цена')
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
legend('Точные данные', 'Первая гармоника Фурье', 'Вторая гармоника Фурье', 'Третья гармоника Фурье', 'Четвертая гармоника Фурье')
```

```
grid on
```

```
disp('Общая модель ряда (полином пятой степени и четвертая гармоника')
```

```
ymodel=Y5+YF4;
```

```
yumodel=YY5+YYF4; %сумма тренда и гармоники
```

```
figure(4)
```

```
plot(t, Y, 'pr', tt, yumodel, 'b-')
```

```
title('График общей модели ряда')
```

```
grid on
```

```
xlabel('Номер месяца')
```

```
ylabel('Цена')
```

```
legend('Точные данные', 'Модель ряда')
```

```
t_pr=(n+1):(n+5);
```

```
disp('Прогноз на январь 2019 г. (только полином)')
```

```
k=1;
```

```
Ydata_toch=load('Potatos_01_05_2019.txt');
```

```
Y2019_01=Ydata_toch(k)
```

```
Y_pr(k)=a5*t_pr(k)^5+b5*t_pr(k)^4+c5*t_pr(k)^3+d5*t_pr(k)^2+e5*t_pr(k)+f5;
```

```
Y_pr1=Y_pr(k)
```

```
S_pr=S5*sqrt(1+1/n+(t_pr(k)-Mt)^2/sum((t-Mt).^2))
```

```
t_a_k=2.10
```

```
delta=S_pr*t_a_k
```

```
diapazon=[Y_pr(k)-delta Y_pr(k)+delta]
```

```
disp('Прогноз на февраль 2019 г. (только полином)')
```

```
k=2;
```

```
Ydata_toch=load('Potatos_01_05_2019.txt');
```

```
Y2019_02=Ydata_toch(k)
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
Y_pr(k)=a5*t_pr(k)^5+b5*t_pr(k)^4+c5*t_pr(k)^3+d5*t_pr(k)^2+e5*t_pr(k)+f5;
```

```
Y_pr2=Y_pr(k)
```

```
S_pr=S5*sqrt(1+1/n+(t_pr(k)-Mt)^2/sum((t-Mt).^2))
```

```
t_a_k=2.10
```

```
delta=S_pr*t_a_k
```

```
diapazon=[Y_pr(k)-delta Y_pr(k)+delta]
```

```
disp('Прогноз на март 2019 г. (только полином)')
```

```
k=3;
```

```
Ydata_toch=load('Potatos_01_05_2019.txt');
```

```
Y2019_03=Ydata_toch(k)
```

```
Y_pr(k)=a5*t_pr(k)^5+b5*t_pr(k)^4+c5*t_pr(k)^3+d5*t_pr(k)^2+e5*t_pr(k)+f5;
```

```
Y_pr3=Y_pr(k)
```

```
S_pr=S5*sqrt(1+1/n+(t_pr(k)-Mt)^2/sum((t-Mt).^2))
```

```
t_a_k=2.10
```

```
delta=S_pr*t_a_k
```

```
diapazon=[Y_pr(k)-delta Y_pr(k)+delta]
```

```
disp('Прогноз на апрель 2019 г. (только полином)')
```

```
k=4;
```

```
Ydata_toch=load('Potatos_01_05_2019.txt');
```

```
Y2019_04=Ydata_toch(k)
```

```
Y_pr(k)=a5*t_pr(k)^5+b5*t_pr(k)^4+c5*t_pr(k)^3+d5*t_pr(k)^2+e5*t_pr(k)+f5;
```

```
Y_pr4=Y_pr(k)
```

```
S_pr=S5*sqrt(1+1/n+(t_pr(k)-Mt)^2/sum((t-Mt).^2))
```

```
t_a_k=2.10
```

```
delta=S_pr*t_a_k
```

```
diapazon=[Y_pr(k)-delta Y_pr(k)+delta]
```

```
disp('Прогноз на май 2019 г. (только полином)')
```

```
k=5;
```

```
Ydata_toch=load('Potatos_01_05_2019.txt');
```

```
Y2019_05=Ydata_toch(k)
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
Y_pr(k)=a5*t_pr(k)^5+b5*t_pr(k)^4+c5*t_pr(k)^3+d5*t_pr(k)^2+e5*t_pr(k)+f5;
```

```
Y_pr5=Y_pr(k)
```

```
S_pr=S5*sqrt(1+1/n+(t_pr(k)-Mt)^2/sum((t-Mt).^2))
```

```
t_a_k=2.10
```

```
delta=S_pr*t_a_k
```

```
diapazon=[Y_pr(k)-delta Y_pr(k)+delta]
```

```
z_pr=(t_pr-1)*pi/6;
```

```
disp('Прогноз на январь 2019 г. (полином +гармоника)')
```

```
k=1;
```

```
Ydata_toch=load('Potatos_01_05_2019.txt');
```

```
Y2019_01=Ydata_toch(k)
```

```
Y_pr(k)=(a5*t_pr(k)^5+b5*t_pr(k)^4+c5*t_pr(k)^3+d5*t_pr(k)^2+e5*t_pr(k)+f5)+(a40+a41*cos(z_pr(k))+b41*sin(z_pr(k))+a42*cos(2*z_pr(k))+b42*sin(2*z_pr(k))+a43*cos(3*z_pr(k))+b43*sin(3*z_pr(k))+a44*cos(4*z_pr(k))+b44*sin(4*z_pr(k)));
```

```
Y_pr1=Y_pr(k)
```

```
S=sqrt(sum((Y-ymodel).^2)/(n-15))
```

```
S_pr=S*sqrt(1+1/n+(t_pr(k)-Mt)^2/sum((t-Mt).^2))
```

```
t_a_k=2.26
```

```
delta=S_pr*t_a_k
```

```
diapazon=[Y_pr(k)-delta Y_pr(k)+delta]
```

```
disp('Прогноз на февраль 2019 г. (полином +гармоника)')
```

```
k=2;
```

```
Ydata_toch=load('Potatos_01_05_2019.txt');
```

```
Y2019_02=Ydata_toch(k)
```

```
Y_pr(k)=(a5*t_pr(k)^5+b5*t_pr(k)^4+c5*t_pr(k)^3+d5*t_pr(k)^2+e5*t_pr(k)+f5)+(a40+a41*cos(z_pr(k))+b41*sin(z_pr(k))+a42*cos(2*z_pr(k))+b42*sin(2*z_pr(k))+a43*cos(3*z_pr(k))+b43*sin(3*z_pr(k))+a44*cos(4*z_pr(k))+b44*sin(4*z_pr(k)));
```

```
Y_pr2=Y_pr(k)
```

```
S=sqrt(sum((Y-ymodel).^2)/(n-15))
```

```
S_pr=S*sqrt(1+1/n+(t_pr(k)-Mt)^2/sum((t-Mt).^2))
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
t_a_k=2.26
delta=S_pr*t_a_k
diapazon=[Y_pr(k)-delta Y_pr(k)+delta]

disp('Прогноз на март 2019 г. (полином +гармоника)')
k=3;
Ydata_toch=load('Potatos_01_05_2019.txt');
Y2019_03=Ydata_toch(k)
Y_pr(k)=(a5*t_pr(k)^5+b5*t_pr(k)^4+c5*t_pr(k)^3+d5*t_pr(k)^2+e5*t_pr(k)+f5)+(a40+a41*cos(z
_pr(k))+b41*sin(z_pr(k))+a42*cos(2*z_pr(k))+b42*sin(2*z_pr(k))+a43*cos(3*z_pr(k))+b43*sin(3
*z_pr(k))+a44*cos(4*z_pr(k))+b44*sin(4*z_pr(k)));
Y_pr3=Y_pr(k)
S=sqrt(sum((Y-ymodel).^2)/(n-15))
S_pr=S*sqrt(1+1/n+(t_pr(k)-Mt)^2/sum((t-Mt).^2))
t_a_k=2.26
delta=S_pr*t_a_k
diapazon=[Y_pr(k)-delta Y_pr(k)+delta]

disp('Прогноз на апрель 2019 г. (полином +гармоника)')
k=4;
Ydata_toch=load('Potatos_01_05_2019.txt');
Y2019_04=Ydata_toch(k)
Y_pr(k)=(a5*t_pr(k)^5+b5*t_pr(k)^4+c5*t_pr(k)^3+d5*t_pr(k)^2+e5*t_pr(k)+f5)+(a40+a41*cos(z
_pr(k))+b41*sin(z_pr(k))+a42*cos(2*z_pr(k))+b42*sin(2*z_pr(k))+a43*cos(3*z_pr(k))+b43*sin(3
*z_pr(k))+a44*cos(4*z_pr(k))+b44*sin(4*z_pr(k)));
Y_pr4=Y_pr(k)
S=sqrt(sum((Y-ymodel).^2)/(n-15))
S_pr=S*sqrt(1+1/n+(t_pr(k)-Mt)^2/sum((t-Mt).^2))
t_a_k=2.26
delta=S_pr*t_a_k
diapazon=[Y_pr(k)-delta Y_pr(k)+delta]
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А

```
disp('Прогноз на май 2019 г. (полином +гармоника)')
k=5;
Ydata_toch=load('Potatos_01_05_2019.txt');
Y2019_05=Ydata_toch(k)
Y_pr(k)=(a5*t_pr(k)^5+b5*t_pr(k)^4+c5*t_pr(k)^3+d5*t_pr(k)^2+e5*t_pr(k)+f5)+(a40+a41*cos(z
_pr(k))+b41*sin(z_pr(k))+a42*cos(2*z_pr(k))+b42*sin(2*z_pr(k))+a43*cos(3*z_pr(k))+b43*sin(3
*z_pr(k))+a44*cos(4*z_pr(k))+b44*sin(4*z_pr(k)));
Y_pr5=Y_pr(k)
S=sqrt(sum((Y-ymodel).^2)/(n-15))
S_pr=S*sqrt(1+1/n+(t_pr(k)-Mt)^2/sum((t-Mt).^2))
t_a_k=2.26
delta=S_pr*t_a_k
diapazon=[Y_pr(k)-delta Y_pr(k)+delta]
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б  
Реализация метода наименьших квадратов

```
function [a1,b1]=mnk1(t,Y,n);
```

```
A(1,1)=sum(t);
```

```
A(2,2)=sum(t);
```

```
A(1,2)=n;
```

```
A(2,1)=sum(t.^2);
```

```
b(1,1)=sum(Y);
```

```
b(2,1)=sum(t.*Y);
```

```
c=A^(-1)*b;
```

```
a1=c(1); b1=c(2);
```

```
function [a2,b2,c2]=mnk2(t,Y,n);
```

```
A(1,1)=sum(t.^2);
```

```
A(1,2)=sum(t);
```

```
A(1,3)=n;
```

```
A(2,1)=sum(t.^3);
```

```
A(2,2)=sum(t.^2);
```

```
A(2,3)=sum(t);
```

```
A(3,1)=sum(t.^4);
```

```
A(3,2)=sum(t.^3);
```

```
A(3,3)=sum(t.^2);
```

```
b(1,1)=sum(Y);
```

```
b(2,1)=sum(t.*Y);
```

```
b(3,1)=sum(t.^2.*Y);
```

```
c=A^(-1)*b;
```

```
a2=c(1); b2=c(2); c2=c(3);
```

```
function [a3,b3,c3,d3]=mnk3(t,Y,n);
```

```
A(1,1)=sum(t.^3);
```

```
A(1,2)=sum(t.^2);
```

```
A(1,3)=sum(t);
```

```
A(1,4)=n;
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ Б

```
A(2,1)=sum(t.^4);
A(2,2)=sum(t.^3);
A(2,3)=sum(t.^2);
A(2,4)=sum(t);
A(3,1)=sum(t.^5);
A(3,2)=sum(t.^4);
A(3,3)=sum(t.^3);
A(3,4)=sum(t.^2);
A(4,1)=sum(t.^6);
A(4,2)=sum(t.^5);
A(4,3)=sum(t.^4);
A(4,4)=sum(t.^3);
b(1,1)=sum(Y);
b(2,1)=sum(t.*Y);
b(3,1)=sum(t.^2.*Y);
b(4,1)=sum(t.^3.*Y);
c=A^(-1)*b;
a3=c(1); b3=c(2); c3=c(3); d3=c(4);
```

```
function [a4,b4,c4,d4,e4]= mnk4(t,Y,n)
```

```
A(1,1)=sum(t.^4);
A(1,2)=sum(t.^3);
A(1,3)=sum(t.^2);
A(1,4)=sum(t);
A(1,5)=n;
A(2,1)=sum(t.^5);
A(2,2)=sum(t.^4);
A(2,3)=sum(t.^3);
A(2,4)=sum(t.^2);
A(2,5)=sum(t);
A(3,1)=sum(t.^6);
A(3,2)=sum(t.^5);
A(3,3)=sum(t.^4);
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ Б

```
A(3,4)=sum(t.^3);
A(3,5)=sum(t.^2);
A(4,1)=sum(t.^7);
A(4,2)=sum(t.^6);
A(4,3)=sum(t.^5);
A(4,4)=sum(t.^4);
A(4,5)=sum(t.^3);
A(5,1)=sum(t.^8);
A(5,2)=sum(t.^7);
A(5,3)=sum(t.^6);
A(5,4)=sum(t.^5);
A(5,5)=sum(t.^4);
b(1,1)=sum(Y);
b(2,1)=sum(t.*Y);
b(3,1)=sum(t.^2.*Y);
b(4,1)=sum(t.^3.*Y);
b(5,1)=sum(t.^4.*Y);
c=A^(-1)*b;
a4=c(1); b4=c(2); c4=c(3); d4=c(4); e4=c(5);
```

```
function [a5,b5,c5,d5,e5,f5]= mnk5(t,Y,n)
```

```
A(1,1)=sum(t.^5);
A(1,2)=sum(t.^4);
A(1,3)=sum(t.^3);
A(1,4)=sum(t.^2);
A(1,5)=sum(t);
A(1,6)=n;
A(2,1)=sum(t.^6);
A(2,2)=sum(t.^5);
A(2,3)=sum(t.^4);
A(2,4)=sum(t.^3);
A(2,5)=sum(t.^2);
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ Б

$A(2,6)=\text{sum}(t);$   
 $A(3,1)=\text{sum}(t.^7);$   
 $A(3,2)=\text{sum}(t.^6);$   
 $A(3,3)=\text{sum}(t.^5);$   
 $A(3,4)=\text{sum}(t.^4);$   
 $A(3,5)=\text{sum}(t.^3);$   
 $A(3,6)=\text{sum}(t.^2);$   
 $A(4,1)=\text{sum}(t.^8);$   
 $A(4,2)=\text{sum}(t.^7);$   
 $A(4,3)=\text{sum}(t.^6);$   
 $A(4,4)=\text{sum}(t.^5);$   
 $A(4,5)=\text{sum}(t.^4);$   
 $A(4,6)=\text{sum}(t.^3);$   
 $A(5,1)=\text{sum}(t.^9);$   
 $A(5,2)=\text{sum}(t.^8);$   
 $A(5,3)=\text{sum}(t.^7);$   
 $A(5,4)=\text{sum}(t.^6);$   
 $A(5,5)=\text{sum}(t.^5);$   
 $A(5,6)=\text{sum}(t.^4);$   
 $A(6,1)=\text{sum}(t.^{10});$   
 $A(6,2)=\text{sum}(t.^9);$   
 $A(6,3)=\text{sum}(t.^8);$   
 $A(6,4)=\text{sum}(t.^7);$   
 $A(6,5)=\text{sum}(t.^6);$   
 $A(6,6)=\text{sum}(t.^5);$   
 $b(1,1)=\text{sum}(Y);$   
 $b(2,1)=\text{sum}(t.*Y);$   
 $b(3,1)=\text{sum}(t.^2.*Y);$   
 $b(4,1)=\text{sum}(t.^3.*Y);$   
 $b(5,1)=\text{sum}(t.^4.*Y);$   
 $b(6,1)=\text{sum}(t.^5.*Y);$   
 $c=A^{(-1)}*b;$   
 $a5=c(1); b5=c(2); c5=c(3); d5=c(4); e5=c(5); f5=c(6);$

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

### Проверка на случайность остатков

```
function test_randomness(Y,YY,n);
% Y - точное
% YY - приближенное
E=Y-YY;
pic=zeros(1,n);
for i=2:(n-1)
    if ((E(i)<E(i-1))&(E(i)<E(i+1))|((E(i)>E(i-1))&(E(i)>E(i+1))))
        pic(i)=1;
    end;
end;
sum_pic=sum(pic);
%математическое ожидание числа пиков
Mpic=2/3*(n-2);
%дисперсия
Dpic=(16*n-29)/90;
t=floor(Mpic-1.96*sqrt(Dpic));
if sum_pic>t
    disp('Ряд остатков является случайным')
else disp('Ряд остатков не является случайным')
end;
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ Г

### Проверка соответствия распределения остатков нормальному закону

```
function norm_low(Y, YY, n)
% Y - точное
% YY - приближенное
E=Y-YY;
%математическое ожидание от точных значений
As=(sum(E.^3)/n)/(sqrt(sum(E.^2)/n))^3;
Ex=(sum(E.^4)/n)/(sqrt(sum(E.^2)/n))^4-3;
dzettaAs=sqrt(6*(n-2)/(n+1)/(n+3));
dzettaEx=sqrt(24*n*(n-2)*(n-3)/(n+1)^2/(n+3)/(n+5));
if (abs(As)<1.5*dzettaAs)&(abs(Ex+6/(n+1))<1.5*dzettaEx);
    disp('Остаточные компоненты распределены по нормальному закону')
else disp('Остаточные компоненты не распределены по нормальному закону')
end;
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ Д

### Проверка значимости уравнения регрессии

```
function znach(Y, YY, n)
% Y - точное
% YY - приближенное
m=6;
MY=sum(Y)/n; %среднее значение данных
E=Y-YY; %остатки
Qr=sum((YY-MY).^2)
Qe=sum(E.^2)
disp('Наблюдаемое значение статистики')
F=Qr*(n-m)/Qe/(m-1)
disp('Табличное значение статистики при a=0.05, k1=6-1=5, k2=24-6=18')
Ft=2.77
if F>Ft;
    disp('Уравнение регрессии значимо')
else disp('Уравнение регрессии не значимо')
end;
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ Е

### Проверка точности модели

```
function [dzeta, fikv, abse, D, R]=accuracy_model(Y, YY, n)
% Y - точное
% YY - приближенное
E=Y-YY;
%математическое ожидание от точных значений
MY=sum(Y)/n;
dzeta=sqrt(sum(E.^2)/(n-(1+1)));
fikv=sum(E.^2)/sum((Y-MY).^2);
abse=sum(abs(E./Y))*100/n;
D=1-fikv;
R=sqrt(D);
```

## ПРИЛОЖЕНИЕ Ж

### Построение гармоник Фурье

```
function [a0, a1, b1]=season1(Y, n)
```

```
% Y - точное
```

```
t=1:n;
```

```
z=(t-1)*pi/6;
```

```
a0=sum(Y)/n;
```

```
a1=2*(sum(Y.*cos(z)))/n;
```

```
b1=2*(sum(Y.*sin(z)))/n;
```

```
function [a0, a1, b1, a2, b2]=season2(Y, n)
```

```
% Y - точное
```

```
t=1:n;
```

```
z=(t-1)*pi/6;
```

```
a0=sum(Y)/n;
```

```
a1=2*(sum(Y.*cos(z)))/n;
```

```
b1=2*(sum(Y.*sin(z)))/n;
```

```
a2=2*(sum(Y.*cos(2*z)))/n;
```

```
b2=2*(sum(Y.*sin(2*z)))/n;
```

```
function [a0, a1, b1, a2, b2, a3, b3]=season3(Y, n)
```

```
% Y - точное
```

```
t=1:n;
```

```
z=(t-1)*pi/6;
```

```
a0=sum(Y)/n;
```

```
a1=2*(sum(Y.*cos(z)))/n;
```

```
b1=2*(sum(Y.*sin(z)))/n;
```

```
a2=2*(sum(Y.*cos(2*z)))/n;
```

```
b2=2*(sum(Y.*sin(2*z)))/n;
```

```
a3=2*(sum(Y.*cos(3*z)))/n;
```

```
b3=2*(sum(Y.*sin(3*z)))/n;
```

## Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ Ж

```
function [a0, a1, b1, a2, b2,a3, b3, a4, b4]=season4(Y, n)
% Y - точное
t=1:n;
z=(t-1)*pi/6;
a0=sum(Y)/n;
a1=2*(sum(Y.*cos(z)))/n;
b1=2*(sum(Y.*sin(z)))/n;
a2=2*(sum(Y.*cos(2*z)))/n;
b2=2*(sum(Y.*sin(2*z)))/n;
a3=2*(sum(Y.*cos(3*z)))/n;
b3=2*(sum(Y.*sin(3*z)))/n;
a4=2*(sum(Y.*cos(4*z)))/n;
b4=2*(sum(Y.*sin(4*z)))/n;
```