

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Факультет математики и информатики
Кафедра математического анализа и моделирования
Направление подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика
Профиль: Математическое и информационное обеспечение экономической
деятельности

ДОПУСТИТЬ К ЗАЩИТЕ

Зав. кафедрой

_____ Н.Н. Максимова
«_____» _____ 2017г.

БАКАЛАВРСКАЯ РАБОТА

на тему: Моделирование делового цикла

Исполнитель

студент группы 352об

_____ А.Р. Ковалев
(подпись, дата)

Руководитель

доцент, канд. физ.-мат. наук

_____ Н.Н. Максимова
(подпись, дата)

Нормоконтроль

доцент, канд. техн. наук

_____ А.В. Рыженко
(подпись, дата)

Благовещенск 2017

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

Факультет математики и информатики
Кафедра математического анализа и моделирования

УТВЕРЖДАЮ

Зав. кафедрой

_____ Н.Н. Максимова
« _____ » _____ 2017 г.

ЗАДАНИЕ

К бакалаврской работе студента Ковалева Андрея Рафаиловича.

1. Тема бакалаврской работы: Моделирование делового цикла (утверждена приказом № 770-уч от 10.04.2017).

2. Срок сдачи студента законченной работы: 13 июня 2017 г.

3. Исходные данные к выпускной квалификационной работе: сведения из литературных источников, монографий, справочные данные, определяющую предметную область.

4. Содержание выпускной квалификационной работы: описание понятия экономического цикла, его основных этапов; сбор данных и построение графика темпов прироста ВВП для четырех стран; описание модели взаимодействия мультипликатора-акселератора; описание и реализация модели Самуэльсона-Хикса; реализация модели в ППП Matlab и проведение вычислительных экспериментов.

5. Перечень материалов приложения: листинги вычислительных программ.

6. Консультанты по бакалаврской работе – нормоконтроль: Рыженко А.В., канд. техн. наук, доцент.

7. Дата выдачи задания 24.04.2017 г.

Руководитель бакалаврской работы: Максимова Н.Н. доцент канд. физ.-мат. наук

Задание принял к исполнению: _____ А.Р. Ковалев

РЕФЕРАТ

Выпускная квалификационная работа содержит 55 с., 21 рисунок, 9 таблиц, 5 приложений.

МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ЦИКЛА, ТЕМПЫ ПРИРОСТА ВВП,
МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МУЛЬТИПЛИКАТОРА-АКСЕЛЕРАТОРА,
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕЛОВОГО ЦИКЛА

Целью данной работы является рассмотрение, освоение и изложение основных понятий и модели экономического цикла, которая позволяет объективно оценивать темпы прироста ВВП разных стран за определенный период.

В ходе данной работы проводится исследование статистических данных ВВП, этапов построения модели, изучение четырех фаз экономического цикла; реализация модели взаимодействия мультипликатора-акселератора и модели Самуэльсона-Хикса.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	6
1 Основные понятия и определения	9
1.1 Понятие экономического цикла	9
1.2 Понятие валового внутреннего продукта	14
2 Модель взаимодействия мультипликатора-акселератора	17
2.1 Понятие мультипликатора	17
2.2 Понятие акселератора	18
2.3 Принцип мультипликатора-акселератора	18
2.4 Реализация модели взаимодействия мультипликатора и акселератора	21
2.4.1 Результаты исследования эффекта мультипликатора-акселератора при $k=0,6$ и $\eta=0,3$	21
2.4.2 Результаты исследования эффекта мультипликатора-акселератора при $k=0,4$ и $\eta=1,4$.	24
2.4.3 Результаты исследования эффекта мультипликатора-акселератора при $k=1,2$ и $\eta=0,8$	26
3 Модель делового цикла Самуэльсона-Хикса	29
3.1 Математическая модель делового цикла Самуэльсона-Хикса	29
3.2 Реализация модели Самуэльсона-Хикса	33
3.2.1 Пример 1	33
3.2.2 Пример 2	35
3.2.3 Пример 3	37
3.2.4 Пример 4	38
3.3 Модификация модели Самуэльсона-Хикса	39
3.3.1 Модифицированная модель при ограничениях на национальный доход и индуцированные инвестиции	39
3.3.2 Модифицированная модель при увеличивающихся автономных расходах	43
Заключение	47

Библиографический список	48
Приложение А Листинг программы «Темп прироста ВВП»	50
Приложение Б Листинг программы «Эффект мультипликатора-акселератора»	52
Приложение В Листинг программы «Модель Самуэльсона-Хикса»	53
Приложение Г Листинг программы «Модификации модели Самуэльсона-Хикса при ограничениях на национальный доход и индуцированные инвестиции»	54
Приложение Д Листинг программы «Модификации модели Самуэльсона-Хикса при увеличивающихся автономных расходах»	55

ВВЕДЕНИЕ

Экономика имеет широкое понятие, поскольку включает в себя хозяйственную деятельность и операции различного уровня. Экономика имеет несколько уровней: номоэкономика, микроэкономика, мезоуровень (региональная экономика), макроэкономика, мегауровень[18].

Макроэкономика представляет собой отрасль экономической науки, занимающуюся исследований тенденций и факторов экономической системы в целом. Целью такого анализа является выявление условий обеспечения устойчивого экономического роста, полной занятости и факторов производства при минимальных темпах инфляции. Предметом макроэкономики является исследование динамики валового внутреннего продукта (ВВП), общественного производства, показателей инфляции, занятости, проблем экономического роста, а также тенденций международного взаимодействия[1, 3, 13].

Математическое и компьютерное моделирование является одним из методов, с помощью которого познается предмет любой экономической науки, в том числе макроэкономики. Макроэкономические модели представляют собой упрощенную форму выражения экономического процесса. Иными словами, макроэкономическая модель это формализованная запись (на математическом языке) некоторого экономического процесса.

Математическое моделирование макроэкономических процессов дает возможность просчитывать все возможные альтернативные варианты направления макроэкономической политики, оптимизировать сочетание их инструментов с целью достижения устойчивого экономического роста, предотвращения инфляции и равновесия экономических показателей[4, 5, 7, 8, 10, 14]

По результатам макроэкономического моделирования государство принимает меры по воздействию на экономику, определяет принципы экономической политики и механизмы управления экономическими явлениями и процессами (процентная ставка, темп инфляции, динамика заработной платы, валютный курс, объем выпуска и т.п.) [18].

В различных направлениях проводятся теоретические исследования в области экономической динамики. Все динамические макроэкономические модели можно разделить на два типа. К первой группе относятся модели экономического роста, ко второй – модели экономического цикла или, в более широком смысле, экономических колебаний.

Изучением экономических (деловых) циклов занимались выдающиеся экономисты, нобелевские лауреаты, Пол Энтони Самуэльсон (годы жизни 1915-2009, американский экономист, занимался проблемами моделирования экономического цикла, экономико-математическими методами измерения полезности и др., лауреат Нобелевской премии по экономике в 1970 г. «за научную работу, развившую статическую и динамическую экономическую теорию и внесшую вклад в повышение общего уровня анализа в области экономической науки») и Джон Ричард Хикс (годы жизни 1904-1989, английский экономист, занимался вопросами моделирования экономического роста, теорией спроса, цен, лауреат Нобелевской премии 1972 г. «за новаторский вклад в общую теорию равновесия и теорию благосостояния»).

Целью данной бакалаврской работы является изучение понятия экономического цикла и модели взаимодействия мультипликатора-акселератора, изучение и реализация модели делового цикла (Самуэльсона-Хикса).

Задачи работы:

- изучить понятие экономического цикла;
- изучить модель взаимодействия мультипликатора-акселератора;
- изучить модель делового цикла (Самуэльсона-Хикса);
- реализовать модель Самуэльсона-Хикса и провести вычислительные эксперименты.

Работа состоит из введения, трех глав, заключения, библиографического списка и пяти приложений. В первой главе рассматривается понятие экономического цикла и его основные этапы. Вторая глава посвящена изучению и реализации модели взаимодействия мультипликатора-акселератора. В третьей главе описана модель делового цикла Самуэльсона-Хикса, представлены результа-

ты численных расчетов. Библиографический список состоит учебных пособий по экономике, работ ведущих экономистов и математиков, справочные издания, статистические данные, опубликованные в Интернет-источниках.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

1.1 Понятие экономического цикла

Теория экономического цикла изучает причины, вызывающие изменение экономической активности общества. Она исследует, почему равенство совокупного предложения совокупному спросу достигается при разной степени использования производственных мощностей и трудовых ресурсов. Теория экономических циклов наряду с теорией экономического роста описывает характер развития экономики во времени. Обобщающим показателем величины и направления изменения экономической активности служит уровень использования производственного потенциала страны. Статистические данные свидетельствуют, что изменение показателей, характеризующих результаты национальных хозяйств, изменяются не монотонно, а колебательно (циклически). На рисунке 1.1 показаны темпы прироста ВВП в четырех странах (по данным ВВП Российской Федерации за 1991-2016 гг., Китая за 1970-2015 гг., США за 1971-2016 гг., Германии за 1970-2016 гг.). Данные взяты с [12].

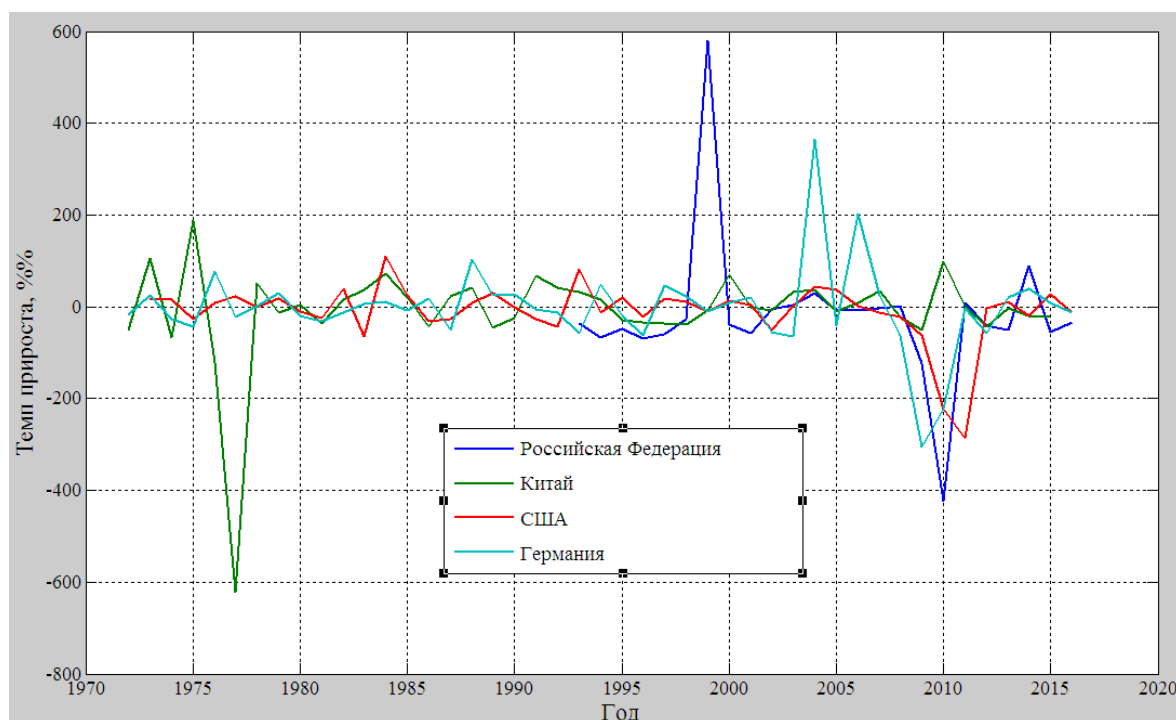


Рисунок 1.1– Годовые темпы прироста ВВП Российской Федерации, Китая, США и Германии (%%)

Направление и степень изменения показателя или совокупности показателей, характеризующих развитие народного хозяйства, определяют как экономическую конъюнктуру. Поэтому теорию экономических циклов так же называют теорией конъюнктуры. Под экономическим циклом понимается период развития экономики между двумя одинаковыми состояниями конъюнктуры [1, 10].

Экономисты по-разному изъясняют явление деловых циклов [15]. Теории различаются акцентированием внимания на внутренних или внешних факторах, вызывающих циклическое развитие экономики. Одни делают упор на важность внешних факторов (технологические инновации, революции, войны, миграция рабочей силы, открытие новых земель, научные изобретения и др.) как причин возникновения циклических колебаний. При этом большая часть теорий основывается на роли внутренних факторов, которые взаимодействуют с внешними. Среди таких факторов следует отметить инвестиции, уменьшение или увеличение которых оказывает существенное влияние на совокупный спрос, а, следовательно, и на объеме производства. В настоящее время путем моделирования, в том числе математического, экономисты пытаются предвидеть поведение делового (экономического) цикла. Долговременные наблюдения доказывают, что циклические колебания имеют синхронный характер. Они происходят с постоянной последовательностью и, как правило, в четко определенных пределах времени. Это дает возможность рассматривать цикличность как общую закономерность экономического развития.

Цикличность – свойство развития экономики, всеобщая форма динамики, отражающая неравномерность экономического развития.

Экономический цикл – это периодические колебания уровня деловой активности, проявляющиеся в росте (сокращении) объемов национального производства (реального ВВП), уровней занятости, инфляции и доходов.

Фактически, экономический цикл – это период времени от начала одного кризиса (спада) до наступления следующего кризиса.

В структуре экономики особенно рельефно выражены средние циклы, которые оказывают наиболее осязаемое влияние на развитие экономических процессов.

Существует ряд общих закономерностей для экономических циклов средней продолжительности:

Выделяют четыре основные (классические) фазы экономического цикла: рецессия (спад), депрессия, оживление, подъем (бум). Переход от одной фазы к другой осуществляется автоматически – на основе рыночных саморегуляторов.

Рецессия (спад) – это фаза делового цикла, в которой национальный объем производства уменьшается, вместе с тем происходит уменьшение объемов покупки населением товаров длительного пользования и рост запасов этих товаров в хранилищах торговой сети. При сокращении закупок и увеличении запасов на складах бизнес реагирует сокращением объемов производства. В связи с этим реальный валовой внутренний продукт начинает уменьшаться.

Это влечет за собой уменьшение инвестиций в строительство, машины и оборудование, сокращение спроса на рабочую силу. При этом сокращается средняя продолжительность рабочей недели, затем часть работников отправляется в принудительные неоплачиваемые отпуска, а затем происходят массовые увольнения, что приводит к безработице. В период рецессии заработная плата чаще всего снижается, резко уменьшаются доходы фирм и производителей.

Таким образом, самой сложной фазой является рецессия, которая вызывает сокращение производства, банкротство, безработицу, снижение жизненного уровня, политическую напряженность, сокращение или закрытие социальных программ, создает угрозу для демократии.

В тоже время рецессия является конструктивной, потому что влечет отмирание устаревших технологических систем, стимулирует структурную перестройку экономики, техническое и технологическое обновление производства, повышает деловую активность.

Депрессия – это низшая точка спада, глубокая и продолжительная. Упадок ведет экономику к кризису или стагнации. Экономика находится в состоянии

рецессионного разрыва, потому что фактический ВВП меньше потенциального. Это период недоиспользования экономических ресурсов и высокой безработицы. Происходит максимальное падение производства и торговли, резко уменьшаются доходы и платежеспособный спрос.

Самый значительный разрушительный кризис XX века был кризис 1929-1933 гг., охвативший почти все развитые страны и получила название «Великой Депрессии»[19].

Оживление является противоположностью спада. Каждая из черт оживления находит проявление в зеркальной форме: происходит увеличение ВВП и доходов, уменьшение численности безработных и прочее. Предприниматели и производственники приобретают или более производительное оборудование (производство старого товара происходит с меньшими затратами), или переходят на производство новой продукции. В этот период увеличивается спрос на инвестиционные товары, что влечет стимулирование производства, и начинается оживление. Эта фаза продолжается до тех пор, пока в экономике не будет достигнут уровень, с которого начался спад. Дальнейшее развитие носит название подъема.

Подъем (экспансия) – это самая высокая фаза экономического цикла. Доходы растут, спрос опережает предложение, что влечет рост цен. В экономике наблюдается полная занятость, а производство работает на полную мощность. Но именно в этом периоде закладываются основы для следующего кризиса перепроизводства.

В стилизованном виде график экономического цикла изображен на рисунке 1.2.

При изучении цикличности на теоретическом уровне, экономисты отмечают, что кризисное состояние в экономике возникает вследствие серьезных нарушений в соотношении между потребительским спросом и предложением товаров, или между потребностями и потреблением, с одной стороны, и производством товаров – с другой.

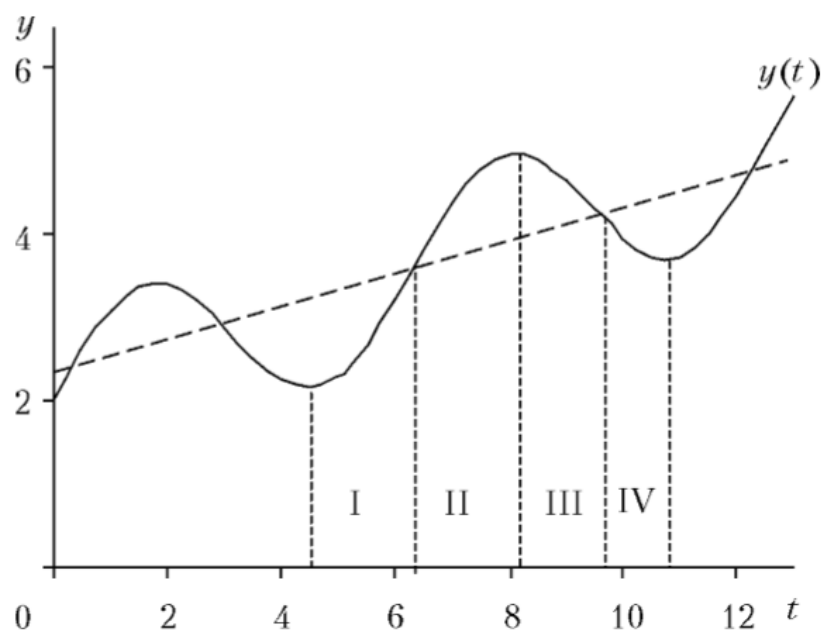


Рисунок 1.2 – Стилизованные фазы экономического цикла
(I – оживление, II – экспансия, III – рецессия, IV – депрессия)

Таким образом, полный экономический цикл позволяет обновить производство, привести его на новый уровень, обновить экономику за счет уничтожения «экономически нежизнеспособных» предприятий. В то же время такая саморегуляция экономики влечет серьезные социально-экономические последствия (снижение жизненного уровня граждан, массовые увольнения и безработицу, банкротство фирм и предприятий, закрытие социальных программ, сокращение и задержки заработных плат, и т.п.).

Так как цикличность экономического развития является вынужденной закономерностью, государство должно предугадывать резкие экономические колебания и своевременно принимать меры по смягчению отрицательных последствий этого процесса. Исследование показывает, что частично антициклические мероприятия можно выполнять с помощью инструментов фискальной (налогово-бюджетной) и монетарной (денежно-кредитной) политики.

При всем разнообразии причин цикличности большинство авторов сходятся в том, что ключевой причиной цикличности являются колебания инвестиционного спроса на капитальные блага[1]. При классическом капитализме имел место самопроизвольный механизм циклического развития макроэконо-

мики. Она могла не только входить в фазу спада производства, но и без вмешательства государства возвращаться к подъему.

Однако такое самопроизвольное регулирование закончилось в 20-х годах XX века. Механизм стихийного саморегулирования впервые не сработал во время мирового экономического кризиса, получившего название «Великая депрессия» (1929–1933 гг.) [19]. С тех пор появились качественно новые особенности циклического развития экономики, которые связаны с действием двух факторов макроэкономического масштаба.

Первый фактор – научно-техническая революция (НТР). С одной стороны, эта революция способствовала созданию новых наукоемких технологий и отраслей, которые наиболее устойчивы к кризисным явлениям (роботостроение, микроэлектроника и др.). С другой стороны, НТР породила серьезные кризисы в традиционных отраслях промышленности, где превосходит простая технология («ручной труд»). Кроме того, НТР оказывала поддержку значительному ускорению оборота основного капитала, его быстрой смене более совершенной техникой. По этой причине кризисы стали происходить чаще: не через 10–12 лет, а через 5–6 лет.

Второй фактор – активное вмешательство государства в ход макроэкономического роста с тем, чтобы уменьшить губительное воздействие кризиса и добиться большей стабилизации хозяйственного развития.

1.2 Понятие валового внутреннего продукта

Основным показателем рыночной экономики является *валовой внутренний продукт* [11, 18]. ВВП представляет собой результат экономической деятельности государства (страны) за конкретный промежуток времени (за год), иначе – это совокупность конечных товаров и услуг, создающихся резидентами данного государства в пределах некоторой экономической территории. *Конечные товары* – это товары, которые служат для конечного потребления, сбережений и реализации на внешнем рынке. Стоит заметить, что в ВВП не включается стоимость промежуточных товаров и услуг, которые нужны для самого

процесса производства, так как они уже входят в стоимость товарного продукта.

Внутренний продукт рассчитывают на валовой основе. Это следует из того, что при его вычислении учитывается и потребление основного капитала, или амортизация направленная на покрытие износа основных производственных фондов. ВВП – это внутренний продукт, так как в его создании принимают участие только резиденты данного государства, т.е. предприятия, фирмы и домашние хозяйства, у которых экономический интерес относится к данной стране. Всего существуют три метода исчисления ВВП[1, 3, 10, 11, 17, 18]:

1) производственный метод (учитывает совокупную стоимость произведенной продукции всех фирм за вычетом промежуточных продуктов);

2) метод конечного использования (расчет ВВП производится путем суммирования расходов всех экономических субъектов страны);

3) распределительный метод (расчет ВВП производится путем суммирования доходов экономических субъектов).

Остановимся подробнее на втором подходе. Согласно методу конечного использования, расчет ВВП происходит по формуле[18]

$$ВВП = C + I + G + X_n,$$

где C – это потребительские расходы, т.е. расходы домашних хозяйств на приобретение товаров и услуг для будущего и текущего потребления как единовременного, так и длительного пользования. Тем не менее, в данный показатель не может быть включено приобретение квартиры, так как данный расход относится уже к инвестициям;

I – валовые инвестиции экономических субъектов. Они могут быть трех видов: в основные фонды (приобретение или замена оборудования, новых фирм и пр.), в товарно-материальные запасы (продукция на складах на случай колебаний спроса), в жилищное строительство (приобретение квартиры для проживания в ней или сдачи в аренду);

G – государственные расходы, которые включают затраты на строительство и содержание дорог, бюджетных предприятий и производственных объек-

тов, армий, больниц, образовательных учреждений и т.д. Сюда не входят трансферты, т.е. субсидии и пособия, которые не связаны с оборотом товаров и услуг в экономике, выдаются единовременно и не могут быть возвращены в государственную казну в виде налогов;

X_n – чистый экспорт как разница экспорта и импорта. Данный показатель имеет большое макроэкономическое значение: чем больше величина экспорта и меньше импорта, тем больше ВВП, и как следствие, развитие экономики происходит интенсивнее.

2.1 Понятие мультипликатора

Мультипликатор – это коэффициент, выражающий соотношение между приростом дохода и вызывающим этот прирост увеличением объема инвестиций. Он показывает зависимость прироста национального дохода от прироста инвестиций. Мультипликатор увеличивается в том случае, когда потребители склонны использовать прирост их доходов для наращивания потребления. Напротив, он уменьшается, если усиливается склонность потребителей к накоплению сбережений [3, 10, 18].

Рост частных инвестиций будет вызывать увеличение дохода, а сокращение инвестиций – его уменьшение, потому что инвестиции – это часть чистого национального продукта; если стоимость одной части возрастает, то мы должны предположить рост стоимости целого. Инвестируемые капиталовложения – как любые капиталовложения из независимых расходов государства или семьи – это капиталовложения повышенной мощности, выполняющие двойную полезную работу.

Само понятие «мультипликатора» было впервые сформулировано английским экономистом Р.Ф. Каном в 1931 г. в связи с обоснованием организации общественных работ для борьбы с кризисом и безработицей. Р. Кан усматривал действие мультипликатора занятости в том, что в результате государственных затрат на общественные работы возникает не только «первичная занятость» на этих работах, но и производная от нее – вторичная, третичная и т.д. Таким образом, происходит «мультипликация» покупательной способности и занятости, вызванная первоначальными затратами [15].

Математически мультипликатор в наиболее общем виде выглядит следующим образом:

$$k \cdot \Delta I = \Delta Y, \quad (2.1)$$

где k – коэффициент мультипликации, ΔI – изменение инвестиций, ΔY – изменение дохода.

Если коэффициент мультипликации больше единицы, то устойчивый рост инвестиций вызовет рост годового потока национального дохода с коэффициентом, равным k .

2.2 Понятие акселератора

Сущность *принципа акселерации* заключается в следующем: возросший доход, полученный в результате возрастания первоначальных инвестиций, вызывает рост спроса на потребительские товары [3]. Отрасли, производящие потребительские товары, начинают расширяться, а это, в свою очередь, приводит к росту спроса на товары производственного назначения, т.е. на средства производства. Причем изменения в спросе на потребительские товары вызывают гораздо более резкие изменения в спросе на товары производственного назначения. Это связано со специфическими особенностями воспроизводства основного капитала. Последний требует единовременных крупных затрат, которые возмещаются постепенно в течение длительного периода. Поэтому в случае необходимости расширения существующих или строительства новых предприятий затраты на создание нового основного капитала превосходят стоимость выпускаемой продукции. Отсюда следует, что принцип акселерации показывает, как в силу цепной зависимости между отраслями изменения в спросе на потребительские товары вызывают более сильные изменения в производстве средств производства, или капитальных товаров.

Математически принцип акселерации в наиболее общей форме выглядит следующим образом:

$$I = \eta \cdot \Delta Y, \quad (2.2)$$

где I – индуцированные инвестиции, η – коэффициент акселерации, ΔY – изменение дохода.

2.3 Принцип мультипликатора-акселератора

Впервые теория мультипликатора стала применяться для обоснования антикризисной политики. С ее помощью пытались не допустить дальнейшего

обострения экономического кризиса и катастрофического увеличения массовой безработицы. С помощью этой теории предлагалось правительствам решить ряд проблем: как преодолеть кризис, как сократить безработицу, и, самое главное, как спасти рыночную экономику. Свое дальнейшее развитие теория мультипликатора получила в принципе акселерации.

Традиционный взгляд классической теории на процессы сбережения и инвестирования подчеркивает благотворность высоких сбережений. Чем выше сбережения, тем глубже «резервуар», откуда черпаются инвестиции. Поэтому высокая склонность к сбережениям по логике классической школы должна способствовать процветанию нации.

В реальной действительности наблюдается взаимодействие инвестиций и дохода. Автономные инвестиции, осуществленные в виде первоначальной «инъекции», вследствие эффекта мультипликатора приводят к росту ВВП. Оживление деловой активности, рост занятости приведут к повышению склонности к инвестициям у различных групп предпринимателей. Эти инвестиции принято называть производными. Они зависят от динамики ВВП. Производные инвестиции, будучи «наложенными» на автономные, усиливают экономический рост, ускоряют его благодаря эффекту акселератора.

Таким образом, эффект акселератора в сочетании с эффектом мультипликатора порождает эффект мультипликатора-акселератора. Эта модель была разработана П. Самуэльсоном и Дж. Хиксом, английским экономистом. Эффект мультипликатора-акселератора показывает механизм самоподдерживающихся циклических колебаний экономической системы.

Рост инвестиций на определенную величину может увеличить национальный доход на многократно большую величину вследствие эффекта мультипликатора. Возросший доход, в свою очередь, вызовет в будущем (с определенным лагом) опережающий рост инвестиций вследствие действия акселератора. Эти производные инвестиции, являясь элементом совокупного спроса, порождают очередной мультипликационный эффект, который снова увеличит доход, побуждая тем самым предпринимателей к новым инвестициям. Но не

будем забывать, что как и эффект мультипликатора может действовать «в обратную сторону», так и эффект акселератора-мультипликатора может вызывать многократно большее снижение инвестиций, нежели изменение дохода (реального ВВП).

Таким образом, взаимодействие мультипликатора и акселератора порождает непрерывный и прогрессирующий рост выпуска продукции или дохода.

Если теоретически взаимодействие мультипликатора и акселератора допускает взрывоопасные колебания, то на практике взрывов не происходит, поскольку колебания дохода наталкиваются на определенные границы. Верхний предел роста национального дохода задается уровнем полной занятости. Ударившись об этот «потолок» рост реального дохода прекращается. Тогда производные инвестиции сокращаются до нуля, что в свою очередь, приводит к сокращению общего спроса и дохода. В своем падении национальный доход наталкивается на нижний предел, определяемый величиной амортизационных отчислений для простого восстановления основного капитала. Отрицательно чистые капиталовложения не могут превышать величины «изношенного» капитала. Достигнув этого уровня отрицательные инвестиции не меняются, а значит, сокращение дохода замедляется, а это, в свою очередь, ведет к сокращению отрицательных чистых капиталовложений, что обуславливает рост дохода, а за ним и индуцированных инвестиций. Таким образом, когда национальный доход достигает верхней или нижней границы, он меняет движение на противоположное, что исключает как взрыв, так и полное затухание цикла.

Математически *принцип мультипликатора–акселератора* можно записать в виде соотношений

$$Y_t = C_t + I_t + G_t, \quad (2.3)$$

где Y_t – национальный доход, C_t – объем потребления, I_t – индуцированные чистые инвестиции в частном секторе, G_t – автономные инвестиции (государственные расходы), t – индексы дискретного периода времени. Кроме того, считаются выполненными соотношения

$$C_t = k \cdot Y_{t-1}, \quad (2.4)$$

$$I_t = \eta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}), \quad (2.5)$$

$$G_t = const, \quad (2.6)$$

где k – коэффициент мультипликации, η – коэффициент акселерации. Запаздывание, равное одному периоду, одновременно присутствует в процессах мультипликации и акселерации, которые описываются линейными зависимостями (2.4)–(2.5).

2.4 Реализация модели взаимодействия мультипликатора и акселератора

Рассмотрим механизм взаимодействия мультипликатора и акселератора на численных примерах. Пусть величина национального дохода в базовом и в двух предшествующих ему периодах равна Y_1 . Базовый уровень автономных инвестиций – C_1 , предельная склонность к потреблению и акселератор постоянны и равны, соответственно, k и η . Предположим, что в периоде 1 автономные инвестиции возросли с G_1 до G_2 и в дальнейшем сохранялись на этом уровне.

Результаты исследования взаимодействия эффекта мультипликатора–акселератора приведены в следующих пунктах.

2.4.1 Результаты исследования эффекта мультипликатора-акселератора при $k=0,6$ и $\eta=0,3$ (см. таблицу 2.1 и рисунки 2.1-2.3). Данные для расчетов: $C_1 = 40$ у.ед., $G_1 = 12$ у.ед., $G_2 = 20$ у.ед., $k=0,6$ и $\eta=0,3$.

Таблица 2.1 – Результаты расчета

Период	$C_t = k \cdot Y_{t-1}$	$I_t = \eta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2})$	G_t	$Y_t = C_t + I_t + G_t$
0	40	0	12	52
1	40	0	20	60
2	36	2,4	20	58,4
3	35,04	-0,48	20	54,56
4	32,7360	-1,152	20	51,584
5	30,9504	-0,8928	20	50,0576
6	30,0346	-0,4579	20	49,5766
7	29,7460	-0,1443	20	49,6017
8	29,7610	0,0075	20	49,7685
9	29,8611	0,0501	20	49,9112
Продолжение таблицы 2.2				
10	29,9467	0,0428	20	49,9895

11	29,9937	0,0235	20	50,0172
12	30,0103	0,0083	20	50,0186
13	30,0112	0,0004	20	50,0116
14	30,0070	-0,0021	20	50,0049
15	30,0029	-0,0020	20	50,0009
16	30,0005	-0,0012	20	49,9993
17	29,9996	-0,0005	20	49,9991
18	29,9995	-0,0001	20	49,9994
19	29,9997	0,0001	20	49,9997
20	29,9998	0,0001	20	49,9999
21	30	0,0001	20	50
22	30	0	20	50
23	30	0	20	50
24	30	0	20	50
25	30	0	20	50

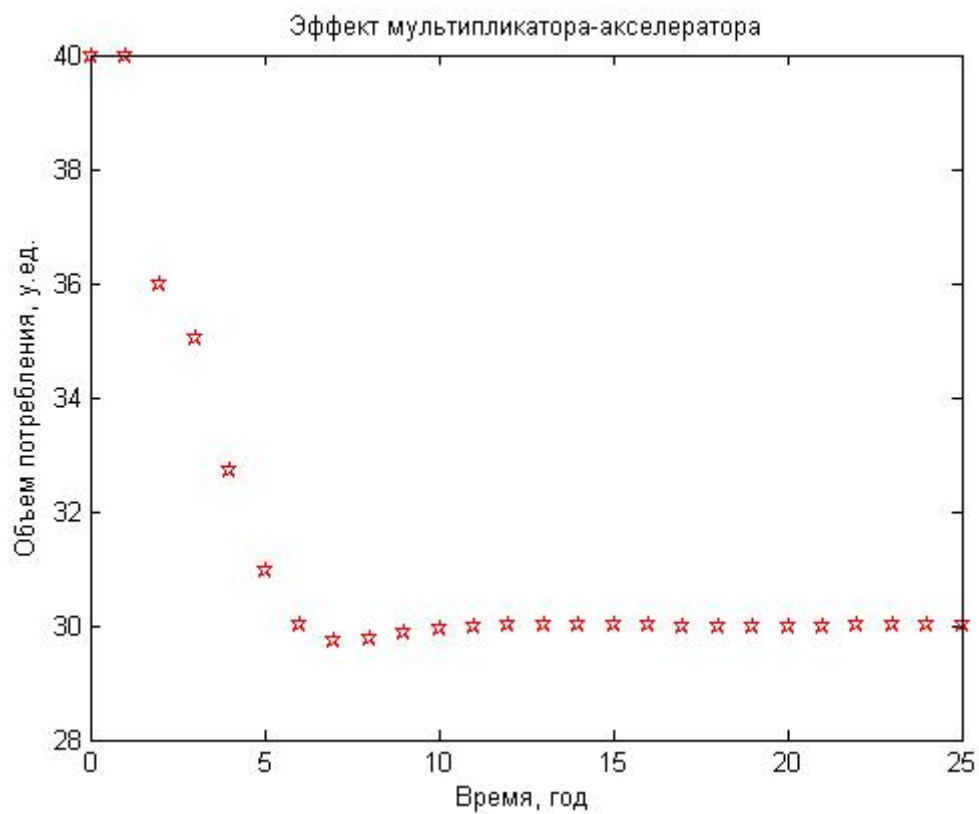


Рисунок 2.1 – Динамика объема потребления

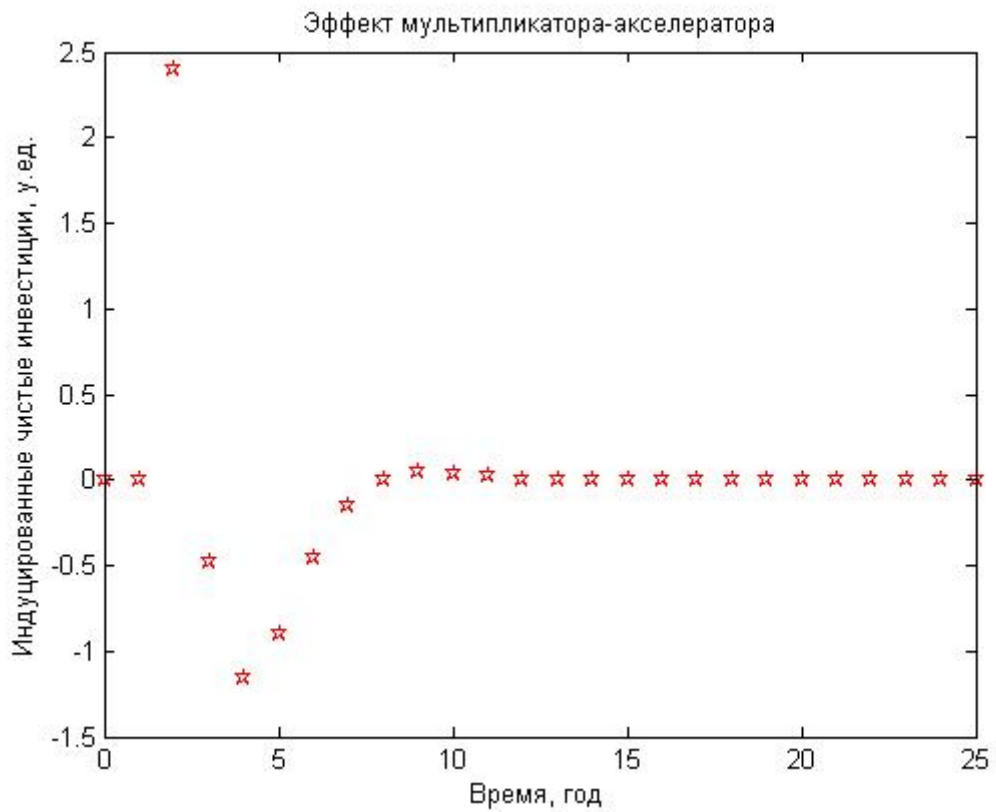


Рисунок 2.2 – Динамика индуцированных чистых инвестиций

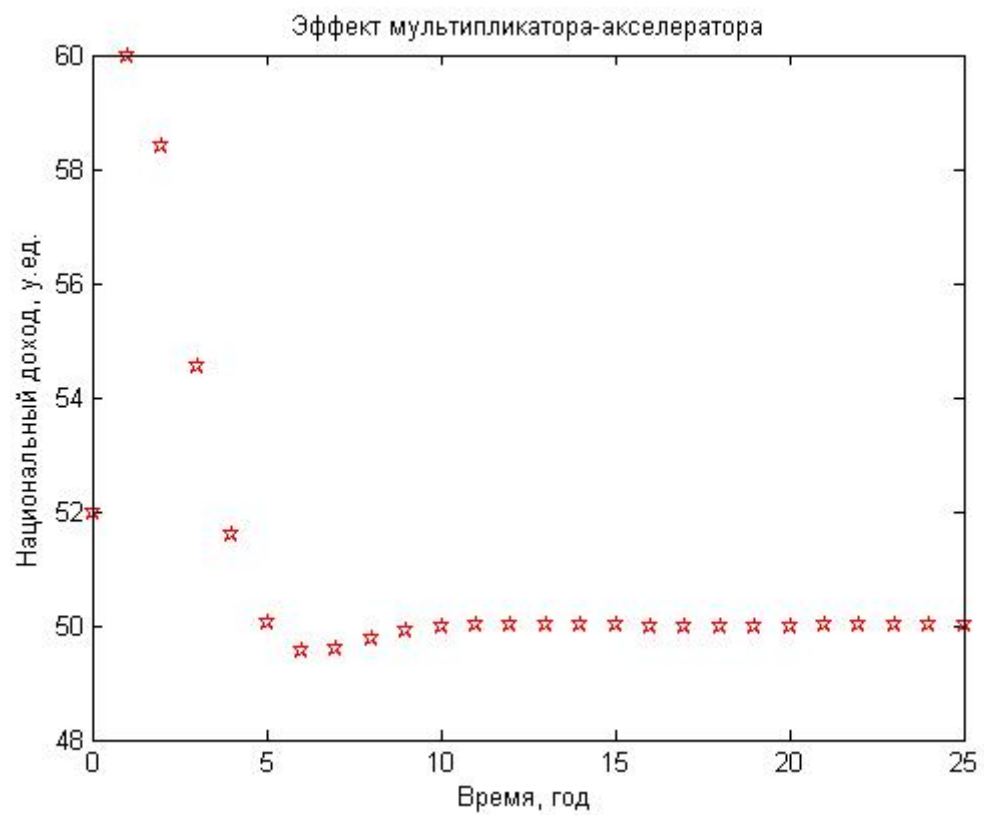


Рисунок 2.3 – Динамика национального дохода

2.4.2 Результаты исследования эффекта мультипликатора-акселератора при $k=0,4$ и $\eta=1,4$ (см. таблицу 2.2 и рисунки 2.4-2.6). Данные для расчетов: $C_1 = 70$ у.ед., $G_1 = 40$ у.ед., $G_2 = 69$ у.ед., $k=0,4$ и $\eta=1,4$.

Таблица 2.2 – Результаты расчета

Период	$C_t = k \cdot Y_{t-1}$	$I_t = \eta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2})$	G_t	$Y_t = C_t + I_t + G_t$
0	70	0	40	110
1	70	0	69	139
2	55,6	40,6	69	165
3	66,08	36,68	69	171
4	68,704	9,184	69	146
5	58,7552	-34,8208	69	92,9
6	37,1738	-75,5350	69	30
7	12,2555	-87,2140	69	-6
8	-2,3834	-51,2361	69	15
9	6,1522	29,8746	69	105
10	42,0107	125,5048	69	236
11	94,6062	184,0842	69	347
12	139,0762	155,6448	69	363
13	145,4884	22,4428	69	236
14	94,7725	-177,5057	69	-13
15	-5,4933	-350,9302	69	-287
16	-114,9694	-383,1663	69	-429
17	-171,6543	-198,3971	69	-301
18	-120,4206	179,3180	69	127
19	51,1590	600,5284	69	720
20	288,2750	828,9059	69	1187
21	474,8724	653,0908	69	1197
22	478,7853	137,1435	69	561
23	224,5922	-889,1645	69	-596
24	-238,4334	-162,0677	69	-1790
25	-716,0092	-167,1522	69	-2318

Как видно из результатов расчетов, при различных значениях мультипликатора и акселератора получаются различные ситуации на рынке: стабилизация (графики объемов потребления, инвестиций и национального продукта представляют собой затухающие колебания) или дестабилизация.

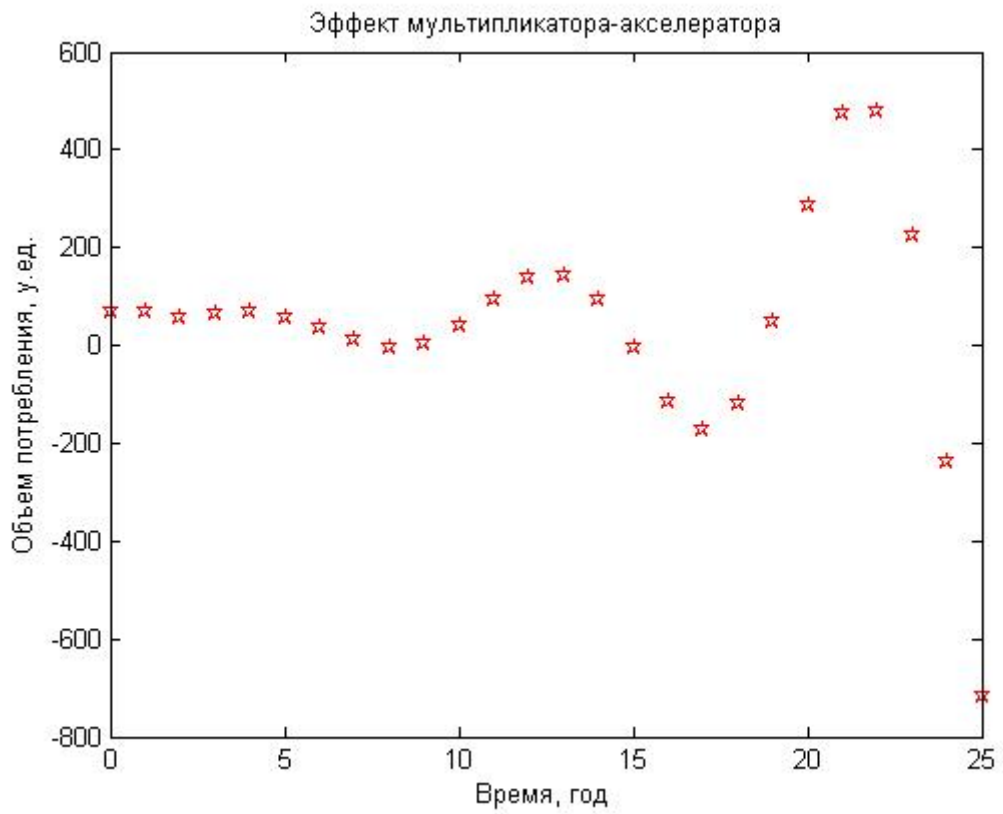


Рисунок 2.4 – Динамика объема потребления

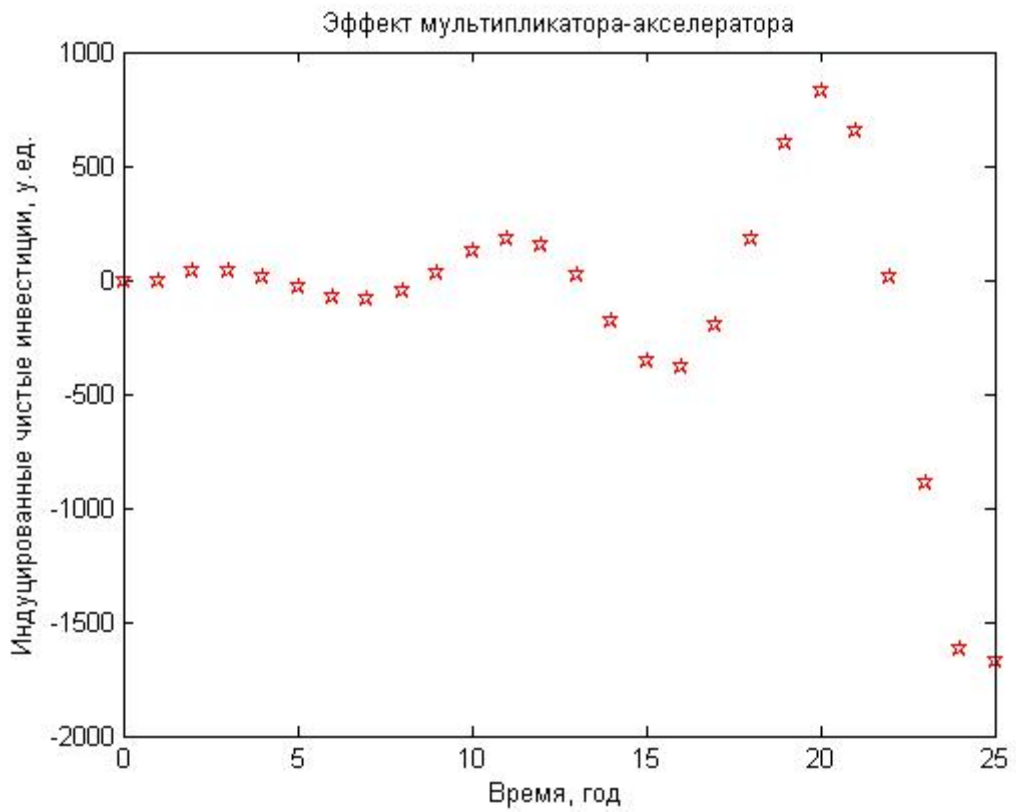


Рисунок 2.5 – Динамика индуцированных чистых инвестиций

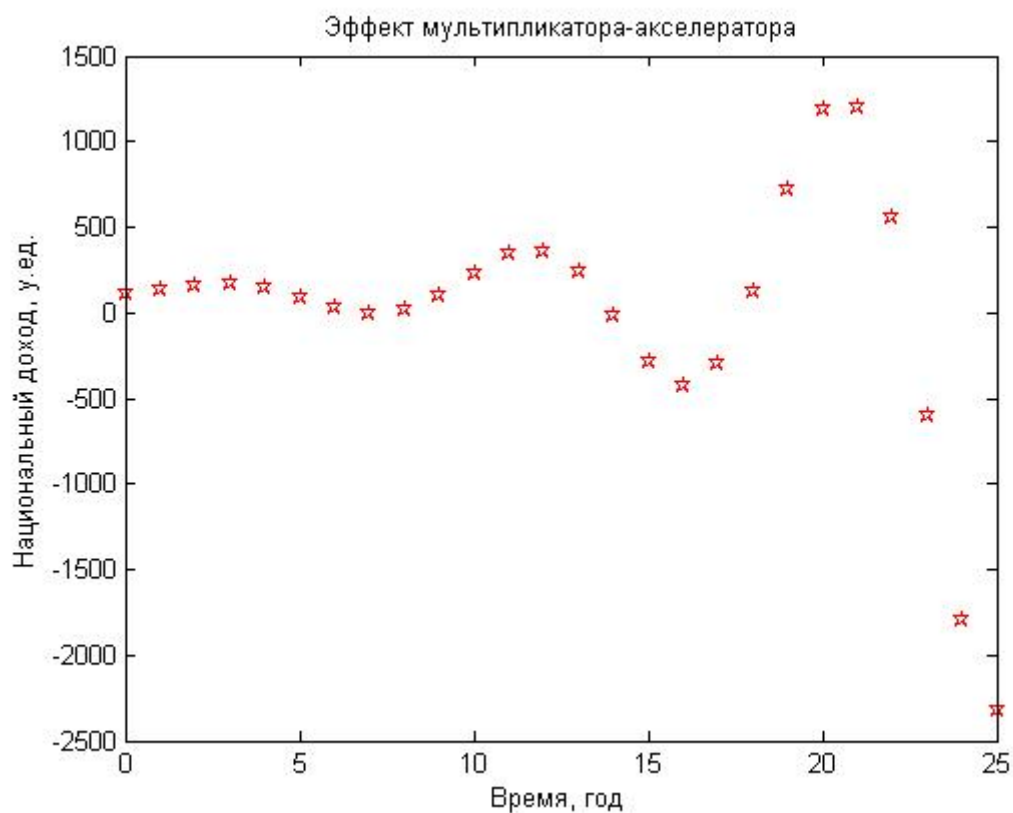


Рисунок 2.6 – Динамика национального дохода

2.4.3 Результаты исследования эффекта мультипликатора-акселератора при $k=1,2$ и $\eta=0,8$ (см. таблицу 2.3 и рисунки 2.7-2.9). Данные для расчетов: $C_1 = 85$ у.ед., $G_1 = 40$ у.ед., $G_2 = 60$ у.ед., $k=1,2$ и $\eta=0,8$.

Таблица 2.3 – Результаты расчета

Период	$C_t = k \cdot Y_{t-1}$	$I_t = \eta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2})$	G_t	$Y_t = C_t + I_t + G_t$
0	85	0	40	125
1	85	0	60	145
2	174	16	60	250
3	300	84	60	444
4	532	155	60	748
5	897	243	60	1200
6	1440	362	60	1863
7	2235	529	60	2825
8	3390	770	60	4220
9	5065	1116	60	6241
10	74891	1616	60	9165

Продолжение таблицы 2.3

11	10999	2339	60	13398
12	16078	3386	60	19524
13	23429	4900	60	28390
14	34068	7092	60	41220
15	43465	10264	60	59789
16	71747	14854	60	86662
17	103995	21498	60	125553
18	150664	31112	60	181836
19	218204	45026	60	263290
20	315949	65163	60	381172
21	457406	94305	60	551771
22	662126	136479	60	798665
23	958399	197515	60	1155974
24	1387169	285846	60	1673075
25	2007691	413681	60	2421432

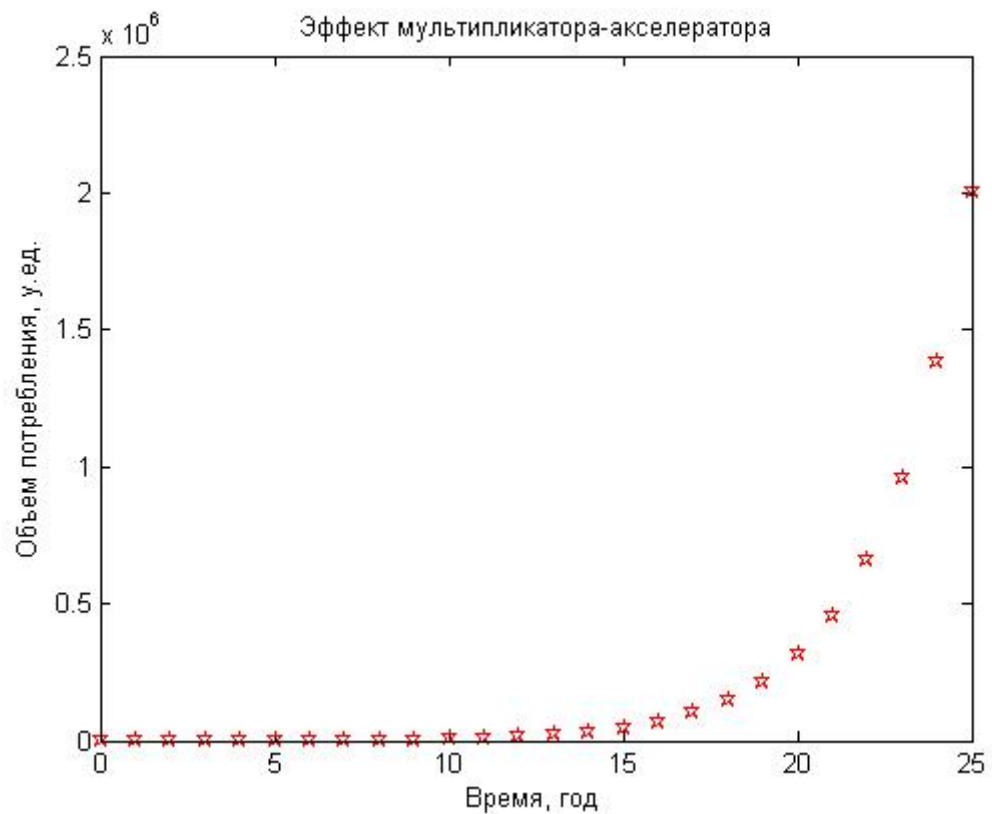


Рисунок 2.7 – Динамика объема потребления

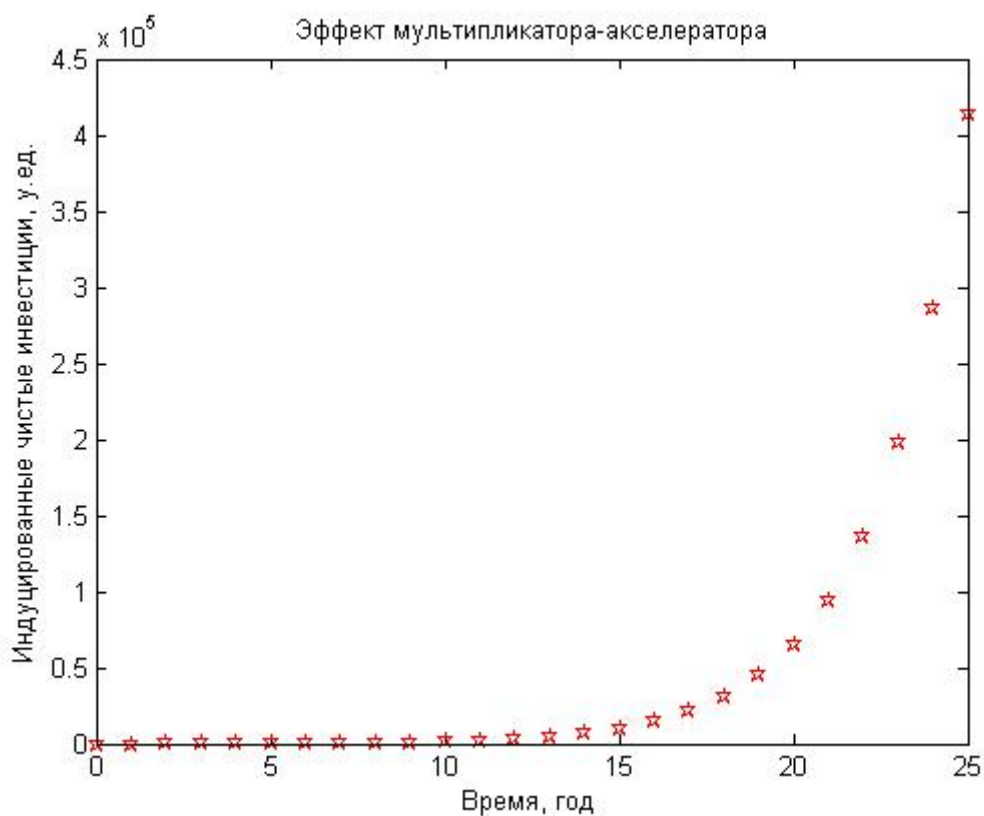


Рисунок 2.8 – Динамика индуцированных чистых инвестиций

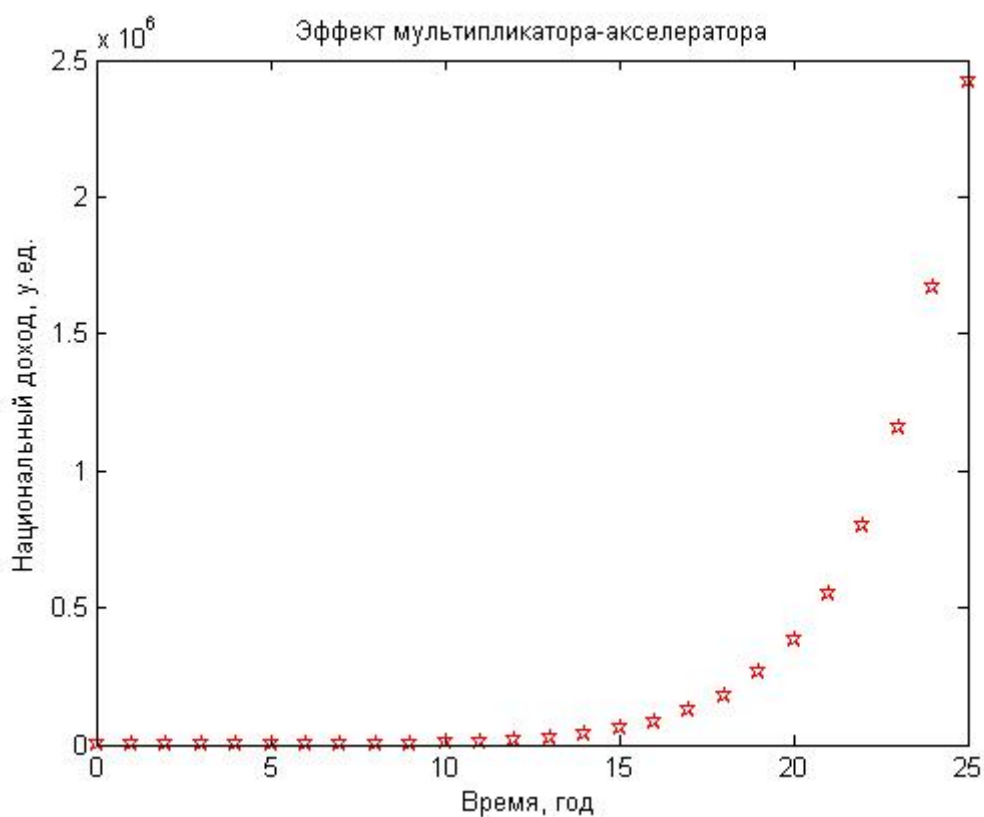


Рисунок 2.9 – Динамика национального дохода

3 МОДЕЛЬ ДЕЛОВОГО ЦИКЛА САМУЭЛЬСОНА-ХИКСА

3.1 Математическая модель делового цикла Самуэльсона-Хикса

Модель Самуэльсона-Хикса включает в себя только рынок благ на том основании, что уровень цен, относительные цены благ и ставка процента предполагаются неизменными [3, 10]. В соответствии с кейнсианской концепцией предполагается, что объем предложения совершенно эластичен. Так как модель динамическая, все переменные являются функциями времени: $x_t = f(t)$.

Объем потребления C_t домашних хозяйств в текущем периоде определяется величиной их дохода в предшествующем периоде:

$$C_t = C_{a,t} + C_y \cdot Y_{t-1}, \quad (3.1)$$

где $C_{a,t}$ – автономное потребление в текущий момент,

C_y – предельная склонность к потреблению, Y_t – национальный доход.

Предприниматели осуществляют индуцированные инвестиции после того, как убедились в том, что приращение совокупного спроса устойчиво. Поэтому принимая решение об объеме индуцированных инвестиций I_t , они ориентируются на приращение совокупного спроса (национального дохода) не в текущем, а в предшествующем периоде:

$$I_t = \eta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}), \quad (3.2)$$

где η – коэффициент акселерации.

При принятых предложениях экономика будет находиться в состоянии равновесия, если

$$Y_t = C_y \cdot Y_{t-1} + \eta \cdot (Y_{t-1} - Y_{t-2}) + G_t,$$

или

$$Y_t = (C_y + \eta) \cdot Y_{t-1} - \eta \cdot Y_{t-2} + G_t, \quad (3.3)$$

где G_t – автономные инвестиции (государственные расходы).

Модель (3.3) представляет собой *модель делового цикла Самуэльсона-Хикса*.

Уравнение (3.3) является неоднородным конечно-разностным уравнением второго порядка, характеризующим динамику национального дохода во времени.

При фиксированной величине автономных расходов ($G_t = G = const$) в экономике достигается долгосрочное равновесие, когда объем национального дохода стабилизируется на определенном уровне \bar{Y} , т.е. $Y_t = Y_{t-1} = \dots = Y_{t-n} = \bar{Y}$, где n число периодов с неизменной величиной автономных расходов.

Из уравнения (3.3) получаем:

$$\bar{Y} = (C_y + \eta) \cdot \bar{Y} - \eta \cdot \bar{Y} + G,$$

откуда имеем уравнение динамического равновесия

$$\bar{Y} = C_y \cdot \bar{Y} + G, \tag{3.4}$$

и равновесное значение национального дохода

$$\bar{Y} = G / (1 - C_y). \tag{3.5}$$

Исследуем динамику национального дохода, если после достижения долгосрочного равновесия будет изменяться величина автономных расходов.

Преобразуем неоднородное конечно-разностное уравнение (3.3) так, чтобы оно стало однородным.

Введем обозначения: $Y_t - \bar{Y} \equiv \Delta Y_t$. Значения Y_t и \bar{Y} удовлетворяют равенству (3.3), поэтому можно записать соответствующее однородное конечно-разностное уравнение второй степени с соответствующими коэффициентами:

$$\Delta Y_t = (C_y + \eta) \cdot \Delta Y_{t-1} - \eta \cdot \Delta Y_{t-2}. \tag{3.6}$$

Так как $Y_t = \bar{Y} + \Delta Y_t$, то направление изменения Y_t определяется направлением изменения ΔY_t .

Как следует из теории решения дифференциальных и конечно-разностных уравнений [3, 9, 16], характер изменения ΔY_t зависит от значения дискриминанта характеристического уравнения. Соответствующее (3.6) характеристическое уравнение имеет вид:

$$\lambda^2 - (C_y + \eta) \cdot \lambda + \eta = 0. \quad (3.7)$$

Дискриминант данного уравнения равен $(C_y + \eta)^2 - 4\eta$; тогда динамику национального дохода определяют значения предельной склонности к потреблению C_y или мультипликатора $k = 1/(1 - C_y)$ и акселератора η .

Если $(C_y + \eta)^2 - 4\eta > 0$, то Y_t изменяется монотонно; при $(C_y + \eta)^2 - 4\eta < 0$ изменение Y_t происходит колебательно. Следовательно, график функции $(C_y + \eta)^2 = 4\eta$, представленный на рисунке 3.1 кривой OBD , отделяет множество сочетаний C_y, η , обеспечивающих монотонное изменение Y_t , от множества комбинаций из значений C_y, η , приводящих к колебаниям Y_t .

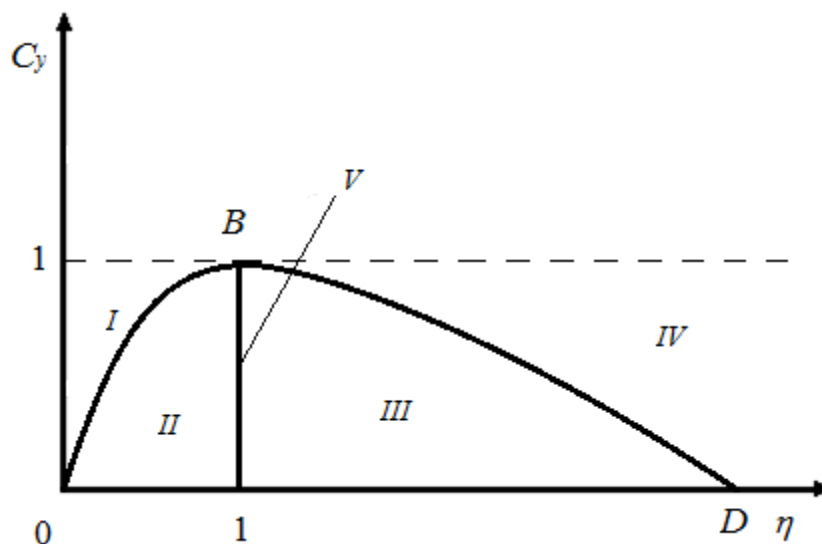


Рисунок 3.1 – Области распределения значений C_y, η в зависимости от их влияния на характер динамики национального дохода при изменении автономного спроса

Будет ли стремиться значение Y_t к некоторой величине или уходить в бесконечность, зависит от значения последнего слагаемого характеристического уравнения.

Если $\eta < 1$, то равновесие установится на определенном уровне. При $\eta > 1$ раз нарушенное равновесие больше не восстановится. При $\eta = 1$ значение Y_t будет колебаться с постоянной амплитудой.

В результате все множество сочетаний C_y и η будет разделено на пять областей (рисунок 3.1).

Если значения C_y и η будут из области I, то после нарушения равновесия в результате изменения автономного спроса значение Y_t монотонно устремится к новому равновесному уровню $\bar{Y}_1 = (G_0 + \Delta G)/(1 - C_y) = (G_0 + \Delta G) \cdot k$ (рисунок 3.2, а).

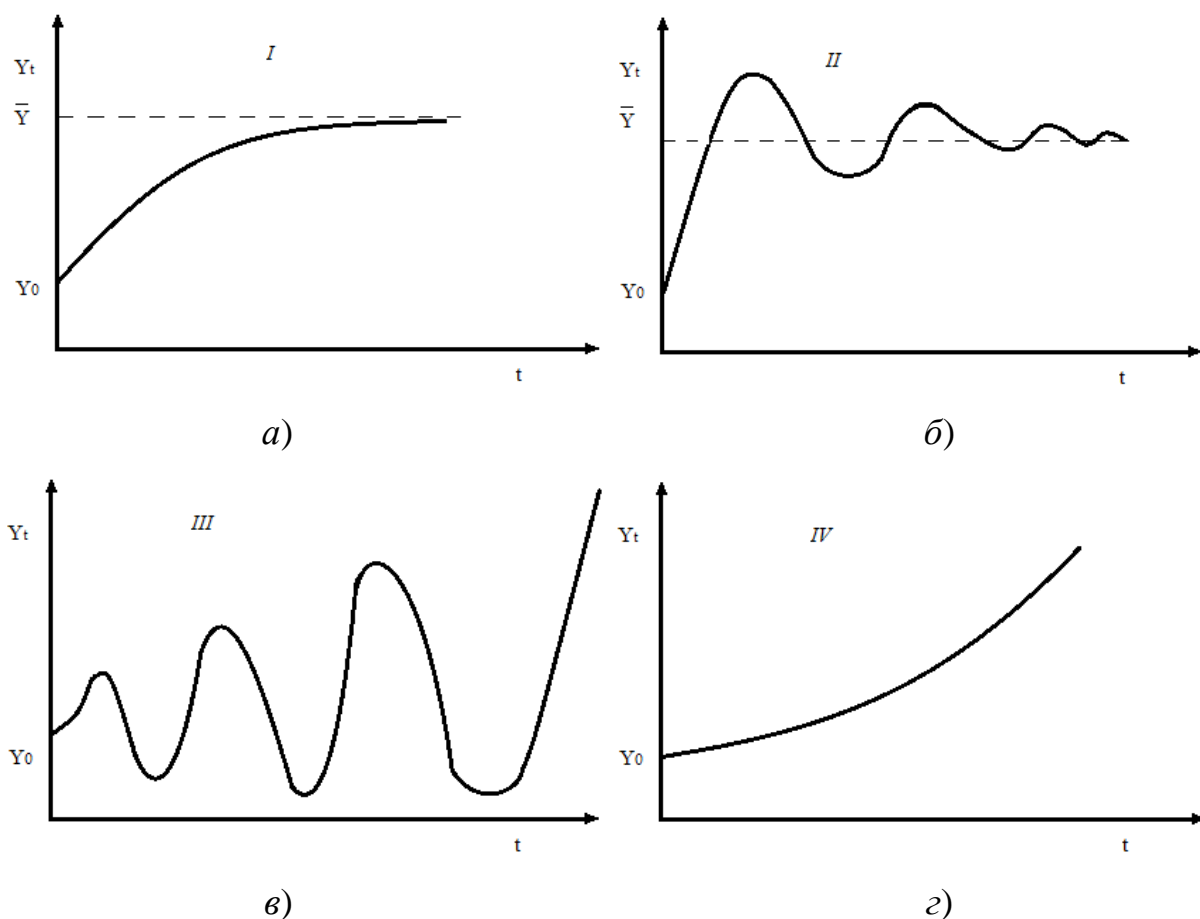


Рисунок 3.2 – Варианты динамики национального дохода при различных вариантах взаимодействия параметров C_y, η

При значениях C_y и η из области II национальный доход достигнет нового равновесного уровня, пройдя через затухающие колебания (рисунок 3.2, б).

Сочетания значений C_y , η , расположенные в областях III и IV (рисунок 3.1), соответствуют неустойчивому равновесию.

При сочетаниях значений C_y и η из области III динамика Y_t приобретает характер взрывных колебаний (рисунок 3.2, в).

Комбинации значений C_y , η из области IV приводят к тому, что после нарушения равновесия значение Y_t монотонно устремляется в бесконечность (рисунок 3.2, г).

Если акселератор равен единице, то при любом значении предельной склонности к потреблению в случае нарушения равновесия возникают равномерные не затухающие колебания Y_t .

3.2 Реализация модели Самуэльсона-Хикса

Проверим полученные выводы на конкретных числовых примерах.

3.2.1 Пример 1. Состояние экономики в начальном периоде характеризуется следующими параметрами: предельная склонность к потреблению $C_y = 0,8$, коэффициент акселерации $\eta = 0,3$, фиксированная величина автономных расходов $G = 200$ у.ед. Тогда равновесное значение национального дохода равно $\bar{Y}_0 = 200 / (1 - 0,8) = 200 / 0,2 = 1000$ у.ед., а уравнение динамического равновесия (3.4) принимает вид $1000 = 0,8 \cdot 1000 + 200$.

Пусть в первом периоде автономные инвестиции возрастают до 400 и сохраняются на этом уровне в последующие периоды.

Вследствие этого величина национального дохода в соответствии с моделью (3.1)-(3.3) претерпит изменения. Результаты расчетов отражены в таблице 3.1 (с округлением до одного знака после запятой) и на рисунке 3.3.

Новое равновесное значение национального дохода станет равным

$$\bar{Y}_1 = (200 + (400 - 200)) / (1 - 0,8) = 400 / 0,2 = 2000 \text{ у.ед.}$$

Таблица 3.1 – Результаты расчета для примера 1

Период, t	C_t	I_t	G_t	Y_t
0	800	0	200	1000
1	800	0	400	1200
2	960	60	400	1420
3	1136	66	400	1602
4	12816	54,6	400	1736
5	13889	40,26	400	1829
6	14633	27,95	400	1891
7	15130	18,61	400	1931
8	15453	12,10	400	1957
9	15659	7,73	400	1973
10	15789	4,87	400	1983
11	15870	3,04	400	1990
12	15920	1,88	400	1993
13	15951	1,15	400	1996
14	15970	0,71	400	1997
15	15982	0,43	400	1998
16	15989	0,26	400	1999
17	15993	0,16	400	1999
18	15996	0,09	400	1999
19	15997	0,05	400	1999
20	15998	0,03	400	1999
21	15999	0,02	400	1999
22	15999	0,01	400	1999
23	15999	0,007	400	1999
24	15999	0,004	400	1999
25	15999	0,002	400	1999

Поскольку в рассматриваемом примере комбинация C_y, η принадлежит области I на рисунке 3.1, то имеет место монотонное увеличение значения Y_t от прежнего к новому равновесному значению.

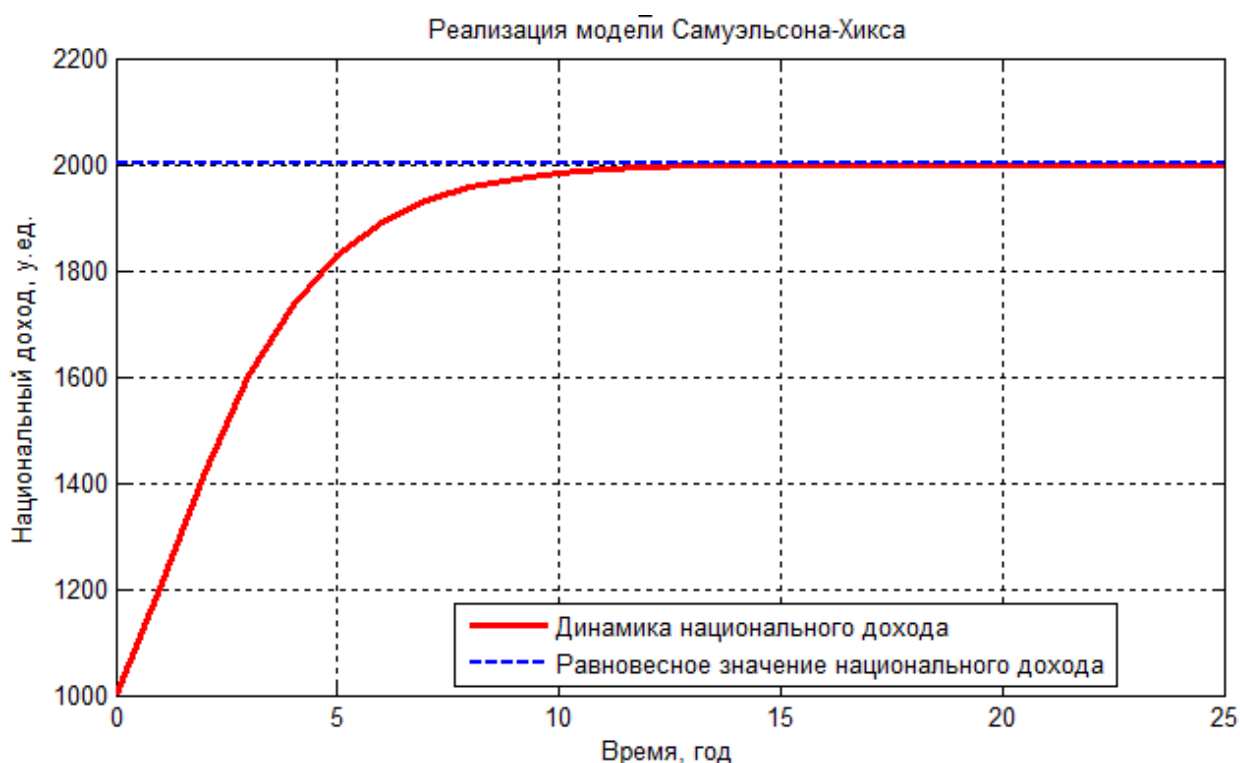


Рисунок 3.3 – Динамика национального дохода (пример 1)

3.2.2 Пример 2. Изменим исходные условия примера 1, чтобы оказаться в области II (рисунок 3.1) и положим: предельная склонность к потреблению $C_y = 0,6$, коэффициент акселерации $\eta = 0,7$, остальные данные оставим неизменными.

Тогда начальное равновесное значение равно $\bar{Y}_0 = 200 / (1 - 0,6) = 200 / 0,4 = 500$ у.ед., новое равновесное значение – $\bar{Y}_1 = 400 / 0,4 = 1000$. При этом к новому равновесию экономика придет через волнообразное изменение величины национального дохода, как это показано в таблице 3.2 и на рисунке 3.4. Следует отметить, что колебания национального дохода будут затухающими.

Таблица 3.2 – Результаты расчета для примера 2

Период, t	C_t	I_t	G_t	Y_t
0	300	0	200	500
1	300	0	400	700
2	420	1,40	400	960
3	576	1,82	400	1158
4	694	1,38	400	1233

Продолжение таблицы 3.2

5	740	0,52	400	1192
6	715	-0,28	400	1087
7	652	-0,73	400	978
8	587	-0,76	400	910
9	546	-0,42	400	899
10	539	-0,08	400	931
11	558	0,22	400	981
12	588	0,34	400	1023
13	614	0,29	400	1043
14	626	0,14	400	1040
15	624	-0,02	400	1021
16	613	-0,13	400	1000
17	600	-0,15	400	984
18	590	-0,10	400	980
19	588	-0,03	400	984
20	590	0,03	400	994
21	596	0,06	400	1003
22	601	0,06	400	1008
23	604	0,03	400	1008
24	604	0,001	400	1005
25	603	-0,02	400	1000



Рисунок 3.4 – Динамика национального дохода (пример 2)

3.2.3 Пример 3. Изменим в последнем примере только значение коэффициента акселерации и положим $\eta = 1,3$. В этом случае сочетание параметров C_y, η принадлежит области III на рисунке 3.1. Тогда динамика национального дохода приобретает взрывные колебания, что отражено в таблице 3.3 и на рисунке 3.5.

Таблица 3.3 – Результаты расчета для примера 3

Период, t	C_t	I_t	G_t	Y_t
0	300	0	200	500
1	300	0	400	700
2	420	260	400	1080
3	648	494	400	1542
4	925	600	400	1925
5	1155	498	400	2054
6	1232	167	400	1799
7	1079	-330	400	1148
8	689	-846	400	243
9	145	-1177	400	-631
10	-378	-1137	400	-1116
11	-669	-629	400	-899
12	-539	281	400	141
13	84	1353	400	1838
14	1103	2206	400	3709
15	2225	2431	400	5057
16	3034	1752	400	5186
17	3112	168	400	3680
18	2208	-1958	400	650
19	390	-3939	400	-3149
20	-1889	-4939	400	-6429
21	-3857	-4263	400	-7721
22	-4632	-1679	400	-5912
23	-3547	2351	400	-795
24	-477	6651	400	6573
25	3944	9580	400	13925

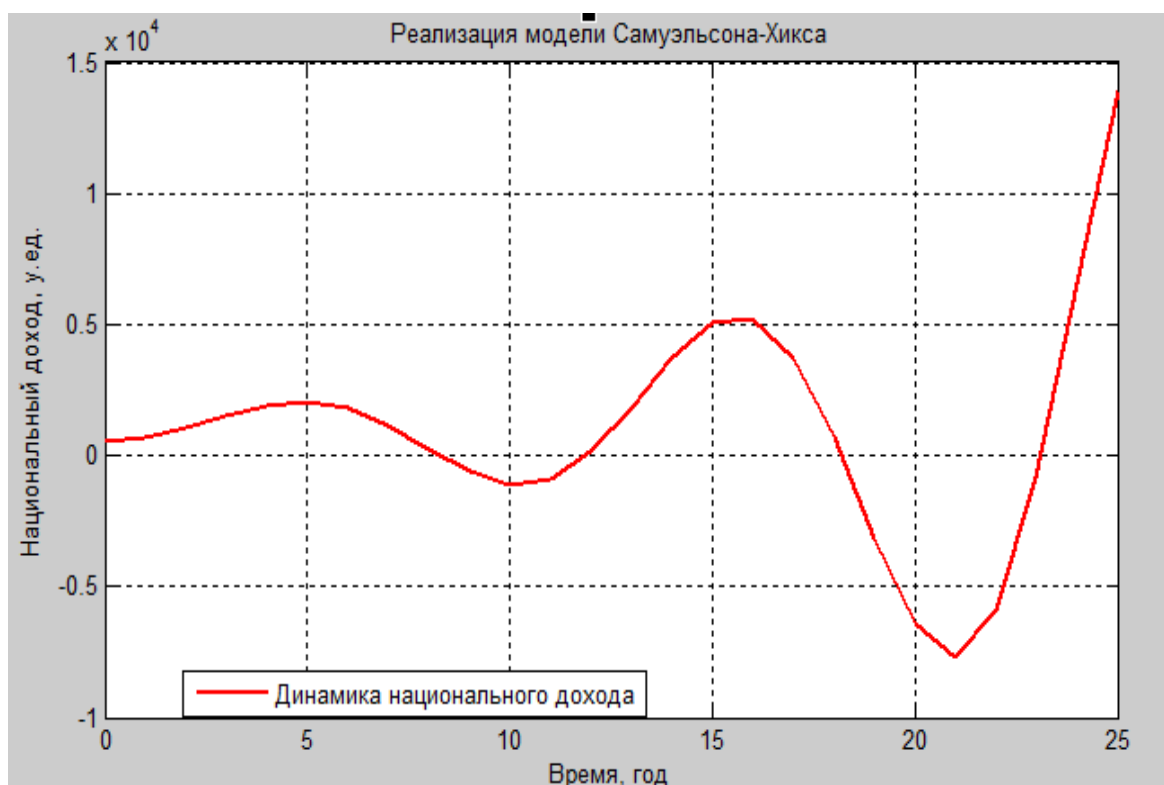


Рисунок 3.5 – Динамика национального дохода (пример 3)

3.2.4 Пример 4. Если в последнем примере вместо $\eta = 1,3$ принять $\eta = 3$, то после увеличения автономного спроса на 200 значение Y_t будет монотонно расти до бесконечности (таблица 3.4 и рисунок 3.6), поскольку сочетание C_y, η находится в области IV.

Таблица 3.4 – Результаты расчета для примера 4

Период, t	C_t	I_t	G_t	Y_t
0	300	0	200	500
1	300	0	400	700
2	420	520	400	1340
3	804	1664	400	2868
4	1720	3972	400	6093
5	3656	8386	400	12442
6	7465	16507	400	24373
7	14624	31019	400	46043
8	27626	56342	400	84368
9	50621	99645	400	150667
10	90400	172375	400	263175

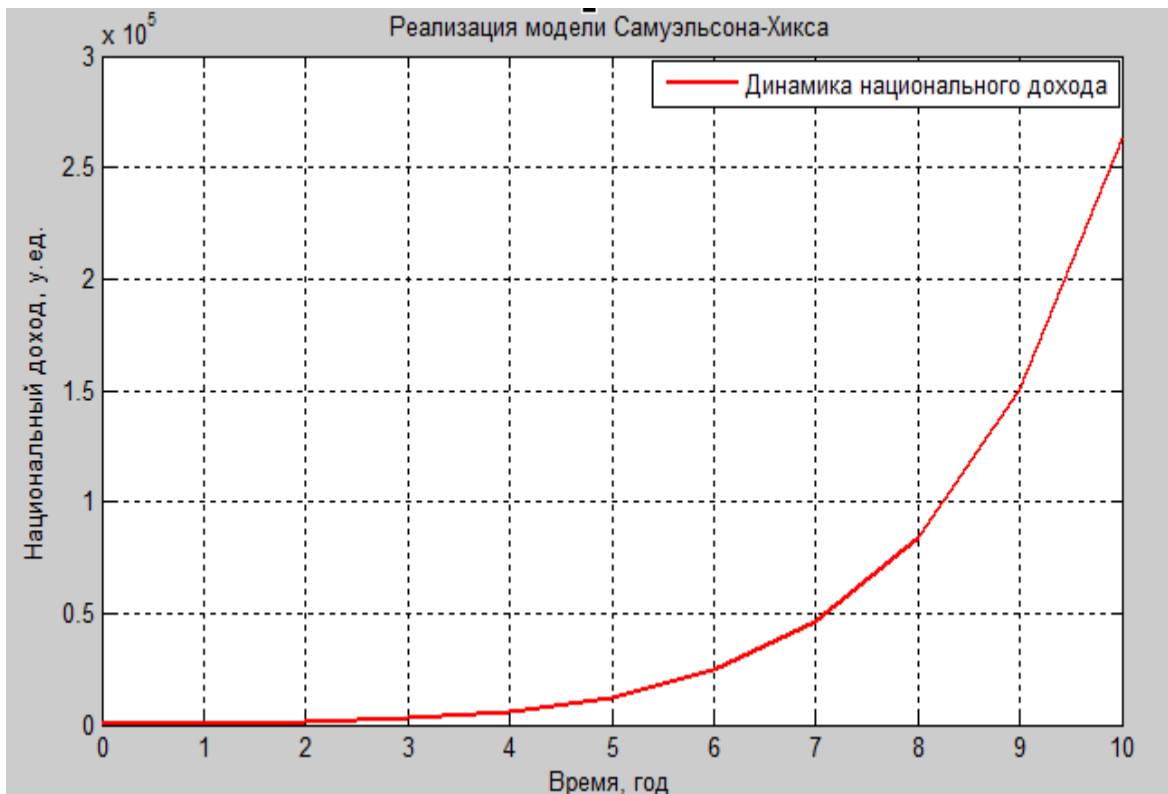


Рисунок 3.6 – Динамика национального дохода (пример 4)

3.3 Модификации модели Самуэльсона-Хикса

3.3.1 Модифицированная модель при ограничениях на национальный доход и индуцированные инвестиции

В реальной экономике $C_y < 1$, а $\eta > 1$, т.е. ей соответствуют области *III* и *IV*. При таких сочетаниях значений предельной склонности к потреблению и акселератора равновесие неустойчиво, и при его нарушении в модели Y_t очень быстро принимает неправдоподобные значения. В действительности размер национального дохода не может существенно превышать величину национального дохода полной занятости. Это ограничивает амплитуду колебаний объема национального дохода сверху. С другой стороны, объем индуцированных инвестиций не может быть меньше отрицательной величины амортизации и это ограничивает амплитуду колебания величины национального дохода снизу. В результате модель взаимодействия мультипликатора и акселератора принимает вид[3]

$$Y_t = \min\{(C_y Y_{t-1} + I_t^{un} + I_t^a), Y_F\}, \quad (3.8)$$

где $I_t^{un} = I_t$ – индуцированные инвестиции, $I_t^a = G_t$ – автономные расходы, Y_F – национальный доход полной занятости; причем

$$I_t^{un} = \max\{\eta(Y_{t-1} - Y_{t-2}), -D\}, \quad (3.9)$$

где D – величина амортизации.

В таких условиях приращение автономных инвестиций приводит к колебаниям величины национального дохода даже при нахождении комбинации C_y , η в области IV.

Реализуем модель (3.8)–(3.9) и проведем расчеты при следующих данных. Пусть фиксированная величина автономных расходов, как и в рассмотренных выше примерах, принимает значение $G = 200$ у.ед. Пусть, как и ранее, в первом периоде автономные инвестиции возрастают до 400 и сохраняются на этом уровне в последующие периоды. Добавим к условиям примера $Y_F = 10000$ у. ед. и $D = 400$ у. ед.

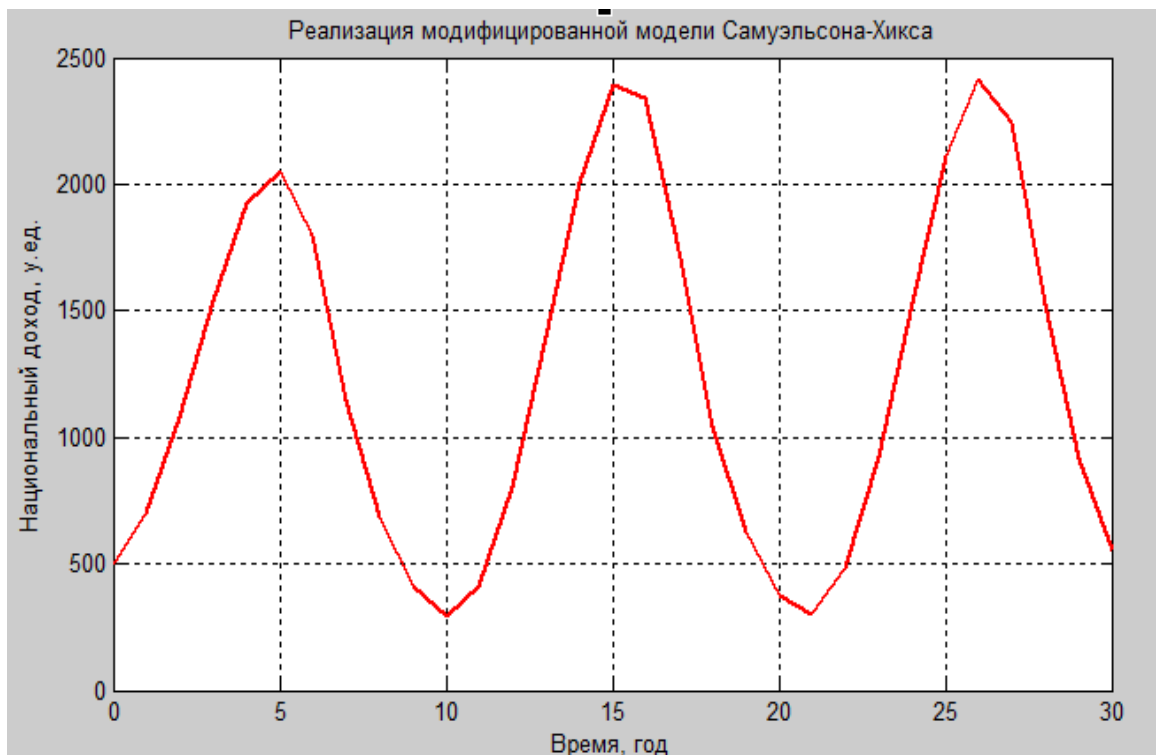
Результаты расчетов при значениях $C_y = 0,6$ и $\eta = 1,3$, что соответствует области III, приведены в таблице 3.5 и на рисунке 3.7. Как видно из полученных результатов, после приращения автономных расходов, динамика национального дохода уже будет иметь характер расходящихся колебаний: значения будут колебаться в пределах от 250 у.ед. до 2500 у.ед.

Таблица 3.5 – Результаты расчета при $C_y = 0,6$ и $\eta = 1,3$

Период, t	C_t	I_t	G_t	Y_t
0	300	0	200	500
1	300	0	400	700
2	420	260	400	1080
3	648	494	400	1542
4	925	600	400	1925
5	1155	498	400	2054
6	1232	167	400	1799
7	1079	-330	400	1148
8	689	-400	400	689
9	413	-400	400	413
10	248	-358	400	289

Продолжение таблицы 3.5

11	173	-161	400	412
12	247	159	400	807
13	484	513	400	1397
14	838	767	400	2006
15	1203	790	400	2394
16	1436	504	400	2341
17	1404	-68	400	1735
18	1041	-400	400	1041
19	624	-400	400	624
20	374	-400	400	374
21	224	-324	400	300
22	180	-97	400	482
23	289	237	400	926
24	556	577	400	1533
25	920	788	400	2109
26	1265	748	400	2413
27	1448	395	400	2,243
28	1346	-220	400	1525
29	915	-400	400	915
30	549	-400	400	549

Рисунок 3.7 – Динамика национального дохода при $C_y = 0,6$ и $\eta = 1,3$

Результаты расчетов при значениях $C_y = 0,6$ и $\eta = 3$, что соответствует области IV, приведены в таблице 3.6 и на рисунке 3.8. В этом случае после приращения автономного спроса на 200 величина национального дохода уже не будет бесконечно расти, а станет колебаться в интервале [149, 10000] (у.ед.).

Таблица 3.6 – Результаты расчета при $C_y = 0,6$ и $\eta = 3$

Период, t	C_t	I_t	G_t	Y_t
0	300	0	200	500
1	300	0	400	700
2	420	600	400	1420
3	852	2160	400	3412
4	2047	5976	400	8423
5	5053	15033	400	10000
6	6000	4730	400	10000
7	6000	0	400	6400
8	3840	-400	400	3840
9	2304	-400	400	2304
10	1382	-400	400	1382
11	829	-400	400	829
12	497	-400	400	497
13	298	-400	400	298
14	179	-400	400	179
15	107	-358	400	149
16	89	-89	400	399
17	239	75	400	1390
18	834	2973	400	4208
19	2525	8452	400	10000
20	6000	17374	400	10000
21	6000	-400	400	6400
22	3840	-400	400	3840
23	2304	-400	400	2304
24	1382	-400	400	1382
25	829	-400	400	829
26	497	-400	400	497
27	298	-400	400	298
28	179	-400	400	179
29	107	-358	400	149
30	89	-89	400	399

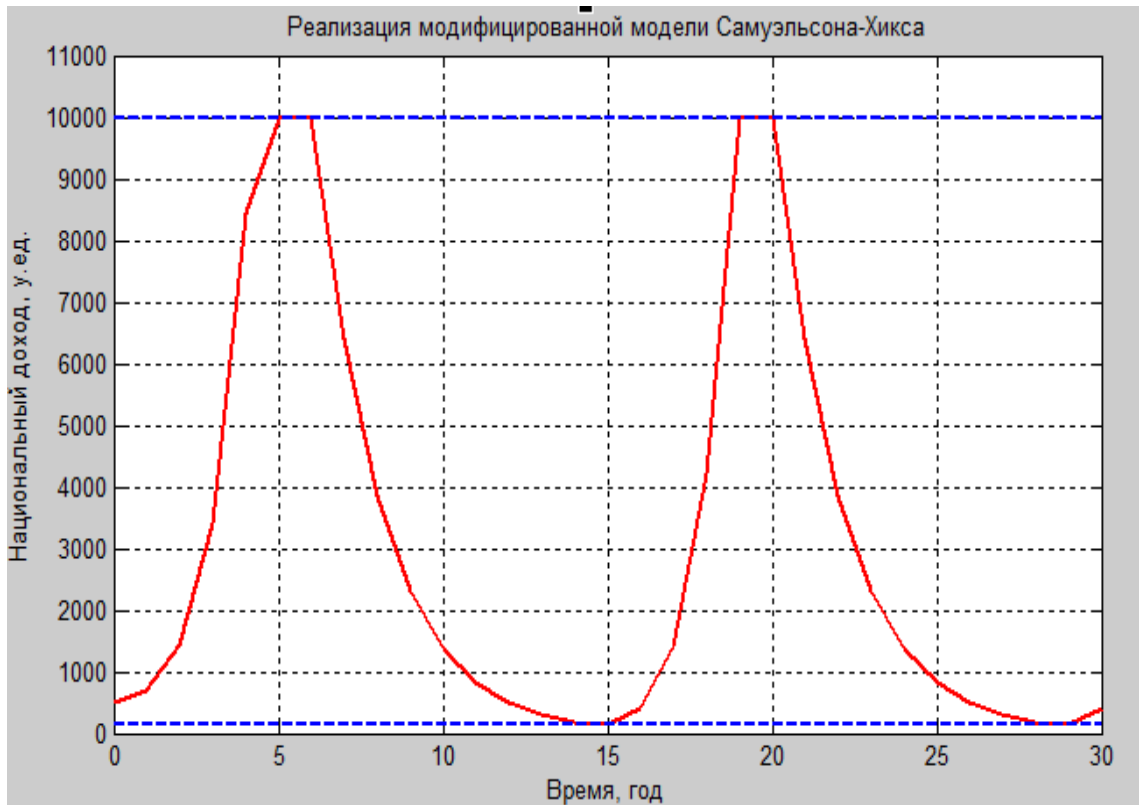


Рисунок 3.8 – Динамика национального дохода при $C_y = 0,6$ и $\eta = 3$

3.3.2 Модифицированная модель при увеличивающихся автономных расходах

Если автономные расходы увеличиваются с постоянным годовым темпом прироста x , то уравнение (3.3) принимает вид

$$Y_t = (C_y + \eta) \cdot Y_{t-1} - \eta \cdot Y_{t-2} + A_0 \cdot (1 + x)^t, \quad (3.10)$$

где A_0 – автономные расходы в начальном периоде.

В этом случае вследствие мультипликационного эффекта значение равновесного национального дохода ежегодно будет возрастать в $(1 + x)$ раз. Тогда

$$\bar{Y}_t = (C_y + \eta) \cdot \frac{\bar{Y}_t}{1 + x} - \eta \cdot \frac{\bar{Y}_t}{(1 + x)^2} + A_0 \cdot (1 + x)^t.$$

Поэтому равновесное значение национального дохода будет определяться по следующей формуле:

$$\bar{Y}_t = \frac{1}{1 - \frac{C_y + \eta}{1 + x} + \frac{\eta}{(1 + x)^2}} \cdot A_0 \cdot (1 + x)^t. \quad (3.11)$$

Множитель $\frac{1}{1 - \frac{C_y + \eta}{1+x} + \frac{\eta}{(1+x)^2}}$ в правой части выражения (3.11) называется *супермультипликатором Хикса*. Он показывает, на сколько возрастет национальный доход в периоде t при увеличении государственных инвестиций в том же периоде на единицу сверх их экзогенного роста в темпе $(1+x)$.

По причине ежегодного увеличения автономных расходов с тем же темпом будут расти производственные мощности, при этом верхний предел возможных колебаний национального дохода полной занятости будет определяться соотношением:

$$Y_{F,t} = Y_{F,0} \cdot (1+x)^t, \quad (3.12)$$

где $Y_{F,0}$ – национальный доход полной занятости в начальном периоде.

Темпу роста производственных мощностей соответствует рост годовых амортизированных начислений:

$$D_t = D_0 \cdot (1+x)^t. \quad (3.13)$$

Исходя из формул (3.12), (3.13) определим нижний предел колебаний уровня национального дохода. При минимальном значении индуцированных инвестиций

$$I_{t,\min}^{un} = -D_0 \cdot (1+x)^t,$$

общий объем автономных расходов будет исчисляться по формуле

$$A_t = A_0 \cdot (1+x)^t + I_{t,\min}^{un} = (A_0 - D_0) \cdot (1+x)^t,$$

и величина национального дохода достигает минимума, равного

$$Y_{t,\min} = C_y \cdot Y_{t-1} + (A_0 - D_0) \cdot (1+x)^t,$$

или, принимая во внимание, что $Y_t = Y_{t-1}(1+x)$, получим

$$Y_t = C_y \cdot \frac{Y_t}{1+x} + (A_0 - D_0) \cdot (1+x)^t,$$

откуда

$$Y_t \cdot \left(1 - \frac{C_y}{1+x}\right) = (A_0 - D_0) \cdot (1+x)^t.$$

Тогда окончательно получаем, что нижняя граница колебания национального дохода определяется значением

$$\bar{Y}_{t,\min} = \frac{1}{1 - \frac{C_y}{1+x}} \cdot (A_0 - D_0) \cdot (1+x)^t.$$

Реализуем модель на следующем примере. Пусть в начальном периоде величина автономных расходов принимает значение $A_0 = 300$ у.ед., национальный доход полной занятости – $Y_{F,0} = 5000$ у.ед., величина амортизации – $D_0 = 200$ у.ед., темп прироста годовых инвестиций составляет $x = 0,05$ или 5%.

Результаты моделирования представлены на рисунке 3.10 при значениях $C_y = 0,7$ и $\eta = 1,5$ и на рисунке 3.11 при значениях $C_y = 0,6$ и $\eta = 2,5$.

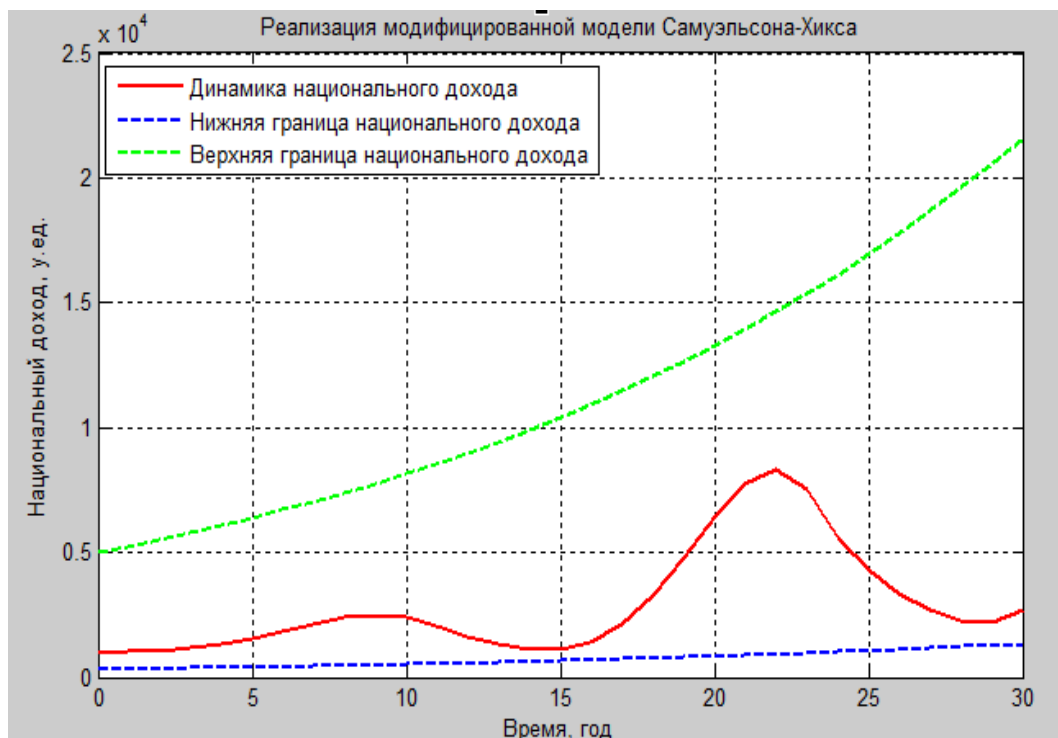


Рисунок 3.9 – Результаты расчетов при значениях $C_y = 0,7$ и $\eta = 1,5$

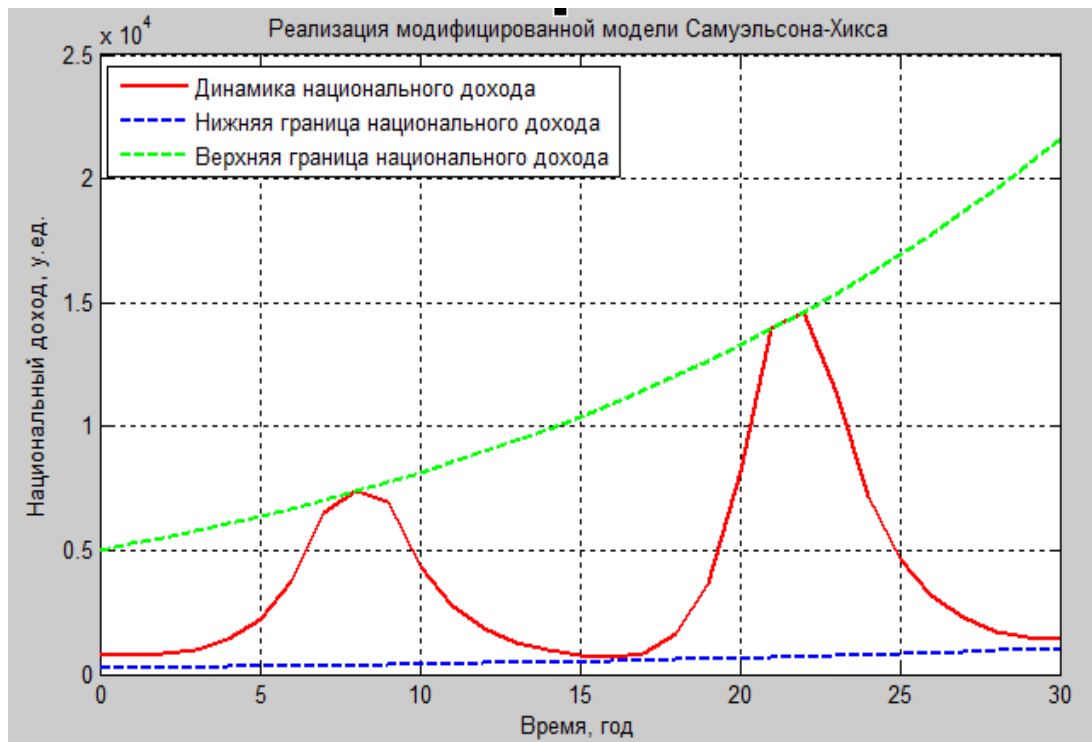


Рисунок 3.10 – Результаты расчетов при значениях $C_y = 0,6$ и $\eta = 2,5$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью выпускной квалификационной работе являлось изучение понятия экономического цикла, модели взаимодействия мультипликатора-акселератора и модели Самуэльсона-Хикса.

Была проделана следующая работа:

- 1) проведен литературный обзор по данной тематике;
 - 2) изучены понятие экономического цикла и эффект взаимодействия мультипликатора-акселератора;
 - 3) изучены основы работы в пакете ППП MATLAB;
 - 4) рассмотрены статистические данные о ВВП для четырех стран, построены графики темпов прироста ВВП;
 - 5) реализован эффект взаимодействия мультипликатора-акселератора, проведены расчеты при различных значениях коэффициентов.
- б) рассмотрена и реализована модель Самуэльсона-Хикса и ее модификации.

Рассмотренная модель Самуэльсона-Хикса дает возможность сделать выводы о причинах возникновения эндогенных (самогенерирующихся) циклических колебаний в экономической системе. Несмотря на допущения, принимаемых в моделях колебательных процессов, необходимо заметить строгость и прозрачность выводов, получаемых на основе анализа.

В теоретических исследованиях экономической динамики, наибольшее внимание уделяется инвестиционному поведению. Последнее представляется в виде определенной зависимости между размерами инвестиций и характеристиками состояния экономической системы.

Последовательные теоретические построения в данной области включают, прежде всего, объяснение внутренних экономических механизмов развития, выявление движущих сил, поведенческих мотивов и средств реализации изменений в экономических системах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1 Абонеева, Е.В. Экономическая теория (микроэкономика и макроэкономика) [Электронный ресурс]: учебное пособие / Е.В. Абонеева.– Ставрополь: Ставропольский государственный аграрный университет, АГРУС, 2012. – 427 с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/47391.html>. (дата обращения 31.05.2017)
- 2 Боярский, А.Я. Математика для экономистов / А.Я. Боярский. – М.: Госстатиздат, 1961. – 464 с.
- 3 Гальперин, В.М. Макроэкономика. Учебник / В.М. Гальперин, Л.С. Тарасевич. – СПб: Издательство Санкт-Петербургского государственного университета экономики и финансов, 1999. – 656 с.
- 4 Кобелев, Н.В. Практика применения экономико–математических методов и моделей /Н.В. Кобелев. – М.:Финстатинформ. 2000 г. – 246 с.
- 5 Красс, М.С. Математические методы и модели для магистрантов экономики:Учебное пособие. 2-е изд., доп./ М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. –СПб.:Питер, 2010. – 496 с.
- 6 Кремер, Н.Ш. Высшая математика для экономистов:учебное пособие для вузов / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришнин, М.Н. Фридман. под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: Банки и биржи, ЮНИТИ, 1997. – 439 с.
- 7 Крушевский, А.В. Справочник по экономико-математическим моделям и методам /А.В. Крушевский. –Киев: Техника,1982. – 208 с.
- 8 Крюков, М.М. Эколого–экономическое игровое имитационное моделирование / М.М. Крюков. – Москва: ТЕИС, 2009. – 198с.
- 9 Комаров, М.А. Линейные разностные уравнения и их приложения / М.А. Комаров. – Владимир: Изд-во Владимирского гос. университета, 2012. – 42 с.
- 10 Лебедев, К.К. Математическое моделирование нестационарных экономических процессов / К.К. Лебедев, К.В. Лебедев. –М.:еТест, 2011. – 334с.
- 11 Марыганова, Е.А. Макроэкономика: учебное пособие / Е.А. Марыганова.

нова, Е.В. Назарова. – М.: ЭБС «IPRbooks» Евразийский открытый институт. 2011. – 360 с. –Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/10763.html>. (дата обращения 31.05.2017)

12 Сайт Организации экономического развития и сотрудничества. Режим доступа: <http://stats.oecd.org/Index.aspx#>.(дата обращения 17.05.2017)

13 Станковская, И. К. Экономическая теория: учебник /И.К. Станковская, И.А. Стрелец. – М.:Эксмо, 3-е изд., 2007. –448 с.

14 Снетков, Н.Н. Имитационное моделирование экономических процессов / Н.Н. Снетков. – М.: Изд. Центр ЕАОИ, 2008.–228 с.

15 Сурин, А.И. История экономики и экономических учений:учебно-метод. пособие /А.И. Сурин. –М.: Финансы и статистика. 2002. – 141 с.

16 Самарский, А.А. Численные методы: учебное пособие для вузов / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М.: Наука. гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 432 с.

17 Тарасевич, Л.С. Макроэкономика: учебник /Л.С. Тарасевич, А.И. Сурин, П.И. Гребников, А.И. Леусский // 6-е изд., испр. и доп. – М.: Высшее образование. 2006. – 654 с.

18 Тюрина, А.Д. Макроэкономика: учебное пособие / А.Д. Тюрина, С.А. Шилина. – Саратов: Научная книга,2012.–159с. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/6296.html>. (дата обращения 30.05.2017)

19 Успенский, В.Н. Влияние глобального финансового кризиса на экономику страны /В.Н. Успенский. – М.: ИНФРА-М, 2013.–23 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
Листинг программы «Темп прироста ВВП»

```
function run
clear
clc
X1=russia;
X2=china;
X3=usa;
X4=germany;
[kr, zr, z zr]=temp(X1);
[kc, zc, z zc]=temp(X2);
[ku, zu, z zu]=temp(X3);
[kg, zg, z zg]=temp(X4);
tr=(2016-kr+1):2016;
tc=(2015-kc+1):2015;
tu=(2016-ku+1):2016;
tg=(2016-kg+1):2016;
plot(tr, z zr, tc, z zc, tu, z zu, tg, z zg)
grid on
xlabel('Год')
ylabel('Темпприроста, %%')
legend('Российская Федерация', 'Китай', 'США', 'Германия')

function [t, z1, z2]=temp(x)
k=size(x);
for i=1:(k(2)-1)
    dx(i)=(x(i+1)-x(i))/x(i)*100;
end;
for i=1:(k(2)-2)
    ddx(i)=(dx(i+1)-dx(i))/dx(i)*100;
end;
z1=dx;
z2=ddx;
t=k(2)-2;

function z=china
z=[227972.0 245688.0 255236.0 275623.0 282769.0 303948.0...
298858.0 325000.0 367870.0 410045.0 458758.0 493583.0...
537335.0 602092.0 727850.0 909895.0 1037615.0 1217459.0...
1518039.0 1717974.0 1887287.0 2200563.0 2719453.0 3567323.0...
4863745.0 6133989.0 7181363.0 7971504.0 8519551.0 9056438.0...
10028014.0 11086312.0 12171742.0 13742203.0 16184016.0 18731890.0...
21943847.0 27023227.0 31951555.0 34908137.0 41303031.0 48930057.0...
54036743.0 59524441.0 64397405.0 68550575.0];

function z=russia
z=[1490.2 20251.3 182751.4 650777.7 1522157.3 2139431.9 2496058.6
2801986.7 5139381.6 7784509.0 9529806.7 ...
11540443.4 14088721.9 18162258.5 23050316.7 28711557.5 35463861.1
44028449.1 41394187.8 49395564.0 ...
59698117.4 66926863.3 71016728.7 79199658.5 83232618.4 86043648.9]
```

Продолжение ПРИЛОЖЕНИЯ А
Листинг программы «Темп прироста ВВП»

```
function z=germany
z=[402370.3 446602.0 486917.2 542318.4 586951.8 614836.6...
666600.2 710274.0 757585.4 822783.7 879858.7 921445.9 959852.9...
1002321.6 1051117.1 1098439.7 1157266.5 1188509.9 1253406.9...
1339739.1 1458040.0 1579800.0 1695320.0 1748550.0 1830290.0...
1898880.0 1926320.0 1967090.0 2018230.0 2064880.0 2116480.0...
2179850.0 2209290.0 2220080.0 2270620.0 2300860.0 2393250.0...
2513230.0 2561740.0 2460280.0 2580060.0 2703120.0 2758260.0...
2826240.0 2923930.0 3032820.0 3132670.0];

function z=usa
z=[1075884.0 1167770.0 1282449.0 1428549.0 1548825.0 1688923.0...
1877587.0 2085951.0 2356571.0 2632143.0 2862505.0 3210956.0
3344991.0...
3638137.0 4040693.0 4346734.0 4590155.0 4870217.0 5252629.0 5657693.0...
5979589.0 6174043.0 6539299.0 6878718.0 7308755.0 7664060.0...
8100201.0 8608515.0 9089168.0 9660624.0 10284779.0 10621824.0...
10977514.0 11510670.0 12274928.0 13093726.0 13855888.0 14477635.0...
14718582.0 14418739.0 14964372.0 15517926.0 16155255.0 16691517.0
17393103.0 18036648.0];
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
Листинг программы «Эффект мультипликатора-акселератора»

```
function multy_aks
clear
clc
format short
%входные параметры
t=0:21;
n=size(t);
n1=n(2);
k=0.6; %мультипликатор
nu=0.3; %акселератор
C(1:2)=40;
G(1)=12;
G(2:n1)=20;
I(1:2)=0;
Y(1:2)=C(1:2)+G(1:2)+I(1:2);
for i=3:n1
    C(i)=k*Y(i-1);
    I(i)=nu*(Y(i-1)-Y(i-2));
    Y(i)=C(i)+G(i)+I(i);
end;
disp('Объем потребления')
[t' C']
disp('Индукцированные чистые инвестиции')
[t' I']
disp('Национальный доход')
[t' Y']

figure(1)
plot(t, C, 'rp')
xlabel('Время, год')
ylabel('Объем потребления, у.ед.')
title('Эффект мультипликатора-акселератора')

figure(2)
plot(t, I, 'rp')
xlabel('Время, год')
ylabel('Индукцированные чистые инвестиции, у.ед.')
title('Эффект мультипликатора-акселератора')

figure(3)
plot(t, Y, 'rp')
xlabel('Время, год')
ylabel('Национальный доход, у.ед.')
title('Эффект мультипликатора-акселератора')
```

ПРИЛОЖЕНИЕ В
Листинг программы «Модель Самуэльсона-Хикса»

```
function run
clear
clc
format long
%входные параметры
t=0:25;
n=size(t);
n1=n(2);
Cy=0.8; %ПСП
nu=0.3; %акселератор
G(1)=200;
G(2:n1)=400;
Y(1)=G(1)/(1-Cy);
C(1:2)=Y(1)-G(1);
I(1:2)=0;
Y(2)=C(2)+G(2)+I(2);
disp('Равновесное значение национального дохода')
Y_ravn=G(2)/(1-Cy)
for i=3:n1
    C(i)=Cy*Y(i-1);
    I(i)=nu*(Y(i-1)-Y(i-2));
    Y(i)=C(i)+G(i)+I(i);
end;
disp('Объем потребления')
[t' C']
disp('Индукцированные чистые инвестиции')
[t' I']
disp('Национальный доход')
[t' Y']
Y_r(1:n1)=Y_ravn;

figure(1)
plot(t, Y, 'r', t, Y_r, 'b--')
grid on
xlabel('Время, год')
ylabel('Национальный доход, у.ед.')
title('Реализация модели Самуэльсона-Хикса')
legend('Динамика национального дохода', 'Равновесное значение националь-
ного дохода')
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Г
Листинг программы «Модификации модели Самуэльсона-Хикса
при ограничениях на национальный доход и
индуцированные инвестиции»

```
function run
clear
clc
format long
%входные параметры
t=0:30;
n=size(t);
n1=n(2);
Cy=0.6; %ПСП
nu=1.3; %акселератор
Yf=10000; %национальный доход полной занятости
D=400; %величина амортизации
G(1)=200;
G(2:n1)=400;
Y(1)=G(1)/(1-Cy);
C(1:2)=Y(1)-G(1);
I(1:2)=0;
Y(2)=min(C(2)+G(2)+I(2), Yf);
for i=3:n1
    C(i)=Cy*Y(i-1);
    I(i)=max(nu*(Y(i-1)-Y(i-2)), -D);
    Y(i)=min(C(i)+G(i)+I(i), Yf);
end;
Y_max=max(Y)
Y_min=min(Y)
disp('Объем потребления')
[t' C']
disp('Индукцированные чистые инвестиции')
[t' I']
disp('Национальный доход')
[t' Y']

figure(1)
plot(t, Y, 'r')
grid on
xlabel('Время, год')
ylabel('Национальный доход, у.ед.')
title('Реализация модифицированной модели Самуэльсона-Хикса')
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Д
Листинг программы «Модификации модели Самуэльсона-Хикса
при увеличивающихся автономных расходах»

```
function run
clear
clc
format long
%входные параметры
t=0:30;
n=size(t);
n1=n(2);
x=0.05; %темп прироста автономных расходов
Cy=0.6; %ПСП
nu=2.5; %акселератор
Yf(1)=5000; %национальный доход полной занятости в начальном периоде
D(1)=200; %величина амортизации в начальном периоде
G(1)=300;
for i=2:n1
Yf(i)=Yf(i-1)*(1+x);
    D(i)=D(i-1)*(1+x);
    G(i)=G(i-1)*(1+x);
end;
Y(1)=G(1)/(1-Cy);
C(1:2)=Y(1)-G(1);
I(1:2)=0;
Y(2)=min(C(2)+G(2)+I(2), Yf(2));
for i=3:n1
    C(i)=Cy*Y(i-1);
    I(i)=max(nu*(Y(i-1)-Y(i-2)), -D(i));
    Y(i)=min(C(i)+G(i)+I(i), Yf(i));
end;
for i=1:n1
Ymin(i)=1/(1-Cy/(1+x))*(G(1)-D(1))*(1+x)^i;
end;
%Y_max=max(Y)
%Y_min=min(Y)
%Ymax(1:n1)=max(Y);
%Ymin(1:n1)=min(Y);
disp('Объем потребления')
[t' C']
disp('Индукцированные чистые инвестиции')
[t' I']
disp('Национальный доход')
[t' Y']

figure(1)
%plot(t, Y, 'r')
plot(t, Y, 'r', t, Ymin, 'b--', t, Yf, 'g--')
legend('Динамика национального дохода', 'Нижняя граница национального дохода',
'Верхняя граница национального дохода')
grid on
xlabel('Время, год')
ylabel('Национальный доход, у.ед.')
title('Реализация модифицированной модели Самуэльсона-Хикса')
%legend('Динамика национального дохода')
```