

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»



«Кадры для регионов»



ФГБОУ ВПО «Амурский государственный университет»

Учебное пособие подготовлено в рамках реализации проекта по подготовке высококвалифицированных кадров для предприятий и организаций регионов («Кадры для регионов»)

Н.И. Воропай

ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Учебное пособие

Благовещенск
Издательство АмГУ
2013

ББК 31.26 Я 73

В 75

*Печатается по решению
редакционно-издательского совета
энергетического факультета
Амурского государственного
университета*

Разработано в рамках реализации гранта «Подготовка высококвалифицированных кадров в сфере электроэнергетики и горно-металлургической отрасли для предприятий Амурской области» по заказу предприятия-партнера ОАО «Дальневосточная распределительная сетевая компания»

Рецензенты:

Бичевин А.В. – начальник службы технической эксплуатации ОАО «Дальневосточная распределительная сетевая компания»

Денис Алексеевич Теличенко, доцент кафедры АППиЭ ФГБОУ «Амурский государственный университет» (АмГУ, г. Благовещенск), канд. техн. наук.

Воропай, Н.И. Электромеханические переходные процессы: учеб. пособие / Н.И. Воропай. - Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2013. – 151 с.

Учебное пособие предназначено для подготовки бакалавров по направлению 140400.62 «Электроэнергетика и электротехника» по профилям: "Электрические станции", "Электроэнергетические системы и сети", "Электроснабжение", "Релейная защита и автоматизация электроэнергетических систем. Рассмотрены электромеханические и тепломеханические (длительные) переходные процессы в ЭЭС разного характера и различной длительности.

В авторской редакции.

ББК 31.26 Я 73

©Амурский государственный университет, 2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	6
1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРО- ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ.	10
1.1. Понятие устойчивости. Виды устойчивости электроэнергетиче- ских систем.	10
1.2. Идеализированная синхронная машина	11
1.3. Простейшая электроэнергетическая система, ее векторная диаграмма и уравнение движения ротора генератора	15
1.4. Статическая устойчивость простейшей электроэнергетической системы	19
1.5. Динамическая устойчивость простейшей электроэнергетической системы	23
1.6. Асинхронный режим в простейшей электроэнергетической системе	33
1.7. Устойчивость асинхронной нагрузки	36
1.8. Длительные переходные процессы в электроэнергетических системах	38
Контрольные вопросы	41
2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ	42
2.1. Схема замещения электроэнергетической системы	42
2.2. Математическое описание синхронного генератора и его систем регулирования	44
2.3. Математическое описание комплексной нагрузки	50
2.4. Уравнения электрической сети	55
2.5. Уравнения переходных процессов электроэнергетической	

системы	59
Контрольные вопросы	62
3. УПРОЩЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	63
3.1. Общие положения	63
3.2. Нормативные расчетные условия	67
3.3. Сокращение расчетных условий с использованием структурного анализа	72
3.4. Преобразование схем замещения ЭЭС	74
3.5. Упрощение математического описания системы	78
3.6. Оценка значимости генераторов в системе	85
3.7. Оценка когерентности движения генераторов	86
3.8. Критерии эквивалентирования	92
3.9. Центр инерции. Параметры эквивалента	96
Контрольные вопросы.	101
4. СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	102
4.1. Уравнения малых колебаний ЭЭС	102
4.2. Характеристическое уравнение	103
4.3. Устойчивость в малом по А.М. Ляпунову	104
4.4. Критерий устойчивости П.С. Жданова	107
4.5. Критерий Рауса-Гурвица	108
4.6. Критерий А.В. Михайлова	110
4.7. Метод D-разбиения	114
4.8. Степень устойчивости	116
4.9. Модальный анализ	118
Контрольные вопросы	122
5. ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	123

5.1. Основные понятия	123
5.2. Численное интегрирование дифференциальных уравнений	127
5.3. Метод последовательных интервалов	130
5.4. Метод касательных (метод Ньютона)	132
5.5. Метод Гаусса	134
5.6. Метод функций Ляпунова	138
Контрольные вопросы	142
6. УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДНЫМИ РЕЖИМАМИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	143
6.1. Задачи управления переходными режимами электроэнергетических систем	143
6.2. Релейная защита и автоматическое повторное включение	145
7. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В БУДУЩИХ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ И УПРАВЛЕНИЕ ИМИ	148
7.1. Тенденции развития электроэнергетических систем	148
Рекомендуемая литература	151

ВВЕДЕНИЕ

В сложных протяженных электроэнергетических системах (ЭЭС), какими являются современные электроэнергетические объединения, происходят десятки и сотни тысяч и более внезапных возмущений в год, вызываемых различными причинами – короткими замыканиями на электроэнергетическом оборудовании, отказами оборудования, ошибками обслуживающего персонала и др. Подавляющая часть этих возмущений ликвидируется средствами релейной защиты и противоаварийной автоматики. Вследствие отказов этих средств, ошибок персонала, реализующего управляющие воздействия, дополнительных внешних и внутренних факторов может происходить каскадное развитие аварийной ситуации, локализацию и ликвидацию которой обеспечивает система противоаварийного управления более высокого уровня. При недостаточной эффективности и надежности последней и по другим сопутствующим причинам происходят уникальные тяжелые системные аварии, часто с катастрофическими последствиями для ЭЭС и потребителей (blackouts), подобно системным авариям 2003 г. в Северной Америке и Европе, Московской аварии в мае 2005 г. европейской системной аварии 2006 г. и другим.

Системные аварии с каскадным характером развития являются наиболее показательным примером важности изучения их причин, переходных процессов при их развитии, устойчивости и живучести ЭЭС, эффективности систем управления переходными процессами в сложных ЭЭС для предотвращения, локализации недопущения нежелательного развития аварий, вызываемых внезапными возмущениями. Имеют место в ЭЭС и другие, более «тонкие» переходные процессы (субсинхронный резонанс, незатухающие слабодемпфированные низкочастотные колебания и др.), которые приходится изучать и противодействовать их возникновению.

Необходимо при этом заметить, что вследствие развития и усложнения ЭЭС, появления новых элементов с новыми свойствами проблема не исчезает и

часто обостряется, что придает изучению электромеханических переходных процессов и устойчивости ЭЭС особую актуальность.

Многообразие переходных процессов различной длительности и с разной частотой показано на временной шкале на рис. В.1. Спектр переходных процессов включает:

- импульсные переходные процессы, вызываемые ударами молний и распространяющимися по системе в виде прямых, отраженных и преломленных волн;
- коммутационные переходные процессы, возникающие при переключениях в ЭЭС, в виде электромагнитных колебаний;
- субсинхронные резонансные процессы на низкой частоте, сопровождающиеся незатухающими электромеханическими колебаниями;
- электромеханические переходные процессы, возникающие при малых или больших возмущениях и сопровождающиеся колебаниями электрических величин синхронных и асинхронных машин и механическими колебаниями их роторов;
- тепломеханические (длительные) переходные процессы колебаний параметров пара в котлах и турбинах тепловых и атомных электростанций;
- колебания частоты в ЭЭС, вызываемые нерегулярными отклонениями от баланса мощностей на валах синхронных генераторов в системе по различным причинам;
- колебания напряжений в узлах электрической сети в широком диапазоне частот под влиянием разных факторов;
- процессы управления перетоками по связям в ЭЭС посредством автоматических регуляторов частоты и мощности;
- процессы суточного регулирования режима ЭЭС при оптимальном покрытии суточного графика нагрузки.

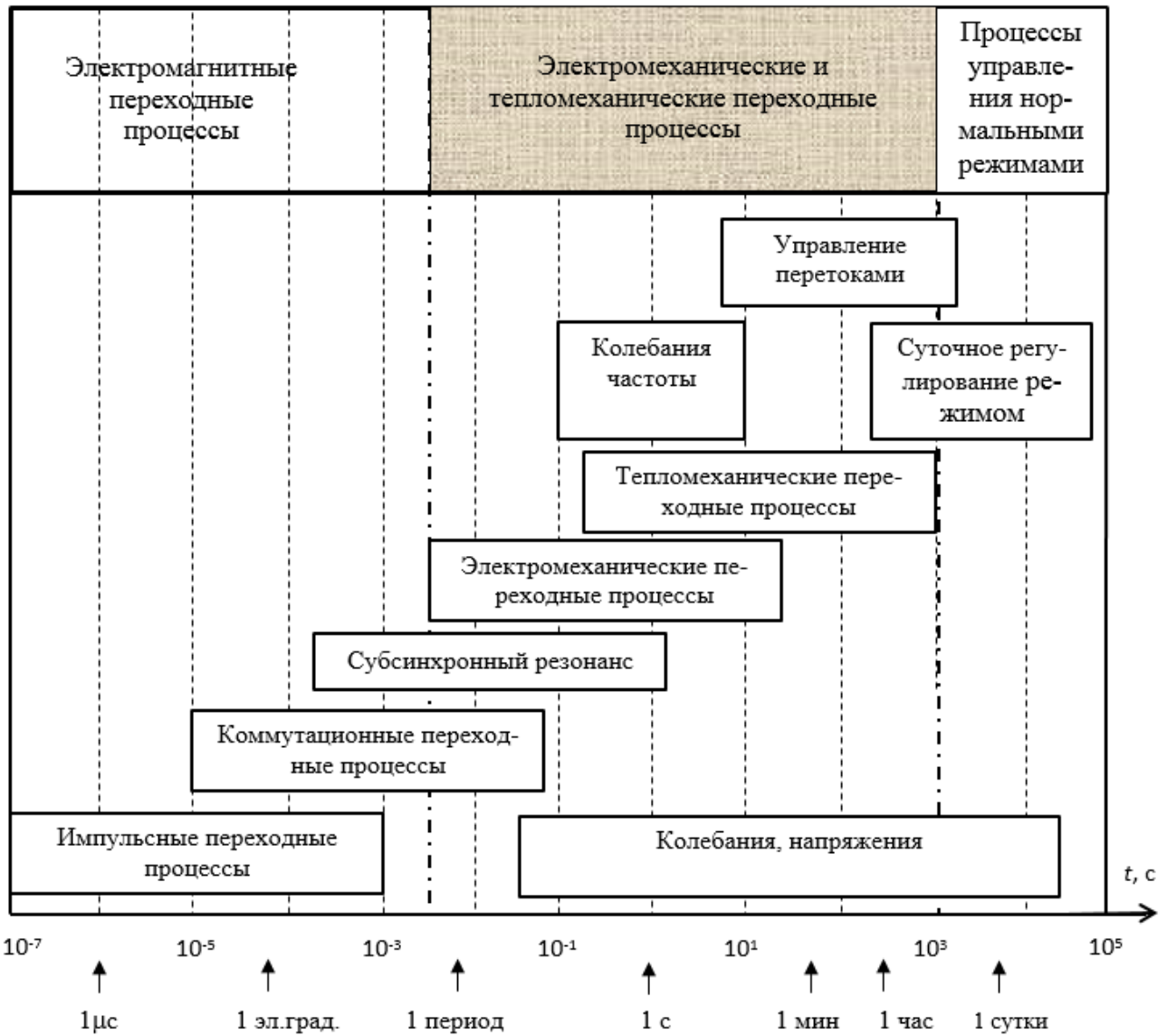


Рис. В.1. – Временная шкала процессов в электроэнергетических системах

Предметом изучения данного курса являются электромеханические и тепломеханические (длительные) переходные процессы в ЭЭС разного характера и различной длительности, отмеченные на рис. В.1. Такое более широкое, чем традиционные электромеханические переходные процессы в ЭЭС, толкование предмета изучения курса вызвано объективной необходимостью и соответствует реальным условиям в современных больших протяженных ЭЭС.

Структура учебного пособия отражает отмеченные специфические свойства современных ЭЭС и тенденции их развития. В Главе 1 представлены основные положения электромеханических и длительных переходных процессов,

устойчивости ЭЭС на примере простейшей системы. Глава 2 раскрывает возможности математического описания ЭЭС при исследовании электромеханических переходных процессов в зависимости от степени подробности представления различных факторов. В Главе 3 рассмотрены различные подходы к упрощению математических моделей динамики ЭЭС. Главы 4 и 5 представляют методы исследования статической и динамической устойчивости сложных ЭЭС. Глава 6 раскрывает комплекс мероприятий и средств для управления переходными режимами сложных ЭЭС с целью обеспечения их устойчивости и живучести. Наконец, Глава 7 представляет тенденции развития ЭЭС, особенности переходных процессов в будущих системах и управления ими.

Представленное учебное пособие может быть использовано при изучении базового курса «Электромеханические переходные процессы электроэнергетических систем» в комплексе дисциплин бакалавриата, а также для более углубленного освоения некоторых специфических вопросов в магистратуре. Для базового курса бакалавриата рекомендуются Главы 1 и 2 полностью, пп. 3.1 и 3.2 Главы 3, выборочные параграфы Глав 4 и 5 по усмотрению преподавателя, Главы 6 и 7 полностью. В целом содержание учебного пособия отражает цельное представление об особенностях предмета изучения применительно к современным и будущим ЭЭС.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1.1. Понятие устойчивости. Виды устойчивости электроэнергетических систем

Понятие устойчивости динамической системы традиционно иллюстрируется примером, представленным на рис. 1.1.

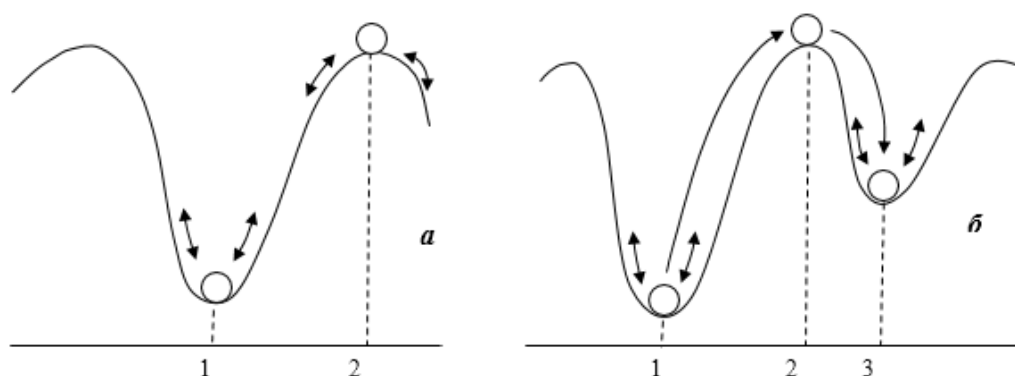


Рис. 1.1. Иллюстрация понятия устойчивости динамической системы

На рис. 1.1, *a* положение 1 является положением устойчивого равновесия, поскольку при отклонениях шарика от этого положения равновесия (в результате возмущения) он возвращается в положение устойчивого равновесия 1. Положение 2 является положением неустойчивого равновесия, поскольку даже при незначительном (малом) отклонении шарика (возмущении) он уходит из этого положения равновесия.

В случае малых возмущений (малых отклонений шарика от положения равновесия) говорят об устойчивости "в малом"; в ЭЭС это соответствует понятию *статической устойчивости*. В случае существенных больших возмущений (больших отклонениях шарика от положения равновесия) говорят об устойчивости "в большом"; в ЭЭС это соответствует понятию *динамической устойчивости*. Отличие большого возмущения от малого неопределенно. В дальнейшем введем формальное условие для разграничения малых и больших возмущений. Кроме того, потребуется детализация понятий статической и динамической устойчивости ЭЭС.

В случае, если возмущение настолько велико, что нарушается динамическая устойчивость системы (шарик на рис. 1.1, б в результате такого большого возмущения отклоняется от положения равновесия 1, "проскакивает" положение неустойчивого равновесия 2 и оказывается после некоторых колебаний в устойчивом положении равновесия 3) и система оказывается в другом положении равновесия, говорят о *результатирующей устойчивости*. Некоторые особенности этой ситуации будут подробнее рассмотрены далее.

1.2. Идеализированная синхронная машина

Идеализированная синхронная машина, соответствующая представлению ее описания в осях d, q, o в результате преобразования координат от a, b, c к d, q, o ,

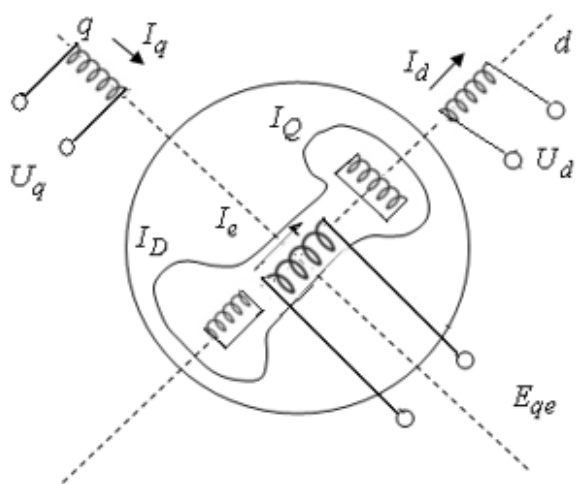


Рис. 1.2. Идеализированная синхронная машина

о, условно показана на рис. 1.2. Здесь представлена обмотка возбуждения на роторе, к которой приложена э.д.с. возбуждения, определяемая регулятором возбуждения (см. ниже), по которой протекает ток возбуждения I_e . На роторе расположены также короткозамкнутые демпферные обмотки по обеим осям, призванные гасить колебания ротора при отклонении его скорости от синхронной

(см. далее), в которых протекают токи I_D и I_Q . Ротор вращается первичным двигателем (турбиной) в нормальном режиме с угловой скоростью где $f_o = 50$ Гц.

Статор представлен двумя обмоткам – по продольной (напряжение U_d и ток I_d) и поперечной (напряжение U_q и ток I_q) осям. С обмотками статора связана электрическая сеть, по которой электроэнергия, вырабатываемая генератором, доставляется потребителям.

Процесс генерации электроэнергии на примере идеализированной синхронной машины выглядит следующим образом.

Регулятор возбуждения путем приложения к обмотке возбуждения, расположенной на роторе, э.д.с. возбуждения создает в этой обмотке ток возбуждения, постоянный в нормальном режиме. Ток возбуждения, протекая по обмотке возбуждения, генерирует постоянный магнитный поток (магнитное поле), замыкающийся через ротор и статор синхронной машины. Векторная диаграмма составляющих магнитного поля ротора показана на рис. 1.3. Продольная составляющая магнитного потока ротора Ψ_{aed} определяется током в обмотке возбуждения, поперечная составляющая – токами демпферных обмоток и рассеяния ротора.

Вращаясь по отношению к статору, магнитное поле ротора индуцирует токи в обмотках статора, которые формируют магнитное поле обмоток статора. Векторная диаграмма составляющих магнитного поля статора показана на рис. 1.4. Составляющие результирующего магнитного поля, получаемого наложением магнитных полей ротора и статора, показаны на рис. 1.5.

Разность углов $\gamma-\xi$ на рис. 1.5 определяется нагрузкой синхронной машины.

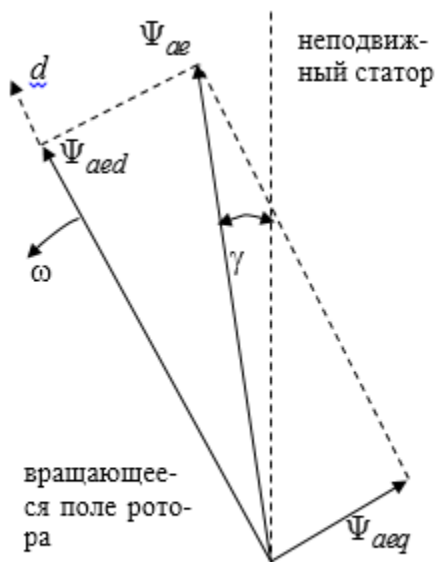


Рис. 1.3. Векторная диаграмма потокосцеплений ротора

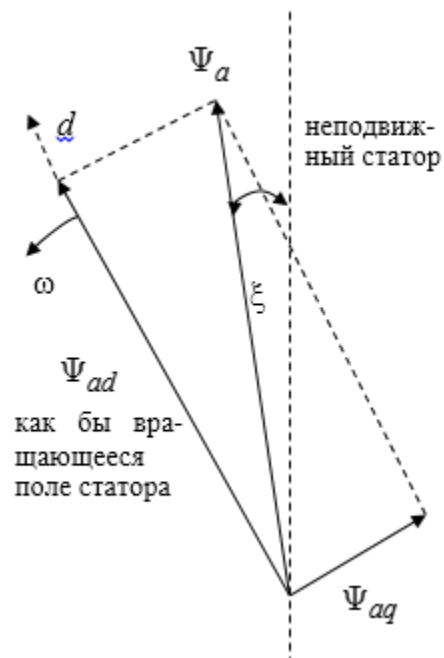


Рис. 1.4. Векторная диаграмма потокосцеплений статора

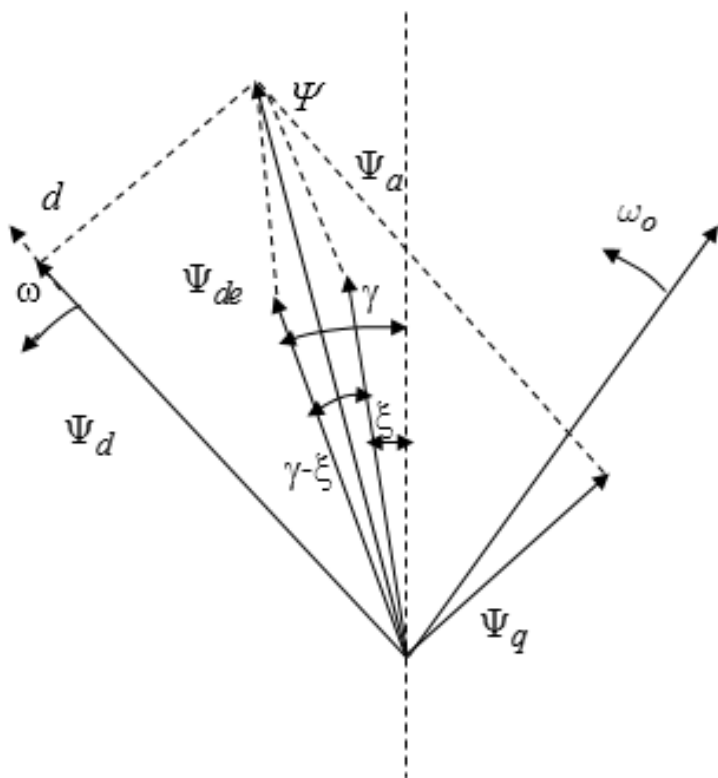


Рис. 1.5. Векторная диаграмма результирующего магнитного поля синхронной машины

В нормальном режиме $\omega = \omega_o$ и ротор под воздействием турбины вращается с постоянной синхронной угловой скоростью, соответствующей номинальной частоте $f_o = 50$ Гц. Генерация переменного тока в обмотках статора под воздействием вращающегося постоянного магнитного потока ротора условно иллюстрируется на рис. 1.6.

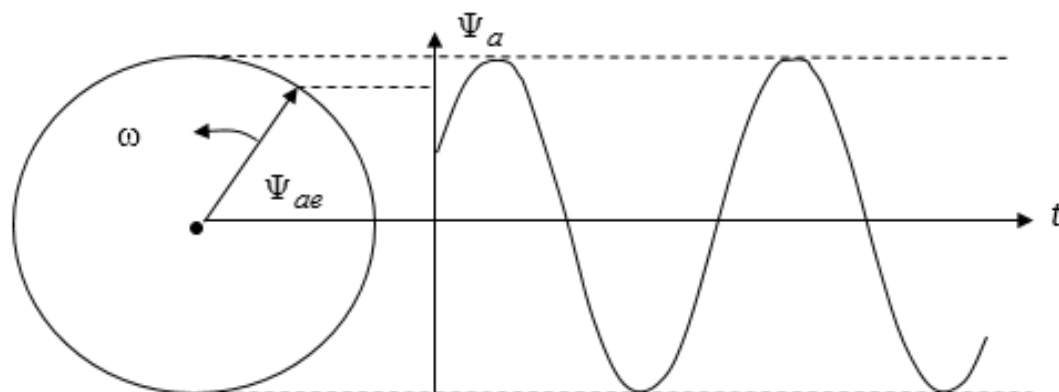


Рис. 1.6. Иллюстрация генерации переменного тока в неподвижных обмотках статора под воздействием вращающегося магнитного поля ротора, создаваемого постоянным током обмотки возбуждения

Пусть в результате возмущения ротор получил ускорение по отношению к синхронной угловой скорости ω_o , т.е. $\omega > \omega_o$. В результате асинхронного движения ротора по отношению к полю статора в демпферных обмотках возникают токи, создающие дополнительное потокосцепление ротора и гасящее ускорение ротора. При этом обычно вводят условную синхронную ось (см. рис. 1.5), вращающуюся с неизменной синхронной угловой скоростью ω_o , по отношению к синхронной оси рассматривают движение ротора под воздействием возмущения.

Действие дополнительного магнитного потока, создаваемого демпферными обмотками, тормозит отклонение ротора по отношению к установившемуся его положению. Возникший тормозящий момент приводит к тому, что становится $\omega = \omega_o$, однако поскольку тормозящий момент сохраняется, угловая скорость ротора продолжает снижаться и становится равной $\omega < \omega_o$. Ротор по инерции "проскакивает" положение равновесия установившегося режима его движения, после чего возникает ускоряющий момент, создаваемый магнитным полем демпферных обмоток, постепенно тормозящий ротор, который после достижения некоторого положения по отношению к статору начинает опять ускоряться, таким образом, происходят затухающие (вследствие рассеяния энергии) колебания ротора по отношению к магнитному полю статора.

Аналогичный демпфирующий эффект создается автоматическим регулятором возбуждения. Эти эффекты далее будут рассматриваться достаточно подробно.

В нормальном режиме и при медленных изменениях режима определяющим является результирующее потокосцепление по продольной оси ψ_d , поскольку токи и соответствующие потокосцепления по оси q малы. Потокосцеплению ψ_d соответствует э.д.с. E_q за синхронным реактивным сопротивлением x_d . В схеме замещения синхронная машина в этом случае представляется как на рис. 1.7,а, где \dot{U} — напряжение на шинах синхронной машины, $\dot{E}_q = E_q \underline{\delta}$, δ — угол ротора по отношению к синхронной оси.

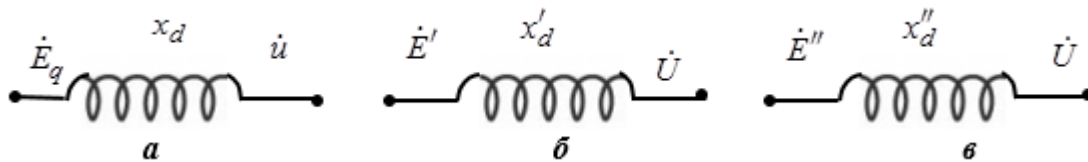


Рис. 1.7. Схемы замещения синхронной машины при различных условиях

При быстрых изменениях режима в результате возмущения (при электро-механических переходных процессах) вследствие инерционности магнитного потока обмотки возбуждения неизменным некоторое время остается потокосцепление обмотки возбуждения ψ_{aed} (впоследствии оно изменяется под воздействием автоматического регулятора возбуждения). Процессы в демпферных обмотках быстро затухают. Потокосцеплению обмотки возбуждения пропорциональна переходная э.д.с. E' за переходным реактивным сопротивлением x'_d (см. рис. 1.7,б). Такое представление синхронной машины характерно при неучете переходных электромагнитных процессов в обмотках статора, которые быстро затухают после возмущения и не оказывают заметного влияния на движение ротора синхронной машины.

При еще более быстрых – электромагнитных – процессах большую роль играют составляющие магнитного потока от свободных токов короткозамкнутых демпферных обмоток, а также электромагнитные процессы в обмотках статора. Суммарный магнитный поток ротора ψ_{ae} остается определенное время неизменным и ему пропорциональна сверхпереходная э.д.с. E'' за сверхпереходным реактивным сопротивлением x''_d (см. рис. 1.7,в).

1.3. Простейшая электроэнергетическая система, ее векторная диаграмма и уравнение движения ротора генератора

Простейшая ЭЭС "генератор – шины бесконечной мощности" изображена на рис. 1.8. Под шинами бесконечной мощности имеется ввиду система очень большой мощности по сравнению с мощностью генератора, что позволяет поддерживать неизменными модуль и фазу напряжения \dot{U} и угловую скорость $\omega = \omega_0$. В этих условиях фазу напряжения шин бесконечной мощности принимают равной нулю, она играет роль рассмотренной выше синхронной оси и по

отношению к ней измеряется угол, определяющий положение продольной оси ротора генератора. Для генератора принимается $E = E' = \text{const}$ за переходным сопротивлением x'_d , а также мощность турбины $P_T = \text{const}$. Нагрузка на шинах генератора, если она есть, представляется неизменной проводимостью $\dot{Y}_H = \text{const}$. Для простоты часто считается, что нагрузка на шинах генератора отсутствует. Активным сопротивлением линии, а также ее зарядной емкостью на землю пренебрегают. Подразумевается, что сопротивление x'_d включает реактивное сопротивление трансформатора.

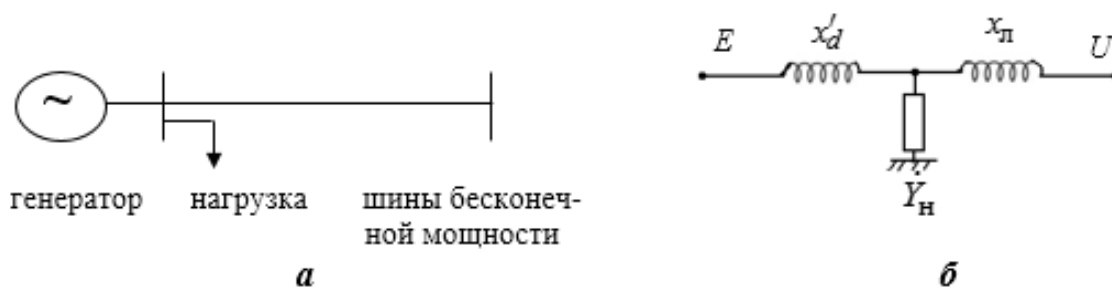


Рис. 1.8. Простейшая ЭЭС (а) и ее схема замещения (б)

Достоинство простейшей ЭЭС заключается как раз в ее простоте, что позволяет очень наглядно объяснять на ней основные положения электромеханических переходных процессов и устойчивости ЭЭС.

Рассмотрим векторную диаграмму простейшей ЭЭС, представленную на рис. 1.9. Здесь I , I_a , I_p – ток статора и его активная и реактивная составляющие, $x = x'_d + x_\Pi$, δ – угол продольной оси ротора генератора по отношению к шинам бесконечной мощности, остальные обозначения уже были введены.

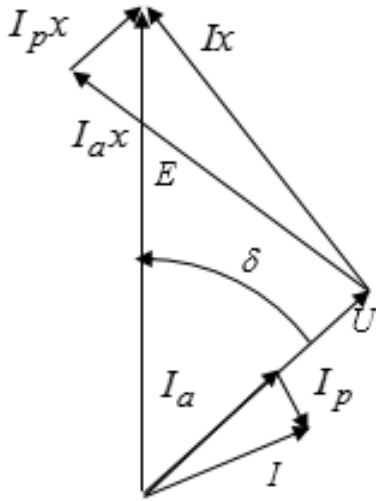


Рис. 1.9. Векторная диаграмма простейшей ЭЭС

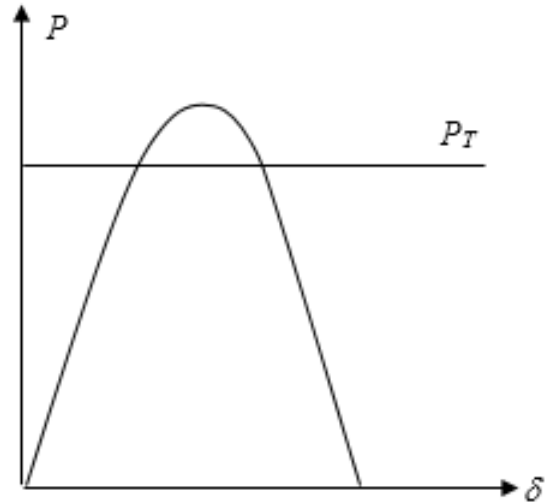


Рис. 1.10. Угловая характеристика мощности простейшей ЭЭС

Рассмотрим соотношение, вытекающее из векторной диаграммы рис. 1.9,

$$I_a x = E \sin \delta. \quad (1.1)$$

Умножим правую и левую части (1.1) на U/x . Получим

$$UI_a = P = \frac{EU}{x} \sin \delta, \quad (1.2)$$

где P – электромагнитная мощность, выдаваемая генератором. Выражение (1.2) представляет угловую характеристику мощности, показанную на рис. 1.10.

Рассмотрим уравнение движения ротора генератора в виде

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{1}{T_J} P_T - P, \quad (1.3)$$

где дополнительно к уже принятым обозначениям T_J – постоянная инерции ротора генератора.

В общем случае уравнение движения записывается в моментах, при этом, например, электромагнитный момент $M = P\omega/\omega_0$. При исследовании устойчивости ЭЭС отклонения угловой скорости ротора от номинальной незначительны, т.е. $\omega \approx \omega_0$, поэтому уравнение движения ротора генератора (1.3) можно рассматривать в мощностях.

В нормальном режиме в уравнении (1.3) соблюдается баланс мощности турбины и электромагнитной мощности, т.е. $P_T = P$, в этом случае ускорение ротора $d^2\delta/dt^2 = 0$ и его угловая скорость $\omega = \omega_o$. При возмущении баланс мощностей нарушается, т.е. $P_T \neq P$, $\omega \neq \omega_o$ и возникает скольжение ротора по отношению к полю статора, определяемое как

$$s = \omega - \omega_o. \quad (1.4)$$

Вводя скольжение ротора как дополнительную переменную, уравнение (1.3) второго порядка можно представить системой из двух уравнений первого порядка

$$\frac{d\delta}{dt} = s, \quad (1.5)$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T_J} P_T - P. \quad (1.6)$$

В некоторых случаях нам придется рассматривать уравнение движения простейшей ЭЭС в виде (1.5), (1.6).

Возвращаясь к уравнению движения ротора генератора в форме (1.3), видно, что ускорение ротора пропорционально величине небаланса мощностей $\Delta P = P_T - P$ и обратно пропорционально постоянной инерции ротора. Чем тяжелее возмущение, тем больше ускорение ротора, чем тяжелее ротор, тем меньше ускорение при том же небалансе мощностей ΔP .

Вернемся к векторной диаграмме простейшей ЭЭС в несколько упрощенном виде, показанном на рис. 1.11. В нормальном режиме векторы э.д.с. генератора E и напряжения шин бесконечной мощности U вращаются с одинаковой номинальной угловой скоростью ω_o , при этом угол ротора по отношению к шинам бесконечной мощности δ остается неизменным, т.е. $\delta = \text{const}$ (рис. 1.11,а). В случае возмущения, например, при избыточной мощности турбины P_T , небаланс мощностей на валу генератора положительный, ротор начинает ускоряться, при этом $\omega > \omega_o$, а угол δ растет (см. рис. 1.11,б). При отрицательном значении

небаланса мощностей ΔP в случае избыточной электромагнитной мощности будет наблюдаться аналогичная картина в сторону замедления ротора генератора и уменьшения угла δ (рис. 1.11, в).

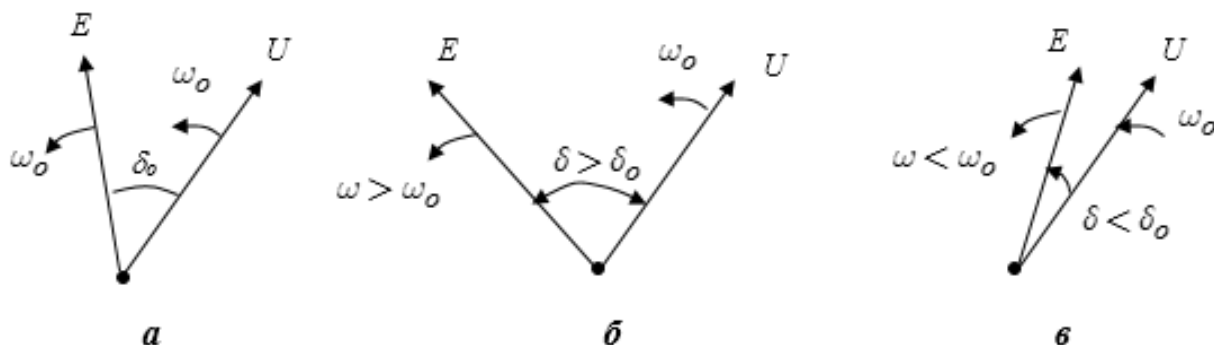


Рис. 1.11. Поведение генератора при различных ситуациях

1.4. Статическая устойчивость простейшей электроэнергетической системы

Вернемся к угловой характеристике мощности простейшей ЭЭС, показанной на рис. 1.12. Как видно, баланс мощности турбины и электромагнитной мощности генератора $P_T = P$, который соответствует нормальному режиму системы при отсутствии возмущений, выполняется в двух точках – 1 и 2. Рассмотрим поведение ротора генератора при малых возмущениях, что соответствует понятию статической устойчивости, в этих двух положениях равновесия.

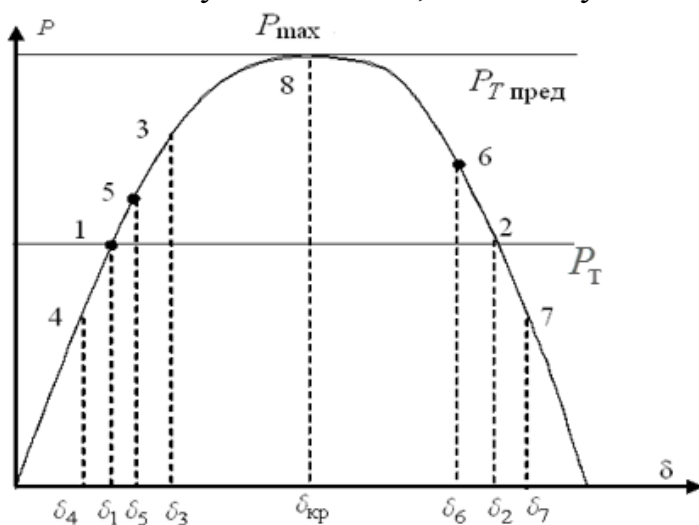


Рис. 1.12. К иллюстрации движения ротора при возмущении в случаях сохранения и нарушения устойчивости

Пусть в результате малого возмущения ротор отклонился от положения равновесия 1 и оказался в положении 3. Положению равновесия 1 соответствовало значение угла ротора δ_1 , положению 3 – значение угла δ_3 , при этом $\delta_3 > \delta_1$. В положении 3 электромагнитная мощность генератора больше мощности турбины, т.е. небаланс на валу генератора отрицательный

(см. уравнение (1.3)) и возникающее отрицательное ускорение ротора начинает его тормозить, т.е. ротор будет двигаться в сторону положения равновесия 1, уменьшая значение угла ротора.

По инерции ротор "проскочит" положение равновесия 1 и будет продолжать двигаться в сторону уменьшения угла. При этом небаланс мощностей при $\delta < \delta_1$ изменяет знак и становится положительным, поскольку мощность турбины P_T при $\delta < \delta_1$ больше электромагнитной мощности P . Это создает положительное ускорение ротора и ротор начинает тормозиться вплоть до положения 4, когда энергии торможения компенсирует набранную ранее энергию ускорения при движении от положения 3 до положения 1. В положении 4 ротор остановит свое движение от положения равновесия 1 и, поскольку в положении 4 $P_T > P$, ротор начинает обратное движение в сторону положения равновесия 1, по инерции "проскакивает" его, доходит до положения 5 и т.д. В положение 5, а не в положение 4, поскольку, вследствие рассеяния энергии на преодоление трения и омических потерь, а также демпфирования колебаний ротор совершает затухающие колебания относительно положения равновесия 1, остановившись, в конце концов, в этом положении равновесия. Отсюда видно, что положение равновесия 1 устойчиво.

Рассмотрим аналогичный процесс по отношению к положению равновесия 2 (см. рис. 1.12). Пусть в результате малого возмущения ротор отклонился от положения равновесия 2 и оказался в положении 6. Положению равновесия 2 соответствует значение угла ротора δ_2 , положению 6 – значение угла δ_6 , при этом $\delta_6 < \delta_2$. В положении 6 электромагнитная мощность генератора больше мощности турбины (см. уравнение (1.3)), т.е. небаланс мощностей $\Delta P = P_T - P$ отрицательный, следовательно, ускорение ротора отрицательно и оно действует на уменьшение угла ротора. Это отрицательное ускорение (замедление) ротора будет продолжаться до тех пор, пока ротор не придет в положение равновесия 1 после некоторых колебаний по отношению к этому положению равновесия.

Рассмотрим другой случай по отношению к положению равновесия 2. Пусть в результате малого возмущения ротор отклонился от положения равновесия 2 в положение 7, в котором мощность турбины больше электромагнитной мощности генератора. Поскольку небаланс мощностей $\Delta P = P_T - P$ положительный, а следовательно, ускорение ротора положительно, оно будет действовать в сторону увеличения угла δ . Ротор будет уходить от положения 7 в сторону от положения равновесия 2 и не вернется в это положение равновесия. Таким образом, положение равновесия 2 неустойчиво.

Отметим еще раз, что по определению статическая устойчивость простейшей ЭЭС рассматривается при малых возмущениях, вследствие которых происходят малые отклонения угла ротора δ от устойчивого положения равновесия 1. Поскольку отклонения угла ротора малы, нелинейную угловую характеристику мощности, определяемую выражением (1.2), можно линеаризовать в положении равновесия 1, разлагая правую часть уравнения движения (1.3) в ряд Тейлора и оставляя только первый член ряда. Линеаризованное уравнение движения ротора генератора в отклонениях угла $\Delta\delta = \delta - \delta_0$ будет иметь вид

$$T_J \frac{d^2 \Delta\delta}{dt^2} = -\Delta P = -P - P_T = -\frac{dP}{d\delta} \Delta\delta, \quad (1.7)$$

поскольку производная от постоянной мощности турбины P_T равна нулю, следовательно,

$$\Delta P = \frac{dP}{d\delta} \Delta\delta = C \Delta\delta. \quad (1.8)$$

Как можно заметить, в (1.7) небаланс мощностей на валу генератора ΔP рассматривается с другим знаком по сравнению с исходным уравнением (1.3), что в соответствии с записью уравнения движения ротора в виде (1.7) допустимо.

В устойчивом положении равновесия 1 производная $dP/d\delta$ положительна, т.е.

$$C = \frac{dP}{d\delta} > 0, \quad (1.9)$$

следовательно, условие (1.9) является критерием статической устойчивости простейшей ЭЭС. Этот критерий называется *практическим критерием статической устойчивости*, а сама величина $dP/d\delta$ получила название *синхронизирующей мощности*.

При возникновении небаланса ΔP получим отклонение угла ротора $\Delta\delta$ в соответствии с выражением

$$\Delta\delta = \frac{\Delta P}{C}. \quad (1.10)$$

При $C=0$ имеем

$$\Delta\delta = \frac{\Delta P}{0} \rightarrow \infty, \quad (1.11)$$

т.е. при малом ΔP имеем очень большое отклонение угла $\Delta\delta$. Это критический режим, соответствующий точке 8 на угловой характеристике мощности рис. 1.12, которая является неустойчивым положением равновесия при загрузке генератора до значения $P_{T \text{ пред}} = P_{\text{max}}$.

Вернемся к уравнению движения ротора в виде (1.7). Применим к нему преобразование Лапласа, введя оператор Лапласа в виде $p = d/dt$. Тогда вместо (1.7), перенося все его члены в левую часть уравнения, получим

$$T_J p^2 \Delta\delta + C \Delta\delta = 0. \quad (1.12)$$

По аналогии с (1.10) имеем

$$\Delta\delta = \frac{0}{T_J p^2 + C}. \quad (1.13)$$

Решение уравнения (1.13) нетривиально, если

$$T_J p^2 + C = 0. \quad (1.14)$$

Квадратное уравнение (1.14) имеет два корня

$$p_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-C}{T_J}}. \quad (1.15)$$

При $C > 0$ оба корня мнимые, поскольку подкоренное выражение является отрицательным и решение уравнения (1.13), используя обратное преобразование Лапласа, имеет вид

$$\Delta\delta = A_1 \sin \gamma t + A_2 \cos \gamma t, \quad (1.16)$$

где

$$\gamma = \sqrt{\frac{C}{T_J}}. \quad (1.17)$$

т.е. имеет колебательный характер. В этом случае говорят о *колебательной статической устойчивости*.

При $C < 0$ решение имеет вид

$$\Delta\delta = A_1^* e^{p_1 t} + A_2^* e^{p_2 t}, \quad (1.18)$$

т.е. имеет аperiodический характер. В этом случае говорят об *aperиодической статической устойчивости*.

1.5. Динамическая устойчивость простейшей электроэнергетической системы

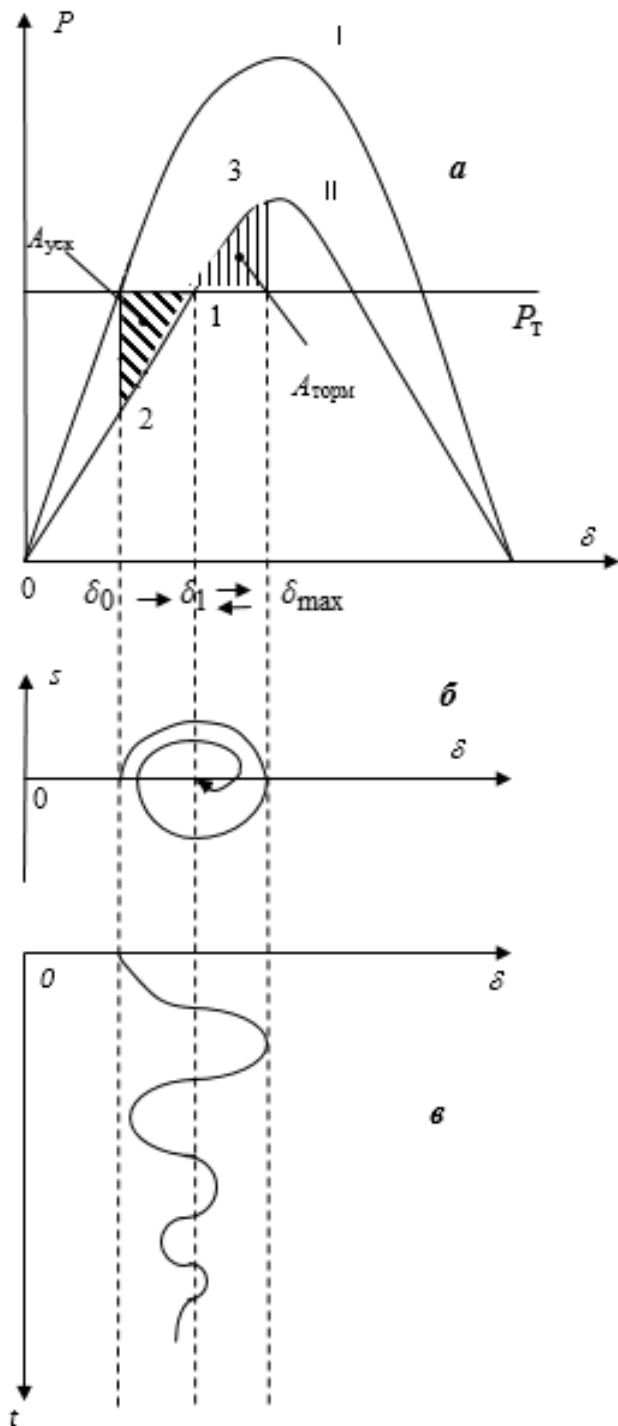
В п. 1.4 мы уже рассматривали на качественном уровне процессы ускорения и торможения ротора в зависимости от знака небаланса мощностей на валу генератора и его положения в данный момент времени. Рассмотрим эти процессы при большом возмущении в простейшей ЭЭС, вводя понятия *энергии ускорения* и *энергии торможения* ротора генератора.

Пусть линия электропередачи на рис. 1.8 включает две параллельные цепи, и одна цепь аварийно отключается по какой-либо причине (например, в результате ложного срабатывания релейной защиты). Общее сопротивление связи $x = x'_d + x_{л}^*$ увеличится, тем самым максимум угловой характеристики мощности в послеаварийном режиме окажется ниже, чем в доаварийном. Доаварийная (I) и послеаварийная (II) угловые характеристики мощности показаны на рис. 1.13,а.

Будем исходить из уравнения движения ротора генератора в виде (1.3). В результате внезапного отключения одной цепи двухцепной линии вследствие инерции ротора в первый момент времени после возмущения мы попадаем из точки 0 угловой характеристики мощности в точку 2. В этом положении мощность турбины больше выдаваемой генератором электромагнитной мощности, т.е. ускорение в уравнении (1.3) имеет знак плюс и действует на увеличение угла генератора, в результате угол ротора увеличивается от значения δ_0 к значению δ_1 .

В результате такого движения от точки 2 до точки 1 ротор набирает за счет инерционности массы ротора *энергию ускорения*, определяемую интегралом

$$A_{\text{уск}} = \int_{\delta_0}^{\delta_1} \Delta P d\delta. \quad (1.19)$$



Энергия ускорения в соответствии с (1.19) равна заштрихованной площади слева на рис. 1.13, а; она получила название *площадки ускорения*

В силу инерционности ротор "проскакивает" положение равновесия 1 и движется в сторону увеличения угла ротора от значения δ_1 к значению δ_{max} . В этом диапазоне углов электромагнитная мощность генератора больше мощности турбины, небаланс мощностей отрицательный и, следовательно, ускорение ротора отрицательно, вследствие чего движение ротора тормозится и набирает энергию торможения, определяемую интегралом.

$$A_{\text{торм}} = \int_{\delta_1}^{\delta_{\text{max}}} \Delta P d\delta. \quad (1.20)$$

Энергия торможения ротора в соответствии с (1.20) равна правой заштрихованной площади на рис. 1.13, а; она получила название *площадки торможения*.

Рис. 1.13. К иллюстрации поведения ротора генератора при рассмотрении динамической устойчивости ЭЭС

Если нет потерь энергии, то

$$A_{\text{уск}} = A_{\text{торм}} \quad (1.21)$$

Поскольку реально потери энергии существуют вследствие трения, омических потерь и рассеяния энергии в демпферных контурах, а также в результате демпфирующего действия автоматического регулятора возбуждения (будет рассмотрено подробно далее), колебания ротора постепенно затухают, что показано на так называемой фазовой плоскости, координатами которой являются переменные, определяемые дифференциальными уравнениями (в данном случае это δ и s – см. (1.5), (1.6)) (рис. 1.13,б), а также траекторией изменения угла ротора во времени (рис. 1.13,в). В этом случае динамическая устойчивость простейшей ЭЭС сохраняется.

Рассмотрим несколько характерных случаев. Первый из них представлен на рис. 1.14,а. Здесь характерно то, что ротор, компенсируя энергию ускорения

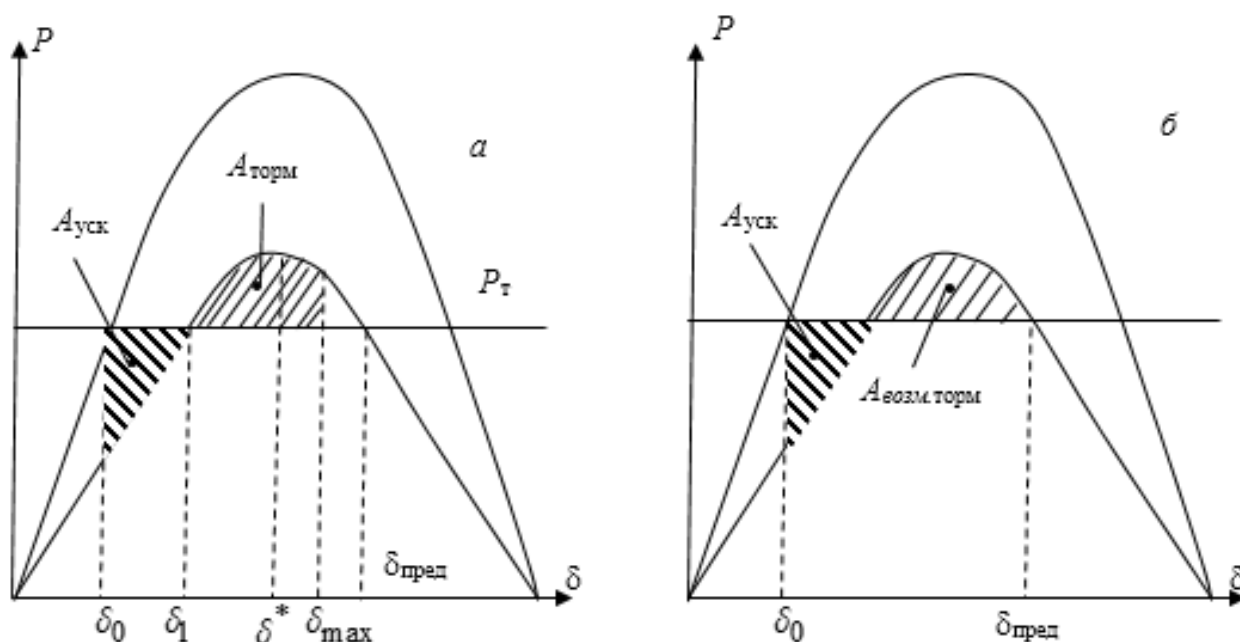


Рис. 1.14. К определению энергии возможного торможения ротора

энергией торможения, "пришел" к значению угла $\delta_{\text{max}} > \delta^*$, где δ^* – значение угла, соответствующее максимуму угловой характеристики мощности. Из этого следует, что ротор может набирать энергию торможения до того значения угла

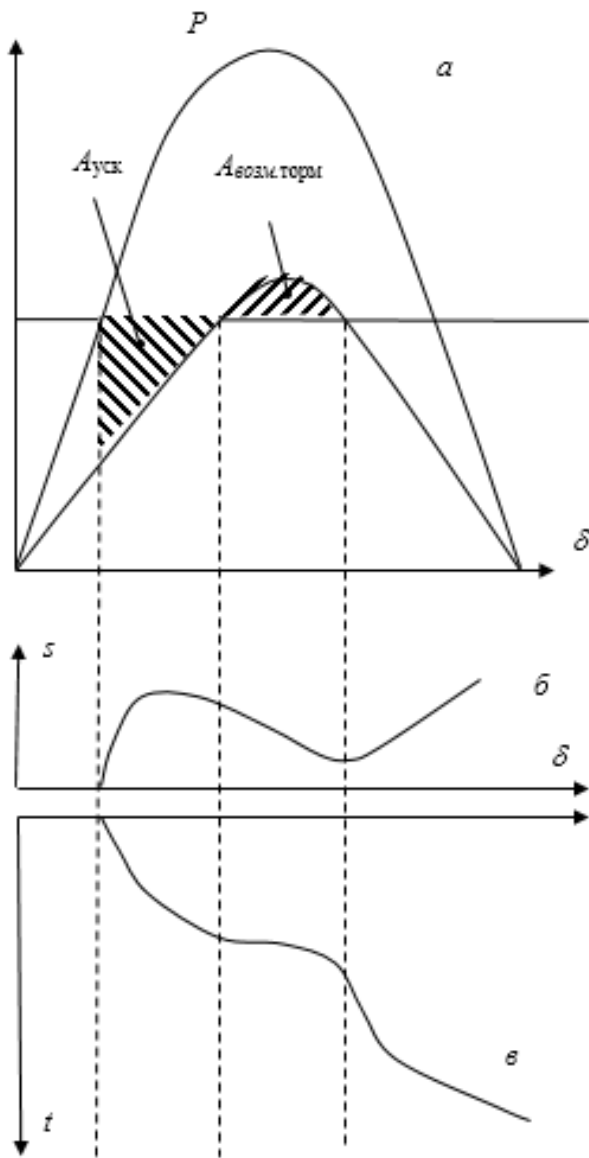


Рис. 1.15. Случай нарушения устойчивости простейшей ЭЭС

динамической устойчивости простейшей ЭЭС при том же возмущении, когда критерий площадей (1.22) не выполняется. Этот случай при том же возмущении в виде аварийного отключения одной цепи двухцепной ЛЭП показан на рис. 1.15.

Усложним ситуацию и рассмотрим следующую последовательность событий: однофазное короткое замыкание (к.з.) на одной из цепей двухцепной ЛЭП на отправном ее конце вблизи генератора простейшей ЭЭС; отключение однофазного к.з. защитой; автоматическое повторное включение (АПВ) отключенной цепи ЛЭП с некоторой выдержкой по времени, необходимой для самопогасания дуги короткого замыкания. Поясним этот случай, используя рис. 1.16.

$\delta_{пред}$, до которого электромагнитная мощность генератора остается выше мощности турбины. Эту потенциально возможную энергию торможения называют *энергией возможного торможения* (рис. 1.14,б), который на рисунке соответствует *площадка возможного торможения*.

Очевидно, что для того, чтобы динамическая устойчивость простейшей ЭЭС не нарушалась, необходимо, чтобы выполнялось условие

$$A_{уск} < A_{возм.торм.} \quad (1.22)$$

которое получило название *критерия площадей*, а сам метод такого определения динамической устойчивости простейшей ЭЭС, основанный на проверке критерия (1.22), называют *методом площадей*.

Рассмотрим случай нарушения

Как видно, на рис. 1.16 имеются три угловые характеристики мощности: 1-я соответствует доаварийному режиму со значением угла ротора δ_0 в устойчивом положении равновесия; 2-я соответствует аварийному режиму, в котором в точке к.з. в схеме простейшей ЭЭС подключается шунт однофазного короткого замыкания, вычисляемый по известным параметрам схем обратной и нулевой последовательностей; 3-я соответствует послеаварийному режиму при отключенной одной цепи двухцепной ЛЭП.

Из рис. 1.16 видно, что за время от возникновения к.з. до его отключения защитой ротор ускоряется за счет избыточной мощности турбины и угол ротора увеличивается от значения δ_0 до значения $\delta_{\text{откл.к.з.}}$. При этом ротор набирает энергию ускорения $A_{\text{уск.}}$.

После отключения одной цепи ЛЭП, на которой произошло к.з., мы переходим на послеаварийную характеристику 3. Из рис. 1.16 видно, что площадки возможного торможения при этом недостаточно для того, чтобы обеспечить устойчивость системы.

В результате АПВ аварийно отключенной цепи ЛЭП мы возвращаемся на угловую характеристику мощности 1, соответствующую доаварийному режиму. Система приобретает дополнительную энергию возможного торможения. Из рис. 1.16 видно, что в этом случае площадки возможного торможения достаточно для обеспечения устойчивости системы, поскольку выполняется критерий динамической устойчивости (1.22).

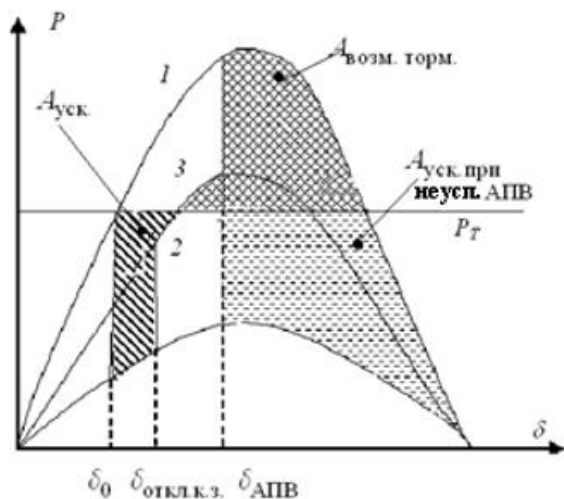


Рис. 1.16. Иллюстрация эффективности АПВ линии для обеспечения устойчивости ЭЭС

Возможна ситуация с неуспешным АПВ, когда в течение паузы АПВ (выдержки времени между отключением цепи ЛЭП с к.з. и ее включением с помощью АПВ) недостаточно для самопогасания дуги к.з. либо произошло неустранимое перекрытие фазы ЛЭП (например, в результате увеличения стрелы провеса провода фазы ЛЭП в результате

увеличения тока вследствие роста передаваемой мощности и закорачивание на растительность, которая выросла под ЛЭП). Тогда после АПВ мы возвращаемся в режим короткого замыкания, т.е. на угловую характеристику мощности 2 и ротор продолжает ускоряться вплоть до нарушения устойчивости системы (см. $A_{\text{уск. при неуспешном АПВ}}$ на рис 1.16).

Вернемся к первоначальному возмущению в простейшей ЭЭС в виде аварийного отключения одной цепи двухцепной ЛЭП и рассмотрим возможности обеспечения устойчивости системы за счет управления генерацией. Первая ситуация в этом плане показана на рис. 1.17. Предположим, что электростанция

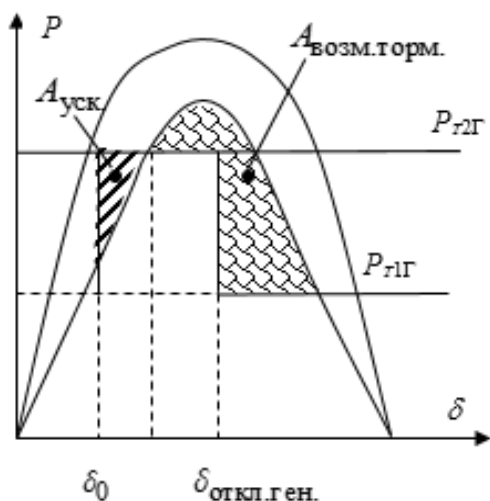


Рис. 1.17. К иллюстрации эффективности аварийного отключения генератора для обеспечения устойчивости ЭЭС

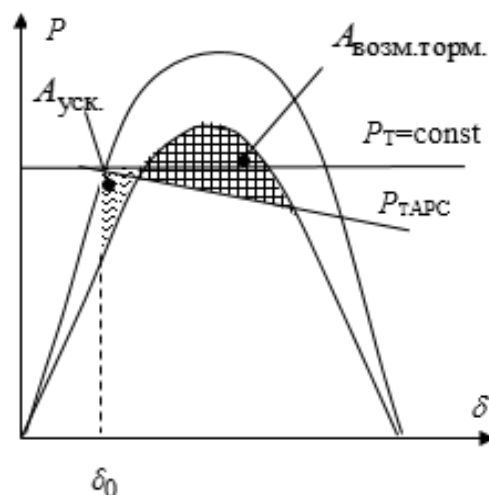


Рис. 1.18. К иллюстрации эффективности автоматического регулирования скорости (АРС) генератора для обеспечения устойчивости ЭЭС

в простейшей ЭЭС имеет два одинаковых генератора и одинаково нагруженных. Имеется автоматика аварийного отключения генераторов (АОГ), которая после некоторой выдержки времени отключает один генератор из двух. При этом система переходит из состояния, когда $P_T = P_{T2Г}$ (соответствует двум включенным генераторам), в состояние, в котором $P_T = P_{T1Г}$ (соответствует одному включенному генератору). Система при этом получает дополнительную площадку возможного торможения для обеспечения ее устойчивости, что показано на рис. 1.17.

В ту же сторону действует автоматическое регулирование скорости генератора (АРС), как это показано на рис.1.18.

На рис. 1.19 показана в качестве примера принципиальная схема регулятора скорости гидрогенератора. Здесь 1 – напорный резервуар (водохранилище), 2 – трубопровод, 3 – турбина, 4 – генератор, 5 – передача скорости от вала турбины к маятнику регулятора, 6 – вал маятника, 7 – муфта регулятора, 8 – пружина муфты, 9 – двигатель для смещения муфты (задающее воздействие), 10 – серводвигатель, 11 – золотник, 12 – задвижка, 13 – автоматический регулятор частоты, А – поршень серводвигателя, В – поршень золотника, μ – смещение поршня серводвигателя, ρ – смещение поршня золотника, η – смещение муфты регулятора.

Действие регулятора скорости гидрогенератора происходит следующим образом. При номинальной скорости вращения ротора турбогенератора это вращение передается через передаточный механизм 5 валу центробежного маятника (так называемый маятник Уатта) 6, муфта которого 7 через серводвигатель 10 удерживает задвижку направляющего аппарата 12 в определенном положении, достаточном для пропуска воды к турбине при номинальной ее скорости вращения.

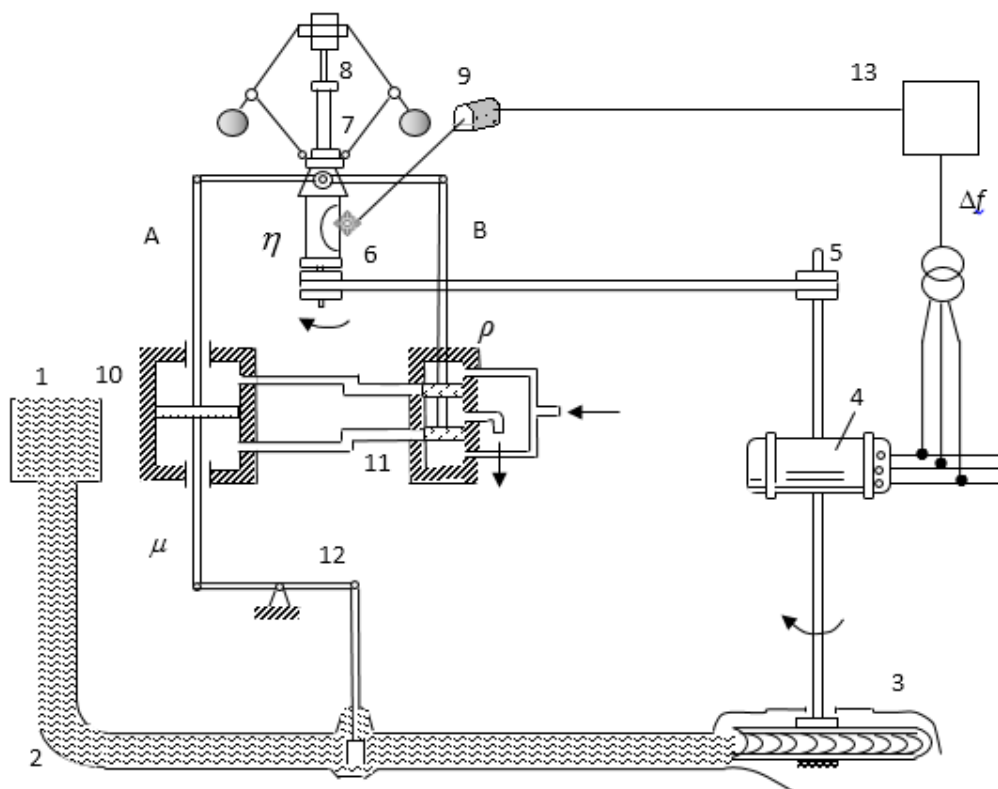


Рис. 1.19. Принципиальная схема регулятора скорости гидрогенератора

Пусть в результате аварийного отключения одной цепи двухцепной ЛЭП (см. рис. 1.18) возникает избыток мощности на валу генератора ($P_T > P$, см. уравнение (1.3)), в результате которого ротор начинает ускоряться, а его угловая скорость – увеличиваться. Увеличившаяся угловая скорость ротора через механизм 5 передается на вал центробежного маятника 6, в результате увеличения его угловой скорости шары центробежного маятника поднимаются, поднимая муфту

7, поршень серводвигателя 10 смещается вверх и через рычаг прикрывает задвижку направляющего аппарата 12, снижая доступ энергоносителя (в данном случае воды) к турбине. Мощность турбины снижается (см. рис. 1.18).

Аналогичным образом, только в другом направлении, работает АРС при дефиците активной мощности на валу генератора ($P_T < P$).

При длительном изменении угловой скорости вращения ротора и, соответственно, частоты в электрической сети отклонение частоты Δf через автоматический регулятор частоты 13 посредством двигателя для смещения муфты 9 изменяет ее положение таким образом, чтобы посредством смещения задвижки 12 добиться снижения небаланса мощности на валу генератора, вызвавшего отклонение частоты.

Если действие АРС позволяет достаточно быстро снизить мощность турбины, мы получим вместо $P_T = \text{const}$ $P_T = P_{T\text{APC}}$, что показано на рисунке, в результате чего уменьшается площадка ускорения и получается дополнительная площадка возможного торможения (см. рис. 1.18).

Последний из рассматриваемых случаев иллюстрирует эффективность автоматического регулирования возбуждения (АРВ) генератора с целью увеличения площадки возможного торможения и, соответственно, обеспечения динамической устойчивости простейшей ЭЭС (см. рис. 1.20).

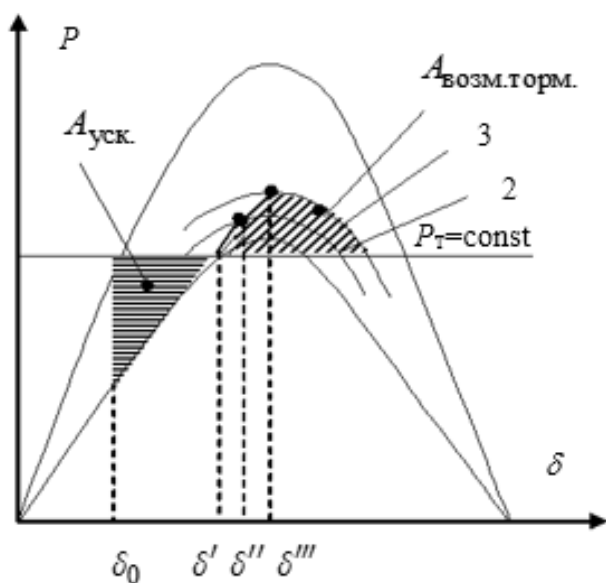


Рис. 1.20. К иллюстрации эффективности действия автоматического регулирования возбуждения (АРВ) генератора для обеспечения устойчивости ЭЭС

Структурная схема системы возбуждения синхронной машины показана на рис. 1.21 и состоит, как правило, из возбудителя, подвозбудителя и АРВ. Различные пропорциональные системы возбуждения (управляющий сигнал на систему возбуждения подвозбудителя пропорционален отклонениям напряжения $\Delta U = U_o - U$ и тока статора $\Delta I = I - I_o$) в основном разделяются по конструктивному исполнению (электромашинные и выпрямительные) и по виду возбудителя (с самовозбуждением или независимым возбуждением). Применяются системы возбуждения, в которых подвозбудителем служит машина переменного тока, питающая обмотку возбуждения через выпрямители. На крупных гидро- и турбогенераторах используются АРВ сильного действия (СД), в которых входными сигналами служат не только отклонения напряжения и тока статора, но и производные (первая и вторая) этих величин, а также частота и производная частоты. Сочетание различных производных зависит от конструктивного исполнения АРВ СД. Использование производных параметров режима позволяет придать АРВ СД свойства демпфирования электромеханических колебаний.

Рассмотрим действие АРВ на простом примере, используя рис. 1.20.

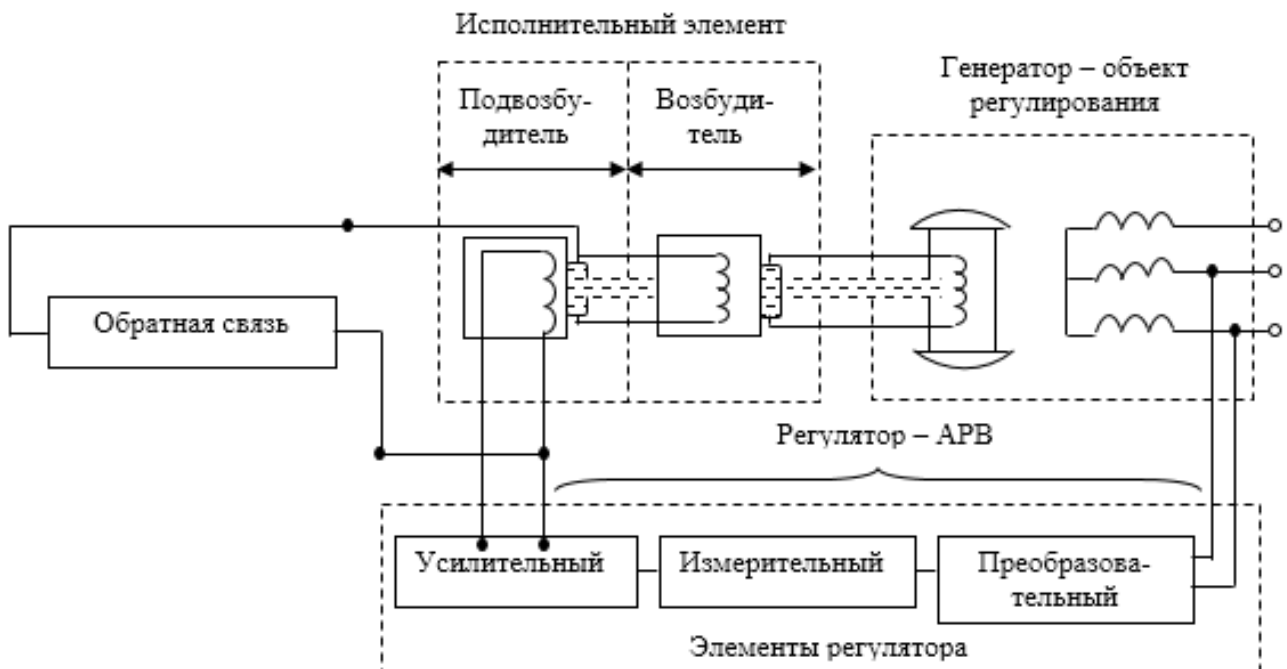


Рис. 1.21. Система возбуждения синхронного генератора

После аварийного отключения одной двухцепной ЛЭП видно, что при условии $E=\text{const}$ (угловая характеристика 1 на рис. 1.20) площадки возможного торможения недостаточно для обеспечения устойчивости ЭЭС. В то же время, оставшаяся в работе линия дополнительно нагружается, падение напряжения на всем суммарном реактивном сопротивлении $x = x'_d + x'_{л*}$ увеличивается и вследствие этого напряжения на шинах генератора уменьшается по сравнению с его значением в доаварийном режиме. АРВ по сигналу снижения напряжения на шинах генератора начинает через подвозбудитель и возбудитель увеличивать э.д.с. генератора E и мы переходим при угле δ'' на угловую характеристику мощности 2 с более высоким максимумом. АРВ продолжает действовать на увеличение тока возбуждения, соответственно, увеличивается э.д.с. генератора E и мы при угле δ''' переходим на еще более высокую угловую характеристику мощности 3.

На самом деле этот процесс увеличения тока возбуждения и э.д.с. генератора непрерывный и происходит «наращивание» угловой характеристики мощности по утолщенной кривой, показанной на рис. 1.20. В результате получаем площадку возможного торможения, достаточную для обеспечения устойчивости простейшей ЭЭС.

1.6. Асинхронный режим в простейшей электроэнергетической системе

Рассмотрим ситуацию в простейшей ЭЭС, связанную с аварийным отключением одной цепи двухцепной ЛЭП (например, вследствие ложной работы релейной защиты) и последующим ее включением с помощью АРВ (см. рис. 1.22) Видно, что площадки возможного торможения недостаточно для обеспечения устойчивости системы, устойчивость нарушается, ротор получает дополнительную энергию ускорения $A'_{\text{уск}}$ и разгоняется, в результате чего угол ротора по отношению к шинам бесконечной мощности неограниченно увеличивается. Начинается так называемый *асинхронный режим* в системе.

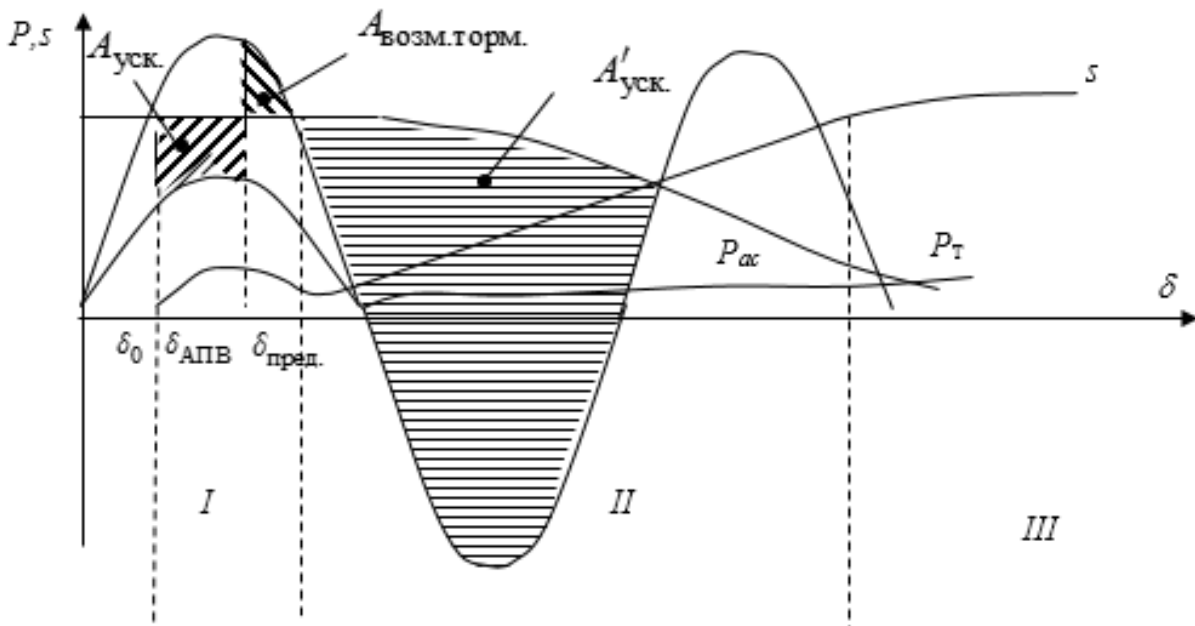


Рис. 1.22. К иллюстрации асинхронного режима в простейшей ЭЭС

На рис. 1.22 показаны три зоны по оси абсцисс. Зона I соответствует режиму синхронных качаний, при этом скольжение ротора по отношению к синхронной угловой скорости изменяется незначительно, так что можно приближенно принимать $s \approx 0$. Зона II соответствует переходному режиму от синхронного к асинхронному. Здесь ротор набирает ускорение, в результате чего его скольжение увеличивается (см. рис. 1.22). Мощность турбины под действием АРС снижается, в то же время увеличивается асинхронная мощность $P_{ас}$, определяемая скольжением ротора по отношению к синхронной угловой скорости. Зона III соответствует установившемуся асинхронному режиму, в котором $P_{т} \approx P_{ас}$, скольжение ротора $s \approx const$ и синхронный генератор ведет себя почти как асинхронная машина (об идеализированной асинхронной машине см. п. 1.7).

Характер изменения скольжения синхронного генератора в асинхронном режиме во времени для двух характерных случаев показан на рис. 1.23, а, б. На рис. 1.23, а представлена ситуация, когда после некоторого переходного режима наступает установившийся асинхронный режим. «Биение» кривой скольжения по отношению к тренду («среднему» значению), обозначенному на рисунке

штриховой линией, объясняются магнитной несимметрией ротора (меньше магнитное сопротивление по продольной оси). На рис. 1.23,б представлен случай когда после некоторого переходного режима скольжение ротора в определенной момент времени становится равным нулю. Тем самым возникают условия для самосинхронизации синхронного генератора с шинами бесконечной мощности, ротор автоматически «втягивается» в синхронизм и имеет место *результатирующая устойчивость* системы, о которой говорилось в п.1.1.

Необходимо отметить, что в настоящее время в сложных электрических сетях сверхвысоких напряжений асинхронные режимы практически не допускаются и асинхронный режим прерывается на начальной стадии с помощью автоматики ликвидации асинхронного режима (АЛАР) при значениях взаимного угла по связи, достаточно больших ($> 120^\circ$) для того, чтобы была уверенность в том, что устойчивость системы определенно нарушается. Такая стратегия принята потому, что при больших передаваемых мощностях по связям сверхвысоких напряжений (500 кВ и выше) асинхронный режим по одной связи может вызвать асинхронные режимы по другим связям электрической сети сложной структуры, что может привести в результате к тяжелой системной аварии с большими негативными последствиями для ЭЭС и потребителей. С учетом сказанного понятие результирующей устойчивости сейчас потеряло актуальность.

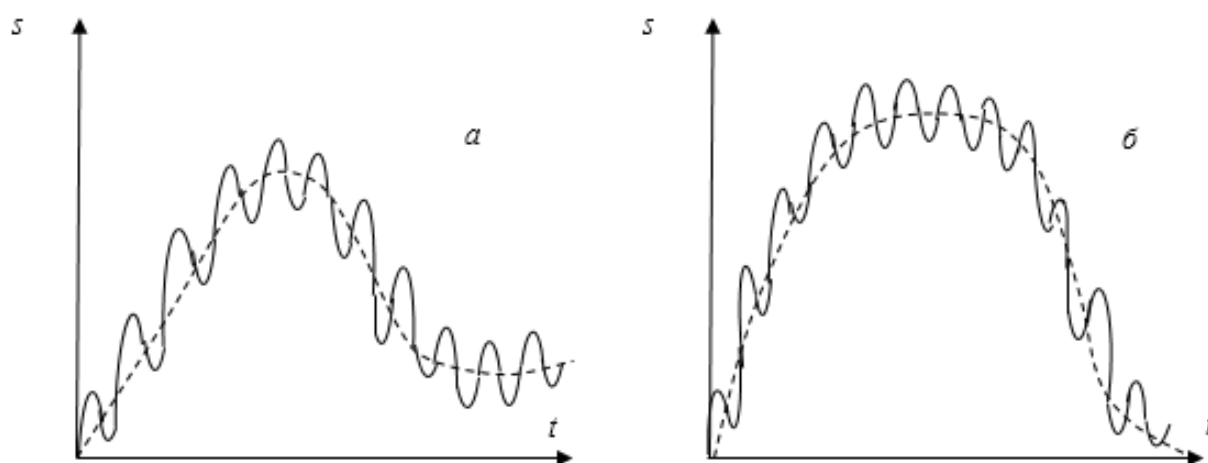


Рис. 1.23. Два случая процесса изменения скольжения ротора синхронного генератора в асинхронном режиме

1.7. Устойчивость асинхронной нагрузки

Проблема устойчивости имеет место и для асинхронных двигателей, что особенно актуально для асинхронной нагрузки достаточно больших мощностей. Для понимания особенностей проблемы рассмотрим идеализированную асинхронную машину и происходящие в ней процессы при возмущениях (рис. 1.24).

Асинхронная машина имеет «гладкий» ротор с одинаковым магнитным сопротивлением по обеим осям d и q , на роторе помещаются короткозамкнутые обмотки ротора. Переменный ток в обмотках статора создает «вращающееся» магнитное поле статора (см. штриховые линии, замыкающиеся через обмотки, на рис. 1.24). Замыкаясь через ротор, это магнитное поле создает в короткозамкнутых обмотках ротора токи, создающие в свою очередь магнитное поле ротора. «Вращающееся» магнитное поле статора, взаимодействуя с магнитным полем ротора, создает вращающий момент на валу асинхронной машины. Сопротивление приводимого в движение механизма (например, металлорежущего станка) приводит к тому, что вращение ротора замедляется по отношению к «вращающемуся» полю статора, в результате чего ротор асинхронной машины вращается с определенным скольжением по отношению к полю статора, тем большим, чем больше сопротивление вращаемого механизма.

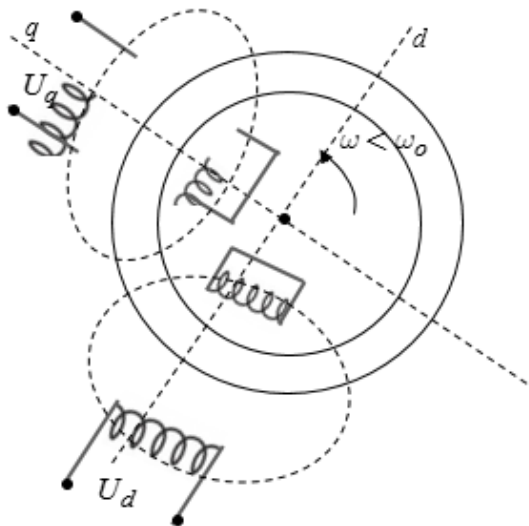


Рис. 1.24. Идеализированная асинхронная машина

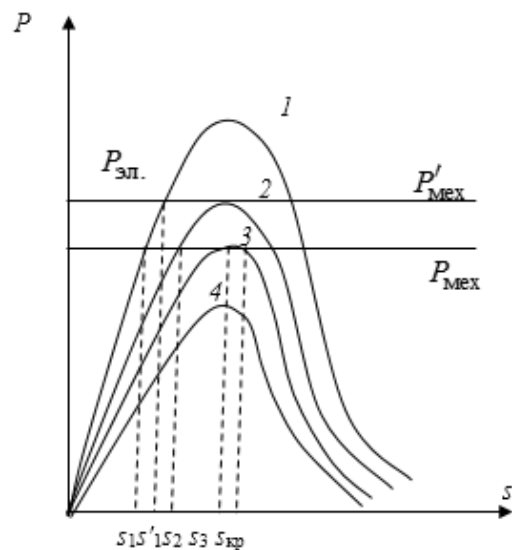


Рис. 1.25. Характеристики мощностей асинхронного двигателя в зависимости от скольжения ротора, уровня напряжения на питающих шинах и нагрузки на ротор

На рис. 1.25 показаны характеристики электромагнитной и механической мощностей асинхронного двигателя в зависимости от конкретных условий. Рабочее скольжение асинхронного двигателя определяется точкой пересечения характеристик этих мощностей. В частности, при значении механической мощности $P_{\text{мех}}$ (рис. 1.25) это значение скольжения s_1 . Если механическая мощность увеличивается (двигатель нагружается дополнительно) до значения $P'_{\text{мех}}$, из рис. 1.25 видно, что скольжение ротора увеличивается до значения s'_1 .

Пусть по каким либо причинам (в результате возмущения) напряжение на зажимах обмоток статора снизилось. В этом случае максимум характеристики электромагнитной мощности также уменьшается (кривая 2 вместо кривой 1 на рис. 1.25), а скольжение ротора увеличивается до значения s_2 . Если снижение напряжения на шинах асинхронного двигателя оказывается еще большим, его режим переходит на кривую 3 с рабочим скольжением ротора s_3 . Как видно из рис. 1.25, этот режим является близким к критическому, поскольку даже незначительное увеличение механической мощности или дополнительное снижение напряжения приводят к тому, что точка пересечения механической и электромагнитной мощностей исчезает, механическая мощность оказывается больше электромагнитной, происходит увеличение скольжения ротора вплоть до его остановки (так называемого опрокидывания асинхронного двигателя).

Значение скольжения в точке максимума характеристики электромагнитной мощности называется критическим – $s_{\text{кр}}$ на рис. 1.25.

Реально в процессах, проявляющихся в асинхронных машинах при большом снижении напряжения на зажимах обмоток статора, важную роль играет еще один фактор. Дело в том, что при затормаживании ротора возрастают токи в обмотках статора, вследствие этого увеличивается падение напряжения в подходах к шинам линиях и трансформаторах питающих подстанций. Если на шинах асинхронного двигателя нет источников реактивной мощности, поддерживающих уровень напряжения, этот уровень дополнительно снижается, уменьшая максимум характеристики электромагнитной мощности. Это, в свою очередь,

приводит к росту скольжения, что сопровождается дополнительным увеличением токов в обмотках статора, дополнительным снижением напряжения на зажимах обмоток статора, дальнейшим увеличением скольжения и т.д. Происходит лавинообразный процесс, приводящий к полному торможению ротора (опрокидыванию) асинхронного двигателя.

Этот лавинообразный процесс получил название *лавины напряжения*. По причине опасности возникновения лавины напряжения рекомендуется в узлах с достаточно мощной асинхронной нагрузкой не допускать снижения уровня напряжения более, чем на 15% от нормального рабочего уровня.

1.8. Длительные переходные процессы в электроэнергетических системах

Рассмотрим опять простейшую системы (см. рис. 1.8), принимая, что генерирующая ее часть включает несколько агрегатов, ЛЭП состоит из двух цепей, а нагрузка по величине превышает суммарную мощность генерирующих агрегатов, т.е. поток мощности по ЛЭП в нормальном режиме передается от шин бесконечной мощности к нагрузке.

В п.1.5 представлены достаточно простые аварийные ситуации, связанные с аварийными возмущениями и использованием различных средств обеспечения динамической устойчивости ЭЭС. При этом длительность переходного процесса составляет обычно 3-5 с. Однако на практике случаются более сложные аварийные ситуации, продолжающиеся десятки секунд и даже до нескольких минут. Рассмотрим на принятом примере простейшей системы возможный сценарий такой аварийной ситуации, в качестве начала которой примем пример, описанный в п. 1.6.

Пусть, как в п. 1.6, произошло аварийное отключение одной цепи двухцепной ЛЭП (например, вследствие ложного срабатывания релейной защиты) и последующее ее включение с помощью АПВ (см. рис. 1.22). Площадки возможного торможения недостаточно для обеспечения устойчивости системы, устойчивость ее нарушается и начинается асинхронный режим, только в отличие от слу-

чая, описанного в п. 1.6, роторы агрегатов генерирующей части системы не ускоряются, а замедляются, поскольку нагрузка по величине превышает генерацию. Асинхронный режим по ЛЭП прерывается действием АЛАР. Частота в левой отделившейся части системы снижается, действует автоматика частотной разгрузки (АЧР), отключающая часть нагрузки (об алгоритме действия АЧР см. ниже). Если нагрузка в узле в нормальном режиме значительно превышала генерацию и небаланс мощности после действия АЛАР оказался большим, действие АЧР не сможет остановить снижение частоты, частота будет продолжать снижаться. Чрезмерное снижение частоты опасно для генерирующих агрегатов, поскольку при этом снижается производительность электродвигателей собственных нужд, обеспечивающих подачу топлива и воды в котлы турбоагрегатов. В результате производительность паровых турбин снижается, т.е. снижается их мощность, что увеличивает дефицит мощности и приводит к еще большему снижению частоты.

Этот процесс получил название *лавины частоты*. Чтобы не допустить лавины частоты, агрегаты отключаются от электрической сети с выделением одного из них на питание собственных нужд, что облегчает последующее восстановление системы.

Подобные сложные аварийные ситуации каскадного характера обычно связаны в сложных ЭЭС с так называемыми *системными авариями* и охватывают большую часть системы, приводя к тяжелым последствиям для потребителей. Такие процессы получили название *длительных переходных процессов*. При этом на генерирующих агрегатах действуют не только АРВ и АРС, но и системы регулирования режимов котла, а также параметров пара (давление и температура) на входе в турбину.

С системными авариями, при которых протекают длительные переходные процессы, обычно связывают понятие *живучести ЭЭС* как свойства системы противостоять возмущениям, не допуская их каскадного развития с массовым нарушением режима электроснабжения потребителей, и восстанавливать исходное состояние системы или близкое к нему.

На рис. 1.26 приведена структурная схема систем регулирования турбоагрегата, действующих в рассмотренных сложных аварийных ситуациях. Здесь ДП – диспетчерский пункт, ПО – программное обеспечение ДП, К - котел, РК – регулятор котла, МУТ – механизм управления турбиной, АРЧВ – автоматический регулятор частоты вращения, ДПМ – двигатель приводного механизма, Т – турбина, Г – генератор, СВ – система возбуждения, В – возбудитель, ПТВ – преобразующий трансформатор и выпрямитель, $P_{пер}$ – мощность перетоков по связям, P_3 – заданная мощность, $U_{уст}$ – заданное напряжение, $P_{пл}$ – плановая нагрузка, P_T – мощность турбины, f – частота системы.

Рис. 1.26 дает общее представление о сложности систем регулирования турбоагрегата. Подробнее их рассмотрение выходит за рамки настоящего курса.

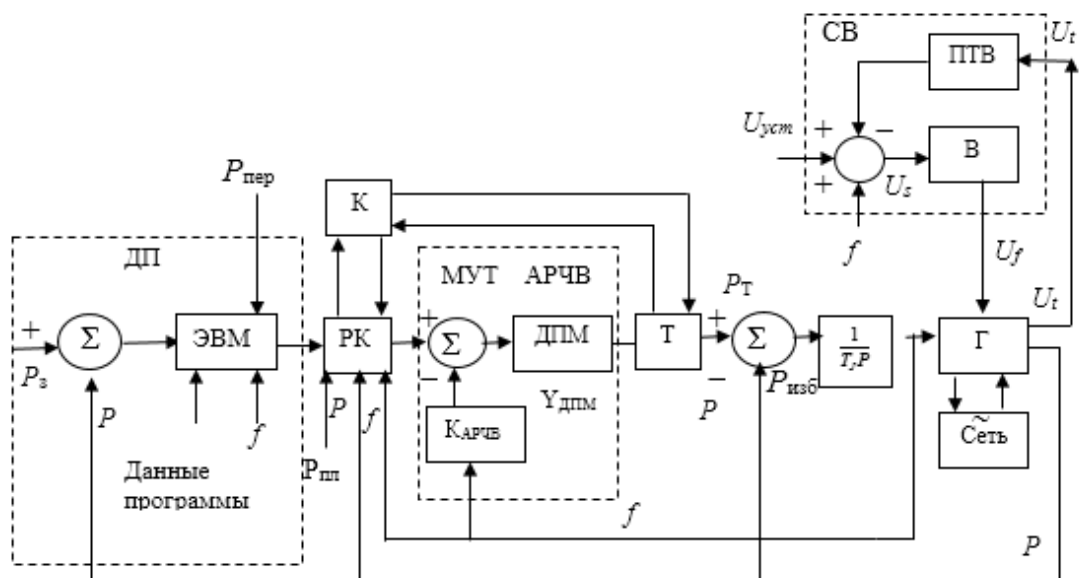


Рис. 1.26. Структурная схема системы регулирования турбоагрегата

Контрольные вопросы

1. Идеализированная синхронная машина: конструкция, потокосцепление, принципы работы.
2. Простейшая система "генератор – шины бесконечной мощности".
3. Векторная диаграмма простейшей системы.
4. Уравнение движения ротора синхронной машины. Принимаемые допущения.
5. Угловая характеристика мощности простейшей системы. Положения устойчивого и неустойчивого равновесия, их пояснения.
6. Статическая устойчивость простейшей системы. Практический критерий статической устойчивости.
7. Устойчивость линейной (линеаризованной) системы. Использование преобразования Лапласа. Значения корней и виды статической устойчивости и неустойчивости.
8. Динамическая устойчивость простейшей системы. Метод площадей.
9. Влияние АРВ и АРС на устойчивость системы.
10. Асинхронный режим.
11. Устойчивость асинхронной нагрузки. Лавина напряжения.
12. Длительные переходные процессы. Лавина частоты.

2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

2.1. Схема замещения электроэнергетической системы

При исследовании электромеханических переходных процессов и определении устойчивости сложной ЭЭС она представляется схемой замещения, которая составляется в соответствии с топологией системы на основе взаимосвязанных схем замещения элементов ЭЭС – генераторов, нагрузок, элементов электрической сети. При этом синхронные генераторы, синхронные и асинхронные двигатели представляются своими реактивными сопротивлениями в соответствии с принятой математической моделью элемента (см. ниже математическое описание синхронных генераторов и комплексной нагрузки); линии электропередачи учитываются П-схемами замещения либо только продольным полным комплексным сопротивлением, если зарядной емкостью линии можно пренебречь (для линий средних и низких напряжений); реакторы, установленные для компенсации зарядной емкости линий сверхвысоких напряжений, представляются своими реактивными сопротивлениями; трансформаторы учитываются Г-схемами замещения, либо только продольным реактивным сопротивлением, если сопротивлением намагничивания сердечника можно пренебречь, либо более сложной схемой замещения в случаях трансформаторов с двумя разными напряжениями на низкой стороне либо с расщепленной обмоткой.

Условный пример схемы замещения ЭЭС при исследовании электромеханических переходных процессов и определении устойчивости системы показан на рис. 2.1. Здесь представлены три синхронных генератора их реактивными сопротивлениями $x_{Г1}$, $x_{Г2}$ и $x_{Г3}$; линии электропередачи Л1, Л3, Л5 с учетом зарядных емкостей, линии Л2, Л4, Л6, Л7 – без их учета; трансформаторы Т1, Т2, Т3, Т4, учитываемые продольным реактивным сопротивлением; асинхронный двигатель, представленный в схеме реактивным сопротивлением $x_{АД}$ и э.д.с. $\dot{E}_{АД}$; остальные нагрузки показаны стрелками в узлах и представляют собой ком-

плексные нагрузки; в двух узлах установлены реакторы, представленные реактивными сопротивлениями x_{p1} и x_{p2} и предназначенные для компенсации зарядной емкости линии. При этом имеется виду, что все сопротивления и проводимости схемы приведены к одной ступени напряжения. В противном случае учитываются коэффициенты трансформации трансформаторов.

Для последующего использования схемы замещения ЭЭС она подвергается некоторым предварительным преобразованиям: реактивные проводимости зарядной емкости П-схем замещения линий, связанных с определенным узлом схемы, суммируются, к ним прибавляется реактивная проводимость реактора в случае его наличия в узле, а также комплексная проводимость пассивной нагрузки, если она есть.

В целом схема замещения ЭЭС является схемой прямой последовательности и содержит синхронные (или другого типа) генераторы и комплексные нагрузки, связанные между собой электрической сетью. При исследовании к.з. в качестве возмущения задается шунт к.з., правила определения которого для конкретного вида возмущения с учетом схем обратной и нулевой последовательностей известны из первой части курса. Рассмотрим последовательно математическое описание элементов схемы замещения.

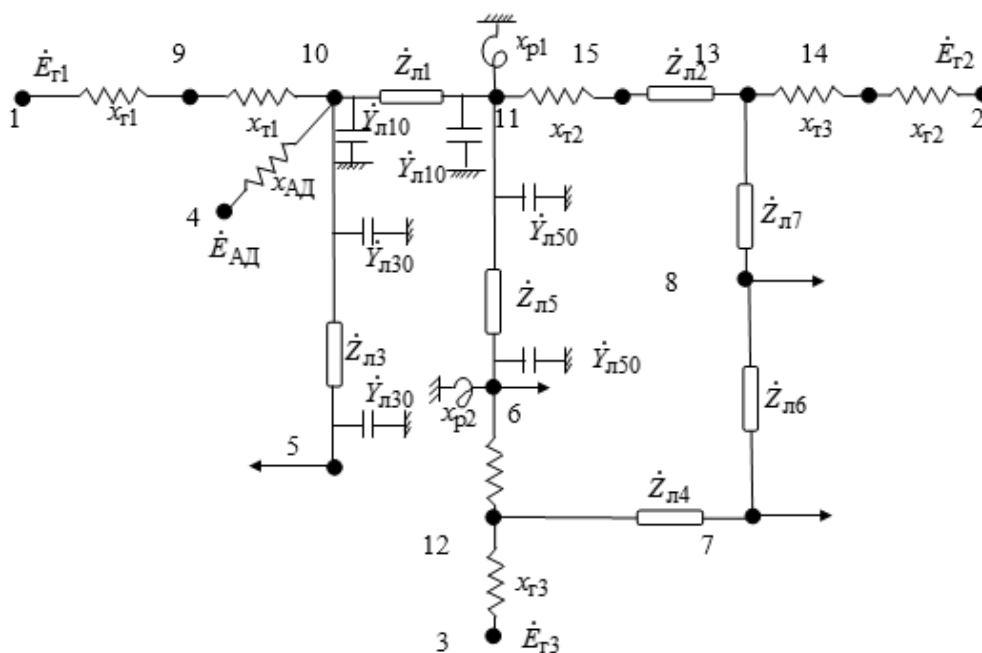


Рис. 2.1. Схема замещения ЭЭС

2.2. Математическое описание синхронного генератора и его систем регулирования

2.2.1. Уравнения Парка-Горева и их упрощения

В конце 1920-х – начале 1930-х годов Р. Парк и А.А. Горев независимо получили уравнения переходных процессов синхронной машины, используя преобразование координат от a, b, c к d, q, o . Полные уравнения Парка-Горева учитывают переходные электромагнитные процессы в статорных цепях. При исследовании электромеханических переходных процессов сложных ЭЭС обычно электромагнитные переходные процессы в статорных цепях не учитывают вследствие их быстрого затухания. Тогда упрощенные подобным образом уравнения Парка-Горева в потокоцеплениях записываются в нормальной форме Коши (при явно выделенных производных) в следующем виде:

$$\Psi_q + rI_d = -U_d; \quad (2.1)$$

$$\Psi_d - rI_q = U_q; \quad (2.2)$$

$$\frac{d\Psi_r}{dt} + r_r I_r = U_r; \quad (2.3)$$

$$\frac{d\Psi_{rd}}{dt} + r_{rd} I_{rd} = 0; \quad (2.4)$$

$$\frac{d\Psi_{rq}}{dt} + r_{rq} I_{rq} = 0; \quad (2.5)$$

$$\Psi_d = x_d I_d + x_{ad} I_r + x_{ad} I_{rd}; \quad (2.6)$$

$$\Psi_q = x_q I_q + x_{aq} I_{rq}; \quad (2.7)$$

$$\Psi_r = x_{ad} I_d + x_r I_r + x_{ad} I_{rd} \quad (2.8)$$

$$\Psi_{rd} = x_{ad} I_d + x_{rd} I_{rd} + x_{ad} I_r; \quad (2.9)$$

$$\Psi_{rq} = x_{aq} I_q + x_{rq} I_{rq}; \quad (2.10)$$

$$\omega_o J \frac{ds}{dt} = M_T + \Psi_q I_d - \Psi_d I_q; \quad (2.11)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = s. \quad (2.12)$$

Здесь (2.1), (2.2) – уравнения обмоток статора в продольной и поперечных осях, (2.3)–(2.5) – уравнения контура возбуждения и продольного и поперечного демпферных контуров, (2.6)–(2.10) характеризуют связь токов и потокосцеплений в различных осях и контурах машины, (2.11), (2.12) – уравнения движения ротора. Условные обозначения в уравнениях (2.1)–(2.12) следующие: I_d, I_q – составляющие тока статора в продольной и поперечной осях; I_r, I_{rd}, I_{rq} – токи в обмотке возбуждения, в продольном и поперечном демпферных контурах; J – момент инерции ротора; M_T – момент турбины; r, r_r, r_{rd}, r_{rq} – активные сопротивления статора, контура возбуждения, продольного и поперечного демпферных контуров; s, δ – скольжение и угол ротора по отношению к вектору напряжения на шинах; U_d, U_q – составляющие напряжения статора в продольной и поперечной осях; U_r – э.д.с., индуцированная в обмотке возбуждения; x_d, x_q – синхронные реактивности машины в продольной и поперечной осях; x_{ad}, x_{aq} – реактивности реакции статора машины в продольной и поперечных осях; x_r, x_{rd}, x_{rq} – реактивности контура возбуждения, продольного и поперечного демпферных контуров синхронной машины; Ψ_d, Ψ_q – потокосцепления статора в продольной и поперечной осях машины; $\Psi_r, \Psi_{rd}, \Psi_{rq}$ – потокосцепления контура возбуждения, продольного и поперечного демпферных контуров машины; ω_o – синхронная угловая скорость.

Другой формой упрощенных уравнений Парка–Горева, равноценной (2.1)–(2.12), являются уравнения, записываемые в токах.

Уравнения (2.1)–(2.12) представлены в собственных координатных осях d, q . При этом обычно уравнения электрической сети записывают в синхронно вращающихся осях, а для связи уравнений синхронной машины с уравнениями сети вводятся специальные уравнения перехода.

При дополнительных допущениях о неучете переходных процессов в демпферных контурах и активных сопротивлений статора и контура возбуждения, а также с учетом условия $\omega = \omega_o + s \approx \omega_o$, можно получить упрощенные уравнения в форме э.д.с. следующего вида:

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T_{do}} \left(E_{qe} - \frac{x_d - x'_d}{x_q - x'_d} E_Q + \frac{x_d - x_q}{x_q - x'_d} E'_q \right); \quad (2.13)$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T_J} P_T - P; \quad (2.14)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = s; \quad (2.15)$$

$$P = \operatorname{Re} \dot{E}_Q \mathfrak{F}; \quad (2.16)$$

$$E_Q = E'_q + I_d x_q - x'_d. \quad (2.17)$$

Здесь (2.13) – уравнение переходных процессов в обмотке возбуждения; (2.14), (2.15) – уравнения движения ротора; (2.16) и (2.17) – алгебраические соотношения. Комплексные величины \dot{E}_Q и \mathfrak{F} рассматриваются в системе координат d, q , при этом ось q – действительная, а d – мнимая. Условные обозначения в (2.13)–(2.17) следующие: E_Q, E_{qe}, E'_q – э.д.с. за поперечным реактивным сопротивлением, э.д.с. возбуждения и переходная э.д.с. машины в поперечной оси; T_J – постоянная инерции ротора машины; P_T – мощность турбины; T_{do} – постоянная времени обмотки возбуждения при разомкнутых статорной обмотке и демпферной обмотке в продольной оси; x'_d – переходное реактивное сопротивление синхронной машины в продольной оси; Re от слова Real определяет действительную составляющую комплексной величины.

При рассмотрении модели (2.13)–(2.17) синхронная машина в схеме замещения ЭЭС (см. рис. 2.1) представляется так называемой расчетной э.д.с. E_Q , приложенной за реактивным сопротивлением x_q .

Наиболее простая модель динамики синхронной машины получается из (2.13)–(2.17) пренебрежением переходными процессами в контуре возбуждения. При этом в качестве расчетной э.д.с. вместо E_Q фигурирует E' за переходным сопротивлением x'_q . В результате имеем:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{T_J} P_T - P ; \quad (2.18)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = s; \quad (2.19)$$

$$P = \text{Re } \dot{E}' \dot{E} . \quad (2.20)$$

2.2.2. Векторная диаграмма синхронной машины

Векторная диаграмма синхронной машины, соответствующая упрощенной модели (2.13)–(2.17), показана на рис. 2.2. Она соответствует явнополюсному ротору машины, в этом случае $x_d \neq x_q$. Для неявнополюсной машины $x_d = x_q$ и тогда расчетная э.д.с. E_Q равна э.д.с. холостого хода E_q .

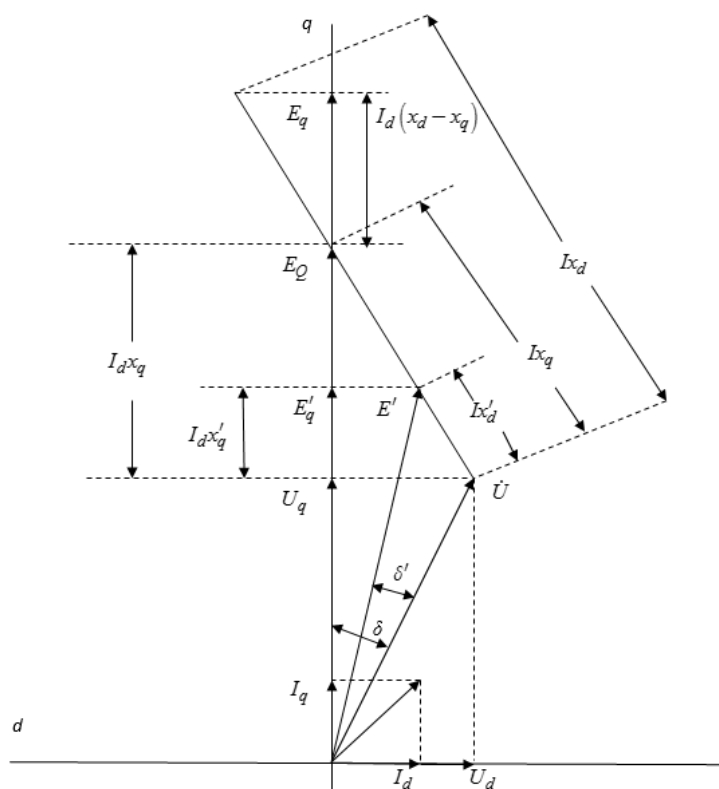


Рис. 2.2. Векторная диаграмма синхронной машины

2.2.3. Уравнения регулятора возбуждения

В качестве уравнений регулятора возбуждения (АРВ) синхронной машины могут быть приняты следующие:

$$\frac{dE_{qe}}{dt} = \frac{1}{T_{pB}} \left[E_{qe0} - E_{qe} + K_U U_o - U + K_I I - I_o + K's + K'' \frac{ds}{dt} \right]; \quad (2.21)$$

$$E_{qe \min} \leq E_{qe} \leq E_{qe \max}; \quad (2.22)$$

$$U = \sqrt{U_d^2 + U_M^2}; \quad (2.23)$$

$$I = \sqrt{I_d^2 + I_M^2}. \quad (2.24)$$

Здесь E_{qe} , E_{qe0} — э.д.с. возбуждения синхронной машины и ее установившееся значение; $I, \dot{I} = I_d + jI_M$ — модуль и комплексное значение тока статора машины; $U, \dot{U} = U_d + jU_M$ — аналогично для напряжения на зажимах обмоток статора (на шинах генератора); K_U, K_I, K', K'' — коэффициенты регулятора возбуждения по отклонениям напряжения и тока, скольжению и ускорению ротора, соответственно; $E_{qe \min}, E_{qe \max}$ — ограничения на э.д.с. возбуждения; T_{pB} — постоянная времени регулятора возбуждения.

Если в уравнении (2.21) $K_U \neq 0, K_I \neq 0, K' = 0, K'' = 0$, это соответствует автоматическому регулятору пропорционального действия (АРВ ПД). В случае $K_U \neq 0, K_I \neq 0, K' \neq 0, K'' \neq 0$ математическая модель (2.21)–(2.24) представляет автоматический регулятор сильного действия (АРВ СД). Вместо сигналов по скольжению (частоте) и ускорению (производной частоты) ротора в АРВ СД могут использоваться первая и вторая производные напряжения, либо первая и вторая производные тока статора, либо сочетания первой и второй производных разных величин.

2.2.4. Уравнения регулятора скорости

Уравнения автоматического регулятора скорости (АРС) синхронной машины имеют вид:

$$\frac{dP_T}{dt} = \frac{\sigma}{T_{pc}}; \quad (2.25)$$

$$\sigma = -s/\theta + K_c \frac{ds}{dt}; \quad (2.26)$$

$$P_{T \min} \leq P_T \leq P_{T \max}; \quad (2.27)$$

$$\sigma_{\min} \leq \sigma \leq \sigma_{\max}. \quad (2.28)$$

Здесь K_c – коэффициент регулирования скорости синхронной машины по ускорению; T_{pc} – постоянная времени регулятора скорости; $P_{T \min}$, $P_{T \max}$ – ограничения на изменение мощности турбины; θ – остающаяся неравномерность маятника регулятора скорости; σ , σ_{\min} , σ_{\max} – относительное перемещение золотника впуска пара в паровую турбину или направляющего аппарата гидротурбины и ограничения на это перемещение.

2.2.5. Различные уровни детальности математического описания синхронной машины и ее систем регулирования

В зависимости от степени влияния различных факторов и условий в разных задачах могут использоваться следующие виды математических моделей синхронной машины и ее систем регулирования:

1) упрощенные уравнения Парка-Горева в потокосцеплениях (2.1)–(2.12) либо в форме э.д.с. (2.13)–(2.17) с учетом регулирования возбуждения уравнениями (2.21)–(2.24) и скорости уравнениями (2.25)–(2.28); это наиболее полное с учетом исходных допущений представление синхронной машины в ЭЭС;

2) упрощенные уравнения Парка-Горева в потокосцеплениях (2.1)–(2.12) либо в форме э.д.с. (2.13)–(2.17) с учетом регулирования возбуждения уравнениями (2.21)–(2.24), но без учета регулирования скорости; неучет регулирования скорости допустим на коротких интервалах времени переходного процесса продолжительностью 2–3 с вследствие инерционности АРС;

3) наиболее простая модель динамики синхронной машины в виде уравнений (2.18)–(2.20) при учете регулирования скорости уравнениями (2.25)–(2.28); подобное представление допустимо для АРВ пропорционального действия, в

этом случае представление синхронной машины переходной э.д.с. E' за переходным сопротивлением x'_d приближенно учитывает действие АРВ ПД; учет АРС при этом необходим при расчете сравнительно продолжительных переходных процессов на интервале до 7–10 с и более, когда действие АРС начинает сказываться на характере переходного процесса, особенно в случае наличия сигнала регулирования по ускорению ротора ($K_c \neq 0$);

4) наиболее простая модель динамики синхронной машины в виде уравнений (2.18)–(2.20) при неучете уравнений АРС, т.е. $P_T = \text{const}$; подобное упрощенное представление характерно для удаленных от места возмущения синхронных машин.

2.3. Математическое описание комплексной нагрузки

Под комплексной нагрузкой понимается универсальное представление нагрузки в узле, включающей различные типы электроприемников – синхронные и асинхронные двигатели (СД и АД), выпрямительная нагрузка, активная, индуктивная и емкостная пассивные нагрузки, в том числе регулируемые (см. рис. 2.3). Реальная нагрузка в конкретном узле схемы замещения включает все или некоторые из этих электроприемников в конкретном их количественном соотношении по мощности.

При наиболее подробном представлении нагрузки все электроприемники моделируются с помощью детального математического описания. Например, синхронные и асинхронные двигатели моделируются соответствующими системами уравнений, отражающими динамику поведения отдельных переменных. В частности, синхронный двигатель представляется аналогично синхронному генератору (см. п. 2.2) с той разницей, что он не выдает активную мощность, а потребляет ее.

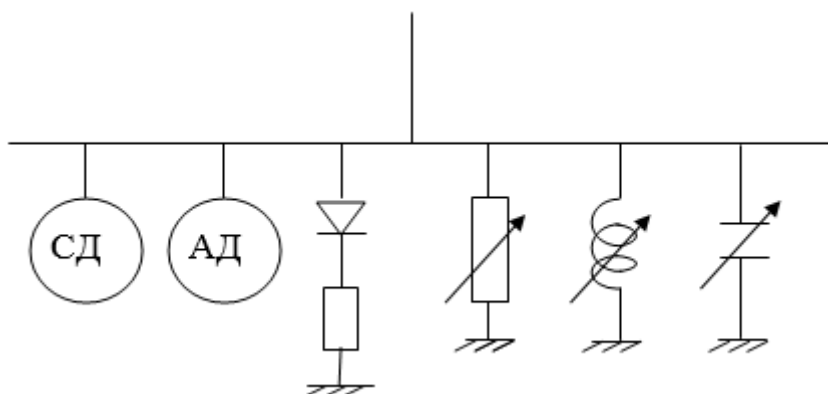


Рис. 2.3. Комплексная нагрузка

Принцип работы асинхронного двигателя состоит в следующем. Переменный ток в обмотках статора создает вращающееся с синхронной угловой скоростью поле статора. Оно индуцирует токи в короткозамкнутых обмотках ротора. Поле обмоток ротора взаимодействует с вращающимся полем статора, что приводит ротор во вращение. Поскольку на оси ротора подключен вращаемый механизм, создающий сопротивление вращению, вращение ротора замедляется по отношению к синхронной угловой скорости, т.е. возникает скольжение ротора по отношению к вращающемуся полю статора. Чем больше механическая нагрузка на валу двигателя, тем больше скольжение.

В соответствии с этим принципом работы асинхронного двигателя упрощенные уравнения переходных процессов АД могут быть представлены в виде:

$$T_o \frac{dE'_q}{dt} = x_k I_d + E'_q, \quad (2.29)$$

$$T_o \frac{dE'_d}{dt} = x_k I_q + E'_d, \quad (2.30)$$

$$U_d = 1 - s E'_q - x_k I_d, \quad (2.31)$$

$$U_q = -1 - s E'_d - x_k I_q, \quad (2.32)$$

$$T_J \frac{ds}{dt} = M_c - E'_q I_q + E'_d I_d, \quad (2.33)$$

$$\dot{E}' = E'_d + jE'_q, \quad (2.34)$$

$$\dot{U} = U_d + jU_q. \quad (2.35)$$

Как видно из записи этих уравнений, они представлены в координатах (осях) d, q . Представление э.д.с. и напряжения на шинах в виде комплексных величин соответствует схеме замещения асинхронного двигателя, приведенной на рис. 2.4. При этом T_o – постоянная времени обмоток ротора, T_J – постоянная инерции ротора, s – скольжение ротора, M_c – момент сопротивления приводимого механизма.

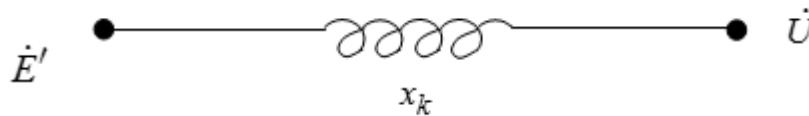


Рис. 2.4. Схема замещения асинхронного двигателя

Соответствующими уравнениями представляются и другие типы электроприемников.

Более упрощенное математическое описание комплексной нагрузки может быть выполнено на основе представления статических характеристик нагрузки по напряжению и частоте, обычно имеющих вид:

в полиномиальной форме –

$$P_H = P_{HO} \left[1 + a \frac{U - U_o}{U_o} + b \left(\frac{U - U_o}{U_o} \right)^2 + c \frac{f - f_o}{f_o} \right], \quad (2.36)$$

$$Q_H = Q_{HO} \left[1 + d \frac{U - U_o}{U_o} + e \left(\frac{U - U_o}{U_o} \right)^2 + h \frac{f - f_o}{f_o} \right]; \quad (2.37)$$

в степенной форме –

$$P_H = P_{HO} \left(\frac{U}{U_o} \right)^\alpha \left(\frac{f}{f_o} \right)^\beta, \quad (2.38)$$

$$Q_H = Q_{HO} \left(\frac{U}{U_o} \right)^\gamma \left(\frac{f}{f_o} \right)^\eta. \quad (2.39)$$

Значение коэффициентов a, b, c, d, e, h в выражениях (2.36), (2.37) и $\alpha, \beta, \gamma, \eta$ в (2.38), (2.39) такие, которые соответствуют конкретному типу электроприемника или комплексной нагрузке в целом. На рис. 2.5 приведен качественный вид статических характеристик по напряжению осветительной и асинхронной нагрузки, по напряжению и частоте – комплексной нагрузки.

Представление нагрузки статическими характеристиками по напряжению и частоте оправдано, если можно пренебречь динамикой поведения синхронных и асинхронных двигателей и систем управления других электроприемников, т.е. соответствующие динамические факторы не оказывают существенного влияния на поведение нагрузки в переходном процессе. Это возможно для достаточно удаленных от места возмущения узлов расчетной схемы ЭЭС.

Наиболее простой математической моделью комплексной нагрузки является ее представление шунтом постоянной проводимости $\dot{Y}_H = \text{const}$, вычисленным по значениям активной и реактивной составляющих нагрузки и модулю напряжения в узле ее подключения в доаварийном режиме. Такое представление нагрузки допустимо на очень коротких интервалах времени переходного процесса (1,0–1,5 с), когда из-за инерции роторов синхронных и асинхронных двигателей они реагируют на возмущение как шунты неизменной проводимости, а также при незначительных отклонениях напряжения в узле нагрузки в переходном процессе от его доаварийного значения, что характерно для удаленных от места возмущения узлов схемы замещения ЭЭС.

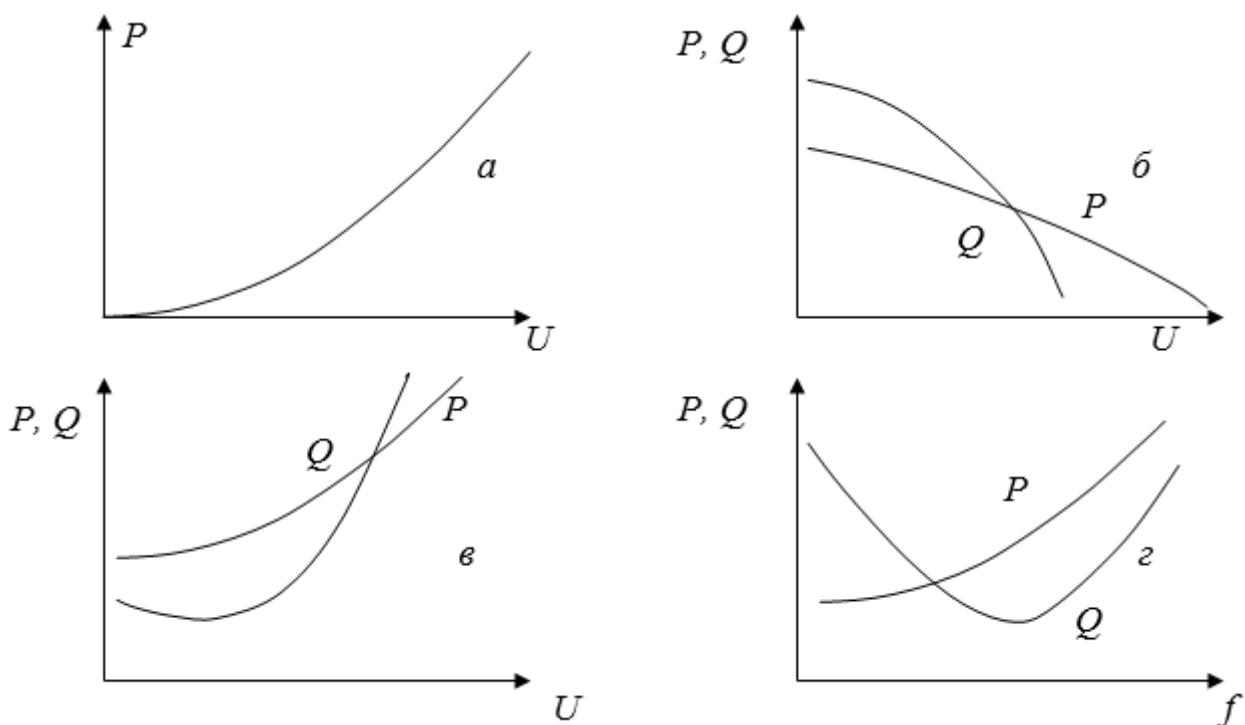


Рис. 2.5. Качественный вид некоторых статических характеристик нагрузки (а – осветительная, б – асинхронная, в, з – комплексная нагрузка)

Таким образом, могут быть использованы три вида математического описания нагрузки при исследовании переходных процессов ЭЭС в зависимости от полноты и детальности учета влияющих факторов и степени их влияния, а именно:

1) подробная математическая модель комплексной нагрузки при описании динамических электроприемников (синхронные и асинхронные двигатели) и систем управления других электроприемников соответствующими дифференциальными и алгебраическими уравнениями: такое подробное математическое описание комплексной нагрузки требуется прежде всего для узлов, близко расположенных к месту возникновения возмущения;

2) статические характеристики комплексной нагрузки по напряжению и частоте при отклонении напряжения и частоты в узле подключения нагрузки не более некоторых допустимых значений, т.е. $\Delta U < \overline{\Delta U_c}$ и $\Delta f < \overline{\Delta f_c}$, что обычно характерно для достаточно удаленных от места возмущения узлов схемы замещения ЭЭС;

3) шунт постоянной проводимости $\dot{Y}_H = \text{const}$, что допустимо при незначительных отклонениях напряжения и частоты, т.е. $\Delta U < \overline{\Delta U_{\text{ш}}}$ и $\Delta f < \overline{\Delta f_{\text{ш}}}$, причем $\overline{\Delta U_{\text{ш}}} < \overline{\Delta U_c}$ и $\overline{\Delta f_{\text{ш}}} < \overline{\Delta f_c}$, а также на небольших интервалах времени переходного процесса, т.е. $t < \bar{t}$. Незначительные отклонения напряжения и частоты характерны для весьма удаленных от места возмущения узлов.

Характер комплексной нагрузки различен в зависимости от того, какая ЭЭС исследуется на устойчивость. Если это ЕЭС России, представляемая схемой замещения электрической сети высших напряжений, в такой схеме узел – это обычно крупная районная подстанция, в составе электроприемников потребителей которой могут быть представлены все их типы. Если исследуется региональная ЭЭС, ее схема замещения представляется более детально с учетом более мелких региональных подстанций, состав электроприемников подключенных потре-

бителей которых более конкретен, в нем могут превалировать, например, асинхронные двигатели для соответствующих конкретных производств или осветительная нагрузка для городских районов и т.д.

2.4. Уравнения электрической сети

Как отмечалось в п. 2.1, при исследовании электромеханических переходных процессов и определении устойчивости ЭЭС, как правило, допустимо не учитывать быстро затухающие электромагнитные переходные процессы в обмотках статоров синхронных и асинхронных машин и, соответственно, в электрической сети. В этом случае наиболее распространенным математическим описанием электрической сети в виде схемы замещения, представленной на рис. 2.1, является система уравнений узловых напряжений, которая в матричной форме записи выглядит как

$$\dot{Y}\dot{U} = \dot{I}, \quad (2.40)$$

где $\dot{U} = \dot{E}_Г, \dot{E}_{АД}, \dot{U}_c, \dot{U}_c$ — напряжения сетевых узлов;

$\dot{I} = \dot{I}_Г, \dot{I}_{АД}, \dot{I}_н, 0, \dot{I}_н$ — токи в узлах с комплексными нагрузками; $\dot{I}_i = 0$ означает, что в узле i нет ни генерации, ни нагрузки.

Представленная (2.40) система уравнений узловых напряжений, как видно из пояснений к ней, отражает полную схему замещения ЭЭС, показанную на рис. 2.1, включая реактивные сопротивления генераторов, синхронных и асинхронных двигателей и э.д.с. за этими реактивными сопротивлениями ($\dot{E}_{Г1}, \dot{E}_{Г2}, \dot{E}_{Г3}, \dot{E}_{АД}$ для схемы рис. 2.1).

Может быть использовано несколько отличающееся от изложенного представление электрической сети, при котором реактивные сопротивления синхронных и асинхронных машин не включаются в схему замещения ЭЭС, схема рассматривается до шин этих машин. Применительно к рис. 2.1 это означает, что в схему не включаются реактивные сопротивления $x_{Г1}, x_{Г2}, x_{Г3}, x_{АД}$ и уравнения узловых напряжений рассматриваются по отношению к узлам 9, 10, 12, 14.

Для подобной схемы замещения можно записать аналогичную (2.40) систему уравнений узловых напряжений в виде

$$\dot{Y}_c \dot{U}_c = \dot{I}_c, \quad (2.41)$$

где $\dot{I}_c = \dot{I}_{Гс}, \dot{I}_{Адс}, \dot{I}_H, 0$, $\dot{I}_{Гс}$ и $\dot{I}_{Адс}$ – токи генераторов и двигателей, выдаваемые (потребляемые) через шины этих машин.

С другой стороны, поскольку синхронные генераторы, синхронные и асинхронные двигатели представлены своими э.д.с. за соответствующими реактивными сопротивлениями по отношению к шинам их подключения к электрической сети, можно записать

$$\dot{I}_c = \dot{E} - \dot{U}_c \dot{G}, \quad (2.42)$$

где $\dot{E} = \dot{E}_Г, \dot{E}_{Ад}$, $\dot{G} = j/x_Г, j/x_k$.

Следовательно

$$\dot{Y}_c \dot{U}_c = \dot{E} - \dot{U}_c \dot{G}, \quad (2.43)$$

или, перенося член $\dot{U}_c \dot{G}$ в левую часть (2.42),

$$\dot{Y}_c^* \dot{U}_c = \dot{E} \dot{G}, \quad (2.44)$$

где $\dot{Y}_c^* = \dot{Y}_c + \dot{G}$, при этом члены вектора \dot{G} добавляются в диагональные элементы матрицы \dot{Y}_c .

Достоинство системы уравнений электрической сети в виде (2.44) состоит в том, что модули и фазы векторов $\dot{E} = E \underline{[}\delta$ определяются для синхронных генераторов, синхронных и асинхронных двигателей соответствующими дифференциальными уравнениями (см. математические модели синхронных и асинхронных машин в пп. 2.2 и 2.3), т.е. не могут изменяться скачком в переходном процессе, что позволяет отдельно решать подсистемы дифференциальных и алгебраических уравнений при использовании соответствующих численных методов (см. главу 5), не внося дополнительных погрешностей в решение.

Вернемся теперь к системе уравнений узловых напряжений (2.40) и предположим, что в схеме замещения представлены только синхронные генераторы,

а синхронные и асинхронные двигатели и комплексные нагрузки заданы шунтами неизменной проводимости $\dot{Y}_n = \text{const}$, которые включены в суммарную проводимость на землю соответствующих сетевых узлов. Представим преобразованную таким образом систему уравнений (2.40) в виде

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y}_{ГГ} \dot{E}_Г + \dot{Y}_{Гс} \dot{U}_c &= \dot{I}_Г \\ \dot{Y}_{сГ} \dot{E}_Г + \dot{Y}_{сс} \dot{U}_c &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.45)$$

Выразив \dot{U}_c из второго матричного уравнений и подставив это выражение в первое матричное уравнение системы (2.45), получим

$$\dot{Y}_Г \dot{E}_Г = \dot{I}_Г, \quad (2.46)$$

где
$$\dot{Y}_Г = \dot{Y}_{ГГ} + \dot{Y}_{Гс} \dot{Y}_{сс}^{-1} \dot{Y}_{сГ} \quad (2.47)$$

Система уравнений (2.46) соответствует эквивалентной схеме замещения ЭЭС, в которой остались лишь узлы приложения э.д.с. генераторов, связанные между собой эквивалентными собственными и взаимными проводимостями, а все сетевые узлы исключены. Исключение сетевых узлов может быть произведено либо описанной матричной операцией, либо с использованием известных преобразований схем "звезда–треугольник" и "треугольник–звезда", либо с помощью метода исключения Гаусса (см. п. 5.4). Полученная в результате эквивалентная схема замещения для случая, представленного рис. 2.1, имеет вид как на рис. 2.6.

Рассмотрим выражение для полных мощностей генераторов в векторной форме

$$\dot{S}_Г = \dot{E}_Г \dot{I}_Г = \dot{E}_Г \dot{Y}_Г \dot{E}_Г. \quad (2.48)$$

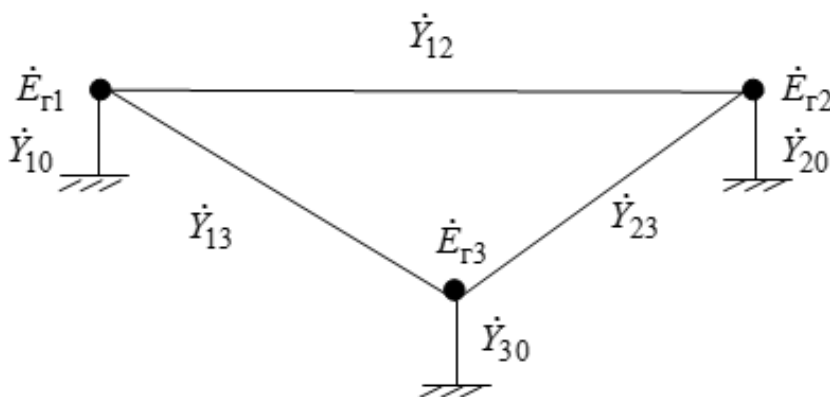


Рис. 2.6. Эквивалентная схема замещения ЭЭС

Перейдем от прямоугольной системы координат, в которой представлены прямые и сопряженные комплексы в (2.48) – \dot{E}_Γ и $\dot{Y}_\Gamma \dot{E}_\Gamma$, соответственно, к полярной системе координат. Выберем ось отсчета углов, совпадающую с вектором \dot{E}_i , т.е. $\dot{E}_i = E_i \underline{0}$. Тогда э.д.с. других генераторов \dot{E}_j , $j \neq i$, $j = \overline{1, n}$, представляются в виде

$$\dot{E}_j = E_j e^{-j\delta_{ij}}, \quad (2.49)$$

где $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ – взаимный угол между осями роторов синхронных генераторов i и j .

Взаимные проводимости \dot{Y}_{ij} в полярной системе координат представляются как

$$\dot{Y}_{ij} = Y_{ij} e^{j\varphi_{ij}} = jY_{ij} e^{-j\alpha_{ij}}. \quad (2.50)$$

Аналогично представляются проводимости на землю генераторных узлов эквивалентной схемы замещения рис. 2.6. Смысл углов φ_{ij} , φ_{io} и α_{ij} , α_{io} показан на рис. 2.7. При этом собственные проводимости узлов в матрице \dot{Y}_Γ определяются как

$$\dot{Y}_{ii} = \dot{Y}_{io} + \sum_{j=1}^n \dot{Y}_{ij} \quad (2.51)$$

где n – число генераторов в схеме.

Проведя преобразования системы уравнений (2.48) к показательной форме и переходя к тригонометрической форме записи, получим следующие уравнения для активной P_i и реактивной Q_i мощностей генератора i :

$$P_i = E_i^2 Y_{ii} \sin \alpha_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j Y_{ij} \sin \delta_{ij} - \alpha_{ij}, \quad (2.52)$$

$$Q_i = E_i^2 Y_{ii} \cos \alpha_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j Y_{ij} \cos \delta_{ij} - \alpha_{ij}. \quad (2.53)$$

Здесь с целью упрощения записи индекс "Г" у э.д.с. генераторов опущен.

Аналогично можно получить следующие уравнения для составляющих тока статора синхронного генератора i :

$$I_{di} = E_i Y_{ii} \cos \alpha_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_j Y_{ij} \cos \delta_{ij} - \alpha_{ij} , \quad (2.54)$$

$$I_{qi} = E_i Y_{ii} \sin \alpha_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_j Y_{ij} \sin \delta_{ij} - \alpha_{ij} . \quad (2.55)$$

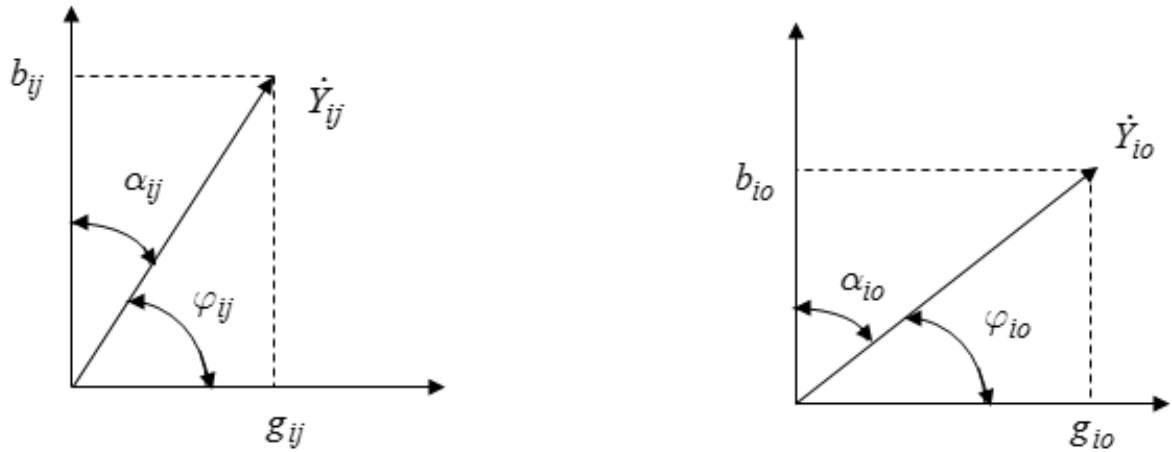


Рис. 2.7. Составляющие векторов проводимостей эквивалентной схемы замещения

Из векторной диаграммы синхронной машины (рис. 2.2) следует, что

$$E'_{qi} = E_{Qi} - I_{di} x_{qi} - x'_{di} , \quad (2.56)$$

т.е.

$$I_{di} = \frac{E_{Qi} - E'_{qi}}{x_{qi} - x'_{di}} . \quad (2.57)$$

Приравнивая правые части (2.54) и (2.57) и переходя для проводимостей к прямоугольной системе координат с целью упрощения записи, получим следующую систему линейных относительно э.д.с. E_{Qi} алгебраических уравнений

$$E'_{qi} = E_{Qi} \left[1 + x_{qi} - x'_{di} b_{ii} \right] + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_{Qj} x_{qi} - x'_{di} b_{ij} \cos \delta_{ij} + g_{ij} \sin \delta_{ij} . \quad (2.58)$$

2.5. Уравнения переходных процессов электроэнергетической системы

Запишем в качестве примеров математического описания ЭЭС при исследовании электромеханических переходных процессов две математические мо-

дели для эквивалентной схемы замещения в виде собственных и взаимных проводимостей относительно узлов приложения э.д.с. генераторов (см. рис. 2.6).

Математическая модель ЭЭС в форме э.д.с. с учетом АРВ и АРС будет выглядеть следующим образом.

$$\frac{d^2\delta_i}{dt^2} = \frac{1}{T_{Ji}} \left[P_{Ti} - E_{Qi}^2 g_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_{Qi} E_{Qj} b_{ij} \sin \delta_{ij} - g_{ij} \cos \delta_{ij} \right], \quad (2.59)$$

$$\frac{dE'_{qi}}{dt} = \frac{1}{T_{doi}} \left(E_{qe} - \frac{x_{di} - x'_{di}}{x_{qi} - x'_{di}} E_{Qi} + \frac{x_{di} - x_{qi}}{x_{qi} - x'_{di}} E'_{qi} \right), \quad (2.60)$$

$$\frac{dE_{qe}}{dt} = \frac{1}{T_{pbi}} \left[E_{qeo} - E_{qei} + K_{Ui} U_{oi} - U_i + K_{Li} I_i - I_{oi} + K'_i s_i + K_i \frac{ds_i}{dt} \right], \quad (2.61)$$

$$E_{qe \min i} \leq E_{qei} \leq E_{qe \max i}, \quad (2.62)$$

$$\frac{dP_{Ti}}{dt} = \frac{\sigma_i}{T_{pci}}, \quad (2.63)$$

$$\sigma_i = \frac{s_i}{\theta_i} + K_{ci} \frac{ds_i}{dt}, \quad (2.64)$$

$$P_{T \min i} \leq P_{Ti} \leq P_{T \max i}, \quad (2.65)$$

$$\sigma_{\min i} \leq \sigma_i \leq \sigma_{\max i}, \quad (2.66)$$

$$E'_{qi} = E_{qi} \left[1 + \frac{x_{qi} - x'_{di}}{x_{qi} - x'_{di}} b_{ii} \right] + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_{Qj} \frac{x_{qi} - x'_{di}}{x_{qi} - x'_{di}} b_{ij} \cos \delta_{ij} + g_{ij} \sin \delta_{ij},$$

$$i = \overline{1, n}. \quad (2.67)$$

В обобщенном матричном виде система дифференциальных и алгебраических уравнений, а также неравенств (2.59)–(2.67) может быть представлена как

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y), \quad (2.68)$$

$$o = \varphi(x, y), \quad (2.69)$$

$$\underline{x} \leq x \leq \bar{x}, \quad (2.70)$$

$$\underline{y} \leq y \leq \bar{y}. \quad (2.71)$$

Здесь $x = \delta, s, E'_q, E'_{qe}, P_T$; при этом дифференциальное уравнение (2.59) представлено двумя дифференциальными уравнениями первого порядка аналогично (2.14). (2.15); $y = E_{Q, \sigma}$; черта внизу x и y означает min, черта вверху – max.

Простейшая математическая модель динамики ЭЭС, называемая иногда классической моделью, при представлении синхронных генераторов переходными э.д.с. $E = E'$ за переходными сопротивлениями x'_d без учета уравнений АРВ и АРС для эквивалентной схемы замещения электрической сети в виде собственных и взаимных проводимостей относительно узлов приложения э.д.с. генераторов (см. рис. 2.6) выглядит следующим образом:

$$\frac{d^2 \delta_i}{dt^2} = \frac{1}{T_{Ji}} \left[P_{Ti} - E_i^2 g_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j Y_{ij} \sin \delta_{ij} - \alpha_{ij} \right], \quad i = \overline{1, n}. \quad (2.72)$$

Отметим, что выражения под знаком суммы в уравнении (2.72) отличаются по форме записи от аналогичного выражения в уравнении (2.59): в (2.59) комплекс взаимной проводимости записан в прямоугольной системе координат

$$\dot{Y}_{ij} = g_{ij} + jb_{ij}, \quad \text{в (2.72) – в полярной } \dot{Y}_{ij} = Y_{ij} \underline{\alpha_{ij}}.$$

В обобщенном матричном виде система уравнений (2.72) запишется как

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad (2.73)$$

где $x = \delta, s$ аналогично (2.68)–(2.71).

Обобщенное матричное представление математических моделей динамики ЭЭС в виде (2.68)–(2.71) и (2.73) понадобится в дальнейшем при рассмотрении методов расчета электромеханических переходных процессов и оценки статической и динамической устойчивости сложных ЭЭС.

Контрольные вопросы

1. Математическое описание синхронного генератора.
2. Математическое описание АРВ.
3. Математическое описание АРС.
4. Математическое описание комплексной нагрузки.
5. Уравнения электрической сети.
6. Приведение электрической сети к многополюснику собственных и взаимных проводимостей.
7. Система уравнений переходных процессов сложной ЭЭС.

3. УПРОЩЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

3.1. Общие положения

Современные электроэнергетические системы представляют собой сложные технические системы, характеризующиеся множеством элементов, многообразием состояний (режимов) и сложностью происходящих в них процессов, особенно в аварийных условиях. К ним вполне применимо классическое положение о том, что теория систем (в данном случае ЭЭС) должна строиться на методах упрощения и, по сути дела, представлять собой науку упрощения математических моделей систем.

Развитие и расширение масштабов ЭЭС приводят к необходимости исследования их устойчивости с использованием схем большой размерности, включающих тысячи и десятки тысяч узлов и связей, сотни и тысячи генераторов, представляющих отдельные электростанции и их группы. Иначе говоря, современные ЭЭС с точки зрения исследований устойчивости являются многомерными.

Многомерность ЭЭС порождает ряд других специфических их характеристик, связанных с множественностью их схем (нормальные, ремонтные, послеаварийные схемы) и многообразием режимов, определяемым разными уровнями и графиками нагрузки в различных узлах и разной загрузкой генераторов, а следовательно, и электрической сети для покрытия этих нагрузок. При этом многообразие режимов системы накладывается на множество схем, требующих рассмотрения. Кроме того, для каждой совокупности "схема плюс режим" необходимо рассматривать множество возмущений, по отношению к которым требуется выполнять расчеты устойчивости системы и выбирать мероприятия для ее обеспечения.

Все перечисленное приводит к необозримости количества необходимых трудоемких расчетов устойчивости современных ЭЭС, а следовательно, к необо-

зримости результатов расчетов и практической невозможности выполнения исследований устойчивости сложной системы за приемлемое, а часто и ограниченное время. Особенно критичной эта проблема является для проектных исследований устойчивости ЭЭС, когда приходится рассматривать несколько вариантов развития системы и разнообразные мероприятия по обеспечению устойчивости.

Применительно к проблемам исследования устойчивости ЭЭС целесообразно различать следующие этапы упрощения математических моделей: упрощение расчетных условий; упрощение схем замещения ЭЭС; априорная идеализация; упрощение математического описания ЭЭС; эквивалентирование математической модели ЭЭС.

Упрощение исходных условий для исследований устойчивости большой ЭЭС является первой стадией в рассматриваемом многостадийном процессе, основанной на априорных знаниях о состояниях, событиях и процессах в системе. Эти априорные знания имеют вполне очевидные физические основания, подкрепленные опытом исследований, которые позволяют:

- ограничить первоначальные размеры исследуемой схемы системы;
- согласовать исследуемые ремонтные схемы и режимы системы (например, основные ремонты оборудования производятся в годовой минимум нагрузки при отказе от них в режиме годового максимума нагрузки);
- априори сократить количество рассматриваемых режимов, исходя из специфики структуры системы (например, в системе с незначительной долей гидроэлектростанций режимы паводка на реках не являются критичными);
- сократить множество рассматриваемых возмущений вследствие априори незначительной вероятности некоторых из них (например, трехфазные короткие замыкания на линиях 500 кВ) или априори меньшей тяжести по сравнению с другими (например, короткие замыкания в середине линии по сравнению с такими по ее концам), и т.д.

Большой или меньший объем исходных условий для исследований устойчивости большой ЭЭС зависит от опыта и индивидуальных особенностей исследователя. При очень оптимистическом подходе к этой стадии вероятны пропуски

важных сочетаний исходных условий, что чревато ошибками в проектировании и возникновением неожиданных негативных ситуаций при эксплуатации ЭЭС. Поэтому исследователь обычно назначает множество исходных условий "с запасом", т.е. достаточно большим, что несущественно решает проблему множественности исходных условий и требуется дальнейшее их сокращение и упрощение.

Упрощение схемы замещения ЭЭС является самостоятельной операцией, позволяющей формальными преобразованиями сократить размерность схемы замещения.

Априорная идеализация основывается на богатом опыте теоретических исследований и практических расчетов переходных процессов различной длительности в современных сложных ЭЭС с учетом возможностей компьютерных средств и программ расчета переходных процессов. Примерами такой идеализации являются представление системы однолинейной схемой прямой последовательности, пренебрежение активным сопротивлением статора и неучет трансформаторных э.д.с. и э.д.с. вращения синхронных генераторов и ряд других. Это позволяет с достаточным основанием пренебречь рядом факторов в математическом описании переходных процессов ЭЭС. В результате математическая модель динамики ЭЭС в виде расчетной схемы и типов математического описания элементов принимается для дальнейших исследований.

Этап упрощения математического описания динамики ЭЭС включает обоснование классов математических моделей элементов за счет большего или меньшего пренебрежения второстепенными факторами.

Следующей задачей рассматриваемого этапа является определение влияния возмущений на поведение элементов ЭЭС. Основой для ее решения является известное свойство больших ЭЭС, заключающееся в том, что влияние возмущения по мере удаления от него "ощущается" все меньше из-за рассеяния энергии, наличия зон нечувствительности регуляторов скорости генераторов и др.

Наряду со степенью влияния возмущения необходимая полнота моделирования элемента ЭЭС при заданном возмущении определяется также значимостью элемента в смысле его влияния на характер переходного процесса. Большую значимость имеют элементы (генераторы и нагрузки), характеризующиеся большой мощностью и сильными связями с системой. Отметим, что оценки значимости элементов не используют характеристики возмущений и поэтому инвариантны по отношению к ним.

На основе оценок влияния возмущения и значимости элемента принимается уровень полноты его математического описания. Решение задач данного этапа для всех элементов позволяет сформировать упрощенное математическое описание динамики поведения ЭЭС при заданных схеме, режиме и возмущении. Это также служит основанием для выделения подсистем ЭЭС, допускающих дополнительное сокращение электрической сети.

Последний этап связан с упрощением математической модели динамики ЭЭС с помощью эквивалентирования. Он включает решение двух задач – определение эквивалентируемых подсистем и расчет параметров эквивалентной модели ЭЭС.

Определение эквивалентируемых подсистем основано на оценке когерентности движения генераторов. (В русскоязычной литературе 1960-х–1980-х годов использовался термин "синфазность движения"). Первоначально эта задача решалась с использованием приближенных, часто эмпирических признаков: полная симметрия эквивалентируемой подсистемы, равенство начальных ускорений роторов генераторов, равенство синхронизирующих мощностей машин, соблюдение условий устойчивости внутри группы и ряд других. Для более точной оценки когерентности использовался численный расчет начальной стадии переходного процесса по нелинейной модели либо на основе модального анализа линеаризованной модели. Аналитический подход к оценке когерентности движения пар машин представлен в п.3.7.

Решение задач упрощения математического описания ЭЭС и выделения эквивалентируемых подсистем позволяет разделить исследуемую систему на две

части – исследуемую, процессы в которой представляют основной интерес для исследований, и внешнюю, которая может быть представлена некоторым упрощенным эквивалентом. Эти части системы (подсистемы) связаны между собой через узлы примыкания (граничные узлы).

Расчет параметров эквивалента ЭЭС предполагает соответствие определенным критериям эквивалентности преобразования исходной системы в эквивалентную. Для непреобразуемой подсистемы критерии эквивалентности требуют инвариантности ее поведения, что часто сводится к инвариантности параметров режима в узлах примыкания. Для эквивалентируемой подсистемы критерии эквивалентности устанавливают соотношения, используемые при определении параметров эквивалента. Обе группы критериев должны быть согласованными. Они рассматриваются далее в п.3.8.

В п. 3.9 даны формулы для определения параметров эквивалента.

3.2. Нормативные расчетные условия

3.2.1. Исследуемые режимы и возмущения

Наряду с априорными допущениями при назначении исходных условий для исследований устойчивости ЭЭС, отмеченными в п. 3.1, существенное значение имеет опыт эксплуатации и исследований конкретных систем. На основании этого опыта сформулированы нормативные требования к исследуемым условиям при анализе устойчивости ЭЭС. Рассмотрим эти стандарты исследуемых условий в соответствии с "Методическими указаниями по устойчивости энергосистем".

Исходя из требований устойчивости, схемы ЭЭС подразделяются на нормальные, когда все сетевые элементы, определяющие устойчивость, находятся в работе, и ремонтные, отличающиеся от нормальной тем, что из-за отключенного состояния одного или нескольких элементов электрической сети (а при эксплуатации – также из-за отключенного состояния устройствами противоаварийной автоматики) уменьшен максимально допустимый переток в каком-либо сечении.

При эксплуатации, исходя из требований к устойчивости ЭЭС, перетоки мощности в установившихся режимах подразделяются следующим образом:

- нормальные (наибольший допустимый переток называется максимально допустимым);

- вынужденные (наибольший допустимый переток называется аварийно допустимым).

Вынужденные перетоки допускаются для предотвращения или уменьшения ограничений потребителей, потери гидроресурсов, при необходимости строгой экономии отдельных видов энергоресурсов, неблагоприятном наложении плановых и аварийных ремонтов основного оборудования электростанций и сети, а также в режимах минимума нагрузки при невозможности уменьшения перетока из-за недостаточной маневренности АЭС (кроме сечений, примыкающих к АЭС).

При проектировании перетоки мощности в сечениях при установившихся режимах подразделяются следующим образом:

- нормальные (см. выше);

- утяжеленные.

Утяжеленным считается переток, характеризующийся неблагоприятным наложением ремонтов основного оборудования электростанций в режимах максимальных и минимальных нагрузок, если общая продолжительность существования таких режимов в течение года не превышает 10%.

Наиболее тяжелые возмущения, которые учитываются в требованиях к устойчивости электроэнергетических систем, называемые нормативными возмущениями, подразделены на три группы – I, II, III. В состав групп входят следующие возмущения:

а) Короткие замыкания (к.з.) с отключением элемента (элементов) сети.

Распределение по группам возмущений представлено в табл. 3.1.

Расчетная длительность к.з. принимается по верхней границе. При проектировании должны приниматься меры, обеспечивающие при работе основной защиты длительности к.з., не превышающие значений, представленных в табл. 3.2.

б) Скачкообразный аварийный небаланс активной мощности по любым причинам: отключение генератора или блока генераторов с общим выключателем, крупной подстанции, крупного потребителя и др. Распределение небалансов по группам возмущений указано в табл. 3.3.

Аварийные небалансы группы III относятся к случаю, когда рассматривается устойчивость энергообъединения по связям между объединенными системами, и учитываются, если их возникновение возможно при возмущениях, приведенных в табл. 3.1.

Таблица 3.1. Нормативные возмущения

Возмущения	Группы нормативных возмущений в сетях с напряжением, кВ			
	110-220	330-500	750	1150
Отключение сетевого элемента основными защитами (или резервными с не меньшим быстродействием) при однофазном к.з. с успешным автоматическим повторным включением (АПВ); для сетей 330 кВ и выше – однофазное АПВ, 110-220 кВ – трехфазное АПВ	I	I		
То же с неуспешным АПВ**	I	I	*, II	I
Отключение сетевого элемента основными защитами при трехфазном к.з. с успешным или неуспешным АПВ**	II	***		
Отключение сетевого элемента резервными защитами при однофазном к.з. с успешным или неуспешным АПВ**	II	-		
Отключение сетевого элемента основными защитами при двухфазном к.з. на землю с неуспешным АПВ**	-	II	II	II
Отключение сетевого элемента действием устройства резервирования отказа выключателя при однофазном к.з. с отказом одного выключателя; при этом учитываются отключения всех сетевых элементов, включая сборные шины, связанных с отключением смежных выключателей	II	III	II	II
То же, но при двухфазном к.з. на землю	-	III	III	
То же, но при трехфазном к.з.	III	-		
Отключение сборных шин с однофазным к.з., не связанное с разрывом связей между узлами сети	I	I	I	I
То же, но с разрывом связей	III	III		

* На связи АЭС с системой

** При обеспечении автоматического запрета АПВ в случае непогасания дуги неуспешное АПВ может не рассматриваться

*** Прочерк означает, что такое возмущение не рассматривается.

Таблица 3.2. Нормативные длительности к.з.

Номинальное напряжение, кВ	110	220	330	500	750	1150
Время отключения к.з., с	0,18	0,16	0,14	0,12	0,10	0,08

Таблица 3.3. Нормативные аварийные небалансы мощности

Значение аварийного небаланса мощности	Группа нормативных возмущений
Мощность генератора или блока генераторов, подключенных к сети общим выключателем. Мощность двух генераторов АЭС, подключенных к одному реакторному блоку	II
Мощность, подключенная к одной секции (системе) шин или расщепления одного напряжения электростанции	III

Кроме того, в группу III включаются следующие возмущения:

в) Одновременное отключение двух воздушных линий, расположенных в общем коридоре более чем на половине длины более короткой линии, в результате возмущения группы I в соответствии с табл. 6.5.

г) Возмущения группы I и II с отключением элемента сети или генератора, которые вследствие ремонта одного из выключателей приводят к отключению другого элемента сети или генератора, подключенных к одному и тому же расщеплению.

Если процессы самозапуска двигателей крупного потребителя могут вызвать значительные снижения напряжения на подстанции (более чем на 15%), то возмущение, приводящее к этому, должно быть отнесено к группе I.

3.2.2. Коэффициенты запаса устойчивости

Коэффициент запаса статической (апериодической) устойчивости по активной мощности в сечении вычисляется по формуле:

$$k_{\rho} = \frac{P_{\text{lim}} - (P + \Delta P_{\text{нер}})}{P_{\text{lim}}}, \quad (3.1)$$

где P_{lim} – предельный по апериодической статической устойчивости переток активной мощности в рассматриваемом сечении; P – переток в сечении в рассматриваемом режиме; $\Delta P_{\text{нер}}$ – амплитуда нерегулярных колебаний активной

мощности в сечении; принимается, что под действием нерегулярных колебаний переток изменяется в диапазоне $P \pm \Delta P_{\text{нер}}$.

Значение амплитуды нерегулярных колебаний активной мощности устанавливается для каждого сечения системы по данным измерений. При отсутствии таких данных расчетная амплитуда нерегулярных колебаний активной мощности сечения может быть определена по выражению:

$$\Delta P_{\text{нер}} = K \sqrt{\frac{P_{\ell 1} \cdot P_{\ell 2}}{P_{\ell 1} + P_{\ell 2}}}, \quad (3.2)$$

где $P_{\ell 1}, P_{\ell 2}$ – суммарные мощности нагрузки в подсистемах по сторонам рассматриваемого сечения. Коэффициент k принимается равным 1,5 при ручном регулировании и 0,75 при автоматическом регулировании (ограничении) перетока мощности в сечении.

Установлены правила определения предельного перетока активной мощности по сечению путем его последовательной загрузки.

Коэффициент запаса устойчивости по напряжению относится к узлам нагрузки и определяется по формуле:

$$k_U = \frac{U - U_{\text{кр}}}{U}, \quad (3.3)$$

где U – напряжение в узле в рассматриваемом режиме; $U_{\text{кр}}$ – критическое напряжение в том же узле с точки зрения устойчивости электродвигателей.

Критическое напряжение в узлах нагрузки 110 кВ и выше при отсутствии более точных данных следует принимать равным большей из двух величин: $0,7U_{\text{ном}}$ или $0,75U_{\text{норм}}$, где $U_{\text{ном}}$ и $U_{\text{норм}}$ – номинальное напряжение или напряжение в рассматриваемом узле нагрузки при нормальном режиме системы.

3.2.3. Требования к устойчивости системы

Требования к устойчивости ЭЭС должны быть не ниже указанных в табл.

3.4.

Таблица 3.4. Нормативные требования к устойчивости

Режим, переток в сечении	Минимальный коэффициент запаса по активной мощности	Минимальный коэффициент запаса по напряжению	Группы возмущений, при которых должна обеспечиваться устойчивость системы	
			В нормальной схеме	В ремонтной схеме
Нормальный	0,20	0,15	I, II, III	I, II
Утяжеленный	0,20	0,15	I, II	I
Вынужденный	0,08	0,10	-	-

Прочерк в табл. 3.4 означает, что в данной ситуации устойчивость системы не обеспечивается.

Использование приведенных нормативов дает возможность сократить множество исследуемых условий при анализе устойчивости сложных ЭЭС.

3.3. Сокращение расчетных условий с использованием структурного анализа

Рассматриваемый подход исходит из очевидного предположения о том, что нарушение устойчивости наиболее вероятно, прежде всего, на слабых связях сложной системы. Поэтому в основе подхода лежит количественная оценка связности ЭЭС и выделение сильно связанных подсистем и слабых связей (сечений) между ними. Проиллюстрируем этот подход на задаче группировки нормальных, ремонтных и послеаварийных схем по пропускной способности слабых сечений.

Пусть мы имеем эквивалентную электрическую сеть ЭЭС, представленную на рис. 3.1.

Подходящей численной мерой электрической связности является величина

$$w_{ij} = E_i' E_j' Y_{ij}, \quad (3.4)$$

получаемая на основании (2.72) и учитывающая, кроме электрического расстояния Y_{ij} , еще и уровни напряжений на шинах рассматриваемых двух генераторов i и j , косвенно выражающиеся через их э.д.с.

В результате структурного анализа с использованием показателей электрической связности w_{ij} , определяемых по (3.4), выделены две сильно связанные подсистемы I и J и слабое сечение между ними, показанные на рис. 3.1. При этом пропускная способность этого сечения определяется по выражению

$$w_{IJ} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m w_{ij}, \quad (3.5)$$

где n и m – количество узлов приложения э.д.с. генераторов в подсистемах I и J , соответственно.

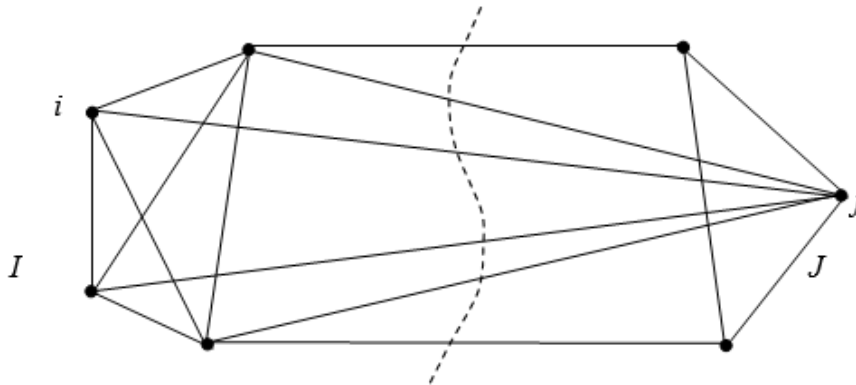


Рис. 3.1. Условный пример эквивалентной сети

Из всей совокупности рассматриваемых схем выделяется базовая схема (например, одна из нормальных схем), с которой сопоставляются остальные схемы по величинам пропускной способности слабых сечений (в общем случае их может быть L) с использованием соотношения

$$\Delta w_{\ell}^k = (w_{\ell}^o - w_{\ell}^k) / w_{\ell}^o, \quad (3.6)$$

где $k = \overline{1, K}$ – номера схем, $\ell = \overline{1, L}$ – номера слабых сечений, индекс "o" соответствует базовой схеме.

Соотношение (3.6) показывает, насколько пропускная способность ℓ -го сечения рассматриваемой k -ой схемы отличается от пропускной способности этого сечения в базовой схеме. Если величина Δw_{ℓ}^k незначительна, это означает, что, например, отключение для ремонта какой-то конкретной связи в исходной системе не влияет на величину пропускной способности ℓ -го сечения. В общем случае при наличии L слабых сечений изложенное условие должно выполняться для всех слабых сечений, тогда можно считать, что схема k идентичная базовой схеме по пропускным способностям слабых сечений и с этой точки зрения схему k можно в дальнейшем исключить из анализа, распространяя на нее результаты, получаемые для базовой схемы.

Аналогично с использованием соответствующих показателей может быть выполнена группировка расчетных режимов и возмущений и формирование множеств представительных режимов и возмущений. Тем самым сокращается множество исследуемых условий для дальнейшего рассмотрения.

3.4. Преобразование схем замещения ЭЭС

3.4.1. Исключение и восстановление узлов

Предполагается заданным исходный электрический режим расчетной схемы ЭЭС в виде системы уравнений узловых напряжений, которая в матричной форме записывается как

$$\dot{Y}\dot{U} = \dot{I}, \quad (3.7)$$

где \dot{Y} – комплексные проводимости связей; \dot{U} , \dot{I} – комплексы напряжений и токов в узлах, причем токи соответствуют генерации и нагрузке в узлах.

Пусть необходимо исключить группу узлов, помеченную индексом "b" (в частном случае это может быть один узел). Остающиеся узлы имеют индекс "a". С учетом этого систему уравнений (3.7) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{Y}_{aa}\dot{U}_a + \dot{Y}_{ab}\dot{U}_b &= \dot{I}_a; \\ \dot{Y}_{ba}\dot{U}_a + \dot{Y}_{bb}\dot{U}_b &= \dot{I}_b. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Выражая \dot{U}_b из второго уравнения (3.8) и подставляя его в первое, получим

$$\dot{Y}_a\dot{U}_a = \dot{I}_{aэ}, \quad (3.9)$$

где

$$\dot{Y}_{ba} = \dot{Y}_{aa} - \dot{Y}_{ab}\dot{Y}_{bb}^{-1}\dot{Y}_{ba}; \quad (3.10)$$

$$\dot{I}_{aэ} = \dot{I}_a - \dot{Y}_{ab}\dot{Y}_{bb}^{-1}\dot{I}_b. \quad (3.11)$$

Если исключение узлов «b» производится в соответствии с (3.10), (3.11) последовательно по одному, то этот процесс аналогичен схеме исключения по Гауссу при решении систем линейных алгебраических уравнений (рис. 3.2,а). Следует заметить при этом, что разнос токов по (3.11) элемент осуществляется в общем случае во все остающиеся узлы схемы.

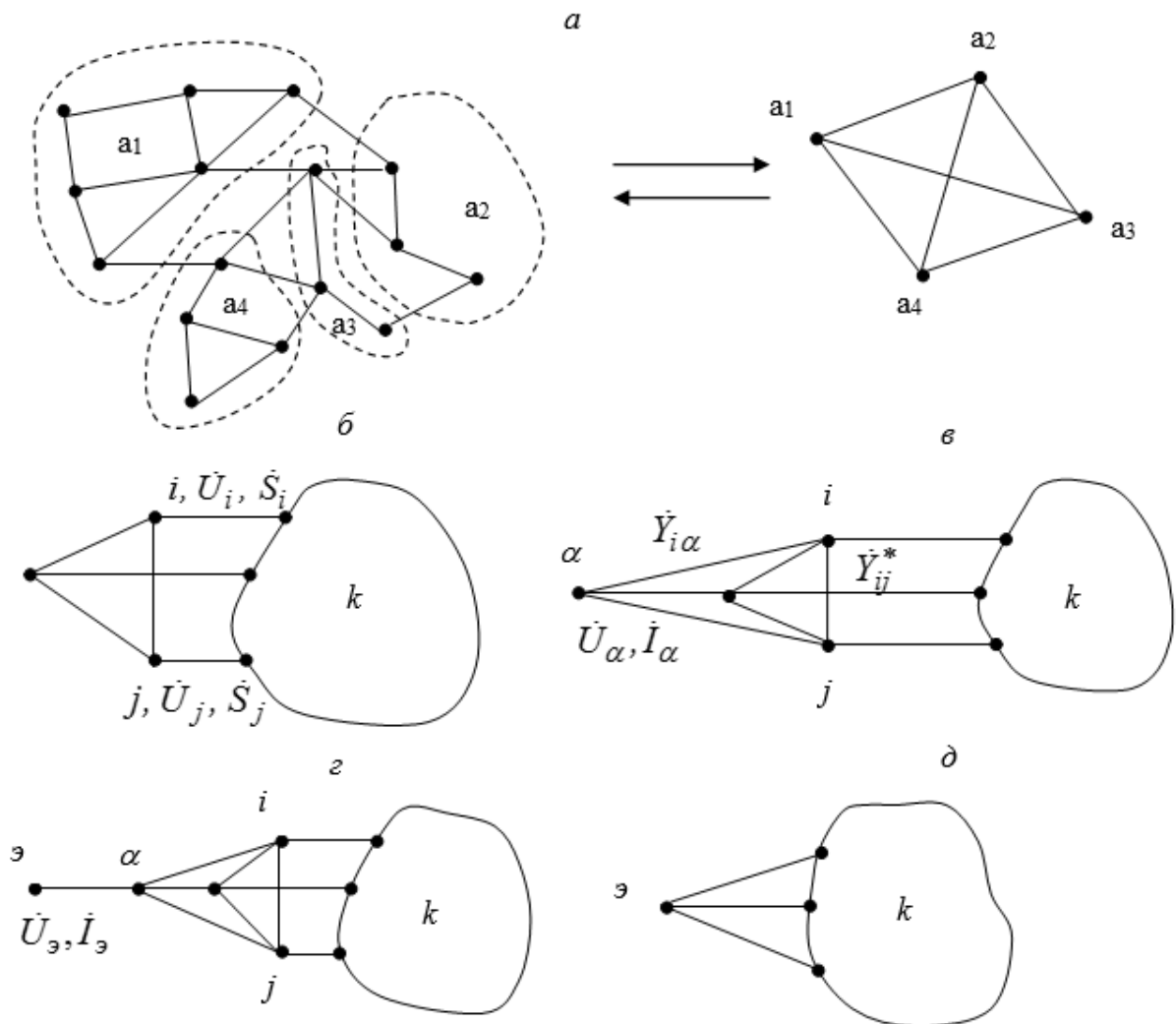


Рис. 3.2. Иллюстрация методов преобразования схем замещения ЭЭС α -метод исключения узлов; б, в, г, д – инверсия метода исключения узлов (различные этапы)

В (3.8) токи \dot{I}_b содержат в общем случае генераторные и нагрузочные составляющие: $\dot{I}_{bГ}$ и $\dot{I}_{bН}$. После эквивалентирования в токах также целесообразно выделить генераторные и нагрузочные составляющие. Это можно выполнить с помощью двукратного применения формулы (3.11), подставляя вместо \dot{I}_b сначала $\dot{I}_{bГ}$, а затем $\dot{I}_{bН}$. Тогда $\dot{I}_{\alpha\varepsilon}$ можно представить как

$$\dot{I}_{\alpha\varepsilon} = \dot{I}_{\alphaГ} + \dot{I}_{\alphaН} + (\dot{I}'_{bГ} + \dot{I}'_{bН}) = (\dot{I}_{\alphaГ} + \dot{I}'_{bГ}) + (\dot{I}_{\alphaН} + \dot{I}'_{bН}),$$

где

$$\dot{I}'_b = \dot{I}'_{bГ} + \dot{I}'_{bН} = -\dot{Y}_{\alpha b} \dot{Y}_{bb}^{-1} \dot{I}_b.$$

Этот метод в электроэнергетике наиболее распространен для преобразования расчетных схем и реализован в ряде методик.

Суть операции дезагрегирования при использовании метода исключения узлов заключается в применении обратного хода метода исключения. При этом напряжения исключаемых узлов определяются из соотношения

$$\dot{U}_b = \dot{Y}_{bb}^{-1}(\dot{I}_b - \dot{Y}_{b\alpha}\dot{U}_\alpha) \quad (3.12)$$

3.4.2. Агрегирование и дезагрегирование узлов на основе инверсии метода исключения

Суть алгоритма поясним с использованием рис. 3.2,б-д.

Исходный фрагмент схемы с агрегируемыми узлами i, j представлен на рис. 3.2,б. Ток, приложенный во введенном узле α , равен сумме всех исходных токов, перемещенных из узлов i, j в узел α (см. рис. 3.2,в):

$$\dot{I}_\alpha = \sum_i^n \dot{I}_i \quad (3.13)$$

Кроме того

$$\dot{Y}_{i\alpha} = \dot{Y}_{\alpha\alpha} \dot{I}_i / \dot{I}_\alpha = (\dot{I}_i / \dot{I}_\alpha) \sum_i \dot{Y}_{i\alpha}; \quad (3.14)$$

$$\dot{Y}_{ij}^* = \dot{Y}_{ij} - \dot{Y}_{\alpha\alpha} \dot{I}_i \dot{I}_j / \dot{I}_\alpha^2 \quad (3.15)$$

Эти формулы следуют из соотношений метода исключения узлов, причем величина $\dot{Y}_{\alpha\alpha}$ может быть выбрана произвольно. Далее, в соответствии со смыслом уравнений узловых напряжений,

$$\sum_i (\dot{U}_\alpha - \dot{U}_i) \dot{Y}_{\alpha i} = \dot{I}_\alpha, \quad (3.16)$$

откуда

$$\dot{U}_\alpha = \dot{I}_\alpha / \dot{Y}_{\alpha\alpha} + \sum_i \dot{I}_i \dot{U}_i / \dot{I}_\alpha. \quad (3.17)$$

Введя $\dot{Y}_{i\alpha}$ мы «удалили» токи от остальной части схемы. Для устранения этого добавим узел «э» (см. рис. 3.2,г), связанный с узлом α проводимостью

$$\dot{Y}_{\varepsilon\alpha} = -\sum_i \dot{Y}_{\alpha i} = -\dot{Y}_{\alpha\alpha}, \quad (3.18)$$

Перенесем токи в узел «э» из узла α , а затем по предыдущему методу исключим узлы i, j, α . Получится окончательная эквивалентная схема (см. рис. 3.2,д). При этом

$$\dot{I}_\varepsilon = \dot{I}_\alpha; \dot{U}_\varepsilon = \dot{U}_\alpha - \dot{I}_\alpha / \dot{Y}_{\alpha\alpha} = \sum_i \dot{I}_i \dot{U}_i / \dot{I}_\alpha. \quad (3.19)$$

Проследить разделение токов исключаемых узлов на генераторную и нагрузочную составляющие в данном случае не составляет труда, поскольку эти токи не подвергаются преобразованию, а осуществляются лишь их перенос и суммирование.

Дезагрегирование, т.е. определение напряжений узлов i, j, α , производится по формуле, аналогичной (3.12), которая с учетом переноса токов в узел «э» принимает следующий более простой вид:

$$\dot{U}_{i,\alpha} = -\dot{Y}_{i,\alpha}^{-1} \dot{Y}_{i,\alpha-\varepsilon,k} \dot{U}_{\varepsilon,k}, \quad (3.20)$$

где $\dot{Y}_{i,\alpha}$ – матрица проводимостей узлов i, α ; $\dot{Y}_{i,\alpha-\varepsilon,k}$ – матрица проводимостей связей между узлами i, α и ε, k .

3.4.3. Агрегирование узлов посредством их объединения

Приближенный способ агрегирования узлов схемы замещения основывается на том, что электрическая связность внутри агрегируемой подсистемы выше, чем связность этой подсистемы с остальной частью ЭЭС. В силу этого $w_{ij}^\varepsilon \gg w_{ik}^\varepsilon$, где i, j – узлы агрегируемой подсистемы, а k – узлы остальной части ЭЭС. Исходя из этого, можно полагать, что, принимая $w_{ij}^\varepsilon = \infty$, т.е. объединяя все узлы подсистемы в один эквивалентный, допускаем незначительную погрешность.

Формальная реализация соответствующего алгоритма состоит в суммировании строк и столбцов матрицы \dot{Y} в (3.7), соответствующих узлам агрегируемой подсистемы, и усреднении напряжений этих узлов для получения напряжения эквивалентного узла.

Дезагрегирование при данном подходе также является приближенным и состоит в присвоении узлам исходной подсистемы напряжения эквивалентного узла, представляющего эту подсистему.

3.4.4. Исключение и восстановление связей

На основании имеющихся данных о проводимостях всех связей исходной (матрица \dot{Y}) или эквивалентной (матрица \dot{Y}_9) схемы осуществляется поиск элементов \dot{Y}_{ij} , удовлетворяющих условию

$$|\dot{Y}_{ij}| < Y_{min} \quad (3.21)$$

где Y_{min} – заданная величина. Выбранные элементы Y_{ij} обнуляются, что означает разрыв соответствующих связей. Влияние исключенной связи может быть учтено соответствующими изменениями генерации (нагрузки) в узлах i и j или же собственных проводимостей этих узлов.

При необходимости восстановления связи ее проводимость должна запоминаться отдельно.

3.5. Упрощение математического описания системы

3.5.1. Показатель влияния возмущения

Влияние возмущения на поведение рассматриваемого элемента ЭЭС (генератора, нагрузки) в переходном процессе при исследовании динамической устойчивости определяется параметрами самого возмущения (величина, длительность и др.) и удаленностью элемента от места возмущения. Первое положение очевидно, а второе является непосредственным выражением упомянутого выше свойства сложных ЭЭС – уменьшение влияния возмущения по мере удаления от места его приложения.

Следовательно, показатель, характеризующий влияние возмущения в узле i системы, определяется двумя составляющими: некоторым коэффициентом удаленности узла i от места возмущения – k_{ia} и эффектом возмущения в узле i – Δx_i , т.е.

$$\gamma_i = f(k_{ia}, \Delta x_i). \quad (3.22)$$

При этом k_{ia} определяется параметрами схемы и исходного режима системы, Δx_i – в дополнение к ним параметрами возмущения.

Пусть заданы некоторые граничные величины $\bar{\gamma}_1 > \bar{\gamma}_2 > \dots > \bar{\gamma}_\ell$, такие, что если $\gamma_i > \bar{\gamma}_1$, то элемент в узле i должен быть представлен в математической модели системы наиболее полным математическим описанием (моделью M_1); если $\bar{\gamma}_1 > \gamma_i > \bar{\gamma}_2$, то элемент в узле i вводится более простой моделью M_2 ; при $\bar{\gamma}_2 > \gamma_i > \bar{\gamma}_3$ используется еще более простая модель M_3 элемента и т.д.

В качестве наиболее общего показателя влияния возмущения может быть принят показатель, определяемый выражением

$$\gamma_i = Y_{ia} \Delta P_i t_a^2 / 2T_{Ji}, \quad (3.23)$$

где t_a – длительность аварийного режима, ΔP_i – небаланс мощности в узле i в аварийном режиме; T_{Ji} – постоянная инерции генератора или синхронного/асинхронного двигателя в узле i , Y_{ia} – модуль взаимной проводимости между узлом i и узлом приложения возмущения.

Определенную проблему вызывает задание граничных допустимых значений $\bar{\gamma}_\ell$ показателя влияния возмущения (3.23). Какие-либо строгие методы решения этой задачи отсутствуют, поэтому следует использовать опыт исследований и контрольные расчеты для сопоставления результатов, получаемых по исходным и упрощенным математическим моделям ЭЭС.

3.5.2. Исследование показателя влияния возмущения

Рассмотрим конкретный пример. Для наглядности будем рассматривать задачу упрощения математического описания только для генераторов.

Схема исследуемой системы представлена на рис. 3.3. В скобках показаны реактивные сопротивления связей в Омах. Другие необходимые параметры схемы даны в табл. 3.5 (P_G – генерация, P_H – нагрузка). В качестве исходной принята классическая модель ЭЭС с учетом систем регулирования возбуждения и скорости генераторов (см. главу 2).

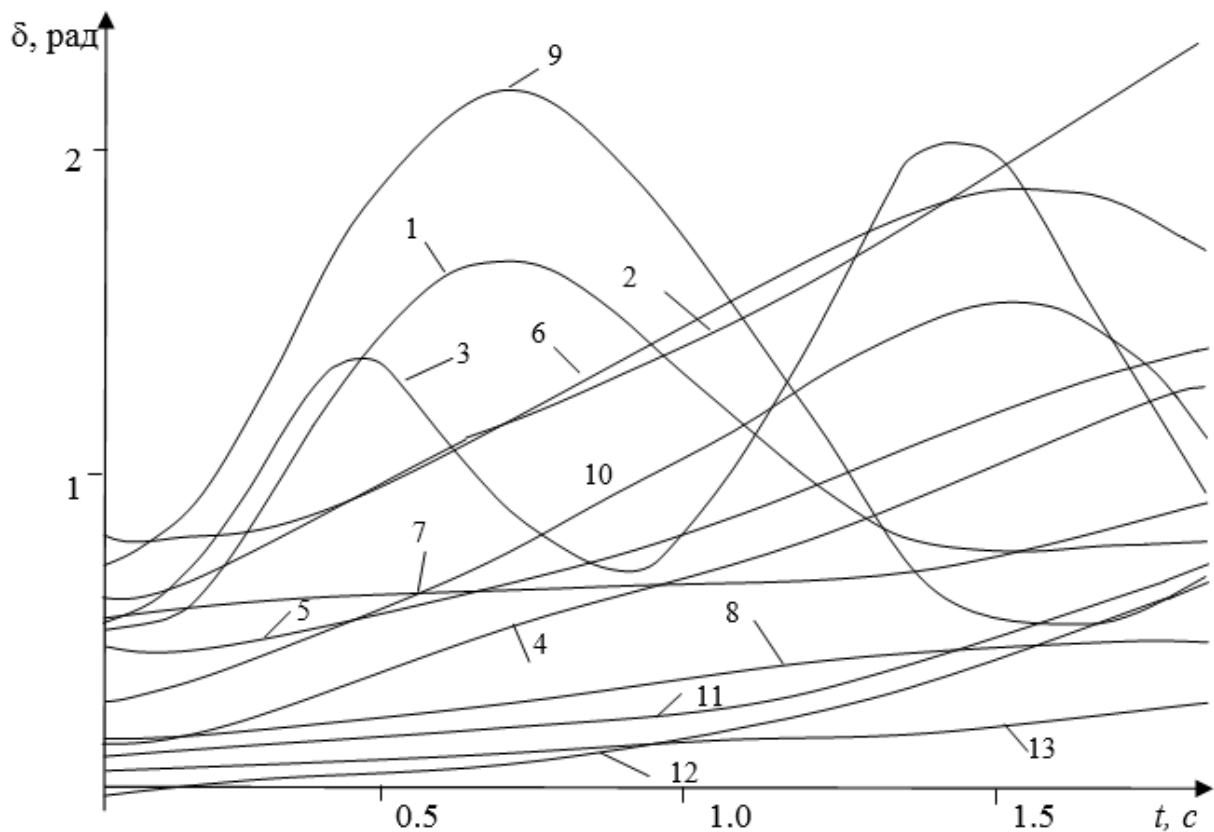


Рис. 3.4. Характер переходного процесса при исходном математическом описании системы и заданном возмущении

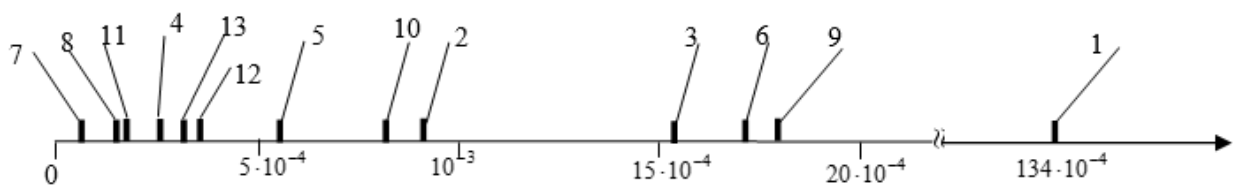


Рис. 3.5. Расположение модулей проводимостей генераторов по отношению к узлу приложения возмущения на числовой оси

Рассмотрим поведение наиболее критичного генератора, подключенного в узле 1, в котором произошло короткое замыкание. На рис. 3.8 показаны кривые изменения угла ротора этого генератора при различной детальности моделирования других генераторов, а именно: 1 – исходная модель системы; 2 – генераторы 7, 11, 13 моделируются уравнениями движения (УД) при $E' = \text{const}$ и $P_T = \text{const}$; 3 – то же, что и 2, плюс генераторы 4 и 8 по УД; 4 – то же, что и 3, плюс генератор 12 по УД; 5 – то же, что и 4, плюс генераторы 5 и 10 по УД; 6 –

то же, что и 5, плюс генераторы 2 и 6 по УД; 7 – все генераторы, кроме первого, моделируются уравнениями движения роторов.

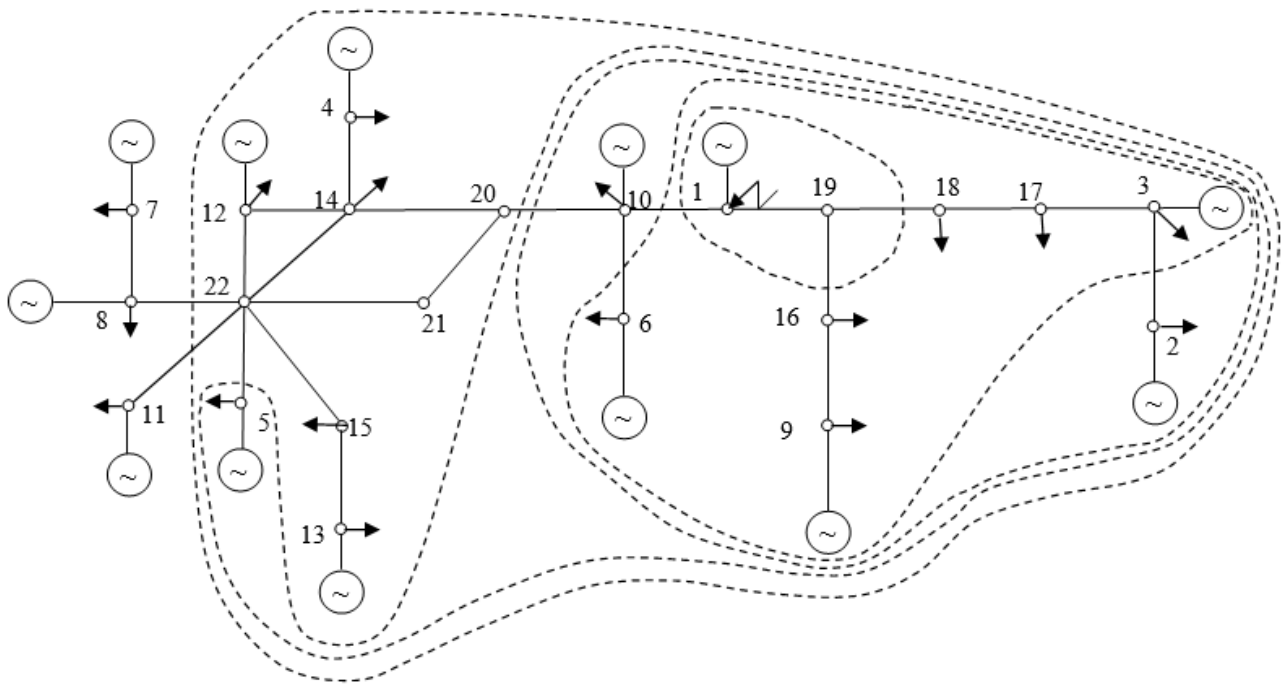


Рис. 3.6. Декомпозиция системы по критерию электрической удаленности генераторов от места возмущения

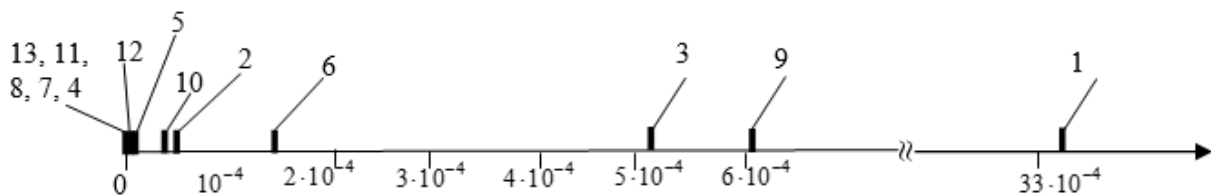


Рис. 3.7. Расположение показателей влияния возмущения для генераторов на числовой оси

Таблица 3.6. Значения показателя влияния возмущения

Генератор	1	2	3	4	5	6	7
$\gamma/10^{-4}$	33,4	0,42	5,2	0,011	0,075	1,45	0,05
Генератор	8	9	10	11	12	13	-
$\gamma/10^{-4}$	0,01	6,1	0,33	0,001	0,037	0,0004	-

Если в качестве критерия принимать близость кривых изменения угла ротора генератора 1 для исходной и упрощенной моделей ЭЭС, то уравнениями

движения (т.е. упрощенно) с достаточным основанием можно представить генераторы 7, 11, 13, менее уверенно – генераторы 4, 8 и, возможно, 12, а далее уже качественно изменяется характер поведения контролируемого генератора.

Для более обоснованного установления границы перехода к упрощенной модели генераторов, а также для оценки соответствующего значения $\bar{\gamma}$, сопоставим предельные по динамической устойчивости времена отключения короткого замыкания, которые для случаев, представленных на рис. 3.8, приведены в табл. 3.7 в абсолютных и относительных (к предельному времени отключения короткого замыкания для исходной модели) единицах. Из табл. 3.7. следует, что если принимать в качестве допустимой погрешности упрощения 5%, то уравнения движения могут быть представлены генераторы 4, 7, 8, 11, 12, 13, при этом $\bar{\gamma} = 0,37 \cdot 10^{-5}$. Если же принять погрешность упрощения не более 10%, то упрощенной моделью можно представлять генераторы 4, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 13, при этом $\bar{\gamma} = 0,33 \cdot 10^{-4}$

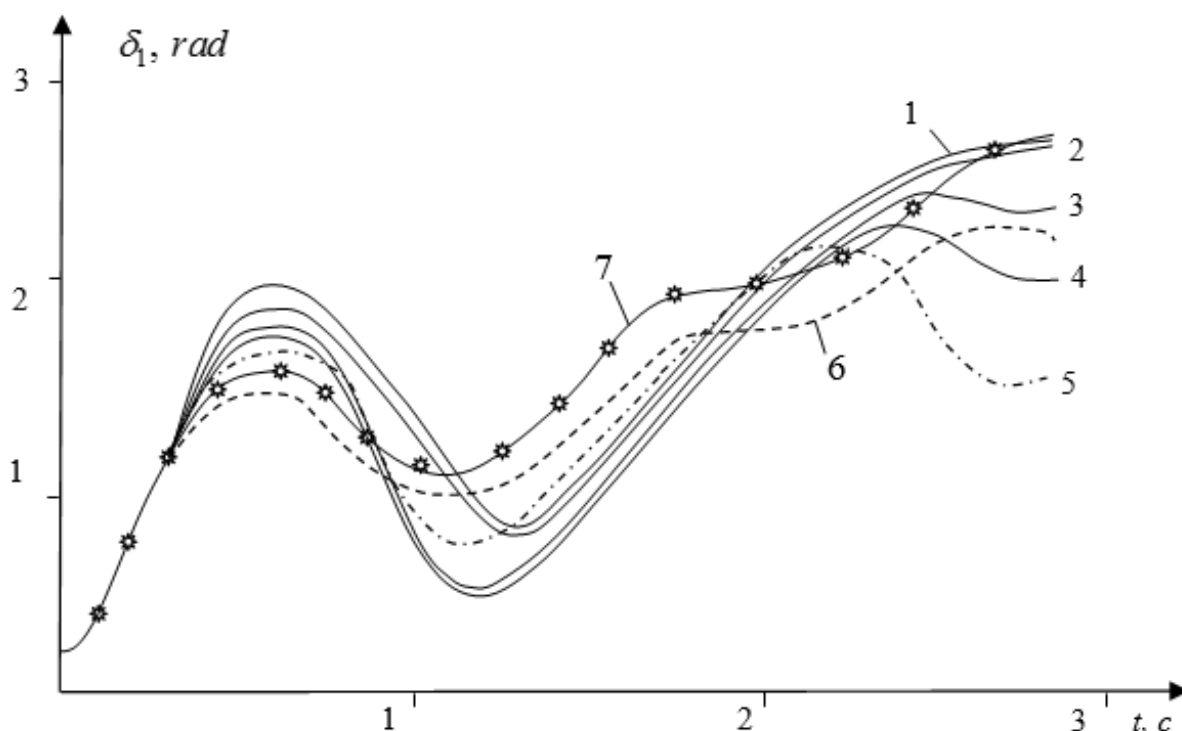


Рис. 3.8. Кривые изменения угла генератора 1 при различном математическом описании элементов системы

Таблица 3.7. Предельное время отключения короткого замыкания

№ п/п	Вид модели	Время отключения к.з.	
		с	%
1	Полная модель системы	0,360	0
2	Упрощенные модели генераторов: 7, 11, 13	0,370	2,70
3	4, 7, 8, 11, 13	0,375	4,10
4	4, 7, 8, 11, 12, 13	0,378	4,90
5	4, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 13	0,395	9,80
6	2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13	0,425	18,05
7	Всех генераторов, кроме 1	0,450	25,00

Учитывая то, что первый и второй случаи различаются довольно большим скачком погрешности (от 5% до 10%), а также то, что погрешность 10% вряд ли приемлема практически, можно считать, что граничное значение $\bar{\gamma}$ больше $0,37 \cdot 10^{-5}$, но меньше $0,33 \cdot 10^{-4}$ (например, 10^{-5}). Граница перехода от исходной к упрощенной модели системы этого случая показана на рис. 3.8 штриховой линией.

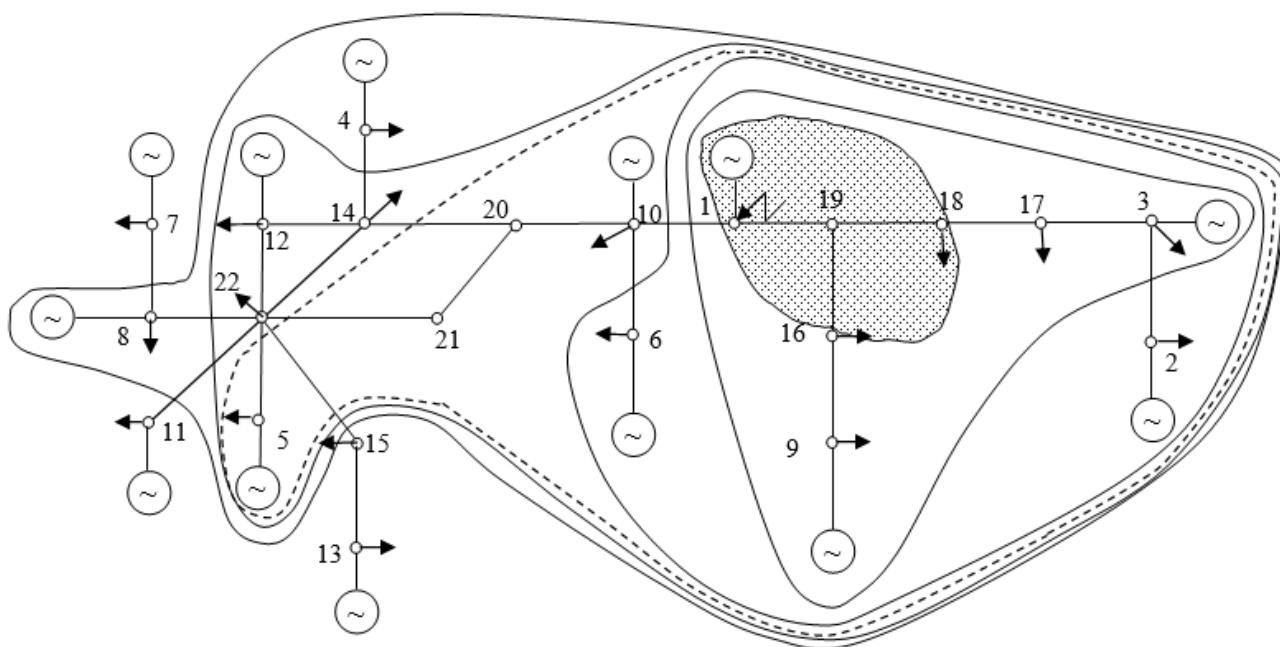


Рис. 3.9. Декомпозиция системы на основе показателей влияния возмущения

В результате получена обоснованно упрощенная математическая модель ЭЭС, которая используется на следующем этапе упрощения модели.

3.6. Оценка значимости генераторов в системе

3.6.1. Показатель структурной связности системы

При изучении сложных систем, в том числе электроэнергетических, важное значение имеет понятие структуры системы, которая отражает наиболее существенные взаимоотношения, взаимосвязи между элементами и их группами, мало меняющиеся при изменениях в системе и обеспечивающие существование системы и ее основных свойств. Целостность системы и неаддитивность, интегративность ее свойств обусловлены ее структурой, т.е. способом и силой связей, взаимодействий элементов и подсистем. Эти связи и взаимодействия имеют вполне определенные количественные оценки, и важно уметь эти оценки вычислять и использовать.

Связность структуры ЭЭС дает возможность выделять подсистемы, характеризующиеся сильными связями между входящими в них элементами, и слабые связи и сечения между выделенными подсистемами. Связность определяется численной мерой "расстояния" между генераторами системы и выражает степень взаимодействия между ними в установившихся и переходных режимах. Важную системообразующую роль имеет электрическая связность генераторов, для оценки которой часто используется модуль взаимной проводимости Y_{ij} эквивалентной сети классической модели динамики ЭЭС.

Мера электрической связности w_{ij} по (3.4) в пределах одной ЭЭС может различаться очень сильно – на пять и более порядков. Эти различия являются основанием для выделения сильно связанных подсистем, объединяемых слабыми связями.

Следует отметить, что хотя э.д.с. генераторов зависят от режима, они изменяются в сравнительно небольших пределах, что является свидетельством стабильности оценок электрической связности ЭЭС.

3.6.2. Значимость генератора в системе

Оценка значимости генератора в системе определяется из анализа соотношений между отдельными составляющими максимальной электрической мощности генератора

$$P_i = P_{\ell i} + w_{iI} + w_{iJ}, \quad i \in I, \quad j \in J, \quad (3.24)$$

где $P_{\ell i}$ – мощность собственной нагрузки генератора, подключенной к его шинам, w_{iI} и w_{iJ} – составляющие мощности, которые могут быть реализованы внутри и вне подсистемы.

Могут иметь место три случая.

$$1) \quad P_i \approx P_{\ell i}; \quad w_{iI} \approx w_{iJ} \approx 0. \quad (3.25)$$

Это означает, что мощность генератора практически полностью используется для питания собственной нагрузки, а связь генератора с системой является весьма слабой. Такой генератор имеет локальное влияние и практически не оказывает воздействия на систему

$$2) \quad P_i \approx P_{\ell i} + w_{iI}, \quad w_{iJ} \approx 0. \quad (3.26)$$

В этом случае мощность генератора используется не только для питания собственной нагрузки, но также и внутри подсистемы I для питания других потребителей. Такой генератор существенно влияет на процессы внутри подсистемы I и практически не оказывает воздействия на остальную часть системы.

$$3) \quad P_i = P_{\ell i} + w_{iI} + w_{iJ}. \quad (3.27)$$

В этом случае связи рассматриваемого генератора со всеми другими генераторами системы являются значимыми. Он существенно влияет на процессы, происходящие во всей системе и является системообразующим.

3.7. Оценка когерентности движения генераторов

3.7.1. Уравнение взаимного движения пары машин

Рассмотрим классическую модель динамики ЭЭС в виде системы дифференциальных уравнений движения генераторов

$$\frac{d^2\delta_i}{dt^2} = \frac{1}{T_{Ji}} \left(P_{Ti} - E_i'^2 g_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (C_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + D_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)) \right), \quad (3.28)$$

где
$$C_{ij} = E_i' E_j' b_{ij}, \quad (3.29)$$

$$D_{ij} = E_i' E_j' g_{ij}, \quad (3.30)$$

g_{ij}, b_{ij} – активная и реактивная составляющие взаимной проводимости сокращенной сети; g_{ii} – собственная активная проводимость сокращенной сети.

Введем обозначения

$$P_i^* = (P_{Ti} - E_i'^2 g_{ii}) / T_{Ji}, \quad (3.31)$$

где
$$C_{ij}^* = C_{ij} / T_{Ji}, \quad (3.32)$$

$$D_{ij}^* = D_{ij} / T_{Ji}. \quad (3.33)$$

Рассмотрим уравнение взаимного движения генераторов i и j , для чего из преобразованного с учетом обозначений (3.31)-(3.33) уравнения вида (3.28) для i вычтем аналогичное уравнение для j . В результате получим

$$\frac{d^2\delta_{ij}}{dt^2} = P_{ij}^* - (F_{ij} \sin \delta_{ij} + Q_{ij} \cos \delta_{ij}) - A_{ij}; \quad i, j = \overline{1, n}; \quad (3.34)$$

где
$$P_{ij}^* = P_i^* - P_j^*; \quad (3.35)$$

$$F_{ij} = C_{ij}^* + C_{ji}^*; \quad (3.36)$$

$$Q_{ij} = D_{ij}^* + D_{ji}^*; \quad (3.37)$$

$$A_{ij} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, j}}^n (C_{ik} \sin \delta_{ik} + D_{ik} \cos \delta_{ik}) + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i, j}}^n (C_{jk} \sin \delta_{jk} + D_{jk} \cos \delta_{jk}); \quad (3.38)$$

$$\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j. \quad (3.39)$$

Предполагая, что F_{ij} и Q_{ij} являются составляющими в прямоугольных координатах некоторой комплексной величины, имеющей модуль R_{ij} и фазу φ_{ij} , вместо (3.34) получим

$$\frac{d^2 \delta_{ij}}{dt^2} = P_{ij}^* - R_{ij} \sin(\delta_{ij} - \varphi_{ij}) - A_{ij}; \quad i, j = \overline{1, n}; \quad (3.40)$$

где

$$R_{ij} = \sqrt{F_{ij}^2 + Q_{ij}^2}, \quad (3.41)$$

$$\varphi_{ij} = \arctg(F_{ij} / Q_{ij}). \quad (3.42)$$

Третий член (A_{ij}) в (3.40) отражает влияние движения остальных генераторов системы (кроме генераторов i и j) по отношению к рассматриваемым генераторам i и j . Это влияние существенно при большом значении A_{ij} , сопоставимом с первыми двумя членами (3.40). При малой (незначительной) величине A_{ij} взаимное движение генераторов i и j практически незначительно будет зависеть от движения генераторов остальной части системы, этой зависимостью можно пренебречь и принять $A_{ij} = \text{const}$. Последнее будет в том случае, если генераторы i и j между собой сильно связаны, а связи каждого из них с остальными генераторами слабые, т.е. $Y_{ij} \gg Y_{ik}, Y_{jk}$ или $w_{ij} \gg w_{ik}, w_{jk}$. В свою очередь, сильная связность генераторов i и j является необходимым условием их когерентности (необходимым, но недостаточным, поскольку когерентность движения генераторов определяется еще и динамическими параметрами генераторов и возмущением).

Таким образом, при незначительной величине A_{ij} , принимая $A_{ij} = \text{const}$, вместо (3.40) получим уравнение взаимного движения генераторов i и j в виде

$$\frac{d^2 \delta_{ij}}{dt^2} = P_{ij} - R_{ij} \sin(\delta_{ij} - \varphi_{ij}), \quad (3.43)$$

где

$$P_{ij} = P_{ij}^* - A_{oij};$$

A_{oij} – значение A_{ij} в установившемся доаварийном режиме.

Поскольку (3.43) справедливо при сильной связности генераторов i и j по сравнению с их связями с остальными генераторами системы и эта ситуация является необходимым условием когерентности генераторов i и j , следовательно,

оценки когерентности по уравнению (3.43) будут приемлемыми по точности. В случае же некогерентности генераторов i и j влияние A_{ij} на их движение будет существенным, т.е. допущение $A_{ij} = \text{const}$ неправомерно, а следовательно, сами численные оценки когерентности на основе уравнения (3.43) будут неточными. Однако последнее не имеет значения, поскольку нас интересуют лишь те оценки, которые соответствуют когерентному движению генераторов i и j , а они приемлемы по точности.

3.7.2. Показатели когерентности

Как отмечено выше, оценки когерентности движения генераторов могут быть получены на основе структурных характеристик ЭЭС без учета либо с учетом параметров возмущения. В первом случае в качестве показателя когерентности может быть использован показатель структурной (электрической) связности w_{ij} , определяемой по (3.23). Другой подход использует уравнение взаимного движения генераторов i и j (3.43).

Введем в (3.43) преобразование переменных

$$x_{ij} = \delta_{ij} - \varphi_{ij}, \quad (3.44)$$

в результате чего (3.43) преобразуется в

$$\frac{dx_{ij}^2}{dt^2} = P_{ij} - R_{ij} \sin x_{ij}. \quad (3.45)$$

Рассмотрим возможные показатели когерентности с учетом не только структурных характеристик ЭЭС, но и параметров возмущения. Для этого вернемся к уравнению взаимного движения генераторов i и j (3.43) и воспользуемся второй формой критерия устойчивости А.А. Горева, который для системы (3.45) записывается в виде

$$\int_{x_{oij}}^{x_{crij}} (P_{ij} - R_{ij} \sin x_{ij}) dx_{ij} + \frac{1}{2} \left(\frac{dx_{ij}}{dt} \right)^2 \leq 0, \quad (3.46)$$

где первый член представляет собой потенциальную, а второй – кинетическую энергии системы (U_{kij} на рис. 3.10).

После разделения интервала интегрирования в соответствии с рис. 3.10, группировки членов после интегрирования и обратного перехода к исходным переменным δ_{ij} в соответствии с (3.44) получим условие (3.46) как соотношение, соответствующее критерию равных площадей,

$$A_{aij} \leq A_{dij}, \quad (3.47)$$

где A_{aij} – площадка ускорения, определяемая как

$$A_{aij} = \left| P_{aij} (\delta_{aij} - \delta_{oij}) - R_{aij} (\cos(\delta_{aij} - \varphi_{ij}) - \cos(\delta_{oij} - \varphi_{ij})) \right| + \frac{1}{2} \left(\frac{d\delta_{ij}^o}{dt} \right)^2; \quad (3.48)$$

A_{dij} – площадка возможного торможения, определяемая выражением

$$A_{dij} = \left| P_{ij} (\delta_{aij} - \delta_{crij}) - R_{ij} (\cos(\delta_{aij} - \varphi_{ij}) - \cos(\delta_{crij} - \varphi_{ij})) \right|; \quad (3.49)$$

$d\delta_{ij}^o/dt$ – производная взаимного угла генераторов i и j в начальный момент времени, которая в общем случае может быть ненулевой; P_{aij} и R_{aij} – соответствуют параметрам системы в аварийном режиме; P_{ij} и R_{ij} – в послеаварийном режиме.

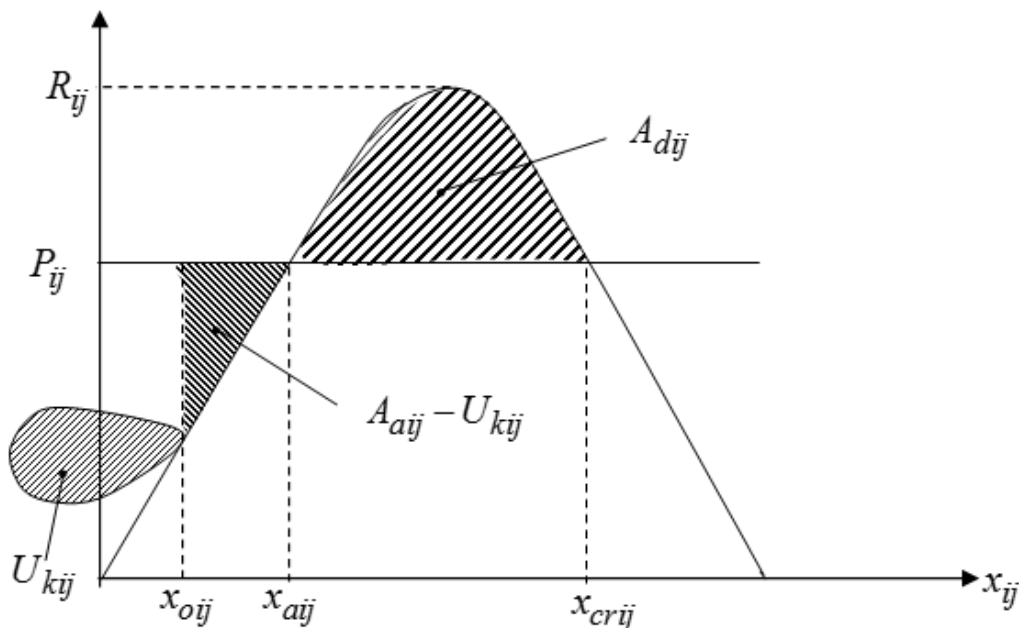


Рис. 3.10. Иллюстрация второй формы критерия устойчивости А.А. Горева

Величина δ_{aij} , соответствующая концу аварийного режима, может быть получена при допущении о неизменности ускоряющих мощностей генераторов в течение аварийного режима, поскольку этот режим кратковременный и вследствие инерционности роторы генераторов не успевают изменить свое положение существенно. С учетом этого допущения

$$\delta_{ai} = \delta_{oi} + \frac{1}{2J_i} \Delta P_i t_a^2, \quad (3.50)$$

где t_a – длительность аварийного режима; ΔP_i – значение ускоряющей (замедляющей) мощности генератора i в момент возникновения возмущения. Следовательно, $\delta_{aij} = \delta_{ai} - \delta_{aj}$.

С учетом изложенного показатель когерентности движения генераторов i и j может быть определен как

$$v_{ij} = A_{aij} / A_{dij}. \quad (3.51)$$

В табл. 3.8 представлены оценки показателя для ЭЭС, представленной на рис. 3.3 при коротком замыкании в узле 1 в соответствии с условиями подраздела 3.5. Из сопоставления оценок в табл. 3.8 и характера движения генераторов на рис. 3.4 видно, что малые значения показателей соответствуют когерентному движению генераторов, отсутствие когерентности соответствует большим значениям показателей.

Таблица 3.8. Показатели когерентности генераторов

13	5	11	8	7	12	4	6	10	1	9	2	3	Гене- рато- ры
	0,0076	0,0008	0,0044	0,0001	0,0022	0,011	0,18	0,048	10^8	10^8	10^7	10^9	13
		0,042	0,0002	0,015	0,0031	0,0013	0,0031	0,0006	10^7	10^8	10^6	10^8	5
			0,0069	0,0038	0,0034	0,016	0,22	0,086	10^8	10^8	10^7	10^9	11
				0,0007	0,012	0,014	0,11	0,035	10^8	10^8	10^6	10^9	8
					0,0068	0,038	1,6	0,34	10^9	10^9	10^8	10^{10}	7
						0,0039	0,091	0,057	10^7	10^8	10^7	10^8	12
							0,0052	0,0045	10^7	10^8	10^6	10^8	4
								0,001	10^7	10^7	10^6	10^8	6
									10^6	10^7	10^5	10^8	10
										10^6	10^7	10^7	1
											1,9	1,6	9
												0,052	2
													3

3.7.3. Кластеризация показателей когерентности

Группировка (кластеризация) показателей когерентности движения генераторов необходима в качестве формального алгоритма определения эквивалентных групп генераторов.

Проиллюстрируем работу алгоритма кластеризации с использованием рис. 3.11. При этом предполагается, что задано предельное значение показателя \bar{v}_{ij} , с учетом которого, если $v_{ij} \leq \bar{v}_{ij}$, генераторы i и j считаются когерентными, а если $v_{ij} > \bar{v}_{ij}$ – некогерентными.

Обнулیم все члены матрицы $\{v_{ij}\}$, $i, j = \overline{1, n}$, для которых выполняется условие $v_{ij} \leq \bar{v}_{ij}$, т.е. если $v_{ij} \leq \bar{v}_{ij}$, то $v_{ij} = 0$. После этого матрица показателей $\{v_{ij}\}$ будет иметь вид, как на рис. 3.11,а, где заштрихованные клетки соответствуют

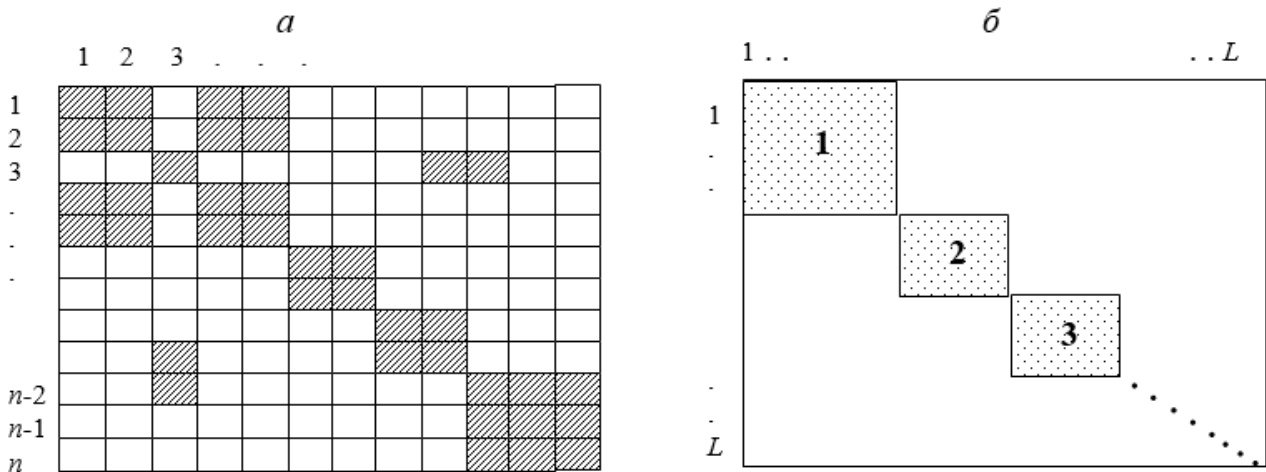


Рис. 3.11. Иллюстрация работы алгоритма кластеризации

$v_{ij} = 0$. Перестановкой строк и столбцов матрицы на рис. 3.11,а можно привести ее к виду, показанному на рис. 3.11,б, где заштрихованные подматрицы как раз и соответствуют подсистемам, включающим когерентные генераторы.

3.8. Критерии эквивалентирования

Критерии эквивалентирования определяют соотношение параметров исходной и эквивалентной систем, исходя из требования идентичности процессов

в изучаемой подсистеме для исходной и эквивалентной систем. При этом эквивалентированию подвергается внешняя подсистема, а изучаемая подсистема остается в исходном виде.

Учитывая то, что определяется динамический эквивалент ЭЭС, рассмотрим на основе уравнений движения генераторов классической модели условия идентичности процессов сначала для изучаемой подсистемы. Эти условия вытекают из сопоставления уравнений движения генераторов изучаемой подсистемы до и после эквивалентирования внешней подсистемы, а именно:

$$T_{Ji} = \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} = P_{Ti} - P_i, \quad i = \overline{1, n}; \quad (3.52)$$

$$T_{Ji}^e \frac{d^2 \delta_i^e}{dt^2} = P_{Ti}^e - P_i^e, \quad i = \overline{1, n}, \quad (3.53)$$

где верхний индекс "e" в (3.53) свидетельствует о том, что это уравнение соответствует генератору i в изучаемой подсистеме для случая упрощенной внешней подсистемы (эквивалента); отсутствие верхнего индекса в (3.52) – то же для случая исходной внешней подсистемы до ее эквивалентирования; n – число генераторов в изучаемой подсистеме.

Условие идентичности процессов в изучаемой подсистеме для исходной и эквивалентной систем будет соблюдаться при

$$\delta_i(t) = \delta_i^e(t), \quad (3.54)$$

и, следовательно, при

$$T_{Ji} \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} = T_{Ji}^e \frac{d^2 \delta_i^e}{dt^2}. \quad (3.55)$$

Поскольку $T_{Ji} = T_{Ji}^e$ и $P_{Ti} = P_{Ti}^e$, следовательно

$$P_i = P_i^e. \quad (3.56)$$

Учитывая необходимость соблюдения идентичности значений напряжений в изучаемой подсистеме до и после эквивалентирования внешней подсистемы, (3.56) обобщается на полные мощности генераторов, т.е.

$$\dot{S}_i = \dot{S}_i^e. \quad (3.57)$$

Для последующих выкладок рассмотрим достаточно простой частный случай, когда в схеме системы имеется один узел примыкания (граничный узел) b , а генераторы $j = \overline{1, m}$ внешней подсистемы объединяются в один эквивалентный генератор. Структура такой системы показана на рис. 3.12.

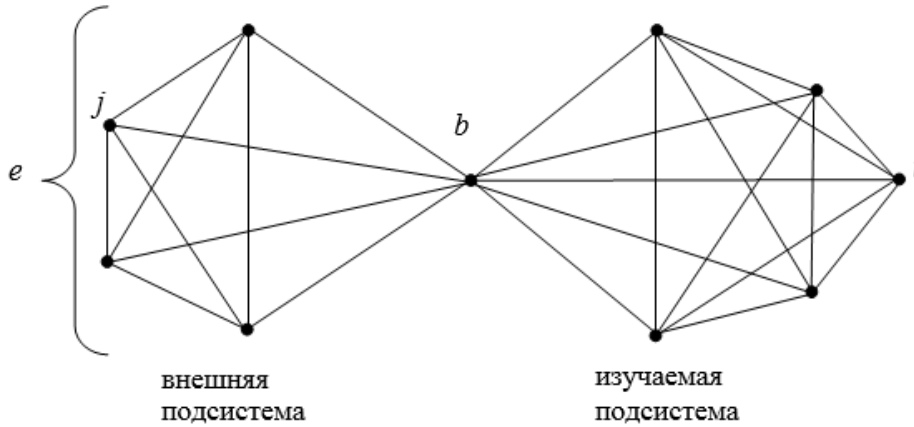


Рис. 3.12. Иллюстрационная система

Условие (3.57) означает выполнение аналогичного условия для граничного узла b , т.е.

$$\dot{S}_b = \dot{S}_b^e \quad (3.58)$$

Учитывая то, что $\dot{S} = \dot{U}\dot{F} = \dot{U}\dot{U}\dot{F}$, для схемы рис. 3.12 условие (3.58) можно записать более подробно следующим образом:

$$\dot{U}_b \sum_{i=1}^n \dot{E}_i \dot{F}_{ib} + \dot{U}_b \sum_{j=1}^m \dot{E}_j \dot{F}_{jb} = \dot{U}_e \sum_{i=1}^n \dot{E}_i \dot{F}_{ib} + \dot{U}_b \dot{E}_e \dot{F}_{eb}, \quad (3.59)$$

откуда, сокращая одинаковые составляющие,

$$\sum_{j=1}^m \hat{E}_j \hat{Y}_{jb} = \hat{E}_e \hat{Y}_{eb}. \quad (3.60)$$

Здесь индекс "e" соответствует эквивалентному генератору, представляющему внешнюю подсистему.

Для эквивалентного генератора внешней подсистемы, исходя из физических соображений, логично принять условия

$$P_T^e = \sum_{j=1}^m P_{Tj}; \quad P^e = \sum_{j=1}^m P_j, \quad (3.61)$$

или, в более общем случае, с учетом необходимости соблюдения идентичности значения напряжений в граничном узле,

$$\dot{S}^e = \sum_{j=1}^m \dot{S}_j. \quad (3.62)$$

Раскрывая это выражение по аналогии с (3.58), (3.59), имеем

$$\dot{E}_e \mathcal{U}_b \mathcal{F}_{eb} = \sum_{j=1}^m \dot{E}_j \mathcal{U}_b \mathcal{F}_{jb}, \quad (3.63)$$

или, сокращая с обеих сторон \mathcal{U}_b ,

$$\dot{E}_e \hat{Y}_{eb} = \sum_{j=1}^m \dot{E}_j \hat{Y}_{jb}, \quad (3.64)$$

Сопоставляя (3.60) и (3.64), видим, что они противоречивы, и значения \dot{Y}_{eb} , получаемые из обоих соотношений, неодинаковы. Подобная ситуация справедлива и для более общего случая при нескольких граничных узлах и нескольких эквивалентных генераторах, представляющих внешнюю подсистему. Обсудим это противоречие позже, а сейчас рассмотрим соотношения, определяющие взаимосвязь уравнений движения генераторов внешней подсистемы и представляющего их эквивалентного генератора.

С учетом (3.61) можно записать

$$\sum_{j=1}^m T_{Jj} \frac{d^2 \delta_j}{dt} = \sum_{j=1}^m P_{Tj} - \sum_{j=1}^m P_j. \quad (3.65)$$

С другой стороны, эквивалентный генератор внешней подсистемы представляется уравнением движения

$$T_{Je} \frac{d^2 \delta^e}{dt^2} = P_T^e - P^e. \quad (3.66)$$

Следовательно

$$T_{Je} \frac{d^2 \delta^e}{dt^2} = \sum_{j=1}^m T_{Jj} \frac{d^2 \delta_j}{dt^2}, \quad (3.67)$$

откуда

$$T_{Je} = \left(\sum_{j=1}^m T_{Jj} \frac{d^2 \delta_j}{dt^2} \right) / \frac{d^2 \delta^e}{dt^2}. \quad (3.68)$$

Поскольку в общем случае $\frac{d^2 \delta^e}{dt^2} \neq \frac{d^2 \delta_j}{dt^2}$, $j = \overline{1, m}$, следовательно

$$T_{Je} \neq \text{const}, \quad (3.69)$$

что не соответствует физическим представлениям об эквивалентном генераторе.

Обсудим условия, когда $\frac{d^2 \delta^e}{dt^2} = \frac{d^2 \delta_j}{dt^2}$. Очевидно, что это имеет место при

когерентном движении генераторов внешней подсистемы. В этом случае из (3.68) имеем

$$T_{Je} = \sum_{j=1}^m T_{Jj}, \quad (3.70)$$

что отвечает физическим представлениям об эквивалентном генераторе.

Оказывается также, что значения \dot{Y}_{eb} , получаемые из (3.60) и (3.64), при когерентном движении генераторов внешней подсистемы практически совпадают, что определяется соотношением параметров эквивалентной сети сильно связанной внешней подсистемы при ее слабых связях с исследуемой подсистемой. Полученные соотношения служат основой для определения параметров эквивалента.

3.9. Центр инерции. Параметры эквивалента

Параметры эквивалентного генератора (генераторов), представляющего когерентно движущуюся внешнюю подсистему, могут быть определены по соотношениям, вытекающим из принятых критериев эквивалентирования. При одном и том же качественном характере этих критериев, требующих идентичности процессов в изучаемой подсистеме, их конкретная интерпретация в виде формул для расчета параметров эквивалента может быть различной. В данном подразделе будем исходить из условий (3.58) и (3.62).

Пусть исходная внешняя подсистема описывается системой уравнений.

$$T_{Jj} \frac{d^2 \delta_j}{dt^2} = P_{\tau j} - E_j^2 g_{jj} - \sum_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq j}}^m E_j E_\ell Y_{j\ell} \sin(\delta_{j\ell} - \alpha_{j\ell}) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n E_j E_i Y_{ji} \sin(\delta_{ji} - \alpha_{ji});$$

$$j = \overline{1, m}. \quad (3.71)$$

Введя преобразование к координатам относительно центра инерции внешней подсистемы из (3.71) получим

$$T_{Jj} \left(\frac{d^2 \delta_{jc}}{dt^2} + \frac{d^2 \delta_c}{dt^2} \right) = P_{\tau j} - E_j^2 g_{jj} - \sum_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq j}}^m E_j E_\ell Y_{j\ell} \sin(\delta_{jc} - \delta_{\ell c} - \alpha_{j\ell}) -$$

$$- \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n E_j E_i Y_{ji} \sin(\delta_{jc} + \delta_c - \delta_i - \alpha_{ji}); \quad j = \overline{1, m}.$$

$$(3.72)$$

где

$$\delta_c = \sum_{j=1}^m T_{Jj} \delta_j / T_{Jc}. \quad (3.73)$$

При этом движение центра инерции внешней подсистемы будет описываться уравнением

$$T_{Jc} \frac{d^2 \delta_c}{dt^2} = P_{\tau c} - \sum_{j=1}^m \left(E_j^2 G_{jj} + \sum_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq j}}^m E_j E_\ell Y_{j\ell} \sin(\delta_{jc} - \delta_{\ell c} - \alpha_{j\ell}) \right) -$$

$$- \sum_{j=1}^m \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n E_j E_i Y_{ij} \sin(\delta_{jc} + \delta_c - \delta_i - \alpha_{ji}),$$

$$(3.74)$$

где T_{Jc} определяется по (3.70), $P_{\tau c}$ – по (3.61); индексы "c" и "e" здесь и далее эквивалентны.

Эквивалентный генератор внешней подсистемы аналогично (3.66) представляется уравнением

$$T_{Jc} \frac{d^2 \delta_c}{dt^2} = P_{\tau c} - E_c^2 g_{cc} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq c}}^n E_c E_i Y_{ci} \sin(\delta_c - \delta_i - \alpha_{ci}). \quad (3.75)$$

Из (3.72) и (3.74) следует, что

$$E_c^2 g_{cc} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq c}}^n E_c E_i Y_{ci} \sin(\delta_c - \delta_i - \alpha_{ci}) = \sum_{j=1}^m \left(E_j^2 g_{jj} + \sum_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq j}}^m E_j E_\ell Y_{j\ell} \sin(\delta_{jc} - \delta_{\ell c} - \alpha_{j\ell}) \right) + \\ + \sum_{j=1}^m \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n E_j E_i Y_{ji} \sin(\delta_{jc} + \delta_c - \delta_i - \alpha_{ji}). \quad (3.76)$$

Чтобы выполнить равенство (3.76), необходимо найти значения E_c , g_{cc} , \dot{Y}_{ci} и α_{ci} . Для этого можно воспользоваться следующими соотношениями:

$$\dot{S}_i^c = \dot{S}_i, \text{ т.е. } \dot{E}_c \dot{Y}_{ic} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \dot{E}_j \dot{Y}_{ij}, \quad (3.77)$$

аналогично (3.60), а также

$$\sum_{i=1}^n \dot{Y}_{ic} = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \dot{E}_j \dot{Y}_{ij}, \quad (3.78)$$

$$E_c = \left| \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \dot{E}_j \dot{Y}_{ij} \right| \left/ \left| \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \dot{Y}_{ij} \right| \right.; \quad (3.79)$$

$$\dot{Y}_{ic} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m \dot{E}_j \dot{Y}_{ij} \left/ \dot{E}_c; \quad i = \overline{1, n}. \quad (3.80)$$

Поскольку значение δ_c определяется преобразованием координат к центру инерции, из (3.76) однозначно определяется g_{cc} .

В качестве примера использования изложенного подхода к определению параметров эквивалента на рис. 3.13 показана эквивалентная схема системы, полученная из исходной схемы, представленной на рис. 3.3. При этом в соответствии с оценками когерентности движения генераторов внешняя подсистема замещается двумя эквивалентными генераторами $e1$ и $e2$, представляющими группы генераторов 13, 5, 11, 8, 7, 12, 4 и 6, 10 исходной схемы, соответственно.

На рис. 3.14 показан характер движения роторов этих эквивалентных генераторов в переходном процессе при возмущении, которое рассматривалось в подразделе 3.7. Для наглядности на рис. 3.14 сохранены графики углов эквивалентных генераторов (рис. 3.4), а движения эквивалентных генераторов показаны штриховыми линиями.

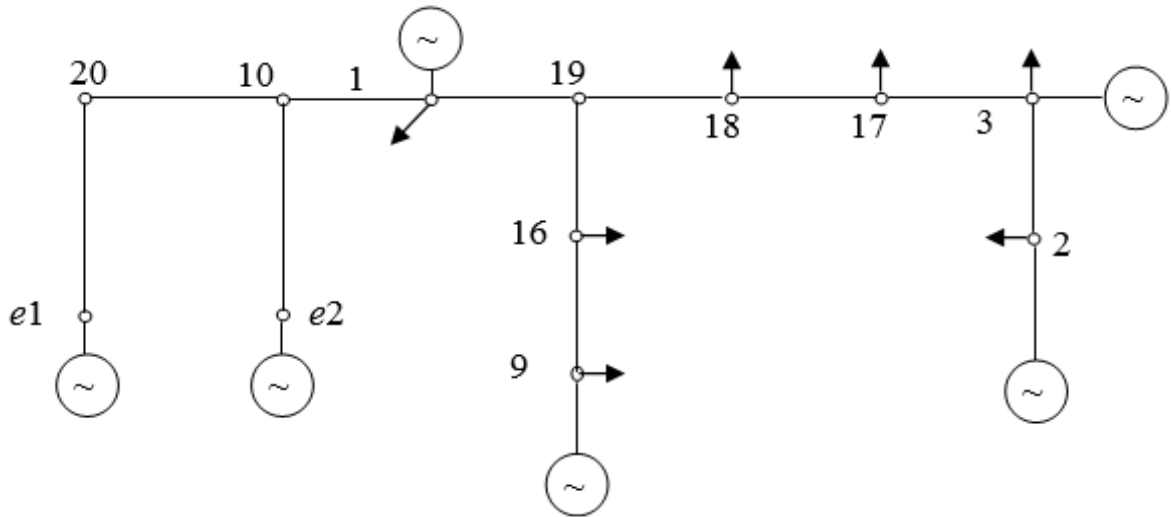


Рис. 3.13. Эквивалентная схема системы

В совместной системе (3.72), (3.74) первое уравнение при когерентном движении генераторов отражает быстрые движения относительно центра инерции подсистемы, следовательно, можно его приближенно рассматривать по отношению к медленному движению центра инерции подсистемы при $\delta_c = \text{const}$ и $d^2\delta_c/dt^2 = 0$, т.е.

$$T_{Jj} \frac{d^2\delta_{jc}}{dt^2} = P_{Tj} - E_j^2 g_{jj} - \sum_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq j}}^m E_j E_\ell Y_{j\ell} \sin(\delta_{jc} - \delta_{\ell c} - \alpha_{j\ell}) - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n E_j E_i Y_{ji} \sin(\delta_{jc} - \delta_i - \alpha'_{ji}), \quad j = \overline{1, m}; \quad (3.81)$$

где $\alpha'_{ji} = \alpha_{ji} - \delta_c$.

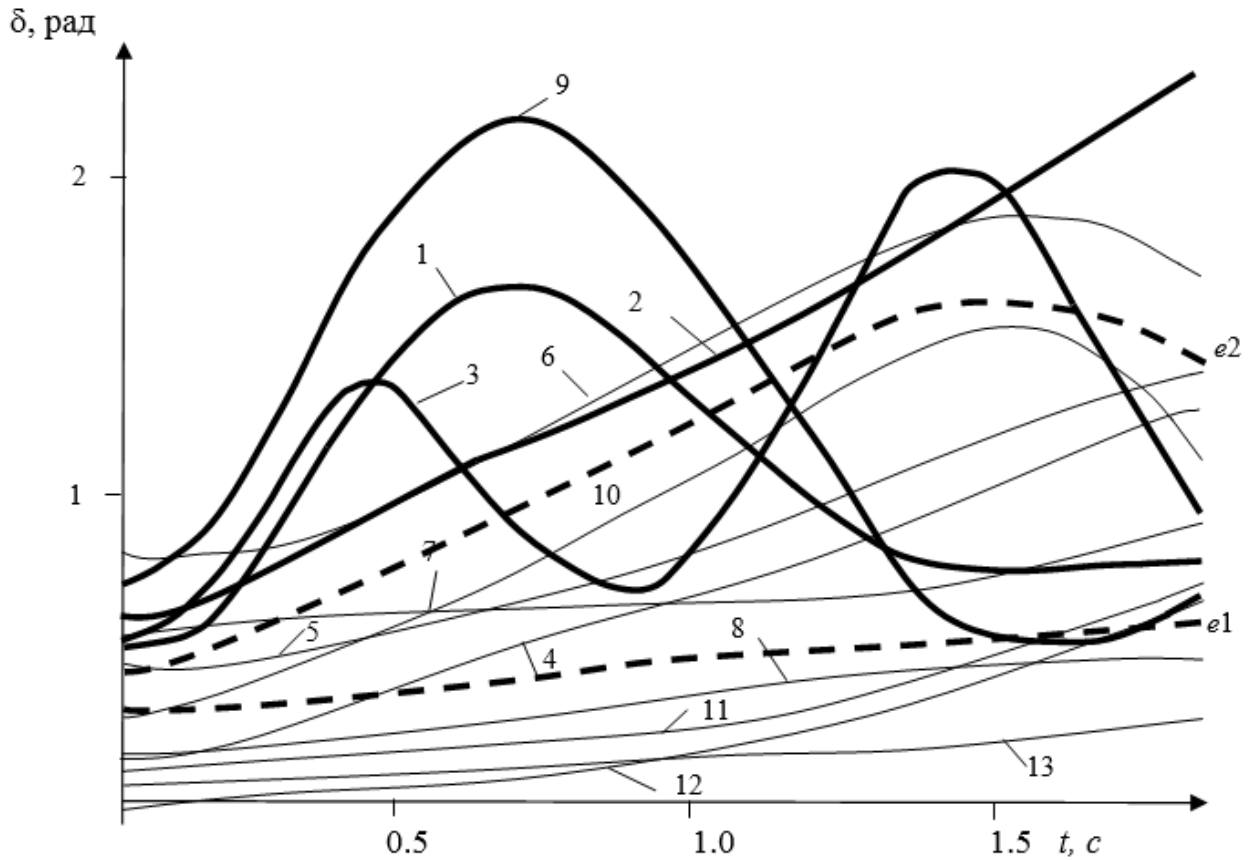


Рис. 3.14. Характер переходного процесса в эквивалентной системе

Поскольку необходимым условием когерентности движения генераторов во внешней подсистеме является условие $Y_{j\ell} \gg Y_{ji}$, на основании теории дифференциальных уравнений с малыми параметрами можно считать, что вторая сумма в (3.81) содержит малый параметр ε и она исчезает при $\varepsilon \rightarrow 0$. Это очевидно и из физических соображений. Кроме того, поскольку при когерентном движении отклонения $\Delta\delta_{jc} = \delta_{jc} - \delta_{ojc}$ малы, вместо системы (3.81) можно рассматривать ее линейное приближение

$$T_{Jj} \frac{d^2 \Delta\delta_{jc}}{dt^2} = -\psi_j \Delta\delta_{jc} + \sum_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq j}}^m \psi_{j\ell} \Delta\delta_{\ell c}; \quad j = \overline{1, m}. \quad (3.82)$$

Контрольные вопросы

1. Многомерность ЭЭС, множественность схем, режимов и возмущений
2. Нормативные расчетные условия
 3. Сокращение расчетных условий с использованием структурного анализа
4. Преобразование схем замещения ЭЭС
5. Показатель влияния возмущения
6. Оценка значимости элементов в системе
7. Оценка когерентности движения генераторов
8. Критерии эквивалентирования
9. Центр инерции. Параметры эквивалента

4. СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

4.1. Уравнения малых колебаний ЭЭС

Исходная система нелинейных дифференциальных уравнений, описывающая динамику поведения ЭЭС при возмущениях, в общем виде может быть представлена как

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, \dots, x_n),$$

$$\frac{dx_n}{dt} = f_n(x_1, \dots, x_n),$$

где переменные $x_i, i = \overline{1, n}$, представляют, например, углы и скольжения роторов генераторов при описании динамики ЭЭС уравнениями движения генераторов и представлении каждого уравнения движения второго порядка двумя дифференциальными уравнениями первого порядка.

Поскольку рассматриваются малые колебания роторов генераторов под воздействием малых возмущений, исходные нелинейные дифференциальные уравнения (4.1) могут быть линеаризованы путем разложения правых частей (4.1) в ряд Тейлора и рассмотрения лишь первых членов ряда Тейлора. Тогда в отклонениях переменных система (4.1) превращается в следующую систему линейных дифференциальных уравнений

$$\frac{d\Delta x_1}{dt} = \sum_{i=1}^n b_{1i} \Delta x_i,$$

$$\frac{d\Delta x_n}{dt} = \sum_{i=1}^n b_{ni} \Delta x_i,$$

где $\Delta x_i = x_i - x_{i0}$, x_{i0} – значение переменной в установившемся режиме, в котором исследуется статическая устойчивость ЭЭС.

В матричной форме записи система уравнений (4.2) выглядит как

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta x_1}{dt} \\ \frac{d\Delta x_2}{dt} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{d\Delta x_n}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta x_n \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

или в компактном виде

$$\frac{d\Delta x}{dt} = B\Delta x \quad (4.4)$$

4.2. Характеристическое уравнение

Анализ статической устойчивости ЭЭС связан с анализом свойств матрицы B . Введем необходимые определения.

Число p называется *собственным значением (собственным числом)* матрицы B , если существует такой ненулевой вектор φ , что

$$B\varphi_i = p_i\varphi_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.5)$$

Любой вектор $\varphi_i \neq 0$, удовлетворяющий уравнению (4.5), называется *собственным вектором* матрицы B , соответствующим собственному значению p_i .

Совокупность всех собственных значений называется *спектром* матрицы B .

Для того, чтобы число p было собственным значением матрицы B , необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство

$$\det(pE - B) = 0, \quad (4.6)$$

где E – единичная матрица, на главной диагонали которой единицы, а остальные элементы нулевые.

Функция $\det(pE - B) = 0$ относительно параметра p есть многочлен, степень которого равна порядку матрицы B :

$$\det(pE - B) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_{n-1} p + a_n. \quad (4.7)$$

Этот многочлен называется *характеристическим многочленом* матрицы B . После приравнивания его нулю в соответствии с (4.6) это – *характеристическое*

уравнение матрицы B . Корни характеристического уравнения, и только они, образуют спектр матрицы B .

Собственные значения (корни) и собственные векторы играют существенную роль при исследовании ЭЭС. Положение корней характеристического уравнения на комплексной плоскости корней использовано А.М. Ляпуновым при формулировании его метода анализа *устойчивости в малом* (см. далее п. 4.3). Некоторые методы упрощения математических моделей ЭЭС основаны на анализе спектра матрицы B , а именно соотношений собственных значений. Собственные значения и собственные векторы матрицы B играют важную роль при выборе управлений в ЭЭС. Они составляют основу *модального анализа* (см. п.4.9).

4.3. Устойчивость в малом по А.М. Ляпунову

Исторически первое систематическое исследование свойств устойчивости системы уравнений (4.1) при надлежит А.М. Ляпунову, который рассмотрел следующую задачу: если начало координат является точкой (положением) равновесия системы (4.1), т.е. $f(0)=0$ для всех t , и если система выведена из равновесия, останутся ли траектории процесса «близкими» к началу координат для всех последующих моментов времени. В геометрической форме эта ситуация представлена на рис. 4.1. Основная идея состоит в том, что, если процесс начинается в пределах небольших расстояний от начала координат, он должен оставаться внутри некоторого «канала», показанного на рис. 4.1 штриховой линией.

Несколько более сильное определение устойчивости отвечает требованию $x(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, т.е. чтобы система в конечном счете возвращалась в *положение равновесия*. Такое определение соответствует понятию *асимптотической устойчивости* (согласно А.М. Ляпунову), в отличие от просто *устойчивости*, трактуемой так, как это сделано выше со ссылкой на рис. 4.1.

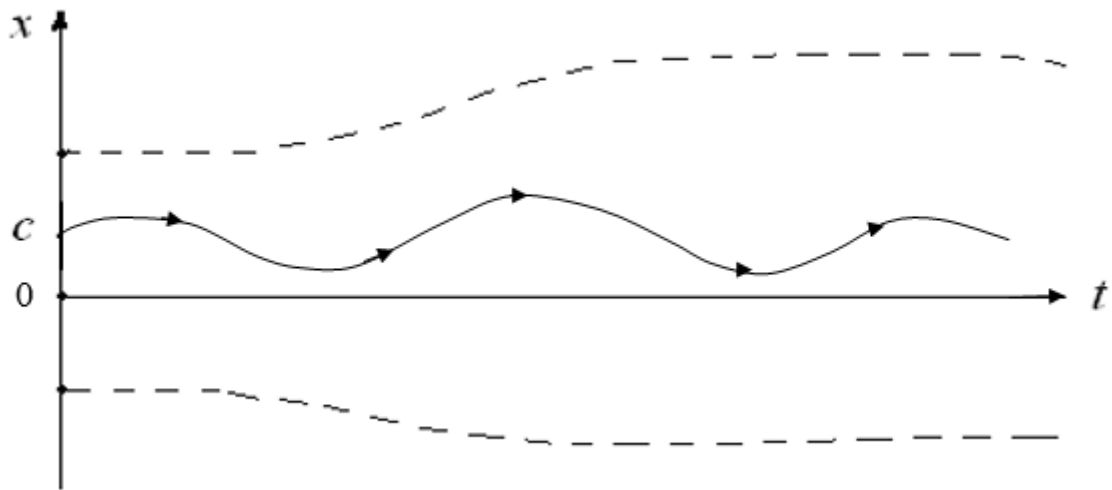


Рис. 4.1. Устойчивость по Ляпунову

Заметим, кстати, что приведенные выше стандартные определения устойчивости подразумевают, что заранее известно положение равновесия, в котором $x = 0$. Для сложных нелинейных систем, таких, как ЭЭС, положений равновесия достаточно много. Для ЭЭС это доаварийные (или послеаварийные) установившиеся режимы. Их определение составляет непростую самостоятельную проблему.

Теорема об устойчивости по первому приближению (статическая устойчивость в терминологии для ЭЭС), сформулированная А.М. Ляпуновым, дает следующие качественные характеристики устойчивости (рис. 4.2):

1) состояние равновесия асимптотически устойчиво, если все корни характеристического уравнения имеют отрицательные действительные части. Это положение верно и в случае, если корни кратные;

2) если у хотя бы одного корня характеристического уравнения положительная действительная часть, то положение равновесия неустойчиво;

3) если характеристическое уравнение имеет один простой корень с нулевой действительной частью (т.е. два чисто мнимых сопряженных корня или один нулевой корень), то положение равновесия устойчиво, но асимптотической устойчивости нет;

4) если у характеристического уравнения два нулевых корня, то положение равновесия неустойчиво.

На рис. 4.2 p_1 и p_2 , p_4 и p_5 , p_8 и p_9 – пары комплексно сопряженных корней.

Решение для системы (4.4) можно записать в виде:

$$\Delta x_j(t) = C_{1j}e^{p_1 t} + \dots + C_{nj}e^{p_n t}, \quad j = 1, n. \quad (4.8)$$

Это решение получается с использованием преобразования Лапласа. При этом действительному корню $p_i = \alpha_i (\omega_i = 0)$ соответствует в решении член

$$C_{ij}e^{\alpha_i t}, \quad (4.9)$$

где C_{ij} – действительное число. Пары комплексно сопря-

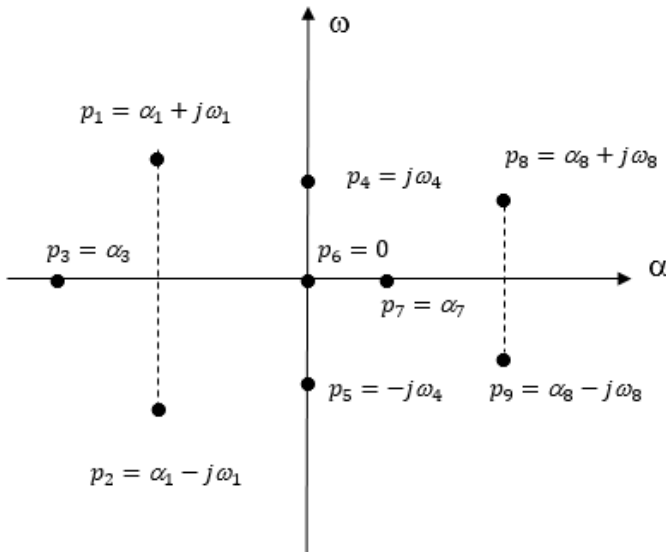


Рис. 4.2. Расположение корней на комплексной плоскости

Паре комплексно сопряженных корней $p_s = \alpha_s + j\omega_s$ и $p_{s+1} = \alpha_s - j\omega_s$ соответствуют два члена в решении

$$C_{sj}e^{(\alpha_s + j\omega_s)t} + C_{s+1,j}e^{(\alpha_s - j\omega_s)t}, \quad (4.10)$$

где C_{sj} и $C_{s+1,j}$ всегда (при любых начальных условиях) комплексно сопряженные

$$C_{sj} = D_{sj} - jF_{sj}; \quad C_{s+1,j} = D_{sj} + jF_{sj}. \quad (4.11)$$

Поэтому (4.10) после некоторых преобразований можно записать в виде

$$D_{sj}e^{\alpha_s t} \cos \omega_s t + F_{sj}e^{\alpha_s t} \sin \omega_s t = C_{sj}e^{\alpha_s t} \sin(\omega_s t + \varphi_{sj}), \quad (4.12)$$

где $C_{sj} = \sqrt{D_{sj}^2 + F_{sj}^2}; \quad \varphi_{sj} = \arctg(D_{sj}/F_{sj}).$

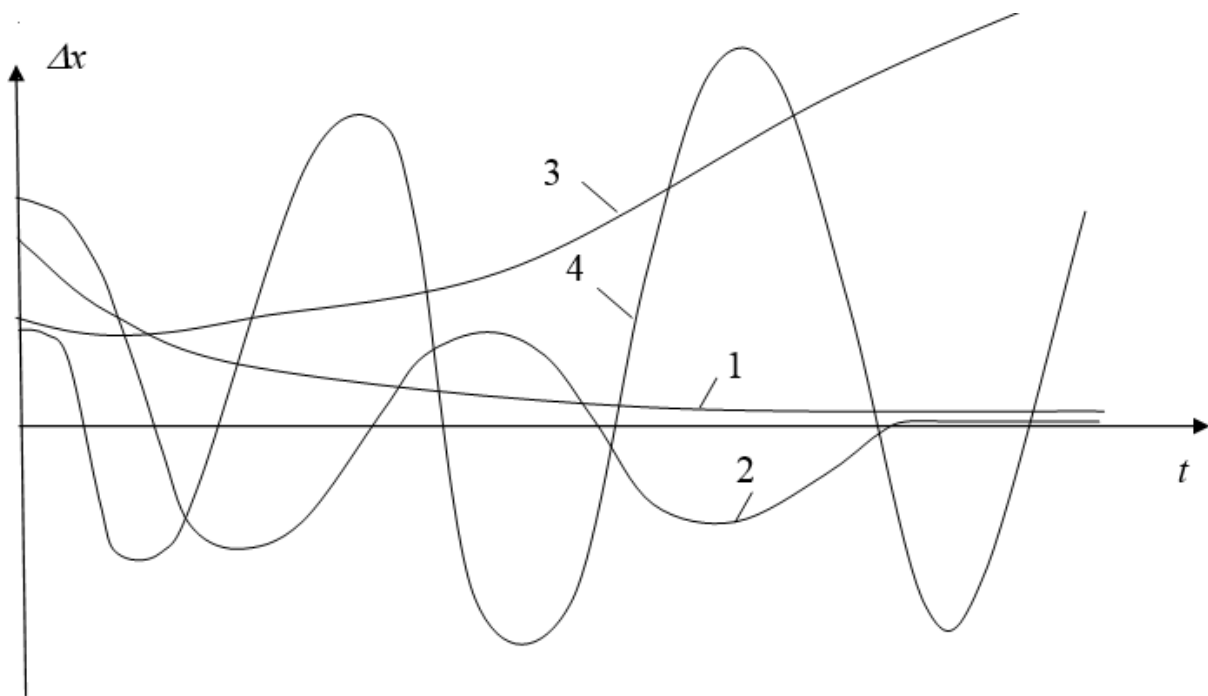


Рис. 4.3. Характер процесса во времени при разном расположении корней

На рис. 4.3 показаны особенности переходных процессов при различном расположении корней характеристического уравнения на комплексной плоскости корней, показанных на рис. 4.2: 1 – p_3 ; 2 – p_1, p_2 ; 3 – p_7 ; 4 – p_8, p_9 . Случаи 1 и 3 соответствуют аperiodически устойчивой и неустойчивой системе, а случаи 2 и 4 – колебательно устойчивой и неустойчивой, соответственно.

4.4. Критерий устойчивости П.С. Жданова

Следуя теории устойчивости А.М. Ляпунова, *необходимые условия устойчивости* (но недостаточные) состоят в том, чтобы все коэффициенты характеристического уравнения, имеющего $a_0 > 0$, были отличны от нуля и положительны.

Характеристический многочлен матрицы B для системы уравнений (4.4) можно, в отличие от (4.7), записать следующим образом:

$$\det(\lambda E - B) = d(p) = a_0(p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n), \quad (4.13)$$

где p_1, \dots, p_n – корни характеристического уравнения (4.6).

Положив $p=0$, можно получить член характеристического уравнения с нулевой степенью p

$$a_n = a_o(-1)^n p_1 p_2 \dots p_n. \quad (4.14)$$

Если все корни действительны (мнимая составляющая отсутствует) и отрицательны, т.е. $p_1 = -\alpha_1$, $p_2 = -\alpha_2$, ... $p_n = -\alpha_n$, то

$$a_n = a_o(-1)^{2n} \alpha_1 \alpha_2, \dots \alpha_n. \quad (4.15)$$

Если при изменении параметров системы один действительный корень перейдет из левой полуплоскости в правую, то этот корень α_i изменит знак, т.е. изменит знак и a_n в соответствии с (4.15).

Если среди корней характеристического уравнения есть комплексно сопряженные, то их переход через мнимую ось (из левой полуплоскости в правую) не изменит знак a_n , поскольку

$$(\alpha + j\omega)(\alpha - j\omega) = \alpha^2 + \omega^2, \quad (4.16)$$

т.к. (4.16) содержит α^2 .

П.С. Жданов использовал это свойство для формулировки критерия устойчивости для нерегулируемой системы, в которой колебательная устойчивость не возникает. Этим критерием является изменение знака свободного члена характеристического уравнения при изменении параметров системы. Этот критерий является необходимым и достаточным.

В более общем случае колебательная статическая устойчивость ЭЭС обычно обеспечивается подходящей настройкой коэффициентов регуляторов (АРВ СД синхронных машин, регуляторов FACTS, ППТ и др.). Это гарантирует локализацию комплексно сопряженных корней характеристического уравнения в левой полуплоскости. Тогда при изменении других параметров системы (например, изменении загрузки связей путем утяжеления режима) изменение знака a_n свидетельствует о достижении предела по аperiodической статической устойчивости.

4.5. Критерий Рауса-Гурвица

Англичанин Раус в 1873 г. предложил, а швейцарец Гурвиц в 1885 г. формализовал алгебраический критерий устойчивости. В настоящее время он известен как *критерий Рауса-Гурвица*, который формулируется следующим образом.

Для устойчивости системы требуется, чтобы коэффициенты характеристического уравнения были положительными, а также удовлетворяли некоторым соотношениям. Критерий Рауса-Гурвица устанавливает эти соотношения в форме неравенств, соблюдение которых является необходимым и достаточным условием устойчивости системы любого порядка.

Система неравенств Гурвица строится следующим образом. Из коэффициентов характеристического уравнения n -й степени (4.6) составляется квадратная матрица n -го порядка

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-3} & a_{n-1} & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-4} & a_{n-2} & a_n & \end{vmatrix} \quad (4.17)$$

Правило оставления матрицы Гурвица следующее. По главной диагонали располагают коэффициенты характеристического многочлена (4.7) в порядке их нумерации с a_1 до a_n . В строках помещаются поочередно коэффициенты только с нечетными или только с четными индексами (включая коэффициент a_0), причем влево от диагонали с уменьшающимися, вправо с увеличивающимися индексами. Все недостающие коэффициенты, т.е. коэффициенты с индексами меньше нуля или больше n , заменяются нулями.

Для обеспечения устойчивости требуется, чтобы все n диагональных миноров матрицы (4.17) были положительными. Диагональные миноры (называемые определителями Гурвица) получают отчеркиванием их справа и снизу, как показано в (4.17). Таким образом, критерий Рауса-Гурвица записывается как

$$\Delta_1 = a_1 > 0; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0; \quad \dots; \quad \Delta_n > 0. \quad (4.18)$$

Заметим, что последний определитель Δ_n включает в себя уже всю матрицу Гурвица целиком. Если его раскрыть по элементам последнего столбца, содержащего только коэффициент a_n , то можно записать

$$\Delta_n = a_n \Delta_{n-1}. \quad (4.19)$$

Гурвиц показал, что если непрерывно изменять коэффициенты характеристического уравнения, ухудшая устойчивость системы, то при потере устойчивости в нуль прежде всего обратится определитель Δ_n , если при этом $\Delta_{n-1} > 0$, то, следовательно, граница устойчивости определяется условием $a_n=0$. Это *граница аperiodической устойчивости* (один действительный корень находится на мнимой оси плоскости корней). Если $\Delta_n > 0$, то в нуль обращается Δ_{n-1} , что соответствует наличию на границе пары чисто мнимых корней $p_{1,2} = \pm j\omega_1$. Это *граница колебательной устойчивости*. При переходе через эту границу начинается самораскачивание системы с частотой ω_1 . Если и дальше продолжать изменять коэффициенты характеристического уравнения, то могут стать отрицательными и другие определители Гурвица, а Δ_{n-1} вновь может стать положительным. Поэтому положительность a_n и Δ_{n-1} (а значит, и Δ_n) еще не свидетельствует об устойчивости, должны быть положительными и другие определители Гурвица.

4.6. Критерий А.В. Михайлова

А.В. Михайлов в 1938 г. предложил для оценки статической устойчивости принцип аргумента, известный из теории функций комплексного переменного. Поясним этот принцип.

Пусть имеем многочлен в виде (4.13), приравненный к нулю (характеристическое уравнение). Корень p_i можно представить на плоскости корней вектором с модулем $|p_i|$ и соответствующим углом между $|p_i|$ и осью абсцисс, при этом отсчет углов выполняется против часовой стрелки (см. рис. 4.4,а).

Положим $p = j\omega$, т.е. направим вектор p по мнимой оси. Тогда конец вектора $j\omega - p_i$ лежит на мнимой оси. При изменении ω он скользит по мнимой оси (рис. 4.4, б).

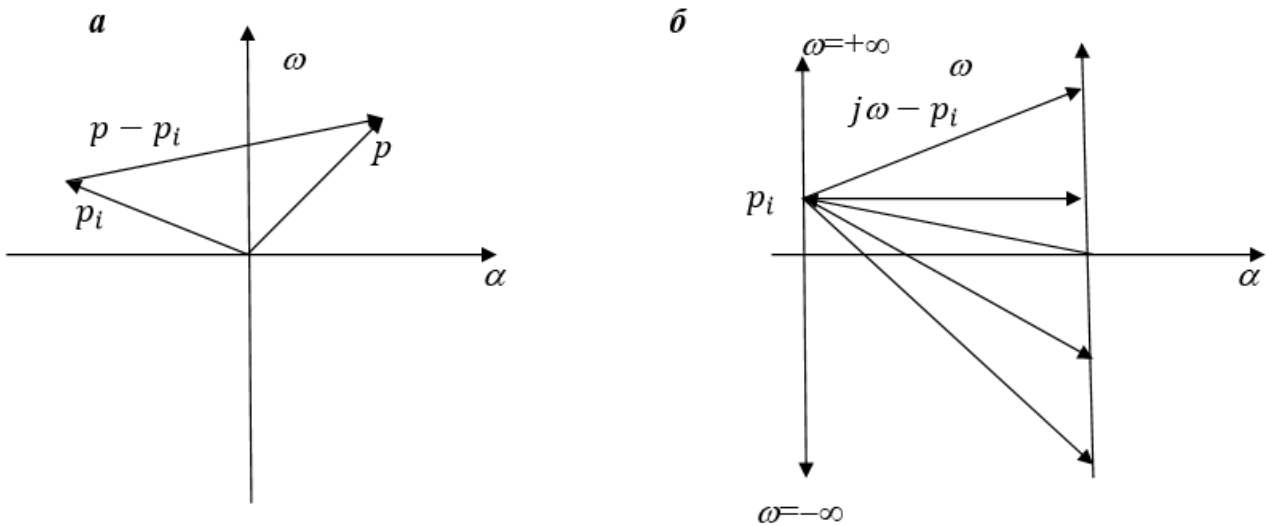


Рис. 4.4. Положения векторов, представляющих корни характеристического уравнения

При изменении ω от $-\infty$ до $+\infty$ аргумент вектора $j\omega - p_i$ получает приращение, равное π , если $\alpha_i < 0$, и приращение, равное $-\pi$, если $\alpha_i > 0$.

Характеристический многочлен $d(p)$ при $p = j\omega$ представляет собой *характеристический вектор*

$$d(j\omega) = a_o(j\omega - p_1) \dots (j\omega - p_n), \quad (4.20)$$

модуль и аргумент которого определяются как

$$|d(j\omega)| = \prod_{i=1}^n \alpha_o |(j\omega - p_i)|, \quad (4.21)$$

$$\arg d(j\omega) = \sum_{i=1}^n \arg(j\omega - p_i) \quad (4.22)$$

Если среди n корней характеристического уравнения ℓ корней лежат в правой полуплоскости, а $n - \ell$ корней – в левой, то приращение $\Delta \arg d(j\omega)$ при изменении ω от $-\infty$ до $+\infty$ будет равно

$$\Delta \arg d(j\omega) = (n - \ell)\pi - \ell\pi = (n - 2\ell)\pi. \quad (4.23)$$

$$-\infty < \omega < +\infty$$

Выражение (4.23) называется *правилом аргумента*.

Для устойчивой системы $\ell = 0$ и из (4.23) имеем

$$\Delta \arg d(j\omega) = n\pi. \quad (4.24)$$

$$-\infty < \omega < +\infty$$

Критерий А.В. Михайлова является геометрической интерпретацией правила аргумента, выполняемой следующим образом.

Вектор $d(j\omega)$ можно представить как

$$d(j\omega) = u(\omega) + jv(\omega). \quad (4.25)$$

При изменении ω от $-\infty$ до $+\infty$ вектор $d(j\omega)$ вращается против часовой стрелки и своим концом описывает кривую, называемую *характеристической кривой* или годографом характеристического уравнения. На рис. 4.5,а показана часть годографа при изменении ω от 0 до $+\infty$.

Представим составляющие характеристического вектора $d(j\omega)$ в развернутом виде:

$$u(\omega) = a_n + a_{n-2}(j\omega)^2 + a_{n-4}(j\omega)^4 + \dots = a_n - a_{n-2}\omega^2 + a_{n-4}\omega^4 - \dots \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} jv(\omega) &= a_{n-1}j\omega + a_{n-3}(j\omega)^3 + a_{n-5}(j\omega)^5 + \dots \\ &= j(a_{n-1}\omega - a_{n-3}\omega^3 + a_{n-5}\omega^5 - \dots) \end{aligned} \quad (4.27)$$

Поскольку в $u(\omega)$ входят только четные степени ω , то

$$u(\omega) = u(-\omega) \quad (4.28)$$

Поскольку в $v(\omega)$ входят только нечетные степени ω , то

$$v(\omega) = -v(-\omega) \quad (4.29)$$

С учетом (4.28) видим, что годограф симметричен относительно действительной оси (см. рис. 4.5, б), т.е. годограф устойчивой системы при изменении ω от 0 до $+\infty$ повернется на угол $n\frac{\pi}{2}$ или на n квадрантов.

На рис. 4.6 в качестве примера показан вид годографа устойчивой системы при $n=5$ и зависимости составляющих характеристического вектора от ω . На рис. 4.7, 4.8 представлены аналогичные кривые для неустойчивых систем при $n=5$.

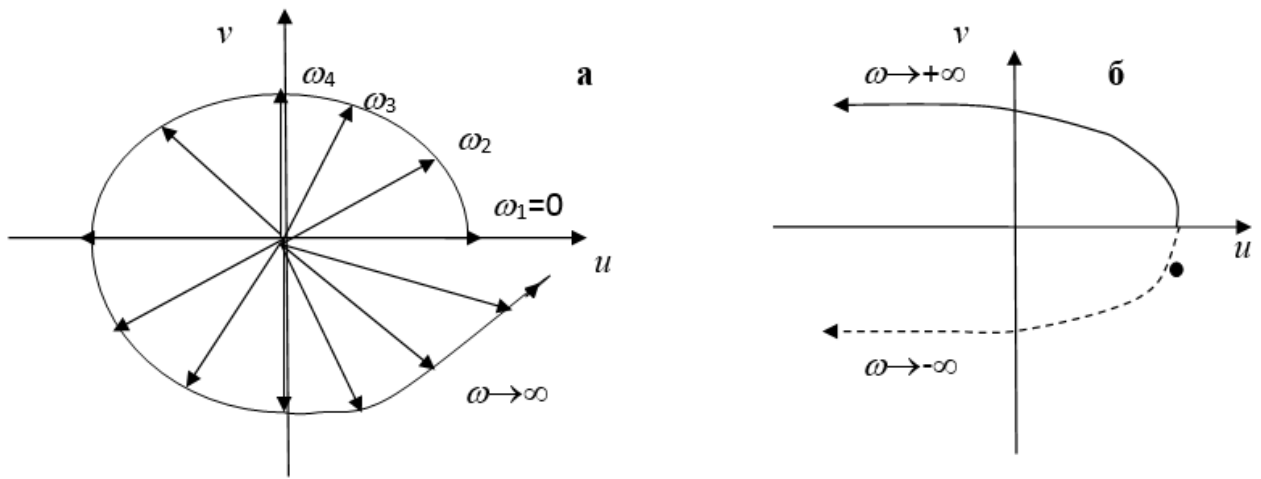


Рис. 4.5. Годограф характеристического уравнения

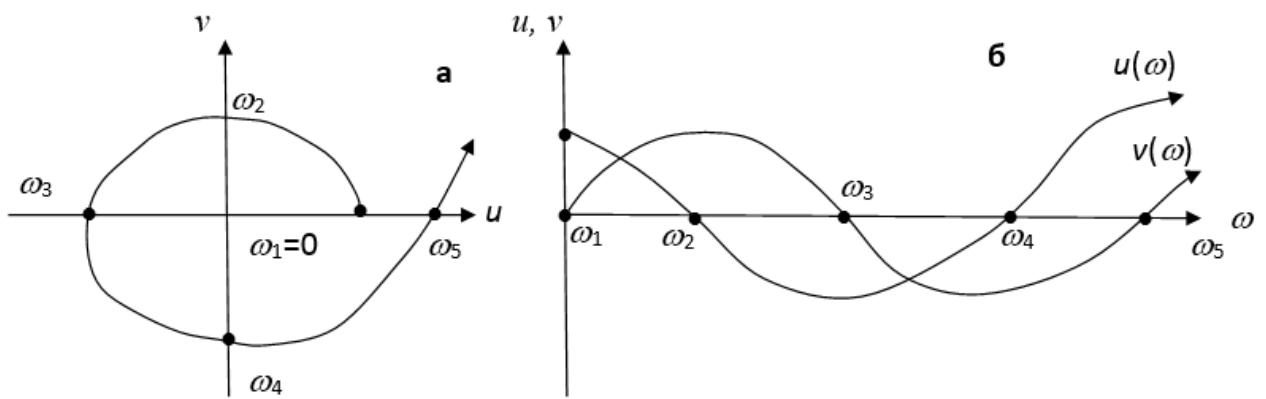


Рис. 4.6. Вид годографа устойчивой системы при $n = 5$ (а) и зависимости составляющих характеристического вектора от ω (б)

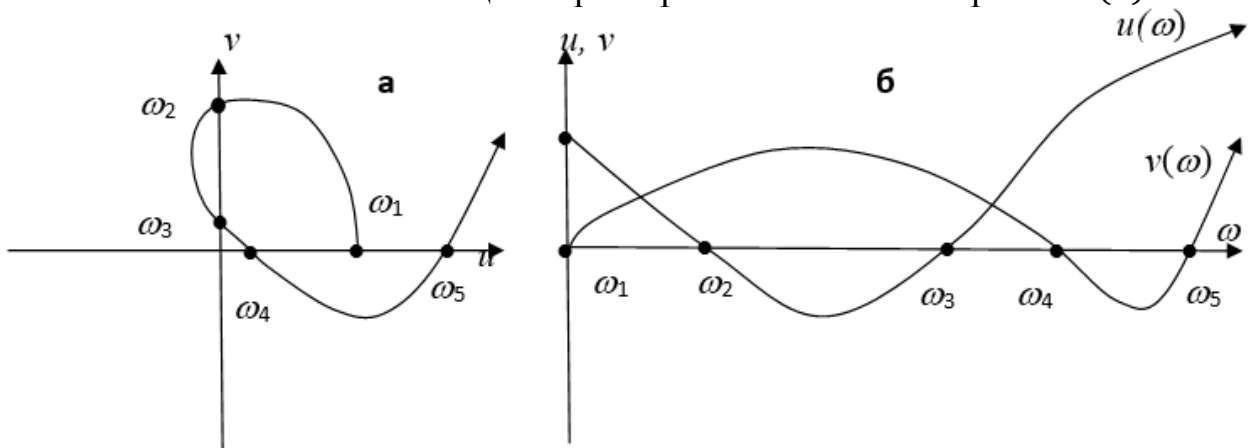


Рис. 4.7. Вид годографа неустойчивой системы при $n=5$, случай 1 (а), и зависимости составляющих характеристического вектора от ω (б)

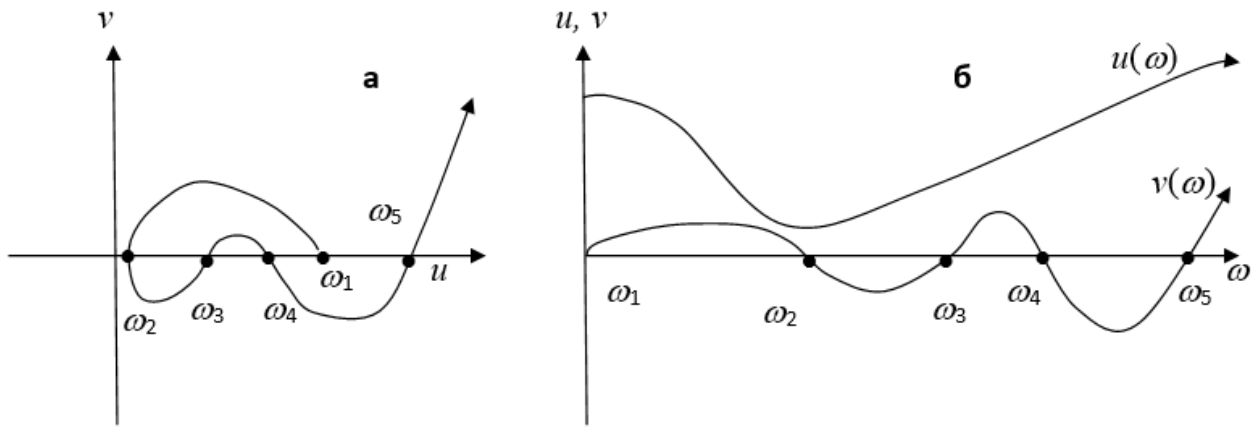


Рис. 4.8. Вид годографа неустойчивой системы при $n=5$, случай 2 (а), и зависимости составляющих характеристического вектора от ω (б)

4.7. Метод D-разбиения

Рассмотренные выше критерии позволяют ответить на вопрос, устойчива статически система или неустойчива. Однако часто оказывается важным знать область устойчивости в пространстве каких-либо параметров системы.

Представим характеристическое уравнение системы в виде (4.25), задавая $p=j\omega$. Для $d(j\omega)=0$ необходимо, чтобы $u(\omega)=0$ и $v(\omega)=0$.

Пусть два параметра k_1 и k_2 линейно входят в характеристическое уравнение. Такими параметрами могут быть, например, коэффициенты настройки АРВ СД по частоте и ее производной. Тогда

$$d(j\omega) = k_2 q(j\omega) + k_1 r(j\omega) + s(j\omega) = 0, \quad (4.30)$$

и, следовательно,

$$u(\omega) = k_2 q_1(\omega) + k_1 r_1(\omega) + s_1(\omega) = 0, \quad (4.31)$$

$$v(\omega) = k_2 q_2(\omega) + k_1 r_2(\omega) + s_2(\omega) = 0. \quad (4.32)$$

Рассматривая (4.31) и (4.32) как систему из двух алгебраических уравнений с неизвестными k_1 и k_2 , найдем их значения в виде

$$k_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad k_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} \quad (4.33)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} q_1(\omega) & r_1(\omega) \\ q_2(\omega) & r_2(\omega) \end{vmatrix} ; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} q_1(\omega) & -s_1(\omega) \\ q_2(\omega) & -s_2(\omega) \end{vmatrix} ; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} -s_1(\omega) & r_1(\omega) \\ -s_2(\omega) & r_2(\omega) \end{vmatrix} . \quad (4.34)$$

Изменяя ω от 0 до $+\infty$, будем получать разные точки в координатах k_1, k_2 . Непрерывное множество этих точек при $0 < \omega < +\infty$ составляет *кривую D-разбиения*. Она показана на рис. 4.9 (исключая две прямые, о которых речь пойдет дальше).

При изменении ω Δ может менять знак. Прохождение Δ через нуль соответствует двум случаям:

а) при $\Delta=0$ Δ_1 и Δ_2 конечны. Тогда k_1 и k_2 обращаются в бесконечность. Это вырожденный случай, не имеющий физического смысла, и поэтому он не представляет интереса;

б) при $\Delta=0$ $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$. Это означает, что одно уравнение, например $u(\omega)$ становится следствием другого – $v(\omega)$, т.е. k_1 является линейной функцией k_2 . Линии, выражающие эту зависимость, называются *особыми прямыми*.

Особые прямые всегда получаются при $\omega=0$ и $\omega=+\infty$. Они показаны на рис. 4.9.

Правило штриховки кривой D-разбиения следующее: на плоскости корней характеристического уравнения α, ω при изменении ω от 0 до $+\infty$ область устойчивости слева. Так же штрихуется и кривая D-разбиения – слева при движении от 0 до $+\infty$ (см. рис. 4.9) при условии, что $\Delta > 0$. Если $\Delta < 0$, то штриховка справа. Особые прямые штрихуются так, чтобы в точке $\omega = 0$ (или $\omega = +\infty$) прямая и кривая по одну сторону от точки были обращены друг к другу заштрихованными сторонами, по другую – незаштрихованными (см. рис. 4.9).

Далее находим область, в которой вся штриховка внутри (область A на рис. 4.9). Переход из этой области в любую сторону (на рис. 4.9 в область B) означает, что по крайней мере один из корней характеристического уравнения переходит в правую полуплоскость плоскости корней. Двигаясь дальше, переходим в область B , при этом еще один корень характеристического уравнения переходит в правую полуплоскость плоскости корней.

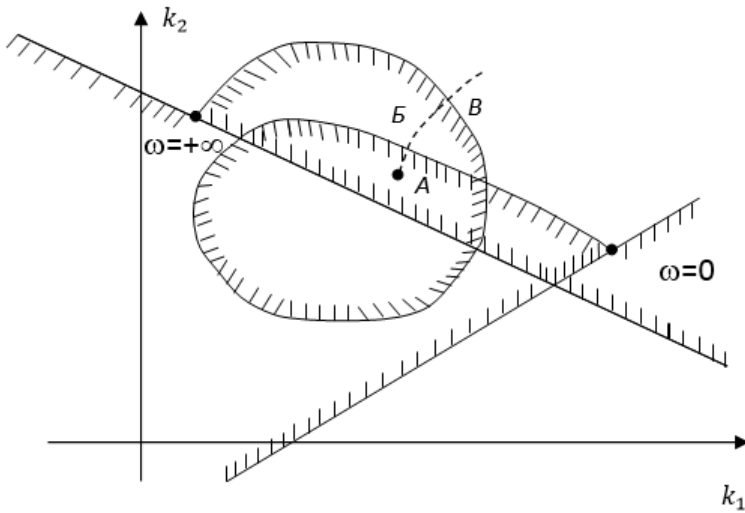


Рис. 4.9. К построению областей D-разбиения

Область A является, таким образом, претендентом на область устойчивости. Таких областей может быть несколько. Необходимо проверить, действительно ли область A является областью устойчивости системы. Это можно сделать, например, с

помощью критерия Рауса-Гурвица для любой точки из области A , для которой имеют место конкретные значения параметров k_1 и k_2 . Если критерий Рауса-Гурвица дает ответ, что система неустойчива, это означает, что в плоскости параметров k_1, k_2 нет области устойчивости.

4.8. Степень устойчивости

Одна из задач, где необходимо знание корней характеристического уравнения – построение внутри областей устойчивости границ равных значений степени устойчивости.

Степень устойчивости системы определяется как

$$\lambda_s = \min Re|p_i|, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.35)$$

т.е. это наименьшее из абсолютных значений действительных частей все корней характеристического уравнения или расстояние от мнимой оси до ближайшего корня устойчивой системы.

Величина степени устойчивости может служить приближенной оценкой быстроты затухания переходного процесса (см. структуру решения системы линейных дифференциальных уравнений в (4.12)).

Пусть имеем характеристическое уравнение в виде (4.6), (4.7). На плоскости корней $p = \alpha + j\omega$ сместим мнимую ось влево на расстояние λ (рис. 4.10, а). Получим новую плоскость $\gamma = \alpha_1 + j\omega_1 = \alpha + \lambda + j\omega$ (см. рис. 4.10, б).

Преобразуем исходное характеристическое уравнение к новой переменной γ . Для этого в $d(p)$ заменим p на $p = \gamma - \lambda$ и получим $d(\gamma - \lambda)$. Разложим $d(\gamma - \lambda)$ в ряд по степеням $\gamma -$

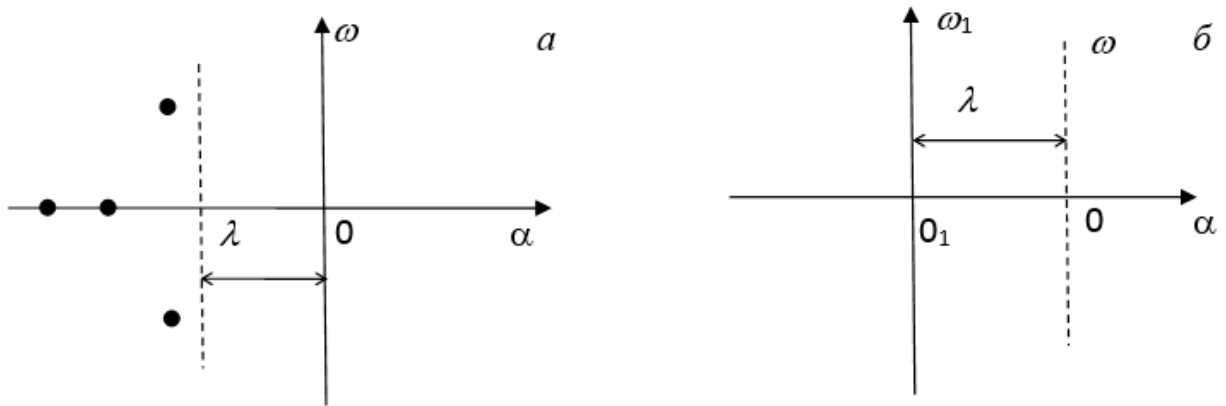


Рис. 4.10. Смещение мнимой оси на плоскости корней.

$$d(\gamma - \lambda) = d(-\lambda) + d'(-\lambda)\gamma + \frac{d''(-\lambda)}{1 \cdot 2}\gamma^2 + \dots, \quad (4.36)$$

где штрихами обозначены производные по γ от $d(-\lambda)$. Ограничимся членами ряда со степенью γ^n , где n – порядок характеристического уравнения.

Поскольку $d(p) = 0$, получим смещенное характеристическое уравнение в виде

$$d(\gamma) = A_0\gamma^n + A_1\gamma^{n-1} + \dots + A_{n-1}\gamma + A_n = 0, \quad (4.37)$$

где $A_k = \frac{d^{n-k}(-\lambda)}{(n-k)!}$, $k = \overline{1, n}$, т.е. коэффициенты смещенного характеристического уравнения выражаются через коэффициенты исходного характеристического уравнения и зависят от величины смещения λ мнимой оси.

При смещении, равном степени устойчивости, когда одна пара комплексных или один действительный корень будут лежать на смещенной мнимой оси ω' , смещенное характеристическое уравнение будет соответствовать системе, находящейся на границе области устойчивости.

С помощью метода D-разбиения можно построить область для смещенного характеристического уравнения. Она меньше, чем область устойчивости при $\lambda=0$. При увеличении λ область уменьшается. При значении λ , равном степени устойчивости, область превращается в точку.

В качестве примера использования изложенного подхода рассмотрим задачу выбора оптимальных значений коэффициентов регулирования АРВ, например, по отклонению частоты и ее производной в АРВ СД. Конфигурация области устойчивости в плоскости этих коэффициентов имеет вид кривой 1 на рис. 4.11.

На рис. 4.11 для кривой 1 $\lambda_1 = 0$. Далее $\lambda_2 > \lambda_1$; $\lambda_3 > \lambda_2$; $\lambda_4 > \lambda_3$; $\lambda_5 > \lambda_4$.

Точка 5 соответствует оптимальным значениям коэффициентов регулирования АРВ, которые обеспечивают максимальное демпфирование колебаний.

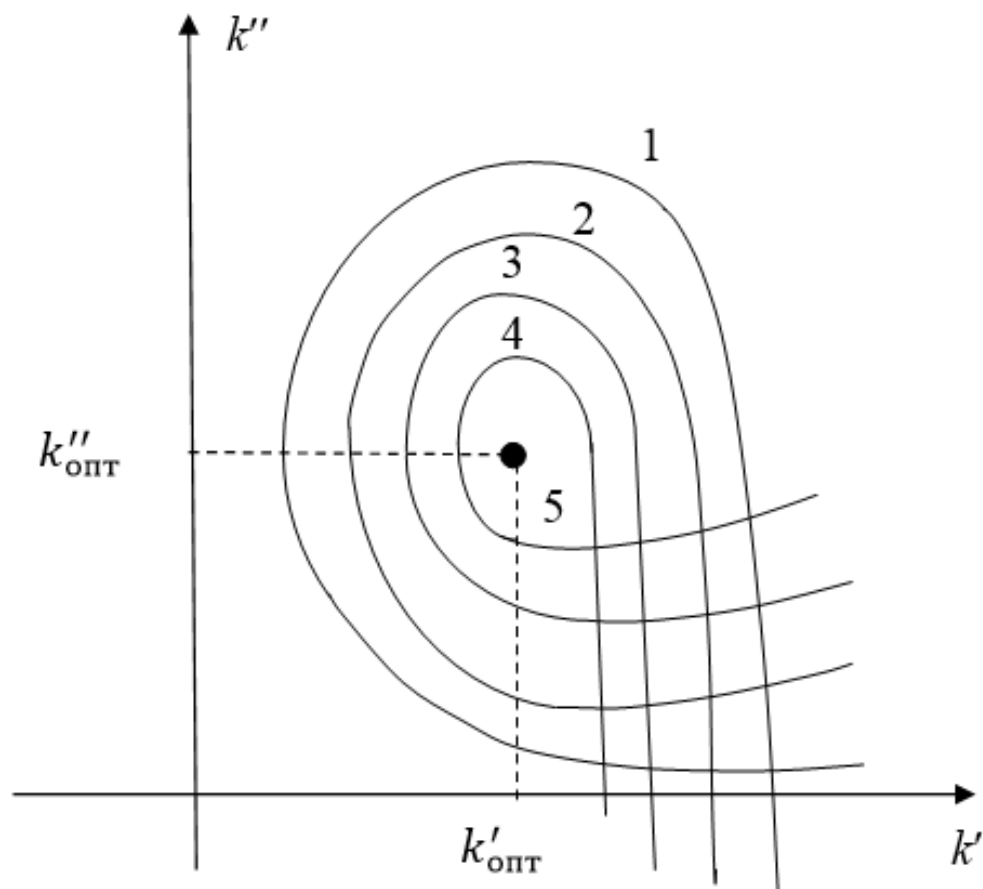


Рис. 4.11. Иллюстрация оптимального выбора коэффициентов регулирования АРВ

4.9. Модальный анализ

Косвенные критерии статической устойчивости (Рауса-Гурвица, Михайлова, Жданова) не требуют определения корней характеристического уравнения, поэтому они активно использовались, пока не были разработаны эффективные

алгоритмы определения корней характеристического уравнения высокого порядка. В настоящее время такие эффективные алгоритмы имеются, что послужило основанием для развития подхода, называемого *модальным анализом*.

Вернемся к уравнению (4.5), определяющему собственные значения и собственные векторы матрицы B . Эта матрица имеет n различных собственных значений p_i , $i = \overline{1, n}$, которые представляют так называемые моды колебаний. Она также имеет n соответствующих линейно независимых правых собственных векторов φ_i , $i = \overline{1, n}$, удовлетворяющих уравнению (4.5).

Существует модальная матрица

$$\Phi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n] \quad (4.38)$$

а также модальная матрица

$$\Psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n], \quad (4.39)$$

составленная из левых собственных векторов ψ_i , $i = \overline{1, n}$, матрицы B^T , где индекс T означает транспонирование.

Справедливы соотношения

$$\psi_i^T \varphi_j = 0 \text{ для } i \neq j, \quad i, j = \overline{1, n}, \quad (4.40)$$

$$\psi_i \varphi_j = c_i \text{ для } i = j. \quad (4.41)$$

Собственные векторы определяются с точностью до постоянного множителя, поэтому они нормализуются по выражению

$$\psi_i^T \varphi_i = 1, \quad i = \overline{1, n}. \quad (4.42)$$

Тогда (4.40), (4.41) можно записать

$$\Psi^T \Phi = E, \quad (4.43)$$

откуда

$$\Psi^T = \Phi^{-1}, \quad (4.44)$$

где индекс « -1 » означает обращение матрицы.

Отметим важное свойство

$$\Phi^{-1} B \Phi = \phi \quad (4.45)$$

где

$$\phi = \text{diag}[p_1, p, \dots, p_n]. \quad (4.46)$$

В современных ЭЭС имеют место обычно следующие моды колебаний:

- локальные моды, которые определяются электромеханическими колебаниями одного генератора относительно остальной части системы;
- межсистемные моды, которые определяются совместными колебаниями групп машин друг относительно друга при сильной связи внутри групп и относительно слабой связи между группами;
- моды регуляторов, которые определяются автоматическими регуляторами. Неоптимально настроенные АРВ, АРС, регуляторы ППТ, ВПТ и FACTS являются основными причинами неустойчивости этих мод;
- моды крутильных колебаний систем валопроводов турбогенераторов. Неустойчивость крутильных колебаний может быть вызвана взаимодействием различных регулирующих устройств.

Важнейшей характеристикой ЭЭС является чувствительность ее собственных значений. Она характеризует изменения собственных значений при малых вариациях элементов матрицы B . Чувствительность собственного значения p_i к изменению элемента b_{kj} матрицы B определяется следующим образом:

$$\frac{\partial p_i}{\partial b_{kj}} = \varphi_{ji} \psi_{jk} = \psi_{ik} \varphi_{ji}. \quad (4.47)$$

Из частных производных (4.47) составляется матрица чувствительности π . Матрица π является матрицей мер взаимосвязи переменных состояния и мод колебаний.

Моды колебаний можно изменить с помощью управления. Для этого рассмотрим расширенную по сравнению с (4.4) исходную систему

$$\frac{d\Delta x}{dt} = B\Delta x + C\Delta w, \quad (4.48)$$

$$\Delta y = D\Delta x + F\Delta w, \quad (4.49)$$

где Δx – вектор состояния размерности n ; Δy – выходной вектор размерности M ; Δw – входной вектор размерности r .

На рис. 4.12 дана графическая интерпретация модели ЭЭС в виде (4.48), (4.49).

Для изменения моды колебаний ЭЭС с помощью управления с обратной связью заданный входной сигнал в векторе Δw должен возбудить наблюдаемую в выходном сигнале моду. Мерой этих двух характеристик являются понятия *наблюдаемости* и *управляемости*, соответственно.

Для этого вводятся матрицы *модальной наблюдаемости* и *модальной управляемости*, которые определяются следующим образом

$$\tilde{D} = D\Phi, \quad (4.50)$$

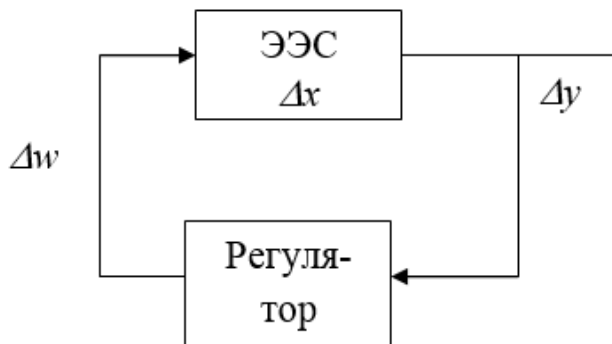


Рис. 4.12. Блок-схема модели ЭЭС (3.48), (3.49)

$$\tilde{C} = \Phi^{-1}C, \quad (4.51)$$

где \tilde{D} – матрица модальной наблюдаемости размерностью $m \times n$; \tilde{C} – матрица модальной управляемости размерностью $n \times r$. Как видно, эти матрицы получаются в результате преобразования системы (4.48), (4.49) с использованием модальной матрицы Φ . При этом система (4.48), (4.49) приводится к эквивалентной системе

$$\frac{d\Delta\tilde{x}}{dt} = \Lambda\Delta\tilde{x} + \tilde{B}\Delta w, \quad (4.52)$$

$$\Delta\tilde{y} = \tilde{D}\Delta\tilde{x} + \tilde{F}\Delta w, \quad (5.53)$$

где $\Delta\tilde{x} = \Phi\Delta x$ – новый вектор состояния системы.

Представление (3.52), (3.53) обладает тем положительным свойством, что в явном виде указывает влияние входных сигналов на моды колебаний системы. При этом следует иметь в виду, что в общем случае система (4.52), (4.53) рассматривается в комплексных числах вследствие комплексности собственных значений p_i .

Для реализации управления выбранной модой колебаний ЭЭС, представляемая моделью (4.48), (4.49), должна быть, как управляема по выбранному входу, так и наблюдаема по выбранному выходу.

Контрольные вопросы

1. Уравнения малых колебаний ЭЭС
2. Характеристическое уравнение
3. Устойчивость в малом по А.М. Ляпунову
4. Критерий устойчивости П.С. Жданова
5. Критерий Рауса-Гурвица
6. Критерий А.В. Михайлова
7. Метод D-разбиения
8. Степень устойчивости
9. Модальный анализ

5. ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

5.1. Основные понятия

Динамическая устойчивость ЭЭС – это устойчивость системы при больших возмущениях. При этом динамика поведения системы в общем виде описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t), \quad x(0) = c, \quad (5.1)$$

где x и c – векторы. Если время t не входит явно в правую часть (5.1), то динамическая система называется *автономной*, в случае же (5.1) – *неавтономной*.

В п. 4.1 приведено определение устойчивости динамической системы типа (5.1), данное А.М. Ляпуновым, при этом устойчивость системы оценивается по отношению к *положению равновесия*, к которому система возвращается после возмущения, приводящего к отклонению координат системы от положения равновесия.

С каждой устойчивой точкой (положением) равновесия связана окружающая ее открытая область, называемая *областью притяжения* (или *областью устойчивости*): устойчивая точка равновесия действует как некоторый «магнит», втягивающий любое начальное состояние внутри своей области притяжения (рис. 5.1). В практическом плане весьма важно иметь математическое описание области притяжения.

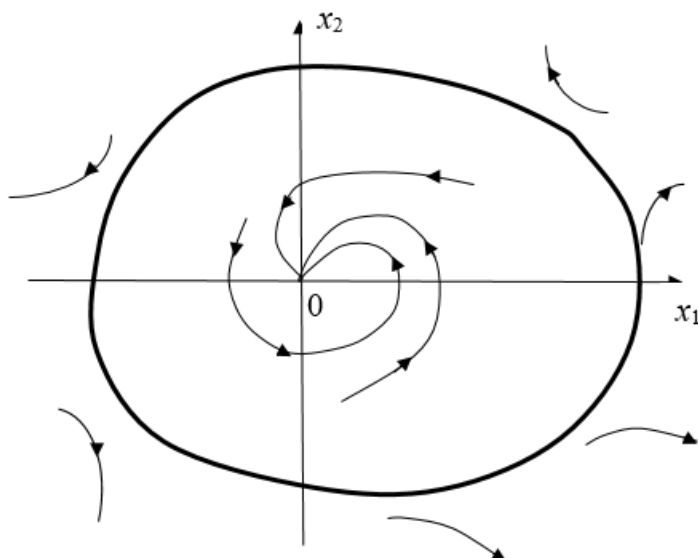


Рис. 5.1. Область притяжения динамической системы

Линии со стрелками на рис. 4.1 и 5.2 называются *траекториями* системы. На рис.4.1. это траектории во времени, на рис. 5.1 – в фазовом пространстве, т.е. система координат $\{x\}$ называется *фазовым пространством* динамической системы (5.1). Для простейшей модели динамики ЭЭС в виде уравнений движения генераторов фазовое пространство составляют углы и скольжения роторов генераторов.

Из рис.5.2. видно, что внутри области притяжения траектории системы направлены к точке равновесия, а вне ее – от точки равновесия. В зависимости от характера траекторий, определяемого топологией фазового пространства, различают следующие основные типы положений равновесия: фокус, узел, седло, цикл (рис. 5.2).

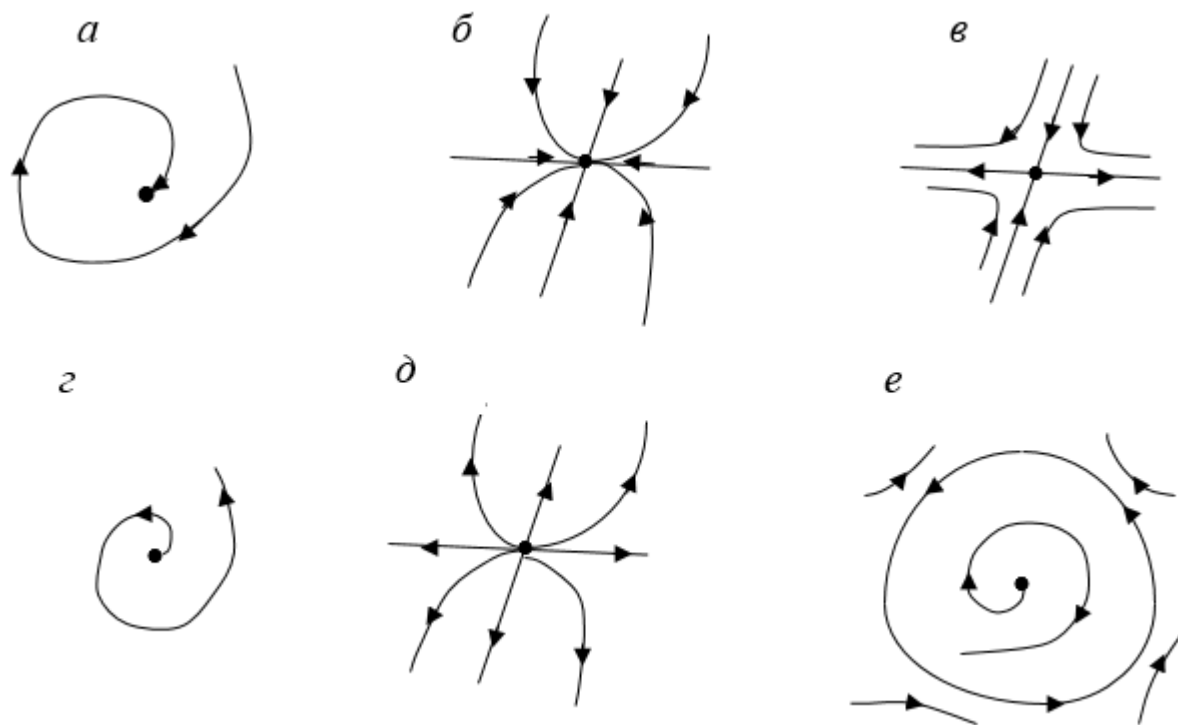


Рис. 5.2. Основные типы положений равновесия: устойчивые – фокус (а), узел (б), цикл (с); неустойчивые – седло (е), фокус (г), узел (д).

Рассмотрим особенности представлений об устойчивости для ЭЭС. Устойчивость определяется взаимным движением роторов генераторов системы друг относительно друга. На рис. 5.3 показана система векторов, совпадающих с направлением продольных осей роторов генераторов ЭЭС. Вводится понятие

синхронной оси (с.о.), от которой отсчитываются значения абсолютных углов роторов генераторов.

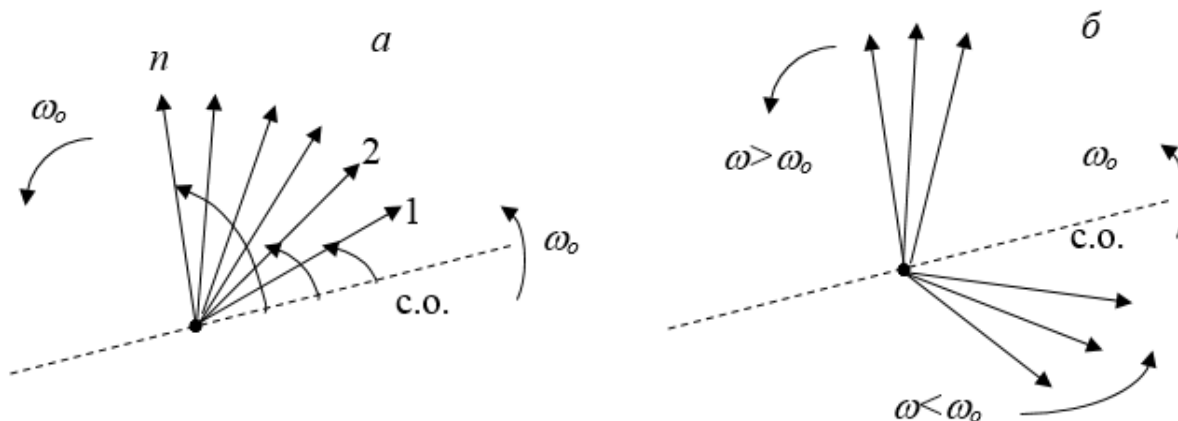


Рис. 5.3. Положения и скорости вращения векторов синхронных машин в стационарном режиме (а) и в случае нарушения устойчивости ЭЭС (б).

На рис. 5.3, а показана ситуация при отсутствии возмущения, соответствующая стационарному режиму, когда все роторы синхронных машин вращаются синхронно с одинаковой угловой скоростью $\omega_0 = 2\pi f_0$, при этом в общем случае f_0 может быть не равна 50 Гц, если существует неустранимый небаланс вырабатываемой и потребляемой мощности. При $f_0 = 50$ Гц, что отражено на рис. 5.3, а, углы роторов синхронных машин по отношению к синхронной оси остаются неизменными, в случае $f_0 \neq 50$ Гц углы роторов синхронных машин будут синхронно изменяться по отношению к синхронной оси.

На рис. 5.3, б показана ситуация, связанная с нарушением устойчивости ЭЭС между двумя группами синхронных машин, в результате чего одна группа ускоряется по отношению к синхронной оси ($\omega > \omega_0$), а другая – замедляется ($\omega < \omega_0$).

На рис. 5.4 показаны траектории во времени углов синхронных машин в случаях сохранения (а) и нарушения (б) устойчивости ЭЭС при большом возмущении.

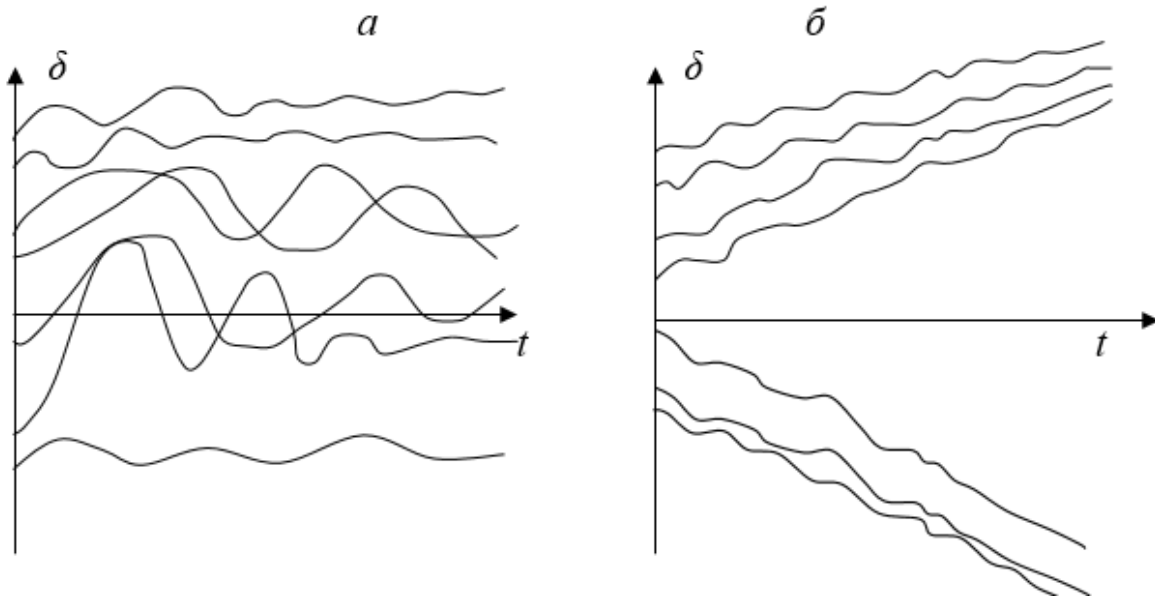


Рис. 5.4. Траектории движения роторов генераторов ЭЭС после возмущения для случаев сохранения (а) и нарушения (б) динамической устойчивости системы.

В последующем для сложной ЭЭС будем рассматривать классическую модель динамики поведения системы в виде уравнений движения генераторов (синхронных машин)

$$\frac{d^2\delta_i}{dt^2} = \frac{1}{T_{Ji}} \left(P_{Ti} - E_i^2 y_{ii} \sin \alpha_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j y_{ij} \sin(\delta_{ij} - \alpha_{ij}) \right), \quad i = \overline{1, n} \quad (5.2)$$

либо модель вида (5.3) при сохранении топологии электрической сети в исходном виде

$$\frac{d^2\delta_i}{dt^2} = \frac{1}{T_{Ji}} \left(P_{Ti} - \frac{E_i U_i}{x_i} \sin \delta_i^* \right), \quad i = 1, n, \quad (5.3)$$

$$\dot{Y}^* \dot{U} = \dot{E} \dot{G},$$

где E_i – э.д.с. генератора за сопротивлением x_i ; U_i – напряжение на шинах генератора; δ_i^* – угол между векторами э.д.с. и напряжения на шинах; \dot{G} – столбец проводимостей $j \frac{1}{x_i}$; матрица \dot{Y}^* получается из матрицы \dot{Y} добавлением $j \frac{1}{x_i}$ в

диагональные элементы в узлах подключения генераторов.

5.2. Численное интегрирование дифференциальных уравнений

Основным методом решения систем уравнений вида (5.1), (5.2), (5.3) является *численное интегрирование* систем нелинейных дифференциальных уравнений, которое позволяет построить траектории изменения координат системы во времени.

Методов численного интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений достаточно много. Рассмотрим на примере одного дифференциального уравнения

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad (5.4)$$

простейший из них – метод Эйлера. Для этого запишем (5.4) в приращениях на конечном интервале времени Δt

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = f(x) \quad \text{или} \quad \Delta x = f(x)\Delta t. \quad (5.5)$$

Пусть нам известно значение правой части (5.4) в точке $t_k - f(x_k)$. Приращение координаты Δx_{k+1} на интервале Δt между точками t_k и t_{k+1} можно определить так, как показано на рис. 5.5, линеаризуя $f(x)$ на интервале Δt в точке t_k , и тогда

$$\Delta x_{k+1}^* = f(x_k)\Delta t. \quad (5.6)$$

Новое значение переменной x в точке t_{k+1} получится как

$$x_{k+1}^* = x_k + f(x_k)\Delta t. \quad (5.7)$$

Из рис. 5.5 видно, что линеаризация $f(x)$ на шаге Δt дает погрешность в определении значения функции, которая

тем больше, чем больше шаг Δt . При некоторых, достаточно больших Δt может получиться качественно другой процесс по сравнению с реальным: например, реальный процесс является затухающим колебательным, а его оценка с помощью метода Эйлера дает расходящийся процесс с нарастающими колебаниями. С

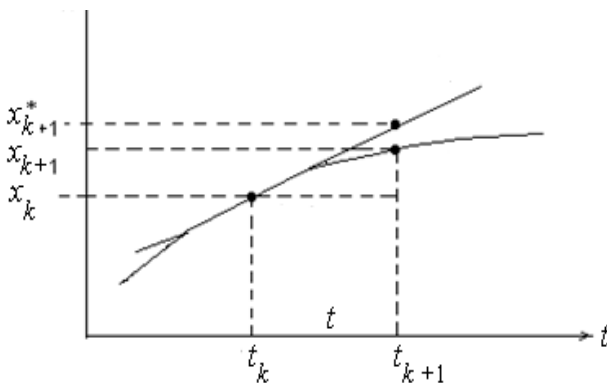


Рис. 5.5. К пояснению метода Эйлера

этой точки зрения для каждой системы, каждого процесса свое предельное значение Δt .

В связи с погрешностями численного интегрирования существует такое понятие, как *устойчивость методов численного интегрирования*. Устойчивыми являются те методы, при применении которых не накапливаются погрешности интегрирования. По существу в этом смысле понимание устойчивости то же, что и для динамических систем вообще.

Метод Эйлера вида (5.7) является так называемым *явным методом интегрирования*, когда слева от знака равенства новое значение переменной в точке t_{k+1} , а справа – ее значение и значение функции $f(x)$ в предыдущей точке t_k .

Более устойчивы *неявные методы численного интегрирования*. Формула неявного метода Эйлера по аналогии с (5.7) выглядит как

$$x_{k+1} = x_k + f(x_{k+1})\Delta t. \quad (5.8)$$

Ее отличия от (5.7) очевидны. Но для решения (5.8) нужно ее рассматривать на шаге Δt как нелинейное алгебраическое уравнение (для системы – систему нелинейных алгебраических уравнений), которое необходимо решать, например, методом Ньютона (см. п. 5.3).

Явный (5.7) и неявный (5.8) методы Эйлера являются методами интегрирования первого порядка. Особое место занимает метод последовательных интервалов, в котором учтена специфика уравнения движения генератора второго порядка, а также некоторые особенности переходных процессов в ЭЭС (см. п. 5.3).

Существуют методы второго и выше порядка. Одна группа методов высокого порядка использует, кроме значения $f(x_k)$ в точке t_k , еще несколько предшествующих точек $t_{k-1}, t_{k-2}, t_{k-3}, \dots$ для более точной аппроксимации функции $f(x)$ на рассматриваемом шаге Δt . Это, например, метод Адамса. Другая группа применяет интерполяционные формулы для представления аппроксимаций $f(x)$ внутри шага Δt . Это, например, метод Рунге-Кутты. Чем выше порядок метода, тем выше в общем случае его точность.

Более общая по сравнению с (5.2) модель динамики ЭЭС, учитывающая, например, автоматические регуляторы возбуждения генераторов, имеет вид совместной системы нелинейных дифференциальных и алгебраических уравнений

$$\frac{dx}{dt} = f(x, y), \quad (5.9)$$

$$0 = \varphi(x, y). \quad (5.10)$$

Для этой модели при использовании неявного метода Эйлера на шаге Δt систему нелинейных алгебраических уравнений (5.8) и (5.10) необходимо решать совместно. При использовании явных методов интегрирования подсистему (5.10) приходится решать на шаге интегрирования отдельно, после определения новых значений x , относительно неизвестных y . Затем на основе полученных y выполняется численное интегрирование подсистемы (5.9) относительно x .

Свою специфику имеет численное решение системы уравнений модели (5.3). Она связана с тем, что подсистема алгебраических уравнений на шаге интегрирования является линейной при полученных в результате интегрирования значениях углов роторов генераторов. Поэтому можно выполнить прямой ход метода Гаусса (см. п.5.4) после очередной коммутации в ЭЭС (например, отключении линий и т.п.), а далее на каждом шаге интегрирования использовать лишь формулы обратного хода. Следующий прямой ход метода Гаусса понадобится при следующем изменении параметров ЭЭС. Тем самым вычислительный процесс существенно ускоряется.

При достаточно детальном описании динамики поведения ЭЭС математическая модель обычно имеет переменные состояния, характеризующиеся разными частотами колебаний, – быстрые и медленные. Это определяется наличием в соответствующих дифференциальных уравнениях постоянных времени различной величины. Например, постоянная инерции ротора генератора обычно имеет значения (6–10) с, а постоянная времени уравнения АРВ СД может быть порядка (0,01–0,02) с. Такие системы дифференциальных уравнений, содержащие «разнотемповые» переменные, называются *жесткими*. Для жестких систем

нелинейных дифференциальных уравнений проблема устойчивости методов численного интегрирования, а следовательно, его точности, особенно актуальна.

В общем случае лучшие результаты в смысле точности численного интегрирования жестких систем нелинейных дифференциальных уравнений дают неявные методы достаточно высокого порядка. Однако часто приходится применять дополнительные приемы. Одним из них является использование разных шагов интегрирования для быстрых и медленных переменных – малый шаг для быстрых и большой для медленных. Естественное условие при этом, чтобы в один шаг по медленным переменным «укладывалось» целое число шагов по быстрым переменным.

Еще одно направление в численном интегрировании связано с методами интегрирования с переменным шагом. Для определения целесообразной величины шага интегрирования разработаны приемы, оценивающие погрешность интегрирования на данном шаге и в зависимости от нее вычисляющие приемлемое значение величины шага интегрирования. Это усложняет метод численного интегрирования, однако позволяет контролировать погрешность решения задачи и переходить на большие величины шага интегрирования при снижении интенсивности колебаний переменных.

5.3. Метод последовательных интервалов

Рассмотрим метод последовательных интервалов на примере уравнения движения ротора генератора в простейшей системе

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{1}{T_J} (P_T - P_{\max} \sin \delta) = \frac{\Delta P}{T_J}. \quad (5.11)$$

В момент возникновения к.з. электромагнитная мощность генератора падает и возникает некоторый избыток мощности $\Delta P_{(0)}$. Для малого интервала времени (шага интегрирования) можно допустить, что избыток мощности в течение этого интервала остается неизменным, т.е. $\Delta P_{(0)} = \text{const}$. Интегрируя дважды (5.11), получим приращение угла в конце первого шага интегрирования

$$\Delta\delta_{(1)} = \frac{\Delta P_{(0)}}{T_J} \frac{\Delta t^2}{2}. \quad (5.12)$$

Приращение скольжения ротора в конце первого шага будет равно

$$\Delta s_{(1)} = \frac{\Delta P_{(0)}}{T_J} \Delta t. \quad (5.13)$$

На втором шаге изменение угла зависит от скольжения, которое получил ротор к концу первого шага, $\Delta s_{(1)}$, и ускорения, действующего в начале второго шага, обусловленного избыточной мощностью $\Delta P_{(1)}$. Следовательно, приращение угла к концу второго интервала будет равно

$$\Delta\delta_{(2)} = \Delta s_{(1)} \Delta t + \frac{\Delta P_{(1)}}{2T_J} \Delta t^2 \quad (5.14)$$

Значение скорости на протяжении первого шага непостоянно. Более правильно принимать ее значение не по концу шага, а определив ее по среднему ускорению на шаге, т.е. через полусумму ускорений в начале и в конце шага:

$$\Delta s_{(1)} = \frac{\Delta P_{(0)} + \Delta P_{(1)}}{2T_J} \Delta t. \quad (5.15)$$

Подставив это значение в (5.14), будем иметь

$$\Delta\delta_{(2)} = \frac{\Delta P_{(0)}}{2T_J} \Delta t^2 + \frac{\Delta P_{(1)}}{T_J} \Delta t^2 \quad (5.16)$$

или с учетом (5.12):

$$\Delta\delta_{(2)} = \Delta\delta_{(1)} + \frac{\Delta P_{(1)}}{T_J} \Delta t^2. \quad (5.17)$$

Аналогично можно получить формулу интегрирования на третьем, четвертом и т.д. шаге. Обобщенная формула интегрирования на шаге будет выглядеть

$$\Delta\delta_{(k)} = \Delta\delta_{(k-1)} + \frac{\Delta P_{k-1}}{T_J} \Delta t^2. \quad (5.18)$$

В результате коммутаций в схеме в некоторый момент времени небаланс мощности ΔP изменится скачком. Тогда формула (5.18) изменится за счет усреднения двух значений небаланса – до коммутации $P'_{(k-1)}$ и после нее $\Delta P''_{(k-1)}$ на следующую:

$$\Delta\delta_{(k)} = \Delta\delta_{(k-1)} + \frac{\Delta P'_{(k-1)} + \Delta P''_{(k-1)}}{2T_J} \Delta t^2. \quad (5.19)$$

5.4. Метод касательных (метод Ньютона)

Как было сказано в п.5.2, при численном интегрировании уравнений динамики ЭЭС приходится на каждом шаге интегрирования решать системы нелинейных алгебраических уравнений. Одним из наиболее эффективных численных методов решения уравнений и систем уравнений является *метод касательных (метод Ньютона)*. Его идея очень проста, рассмотрим ее на примере одного уравнения.

Предположим, что функция $f(x)$, имеющая корень c на отрезке $[a, b]$, дифференцируема на этом отрезке и ее производная $df(x)/dx = f'(x)$ не обращается на нем в нуль. Возьмем произвольную точку x_0 (см. рис. 5.6) и запишем в ней уравнение касательной к графику функции:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \quad (5.20)$$

Графики функции $f(x)$ и ее касательной близки около точки касания, поэтому естественно ожидать, что точка x_1 пересечения касательной с осью x будет расположена недалеко от корня c (рис. 5.6).

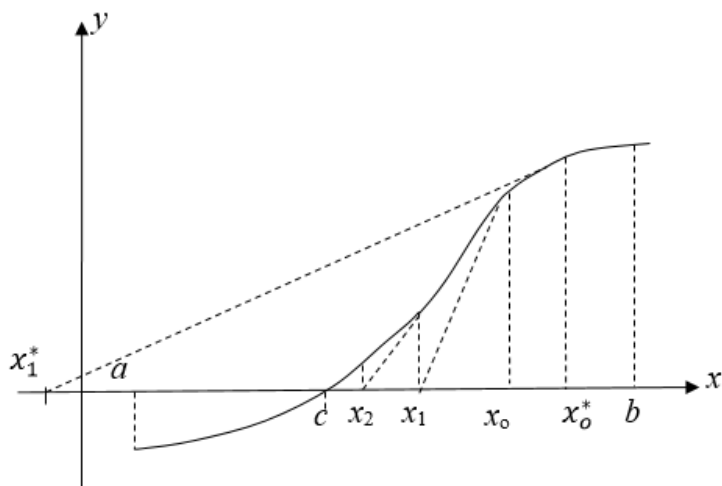


Рис. 5.6. Построение последовательности $\{x_n\}$ по методу касательных.

Для определения точки x_1 имеем уравнение

$$f(x_0) + f'(x_0)(x_1 - x_0) = 0. \quad (5.21)$$

Таким образом,

$$x_1 = x_0 - f(x_0) / f'(x_0). \quad (5.22)$$

Повторим проделанную процедуру: запишем уравнение касательной к графику функции $f(x)$ при $x = x_1$ и найдем для нее точку пересечения x_2 с осью x (см. рис. 5.6):

$$x_2 = x_1 - f(x_1) / f'(x_1). \quad (5.23)$$

Продолжая этот процесс, получим последовательность $\{x_n\}$, определенную с помощью рекуррентной формулы

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k) / f'(x_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (5.24)$$

которая и представляет метод касательных (метод Ньютона).

В случае системы нелинейных алгебраических уравнений вида

$$F(X) = 0 \quad (5.25)$$

речь идет о касательной плоскости в n -мерном пространстве R^n , которая представляется матрицей частных производных порядка $(n \times n)$ вида

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}, \quad (5.26)$$

называемой *матрицей Якоби* или *якобианом*. Обобщение рекуррентной формулы метода Ньютона (5.24) на многомерный случай будет иметь вид

$$X_{k+1} = X_k - F(X_k) \cdot J^{-1}(X_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5.27)$$

где J^{-1} – матрица, обратная J .

Существует теорема, доказывающая сходимость метода Ньютона при выполнении определенных условий, накладываемых на функцию $F(X)$.

Важное значение имеет начальное приближение X_0 для старта метода Ньютона. Рис. 5.6. иллюстрирует неудачное начальное приближение x_0^* , когда касательная к функции $f(x)$ в этой точке попадает на значение переменной x_1^* , лежащее за пределами области определения функции.

Имеются модификации метода Ньютона, улучшающие его сходимость.

Следует отметить, что при использовании метода Ньютона для решения подсистемы нелинейных алгебраических уравнений вида (5.10) на шаге интегрирования вследствие малости шага Δt начальное приближение X_0 обычно (кроме моментов времени, в которые происходит дискретное изменение параметров ЭЭС – к.з., отключение ЛЭП, генераторов, нагрузок и др.) оказывается близким к корню системы уравнений и итерационный процесс метода Ньютона сходится к решению за 1-2 итерации.

Более сложным является итерационный процесс метода Ньютона при определении доаварийного или послеаварийного режимов, когда проблема задания начального приближения становится более актуальной. Для ее решения разработаны различные приближенные алгоритмы.

5.5. Метод Гаусса

Как следует из п.5.2, в модели динамики ЭЭС вида (5.3) подсистема алгебраических уравнений оказывается линейной. При решении нелинейных систем алгебраических уравнений на каждой итерации используется линеаризованная система алгебраических уравнений. В обоих случаях необходимо находить решение системы линейных алгебраических уравнений.

Методов решения систем линейных алгебраических уравнений имеется достаточно много. Каждый из них учитывает ту или иную специфику решаемой системы. В электроэнергетических задачах, в том числе при расчетах переходных электромеханических процессов в ЭЭС, наибольшее распространение получил *метод исключения Гаусса*, один из наиболее эффективных и универсальных методов, который и рассмотрим.

Процесс решения по методу Гаусса состоит из двух этапов. На первом (*прямой ход*) система уравнений

$$AX=B, \tag{5.28}$$

или более подробно –

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix} \tag{5.29}$$

приводится к треугольному виду, на втором этапе (*обратный ход*) идет последовательное определение неизвестных x_i из этой треугольной системы.

Запишем систему (5.29) в следующем виде:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2; \\ \dots & \\ \dots & \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n. \end{aligned} \tag{5.30}$$

Будем считать, что коэффициент a_{11} , который называют *ведущим элементом первого шага* прямого хода, отличен от нуля. (В случае $a_{11} = 0$ поменяем местами уравнения с номерами 1 и i , где $a_{i1} \neq 0$. Поскольку система (5.30) предполагается невырожденной, такой номер i заведомо найдется). Составим соотношения

$$m_{21} = -\frac{a_{21}}{a_{11}}; \quad m_{31} = -\frac{a_{31}}{a_{11}}; \quad \dots; \quad m_{n1} = -\frac{a_{n1}}{a_{11}} \tag{5.31}$$

и прибавим к i -му уравнению системы (5.30) ($i = 2, 3, \dots, n$) первое уравнение, умноженное на m_{i1} . Прделав это, мы исключим неизвестное x_1 из всех уравнений, начиная со второго. Преобразованная система примет вид

нерационально (проводить вычисления с нулевыми коэффициентами). Разработаны алгоритмы исключения, оперирующие только ненулевыми элементами исходной и промежуточных систем уравнений. В этих алгоритмах важен порядок исключения с тем, чтобы минимизировать количество операций и требуемую память ЭВМ для промежуточных систем уравнений, а вместе с этим и величину погрешностей вычислений. Общим принципом является исключение в первую очередь тех переменных, которые связаны с меньшим числом других переменных.

5.6. Метод функций Ляпунова

Для оценки устойчивости автономной динамической системы (5.1) в случае отсутствия t в явном виде в правой ее части при больших возмущениях А.М. Ляпуновым предложен метод, получивший название *метода функций Ляпунова*. Рассмотрим его суть.

Положение равновесия автономной динамической системы устойчиво в «в большом», если существует непрерывная функция Ляпунова $V(x)$, определенная в фазовом пространстве переменных x , с непрерывными частными производными по переменным и такая, что

- 1) $V(x)$ является положительной определенной функцией в замкнутой области Ω , включающей начало координат;
- 2) производная функции Ляпунова dV/dt в силу уравнений автономной динамической системы $dx/dt=f(x)$ знакоотрицательная функция в Ω или тождественно равна нулю.

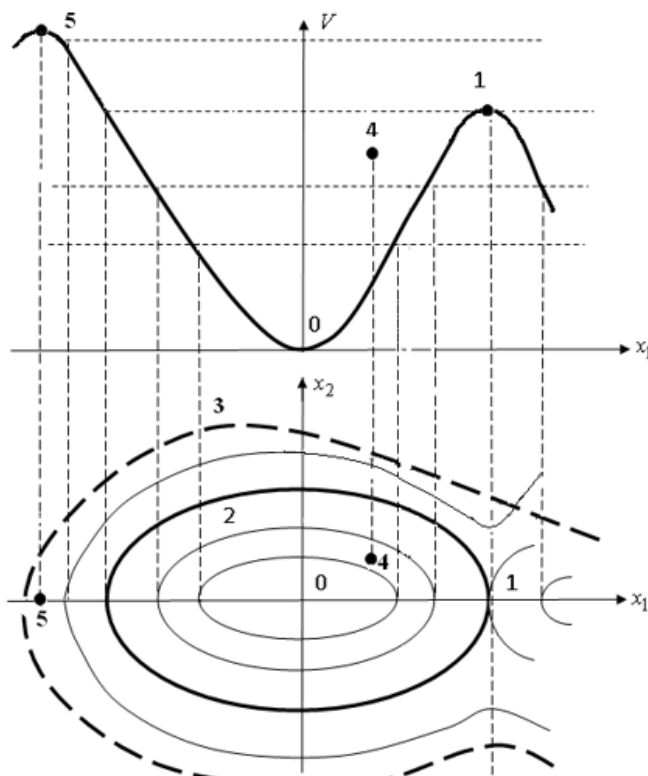
Примечание 1. Функция многих переменных называется знакопостоянной, если она, кроме нулевых значений, принимает всюду лишь значения одного знака. Знакопостоянная функция называется знакоопределенной, если она обращается в нуль только в начале координат.

Примечание 2. Если в условиях устойчивости «в большом» dV/dt отрицательно определенная функция в Ω , то обеспечивается асимптотическая устойчивость «в большом».

Фактически область, описываемая функцией Ляпунова V , дает некоторую аппроксимацию реальной области притяжения динамической системы.

Графическая иллюстрация метода функций Ляпунова для оценки устойчивости "в большом" динамической системы второго порядка приведена на рис. 5.7. На верхней части рисунка представлен разрез функции Ляпунова вдоль оси x_1 нижней части рисунка, на котором, в свою очередь, в координатах $\{x_1, x_2\}$ показаны линии равного уровня функции V ; 0 – точка устойчивого равновесия, а 1 – точка неустойчивого равновесия типа "седло", что видно из топологии линий равного уровня функции V .

Очевидно, что область, очерченная линией 2, является оценкой области притяжения с помощью функций V . Линия 3 представляет реальную область притяжения динамической системы; тем самым видно отличие оценки области притяжения с помощью функции V от реальной области притяжения.



Практически оно может быть достаточно существенным и это одна из проблем использования метода функций Ляпунова, в том числе применительно к ЭЭС.

Проверка устойчивости системы "в большом" обычно заключается в определении координат точек 0 и 1, вычислении значений функции Ляпунова при некотором возмущении (например, в точке 4, которая на рис. 5.7 расположена не в плоскости оси x_1) и в точке неустойчивого равновесия 1, а затем – в сравнении этих значений функции V . Если $V_4 < V_1$, то система устойчива, если $V_4 > V_1$ – неустойчива, а $V_4 = V_1$ – критический случай.

Рис. 5.7. Иллюстрация метода функций Ляпунова.

Если $V_4 < V_1$, то система устойчива, если $V_4 > V_1$ – неустойчива, а $V_4 = V_1$ – критический случай.

В классическом виде метод Ляпунова исходит из того, что в начальный момент времени динамическая система находится в возмущенном состоянии (например, в точке 4 на рис. 5.7) и оценивается устойчивость системы "в большом" в предположении свободного ее движения из возмущенного состояния. Свободное движение системы означает изменение ее координат (переменных состояния) при неизменных параметрах. С учетом этого использование метода функций Ляпунова для анализа динамической устойчивости ЭЭС требует решения следующих трех задач:

- 1) расчет траектории движения ЭЭС во времени до последнего изменения ее параметров, например, численным интегрированием дифференциальных уравнений математической модели динамики системы (см. п. 5.2);
- 2) конструирование подходящей функции Ляпунова;
- 3) определение координат устойчивых и неустойчивых положений равновесия системы.

Первая задача не вызывает принципиальных затруднений. От эффективного решения второй и третьей задач зависит, насколько достаточные условия устойчивости, доставляемые методом функций Ляпунова, далеки от необходимых и достаточных. Иначе говоря, насколько оценка области притяжения с помощью функции Ляпунова (кривая 2 на рис. 5.7) далека от действительной области притяжения (кривая 3 на рис. 5.7).

Рассматриваются различные подходы к конструированию функций Ляпунова. Наиболее распространенный основан на использовании первого (энергетического) интеграла консервативной модели динамики ЭЭС (энергетическая функция, функция переходной энергии) в виде:

$$V = K + \Pi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n T_{ji} s_i^2 + \int f(\delta_{ij}) d\delta_{ij}, \quad (5.36)$$

где первый член в (5.36) представляет кинетическую энергию роторов генераторов, а второй – потенциальную энергию системы. Консервативная модель получается из модели (5.2) при $\alpha_{ij}=0$.

Обращаясь к рис. 5.7, отметим, что кривая на верхней части рисунка представляет потенциальную энергию системы, а величина кинетической энергии определяется скольжением генераторов s_i в точке возмущенного состояния системы 4.

Известны различные методы определения устойчивых и неустойчивых положений равновесия системы. Все они связаны с решением систем нелинейных алгебраических уравнений. При этом в классическом подходе к использованию метода в качестве критериального значения функции Ляпунова (в точке 1 на рис. 5.7) принималось ее наименьшее значение, достигаемое в одном из неустойчивых положений равновесия. Это часто дает оценки устойчивости ЭЭС, далекие от необходимых и достаточных. Более приемлемые результаты (оценки, более близкие к необходимым и достаточным) дают методы поиска неустойчивого положения равновесия (критериальной седловой точки) в направлении движения ЭЭС.

Проиллюстрируем последнее, несколько упрощая ситуацию, на рис. 5.7. Пусть в точке неустойчивого равновесия 1 значение функции Ляпунова имеет наименьшее значение. Тем не менее, движение системы при конкретном возмущении происходит в направлении точки неустойчивого равновесия 5, в которой критериальное значение функции Ляпунова больше, чем в точке 1. Тем самым мы получим для случая конкретного возмущения оценку устойчивости ЭЭС, более близкую к необходимой и достаточной, т.е. более близкую к границе реальной области притяжения системы.

Трудности конструирования подходящей функции Ляпунова существенно возрастают при использовании метода для детальных математических моделей динамики ЭЭС с учетом, например, APB и APC генераторов. Эти трудности стимулировали разработку так называемых гибридных методов. Предложены два типа гибридных методов.

Основная идея методов первого типа заключается в использовании на первой стадии простых классических моделей ЭЭС типа модели (5.2) или консервативной ее идеализации для предварительной оценки тяжести возмущений. На

второй стадии наиболее тяжелые из них исследуются с использованием более детальных моделей методом численного интегрирования системы дифференциальных уравнений динамики ЭЭС.

Гибридные методы второго типа включают следующие стадии:

1) построение функции Ляпунова и критерия динамической устойчивости для простой классической модели динамики ЭЭС в послеаварийном состоянии после последнего изменения параметров системы;

2) численное интегрирование системы дифференциальных уравнений детальной модели до момента вхождения траектории системы в область притяжения, полученную для классической модели ЭЭС.

В целом можно отметить, что за последние десятилетия метод функций Ляпунова применительно к исследованиям динамической устойчивости ЭЭС получил существенное развитие, что позволяет использовать полученные разработки для решения практических задач.

Контрольные вопросы

1. Область притяжения динамической системы
2. Основные типы положений равновесия
3. Движение векторов синхронных машин в стационарном и переходном режимах
4. Численное интегрирование дифференциальных уравнений
5. Метод последовательных интервалов
6. Метод касательных (метод Ньютона)
7. Метод Гаусса
8. Метод функций Ляпунова

6. УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕХОДНЫМИ РЕЖИМАМИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

6.1. Задачи управления переходными режимами электроэнергетических систем

Для обеспечения устойчивости ЭЭС требуется эффективное управление переходными режимами системы, которое реализуется на этапах проектирования и эксплуатации ЭЭС. Требования к эффективности управления переходными режимами ЭЭС сформулированы в "Методических указаниях по устойчивости энергосистем" (см. п. 3.2) и определяются поддержанием нормативных запасов пропускных способностей связей в нормальных, вынужденных и послеаварийных режимах, а также условиями обеспечения устойчивости, в том числе при использовании противоаварийного управления, при возмущениях различных классов по тяжести.

При проектировании ЭЭС задача поддержания нормативных запасов пропускных способностей связей электрической сети заключается в обеспечении такой пропускной способности этих связей путем строительства необходимых линий электропередачи, которая позволяла бы реализовывать планируемые потоки по этим связям с поддержанием нормативных запасов по устойчивости. При эксплуатации ЭЭС нормативные запасы по устойчивости системы обеспечиваются за счет реализации таких режимов потокораспределения в системе, которые поддерживают загрузку связей с требуемыми запасами их пропускной способности. Эта эксплуатационная задача реализуется диспетчером и необходимыми системами управления режимами.

Задача обеспечения устойчивости ЭЭС при различных расчетных условиях (схемах, режимах и возмущениях) в соответствии с "Методическими указаниями по устойчивости энергосистем" на этапе проектирования при условии выполнения нормативных запасов пропускной способности связей решается выбором необходимых средств автоматического противоаварийного управления. В усло-

виях эксплуатации структура ЭЭС и ее средств управления не может быть скорректирована, поэтому выполнение нормативных требований по устойчивости при заданных расчетных условиях может быть обеспечено исключительно за счет перераспределения потоков по связям в доаварийных режимах либо допускается нарушение устойчивости.

Аналогичные подходы используются для обеспечения требуемых запасов по напряжениям в узлах в соответствии с "Методическими указаниями по устойчивости энергосистем" на этапах проектирования и эксплуатации ЭЭС.

Собственно задача обеспечения устойчивости ЭЭС при возмущении складывается из трех составляющих: 1) обеспечение аperiodической статической устойчивости доаварийного, промежуточных и послеаварийного режимов (существования режимов) системы; 2) обеспечение гашения кинетической энергии роторов вращающихся машин при малых и больших возмущениях с целью сохранения устойчивости системы и эффективного демпфирования колебаний; 3) обеспечение безопасного перехода от нормального доаварийного режима к послеаварийному, не допуская нежелательного развития аварийного процесса с массовыми последствиями для системы и потребителей.

Первая подзадача реализуется управлением нормальными и послеаварийными режимами ЭЭС (противоаварийное оперативное управление). Вторая подзадача решается непрерывными средствами и системами управления, к которым, в частности, относятся рассмотренные в Главе 1 автоматические регуляторы возбуждения (особенно АРВ СД) синхронных машин и другие регуляторы подобного типа. Эффективность демпфированных колебаний такими регуляторами достигается оптимальной их настройкой, т.е. выбором оптимальных значений коэффициентов, например, методом D-разбиения.

Особую роль играет многостадийная система противоаварийной автоматики, решающая третью подзадачу, которая шаг за шагом противодействует нежелательному развитию возмущения, обеспечивая его локализацию и ликвидацию. Далее рассмотрим детально принципы действия различных устройств и подсистем противоаварийной автоматики, многостадийная идеология которых

заключается в следующем: если не справляется с локализацией и ликвидацией аварийной ситуации очередная подсистема противоаварийной автоматики, вступает в действие следующая и т.д.

6.2. Релейная защита и автоматическое повторное включение

6.2.1. Релейная защита и устройства резервирования при отказах выключателей в основной сети

Релейная защита (РЗ) является первым звеном в многостадийной системе противодействия возмущениям в ЭЭС. Эффективность действия РЗ путем команды на отключение линии, на которой произошло к.з. с точки зрения обеспечения устойчивости ЭЭС показана в п. 1.3.

Все элементы основной сети ЭЭС 220-750 кВ (линии, трансформаторы, шины и др.) оснащены быстродействующими РЗ. Время срабатывания основных РЗ на напряжениях 500-750 кВ не должно превышать 20-25 мс, суммарное время отключения к.з. с учетом времени отключения выключателя (50 мс) – 80 мс.

Устройства РЗ должны обязательно отключить поврежденное оборудование с использованием при необходимости средств резервирования, поскольку работа ЭЭС с неотключенным к.з. невозможна. Для ликвидации к.з. в случае отказа основной РЗ или выключателя линии (трансформатора) предусматриваются разнообразные средства резервирования: дальнего – на соседних подстанциях и ближнего – на своей подстанции.

К средствам дальнего резервирования относятся:

- резервные многоступенчатые РЗ от междуфазных к.з. (дистанционные) и к.з. на землю (направленные токовые нулевой последовательности);
- устройства телеотключения – передачи команды на отключение выключателя, установленного на противоположном конце линии, при срабатывании первой ступени дистанционной РЗ.

По мере развития ЭЭС осуществление дальнего резервирования с помощью РЗ смежных элементов становится затруднительным или неэффективным

вследствие невозможности обеспечения необходимой чувствительности, требуемой быстроты отключения к.з., а также неселективного отключения большого числа присоединений.

К средствам ближнего (местного) резервирования относятся:

- устройство резервирования при отказах выключателей (УРОВ);
- дублирование – применение на линии двух основных РЗ (обычно разных типов, например, дифференциально-фазной и дистанционной с передачей команд телеотключения), подключенных к разным трансформаторам тока и напряжения, разным автоматическим выключателям (предохранителям);
- специальные токовые или дистанционные РЗ шиносоединительных (или секционных) выключателей, выполняющих в случае наличия на отходящих от шин элементах неотключившегося к.з. деление систем (или секций) шин, благодаря чему повышается чувствительность и селективность действия резервных РЗ, осуществляющих дальнейшее резервирование;
- специальные групповые РЗ с пусковыми органами (дистанционными или токовыми) питающимися суммой токов от основных источников питания, и избирателями – реле, определяющими поврежденный элемент, на котором отказали РЗ или выключатель.

Время отключения при действии УРОВ составляет 0,3 с (в случае электро-механических РЗ и выключателей с временем срабатывания 0,08 с). Уменьшение времени действия УРОВ до 0,2-0,25 с позволяет снизить объем и изменить характер управляющих воздействий противоаварийной автоматики, действующей впоследствии. Такое время может быть обеспечено при использовании быстродействующих выключателей и статических РЗ.

6.2.2. Автоматическое повторное включение

Все воздушные линии и многие шины подстанций основной сети ЭЭС напряжений 220-750 кВ оснащены устройствами АПВ. Наряду с трехфазными АПВ (ТАПВ) на линиях сверхвысоких напряжений применяются однофазные

АПВ (ОАПВ). Большинство линий 500 кВ и все линии 750 кВ оснащены комбинированными АПВ (КАПВ), действующими как ОАПВ при однофазном к.з. и как ТАПВ при междуфазном к.з. или неправильном срабатывании РЗ.

Разработаны следующие методы адаптации ТАПВ линий сверхвысокого напряжения:

- ✓ ускорение включения выключателей при отключении линий быстродействующей защитой (ускоренное ТАПВ);
- ✓ однократное включение на устойчивое к.з. лишь с одного конца, более удаленного от места повреждения;
- ✓ замыкание линии в транзит осуществляется без дополнительной выдержки времени с контролем наличия напряжения, отсутствие несимметрии определяется с помощью реле напряжения нулевой и обратной последовательностей, подключенных к трансформатору напряжения, установленному на линии, контролем синхронности встречных напряжений;
- ✓ в схеме ускоренного ТАПВ предусмотрено автоматическое изменение уставки (выбор одной из двух имеющихся) реле контроля синхронизма в зависимости от схемы и режима работы сети.

ТАПВ с контролем синхронизма используются на межсистемных линиях для подключения отделившейся в процессе развития аварии подсистемы на параллельную работу с ЭЭС, после того как в подсистеме будут восстановлены нормальные параметры режима и созданы условия, необходимые для синхронизации.

7. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В БУДУЩИХ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ И УПРАВЛЕНИЕ ИМИ

7.1. Тенденции развития электроэнергетических систем

Происходящие в ЭЭС структурные и функциональные изменения являются отражением влияния факторов, определяющих тенденции развития ЭЭС, в результате которых постепенно формируется облик будущих электроэнергетических систем. Изменения структуры, состава элементов и их взаимодействия ведут к трансформации динамических свойств ЭЭС, при этом под динамическими свойствами системы понимаются такие свойства, которые в совокупности определяют характер ее поведения в переходных процессах.

Наибольшее влияние на динамические свойства ЭЭС оказывают следующие факторы:

- *глобализация* как усиление интеграции ЭЭС в экономическом (рынки электроэнергии, инвестиции) технологическом (расширение охвата территорий централизованным электроснабжением), межгосударственном и межконтинентальном (формирование межгосударственных и межконтинентальных электроэнергетических объединений) аспектах. Электроэнергетические системы все больше будут становиться инфраструктурными системами, которые подобно телефонной связи, Интернету и другим инфраструктурным системам будут готовы обеспечить потребителя по его запросу в нужном месте и в нужное время электроэнергией необходимого качества и с требуемой надежностью по приемлемой цене;
- *либерализация*, которая ведет к возрастанию дерегулирования и конкуренции, разделению цельного процесса генерации, транспорта, распределения и потребления электроэнергии с образованием самостоятельных организационных структур – субъектов отношений по видам деятельности с несовпадающими, часто противоречивыми интересами, формированию региональных, межрегиональных и межгосударственных

рынков электроэнергии; при этом ЭЭС сохраняется как физически единая система с единым процессом производства, передачи, распределения и потребления электроэнергии;

- *диверсификация*, выражающаяся в увеличении разнообразия используемых видов топлива, источников топливо- и электроснабжения, применяемых типов энергоустановок, с новыми, ранее неизвестными свойствами, принципиально влияющими на свойства ЭЭС в целом;

- *децентрализация*, выражающаяся в распространении и возрастании доли мини- и микроустановок по производству электроэнергии, получивших название распределенной генерации, установки которой подключаются к узлам распределительной электрической сети, при сохранении и развитии крупных электроэнергетических объектов (электростанций, подстанций, линий электропередачи). В результате будут формироваться супер-мини-микро-ЭЭС, включающие крупные объекты (супер-подсистемы), распределенную генерацию мини-масштаба в распределительной электрической сети (мини-подсистемы) и микро-энергетические объекты – микро-генераторы в домах и общественных зданиях, подключенные к бытовой электрической сети 220/380 В (микро-подсистемы). Такие супер-мини-микро-ЭЭС будут иметь существенно отличающиеся свойства по сравнению с нынешними системами;

- *модернизация*, ведущая к повышению эффективности традиционных и созданию новых высокоэффективных технологий и установок с новыми свойствами, которые при массовом их использовании могут существенно видоизменить свойства будущих ЭЭС.

Изложенные тенденции трансформации ЭЭС и их свойств определяют необходимость развития принципов и систем управления режимами этих систем, особенно переходными режимами. Это соответствует известному из кибернетики как науки об управлении принципу необходимой (или достаточной) сложности, в соответствии с которым сложность системы управления должна соответствовать сложности управляемой системы и происходящих в ней процессов.

По мере развития системы, изменения ее структуры и поведения, возникает несоответствие между изменяющимися свойствами системы (а также изменяющимися внешними условиями) и сохраняющимися принципами и средствами управления. Нарастание такого несоответствия приводит к возникновению слабых мест в системе, ухудшению ее управляемости, снижению устойчивости и т.д. Разрешение указанного несоответствия требует совершенствования принципов и систем управления ЭЭС.

Рассмотрим далее с учетом изложенных тенденций развития ЭЭС особенности переходных процессов будущих систем и направления совершенствования управления ими.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах: Учеб. для электроэнергет. спец. вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1985. – 536 с.
2. Куликов Ю.А. Переходные процессы в электрических системах: Учеб. пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – 283 с.
3. Горев А.А. Переходные процессы синхронной машины. – Л.: Наука, 1985. – 502 с.
4. Жданов П.С. Вопросы устойчивости электрических систем. – М.: Энергия, 1979. – 456 с.
5. Баринов В.А., Совалов С.А. Режимы энергосистем: Методы анализа и управления. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 440 с.
6. Лукашов Э.С., Калюжный А.Х., Лизалек Н.Н. Длительные переходные процессы в энергетических системах. – Новосибирск: Наука, 1985. – 226 с.
7. Управление мощными энергообъединениями / Н.И. Воропай, В.В. Ершевич, Я.Н. Лугинский и др. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 296 с.
8. Совалов С.А., Семенов В.А. Противоаварийное управление в энергосистемах. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 416 с.
9. Окин А.А., Семенов В.А. Противоаварийное управление в ЕЭС России. – М.: Изд-во МЭИ, 1996. – 156 с.
10. Методические указания по устойчивости энергосистем. – М.: Изд-во ЭНАС, 2004. – 16 с. (Утверждено приказом Минэнерго России от 30 июня 2003 г. №277).