Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Амурский государственный университет»

(ФГБОУ ВПО «АмГУ»)

Кафедра «Мировой экономики таможенного дела и туризма»

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

«Практикум по применению экономико-математических методов и моделей в таможенной статистике»

По специальности 080115.65 «Таможенное дело»

Благовещенск 2012

УМКД разработан А.Н. Новопашиной, ст. преподавателем кафедры Мировой экономики таможенного дела и туризма

Рассмотрен и рекомендован на заседании кафедры

Протокол заседания кафедры № _____ от «____» ________________ 20__ г.

Зав. кафедрой ____________________ ___________Понкратова Л.А.________
(подпись) (фамилия, имя, отчество)

УТВЕРЖДЕН

Протокол заседания УМСС 080115.65 «Таможенное дело»
(указывается название факультета по принадлежности специальности)

№ ______ от «____» ________________ 201__ г.

Председатель УМСС ______________ ___________Понкратова Л.А.________
(подпись) (фамилия, имя, отчество)

СОДЕРЖАНИЕ

1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ «ПРАКТИКУМ ПО ПРИМЕНЕНИЮ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И МОДЕЛЕЙ В ТАМОЖЕННОЙ СТАТИСТИКЕ»

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Анализ состояния, прогноз развития, планирование и программно-целевое управление на всех уровнях таможенной системы требует от каждого сотрудника таможенных органов знания базовых принципов и подходов системного анализа и синтеза сложных систем.

Цель дисциплины:

Формирование теоретических знаний о сущности методологии экономико-математического моделирования при исследовании сложных таможенных объектов и процессов, а также формирование практических навыков применения методов экономико-математического моделирования в процессе принятия решений при управлении таможенной системой.

Задачи дисциплины:

- изучение методологии экономико-математического моделирования;
- освоение принципов построения статистических моделей взаимосвязей;
- рассмотрение качественных и количественных, экспертных и вычислительных методов оценки параметров сложных систем в условиях определенности, неопределенности, риска;
- ознакомление с методологией моделирования сложных систем, получение навыков моделирования таможенных бизнес-процессов;
- изучение принципов оптимизации функционирования многокритериальных систем в интересах программно-целевого управления таможенной системой.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Дисциплина «Практикум по применению экономико-математических методов и моделей в таможенной статистике» относится к блоку дисциплин специализации (шифр ДС.01.Ф).

Образовательная программа данной учебной дисциплины подготовлена в соответствии с **требованиями государственного образовательного стандарта**:

Методология экономико-математического моделирования. Статистические модели взаимосвязи. Методы компонентного анализа. Методы принятия решений. Методы условной оптимизации. Модели сетевого планирования. Методы теории игр. Моделирование потоков товаров, проходящих таможенное оформление с использованием метода статистических испытаний. Балансовые модели. Экспертные методы.

Дисциплина «Практикум по применению экономико-математических методов и моделей в таможенной статистике» связана с другими дисциплинами учебного плана межпредметными связями: предшествующими и сопутствующими.

Предшествующими связями объединяют данную дисциплину с рядом естественнонаучных и математических дисциплин – «Математика», «Информатика», «Социально-экономическая статистика», «Таможенная статистика», с рядом общих гуманитарных и социально-экономических дисциплины – «Философия», «Экономика», а также с рядом общепрофессиональных дисциплин – «Общий менеджмент», «Экономический потенциал таможенной территории России», «Экономика таможенного дела». Знания этих дисциплин необходимы для более глубокого понимания сущности основных проблем, связанных подготовкой и принятием решений в таможенных органах. Знание основных экономических законов и правил необходимо для понимания происходящих социально-экономических процессов и решения хозяйственных задач.

Междисциплинарными связями дисциплина связана с курсами «Таможенный менеджмент», «Таможенное делопроизводство».

3. ЗНАНИЯ, УМЕНИЯ И НАВЫКИ, КОТОРЫЕ ДОЛЖЕН ПРИОБРЕСТИ СТУДЕНТ В РЕЗУЛЬТАТЕ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1) знать:

особенности организации системного исследования и методологии его проведения;

методы системного анализа;

методы формирования множества возможных вариантов решения системных задач;

методы моделирования систем;

принципы и методы управления в системе.

2) уметь:

исследовать системы методами системного анализа;

решать многокритериальные задачи оптимизации в системах;

выявлять и классифицировать конкретные проблемы, возникающие при системном анализе таможенного дела, для выяснения принадлежности стоящих перед исследователем задач к определенным областям знания и привлечения к решению этих задач соответствующих специалистов;

находить и использовать доступные информационные ресурсы для интенсификации процесса поддержки принятия управленческих решений в таможенной службе;

применять и адаптировать компоненты общего и специального программного обеспечения для решения задач повседневной профессиональной деятельности.

3) владеть:

математическим аппаратом, используемым для формализации задач выбора и принятия решения при управлении таможенной системой;

навыками оценки параметров таможенных бизнес-процессов;

навыками применения технологий оптимизации таможенных технологий на основе их моделирования;

навыками моделирования потоков товаров, проходящих таможенное оформление с использованием метода статистических испытаний;

методами принятия управленческих решений в условиях определенности, неопределенности и риска.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 150 часов.

Теоретические занятия (лекции) и практические занятия организуются по группам. Общий объем лекционного курса – 34 часа. Общий объем практических занятий 34 часа. На практических занятиях применяются следующие методы обучения: решение задач, самостоятельное выполнение индивидуального задания.

Большое внимание уделено организации и содержанию самостоятельной работы студентов по курсу. Она должна включать задания по изучению программного материала по учебникам, дополнительной литературе, самостоятельное выполнение заданий. Нормативный объем самостоятельной работы студентов для дисциплины установлен в 82 часов.

4.1. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Количество часов
№ семестра	7
Аудиторные занятия:	**68**

Лекции	34
Практические занятия	34
Самостоятельная работа	**82**
Всего часов на дисциплину	150
Вид итогового контроля	Зачет

4.2. Распределение часов по темам и видам работ для студентов очной формы обучения

№ темы	Наименование раздела, темы	Семестр	Неделя семестра	Количество часов				Формы текущего контроля успеваемости
				Аудиторные занятия			Самостоятельная работа студентов	
				Всего	лекции	практические занятия		
1	Понятия о математическом моделировании и моделях	7	1	4	2	2	4	Выборочный опрос
2	Система и системный анализ в таможенных органах	7	2	4	2	2	4	Выборочный опрос
3	Статистические модели взаимосвязи	7	3-4	10	4	6	10	Выполнение индивидуального задания
4	Методы компонентного анализа	7	5-6	6	4	2	8	Выполнение индивидуального задания
5	Методы принятия решений	7	7	4	2	2	8	Деловая игра
6	Методы условной оптимизации	7	8-10	12	6	6	10	Выполнение индивидуального задания
7	Модели сетевого планирования	7	11-12	8	4	4	8	Выполнение индивидуального задания
8	Элементы теории игр и их использование в процессе принятия решений	7	13-14	8	4	4	10	Выполнение индивидуального задания
9	Моделирование потоков товаров, проходящих таможенное оформление с использованием метода статистических испытаний	7	15	4	2	2	8	Выполнение индивидуального задания

№ темы	Наименование раздела, темы	Семестр	Неделя семестра	Количество часов				Формы текущего контроля успеваемости
				Аудиторные занятия			Самостоятельная работа студентов	
				Всего	лекции	практические занятия		
10	Балансовые модели	7	16	4	2	2	6	Выполнение индивидуального задания
11	Экспертные модели	7	17	4	2	2	6	Деловая игра
			Итого	68	34	34	82	Зачет

5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Лекции.

Тема 1. Понятия о математическом моделировании и моделях

Место моделирования среди методов познания. Определение модели. Свойства моделей. Цели моделирования. Классификация моделей (по целям моделирования, объектам моделирования, учету фактора времени, методам моделирования, учету случайных факторов). Дискретные и непрерывные модели.

Методология экономико-математического моделирования. Этапы вычислительного эксперимента. Обследование объекта моделирования. Концептуальная постановка задачи моделирования. Математическая постановка задачи моделирования. Выбор и обоснование выбора метода решения задачи. Принципы построения математических моделей. Адекватность математической модели. Практическое использование и анализ результатов моделирования.

Тема 2. Система и системный анализ в таможенных органах

Системность в окружающем мире. История развития системных представлений. Система: определения, классификационные признаки, основные свойства. Эволюция, устойчивость и эффективность систем. Системный анализ и принятие решений. Системный анализ как инструмент для описания таможенного дела

Тема 3. Статистические модели взаимосвязи

Линейная парная регрессия. Основные положения регрессионного анализа. Оценка параметров парной регрессионной модели. Теорема Гаусса-Маркова. Интервальная оценка функции регрессии и ее параметров. Оценка значимости уравнения регрессии. Коэффициент детерминации. Геометрическая интерпретация регрессии и коэффициента детерминации. Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии. Оценка параметров классической регрессионной модели методом наименьших квадратов. Оценка значимости множественной регрессии. Мультиколлинеарность. Отбор наиболее существенных объясняющих переменных в регрессионной модели. Линейные регрессионные модели с переменной структурой. Фиктивные переменные. Нелинейные модели регрессии.

Тема 4. Методы компонентного анализа

Метод главных компонент. Формальная постановка задачи. Диагонализация ковариационной матрицы. Сингулярное разложение матрицы данных. Матрица преобразования к главным компонентам. Остаточная дисперсия. Отбор главных компонент по правилу Кайзера. Оценка числа главных компонент по правилу сломанной трости. Нормировка. Применение метода главных компонент в таможенном деле.

Тема 5. Методы принятия решений

Процесс принятия решений в таможенных органах. Логическая и хронологическая последовательность элементарных операций в процессе принятия решений. Необходимая и достаточная компетентность принятия решения. Типовые процедуры подготовки и принятия решений. Оптимизация процедур принятия решений. Оценка сложных систем на основе теории полезности. Аксиомы теории полезности. Этапы экспертизы. Функция полезности. Оценка сложных систем в условиях определенности. Принцип Парето. Векторные критерии. Оценка сложных систем в условиях риска. Оценка сложных систем в условиях неопределенности. Критерии Лапласа, Вальда, Севиджа, Гурвица. Выбор оптимальной или рациональной стратегии в таможенном деле.

Тема 6. Методы условной оптимизации

Общая задача линейного программирования. Типовые задачи линейного программирования: оптимизация деятельности, планирование оборота, производственная задача, формирование рациональных смесей, перевозка грузов, построение кольцевых маршрутов. Графический способ решения задачи линейного программирования. Симплексный метод. Метод искусственного базиса. Метод Гомори. Целочисленное программирование. Двойственная модель линейного программирования. Теоремы двойственности. Анализ устойчивости двойственных оценок. Экономико-математическая модель транспортной задачи и методы ее решения. Общая постановка задачи динамического программирования. Схема решения задачи динамического программирования.

Тема 7. Модели сетевого планирования

Элементы теории графов. Природа потоков в сетях и принцип их сохранения. Теорема и максимальном потоке и минимальном разрезе. Понятие сетевого моделирования. Постановка сетевых задач: задача о максимальном потоке, задача о потоке минимальной стоимости, транспортная задача, задача коммивояжера, размещение таможенных организаций, формирования оптимального штата таможенной организации, планирование работ таможенной организации. Методы решения сетевых таможенных транспортно-логистических задач: построение максимального потока, метод ветвей и границ, метод сетевого планирования. Правила построения сетевых моделей. Параметры сетевых моделей и методы их расчета. Анализ сетевых моделей. Оптимизация сетевых моделей.

Тема 8. Элементы теории игр и их использование в процессе принятия решений.

Понятие об игровых моделях. Постановка игровых задач. Методы теории игр. Модели теории игр:

1. Принцип минимакса (осторожности). Верхняя и нижняя цена игры. Чистые перестраховочные стратегии. Седловая точка. Доминирующие стратегии.
2. Решение игр в смешанных стратегиях. Активные стратегии. Теорема теории игр Дж. фон Неймана.
3. Решения игр в смешанных стратегиях: графический метод, метод линейного программирования.

Игровые модели конфликтов. Возможности применения методологии теории игр при принятии решения в таможенном деле.

Тема 9. Моделирование потоков товаров, проходящих таможенное оформление с использованием метода статистических испытаний

Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) и возможности его использования для имитационного моделирования деятельности таможенных органов. Моделирование случайных процессов. Оценка точности моделирования. Необходимое число реализаций.

Тема 10. Балансовые модели

Балансовый метод. Назначение балансовых моделей и их место в классификации экономико-математических моделей. Двухпродуктовая балансовая модель. Многопродуктовые балансовые модели (классификация, предпосылки построения). Статическая модель межотраслевого баланса. Балансы цен, трудовых ресурсов, основных производственных фондов. Динамическая модель межотраслевого баланса. Обобщение статистической модели межотраслевого баланса.

Тема 11. Экспертные методы

Качественные методы формализованного представления систем. Методы типа «мозговая атака» или «коллективная генерация идей». Методы типа сценариев. Методы экспертных оценок. Ранжирование. Парное сравнение. Множественные сравнения. Непосредственная оценка. Метод Черчмена-Акоффа. Методы типа Дельфи. Условия использования экспертных оценок при подготовке и принятии решений. Оценка согласованности мнений экспертов.

5.2. Практические занятия.

Занятие 1. Понятия о математическом моделировании и моделях (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Место моделирования среди методов познания.
2. Модель: понятие и основные свойства. Классификация моделей.
3. Этапы вычислительного эксперимента:
- обследование объекта моделирования;
- концептуальная постановка задачи моделирования;
- математическая постановка задачи моделирования;
- выбор и обоснование выбора метода решения задачи.
4. Принципы построения математических моделей.
5. Практическое использование и анализ результатов моделирования.

Занятие 2. Система и системный анализ в таможенных органах (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Система: определения, классификационные признаки, основные свойства.
2. Эволюция, устойчивость и эффективность систем.
3. Системный анализ как инструмент для описания таможенного дела.

Занятие 3. Статистические модели взаимосвязи (*6 часов*)

Вопросы для обсуждения:

1. Линейная парная регрессия. Оценка параметров парной регрессионной модели. Теорема Гаусса-Маркова.

2. Оценка значимости уравнения регрессии. Коэффициент детерминации.

3. Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии. Оценка параметров классической регрессионной модели методом наименьших квадратов.

4. Оценка значимости множественной регрессии.

5. Мультиколлинеарность. Отбор наиболее существенных объясняющих переменных в регрессионной модели.

6. Линейные регрессионные модели с переменной структурой. Фиктивные переменные.

7. Нелинейные модели регрессии.

Задание:

1. Построение модели парной регрессии на основе фактических данных о работе таможенных органов и показателей внешней торговли. Оценка значимости полученного уравнения регрессии. Расчет показателя эластичности.

2. Построение модели множественной регрессии на основе фактических данных о работе таможенных органов и показателей внешней торговли. Оценка значимости множественного уравнения регрессии.

3. Построение регрессионной модели с использованием фиктивных переменных на основе фактических данных о работе таможенных органов и показателей внешней торговли.

Занятие 4. Методы компонентного анализа (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Назначение метода главных компонент. Формальная постановка задачи.

2. Диагонализация ковариационной матрицы. Сингулярное разложение матрицы данных. Матрица преобразования к главным компонентам. Остаточная дисперсия.

3. Отбор главных компонент по правилу Кайзера.

4. Оценка числа главных компонент по правилу сломанной трости.

5. Применение метода главных компонент в таможенном деле.

Задание:

Формулировка задачи на основе фактических данных о работе таможенных органов и ее решение методом главных компонент.

Занятие 5. Методы принятия решений (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Типовые процедуры подготовки и принятия решений

2. Оценка сложных систем на основе теории полезности. Аксиомы теории полезности. Этапы экспертизы. Функция полезности.

3. Оценка сложных систем в условиях определенности. Принцип Парето.

4. Оценка сложных систем в условиях риска.

5. Оценка сложных систем в условиях неопределенности. Критерии Лапласа, Вальда, Севиджа, Гурвица.

Задание:

Деловая игра на тему «Подготовка и принятие управленческих решений в условиях риска и неопределенности».

Занятие 6. Методы условной оптимизации (*6 часов*)

Вопросы для обсуждения:

1. Общая задача линейного программирования.

2. Методы решения задач линейного программирования: симплексный метод, метод искусственного базиса, метод Гомори.

3. Двойственная модель линейного программирования. Теоремы двойственности. Анализ устойчивости двойственных оценок.

4. Экономико-математическая модель транспортной задачи и методы ее решения.

5. Общая постановка задачи динамического программирования. Схема решения задачи динамического программирования.

Задание:

1. Формулировка и решение задачи линейного программирования на основе фактических данных о работе таможенных органов.

2. Формулировка двойственной задачи линейного программирования и ее решение. Оценка устойчивости двойственных оценок.

3. Формулировка и решение транспортной задачи на основе фактических данных о работе таможенных органов.

Занятие 7. Модели сетевого планирования (*4 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Природа потоков в сетях и принцип их сохранения. Теорема и максимальном потоке и минимальном разрезе.

2. Понятие сетевого моделирования. Постановка сетевых задач.

3. Методы решения сетевых таможенных транспортно-логистических задач.

4. Правила построения сетевых моделей. Параметры сетевых моделей и методы их расчета.

5. Анализ сетевых моделей. Оптимизация сетевых моделей.

Задание:

1. Формирование оптимального плана документооборота на основе принципов сетевого моделирования (задача коммивояжера).

2. Формирование оптимального плана размещения таможенных постов на основе принципов сетевого моделирования.

Занятие 8. Элементы теории игр и их использование в процессе принятия решений (*4 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Понятие об игровых моделях. Постановка игровых задач.

2. Принцип минимакса (осторожности). Верхняя и нижняя цена игры. Чистые перестраховочные стратегии. Седловая точка. Доминирующие стратегии.

3. Решение игр в смешанных стратегиях. Активные стратегии. Теорема теории игр Дж. фон Неймана.

4. Решения игр в смешанных стратегиях: графический метод, метод линейного программирования.

5. Игровые модели конфликтов.

6. Возможности применения методологии теории игр при принятии решения в таможенном деле.

Задание:

1. Формирование платежной матрицы на основе фактических данных о работе таможенных органов.

2. Нахождение решения игры на основе сформированной платежной матрицы.

Занятие 9. Моделирование потоков товаров, проходящих таможенное оформление с использованием метода статистических испытаний (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) и возможности его использования для имитационного моделирования деятельности таможенных органов.

2. Моделирование случайных процессов.

3. Оценка точности моделирования.

Задание:

Построение модели на основе фактических данных о потоках товаров, проходящих таможенное оформление, с использованием метода статистических испытаний.

Занятие 10. Балансовые модели (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Назначение балансовых моделей и их место в классификации экономико-математических моделей.

2. Двухпродуктовая балансовая модель.

3. Многопродуктовые балансовые модели.

4. Статическая модель межотраслевого баланса.

5. Динамическая модель межотраслевого баланса.

Задание:

Решение задач на построение межотраслевого баланса.

Занятие 11. Экспертные методы (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Качественные методы формализованного представления систем. Методы типа «мозговая атака» или «коллективная генерация идей».

2. Методы типа сценариев.

3. Методы экспертных оценок. Метод Черчмена-Акоффа. Методы типа Дельфи. Условия использования экспертных оценок при подготовке и принятии решений. Оценка согласованности мнений экспертов.

Задание:

Деловая игра на тему «Применение методов экспертных оценок для принятия решений в таможенном деле».

6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

График самостоятельной учебной работы студентов:

Наименование тем	Самостоятельная работа			
	Содержание	Объем, в часах	Срок исполнение	Контроль за выполнением самостоятельной работы
Понятия о математическом моделировании и моделях	Подготовка к практическому занятию с использованием учебной литературы и ресурсов сети Интернет	4	1 неделя (к практическому занятию по теме)	Выборочный опрос студентов
Система и системный анализ в таможенных органах	Подготовка к практическому занятию с использованием учебной литературы, периодических изданий и ресурсов сети Интернет	4	2 неделя (к практическому занятию по теме)	Выборочный опрос студентов
Статистические модели взаимосвязи	Сбор статистических данных. Построение модели парной регрессии. Построение модели множественной регрессии с использованием программных продуктов (MS Excel, Statistica, EViews)	10	5 неделя	Сдача студентами индивидуального задания
Методы компонентного анализа	Сбор статистических данных. Формулировка и решение задачи методом главных компонент.	8	6 неделя	Сдача студентами индивидуального задания
Методы принятия решений	Подготовка к практическому занятию с использованием учебной литературы и ресурсов сети Интернет	8	7 неделя (к практическому занятию по теме)	Деловая игра
Методы условной оптимизации	Сбор статистических данных. Формулировка и реше-	10	10 неделя	Сдача студентами индивидуального за-

Наименование тем	Самостоятельная работа			
	Содержание	Объем, в часах	Срок исполнение	Контроль за выполнением самостоятельной работы
	ние задачи оптимизации работы таможенной организации. Формулировка и решение двойственной задачи.			дания
Модели сетевого планирования	Формирование оптимального плана документооборота на основе условных данных. Формирование оптимального плана размещения таможенных постов.	8	12 неделя	Сдача студентами индивидуального задания
Элементы теории игр и их использование в процессе принятия решений	Сбор статистических данных. Формирование платежной матрицы и нахождение решения игры.	10	14 неделя	Сдача студентами индивидуального задания
Моделирование потоков товаров, проходящих таможенное оформление с использованием метода статистических испытаний	Сбор статистических данных. Построение модели потоков товаров, проходящих таможенное оформление.	8	15 неделя	Сдача студентами индивидуального задания
Балансовые модели	Решение задач на составление межотраслевого баланса	6	16 неделя	Сдача студентами индивидуального задания
Экспертные модели	Подготовка к практическому занятию с использованием учебной литературы и ресурсов сети Интернет	6	17 неделя (к практическому занятию по теме)	Деловая игра
ИТОГО		82		

7.ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В соответствии с требованиями государственного образовательного стандарта по специальности «Таможенное дело» в рамках дисциплины «Практикум по применению экономико-математических методов и моделей в таможенной статистике» предусматривается широкое использование в учебном процессе таких активных и интерактивных форм проведения занятий, как деловые игры, направленные на формирование навыков принятия управленческих решений в таможенном деле, внеаудиторную работу студентов.

8.ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

8.1 Текущий контроль

Текущий контроль успеваемости студентов при изучении дисциплины «Практикум по применению экономико-математических методов и моделей в таможенной статистике» осуществляется посредством проводимых опросов по вопросам, предусмотренным в плане практических занятий, решения задач, выполнения индивидуальных заданий.

8.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация успеваемости студентов по изучению дисциплины «Практикум по применению экономико-математических методов и моделей в таможенной статистике» осуществляется посредством выставления среднего балла, набранного в рамках текущего контроля, а также посредством выполнения контрольных работ. В случае пропуска занятий студентов по неуважительной причине, в ведомости проставляется отметка «не аттестован».

8.3 Итоговая аттестация освоения дисциплины

Формой итоговой аттестации освоения дисциплины «Практикум по применению экономико-математических методов и моделей в таможенной статистике» является зачет.

Основные показатели оценки знаний студентов по итогам освоения дисциплины:

Оценка «Зачтено» ставится при полном усвоении полученных знаний, только в случае выполнения в полном объеме индивидуальных практических заданий. При ответе на контрольные вопросы допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправляемые студентом. При изложении ответа, студент должен самостоятельно выделять существенные признаки изученного, формулировать выводы и обобщения, свободно оперировать фактами, использовать сведения из дополнительных источников.

Оценка «Не зачтено» ставится при неполном и бессистемном изложении учебного материала. При ответе студент допускает существенные ошибки неисправляемые даже с помощью преподавателя. При невыполнении в полном объеме самостоятельных практических заданий.

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Система: классификационные признаки, основные свойства системы. Целенаправленное поведение системы. Структура системы.
2. Системные решения и системный анализ в таможенном деле. Объект и предмет системного анализа.
3. Классификация систем. Методологические процедуры системного анализа.
4. Модель системы: определение, виды моделей (функциональная, информационная, поведенческая). Понятие адекватности модели. Оценка адекватности моделей технических объектов, статистических и имитационных моделей.
5. Виды моделирования.
6. Принципы и подходы к построению модели. Методы коррекции точности моделей.
7. Модель линейной регрессии. Оценка параметров парной регрессионной модели. Теорема Гаусса-Маркова. Интервальная оценка функции регрессии и ее параметров.
8. Оценка значимости уравнения регрессии. Коэффициент детерминации.

9.

10. Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии: предпосылки и ограничения построения и использования. Оценка параметров классической регрессионной модели методом наименьших квадратов.

11. Оценка значимости множественной регрессии. Отбор наиболее существенных объясняющих переменных в регрессионной модели.

12. Метод главных компонент. Формальная постановка задачи.

13. Отбор главных компонент по правилу Кайзера.

14. Оценка числа главных компонент по правилу сломанной трости.

15. Применение метода главных компонент в таможенном деле.

16. Процесс принятия решений в таможенных органах. Логическая и хронологическая последовательность элементарных операций в процессе принятия решений.

17. Оценка сложных систем на основе теории полезности. Аксиомы теории полезности. Этапы экспертизы. Функция полезности.

18. Оценка сложных систем в условиях определенности. Принцип Парето.

19. Оценка сложных систем в условиях риска.

20. Оценка сложных систем в условиях неопределенности. Критерии Лапласа, Вальда, Севиджа, Гурвица.

21. Общая задача линейного программирования. Типовые задачи линейного программирования.

22. Симплексный метод решения задачи линейного программирования.

23. Решение задачи линейного программирования методом искусственного базиса.

24. Метод Гомори. Целочисленное программирование.

25. Двойственная модель линейного программирования. Теоремы двойственности. Анализ устойчивости двойственных оценок.

26. Транспортные модели. Решение транспортной задачи методами линейного программирования.

27. Общая постановка задачи динамического программирования. Схема решения задачи динамического программирования.

28. Природа потоков в сетях и принцип их сохранения. Теорема и максимальном потоке и минимальном разрезе.

29. Понятие сетевого моделирования. Постановка сетевых задач.

30. Методы решения сетевых таможенных транспортно-логистических задач.

31. Задача о максимальном потоке. Задача о потоке минимальной стоимости.

32. Задача коммивояжера (построение кольцевых маршрутов). Решение задачи коммивояжера методами линейного программирования.

33. Формирование оптимального штата таможенного учреждения.

34. Метод ветвей и границ

35. Правила построения сетевых моделей. Параметры сетевых моделей и методы их расчета.

36. Анализ сетевых моделей. Определение критического пути. Оптимизация сетевых моделей. Условие переноса средств с одного пути в сети на другой.

37. Понятие об игровых моделях. Постановка игровых задач.

38. Принцип минимакса. Верхняя и нижняя цена игры. Чистые перестраховочные стратегии. Седловая точка. Доминирующие стратегии.

39. Решение игр в смешанных стратегиях. Активные стратегии. Теорема теории игр Дж. фон Неймана.

40. Решения игр в смешанных стратегиях: графический метод, метод линейного программирования.

41. Игровые модели конфликтов. Возможности применения методологии теории игр при принятии решения в таможенном деле.

42. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) и возможности его использования для имитационного моделирования деятельности таможенных органов.

43. Моделирование случайных процессов. Оценка точности моделирования. Необходимое число реализаций.

44. Назначение балансовых моделей и их место в классификации экономико-математических моделей. Двухпродуктовая балансовая модель.

45. Многопродуктовые балансовые модели (классификация, предпосылки построения).

46. Статическая модель межотраслевого баланса. Балансы цен, трудовых ресурсов, основных производственных фондов.

47. Динамическая модель межотраслевого баланса.

48. Качественные методы формализованного представления систем. Методы типа «мозговая атака» или «коллективная генерация идей».

49. Методы типа сценариев.

50. Методы экспертных оценок. Метод Черчмена-Акоффа. Методы типа Дельфи. Условия использования экспертных оценок при подготовке и принятии решений. Оценка согласованности мнений экспертов.

9.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Афонин, П.Н. Таможенная статистика [Электронный ресурс] : учеб. пособие : электрон. учеб. пособие / П. Н. Афонин. - СПб. : Интермедия, 2011. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

2. Красс М.С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2008, 2009. - 464 с.

3. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики [Текст] : учебно-справ. пособие: рек. УМО / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под ред. Н. Ш. Кремера. - М. : Высшее образование, 2009. - 646 с.

Дополнительная литература:

1. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория [Текст] : [учеб. пособие] / М. Интрилигатор ; пер. с англ. Г. И. Жукова. - М. : Айрис-пресс, 2002. - 566 с.

2. Исследование операций в экономике [Текст] : учеб. пособие : рек. Мин. обр. РФ / под ред. Н. Ш. Кремера. - М. : Маркет ДС, 2007. - 408 с.

3. Красс М.С. Математика для экономистов [Текст] : учеб. пособие : рек. УМО / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. - СПб. : Питер, 2010. - 464 с.

4. Кремер Н.Ш. Эконометрика [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко; под ред. Н.Ш. Кремера. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 312 с.

5. Лугинин О.Е. Экономико-математические методы и модели: теория и практика с решением задач [Текст] : учеб. пособие / О.Е. Лугинин, В.Н. Фомишина. - Ростов н/Д : Феникс, 2009. - 441 с.

6. Мендель А.В. Модели принятия решений [Текст] : учеб. пособие : рек. УМЦ / А. В. Мендель. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2010. - 463 с.

7. Фомин Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности [Текст] : учеб. : рек. Мин. обр. РФ / Г.П. Фомин. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Финансы и статистика : ИНФРА-М, 2009. - 640 с.

8. Шапкин А.С. Математические методы и модели исследования операций [Текст] : учеб. : доп. Мин. обр. РФ / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. - 5-е изд. - М. : Дашков и К, 2009. - 397 с.

Периодические издания

1. Таможенные ведомости
2. Внешнеэкономический бюллетень»
3. Внешняя торговля
4. Российская газета
5. БИКИ (Бюллетень иностранной коммерческой информации)
6. Вопросы статистики»
7. Таможенная политика России на Дальнем Востоке
8. Таможня

Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

№	**Наименование ресурса**	**Краткая характеристика**
1	http://www.iqlib.ru	Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам, отдельным темам и отраслям знания
	http://www.elibrary.ru	Официальный сайт Российской информационной библиотеки
	http://www.customs.ru	Официальный сайт Федеральной таможенной службы России
	http://www.cbr.ru	Официальный сайт Центрального Банка Российской Федерации
	http://www.scholar.google.com/	Поисковая система, которая позволяет искать только научные публикации

10.МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины должно включать: аудитории, оборудованные стационарными мультимедийными средствами, компьютером с лицензионным программным обеспечением (Microsoft Office Word и Excel, желательно наличие программных продуктов Statistica, EViews), офисное оборудование для оперативного размножения иллюстративного и раздаточного материала.

2. КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ПРОГРАММНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Понятия о математическом моделировании и моделях

Задача лекции: сформировать представление о математических моделях и возможностях применения математических моделей для решения практических задач.

План лекции:
Введение: Предмет теории моделирования;
1 Место моделирования среди методов познания;
2 Определение модели;
3 Свойства моделей;
4 Цели моделирования;
5. Классификация моделей.

Конспект лекции:

Введение: Предмет теории моделирования. *Сущность* ММ состоит в замене исходного объекта его «образом» – математической моделью – и дальнейшем изучении модели с помощью реализуемых на компьютере вычислительно-логических алгоритмов. Такой метод познания, конструирования и проектирования сочетает в себе многие *достоинства* как *теории*, так и *эксперимента*.

1 Место моделирования среди методов познания. Методы научного познания: всеобщие (метафизический, диалектический), общенаучные и частнонаучные (эмпирические: наблюдение, эксперимент, измерение; общие: анализ, синтез, аналогия, *модеоирование*; теоретические: абстрагирование, идеализация, индукция, дедукция, формализация).

Моделирование - метод познания окружающего мира, который можно отнести к общенаучным методам, применяемым как на эмпирическом, так и на теоретическом уровне познания. При построении и исследовании модели могут применяться практически все остальные методы познания.

2 Определение модели. Научное познание сосредоточено на изучении предметов, явлений и процессов, существующих вне нашего сознания и называемых *объектами исследования*.

Важную роль при разработке моделей играют *гипотезы*, т.е. определенные предсказания, предположительные суждения о причинно-следственных связях явлений, основанные на некотором количестве опытных данных, наблюдений, догадок. Формулирование и проверка правильности гипотез основывается, как правило, на аналогиях.

Аналогия - это представление о каком-либо частном сходстве двух объектов, причем такое сходство может быть как существенным, так и несущественным. Существенность сходства или различия двух объектов условна и зависит от уровня абстрагирования, определяемого конечной целью исследования.

Под ***моделью*** понимают такой материальный или мысленно представляемый объект, который в процессе познания (изучения) замещает объект-оригинал, сохраняя некоторые важные для данного исследования типичные его черты. Процесс построения и использования модели называется *моделированием.*

3 Свойства моделей. 1) Целенаправленность; 2) Полнота; 3) Простота; 4) Адекватность; 5) Потнециальность.

4 Цели моделирования. 1) применение при изучении и прогнозировании поведения сложных процессов и явлений; 2) выявление наиболее существенные факторы, формирующие те или иные свойства объекта; 3) прогнозирование состояний такого объекта под действием различных факторов.

5 Классификация моделей. Математические модели подразделяются на различные классы в зависимости от: сложности объекта моделирования; оператора модели (подмодели); входных и выходных параметров; способа исследования модели; цели моделирования.

По факту неопределенности ММ делятся на детерминированные, стохастические и модели с элементами неопределенности.

Под *дискретным* понимается конечное или счетное множество. Под *непрерывным* будем понимать множество объектов, для которого адекватной моделью служит отрезок, луч или прямая линия, т. е. связное числовое множество.

По *степени абстрагирования модели от* модели можно подразделить на физические и абстрактные (математические).

Тема 2. Система и системный анализ в таможенных органах

Задача лекции: формирование теоретических знаний о назначении и основных принципах системного подхода в таможенном деле.

План лекции:
1. Система: определения, классификационные признаки, основные свойства
2. Эволюция, устойчивость и эффективность систем
3. Системный анализ и принятие решений
4. Системный анализ как инструмент для описания таможенного дела

Конспект лекции:

1. Система: определения, классификационные признаки, основные свойства. *Система* - термин, используемый в тех случаях, когда хотят охарактеризовать исследуемый или проектируемый объект как нечто целое (единое), сложное, о котором невозможно сразу дать представление, показав его, изобразив графически или описав математическим выражением (формулой, уравнением и т. п.):

$$S_{def} = \langle A, R, Z, SR, \Delta T, N \rangle,$$

где A – элементы системы; R – связи (отношения) между элементами системы; Z - цель, совокупность или структура целей; SR – среда; ΔT - интервал времени в рамках которого будет существовать система и ее цели; N – наблюдатель *(*лицо, представляющее объект или процесс в виде системы при их исследовании и принятии решения).

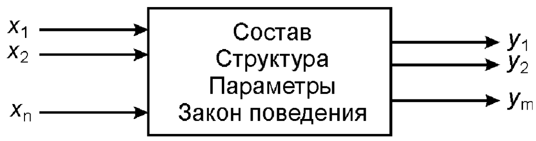


Рисунок 1 – Общая схема системы

Закон поведения системы в общем случае выражается системой нелинейных уравнений вида

$$y_i = f_i(x_1, x_2, ..., x_n, u_1, u_2, ..., u_r),$$

где y_i - выходной сигнал на j-м выходе системы; j = 1, m; xi, x_2, ..., x_n – входные сигналы; u_1, u_2, ..., u_r - определяющие параметры системы; f - функционал, связывающий сигнал на j-м выходе с входными сигналами и определяющими параметрами.

Классификации систем - разделение системы на классы по различным признакам:

- по виду отображаемого объекта: технические, биологические, экономические, таможенные и т.п. системы;

- по виду научного направления, используемого для их моделирования: математические, физические, химические и др.;

- детерминированные и стохастические системы;

- абстрактные и материальные;

- открытые и закрытые системы;

- целенаправленные, целеустремленные системы;

- по сложности. Сложность связывают с размерами системы, с количеством элементов, с количеством связей и алгоритмов функционирования.

2. Эволюция, устойчивость и эффективность систем. *Эволюцию систем* можно понимать как целенаправленное (на основе выбора) движение, изменение этих систем (как неравновесных систем) по некоторой траектории развития.

Устойчивость систем - способность системы сохранять свое движение по траектории (из точек состояний) и своё функционирование и она должна базироваться на самоподдержке, саморегулировании достаточно долго. Асимптотическая устойчивость системы состоит в возвращаемости системы к равновесному состоянию при t стремящемся к бесконечности из любого неравновесного состояния.

Под эффективностью понимают способность системы выполнять возложенные на нее задачи с требуемым качеством (точностью, чувствительностью, надежностью и т.д.) в условиях эксплуатации.

Теория эффективности - научное направление, предметом изучения которого являются вопросы количественной оценки качества характеристик и эффективности функционирования сложных систем.

<u>Выделяют четыре этапа оценивания сложных систем.</u>

<u>Этап 1.</u> Определение цели оценивания.

<u>Этап 2.</u> Измерение свойств систем, признанных существенными для целей оценивания.

<u>Этап 3.</u> Обоснование предпочтений критериев качества и критериев эффективности функционирования систем на основе измеренных на выбранных шкалах свойств.

<u>Этап 4.</u> Собственно оценивание.

Методы оценивания систем разделяются на качественные и количественные.

Стратегическое планирование в системах - ресурсообеспеченные и целенаправленные действия руководства, ведущие к разработке наилучших в каком-то смысле (локально-оптимальных, например) стратегии динамического поведения всей системы, которые приводит в окрестность поставленных целей.

3. Системный анализ и принятие решений. *Системный анализ* признается в настоящее время наиболее конструктивным из направлений системных исследований.

<u>Этапы системного анализа</u>: 1) формулировка целей, их приоритетов и проблем исследования; 2) определение и уточнение ресурсов исследования; 3) выделение системы (от окружающей среды) с помощью ресурсов; 4) определение и описание подсистем; 5) определение и описание целостности (связей) подсистем и их элементов; 6) анализ взаимосвязей подсистем 7) построение структуры системы; 8) установление функций системы и её подсистем; 9) согласование целей системы с целями подсистем; 10) анализ (испытание) целостности системы; 11) анализ и оценка эмерджентности системы; 12) испытание системы (системной модели), её функционирования.

4. Системный анализ как инструмент для описания таможенного дела. Особенностями таможенной системы являются ее сложность, необходимость управления, а также поддержки принятия решений каждым конкретным сотрудником в сфере его деятельности. Такая поддержка требует применения технологий интеграции знаний, понижения размерности анализируемого факторного пространства. Характерно постоянное видоизменение внешней околотаможенной среды, структуры экспорта и импорта товаров и услуг, нормативно-правовой базы, регулирующей внешнеэкономическую деятельность и регламентирующей действия таможенных органов, рост профессионализма участников ВЭД, определяющих применение ими все новых, изощренных способов нарушения таможенных правил. Все это свидетельствует о необходимости применения к таможенному делу системного подхода.

Известны различные подходы к системному анализу таможенного дела. Их все объединяет стремление разложить все имеющиеся объекты в некотором базисе, имеющем размерность 2, 3, 4 и т.д. Правила разложения могут быть качественные и количественные, симметричные и асимметричные и т.п.

Тема 3. Статистические модели взаимосвязи

Задача лекции: Формирование теоретических знаний о статических моделях взаимосвязи (парной и множественной регрессии) с целью дальнейшего применения полученных при решении практических задач.

План лекции:

1. Линейная парная регрессия и оценка ее параметров
2. Теорема Гаусса-Маркова.
3. Оценка значимости уравнения регрессии. Коэффициент детерминации. Геометрическая интерпретация регрессии и коэффициента детерминации.
4. Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии. Оценка параметров классической регрессионной модели методом наименьших квадратов. Оценка значимости множественной регрессии.
5. Мультиколлинеарность.
6. Отбор наиболее существенных объясняющих переменных в регрессионной модели.
7. Фиктивные переменные.
8. Нелинейные модели регрессии.

Конспект лекции:

1. Линейная парная регрессия и оценка ее параметров. *Функциональная зависимости* (связи) - каждому значению одной переменной соответствует вполне определенное значение другой.

Статистическая (или *стохастическая, вероятностная) зависимость* - каждому значению одной переменной соответствует не какое-то определенное, а множество возможных значений другой переменной.

Корреляционной зависимостью между двумя переменными называется функциональная зависимость между значениями одной из них и условным математическим ожиданием другой.

В регрессионном анализе рассматриваются односторонняя зависимость случайной переменной У от одной (или нескольких) неслучайной независимой переменной X.

Уравнение регрессии имеет вид:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x \, .$$

Согласно *методу наименьших квадратов* неизвестные параметры b0 и b1 выбираются таким образом, чтобы сумма квадратов отклонений эмпирических значений yi от значений y, найденных по уравнению регрессии, была минимально:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \left(\hat{y}_i - y_i\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(b_0 + b_1 x_i - y_i\right)^2 \to \min \, .$$

На основании необходимого условия экстремума функции двух переменных *S=S(b0, b0)* приравниваем к нулю ее частные производные находим значения коэффициентов:

$$b_0 = \overline{y} - b_1 \overline{x}$$

$$b_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} = \frac{\hat{\mathrm{Cov}}(X,Y)}{s_x^2}$$

Cov(X,Y) - выборочный корреляционный момент или выборочная ковариация*:*

$$\hat{\mathrm{Cov}}(X,Y) = \overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{n} - \bar{x}\,\bar{y}.$$

Величина *r* является показателем тесноты связи и называется *выборочным коэффициентом корреляции* (или просто *коэффициентом корреляции):*

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\,\bar{y}}{s_x s_y} = \frac{\hat{\mathrm{Cov}}(X,Y)}{s_x s_y}.$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n s_x s_y};$$

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \cdot \sqrt{n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}}.$$

2. Теорема Гаусса-Маркова. Рассмотрим *линейный регрессионный анализ,* для которого функции *φ(X*) линейна относительно оцениваемых параметров:

$$M_x(Y) = \beta_0 + \beta_1 x. \quad (1)$$

Предположим, что для оценки параметров линейной функции регрессии взята выборка, содержащая *n* пар значений переменных (*xi, yi*), где *i=1,2,..., n.* В этом случае *линейная парная регрессионная модель* имеет вид:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i. \quad (2)$$

Отметим основные предпосылки регрессионного анализа.

1. В модели (2) возмущение *εi* (или зависимая переменная *yi)* есть величина случайная*,* а объясняющая переменная *xi* — величина *неслучайная;*

2. Математическое ожидание возмущения *εi* равно нулю;

3. Дисперсия возмущения *εi* (или зависимой переменной *yi)* постоянна для любого *i*;

4. Возмущения *εi* и *εj* не коррелированны;

5. Возмущение *εi* есть нормально распределенная случайная величина.

В этом случае модель (2) называется *классической нормальной линейной регрессионной моделью (Classical Normal Linear Regression model).*

Для получения уравнения регрессии достаточно предпосылок *1-4.* Требование выполнения предпосылки 5 необходимо для оценки точности уравнения регрессии и его параметров.

*Теорема Гаусса-Маркова***.** Если регрессионная модель (2) удовлетворяет предпосылкам 1—4, то оценки b0, b1 имеют наименьшую дисперсию в классе всех линейных несмещенных оценок {Best Linear Unbiased Estimator, или BLUE).

3. Оценка значимости уравнения регрессии. Коэффициент детерминации. Геометрическая интерпретация регрессии и коэффициента детерминации. Пусть в уравнении регрессии содержится k объясняющих переменных. Дисперсию зависимой переменной можно представить в виде суммы объясненной и необъясненной составляющих:

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2=\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2+\sum_{i=1}^{n}e_i^2,$$

где:

e_i – остаток в i – м варианте реализации событий;

y_i – значение зависимой переменной в i – м варианте реализации событий;

$\bar{y}$ – среднее значение зависимой переменной;

$\hat{y}_i$ – расчетное значение зависимой переменной в i – м варианте реализации событий, определяемое уравнением регрессии;

n – число реализации событий, в каждом из которых при сочетании значений независимых переменных было получено значение зависимой переменной.

Каждая сумма в этом разложении имеет собственное название:

- $\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2$ — *общий разброс зависимой переменной* (обозначается TSS);
- $\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2$ — *разброс, объясненный регрессией* (обозначается ESS);
- $\sum_{i=1}^{n}e_i^2$ — *разброс, не объясненный регрессией* (обозначается USS).

Используя введенные обозначения, разложение дисперсии зависимой переменной можно записать в виде суммы:

$$TSS=ESS+USS.$$

Мерой объясняющего качества уравнения регрессии по сравнению с оценкой в виде среднего значения $y=\bar{y}$ является коэффициент детерминации R^2, который измеряет долю дисперсии, совместно объясненной всеми независимыми переменными:

$$R^2=\frac{ESS}{TSS}=1-\frac{USS}{TSS}.$$

В случае коррелированности независимых переменных объясняющие способности этих переменных могут перекрываться. Для компенсации такого увеличения R^2 вводится приведенный (скорректированный) коэффициент детерминации с поправкой на число независимых переменных, которым можно варьировать (называемое иначе числом степеней свободы):

$$R_{np}^2=1-\frac{n-1}{n-k-1}\cdot\frac{USS}{TSS}.$$

Если при добавлении новой переменной (при этом уменьшается на 1 число степеней свободы) увеличение доли объясненной регрессии мало, то скорректированный коэффициент детерминации R_{np}^2 может уменьшаться, следовательно, добавлять новую переменную не следует.

Качество оценок для модели множественной линейной регрессии предполагает определение статистической значимости полученных коэффициентов уравнения регрессии и коэффициента детерминации $R^2_{пр}$.

Значимость коэффициентов уравнения регрессии b_i оценивается с помощью критерия t:

$$t_i = \frac{b_i}{S(b_i)},$$

где $S(b_i)$ – стандартные ошибки коэффициентов регрессии.

Величина t_i имеет распределение Стьюдента с $\nu = n - k - 1$ степенями свободы, где:

n – число пар данных в выборке, использованных для получения уравнения регрессии;

k – количество коэффициентов в уравнении регрессии.

Алгоритм оценки значимости для коэффициентов уравнения регрессии состоит в следующем:

1) вычисляется наблюдаемое значение критерия t;

2) по таблице распределения Стьюдента по заданному уровню значимости и числу степеней свободы $\nu = n - k - 1$ находится критическое значение $t_{кр}$;

3) вычисленные критерии t_a и t_b сравниваются с критическим значением $t_{кр}$.

Если $t > t_{кр}$, то соответствующий коэффициент уравнения регрессии значим и принимается. Если $t < t_{кр}$, то соответствующий коэффициент уравнения регрессии незначим, не отличается от нуля и не принимается.

В эконометрике проверку гипотез осуществляют при 5%-м, реже на 10%-м уровне значимости. В первом случае стандартная ошибка оценки коэффициента регрессии составляет примерно до половины его величины. Последовательное исключение несущественных факторов (переменных), коэффициенты при которых оказались незначимы, составляют основу пошагового регрессионного анализа.

Для определения статистической значимости коэффициента детерминации R^2 используется F – статистика:

$$F = \frac{R^2 \cdot (n - k - 1)}{\left(1 - R^2\right) \cdot k},$$

где:

n – число пар данных в выборке, использованных для получения уравнения регрессии;

k – количество коэффициентов в уравнении регрессии.

Величина F имеет распределение Фишера с $\nu_1 = 1, \nu_2 = n - k - 1$ степенями свободы. Вычисленный критерий F сравнивается с критической величиной $F_{кр}$ следующим образом:

если $F < F_{кр}$, то R^2 считается незначимым, он не отличим от нуля;

если $F > F_{кр}$, то R^2 считается значимым, и уравнение регрессии может использоваться для объяснения изменения переменной y под влиянием изменения переменных x_i.

4. Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии. Оценка параметров классической регрессионной модели методом наименьших квадратов. Оценка значимости множественной регрессии. Модель множественной линейной регрессии можно представить в виде:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_{i1} + \beta_2 \cdot x_{i2} + ... + \beta_p \cdot x_{ip} + \varepsilon_i,$$

где

$y_i - i -$е наблюдение зависимой переменной Y ($i = 1,2,...,n$),

$x_{i1}, x_{i2},..., x_{ip}$ – объясняющие переменные,

$\varepsilon_i - i -$я случайная составляющая, характеризующая отклонение от функции регрессии.

Введем обозначения: $Y = (y_1\ y_2\ \dots\ y_n)'$ – матрица-столбец, или вектор, значений зависимой переменной размера n; $\beta = (\beta_0\ \beta_1 \dots \beta_p)'$ – матрица-столбец, или вектор, параметров размера $p + 1$; $\varepsilon = (\varepsilon_1\ \varepsilon_2 \dots \varepsilon_n)'$ – матрица-столбец, или вектор, возмущений (случайных ошибок, остатков) размера n;

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & ... & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & ... & x_{2p} \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & & x_{np} \end{pmatrix}$$

- матрица-столбец, или вектор, значений объясняющих переменных размера $n \times (p + 1)$; в матрицу X дополнительно введен столбец, все элементы которого равны 1, т.е. предполагается, что свободный член β_0 умножается на фиктивную переменную x_{i0}, принимающую значение 1 для всех i: $x_{i0} = 1$ $(i = 1,2,...,n)$.

Тогда в **матричной форме** модель множественной линейной регрессии примет вид:

$$Y = X \cdot \beta + \varepsilon.$$

Оценкой этой модели по выборке является уравнение

$$Y = X \cdot b + e,$$

где $b = (b_0\ b_1 \dots b_n)'$, $e = (e_1\ e_2 \dots e_n)'$.

Для оценки вектора неизвестных параметров β применим **метод наименьших квадратов**, согласно которому вектор неизвестных параметров $b = (b_0\ b_1 \dots b_n)'$ выбирается таким образом, чтобы сумма квадратов отклонений эмпирических значений y_i от значений $\hat{y}_{x_i}$, найденных по уравнению регрессии, была минимальной:

$$S = \sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_{x_i} - y_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = e' \cdot e = (Y - Xb)' \cdot (Y - Xb) \to min,$$

при этом используется свойство произведения $e' \cdot e = \sum_{i=1}^{n} e_i^2$. С учетом свойства транспонирования произведения матриц $(Xb)' = b'X$ после раскрытия скобок условие минимизации примет вид:

$$S = Y' \cdot Y - 2b'X'Y + b'X'Xb \to min.$$

Можно доказать, что задача минимизации функции S сводится к определению вектора b неизвестных параметров из следующего матричного уравнения:

$$X'Xb = X'Y,$$

при этом матрица $X'X$ сумм первых степеней, квадратов и попарных произведений n наблюдений и вектор $X'Y$ произведений n наблюдений объясняющих и зависимой переменных имеют вид:

$$X'X = \begin{pmatrix} n & \sum x_{i1} & \ldots & \sum x_{ip} \\ \sum x_{i1} & \sum x_{i1}^2 & \ldots & \sum x_{i1} \cdot x_{ip} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \sum x_{ip} & \sum x_{i1} \cdot x_{ip} & \ldots & \sum x_{ip}^2 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} \sum y_i \\ \sum y_i \cdot x_{i1} \\ \ldots \\ \sum y_i \cdot x_{ip} \end{pmatrix}.$$

Решением матричного уравнения $X'Xb = X'Y$ является вектор

$$b = (X'X)^{-1} X'Y,$$

где $(X'X)^{-1}$ – матрица, обратная матрице коэффициентов $(X'X)$, $X'Y$ – матрица-столбец, или вектор, ее свободных членов.

Зная вектор b, выборочное уравнение множественной регрессии можно представить в виде:

$$\hat{y} = X_0' \cdot b,$$

где $\hat{y}$ – групповая (условная) средняя переменной Y при заданном векторе значений объясняющей переменной $X_0' = (1\ x_{10}\ x_{20}\ \ldots\ x_{p0})$.

Использование множественного регрессионного анализа имеет чрезвычайно широкие возможности для обработки таблиц гидробиологических наблюдений, содержащих, как правило, десятки и сотни потенциальных переменных.

Формулы, используемые при построении доверительных интервалов для индивидуального и среднего значений, можно получить из аналогичных формул парной модели, изменив число степеней свободы $k = n - 2$ на $k = n - p - 1$. Так, 95%-ный доверительный интервал для индивидуального значения y_0^* можно рассчитать по формуле:

$$\hat{y}_0 - t_{1-\alpha:n-p-1} \cdot s_{\hat{y}_0} \le y_0^* \le \hat{y}_0 + t_{1-\alpha:n-p-1} \cdot s_{\hat{y}_0},$$

где $s_{\hat{y}_0} = s \cdot \sqrt{1 + X_0' \cdot (X'X)^{-1} \cdot X_0}$.

Коэффициент b_j значимо отличается от нуля (иначе – гипотеза H_0 о равенстве параметра b_j нулю, т.е. $H_0 : b_j = 0$, отвергается) на уровне значимости α, если

$$|t| = \frac{|b_j|}{s_{b_j}} > t_{1-\alpha;n-p-1},$$

где $t_{1-\alpha;n-p-1}$ – табличное значение t – критерия Стьюдента, определенное на уровне значимости α при числе степеней свободы $k = n - p - 1$. Отсюда следует соотношение для построения доверительного интервала для параметра β_j:

$$b_j - t_{1-\alpha;n-p-1} \cdot s_{b_j} \le \beta_j \le b_j + t_{1-\alpha;n-p-1} \cdot s_{b_j}.$$

Итак, значимость коэффициентов регрессии b_j проверяется путем расчета средних квадратичных отклонений (стандартных ошибок) этих коэффициентов по формуле

$$s_{b_j} = s \cdot \sqrt{[(X'X)^{-1}]_{jj}}$$

5. Мультиколлинеарность. *Мультиколлинеарность* – это коррелированность двух или нескольких объясняющих переменных в уравнении множественной линейной регрессии. При наличии мультиколлинеарности оценки, формально полученные методом наименьших квадратов (МНК), обладают рядом недостатков:

1) небольшое изменение исходных данных приводит к существенному изменению оценок регрессии;

2) оценки имеют большие стандартные ошибки, малую значимость, в то время как модель в целом является значимой (при больших коэффициентах детерминации R^2).

Если при оценке уравнения регрессии несколько факторов оказались незначимыми, то нужно выяснить наличие среди них факторов, сильно коррелированных между собой. При наличии корреляции один из пары связанных между собой факторов исключается. Если статистически незначим лишь один фактор, то он должен быть исключен или заменен другим показателем. В модель регрессии включаются те факторы, которые более сильно связаны с зависимой переменной, но слабо связаны с другими факторами.

6. Отбор наиболее существенных объясняющих переменных в регрессионной модели. Построение эконометрической модели включает в себя обоснование решения о том, какие объясняющие переменные необходимо включить в уравнение множественной линейной регрессии, т.е. как правильно составить спецификацию модели, от которой в значительной степени зависят свойства оценок коэффициентов регрессии. Здесь возможны две ситуации.

1) В модели отсутствует переменная, которая должна быть включена.

Предположим, что переменная y зависит от двух переменных. Однако в модель включена только одна независимая переменная x_1:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_1.$$

В этом случае оценка b_1 и ее дисперсия являются смещенными. Смещенность оценки связана с тем, что при отсутствии второй переменной x_2 в регрессии переменная x_1 играет двойную роль: отражает свое прямое влияние и заменяет переменную x_2 в описании ее влияния. Для данной регрессии коэффициент детерминации R^2, отражающий общую объясняющую способность переменной x_1 в обеих ролях, завышен.

2) В модели включена переменная, которая не должна быть включена.

В этом случае оценки коэффициентов регрессии и их дисперсии являются несмещенными, но не эффективными. Если обнаруживается, что коэффициенты при излишних переменных статистически незначимы, то эти переменные исключаются из модели.

7. Фиктивные переменные. При исследовании влияния качественных признаков на объясняемую (зависимую) переменную y в модель множественной линейной регрессии следует вводить фиктивные переменные, принимающие, как правило, два значения: 1, если данный признак присутствует в наблюдении; 0 – при его отсутствии.

Если включаемый в рассмотрение качественный признак имеет не два, а несколько значений, то используют несколько фиктивных переменных, число которых должно быть на единицу меньше числа значений признака. При назначении фиктивных переменных исследуемая совокупность по числу значений качественного признака разбивается на группы. Одну из групп выбирают как эталонную и определяют фиктивные переменные для остальных.

Если качественный признак имеет два значения, то достаточно ввести одну фиктивную переменную. Например, строится модель, характеризующая показатели предприятий двух отраслей промышленности: электроэнергетики и газовой промышленности. Вводится фиктивная переменная, которой присваивается значение 0, если данные относятся к предприятиям электроэнергетики, и значение 1, если данные относятся к предприятиям газовой промышленности.

При трех значениях качественного признака следует вводить две фиктивные переменные. Например, строится модель, характеризующая показатели предприятий трех регионов. Вводится одна фиктивная переменная, которой присваивается значение 0, если данные относятся к предприятиям первого региона, и значение 1, если данные относятся к предприятиям двух других регионов. Второй фиктивной переменной присваивается значение 0, если данные относятся ко второму региону, и значение 1, если данные относятся к первому и третьему регионам.

Введение в регрессию фиктивных переменных существенно улучшает качество оценивания.

8. Нелинейные модели регрессии. Нелинейность регрессии может иметь место в части как переменных, так и параметров. Нелинейность по переменной можно устранить заменой переменных. Например, нелинейные уравнения

$$y = a + b\sqrt{x} + \varepsilon \quad \text{и} \quad y = a + b \cdot ln(x) + \varepsilon$$

заменами переменных $z = \sqrt{x}$ и $z = ln(x)$ соответственно сводятся к линейным уравнениям:

$$y = a + b \cdot z + \varepsilon \quad \text{и} \quad y = a + b \cdot z + \varepsilon .$$

Нелинейность по параметру может устраняться различными способами. Наиболее часто нелинейность этого типа устраняется путем логарифмического преобразования уравнения. Например, нелинейные уравнения

$$y = \alpha \cdot x^{\beta} \cdot \varepsilon \quad \text{и} \quad y = \alpha \cdot e^{\beta \cdot x} \cdot \varepsilon$$

после логарифмирования сводится к линейным уравнениям относительно новых переменных и параметров $ln(y), ln(x), ln(\alpha)$ и $ln(\varepsilon)$:

$$ln(y) = ln(\alpha) + \beta \cdot ln(x) + ln(\varepsilon) \quad \text{и} \quad ln(y) = ln(\alpha) + \beta \cdot x + ln(\varepsilon).$$

В общем случае параметры нелинейных уравнений регрессии оцениваются с использованием алгоритмов и программ, реализующих численные методы. Современные статистические пакеты программ для ПЭВМ позволяют оценивать параметры нелинейных уравнений регрессии любого типа.

Тема 4. Методы компонентного анализа

Задача лекции: Формирование теоретических знаний о методах компонентного анализа с целью дальнейшего применения полученных при решении практических задач.

План лекции:

1. Формальная постановка задачи.
2. Диагонализация ковариационной матрицы.
3. Сингулярное разложение матрицы данных.
4. Матрица преобразования к главным компонентам. Остаточная дисперсия.
5. Применение метода главных компонент в таможенном деле.

Конспект лекции:

1. Формальная постановка задачи. Пусть эффективность вскрытия продуктивного пласта зависит от множества факторов $X_i=\{x_1, x_2, ..., x_m\}$. Требуется найти такое преобразование величин X_i в новый набор величин $Z_i=\{z_1, z_2, ..., z_p\}$, которые были бы независимыми и располагались в порядке убывания дисперсий.

Каждая величина Z_i представляет собой линейную комбинацию m исходных величин, т.е. имеет вид:

$$Z=b_1x_1+b_2x_2+...+b_mx_m \quad (1)$$

Эта величина и называется главной компонентой. Теоретически число главных компонент равно числу исходных параметров, однако, первые две - четыре главные компоненты описывают до 90 % изменчивости исходного массива. Для двух случайных величин x_1 и x_2 первая главная компонента может быть записана:

$$Z_1=\alpha_1x_1+\alpha_2x_2 \quad (2)$$

где α_1 и α_2 - неизвестные параметры. Пусть имеется некоторое число n наблюдений над x_1 и x_2. Для пары наблюдений с номером j (j=1...n) можно найти величину $h_j^2 = x_{1j}^2 + x_{2j}^2$, которая может быть определена через главную компоненту

$$h_j^2=(b_1x_{1j}+b_2x_{2j})^2+d_j^2=z_{1j}^2+d_j^2, \quad (3)$$

где d_j - случайная составляющая, соответствующая наблюдению с номером j, b_1 и b_2 - оценки α_1 и α_2, которые находят минимизацией выражения:

$$\sum_{j=1}^{n} d_j^2=\sum_{j=1}^{n} [h_j^2-(b_1x_{1j}+b_2x_{2j})^2]. \quad (4)$$

Для того, чтобы избежать неоднозначных решений при определении b_1 и b_2 вводится условие $b_1^2+b_2^2=1$. Это позволяет представить главную компоненту (2) в виде:

$$Z_1=\alpha_1(x_1-\mu_1)+\alpha_2(x_2-\mu_2), \quad (5)$$

где μ_1 и μ_2 - неизвестные истинные средние значения случайных величин x_1 и x_2.

С учетом (5) уравнение (4) может быть записано:

$$\sum_{j=1}^{n} d_j^2=\sum_{j=1}^{n} \{h_j^2-[b_1(x_{1j}-\overline{x_1})+b_2(x_{2j}-\overline{x_2})]^2\}=\sum_{j=1}^{n} h_j^2-\sum_{j=1}^{n} [b_1(x_{1j}-\overline{x_1})+b_2(x_{2j}-\overline{x_2})]^2, \quad (6)$$

где $\overline{x_1}$ и $\overline{x_2}$ - выборочные средние значения величин x_1 и x_2, а

$$h_j^2=(x_{1j}-\overline{x_1})^2+(x_{2j}-\overline{x_2})^2. \quad (7)$$

$\sum_{j=1}^{n} h_j^2$ для одной и той же совокупности наблюдений величина постоянная. Из уравнения (6) видно, что минимизация этой величины равносильна минимизации выражения

$$\sum_{j=1}^{n} [b_1(x_{1j}-\overline{x_1})+b_2(x_{2j}-\overline{x_2})]^2=\sum_{j=1}^{n} Z_{1j}^2, \quad (8)$$

которое представляет собой сумму квадратов значений главной компоненты Z_{1j}.

Вторая главная компонента имеет вид: $Z_2=\beta_1x_1+\beta_2x_2$. На коэффициенты α и β накладываются следующие ограничения:

$\alpha_1^2+\alpha_2^2=1, \quad \beta_1^2+\beta_2^2=1, \quad \alpha_1\beta_1+\alpha_2\beta_2=0$

Эти условия означают, что векторы (α_1,α_2) и (β_1,β_2) ортогональны. Для случая m переменных (m>2) главная компонента равна

$$Z_i=\sum_{j=1}^{n} b_{ij}x_i, \; i=1,2...m; \; j=1,2...n \tag{9}$$

Уравнение (6) примет вид:

$$\sum_{j=1}^{n} d_j^2=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}(x_{ij}-x_i)^2-[\sum_{i=1}^{m} b_i(z_{ij}-\overline{x_i})]^2, \qquad \text{где} \quad \overline{x_i}=\frac{\sum_{j=1}^{n} x_{ij}}{n}.$$

Свойства главных компонент таковы, что описание объектов в пространстве k главных компонент имеет наименьшие искажения особенностей их взаимного расположения по сравнению с описанием в любом другом подпространстве той же размерности. Интерес представляет случай, когда k не велико. Тогда расположение объектов в пространстве выбранных главных компонент легко изучается визуально. При этом становится возможным делать выводы общего характера, например, выделить скопления объектов. Другая возможность использования главных компонент состоит в том, что при количественном описании объектов при проведении в дальнейшем статистического анализа ограничиваются только выделенными k компонентами (k<p). Например, в множественном регрессионном анализе вместо большого набора независимых переменных x1, x2, …, xm можно рассмотреть гораздо меньший набор главных компонент, к тому же не коррелирующих друг с другом.

2. Диагонализация ковариационной матрицы. Все задачи о главных компонентах приводят к задаче диагонализации ковариационной матрицы или выборочной ковариационной матрицы. Эмпирическая или выборочная ковариационная матрица, это

$$C=[c_{ij}], \; c_{ij}=\frac{1}{m-1}\sum_{l=1}^{m}(x_{li}-\overline{X_i})(x_{lj}-\overline{X_j}).$$

Ковариационная матрица многомерной случайной величины X, это

$$\Sigma=[\sigma_{ij}], \; \sigma_{ij}=\mathrm{cov}(X_i,X_j)=E[(X_i-EX_i)(X_j-EX_j)].$$

Векторы главных компонент для задач о наилучшей аппроксимации и о поиске ортогональных проекций с наибольшим рассеянием — это ортонормированный набор $\{a_1, ..., a_n\}$ собственных векторов эмпирической ковариационной матрицы C, расположенных в порядке убывания собственных значений $\lambda : \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_n \geq 0$. Эти векторы служат оценкой для собственных векторов ковариационной матрицы $\mathrm{cov}(X_i, X_j)$. В базисе из собственных векторов ковариационной матрицы она, естественно, диагональна, и в этом базисе коэффициент ковариации между различными координатами равен нулю.

Если спектр ковариационной матрицы вырожден, то выбирают произвольный ортонормированный базис собственных векторов. Он существует всегда, а собственные числа ковариационной матрицы всегда вещественны и неотрицательны.

3. Сингулярное разложение матрицы данных. Математическое содержание метода главных компонент — это *спектральное разложение* ковариационной матрицы C, то есть представление пространства данных в виде суммы взаимно ортогональных собственных подпространств C, а самой матрицы C — в виде линейной комбинации ортогональных проекторов на эти подпространства с коэффициентами λ_i. Если $\mathrm{X}=\{x_1, ..., x_m\}$ — матрица, составленная из векторов-столбцов центрированных данных, то $C=\frac{1}{m-1}\mathrm{X}^T\mathrm{X}$ и задача о спектральном разложении ковариационной матрицы C превращается в задачу о *сингулярном разложении* матрицы данных X.

Число $\sigma \geq 0$ называется **сингулярным числом** матрицы X тогда и только тогда, когда существуют **правый и левый сингулярные векторы**: такие m-мерный вектор-строка b_σ и n-мерный вектор-столбец a_σ (оба единичной длины), что выполнено два равенства:

$$\mathrm{X}\, a_\sigma = \sigma b_\sigma^T;\ b_\sigma\, \mathrm{X} = \sigma\, a_\sigma^T.$$

Пусть $p = \operatorname{rang} \mathrm{X} \leq \min\{n, m\}$ — ранг матрицы данных. **Сингулярное разложение** матрицы данных X — это её представление в виде

$$\mathrm{X} = \sum_{l=1}^{p} \sigma_l b_l^T a_l^T;\ \mathrm{X}^T = \sum_{l=1}^{p} \sigma_l a_l b_l \ \left(x_{ij} = \sum_{l=1}^{p} \sigma_l b_{li} a_{lj} \right),$$

где $\sigma_l > 0$ — сингулярное число, $a_l = (a_{li}),\ i = 1, ...n$ — соответствующий правый сингулярный вектор-столбец, а $b_l = (b_{li}),\ i = 1, ...m$ — соответствующий левый сингулярный вектор-строка ($l = 1, ...p$). Правые сингулярные векторы-столбцы a_l, участвующие в этом разложении, являются векторами главных компонент и собственными векторами эмпирической ковариационной матрицы $C = \dfrac{1}{m-1} \mathrm{X}^T \mathrm{X}$, отвечающими положительным собственным числам $\lambda_l = \dfrac{1}{m-1} \sigma_l^2 > 0$.

Хотя формально задачи сингулярного разложения матрицы данных и спектрального разложения ковариационной матрицы совпадают, алгоритмы вычисления сингулярного разложения напрямую, без вычисления ковариационной матрицы и её спектра, более эффективны и устойчивы.

4. Матрица преобразования к главным компонентам. Остаточная дисперсия. Матрица A преобразования данных к главным компонентам состоит из векторов главных компонент, расположенных в порядке убывания собственных значений:

$$A = \{a_1, ..., a_n\}^T$$ (T означает транспонирование),

причём

$$AA^T = 1.$$

То есть, матрица A является ортогональной.

Большая часть вариации данных будет сосредоточена в первых координатах, что позволяет перейти к пространству меньшей размерности.

Пусть данные центрированы, $\overline{X} = 0$. При замене векторов данных x_i на их проекцию на первые k главных компонент $x_i \mapsto \sum_{j=1}^{k} a_j (a_j, x_i)$ вносится средний квадрат ошибки в расчете на один вектор данных:

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left\| x_i - \sum_{j=1}^{k} a_j (a_j, x_i) \right\|^2 = \sum_{l=k+1}^{n} \lambda_l,$$

где $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_n \geq 0$ собственные значения эмпирической ковариационной матрицы C, расположенные в порядке убывания, с учетом кратности.

Эта величина называется *остаточной дисперсией*. Величина

$$\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left\|\sum_{j=1}^{k}a_j(a_j,x_i)\right\|^2=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{k}(a_j,x_i)^2=\sum_{l=1}^{k}\lambda_l$$

называется *объяснённой дисперсией*. Их сумма равна выборочной дисперсии. Соответствующий квадрат относительной ошибки — это отношение остаточной дисперсии к выборочной дисперсии (то есть *доля необъяснённой дисперсии*):

$$\delta_k^2=\frac{\lambda_{k+1}+\lambda_{k+2}+\ldots+\lambda_n}{\lambda_1+\lambda_2+\ldots+\lambda_n}.$$

По относительной ошибке δ_k оценивается применимость метода главных компонент с проецированием на первые k компонент.

Тема 5. Методы принятия решений

Задача лекции: Формирование теоретических знаний о методах принятия решений с целью дальнейшего применения полученных при решении практических задач.

План лекции:
1. Процесс принятия решений в таможенных органах.
2. Оценка сложных систем на основе теории полезности.
3. Оценка сложных систем в условиях определенности.
4. Оценка сложных систем в условиях риска.
5. Оценка сложных систем в условиях неопределенности.

Конспект лекции:

1. Процесс принятия решений в таможенных органах.

2. Оценка сложных систем на основе теории полезности. В теории полезности исходят из того, что критерий эффективности предназначен для выявления порядка предпочтений на альтернативах (исходах операции), что позволяет обеспечить обоснованный выбор решения.

Полезность исхода операции это действительное число, приписываемое исходу операции и характеризующее его предпочтительность по сравнению с другими альтернативами относительно цели.

Зная возможные альтернативы с их показателями полезности, можно построить функцию полезности, которая дает основу для сравнения и выбора решений. Функция полезности представляет собой числовую ограниченную функцию *F(a),* определенную на множестве альтернатив $A=\{a_k\}$, k = 1, 2, ...,l, так, что $F(a_i)=F(a_j)$, когда альтернативы a_i и a_j неразличимы ($a_i.\sim a_j.$), то есть нельзя отдать предпочтение ни тому, ни другому исходу, и $F(a_i)>F(a_j)$, когда альтернатива a_i предпочтительнее альтернативы a_j ($a_i.\succ a_j$).

Основные аксиомы теории полезности.

Аксиома 1. *Измеримость.* Каждому альтернативному исходу и,. может быть поставлено в соответствие неотрицательное действительное число p_i, рассматриваемое как мера относительной полезности исхода a_i, i = 1, ..., n, $0\le p_i.\le 1$.

Аксиома 2. *Сравнимость.* Любые два исхода (альтернативы) a_i и a_j сравнимы: либо один исход предпочтительнее другого, либо исходы одинаково предпочтительны (эквивалентны). Другими словами, при сравнении двух альтернатив a_i. и a_j возможен один из трех выводов: предпочтительнее альтернатива a_i; между альтернативами a_i и a_j нет предпочтительности; предпочтительнее альтернатива a_j. Аксиома основана на допущении: на множестве альтернатив существует совершенное, рефлексивное и транзитивное отношение слабого предпочтения $\succ$. Рефлективность и транзитивность понимаются в обычном смысле, а совершенным называется отношение, для которого истинно следующее высказывание:

$$(\forall a_1, a_2 \in \{A\})(a_1 \succ a_2 \vee a_2 \succ a_1).$$

Заметим, что если одновременно истинны два высказывания:

$$a_1 \succ a_2 \; и \; a_2 \succ a_1$$

то между a_1 и a_2 имеет место отношение безразличия: $a_1 \sim a_2$. Если же $a_1 \succ a_2$ истинно, а $a_2 \succ a_1$ ложно, то имеет место отношение строгого предпочтения: $a_1 \sim a_2$.

Аксиома 3. *Транзитивность.* Соотношения предпочтения и эквивалентности исходов транзитивны. Если исход a_i предпочтительнее исхода a_j, а исход a_j предпочтительнее исхода a_k то исход a_i. тоже предпочтительнее исхода a_k . Аналогично, если исход a_i. эквивалентен исходу a_j,, а исход a_j эквивалентен исходу a_k,, то исходы a_i. и a_k тоже эквивалентны.

Аксиома 4. *Коммутативность.* Предпочтение исхода a_i исходу a_j не зависит от порядка, в котором они названы и представлены.

Аксиома 5. *Независимость.* Если исход a_i предпочтительнее исхода a_j и, кроме того, существует исход a_k, который не оценивается относительно исходов a_i и a_j, то смесь исходов a_i и a_k предпочтительнее смеси исходов a_j и a_k.. (Под смесью исходов a_m и a_n понимается исход, заключающийся в появлении одного из них с некоторой вероятностью, например исхода a_m *с* вероятностью *p,* а исхода a_n *с* дополнительной вероятностью 1-р) Иначе говоря, предполагается, что отношение безразличия (предпочтения) между двумя альтернативами не нарушается наличием третьего:

$$(\forall a_1, a_2)\{(a_1 \sim a_2) \Rightarrow (\forall a_3)(\forall p \in (0,1))[(p, a_1; (1-p), a_3) \sim (p, a_2; (1-p), a_3)]\}.$$

Все известные способы определения функции полезности носят приближенный характер и строятся на основе анализа влияния исходов исследуемой операции на операцию более высокого уровня иерархии, экспертных оценок и аппроксимации.

Анализ влияния исходов исследуемой операции на операцию более высокого уровня иерархии основывается на моделировании и предполагает включение системы, с помощью которой реализуется исследуемая операция, как элемента в систему на один уровень выше и рассмотрение влияния на ее функционирование исходов исследуемой операции. Показатель исхода исследуемой операции будет выступать одним из управляемых параметров, описывающих вышестоящую операцию. В результате должна быть получена некоторая зависимость эффективности функционирования вышестоящей системы от интересующего нас показателя, которая и принимается в качестве функции полезности для исходов исследуемой операции.

Способы определения функции полезности с использованием методов экспертных *оценок* предполагают, что практический опыт и знания людей трудно заменить дедуктивными построениями формального характера. В силу этого способам на экспертной основе присущи известные преимущества по сравнению с другими и они интенсивно развиваются.

При любом способе выполнения экспертизы в ней можно выделить следующие основные этапы:

• упорядочение множества исходов операции по их предпочтительности $(a_1 \succ a_2 \succ ... \succ a_n)$;

• определение полезности каждого исхода *F(a_i.),* проверка полученных оценок на непротиворечивость путем сравнения оценок предпочтительности показателей полезности исходов;

• устранение противоречий в оценках путем корректировки или варианта упорядочения исходов либо показателей полезности, либо того и другого вместе.

Определение функции полезности *на основе аппроксимации* заключается в следующем. При рассмотрении исходов конкретной операции отыскиваются характерные точки, соответствующие, например, экстремумам функции полезности, а неизвестные значения между ними определяются некоторой известной зависимостью. Вид аппроксимации выбирается на основе имеющихся сведений или качественных соображений о показателях полезности исходов.

3. Оценка сложных систем в условиях определенности. Оценивание систем в условиях определенности производится с использованием методов векторной оптимизации с помощью шкал.

Пусть $K = (k_1, k_2, ..., k_I)$ — векторный критерий, представляющий собой отображение $K{:}A \to R^{\text{i}}$; $K(a)$ — векторная оценка альтернативы $a \in A$; R^{i} — шкала, числовая система при условии, что R^I — множество всех действительных чисел. Тогда общая задача векторной оптимизации может быть сформулирована следующим образом:

$$K(a) \to \underset{a \in A}{opt}\, K(a),$$

где opt — оператор оптимизации, определяющий семантику оптимальности.

На первом этапе с использованием системного анализа определяются частные показатели и критерии эффективности. На втором этапе находится множество Парето формулируется задача многокритериальной оптимизации. На третьем этапе задача решается путем скаляризации критериев устранения многокритериальности.

Принцип Парето. Множество Парето - подмножество A^* множества альтернатив A. Множество A^* задается свойством его элементов

$$(\forall a \in A)(\exists a^* \in A^*)(K(a^*) \geq K(a)).$$

Множество Парето A^* (переговорное множество, множество компромиссов) включает альтернативы, которые всегда более предпочтительны по сравнению с любой альтернативой из множества $A \backslash A^*$. При этом любые две альтернативы из множества Парето по предпочтению несравнимы.

4. Оценка сложных систем в условиях риска. Операции, выполняемые в условиях риска, называются *вероятностными.* Однозначность соответствия между системами и исходами в вероятностных операциях нарушается. Это означает, что каждой системе (альтернативе) a_i ставится в соответствие не один, а множество исходов $\{y_k\}$ с известными условными вероятностями появления $p(y_k / a_i)$. Например, из-за ограниченной надежности сетевого оборудования время передачи сообщения может меняться случайным образом по известному закону. Очевидно, оценивать системы в операциях данного типа так, как в детерминированных операциях, нельзя.

Эффективность систем в вероятностных операциях находится через математическое ожидание функции полезности на множестве исходов $K(a) = M_a[F(y)]$.

При исходах $y_k (k = 1, ..., m)$ с дискретными значениями показателей, каждый из которых появляется с условной вероятностью $p(y_k / a_i)$ и имеет полезность $F(y_k)$, выражение для определения математического ожидания функции полезности записывается в виде

$$K(a_i) = \sum_{k=1}^{m} p(y_k / a_i) F(y_k), i = 1, ..., n .$$

Из данного выражения как частный случай может быть получена оценка эффективности систем для детерминированных операций, если принять, что исход, соответствующий системе, наступает с вероятностью, равной единице, а вероятности остальных исходов равны нулю. Условия оценки систем в случае, когда показатели исхода вероятностной операции являются дискретными величинами, удобно задавать таблично При исходах с непрерывными значениями показателей математическое ожидание функции полезности определяется как

$$K(a_i) = \int_{R_Д} f(y/a_i) F(y) dy,$$

где $f(y/a_i)$ — плотность вероятностей исходов;

$R_Д$ — допустимая область векторного пространства исходов.

Таким образом, для оценки эффективности систем в вероятностной операции необходимо:

• определить исходы операции по каждой системе;

• построить функцию полезности на множестве исходов операции;

• найти распределение вероятностей на множестве исходов операции;

• рассчитать математическое ожидание функции, полезности на множестве исходов операции для каждой системы.

Критерий оптимальности для вероятностных операций имеет вид:

$$K(a_i) = \max_{a_i} M_{a_i}[F(y)], (i = 1,...,m).$$

В соответствии с этим критерием оптимальной системой в условиях риска считается система с максимальным значением математического ожидания функции полезности на множестве исходов операции.

Оценка систем в условиях вероятностной операции — это оценка «в среднем», поэтому ей присущи все недостатки такого подхода, главный из которых заключается в том, что не исключен случай выбора неоптимальной системы для конкретной реализации операции. Однако если операция будет многократно повторяться, то оптимальная в среднем система приведет к наибольшему успеху.

Сведение задачи оценки систем к вероятностной постановке применимо для операций, имеющих массовый характер, для которых имеется возможность определить объективные показатели исходов, вероятностные характеристики по параметрам обстановки и законы распределения вероятностей на множестве исходов операции.

5. Оценка сложных систем в условиях неопределенности. Специфические черты организационно-технических систем:

1. Наличие в управляемой системе в качестве элементов (подсистем) целенаправленных индивидуумов и наличие в системе управления ЛПР, осуществляющих управление на основе субъективных моделей, что и приводит к большому разнообразию поведения системы в целом.

2. Алгоритм управления часто строит сама система управления, преследуя помимо предъявляемых старшей системой целей собственные цели, не всегда совпадающие с внешними.

3. На этапе оценки ситуации в ряде случаев исходят не из фактической ситуации, а из той модели, которой пользуется ЛПР при управлении объектом.

4. В процессе принятия решения большую роль играют логические рассуждения ЛПР, не поддающиеся формализации классическими методами математики.

5. При выборе управляющего воздействия ЛПР может оперировать нечеткими понятиями, отношениями и высказываниями.

6. В большом классе задач управления организационно-техническими системами отсутствуют объективные критерии оценивания достижения целевого и текущего состояний объекта управления, а также статистика, достаточная для построения соответствующих вероятностных распределений (законов распределения исходов операций) для конкретного принятого решения.

Таким образом, несводимость операций, проводимых сложными организационно-техническими системами к детерминированным или вероятностным, не позволяет использовать для их оценки детерминистские и вероятностные критерии.

Оценка эффективности для неопределенных операций

a_i n_j K(a_i)

	n_1	n_2	…	n_k	
a_1	k_{11}	k_{12}	…	k_{1k}	
a_2	k_{21}	k_{22}	…	k_{2k}	…
…	…	…	…	…	
a_i	k_{m1}	k_{m2}	…	k_{mk}	

Условия оценки эффективности систем для неопределенных операций можно представить в виде табл. 2.10, в которой обозначены:

a_i — вектор управляемых параметров, определяющий свойства системы (i = 1, ..., m);

n_j — вектор неуправляемых параметров, определяющий состояние обстановки (j = 1, ..., k);

k_{ij} — значение эффективности системы a_i для состояния обстановки n_j;

$K(a_i)$ — эффективность системы a_i.

Каждая строка таблицы содержит значения эффективности одной системы для всех состояний обстановки n_j а каждый столбец — значения эффективности для всех систем a_i при одном и том же состоянии обстановки.

В зависимости от характера предпочтений ЛПР наиболее часто в неопределенных операциях используются критерии: среднего выигрыша; Лапласа; осторожного наблюдателя (Вальда); максимакса; пессимизма-оптимизма (Гурвица); минимального риска (Сэвиджа).

Тема 6. Методы условной оптимизации

Задача лекции: Формирование теоретических знаний о методах условной оптимизации с целью дальнейшего применения полученных при решении практических задач.

План лекции:
1. Общая задача линейного программирования
2. Типовые задачи линейного программирования
3. Графический способ решения задачи линейного программирования
4. Симплексный метод
5. Двойственная модель линейного программирования
6. Экономико-математическая модель транспортной задачи и методы ее решения

Конспект лекции:

1. Общая задача линейного программирования. *Оптимизационная задача* - это экономико-математическая задача, которая состоит в нахождении оптимального (максимального или минимального) значения целевой функции, причем значения переменных должны принадлежать некоторой области допустимых значений.

В целом экономико-математическая формулировка и модель **общей задачи линейного программирования** (ОЗЛП) имеют следующий вид:

найти максимальное (минимальное) значение линейной целевой функции

$$F(\overline{X}) = \sum_{j=1}^{n} c_j \cdot x_j \to \max(\min) \quad (1)$$

при условиях-ограничениях:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \le b_i, & i = \overline{1,k}; \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j = b_i, & i = \overline{k+1,m}, \quad k \le m; \\ x_j \ge 0, & j = \overline{1,l}; \quad l \le n, \end{cases}$$

где a_{ij}, b_j, C_j - заданные постоянные величины.

Однородной задачей линейного программирования называется задача, в которой все ограничения имеют вид неравенства.

Стандартной задачей линейного программирования называется задача, которая состоит в определении максимального (минимального) значения целевой функции (1) при выполнении условий неравенства (2) - нетривиальных и (4) - тривиальных (отличное от признанного в науке).

Канонической (или основной) задачей линейного программирования называется задача, которая состоит в определении максимального значения целевой функции (1) при выполнении условий (3) и (4).

Допустимое базисное решение *(опорный план)* содержит только неотрицательные переменные, среди которых свободные равны нулю.

Допустимое базисное решение является **невырожденным,** если все базисные переменные строго положительны, и **вырожденным** - в противном случае.

Оптимальное решение задачи линейного программирования совпадает с одним из ее допустимых базисных решений.

Совокупность чисел $\overline{X} = (x_1, x_2, ..., x_n)$, удовлетворяющих тривиальным и нетривиальным ограничениям задачи, называется допустимым решением (или в экономических задачах - **планом).** Совокупность допустимых решений формирует область допустимых решений (ОДР).

План $\overline{X}^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_n^*)$, при котором целевая функция задачи принимает экстремальное значение, называется **оптимальным.**

В случае, когда требуется найти минимум функции $F(X) = (c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n)$, можно перейти к нахождению максимума функции $F_1(X) = -(c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n)$ так как $\min F(X) = -F_1(X)$, тогда полученное решение целевой функции следует записать с обратным знаком.

2. Типовые задачи линейного программирования.

1) Оптимизация деятельности.

2) Перевозка грузов. Задача заключается в определении плана перевозок – матрицы $X(i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n})$, которая удовлетворяет следующим условиям:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, & i = \overline{1,m}; \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, & j = \overline{1,n}; \\ x_{ij} \ge 0, & i = \overline{1,m}; \quad j = \overline{1,n} \end{cases}$$

и обеспечивает минимальное значение целевой функции

$$F(\overline{X}) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} \to \min$$

3) Построение кольцевых маршрутов. Задача заключается в определении матрицы целых неотрицательных значений переменных x_{ij}, минимизирующих целевую функцию вида

$$F(x) = \sum_{i}^{m}\sum_{j}^{n}(a_{ij} \cdot x_{ij}) \to \min, \quad (1 \le i \le m); \quad (1 \le j \le n)$$

при ограничениях

1) для прибытия в отдел j только один раз:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1; \quad i = \overline{1,m};$$

2) для выбытия из отдела i только один раз:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1; \quad j = \overline{1,n};$$

В такой постановке задача коммивояжера представляет собой задачу целочисленного линейного программирования.

3. Графический способ решения задачи линейного программирования. Наиболее простым и наглядным методом линейного программирования (ЛП) является графический метод. Он применяется для решения задач ЛП с двумя переменными.

Рассмотрим задачу ЛП в стандартной форме записи:

$$\max f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, \qquad i = 1,2,\ldots m,$$

$$x_j \ge 0, \qquad j = 1,2,\ldots,n.$$

Каждое неравенство этой системы геометрически определяет полуплоскость с граничной прямой $a_{i1}\, x_1 + a_{i2}\, x_2 = b_i$, $i=1,2,\ldots m$. Условия неотрицательности определяют полуплоскости, соответственно, с граничными прямыми x1=0,x2 =0. Система совместна, поэтому полуплоскости, как выпуклые множества, пересекаясь, образуют общую часть, которая является выпуклым множеством и представляет собой совокупность точек, координаты каждой из которых являются решением данной системы. Совокупность этих точек называют многоугольником решений. Он может быть точкой, отрезком, лучом, многоугольником, неограниченной многоугольной областью.

Таким образом, геометрически задача линейного программирования (ЗЛП) представляет собой отыскание такой точки многоугольника решений, координаты которой доставляют линейной функции цели максимальное (минимальное) значение, причем допустимыми решениями являются все точки многоугольника решений.

Для нахождения экстремального значения целевой функции при графическом решении задач ЛП используют вектор–градиент, координаты которого являются частными производными целевой функции, т.е.

$$\nabla = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1} = c_1, \frac{\partial f}{\partial x_2} = c_2\right) \cdot$$

Этот вектор показывает направление наискорейшего изменения целевой функции. Прямая $c_1 x_1 + c_2 x_2 = f(\overline{x}_0)$, перпендикулярная вектору–градиенту, является линией уровня целевой функции. В любой точке линии уровня целевая функция принимает одно и то же значение. Приравняем целевую функцию постоянной величине *"a"*. Меняя значение *"a"*, получим семейство параллельных прямых, каждая из которых является линией уровня.

С геометрической точки зрения в задаче линейного программирования ищется такая угловая точка или набор точек из допустимого множества решений, на котором достигается самая верхняя (нижняя) линия уровня, расположенная дальше (ближе) остальных в направлении наискорейшего роста.

Графический метод решения ЗЛП состоит из следующих этапов.

1. Строится многоугольная область допустимых решений ЗЛП – ОДР,

2. Строится вектор-градиент ЦФ в какой-нибудь точке X_0 принадлежащей ОДР – $\nabla = (C_1, C_2)$.

3. Линия уровня $C_1x_1+C_2x_2 = a$ (*a*–постоянная величина) - прямая, перпендикулярная вектору–градиенту ∇ – передвигается в направлении этого вектора в случае максимизации $f(x_1,x_2)$ до тех пор, пока не покинет пределов ОДР. Предельная точка (или точки) области при этом движении и является точкой максимума $f(x_1,x_2)$.

4. Для нахождения ее координат достаточно решить два уравнения прямых, получаемых из соответствующих ограничений и дающих в пересечении точку максимума. Значение $f(x_1,x_2)$, найденное в получаемой точке, является максимальным.

При минимизации $f(x_1,x_2)$ линия уровня перемещается в направлении, противоположном вектору-градиенту. Если прямая при своем движении не покидает ОДР, то соответствующий максимум или минимум $f(x_1,x_2)$ не существует.

4. Симплексный метод. Для решения ЗЛП существует универсальный метод – метод последовательного улучшения плана или симплекс-метод, который состоит из двух вычислительных процедур: симплекс-метода с естественным базисом и симплекс-метода с искусственным базисом (М-метод).

Выбор конкретной вычислительной процедуры осуществляется после приведения исходной ЗЛП к каноническому виду (КЗЛП):

$$\max f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum c_j x_j$$

$$\sum a_{ij} x_j = b_i, i = 1,2,\ldots,m$$

$$x_j \geq 0, j = 1,2,\ldots,n; b_i \geq 0, i = 1,2,\ldots,m$$

В теории линейного программирования (ЛП) показано, что оптимальное решение ЗЛП связано с угловыми (крайними) точками многогранника решений, которым отвечают опорные планы (неотрицательные базисные решения системы уравнений КЗЛП). Каждый из опорных планов определяется системой m линейно независимых векторов, содержащихся в данной системе из n векторов A1, A2,…, An. Верхняя граница количества опорных планов, содержащихся в данной задаче, определяется числом сочетаний C_{nm}.

Для применения симплекс-метода ЗЛП должна содержать единичную подматрицу размером mxm – в этом случае очевиден начальный опорный план (неотрицательное базисное решение системы ограничений КЗЛП).

Для определенности предположим, что первые m векторов матрицы системы уравнений составляют единичную матрицу. Тогда первоначальный опорный план очевиден – (b1, b2 ,…, bm ,0,…,0).

Проверка на оптимальность опорного плана проходит с помощью признака оптимальности, переход к другому опорному плану проводится с помощью преобразований Жордана-Гаусса при использовании математического признака оптимальности. Полученный опорный план снова проверяется на оптимальность и так далее. Процесс заканчивается за конечное число шагов, причем на последнем шаге либо выявляется неразрешимость задачи (конечного оптимума нет), либо получается оптимальный опорный план и соответствующее ему оптимальное значение ЦФ.

Математический признак оптимальности состоит из следующих двух теорем:

1. Если для всех векторов $A_1, A_2, \ldots, A_n$ выполняется условие

$$\Delta_j = Z_j - c_j \geq 0 \text{ где } Z_j = \sum c_i a_{ij},$$

то полученный опорный план является оптимальным.

2. Если для некоторого вектора, не входящего в базис, выполняется условие $\Delta_j = Z_j - c_j < 0$, то можно получить новый опорный план, для которого значение ЦФ будет больше исходного, при этом могут быть два случая:

- если все компоненты вектора, подлежащего вводу в базис, неположительны, то ЗЛП не имеет решения (конечного оптимума нет);
- если имеется хотя бы одна положительная компонента у вектора, подлежащего вводу в базис, то можно получить новый опорный план.

На основании признака оптимальности в базис вводится вектор $A_к$, давший минимальную отрицательную величину симплекс разности:

$$\Delta_k = \min(Z_j - c_j), j = 1,2,\ldots,n$$

Чтобы выполнялось условие неотрицательности значений опорного плана, выводится из базиса вектор A_r, который дает минимальное положительное оценочное отношение

$$Q = \min(b_i / a_{ik}) = b_r / a_{rk}, a_{ik} > 0, i = 1,2,\ldots,m$$

Строка A_r называется направляющей, столбец $A_к$ и элемент $a_{r\,к}$ – направляющими.

Элементы направляющей строки в новой симплекс-таблице вычисляются по формулам:

$$a_{rj}^1 = a_{rj} / a_{rk}, j = 1,2,\ldots n$$

а элементы i-й строки – по формулам:

$$a_{ij}^1 = (a_{ij} * a_{rk} - a_{rj} * a_{ik}) / a_{rk},$$
$$i = 1,2,\ldots,m; j = 1,2,\ldots,n; i \neq r$$

Значения нового опорного плана рассчитываются по формулам:

$$b_r^1 = b_r / a_{rk} \text{ для } i = r; \qquad b_i^1 = (b_i * a_{rk} - b_r * a_{ik}) / a_{rk}, i = 1,2,\ldots,m, i \neq r$$

Процесс решения продолжают либо до получения оптимального плана, либо до установления неограниченности ЦФ. Если среди симплекс-разностей (оценок) оптимального плана нулевые только оценки, соответствующие базисным векторам, то это говорит о единственности оптимального плана. Если же нулевая оценка соответствует вектору, не входящему, то в общем случае это означает, что оптимальный план не единственный.

Примечание. Для использования приведенной процедуры к минимизации линейной функции f $(x_1,x_2,\ldots, x_n)$ следует искать максимум - f $(x_1,x_2,\ldots, x_n)$, затем полученный максимум взять с противоположным знаком. Оптимальное решение то же.

5. Двойственная модель линейного программирования. Двойственная задача по отношению к исходной составляется согласно следующим **правилам**:

1) целевая функция исходной задачи формулируется на максимум, а целевая функция двойственной задачи— на минимум, при этом в задаче на максимум все неравенства в функциональных ограничениях имеют вид ≤, в задаче на минимум — вид ≥;

2) матрица А, составленная из коэффициентов при неизвестных в системе ограничений исходной задачи и аналогичная матрица $A^т$ в двойственной задаче получаются друг из друга транспонированием;

3) число переменных в двойственной задаче равно числу функциональных ограничений исходной задачи, а число ограничений в системе двойственной задачи — числу переменных в исходной задаче;

4) коэффициентами при неизвестных в целевой функции двойственной задачи являются свободные члены в системе ограничений исходной задачи, а правыми частями в огра-

ничениях двойственной задачи — коэффициенты при неизвестных в целевой функции исходной задачи;

5) каждому ограничению одной задачи соответствует переменная другой задачи: номер переменной совпадает с номером ограничения; при этом ограничению, записанному в виде неравенства ≤, соответствует переменная, связанная условием неотрицательности. Если функциональное ограничение исходной задачи является равенством, то соответствующая переменная двойственнвой; задачи может принимать как положительные, так и отрицательные значения

Модель исходной (прямой) задачи в общем виде может быть записана следующим образом:

$$\max f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, \qquad i=1,2,\ldots m,$$

$$x_j \ge 0, \qquad j=1,2,\ldots,n.$$

Модель двойственной задачи имеет вид:

$$g(y) = \sum_{i=1}^{m} b_i \bullet Y_i \to \min$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_{i,j} \bullet Y_i \ge C_j,$$

$$Y_i \ge 0$$

Первая теорема двойственности. Для взаимно двойственных задач имеет место один из взаимоисключающих случаев:

1. В прямой и двойственной задачах имеются оптимальные решения, при этом значения целевых функций на оптимальных решениях совпадают: **f(x) = g(y).**

2. В прямой задаче допустимое множество не пусто, а целевая функция на этом множестве не ограниченна сверху. При этом у двойственной задачи будет пустое допустимое множество.

3. В двойственной задаче допустимое множество не пусто, а целевая функция на этом множестве не ограничена снизу. При этом у прямой задачи допустимое множество оказывается пустым.

4.Обе из рассматриваемых задач имеют пустые допустимые множества.

Вторая теорема двойственности (теорема о дополняющей нежесткости)

Пусть $X=(x_1,x_2,...x_n)$ - допустимое решение прямой задачи, а $Y=(y_1,y_2,...y_m)$ - допустимое решение двойственной задачи. Для того чтобы они были оптимальными решениями соответственно прямой и двойственной задач необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие соотношения:

$$y_i \times (\sum_{j=1}^{n} a_{i,j} \times x_j - b_i) = 0;$$

$$x_j \times (\sum_{i=1}^{m} a_{i,j} \times y_i - c_j) = 0.$$

Данные условия позволяют, зная оптимальное решение одной из взаимно двойственных задач, найти оптимальное решение другой задачи.

6. Экономико-математическая модель транспортной задачи и методы ее решения. Имеется *m* пунктов отправления (поставщиков) грузов:

на которых сосредоточены запасы какого-либо однородного груза в объемах соответственно:

Величины a_i определяют максимально возможные размеры вывоза груза с пунктов отправления. Суммарный запас груза поставщиков составляет $\sum_{i=1}^{m} a_i$.

Имеется *n* пунктов назначения:

которые подали заявки на поставку грузов в объемах соответственно:

Суммарная величина заявок составляет $\sum_{j=1}^{n} b_j$. Стоимость перевозки одной единицы груза от поставщика Ai к потребителю Bj обозначим через c_{ij} (транспортный тариф), образующих матрицу транспортных издержек С. В качестве критерия оптимальности выбираем суммарные издержки по перевозке грузов.

Тогда транспортная задача формулируется следующим образом: необходимо составить оптимальный план, т.е. найти такие значения объема перевозок грузов $\| x_{ij} \|$ от поставщиков Ai к потребителям Bj, чтобы вывести все грузы от поставщиков; удовлетворить заявки каждого потребителя и обеспечить минимальные транспортные расходы на перевозку груза.

Все исходные данные транспортной задачи можно записать в виде транспортной табл.

Задача заключается в определении плана перевозок – матрицы X $(i = 1,m;\ j = 1,n)$, которая удовлетворяет следующим условиям:

$$\begin{cases} \sum\limits_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \quad i = \overline{1,m}; \\ \sum\limits_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad j = \overline{1,n}; \\ x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1,m}; \quad j = \overline{1,n} \end{cases}$$

и обеспечивает минимальное значение целевой функции

$$F(\overline{X}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} \to \min.$$

В таком виде экономико-математическая постановка транспортной задачи считается законченной.

Метод потенциалов.

1) Всякое неотрицательное решение системы линейных уравнений, определяемое матрицей $X = (x_{ij}),\ (i = 1,m,\ j = 1,n)$; называется **допустимым планом** транспортной задачи.

2) Допустимый план транспортной задачи, имеющий не более (m + n - 1) отличных от нуля величин x_{ij}, называется **опорным.**

3) Если в опорном плане число отличных от нуля компонент равно в точности (m + n - 1), то план является **невырожденным,** если меньше, то план называется **вырожденным.**

4) План $X = (x_{ij}),\ (i = 1,m,\ j = 1,n)$, при котором целевая функция принимает свое минимальное значение, называется **оптимальным планом** транспортной задачи.

5) Для решения транспортной задачи необходимо и достаточно, чтобы суммарные запасы груза в пунктах отправления были равны сумме заявок пунктов назначения:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

6) Модель транспортной задачи, удовлетворяющая условию

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

, называется **закрытой.** Если же указанное условие не выполняется, то модель называется **открытой.**

В случае превышения запаса над заявками

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$$

вводится фиктивный *(n + 1)* пункт назначения с потребностью

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j,$$

соответствующие тарифы считаются равными нулю: $c_{i,\ n+1} = 0,\ i = 1,m.$

Если

$$\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$$

вводится фиктивный $(m + 1)$ пункт отправления с запасом груза

$$a_{m+1} = \sum_{i=1}^{m} b_j - \sum_{j=1}^{n} a_i$$

и соответствующие тарифы принимаются равными нулю: $c_{m+1,\,j} = 0,\ j = 1,n.$

7) Наилучшим элементом матрицы тарифов С называется наименьший тариф, если задача поставлена на минимум, наибольший тариф - если задача поставлена на максимум целевой функции.

Алгоритм построения первого опорного плана **методом наименьшей стоимости** включает следующие этапы:

а) среди тарифов находится наименьший;

б) клетка с выбранным тарифом заполняется величиной, равной максимально возможному объему груза с учетом ограничений по строке и столбцу. При этом либо весь груз вывозится от соответствующего поставщика, либо полностью удовлетворяется заявка потребителя. Строка или столбец таблицы вычеркиваются и в дальнейшем распределении не участвуют;

в) из оставшихся тарифов вновь находится наилучший (наименьший), и процесс продолжается до тех пор, пока не будет распределен весь груз.

Если модель транспортной задачи открытая и введены фиктивный поставщик или потребитель, то распределение осуществляется сначала для действительных поставщиков и потребителей и в последнюю очередь нераспределенный груз направляется от фиктивного поставщика или к фиктивному потребителю.

8) Дальнейшее улучшение первого опорного плана и получение оптимального плана производим **методом потенциалов,** который основан на теории двойственности.

План $X = (x_{ij})$ транспортной задачи будет являться оптимальным, если существует система $m + n$ чисел α_i, β_j, называемых потенциалами, удовлетворяющая условиям:

I. $F(\bar{X}) \to \min$

$$\begin{cases} \alpha_i + \beta_j = c_{ij} \text{ для занятых клеток, где } x_{ij} > 0, \\ \alpha_i + \beta_j \le c_{ij} \text{ для незанятых клеток, где } x_{ij} = 0. \end{cases}$$

II. $F(\overline{X}) \to \max$

$$\begin{cases} \alpha_i + \beta_j = c_{ij} \text{ для занятых клеток, где } x_{ij} > 0, \\ \alpha_i + \beta_j \geq c_{ij} \text{ для незанятых клеток, где } x_{ij} = 0. \end{cases}$$

Потенциалы α_i, β_j, являются переменными двойственной транспортной задачи и обозначают оплату за перевозку единицы груза в пунктах отправления (поставщиками) и назначения (потребителями) соответственно, поэтому их сумма равна транспортному тарифу $\alpha_i + \beta_j = c_{ij}$, а условия получены на основании второй теоремы двойственности.

Введем обозначение оценки свободной клетки таблицы

$$\Delta_{ij} = \alpha_i + \beta_j - c_{ij}.$$

Если среди оценок Δ_{ij} нет положительных (задача поставлена на минимум), то опорный план является оптимальным.

Алгоритм оценки оптимальности плана методом потенциалов включает следующие этапы.

а. Построение первого опорного плана.

б. Проверка вырожденности плана.

в. Определение значения функции цели путем суммирования произведений тарифов (удельных затрат) на объем перевозимого груза по всем занятым клеткам таблицы.

г. Проверка условия оптимальности.

д. Построение нового опорного плана.

Учебные материалы

6. Экономико-математическая модель транспортной задачи и методы ее решения

1. Постановка транспортной задачи	1. Постановка транспортной задачи
Имеется ***m*** пунктов отправления (поставщиков) грузов: $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_i, \ldots, A_m$, на которых сосредоточены запасы какого-либо однородного груза в объемах соответственно: $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_i, \ldots, a_m$. Суммарный запас груза поставщиков $\sum_{i=1}^{m} a_i$	Имеется ***n*** пунктов назначения: $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_j, \ldots, B_n$, которые подали заявки на поставку грузов в объемах соответственно: $b_1, b_2, b_3, \ldots, b_j, \ldots, b_n$. Суммарная величина заявок составляет $\sum_{j=1}^{n} b_j$

1. Постановка транспортной задачи

Транспортный тариф (стоимость перевозки одной единицы груза от поставщика A_i к потребителю B_j) равен c_{ij}.

Совокупность транспортных тарифов образуют матрицу *C*.

1. Постановка транспортной задачи

Необходимо составить **оптимальный план**:

- найти такие значения объема перевозок грузов $|| x_{ij} ||$ от поставщиков A_i к потребителям B_j, чтобы вывести все грузы от поставщиков;
- удовлетворить заявки каждого потребителя;
- обеспечить *минимальные транспортные расходы* на перевозку груза.

1. Постановка транспортной задачи

Пункты отправления	Пункты назначения						Запасы a_i
	B_1	B_2	…	B_j	…	B_n	
A_1	c11 x11	c12 x12	…	c1j x1j	…	c1n x1n	a_1
A_2	c21 x11	c22 x22	…	c2j x2j	…	c2n x2n	a_2
…	…	…	…	…	…	…	…
A_i	ci1 xi1	ci2 xi2	…	cij xij	…	cin xin	a_i
…	…	…	…	…	…	…	…
A_m	cim xm1	cim xm2	…	cim xmj	…	cim xmn	a_m
Заявки b_j	b_1	b_2	…	b_j	…	b_n	$\sum_{j=1}^{n} b_j$ $\sum_{i=1}^{m} a_i$

1. Постановка транспортной задачи

Задача заключается в определении плана перевозок – матрицы ***X (i = 1,m; j = 1,n)***, которая удовлетворяет следующим условиям:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \quad i = \overline{1,m}; \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad j = \overline{1,n}; \\ x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1,m}; \quad j = \overline{1,n} \end{cases}$$

и обеспечивает минимальное значение целевой функции

$$F(\overline{X}) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} \to \min.$$

2. Метод потенциалов

1) Всякое неотрицательное решение системы линейных уравнений, определяемое матрицей $X = (x_{ij})$, $(i = 1,m,\ j = 1,n)$; называется **допустимым планом** транспортной задачи.
2) Допустимый план транспортной задачи, имеющий не более ($m + n - 1$) отличных от нуля величин x_{ij}, называется **опорным.**

2. Метод потенциалов

3) Если в опорном плане число отличных от нуля компонент равно в точности ($m + n - 1$), то план является **невырожденным,** если меньше, то план называется **вырожденным.**

4) План $X = (x_{ij})$, $(i = 1,m,\ j = 1,n)$, при котором целевая функция принимает свое минимальное значение, называется **оптимальным планом** транспортной задачи.

2. Метод потенциалов 6) Модель транспортной задачи, удовлетворяющая условию $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$ называется **закрытой.** Если же указанное условие не выполняется, то модель называется **открытой.** В случае превышения запаса над заявками $\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$ вводится фиктивный *(n + 1)* пункт назначения с потребностью $b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j,$ соответствующие тарифы считаются равными нулю: $c_{i,\,n+1} = 0,\ i = 1,m.$	**2. Метод потенциалов** 7) Наилучшим элементом матрицы тарифов *C* называется **наименьший тариф**, если задача поставлена на минимум, **наибольший тариф** - если задача поставлена на максимум целевой функции.
2. Метод потенциалов 8) Дальнейшее улучшение первого опорного плана и получение оптимального плана производим **методом потенциалов,** который основан на теории двойственности.	**2. Метод потенциалов** **Алгоритм оценки оптимальности плана методом потенциалов:** а. Построение первого опорного плана. б. Проверка вырожденности плана. в. Определение значения функции цели путем суммирования произведений тарифов (удельных затрат) на объем перевозимого груза по всем занятым клеткам таблицы. г. Проверка условия оптимальности. д. Построение нового опорного плана.

Тема 7. Модели сетевого планирования

Задача лекции: Формирование теоретических знаний о методах и моделях сетевого планирования с целью дальнейшего применения полученных при решении практических задач.

План лекции:

1. Элементы теории графов.
2. Основы сетевого моделирования.
3. Постановка сетевых задач: задача о максимальном потоке, задача о потоке минимальной стоимости, транспортная задача, задача коммивояжера, размещение таможенных организаций, формирования оптимального штата таможенной организации, планирование работ таможенной организации.

Конспект лекции:

1. Элементы теории графов. *Методы сетевого планирования и управления* (СПУ) представляют собой совокупность расчетных методов и контрольных мероприятий по планированию и управлению комплексом работ (проектом). Это может быть строительство некоторого здания, корабля, самолета или любого другого сложного объекта и т.п.

Система СПУ позволяет:

- формировать календарный план реализации некоторого комплекса работ;
- выявлять и мобилизовывать резервы времени, трудовые, материальные и денежные ресурсы;

- осуществлять управление комплексом работ с прогнозированием и предупреждением возможных срывов в ходе работ;

- повышать эффективность управления в целом при четком распределении ответственности между руководителями разных уровней и исполнителями работ.

СПУ основано на моделировании процесса с помощью сетевого графика.

Графом называется совокупность двух множеств $G=<X,E>$, где X – произвольное множество элементов (*вершин*), а E – некоторое множество пар вида (x_i,x_j), где $x_i,x_j \in X$. Пары $(x_i,x_j) \in E$ называются *дугами* графа, причем считается, что дуга (x_i,x_j) имеет направление от x_i к x_j.

Если $(x_i,x_j) \in E$ и $(x_j,x_i) \in E$, т.е. вершины x_i и x_j соединены дугами в обоих направлениях, то считаем, что вершины графа x_i и x_j соединены *ребром* (связь без направления). Граф с дугами называется *ориентированным* (указаны направления связей между элементами - вершинами), а граф с ребрами называется *неориентированным*.

Путем в графе называется упорядоченная последовательность дуг

$$(x_i,x_j),(x_j,x_l),\ldots,(x_m,x_n)$$

таких, что конец любой дуги, кроме последней совпадает с началом следующей дуги. Обозначим путь от вершины x_i к вершине x_j через $L(x_i,x_j)$. *Циклом* называется путь в графе, у которого совпадает начало и конец.

Граф называется *взвешенным* (*сетью*), если каждой дуге (ребру) графа приписано некоторое неотрицательное число (его вес).

2. Основы сетевого моделирования. **Сеть** - граф без петель, в котором каждой дуге отнесено целое число, называемое **пропускной способностью** дуги. **Полустепень исхода** вершины x определяется, как сумма пропускных способностей дуг вида (x,z). Точно также определяется **полустепень захода. Источником** орграфа D назовем вершину у которой полустепень захода равна нулю. **Стоком** орграфа назовем вершину , у которой полустепень исхода равна нулю.

При изучении характеристик сети часто возникает необходимость в вычислении оптимального значения функции потока, протекающего от источника s к стоку t. Обычно такие вычисления проводятся в задачах, связанных с *однопродуктовым* потоком, поскольку потоки в дугах сети соответствуют потокам некоторого однородного продукта, такого, как электроэнергия, вода, информация, самолеты на воздушных трассах и т. п. Пусть p_i; — множество всех узлов, связанных с узлом *i* дугами, направленными к *i,* а a_i,— множество всех узлов, связанных с дугами, направленными в противоположную сторону. Целочисленная функция f_{ij} определенная на множества A называется *потоком* в ориентированной сети G=(N,A), если

$$f_{ij} \geq 0 \text{ для всех } (i,j) \in \mathbf{A}$$

$$\sum f_{ij} - \sum f_{ji} = 0 \quad \textit{для всех} \quad i \in N, \quad i \neq s, \quad i \neq t,$$

$$f_{ij} \leq c_{ij} \textit{ для всех } (i,j) \in A$$

Согласно приведенному определению, значение f_{ij} можно рассматривать как объем продукта, протекающего по дуге *(i,j)* от узла *i* к узлу j, причем данный объем не превосходит пропускной способности c_{ij}, дуги (i, j). Если узел j не является ни источником, ни стоком, то величина потока, втекающего в j, должна равняться величине потока, вытекающего из этого узла. Данное положение известно под названием принципа *сохранения потока.* Условие сохранения потока описывается с помощью выражения (2). Поток в дуге может изменяться, что имеет место, например, для сетей с выигрышами или проигрышами.

3. Постановка сетевых задач**. Теорема о максимальном потоке**. Пусть *V*— величина потока, протекающего из источника *s в* сток t по дугам сети G= (N, A). Если предположить, что пропускная способность дуг из множества А конечна, то максимальная величина потока будет ограничена величинами пропускной способности дуг сети.

Максимальный поток определяется с помощью одного из основных понятий теории сетей - *разреза.* **Разрез** может быть определен как множество дуг, исключение которых из сети отделило бы некоторое множество узлов от остальной части узлов.

Пропускной способностью, или величиной, разреза называется сумма пропускных способностей всех дуг разреза.

Транспортная задача. Предположим, что имеются m заводов и *n* складов. Предложение 1-го завода равно s_i, i=1, 2, ..., m, а спрос на j-м складе равен d_j ,j= 1,*2,...,n.* Задача минимизации общих затрат на перевозку грузов эквивалентна определению величин x_{ij}, являющихся решением следующей задачи:

$$\text{минимизировать } \sum \sum c_{ij}x_{ij}$$

при условии, что

$\sum x_{ij}=s_i,\ \ i=1, 2, ..., m$

$\sum x_{ij}=d_j,\ \ j=1, 2, ..., n$

$x_{ij}\geq 0,\ \ i=1, 2, ..., m,\ \ j=1, 2, ..., n$

Для того чтобы система уравнении была совместной, необходимо, что бы $\sum s_i=\sum d_j$.

Тема 8. Элементы теории игр и их использование в процессе принятия решений

Задача лекции: Формирование теоретических знаний о методах теории игр с целью дальнейшего применения полученных при решении практических задач.

План лекции:

1. Стратегическое поведение
2. Игры в нормальной форме.
- Решение игры в чистых стратегиях
- Равновесие в доминирующих стратегиях
3. Решения игр в смешанных стратегиях.
4. Равновесие Нэша.

Конспект лекции:

1. Стратегическое поведение. Теория игр - это междисциплинарная наука, изучающая стратегические аспекты принятия решений людьми, фирмами и другими агентами.

Пример 1. Политическое позиционирование.

Результаты президентских выборов во Франции, 2002 г. **ПЕРВЫЙ ТУР**

Кандидат	Число голосов	Процент
Жак Ширак	5 665 855	19,88 %
Жан-Мари Ле Пен	4 804 713	16,86 %
Лионель Жоспен	4 610 113	16,18 %
Франсуа Байру	1 949 170	6,84 %

Результаты президентских выборов во Франции, 2002 г. **ВТОРОЙ ТУР**

Кандидат	Число голосов	Процент
Жак Ширак	25 537 956	82,21 %
Жан-Мари Ле Пен	5 525 032	17,79 %

Пример 3. Стимулы-1 или стратегическое похудение. США, 2005 год. Телекомпания ABC отобрала для участия в телешоу четырех человек с избыточным весом, которые долго

пытались похудеть, но никак не могли сделать это самостоятельно. Теперь задача трех женщин и мужчины - за 2 месяца сбросить по 15 фунтов. Перед началом шоу всех женщин сфотографировали в бикини, а мужчину - в плавках. По условиям программы, если за 2 месяца похудеть на 15 фунтов получится, то организаторы шоу уничтожат фотографии, а если нет. то покажут их на всю страну в прайм-тайм. **Все участники справились с поставленной задачей!!!**

Пример 4. Стимулы-2 или страховка от угрозы национализации. Россия, август 2011 года. Корпорация Exxon Mobil хочет заключить соглашение с российской компанией «Роснефть» для участия в проекте по разработке нефтяных месторождений в Карском и Черном море. Однако предыдущий опыт инвестиций нефтегазовых компаний в разработку месторождений в России показывает, что для иностранного инвестора существуют угрозы, связанные с возможностью национализации его доли (или вынужденной продажи) под тем или иным предлогом. Что делать Exxon, если получить право участия в проекте хочется, но при этом необходимо обезопасить себя от различных политических рисков?

Exxon передала «Роснефти» доли в нескольких проектах в Северной Америке, которые, фактически, можно использовать в качестве залога. Если теперь будут предприниматься попытки покушения на долю Exxon в совместном предприятии с «Роснефтью», то уже «Роснефть» будет рисковать остаться без лакомых кусочков своего бизнеса в Северной Америке.

2. Игры в нормальной форме. Игры можно классифицировать: по количеству игроков, количеству стратегий, характеру взаимодействия игроков, характеру выигрыша, количеству ходов, состоянию информации и т.д.

В зависимости от количества игроков различают игры двух и n игроков. Первые из них наиболее изучены. Игры трех и более игроков менее исследованы из-за возникающих принципиальных трудностей и технических возможностей получения решения.

В зависимости от числа возможных стратегий игры делятся на «конечные» и «бесконечные».

Игра называется конечной, если у каждого игрока имеется только конечное число стратегий, и бесконечной, если хотя бы у одного из игроков имеется бесконечное число стратегий.

По характеру взаимодействия игры делятся на бескоалиционные: игроки не имеют права вступать в соглашения, образовывать коалиции; коалиционные (кооперативные) — могут вступать в коалиции.

В кооперативных играх коалиции заранее определены.

По характеру выигрышей игры делятся на: игры с нулевой суммой (общий капитал всех игроков не меняется, а перераспределяется между игроками; сумма выигрышей всех игроков равна нулю) и игры с ненулевой суммой.

По виду функций выигрыша игры делятся на: матричные, биматричные, непрерывные, выпуклые и др.

Матричная игра — это конечная игра двух игроков с нулевой суммой, в которой задается выигрыш игрока 1 в виде матрицы (строка матрицы соответствует номеру применяемой стратегии игрока 1, столбец — номеру применяемой стратегии игрока на пересечении строки и столбца матрицы находится выигрыш игрока 1, соответствующий применяемым стратегиям).

Для матричных игр доказано, что любая из них имеет решение и оно может быть легко найдено путем сведения игры к задаче линейного программирования.

Биматричная игра — это конечная игра двух игроков с ненулевой суммой, в которой выигрыши каждого игрока задаются матрицами отдельно для соответствующего игрока (в каждой матрице строка соответствует стратегии игрока 1, столбец — стратегии игрока 2, на пересечении строки и столбца в первой матрице находится выигрыш игрока 1, во второй матрице — выигрыш игрока)

Непрерывной считается игра, в которой функция выигрышей каждого игрока является непрерывной. Доказано, что игры этого класса имеют решения, однако не разработано практически приемлемых методов их нахождения.

Если функция выигрышей является выпуклой, то такая игра называется выпуклой. Для них разработаны приемлемые методы решения, состоящие в отыскании чистой оптимальной стратегии (определенного числа) для одного игрока и вероятностей применения чистых оптимальных стратегий другого игрока. Такая задача решается сравнительно легко.

Рассмотрим конечную игру, в которой первый игрок A имеет m стратегий, а второй игрок B-n стратегий. Такая игра называется игрой m×n. Обозначим стратегии A_1, A_2, ..., A_m; и B_1, B_2, ..., B_n. Предположим, что каждая сторона выбрала определенную стратегию: A_i или B_j. Если игра состоит только из личных ходов, то выбор стратегий однозначно определяет исход игры — выигрыш одной из сторон a_{ij}. Если игра содержит кроме личных случайные ходы, то выигрыш при паре стратегий A_i и B является случайной величиной, зависящей от исходов всех случайных ходов. В этом случае естественной оценкой ожидаемого выигрыша является математическое ожидание случайного выигрыша, которое также обозначается за a_{ij}.

Предположим, что нам известны значения a_{ij} при каждой паре стратегий. Эти значения можно записать в виде прямоугольной таблицы (матрицы), строки которой соответствуют стратегиям A_i, а столбцы — стратегиям B_j.

Решение игры в чистых стратегиях. Каждый из игроков стремится максимизировать свой выигрыш с учетом поведения противодействующего ему игрока. Поэтому для игрока 1 необходимо определить минимальные значения выигрышей в каждой из стратегий, а затем найти максимум из этих значений, то есть определить величину

$V_н = \max_i \min_j a_{ij}$

или найти минимальные значения по каждой из строк платежной матрицы, а затем определить максимальное из этих значений. Величина $V_н$ называется максимином матрицы или нижней ценой игры. Та стратегия игрока, которая соответствует максимину $V_н$ называется максиминной стратегией.

Очевидно, если мы будем придерживаться максиминной стратегии, то нам при любом поведении противника гарантирован выигрыш, не меньший $V_н$. Поэтому величина $V_н$ — это тот гарантированный минимум, который мы можем себе обеспечить, придерживаясь своей наиболее осторожной стратегии.

Величина выигрыша игрока 1 равна, по определению матричной игры, величине проигрыша игрока Поэтому для игрока 2 необходимо определить значение

$V_в = \min_j \max_i a_{ij}$

Или найти максимальные значения по каждому из столбцов платежной матрицы, а затем определить минимальное из этих значений. Величина $V_в$ называется минимаксом матрицы, верхней ценой игры или минимаксным выигрышем. Соответствующая выигрышу стратегия противника называется его минимаксной стратегией. Придерживаясь своей наиболее осторожной минимаксной стратегии, противник гарантирован, что в любом случае он проиграет не больше $V_в$.

В случае, если значения $V_н$ и $V_в$ не совпадают, при сохранении правил игры (коэффициентов a_{ij}) в длительной перспективе, выбор стратегий каждым из игроков оказывается неустойчивым. Устойчивость он приобретает лишь при равенстве $V_н = V_в = V$. В этом случае говорят, что игра имеет решение в чистых стратегиях, а стратегии, в которых достигается V — оптимальными чистыми стратегиями. Величина V называется чистой ценой игры.

Равновесие в доминирующих стратегиях. Пусть имеется игра *n* лиц в нормальной форме, а $(s_1, ..., s_n)$ - некоторый профиль стратегий. Для любого $i = 1, ...,n$ положим

$$s_{-i} = (s_1...s_{i-1},s_{i+1},...,s_n).$$

Другими словами, s_{-i} - набор стратегий из профиля $(s_1, ..., s_n)$ всех игроков, кроме *i*-го. Множество всех возможных наборов s_{-i} обозначим через S_{-i}.

Определение. Стратегия i-го игрока $s \in S_i$, называется **<u>строго доминирующей</u>**, если для любой другой стратегии i-го игрока $s' \in S_i$ и любого набора $s_{-i} \in S_{-i}$ стратегий остальных игроков выполняется неравенство

$$u_i(s, s_{-i}) > u_i(s', s_{-i})$$

(то есть платеж, который получает i-ый игрок, играя стратегию s больше, чем платеж, который получает i -ый игрок, играя стратегию s' при любых стратегиях остальных игроков).

Определение. Стратегия i-го игрока $s \in S_i$, называется **<u>слабо доминирующей</u>**, если для любой другой стратегии i-го игрока $s' \in S_i$ и любого набора $s_{-i} \in S_{-i}$ стратегий остальных игроков выполняется неравенство

$$u_i(s, s_{-i}) \geq u_i(s', s_{-i})$$

(то есть платеж, который получает i-ый игрок, играя стратегию s не меньше, чем платеж, который получает i -ый игрок, играя стратегию s' при любых стратегиях остальных игроков).

Замечание. Очевидно, что <u>строго доминирующая стратегия всегда является слабо доминирующей</u>. Обратное утверждение неверно: не любая слабо доминирующая стратегия является строго доминирующей.

Если у обоих игроков есть доминирующие стратегии, то можно быть уверенным, что будет сыгран профиль, состоящий из этих стратегий.

Определение. Профиль стратегий $(s_1, ..., s_n)$ называется **<u>равновесием в строго доминирующих стратегиях</u>**, если для каждого игрока i, $i = 1, ...,n$, стратегия s_i является строго доминирующей.

Определение. Профиль стратегий $(s_1, ..., s_n)$ называется **<u>равновесием в слабо доминирующих стратегиях</u>**, если для каждого игрока i, $i = 1, ...,n$, стратегия s_i является слабо доминирующей.

Определение. Стратегия s игрока i строго доминирует стратегию s' игрока i, если $u_i(s, s_{-i}) > u_i(s', s_{-i})$ для любого набора стратегий остальных игроков $s_{-i} \in S_{-i}$.

Определение. Стратегия s игрока i слабо доминирует стратегию s' игрока i, если $u_i(s, s_{-i}) \geq u_i(s', s_{-i})$ для любого набора стратегий остальных игроков $s_{-i} \in S_{-i}$.

Определение. Стратегия s игрока i строго доминируется стратегией s' игрока i, если $u_i(s, s_{-i}) < u_i(s', s_{-i})$ для любого набора стратегий остальных игроков $s_{-i} \in S_{-i}$.

Определение. Стратегия s игрока i слабо доминируется стратегией s' игрока i, если $u_i(s, s_{-i}) \leq u_i(s', s_{-i})$ для любого набора стратегий остальных игроков $s_{-i} \in S_{-i}$.

Определение. Стратегия s игрока i называется <u>строго доминирующей</u>, если она строго доминирует любую другую стратегию i-го игрока. Стратегия s игрока i называется <u>слабо доминирующей</u>, если она слабо доминирует любую другую стратегию i-го игрока.

Определение. Стратегия s игрока i называется <u>строго доминирующей</u>, если существует стратегия s' игрока i, которая строго доминирует стратегию s_i. Стратегия s игрока i называется <u>слабо доминирующей</u>, если существует стратегия s' игрока i, которая слабо доминирует стратегию s_i

Если в игре в нормальной форме в результате последовательного исключения строго доминируемых стратегий остается матрица размера 1 на 1, то оставшийся профиль называется **<u>равновесием, полученным исключением строго доминируемых стратегий.</u>**

Порядок исключения строго доминируемых стратегий **<u>не важен</u>**, то есть исключая строго доминируемые стратегии в любом порядке, мы придем к одному и тому же исходу.

3. Решения игр в смешанных стратегиях. Если игра не имеет седловой точки, то применение чистых стратегий не дает оптимального решения игры. В таком случае можно получить оптимальное решение, случайным образом чередуя чистые стратегии.

Смешанной стратегией S_A игрока A называется применение чистых стратегий A_1, A_2, ..., A_m с вероятностями $p_1, p_2, ..., p_i, ..., p_m$ причем сумма вероятностей равна 1: $\sum_{i=1}^{m} p_i = 1.$

Смешанные стратегии игрока A записываются в виде матрицы

$$S_A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_i & \dots & A_m \\ p_1 & p_2 & \dots & p_i & \dots & p_m \end{pmatrix},$$

или в виде строки $S_A = (p_1, p_2, ..., p_i, ..., p_m)$ Аналогично смешанные стратегии игрока B обозначаются:

$$S_B = \begin{pmatrix} B_1 & B_2 & \dots & B_j & \dots & B_n \\ p_1 & p_2 & \dots & p_j & \dots & p_n \end{pmatrix}$$ или, , $S_B = (q_1, q_2, ..., q_i, ..., q_n)$,

где сумма вероятностей появления стратегий равна 1: $\sum_{j=1}^{n} q_j = 1$

Чистые стратегии можно считать частным случаем смешанных и задавать строкой, в которой **1** соответствует чистой стратегии. На основании принципа минимакса определяется **оптимальное решение** (или **решение**) игры: это пара оптимальных стратегий S^*_A , S^*_B в общем случае смешанных, обладающих следующим свойством: если один из игроков придерживается своей оптимальной стратегии, то другому не может быть выгодно отступать от своей. Выигрыш, соответствующий оптимальному решению, называется **ценой игры** v. Цена игры удовлетворяет неравенству:

$$\alpha \le v \le \beta$$

где α и β — нижняя и верхняя цены игры. Справедлива следующая основная теорема теории игр — теорема ***Неймана***. *Каждая конечная игра имеет по крайней мере одно оптимальное решение, возможно, среди смешанных стратегий*. Пусть $S^*_A = (p^*_1, p^*_2, ..., p^*_i, ..., p^*_m)$ и $S^*_B = (q^*_1, q^*_2, ..., q^*_i, ..., q^*_n)$ — пара оптимальных стратегий. Если чистая стратегия входит в оптимальную смешанную стратегию с отличной от нуля вероятностью, то она называется **активной**.

Справедлива **теорема** об активных стратегиях: *если один из игроков придерживается своей оптимальной смешанной стратегии, то выигрыш остается неизменным и равным цене игры* v, *если второй игрок не выходит за пределы своих активных стратегий*.

Пусть игра задана платежной матрицей

$$P = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Средний выигрыш игрока A, если он использует оптимальную смешанную стратегию $S^*_A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ p_1 & p_2 \end{pmatrix}$, , а игрок B — чистую стратегию B_1 (это соответствует **1**-му столбцу платежной матрицы P), равен цене игры v: $a_{11}p^*_1 + a_{21}p^*_2 = v$. Тот же средний выигрыш получает игрок A, если **2**-й игрок применяет стратегию B_2, т.е. $a_{12}p^*_1 + a_{22}p^*_2 = v$. Учитывая, что $p^*_1 + p^*_2 = 1$, получаем систему уравнений для определения оптимальной стратегии S'_A и цены игры v:

$$\begin{cases} a_{11}p_1^* + a_{21}p_2^* = v, \\ a_{12}p_1^* + a_{22}p_2^* = v, \\ p_1^* + p_2^* = 1. \end{cases}$$

Решая эту систему, получим оптимальную стратегию

$$p_1^* = \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}},$$
$$p_2^* = \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}$$

и цену игры

$$v = \frac{a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}$$

Применяя теорему об активных стратегиях при отыскании SB*- оптимальной стратегии игрока B, получаем, что при любой чистой стратегии игрока A (A1 или A2) средний проигрыш игрока B равен цене игры v, т.е.

$$\begin{cases} a_{11}q_1^* + a_{12}q_2^* = v, \\ a_{21}q_1^* + a_{22}q_2^* = v, \\ q_1^* + q_2^* = 1. \end{cases}$$

Тогда оптимальная стратегия определяется формулами:

$$q_1^* = \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}},$$
$$q_2^* = \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}}.$$

4. Равновесие Нэша. *Равновесие Нэша* (*Nash equilibrium*) - это ситуация, при которой ни один из игроков не может увеличить свой выигрыш, в одностороннем порядке меняя свое решение. Другими словами, равновесие Нэша — это положение, при котором стратегия обеих игроков является наилучшей реакцией на действия своего оппонента.

Учебные материалы

1. Стратегическое поведение

Пример 1. Политическое позиционирование

Результаты президентских выборов во Франции, 2002 г. **ПЕРВЫЙ ТУР**

Кандидат	Число голосов	Процент
Жак Ширак	5 665 855	19,88 %
Жан-Мари Ле Пен	4 804 713	16,86 %
Лионель Жоспен	4 610 113	16,18 %
Франсуа Байру	1 949 170	6,84 %

1. Стратегическое поведение

Пример 1. Политическое позиционирование

Результаты президентских выборов во Франции, 2002 г. **ВТОРОЙ ТУР**

Кандидат	Число голосов	Процент
Жак Ширак	25 537 956	82,21 %
Жан-Мари Ле Пен	5 525 032	17,79 %

1. Стратегическое поведение

ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ ИГРЫ

Пусть есть множество игроков $I = \{1,2, ...,n\}$, $n \geq 2$. Для каждого $i = 1,...,n$ обозначим через S_i; множество возможных стратегий i-го игрока. Далее i -ый игрок выбирает одну стратегию s_i: из множества своих возможных стратегий S_i, $i = 1,..., n$. Набор $(s_i,..., s_n)$ выбранных игроками стратегий называется **профилем стратегий**.

1. Стратегическое поведение

Для i -го игрока должна быть задана функция выигрышей (или функция платежей) $u_i(s_1,..., s_n)$, определенная на множестве всех возможных профилей стратегий, $i = 1,...,n$. Функция выигрышей $u_i(s_1,..., s_n)$ показывает, какой платеж получает i -ый игрок, если первый сыграл стратегию s_1, второй сыграл стратегию s_2, n-ый игрок сыграл стратегию s_n.

2. Игры в нормальной форме. Решение игры в чистых стратегиях

Каждый из игроков стремится **максимизировать** свой выигрыш с учетом поведения противодействующего ему игрока.

Для игрока 1 необходимо определить **минимальные значения выигрышей** в каждой из стратегий, а затем найти **максимум из этих значений**, то есть определить величину

$$V_н = \max_i \min_j a_{ij}$$

$V_н$ - максимин (*maxmin*) матрицы или нижняя цена игры

2. Игры в нормальной форме. Решение игры в чистых стратегиях

Величина выигрыша игрока 1 равна величине проигрыша игрока. Поэтому для игрока 2 необходимо определить значение

$$V_в = \min_j \max_i a_{ij}$$

$V_в$ – минимакс (*minmax*) матрицы или верхняя цена игры

2. Игры в нормальной форме. Равновесие в доминирующих стратегиях

Пример 5. Доминирующие стратегии

	t_1	t_2	t_3
s_1	4;2	0;3	5;1
s_2	-1;0	1;3	1;2
s_3	7;-1	2;3	8;2

2. Игры в нормальной форме. Равновесие в доминирующих стратегиях

Определение

Стратегия i-го игрока $s \in S_i$, называется **строго доминирующей**, если для любой другой стратегии i-го игрока $s' \in S_i$ и любого набора $s_{-i} \in S_{-i}$ стратегий остальных игроков выполняется неравенство

$$u_i(s, s_{-i}) > u_i(s', s_{-i})$$

(то есть платеж, который получает i-ый игрок, играя стратегию s больше, чем платеж, который получает i -ый игрок, играя стратегию s' при любых стратегиях остальных игроков).

2. Игры в нормальной форме.
Равновесие, получаемое исключением доминируемых стратегий

<u>И снова</u> пример 7. Строго доминируемые стратегии и их исключение

	t_1	t_2	~~t_3~~
s_1	4;3	2;7	~~0;4~~
s_2	5;5	5;-1	~~4;-2~~

	t_1	t_2
s_1	4;3	2;7
s_2	5;5	5;-1

2. Игры в нормальной форме.
Равновесие, получаемое исключением доминируемых стратегий

	t_1	t_2
~~s_1~~	~~4;3~~	~~2;7~~
s_2	5;5	5;-1

	t_1	~~t_2~~
s_2	5;5	~~5;-1~~

	t_1
s_2	5;5

Тема 9. Моделирование потоков товаров, проходящих таможенное оформление с использованием метода статистических испытаний

Задача лекции: Формирование теоретических знаний о методе статистических испытании и моделировании случайных процессов с целью дальнейшего применения полученных при решении практических задач.

План лекции:

1. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) и возможности его использования для имитационного моделирования деятельности таможенных органов.
2. Моделирование случайных процессов.

Конспект лекции:

***1. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) и возможности его использования для имитационного моделирования деятельности таможенных органов*.**

Метод статистического моделирования (или метод Монте-Карло) - это способ исследования поведения вероятностных систем (экономических, технических и т. д.) в условиях, когда не известны в полной мере внутренние взаимодействия в этих системах.

Метод заключается в воспроизведении исследуемого физического процесса при помощи вероятностной математической модели и вычислении характеристик этого процесса. Одно такое воспроизведение функционирования системы называют *реализацией, или испытанием.* После каждого испытания регистрируют совокупность параметров, характеризующих случайный исход реализации. Метод основан на многократных испытаниях построенной Модели с последующей статистической обработкой полученных данных с целью определения числовых характеристик рассматриваемого процесса в виде статистических оценок его параметров.

Основным методом статистического моделирования является *закон больших чисел.* Закон больших чисел в теории вероятностей доказывает для различных условий сходимость по вероятности средних значений результатов большого числа наблюдений к некоторым постоянным величинам.

Решение любой задачи методом статистического моделирования состоит в следующем:

• разработке и построении структурной схемы процесса, выявлении основных взаимосвязей;

• формальном описании процесса;

• моделировании случайных явлений (случайных событий, случайных величин, случайных функций), сопровождающих функционирование исследуемой системы;

• моделировании (с использованием данных, полученных на предыдущем этапе) функционирования системы — воспроизведении процесса в соответствии с разработанной структурной схемой и формальным описанием;

• накоплении результатов моделирования, их статистической обработке, анализе и обобщении.

Моделирование случайных величин. Для моделирования случайной величины необходимо знать ее закон распределения. Наиболее *общим способом* получения последовательности случайных чисел, распределенных по произвольному закону, является способ, в основе которого лежит их формирование из исходной последовательности случайных чисел, распределенных в интервале [0,1] по равномерному закону

Равномерно распределенные в интервале [0,1] *последовательности случайных чисел* можно получить тремя способами:

• использованием таблиц случайных чисел;

• применением генераторов случайных чисел;

• методом псевдослучайных чисел.

Формулы для моделирования случайных величин

Закон распределения случайной величины	Плотность распределения	Формула для моделирования случайной величины
Экспоненциальный	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$	$x_i = -\frac{1}{\lambda}\ln\xi_i$
Вейбула	$f(x) = \frac{a}{b}\left(\frac{x}{a}\right)^{a-1}\exp\left[-\left(\frac{x}{b}\right)^{a}\right]$	$x_i = -b\,(\ln\xi_i)^{1/a}$
Гамма-распределение (η — целые числа)	$f(x) = \frac{\lambda^n}{\Gamma(\eta)}e^{-\lambda\cdot x}x^{\eta-1}$	$x_i = -\frac{1}{\lambda}\sum_{j=1}^{\eta}\ln(1-\xi_j)$
Нормальное	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$	$x_i = \bar{x} + \sigma\left(\sum_{i=1}^{\eta}\xi_i - 6\right)$

Моделирование случайных событий. Моделирование случайного события заключается в воспроизведении факта появления или непоявления случайного события в соответствии с заданной его вероятностью. Моделирование полной группы несовместных событий *A1, A2, ..., An,* вероятности которых *P(Ai) = Pi,* известны, можно свести к моделированию дискретной случайной величины Y, имеющей закон распределения

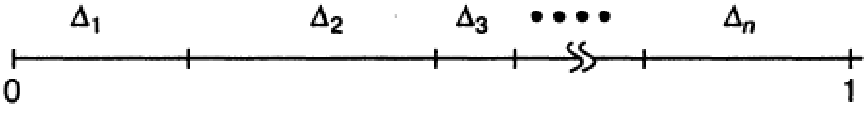
$$P(y_i) = P_i,$$

где вероятности ее возможных значений

$$P(y_i) = P(A_i) = P_i.$$

Очевидно, что принятие в испытании дискретной случайной величиной Y возможного значения *yi* равносильно появлению в испытании события *Ai.* При практической реализации данного способа

на единичном отрезке числовой оси откладывают интервалы $\Delta i = P_i$



Вырабатывают равномерно распределенное на интервале [0,1] случайное число ξj и проверяют условие

$$\sum_{i=1}^{k-1} P_i \le \xi_j < \sum_{i=1}^{k} P_i.$$

При выполнении данного условия считают, что при испытании наступило событие *Ak*.

2. Моделирование случайных процессов. На входе задачи случайный процесс приход покупателей в магазин. Он является «марковским», т.е. промежутки между приходами любой последовательной пары покупателей - независимые случайные события, распределенные по некоторому закону. Реальный характер этого закона может быть установлен лишь путем многочисленных наблюдений; в качестве простейшей модельной функции плотности вероятности можно взять равновероятное распределение в диапазоне времени от 0 до некоторого *T* - максимально возможного промежутка между приходами двух последовательных покупателей. При этом распределении вероятность того, что между приходами двух покупателей пройдет 1 минута, 3 минуты или 8 минут одинакова (если $T > 8$).

Такое распределение, конечно, малореалистично; реально оно имеет при некотором значении $t = \tau$ максимум и быстро спадает при больших t.

Второй случайный процесс в этой задаче, никак не связанный с первым, сводится к последовательности случайных событий - длительностей обслуживания каждого из покупателей. Распределение вероятностей длительности обслуживания качественно имеет тот же вид, что и в предыдущем случае; при отработке первичных навыков моделирования методом статистических испытаний вполне уместно принять модель равновероятного распределения.

В таблице в колонке *A* записаны случайные числа - промежутки между приходами покупателей (в минутах), в колонке *B* - случайные числа - длительности обслуживания (в минутах). Для определенности взято $a_{\max} = 10$ и $b_{\max} = 5$. Из этой короткой таблицы, разумеется, невозможно установить, каковы законы распределения приняты для величин *A* и *B;* в данном обсуждении это не играет никакой роли. Остальные колонки предусмотрены для удобства анализа; входящие в них числа находятся путем элементарного расчета. В колонке *C* представлено условное время прихода покупателя, в колонке *D* - момент начала обслуживания, *E* - момент конца обслуживания, *F* - длительность времени, проведенного покупателем в магазине в целом, *G* - в очереди в ожидании обслуживания, *H* - время, проведенное продавцом в ожидании покупателя (магазин пуст). Таблицу удобно заполнять по горизонтали, переходя от строчки к строчке. Приведем для удобства соответствующие формулы (в них $i = 1, 2, 3,...$):

$$c_1 = 0, \quad c_{i+1} = c_i + a_{i+1};$$
$$d_1 = 0, \quad d_{i+1} = \max(c_{i+1}, e_i),$$

так как начало обслуживания очередного покупателя определяется либо временем его прихода, если магазин пуст, либо временем ухода предыдущего покупателя;

$$e_i = d_i + b_i;$$
$$f_i = e_i - c_i;$$
$$g_1 = 0, \quad g_{i+1} = f_{i+1} - b_{i+1};$$
$$h_1 = 0, \quad h_{i+1} = d_{i+1} - e_i.$$

Таблица - Моделирование очереди

N	A	B	C	D	E	F	G	H
1	0	4	0	0	4	4	0	0
2	2	1	2	4	5	3	2	0
3	10	5	12	12	17	5	0	7
4	1	2	13	17	19	6	4	0
5	6	3	19	19	22	3	0	0

Таким образом, при данных случайных наборах чисел в колонках A и B и покупателям приходилось стоять в очереди (колонка G), и продавцу - в ожидании покупателя (колонка H).

При моделировании систем такого вида возникают следующие вопросы. Какое среднее время приходится стоять в очереди к прилавку? Чтобы ответить на него, следует найти

$$\bar{g} = \frac{1}{n}(g_1 + g_2 + \cdots + g_n)$$

в некоторой серии испытаний. Аналогично можно найти среднее значение величины h. Конечно, эти выборочные средние сами по себе - случайные величины; в другой выборке того же объема они будут иметь другие значения (при больших объемах выборки, не слишком отличающиеся друг от друга). Доверительные интервалы, в которых находятся точные средние значения (т.е. математические ожидания соответствующих случайных величин) при заданных доверительных вероятностях находятся методами математической статистики.

Сложнее ответить на вопрос, каково распределение случайных величин G и H при заданных распределениях случайных величин A и B. Допустим, в простейшем моделировании мы примем гипотезу о равновероятных распределениях величин A и B - скажем, для A в диапазоне от 0 до 10 минут и B - от 0 до 5 минут. Для построения методом статистических испытаний распределений величин G и H поступим так: найдем в достаточно длинной серии испытаний (реально - в десятках тысяч, что на компьютере делается достаточно быстро) значения $g_{\max}$ (для H все делается аналогично) и разделим промежуток $[0, g_{\max}]$ на m равных частей - скажем, вначале на 10 - так, чтобы в каждую часть попало много значений g_i. Разделив число попаданий n_k в каждую из частей на общее число испытаний n, получим набор чисел $p_k = \frac{n_k}{n}$ $(k = 1, 2,...,n)$. Построенные по ним гистограммы дают представление о функциях плотностей вероятности соответствующих распределений. По гистограмме можно составить представление о функции плотности распределения соответствующей случайной величины. Для проверки же гипотезы о принадлежности такого эмпирически найденного распределения тому или иному конкретному виду служат известные статистические критерии.

Располагая функцией распределения (пусть даже эмпирической, но достаточно надежной), можно ответить на любой вопрос о характере процесса ожидания в очереди. Например: какова вероятность прождать дольше m минут? Ответ будет получен, если найти отношение площади криволинейной трапеции, ограниченной графиком плотности распределения, прямой $x = m$ и $y = 0$, к площади всей фигуры.

Тема 10. Балансовые модели

Задача лекции: Формирование теоретических знаний о балансовых моделях с целью дальнейшего применения полученных при решении практических задач.

План лекции:

1. Балансовый метод. Назначение балансовых моделей и их место в классификации экономико-математических моделей.
2. Статическая модель межотраслевого баланса.
3. Динамическая модель межотраслевого баланса.

Конспект лекции:

1. Балансовый метод. Назначение балансовых моделей и их место в классификации экономико-математических моделей. **Балансовые (матричные)** модели представляют собой математическое выражение балансового метода планирования (метод взаимного согласования затрат и результатов).

Балансовая модель записывается в виде системы уравнений, каждое из которых выражает требование равенства(баланса) между количеством продукции, производимой отдельным экономическим объектом, и совокупной потребностью в этом продукте. Под экономическим объектом обычно понимают так называемую «чистую отрасль».

2. Статическая модель межотраслевого баланса. Межотраслевой баланс отражает производство и распределение валового национального продукта по отраслям, межотраслевые потоки, использование материальных и трудовых ресурсов, создание и распределение национального дохода.

Пусть экономическая система состоит из n взаимосвязанных отраслей: $P_1, P_2, ..., P_n$. Валовой продукт $i-$й отрасли обозначим через $x_i, \left(\overline{1,n}\right)$. Конечный продукт каждой отрасли обозначим через $y_i, \left(\overline{1,n}\right)$. Отрасли взаимосвязаны, т.е. каждая из них использует продукцию других отраслей в качестве сырья, полуфабрикатов и т.п.

Пусть $x_{ij} \left(i = \overline{1,n};\ j = \overline{1,n}\right)$ - затраты продукции $i-$й отрасли на производство продукции P_j.

Если перечисленные показатели представлены в межотраслевом балансе в тоннах, литрах и т.п., то говорят о межотраслевом балансе в натуральном выражении. Далее под x_i, y_i, x_{ij} будем понимать выраженную в некоторых фиксированных ценах стоимость соответствующей продукции. Такой баланс называется стоимостным.

Экономическая система состоит из экономических объектов. Количество выпускаемой каждым объектом продукции может быть охарактеризовано одним числом: в качестве характеристики выпускаемой каждым экономическим объектом продукции выбираем её валовой продукт:

$$\begin{array}{ccc} P_1 & P_2 \text{ ....} & P_n \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x_1 & x_2 \text{ ....} & x_n \end{array}$$

Для выпуска данного количества продукции x_i экономический объект P_i должен получить строго определенное количество продукции других объектов:

$$\begin{array}{ll} x_{1i} \to & \\ x_{2i} \to & \\ . & \\ . & x_i \\ . & \\ x_{ni} \to & \end{array}$$

Здесь x_{ki} - стоимость той части продукции $k-$й отрасли P_k, которую должна использовать отрасль P_i в качестве сырья, полуфабрикатов, топлива и т.д., чтобы обеспечить выпуск своей продукции в объёме x_i.

Увеличение выпуска продукции в некоторое число раз k требует увеличения потребления экономическим объектом всех указанных выше продуктов также в k раз. Другими словами, нормы производственных затрат не зависят от объёма выпускаемой продукции. Для того чтобы отрасль P_i выпустила валовой продукции стоимостью в одну денежную единицу, она должна получить от отраслей системы продукции на $a_{1i}, a_{2i}, ..., a_{ni}$ денежных единиц, а для обеспечения всего валового выпуска $i-$й отрасли потребуется соответственно:

$$x_{1i} = a_{1i} \cdot x_i$$
$$x_{2i} = a_{2i} \cdot x_i$$
$$..................$$
$$x_{ni} = a_{ni} \cdot x_i$$

Продукции отраслей системы.

Аналогичные соотношения имеют место для всех отраслей системы:

$$x_{ij} = a_{ij} \cdot x_j;\ i, j = \overline{1,n} \qquad (1)$$

Коэффициенты пропорциональности a_{ij} называют коэффициентами прямых внутрипроизводственных затрат – это затраты i – й отрасли на единицу (рубль) валовой продукции j – й отрасли.

Выпускаемая каждым экономическим объектом продукция частично потребляется другими экономическими объектами системы в качестве сырья, полуфабрикатов и т.п. (внутрипроизводственное потребление), а часть идет на личное и производственное потребление вне данной экономической системы (внепроизводственное потребление в форме конечного продукта):

$$\begin{cases} x_1 = x_{11} + x_{12} + ... + x_{1n} + y_1 \\ x_2 = x_{21} + x_{22} + ... + x_{2n} + y_2 \\ .... \\ x_n = x_{n1} + x_{n2} + ... + x_{nn} + y_n \end{cases} \qquad (2)$$

Таким образом, с учетом (1) система (2) примет следующий вид:

$$\begin{cases} x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n + y_1 \\ x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n + y_2 \\ .... \\ x_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{nn}x_n + y_n \end{cases} \qquad (3)$$

Система (3) представляет собой линейную балансовую модель.

3. Динамическая модель межотраслевого баланса. рассмотрим функционирование экономики на некотором конечном периоде времени *[0,T]* . Отрезок *[0,T]* разобьем точками t_k, *k=0,1,...,T*, так, чтобы получилась возрастающая последовательность моментов времени

$$t_0 = 0 < t_1 < t_2 < ... < t_T = T$$

Тогда получаем последовательность полуинтервалов $[t_k, t_{k+1})$ длины $t_{k+1} - t_k$, покрывающих весь отрезок *[0,T]* . Момент $t_0 = 0$ будем трактовать как начальный момент планирования производства товаров, а момент $t_T = T$ - как плановый горизонт. В дальнейшем во всех отношениях удобно полагать $t_{k+1} - t_k = 1$ и трактовать моменты t_k как годы. При этих обозначениях мы будем писать $t = 0,1,...,T$.

В этом параграфе, как и в модели Леонтьева, будем предполагать, что экономика состоит из *n* чистых отраслей с постоянными технологиями, описываемыми матрицей *A*. Планирование опять будем понимать по схеме затраты-выпуск при известном спросе на товары, но теперь уже с учетом фактора времени.

Под планом производства на отрезке времени *[0,T]* будем понимать совокупность

$$(y,\xi,\eta,l)=\begin{pmatrix} y^1 & \xi^1 & \eta^1 & l^1 \\ y^2 & \xi^2 & \eta^2 & l^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y^t & \xi^t & \eta^t & l^t \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y^T & \xi^T & \eta^T & l^T \end{pmatrix}$$

Здесь каждая строка соответствует плану (y^t,ξ^t,η^t,l^t) в год t ; $y^t=(y_1^t,\dots,y_n^t)$ - вектор запасов товаров, $\xi^t=(\xi_1^t,\dots,\xi_n^t)$ - вектор валового выпуска. Каждая компонента ξ_j^t считается максимально возможным при существующих основных фондах выпуском отрасли j. Валовый выпуск отрасли может быть увеличен путем дополнительных вложений, и этот показатель также включается в план. Вектор $\eta^t=(\eta_1^t,\dots,\eta_n^t)$ обозначает планируемое в год t увеличение (приращение) валового выпуска. Наконец, число l^t показывает общее количество нанятых во всех отраслях рабочих в год t.

Труд, как вид товара, не рассматривался в исходной модели Леонтьева. Особенность данного товара заключается в том, что он, во-первых, являясь воспроизводимым ресурсом, в то же время не является продуктом какой-либо отрасли, во-вторых, как фактор в производственном процессе, занимает промежуточное положение между материальными ресурсами и готовой продукцией. Никакое производство не может обходиться без трудовых затрат. Единицей ее измерения является рабочая сила. Необходимое для отрасли количество рабочей силы определяется трудовыми затратами, вложенными в выпуск одной единицы продукции. Данный параметр для отрасли j обозначим l_j. Тогда число рабочих в отрасли j в год t равно $l_j y_j^t$. Вектор $l=(l_1,\dots,l_n)$ называется *вектором трудовых затрат*.

Обозначим через d_{ij}, $j=1,\dots,n$, объемы *материальных затрат*, необходимых для приращения на одну единицу выпуска товара i. Тогда материальные затраты на одновременное приращение выпусков всех отраслей на величины $\eta_1^t,\dots,\eta_n^t$ будут исчисляться как $D\eta^t$, где $D=\|d_{ij}\|_{n\times n}$ - технологическая матрица приращения производства.

Наглядную картину межотраслевых связей во времени при плане производства (y,ξ,η,l), плане конечного потребления на одного работающего на весь плановый период (y,ξ,η,l) и при постоянных технологиях производства и его приращения показывает схема динамического межотраслевого баланса (рис.). Эта схема составляется для каждого года $t=1,\dots,T$, причем при $t=0$ ξ_j^0 есть валовый выпуск отрасли j к началу планового периода.

Отрасли	Совокупный запас товаров	Производство			Приращение производства		Конечное потребление на одного рабочего	Трудовые затраты
		Валовый выпуск		Технология	Приращ. валового выпуска	Технология		
		в год $t-1$	в год t					
1	y_1^t	ξ_1^{t-1}	ξ_1^t	A	η_1^t	D	s_1	l_1
2	y_2^t	ξ_2^{t-1}	ξ_2^t		η_2^t		s_2	l_2
…	…	…	…		…		…	…
n	y_n^t	ξ_n^{t-1}	ξ_n^t		η_n^t		s_n	l_n

Балансовый характер этой схемы заключается в том, что ее элементы должны удовлетворять следующим (балансовым) соотношениям:

$$Ay^t + D\eta^t + l^t s \le y^t,$$

$$\langle l, y^t \rangle \le l^t,$$

$$y^t \le \xi^{t-1},$$

$$\xi^t = \xi^{t-1} + \eta^t,$$

$$y^t \ge 0,\ \xi^t \ge 0,\ \eta^t \ge 0,\ l^t \ge 0,\ t = 1,\ldots,T.$$

Здесь Ay^t - производственные затраты, $D\eta^t$ - дополнительные затраты, соответствующие приращению производства на вектор η^t, а $l^t s$ - конечное потребление в год *t*. Поэтому условие (1) требует, чтобы весь годичный запас товаров покрывал все годичные затраты ежегодно. Неравенство (2) задает условие на необходимый объем трудовых ресурсов, неравенство (3) говорит о том, что запасы на данный год не могут превышать результатов производства предыдущего года, и, наконец, уравнение (4) описывает динамику роста валового выпуска из года в год.

Если сравнить систему (1)-(5) с моделью Леонтьева (1), то можно заметить, что последняя получается из (1) при отсутствии приращения производства, т.е. когда $\eta^t = 0,\ t = 1,\ldots,T$. Дополнительные условия (2)-(4) вызваны необходимостью учета трудовых ресурсов и динамического характера развития производства. Как и модель Леонтьева, данная схема может быть обобщена и детализирована по ряду параметров. В приведенном здесь виде наиболее нереальным является условие (4), которое предполагает (при $\eta^t \ne 0$) получение результатов от затрат, осуществляемых в начале периода $[t-1, t)$, уже к концу этого периода. Условие (4) можно переписать так:

$$\xi^t = \xi^0 + \sum_{\tau=1}^{t} \eta^\tau,\ t = 1,\ldots,T.$$

В этом равенстве последнее слагаемое имеет смысл приращения производства за первые *t* лет по сравнению с начальным объемом выпуска. Доля такого приращения, приходящаяся на одну единицу начального валового выпуска, есть

Введем величину $v^t = 1 + v^t$. Тогда уравнение (4) можно написать в виде

$\xi^t = v^t \xi^0$, $t = 1,\dots,T$.

Представление динамики производства в подобном виде будет использовано нами в следующем параграфе. Здесь заметим только, что более адекватным описанием динамики производства, чем (4), представляется равенство

$$\xi^t = \xi^{t-k_t} + \eta^t,\ t = 1,\dots,T,$$

где k_t - отнесенный к моменту t временной лаг, $1 \le k_t \le t$ ($k_1 = 1$).

Обозначим $\tilde{y}^t = (y^t, \xi^t, \eta^t, l^t)$ и составим матрицы

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} A-E & 0 & D & s \\ E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & -E & 0 \\ l & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

с помощью которых систему (1)-(5) перепишем в виде

$$\tilde{A}\tilde{y}^t \le \tilde{B}\tilde{y}^{t-1},\ \tilde{y}^t \ge 0 \quad t=1,\dots,T$$

В математической экономике *магистралью* называется траектория экономического роста, на которой пропорции производственных показателей (такие как темп роста производства, темп снижения цен) неизменны, а сами показатели (такие как интенсивность производства, валовый выпуск) растут с постоянным максимально возможным темпом. Таким образом, магистраль - это траектория или луч максимального сбалансированного роста. Ее часто сравнивают со скоростной автострадой.

Поскольку "оптимальное" или "эффективное" развитие экономики в любом смысле так или иначе связано и должно сопровождаться экономическим ростом, то для достижения любой конечной цели следует поступать аналогичным образом: сначала вывести производство на магистральный путь, т.е. на траекторию (или луч) Неймана, характеризующуюся максимальным темпом роста $\bar{\lambda}$ и минимальной нормой процента $\bar{\rho} = \bar{\lambda}$, а по истечении определенного срока времени вывести ее к задуманной цели. Такими целями могут быть максимизация прибыли, минимизация затрат, максимизация полезности от потребления товаров, достижение конкурентного равновесия при наиболее благоприятных условиях, т.е. на более высоком уровне благосостояния населения, и т.д.

Итак, с одной стороны мы имеем магистральные модели, а с другой - оптимизационные или еще шире – нормативные модели экономики. Изучение этих двух моделей во взаимосвязи, т.е. изучение связи между магистральными и оптимальными (в том или ином смысле) траекториями и является предметом магистральной теории. Можно говорить, что магистральная теория является одним из средств качественного анализа оптимальных траекторий. Основной целью этой теории является исследование условий так называемых "слабой" и "сильной" теорем о магистралях. Слабая теорема утверждает, что за исключением некоторого малого периода $[t', t''] \subset [0, T]$ (или некоторого числа дискретных моментов из $[0, T]$), не зависящего от продолжительности T планового периода, все оптимальные траектории сосредотачиваются в относительной близости к магистральной траектории. Сильная теорема говорит о том, что те небольшие промежутки времени $[t', t'']$, на которых оптимальные траектории удалены от магистральной, если они существуют, то разве лишь в начале периода $[0, T]$, т.е. $t' = 0$, или в конце периода $[0, T]$, т.е. $t'' = T$; а в середине периода оптимальные траектории расположены в относительной близости к магистральной.

В общем случае в моделях экономической динамики даже при неизменности технологических возможностей утверждения теорем о магистрали не выполняются. Для их выполнения приходится вводить различные дополнительные предположения о свойствах исходной модели экономики. Другой путь состоит в изучении реальных отраслевых пропорций и сравнении их с магистральными. Благодаря техническому прогрессу и изменчивости во времени общественных предпочтений различных благ, реальное состояние экономики при детальном (дезагрегированном) ее описании всегда значительно отличается от магистрального. В то же время, как показывают полученные в этом направлении результаты исследований, при высоком уровне агрегирования экономические пропорции близки к магистральным.

ГЛОССАРИЙ

Балансовый метод в статистике, важнейший метод обработки и анализа статистических данных, позволяющий взаимно увязать ресурсы и их использование, выявить пропорции и взаимосвязи, складывающиеся в процессе воспроизводства.

Временные ряды – это данные о каких-либо показателях, характеризующих одни и те же объекты в различные моменты времени. К такому типу данных относятся ежемесячные статистические данные за ряд лет по стране в целом или по отдельным регионам. Например, по объему промышленного производства или о количестве безработных. Особенность временных данных состоит в том, что они упорядочены во времени.

Компонентный анализ — в языкознании: метод исследования плана содержания значимых единиц языка, целью которого является разложение значения на минимальные семантические составляющие. Основан на гипотезе о том, что значение всякой языковой единицы состоит из семантических компонентов (сем) и словарный состав языка может быть описан с помощью ограниченного (сравнительно небольшого) числа семантических признаков.

Метод Монте-Карло (методы Монте-Карло, ММК) — общее название группы численных методов, основанных на получении большого числа реализаций стохастического (случайного) процесса, который формируется таким образом, чтобы его вероятностные характеристики совпадали с аналогичными величинами решаемой задачи.

Модель – это логическое или математическое описание компонентов и функций, отражающих существенные свойства моделируемого объекта или процесса.

Оптимизация – нахождение оптимума (максимума или минимума) функции при выполнении некоторых ограничений.

Принцип минимакса – это принцип оптимальности в антагонистических играх, выражающий стремление каждого из игроков к получению наибольшего гарантированного выигрыша.

Пространственные данные – это относящиеся к одному и тому же моменту времени данные о каком-либо экономическом показателе, характеризующем однотипные объекты. Например, данные об объеме производства на разных промышленных предприятиях за один и тот же период времени или о количестве работников разных промышленных предприятий в один и тот же момент времени.

Регрессионная модель – это уравнение, в котором объясняемая переменная представляется в виде функции от объясняющих переменных (например, модель спроса на некоторый товар в зависимости от его цены и дохода покупателей). По виду функции различают **линейные** и **нелинейные** регрессионные модели. Наиболее детально изучены и потому наиболее часто встречается в эконометрическом анализе методы оценки и анализа линейных регрессионных моделей.

Регрессионный (линейный) анализ — статистический метод исследования зависимости между зависимой переменной Y и одной или несколькими независимыми переменными X1,X2,...,Xp. Независимые переменные иначе называют регрессорами или предикторами, а зависимые переменные - критериальными.

Системы одновременных уравнений представляют собой системы уравнений, состоящие из регрессионных уравнений и тождеств, в каждом из которых помимо объясняющих – независимых – переменных содержатся объясняемые переменные из других уравнений системы. Пример: система, включающая уравнение спроса, уравнение предложения и тождество – уравнение равенства спроса и предложения, характеризующее рыночное равновесие.

Смешанная стратегия в теории игр, теории решений — стратегия, в которой чистые стратегии чередуются случайным образом (с какими-то вероятностями).

Теория игр — математический метод изучения оптимальных стратегий в играх. Под игрой понимается процесс, в котором участвуют две и более сторон, ведущих борьбу за реализацию своих интересов. Каждая из сторон имеет свою цель и использует некоторую стратегию, которая может вести к выигрышу или проигрышу — в зависимости от поведения других игроков. Теория игр помогает выбрать лучшие стратегии с учётом представлений о других участниках, их ресурсах и их возможных поступках.

Эконометрика — научная дисциплина, предметом которой является изучение количественной стороны экономических явлений и процессов средствами математического и статистического анализа.

Экономико – экономическая модель – математическое описание экономического процесса или объекта, произведенное в целях их исследования и управления ими.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Практические занятия имеют целью закрепить и углубить знания, полученные на лекциях, а также сформировать навыки самостоятельной работы с учебной, научной литературой, статистическими данными, поиска и анализа информации.

Тематика практических занятий соответствует тематике лекционных занятий, поэтому подготовку к практическим занятиям следует начинать с повторения лекционного материала. Кроме того, необходимо изучить материал, изложенный в учебной литературе. Особое внимание при подготовке к практическим занятиям должно уделяться изучению нормативно-правовых документов, регулирующих деятельность таможенных органов Российской Федерации в рамках рассматриваемой проблемы.

При проведении практических занятий их руководитель может использовать различные способы контроля за уровнем подготовки слушателей: групповое обсуждение вопросов, сформулированных в плане; индивидуальные собеседования с отдельными студентами; проведение письменной контрольной работы; решение задач. Конкретная форма проведения занятия выбирается преподавателем с учетом состава учебной группы, уровня ее подготовки и иных обстоятельств. Итогом проведения семинарского занятия является индивидуальная оценка знаний опрошенных студентов.

1. План практических занятий

Наименование тем		Кол-во часов
Занятие 1.	Понятия о математическом моделировании и моделях	2
Занятие 2.	Система и системный анализ в таможенных органах	2
Занятие 3.	Статистические модели взаимосвязи	6
Занятие 4.	Методы компонентного анализа	2
Занятие 5.	Методы принятия решений	2
Занятие 6.	Методы условной оптимизации	6
Занятие 7.	Модели сетевого планирования	4
Занятие 8.	Элементы теории игр и их использование в процессе принятия решений	4
Занятие 9.	Моделирование потоков товаров, проходящих таможенное оформление с использованием метода статистических испытаний	2
Занятие 10.	Балансовые модели	2
Занятие 11.	Экспертные методы	2
ВСЕГО		34

2. Содержание практических занятий

Занятие 1. *Понятия о математическом моделировании и моделях* (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Место моделирования среди методов познания.
2. Модель: понятие и основные свойства. Классификация моделей.
3. Этапы вычислительного эксперимента:
- обследование объекта моделирования;
- концептуальная постановка задачи моделирования;
- математическая постановка задачи моделирования;
- выбор и обоснование выбора метода решения задачи.
4. Принципы построения математических моделей.
5. Практическое использование и анализ результатов моделирования.

Литература:

1. Федосеев В. В. Экономико-математические методы и прикладные модели. Учебное пособие / В. В. Федосеев , А. Н. Тармаш , И. В. Орлова , В. А.Половников , под редакцией: Федосеев В. В. - М.: Юнити-Дана, 2012. – С.7-17.

2. Фомин Г. П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности. Учебник / Г.П. Фомин. - М.: Финансы и статистика, 2005. – С.9-54.

3. Шапкин А. С., Шапкин В. А. Математические методы и модели исследования операций. Учебник / А. С. Шапкин, В. А.Шапкин. - М.: Дашков и Ко, 2012. – С.11-24.

Занятие 2. Система и системный анализ в таможенных органах (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Система: определения, классификационные признаки, основные свойства.
2. Эволюция, устойчивость и эффективность систем.
3. Системный анализ как инструмент для описания таможенного дела.

Литература:

Афонин П.Н. Системный анализ и управление в таможенном деле. Учебное пособие / П.Н. Афонин. - СПб. : Интермедия, 2012. – Гл.2-3.

Занятие 3. Статистические модели взаимосвязи (*6 часов*)

Вопросы для обсуждения:

1. Линейная парная регрессия. Оценка параметров парной регрессионной модели. Теорема Гаусса-Маркова.
2. Оценка значимости уравнения регрессии. Коэффициент детерминации.
3. Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии. Оценка параметров классической регрессионной модели методом наименьших квадратов.
4. Оценка значимости множественной регрессии.
5. Мультиколлинеарность. Отбор наиболее существенных объясняющих переменных в регрессионной модели.
6. Линейные регрессионные модели с переменной структурой. Фиктивные переменные.
7. Нелинейные модели регрессии.

Задание:

1. Построение модели парной регрессии на основе фактических данных о работе таможенных органов и показателей внешней торговли. Оценка значимости полученного уравнения регрессии. Расчет показателя эластичности.
2. Построение модели множественной регрессии на основе фактических данных о работе таможенных органов и показателей внешней торговли. Оценка значимости множественного уравнения регрессии.
3. Построение регрессионной модели с использованием фиктивных переменных на основе фактических данных о работе таможенных органов и показателей внешней торговли.

Задачи:

1. На основе имеющихся данных (табл.) постройте модель парной регрессии зависимости объема импорта от количеством поданных ГТД. Провести оценку адекватности и точности полученной модели. Сделать прогноз на 2010 и 2011 гг. Сравните полученные результаты с фактическими занчениями.

Объем импорта и количество поданных ГТД по ДВТУ в 2009 году

Регион	Объем импорта, тыс. долл. США	Кол-во поданных ГТД, шт.
Амурская область	213813,51	6885
Еврейская АО	16722,91	810
Камчатский край	66885,01	1962
Магаданская область	76193,84	1672
Приморский край	2944889,15	71375

Сахалинская область	935104,83	389
Хабаровский край	537767,20	13210
Чукотский АО	102202,32	7949
Республика САХА (Якутия)	88181,94	889
Итого по ДВТУ	**4981760,71**	**105141**

Литература:

1. Кремер Н. Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики. Учебно-справочное пособие / Н.Ш. Кремер, Б. А. Путко, И.М. Тришин; под редакцией: Кремер Н. Ш. - М.: ЮРАЙТ, 2011. – С.534-601.

2. Мхитарян В. С. Эконометрика. Учебно-практическое пособие / В.С. Мхитарян, М. Ю.Архипова, В.П. Сиротин. - М.: Евразийский открытый институт, 2012. – С.7-61.

3. Эконометрика. Учебник / Под редакцией: Елисеева И. И. - М.: ЮРАЙТ, 2012. – С.9-111, 141-159.

Занятие 4. Методы компонентного анализа (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Назначение метода главных компонент. Формальная постановка задачи.
2. Диагонализация ковариационной матрицы. Сингулярное разложение матрицы данных. Матрица преобразования к главным компонентам. Остаточная дисперсия.
3. Отбор главных компонент по правилу Кайзера.
4. Оценка числа главных компонент по правилу сломанной трости.
5. Применение метода главных компонент в таможенном деле.

Задание:

Формулировка задачи на основе фактических данных о работе таможенных органов и ее решение методом главных компонент.

Занятие 5. Методы принятия решений (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Типовые процедуры подготовки и принятия решений
2. Оценка сложных систем на основе теории полезности. Аксиомы теории полезности. Этапы экспертизы. Функция полезности.
3. Оценка сложных систем в условиях определенности. Принцип Парето.
4. Оценка сложных систем в условиях риска.
5. Оценка сложных систем в условиях неопределенности. Критерии Лапласа, Вальда, Севиджа, Гурвица.

Задание:

Деловая игра на тему «Подготовка и принятие управленческих решений в условиях риска и неопределенности».

Литература:

1. Математические методы и модели исследования операций. Учебник / Под редакцией: Колемаев В.А. - М.: Юнити-Дана, 2012. – С. 419-430.

2. Шапкин А. С. Шапкин В. А. Теория риска и моделирование рисковых ситуаций. Учебник / М.: Дашков и Ко, 2012. – С. 372-463.

Занятие 6. Методы условной оптимизации (*6 часов*)

Вопросы для обсуждения:

1. Общая задача линейного программирования.
2. Методы решения задач линейного программирования: симплексный метод, метод искусственного базиса, метод Гомори.
3. Двойственная модель линейного программирования. Теоремы двойственности. Анализ устойчивости двойственных оценок.
4. Экономико-математическая модель транспортной задачи и методы ее решения.

5. Общая постановка задачи динамического программирования. Схема решения задачи динамического программирования.

Задание:

1. Формулировка и решение задачи линейного программирования на основе фактических данных о работе таможенных органов.

2. Формулировка двойственной задачи линейного программирования и ее решение. Оценка устойчивости двойственных оценок.

3. Формулировка и решение транспортной задачи на основе фактических данных о работе таможенных органов.

Задачи:

1. Таможенный пост специализируется на оформлении трех групп товаров А, В и С. Плановые нормативы затрат ресурсов на 1 условную единицу товарооборота, сумма взыскиваемых таможенных платежей на 1 условную единицу товарооборота, а также объемы ресурсов заданы в таблице.

Определите плановый объем оформления каждой группы товаров, чтобы сумма взыскиваемых таможенных платежей была максимальной.

Виды ресурсов	Норма затрат ресурсов на 1 условную единицу товарооборота			Объем ресурсов
	группа А	группа В	группа С	
Рабочее время работников таможенного поста, чел.-ч.	0,1	0,2	0,4	1100
Площадь рабочих помещений, м2	0,05	0,02	0,02	120
Площадь складских помещений, м2	3	1	2	8000
Таможенные платежи, тыс. руб.	3	5	4	max

2. Предприниматель арендовал технологическую линию деревообрабатывающих станков для изготовления вагонки. Магазин «Стройматериалы» заказал комплекты из трех элементов: две вагонки длиной 2 м и одной вагонки длиной 1,25 м. Поставщик завозит на грузовом автомобиле доски толщиной 20 мм, шириной 100 мм, длиной по 6,5 м — 200 шт. и длиной по 4 м — 50 шт.

Рассчитайте, как распилить доски, чтобы продать максимальное количество комплектов.

3. Брокеру биржи клиент поручил разместить 100 000 долл. США на фондовом рынке. Необходимо сформировать такой портфель с ценными бумагами, чтобы получить максимальные проценты с вложенного капитала. Выбор ограничен четырьмя возможными объектами инвестиций-акций А, В, С, Д, которые позволяют получить доход в размерах соответственно 6, 8, 10 и 9 % годовых от вложенной суммы. При этом клиент поручил не менее половины инвестиций вложить в акции А и В. С целью обеспечения ликвидности не менее 25% общей суммы капитала нужно поместить в акции Д. Учитывая прогноз на изменение ситуации в будущем, в акции С можно вложить не более 20% капитала. Специфика налогообложения указывает на необходимость вложения в акции А не менее 30% капитала.

Определите распределение инвестиций капитала, обеспечивающее максимальный годовой доход.

4. Решить задачи методом искусственного базиса.

а) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 \ge 2, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 6, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 7, \\ x_k \ge 0, k = \overline{1,4} \end{cases}$

$F(\overline{X}) = 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \to \min$

б) $\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_4 \le 1, \\ x_1 + x_3 + x_4 \ge 1, \\ x_2 + x_3 - x_4 \ge 1, \\ x_k \ge 0, k = \overline{1,4} \end{cases}$

$F(\overline{X}) = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \to \min$

в) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 18, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 \le 20, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \ge 10, \\ x_k \ge 0, k = \overline{1,3} \end{cases}$

$F(\overline{X}) = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to \max$

г) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 \ge 11, \\ x_2 + x_3 - 4x_4 \le 8, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_4 = 46, \\ x_k \ge 0, k = \overline{1,4} \end{cases}$

$F(\overline{X}) = 3x_1 + 5x_2 + x_3 + 5x_4 \to \max$

5. Отделу таможенной статистики Благовещенской таможни поручили проанализировать деятельность Благовещенского таможенного поста. Известно, что основную долю товарооборота таможни составляют три группы товаров: текстильные изделия, минеральные удобрения и машины и оборудование. В результате анализа были получены следующие результаты о времени, которое необходимо затратить на оформление каждой партии товара, веса каждой партии и площади, занимаемой каждой партией на таможенном складе (табл.).

Какой объем текстильных изделий, удобрений, машин и оборудования должен быть ввезен через Биробиджанский таможенный пост на территорию России, чтобы сумма уплаченных таможенных пошлин в течение одной недели была максимальна?

Ресурсы	Текстильные изделия	Удобрения	Машины и оборудование	Располагаемые ресурсы (в неделю)
Время в часах, необходимое для оформления одной партии товара	1,2 часа	2,5 часов	4,5 часов	40 часов
Вес одной партии (в тоннах)	2 т	18 т	27 т	700 т
Площадь, которую необходимо предоставить для одной партии товара на таможенном складе	25 м^2	90 м^2	150 м^2	3600 м^2
Сумма уплачиваемых таможенных пошлин за одну партию товара, $	350 $	1850 $	2750 $	max

Литература:

1. Кремер Н. Ш. Высшая математика для экономистов. Учебник / Н.Ш. Кремер, Б. А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман; Под редакцией: Кремер Н. Ш. - М.: Юнити-Дана, 2012. – С.10-37, 177-245.

2. Кремер Н. Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики. Учебно-справочное пособие / Н.Ш. Кремер, Б. А. Путко, И.М. Тришин; под редакцией: Кремер Н. Ш. - М.: ЮРАЙТ, 2011. – С.94-141.

3. Попов А. М. Сотников В. Н. Высшая математика для экономистов. Учебник / А. М. Попов, В. Н.Сотников. - М.: ЮРАЙТ, 2012. – С.14-40.

4. Попов А. М. Сотников В. Н. Экономико-математические методы и модели. Учебник / А. М. Попов, В. Н.Сотников. - М.: ЮРАЙТ, 2011. – С.11-72.

5. Федосеев В. В. Экономико-математические методы и прикладные модели. Учебное пособие / В. В. Федосеев , А. Н. Тармаш , И. В. Орлова , В. А.Половников , под редакцией: Федосеев В. В. - М.: Юнити-Дана, 2012. – С.18-105.

6. Фомин Г. П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности. Учебник / Г.П. Фомин. - М.: Финансы и статистика, 2005. – С.55-190.

7. Шапкин А. С., Шапкин В. А. Математические методы и модели исследования операций. Учебник / А. С. Шапкин, В. А.Шапкин. - М.: Дашков и Ко, 2012. – С.25-154.

Занятие 7. Модели сетевого планирования (*4 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Природа потоков в сетях и принцип их сохранения. Теорема и максимальном потоке и минимальном разрезе.

2. Понятие сетевого моделирования. Постановка сетевых задач.

3. Методы решения сетевых таможенных транспортно-логистических задач.

4. Правила построения сетевых моделей. Параметры сетевых моделей и методы их расчета.

5. Анализ сетевых моделей. Оптимизация сетевых моделей.

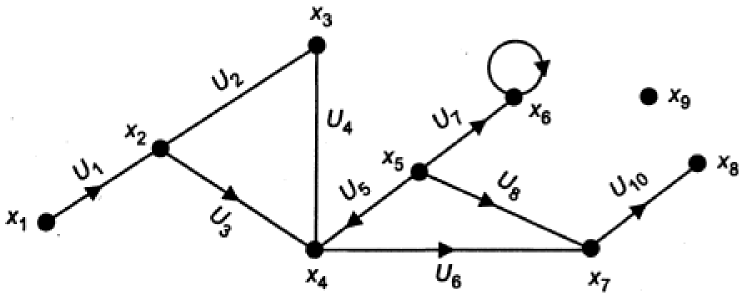
Задание:

1. Формирование оптимального плана документооборота на основе принципов сетевого моделирования (задача коммивояжера).

2. Формирование оптимального плана размещения таможенных постов на основе принципов сетевого моделирования.

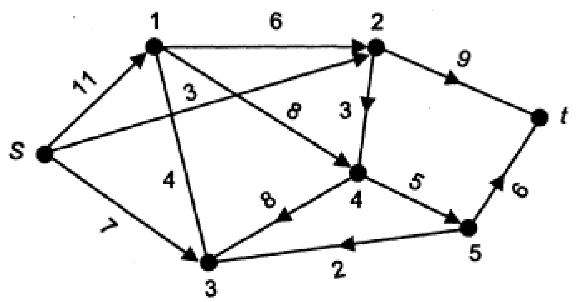
Задачи:

1. Запишите матрицу инциденций для орграфа, представленного на рис.



Определите полустепени вершин орграфа.

2. Для сети, изображенной на рис., постройте разрезы на заданных множествах:



1) $N_p = \{s, 1, 3\}$;
2) $N_p = \{s\}$;
3) $N_p = \{s, 2, 5\}$;
4) $N_n = \{s, 4\}$.

Постройте минимальный разрез для сети и найдите максимальный поток.

3. Постройте оптимальный кольцевой маршрут перевозки почты между городами, если матрица имеет следующий вид:

N	1	2	3	4	5
1	∞	20	50	40	10
2	20	∞	70	20	15
3	50	70	∞	30	40
4	40	20	30	∞	80
5	10	15	40	80	∞

4. Проведите решение задачи о назначениях на max и min венгерским методом:

а) $\begin{pmatrix} 5 & 12 & 10 & 9 & 8 \\ 7 & 10 & 8 & 14 & 15 \\ 9 & 8 & 7 & 10 & 7 \\ 3 & 11 & 5 & 6 & 11 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 5 & 5 & - & 2 \\ 7 & 4 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 5 & - \\ 7 & 2 & 6 & 7 \end{pmatrix}$

в) $\begin{pmatrix} 10 & 12 & 10 & 16 \\ 14 & 8 & 9 & 14 \\ 8 & 6 & 6 & 12 \\ 6 & 10 & 14 & 10 \\ 12 & 8 & 16 & 12 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} 5 & 5 & - & 2 & 2 \\ 7 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 9 & 3 & 5 & - & 2 \\ 7 & 2 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$.

Литература:

1. Афонин П.Н. Системный анализ и управление в таможенном деле. Учебное пособие / П.Н. Афонин. - СПб. : Интермедия, 2012. – Гл.9.

2. Гусева Е. Н. Экономико-математическое моделирование. Учебное пособие // М.: Флинта, 2011. – С. 129-151.

3. Попов А. М. Сотников В. Н. Экономико-математические методы и модели. Учебник / А. М. Попов, В. Н.Сотников. - М.: ЮРАЙТ, 2011. – С.116-133.

4. Фомин Г. П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности. Учебник / Г.П. Фомин. - М.: Финансы и статистика, 2005. – С.277-360.

5. Шапкин А. С. Математические методы и модели исследования операций. Учебник / А. С. Шапкин, В. А.Шапкин. - М.: Дашков и Ко, 2012. – С.251-278.

Занятие 8. Элементы теории игр и их использование в процессе принятия решений (*4 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Понятие об игровых моделях. Постановка игровых задач.
2. Принцип минимакса (осторожности). Верхняя и нижняя цена игры. Чистые перестраховочные стратегии. Седловая точка. Доминирующие стратегии.
3. Решение игр в смешанных стратегиях. Активные стратегии. Теорема теории игр Дж. фон Неймана.
4. Решения игр в смешанных стратегиях: графический метод, метод линейного программирования.
5. Игровые модели конфликтов.
6. Возможности применения методологии теории игр при принятии решения в таможенном деле.

Задание:

1. Формирование платежной матрицы на основе фактических данных о работе таможенных органов.
2. Нахождение решения игры на основе сформированной платежной матрицы.

Задачи:

1. Коммерческое предприятие заключило договор на централизованную поставку овощей из теплиц на сумму 10 000 руб. ежедневно. Если в течение дня овощи не поступают, магазин имеет убытки в размере 20 000 руб. от невыполнения плана товарооборота. Магазин может осуществить самовывоз овощей фермера. Для этого он может сделать заказ в транспортном предприятии, что вызовет дополнительные расходы в размере 500 руб. Однако опыт показывает, что в половине случаев посланные машины возвращаются без овощей. Можно увеличить вероятность получения овощей от фермера до 80%, если предварительно посылать туда своего представителя, что требует дополнительных расходов в размере 400 руб. Существует возможность заказать дневную норму овощей у другого надежного поставщика — плодоовощной базы по повышенной на 50% цене. Однако в этом случае, кроме расходов на транспорт (500 руб.), возможны дополнительные издержки в размере 300 руб., связанные с трудностями реализации товара, если в тот же день поступит и централизованная поставка от фермера. Какой стратегии надлежит придерживаться магазину, если заранее неизвестно, поступит или не поступит централизованная поставка.

2. Предприниматели А, В и С заключили договор для совместного проведения цепочки посреднических операций на май на условиях самостоятельного финансирования своей части. Взаимное переплетение трех вариантов коммерческих операций послужило поводом к образованию взаимозадолженностей, зарегистрированных бухгалтером в хронологическом порядке за май, которые представлены в таблице.

Журнал регистрации взаимных задолженностей участников игры А, В, С за май

№ п/п	Дата	Долг		Сумма, у.е.
		к получению	к оплате	
1	6	А	В	1000
2	6	А	В	2000
3	И	А	С	500
4	13	В	А	800
5	17	В	С	400
6	21	С	А	1500
7	26	С	В	700
8	31	В	С	400
Итого				7300

Необходимо к концу расчетного периода произвести окончательные расчеты между участниками игры.

3. Представьте, что Вы - руководи голь крупой прибыльной компании, размышляющий над тем, повышать ли цену па производимый товар. Данный товар весьма необходим потребителям, и они готовы его покупать даже по высокой цене. Однако на рынке этого товара, помимо Вашей, присутствует еще одна компания. Она также может повысить или не повысить цену на свой товар. Если обе фирмы не поднимут цену на товар, то они останутся «при своих». Если обе фирмы поднимут цену на товар, то каждая из фирм получит неплохую дополнительную прибыль. Но если одна фирма поднимает цену на товар, а другая – нет, то все потребители станут покупать товар только у фирмы, продающей его по более низкой цене. Формализуйте эту ситуацию в виде игры. Какое решение относительно необходимости повышения цеп Вы примете?

4. Рассмотрим следующую игру двух лиц:

	t1	t2	t3	t4
s1	3;2	1;0	-4;-2	5;2
s2	-1;-4	5;0	-1;4	0;1
s3	4;2	2;1	-4;4	4;2
s4	2;5	1;-3	1;5	3;-1

Существуют ли у какого-либо из игроков:
а) строго доминирующие стратегии?
б) слабо доминирующие стратегии?
в) строго доминируемые стратегии?
г) слабо доминируемые стратегии?
Если да, то укажите их.
Существует ли в приведенной выше игре
а) равновесие и строго доминирующих стратегиях?
б) равновесие и слабо доминирующих стратегиях?
в) равновесие, получаемое исключением строго доминируемых стратегий?
г) равновесие, получаемое исключением слабо доминируемых стратегий?
Если да, то укажите их.

5. Дана следующая игра в нормальной форме:

	t1	t2	t3	t4
s1	-3;2	1;4	3;-3	4;0
s2	1;-4	-2;-1	-1;5	0;1
s3	2;-1	-5;3	1;0	-3;2
s4	0;3	3;2	-2;-2	1;4

1. Найдите равновесие в максиминных стратегиях,
2. Найдите равновесие в минимаксных стратегиях.
3. Сравните платежи, которые получают игроки в равновесии в максиминных стратегиях и в равновесии в минимаксных стратегиях. Не противоречит ли что неравенству между максимином и минимаксом?

6. Дана платежная матрица $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. Найдите решение игры.

7. Найти решение конфликтной ситуации с платежной матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

8. Для доставки свежих фруктов из Кишинева в Москву можно использовать три вида транспорта: Т1 - воздушный, Т2 - автомобильный, Т3 - железнодорожный. Ожидаемые величины дохода a_{ij} с учетом затрат на транспортировку, погрузочно-разгрузочные работы и сроков доставки фруктов и потерь и вместе с условными вероятностями их получения p_{ij} представлены в виде матрицы:

	a_{i1}	p_{i1}	a_{i2}	p_{i2}	a_{i3}	p_{i3}
Т1	300	0,6	200	0,3	-300	0,1
Т2	450	0,2	300	0,7	-200	0,1
Т3	600	0,1	450	0,8	-100	0,1
βj	600		450		-100	

Выберите наиболее оптимального варианта доставки свежих фруктов.

Литература:

1. Афонин П.Н. Системный анализ и управление в таможенном деле. Учебное пособие / П.Н. Афонин. - СПб. : Интермедия, 2012. – Гл.8.
2. Гетманчук А. В. Экономико-математические методы и модели. Учебное пособие / А. В. Гетманчук , М. М. Ермилов. - М.: Дашков и Ко, 2012. – С.58-70.
3. Фомин Г. П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности. Учебник / Г.П. Фомин. - М.: Финансы и статистика, 2005. – С.191-176.
4. Шапкин А. С., Шапкин В. А. Математические методы и модели исследования операций. Учебник / А. С. Шапкин, В. А.Шапкин. - М.: Дашков и Ко, 2012. – С.180-209.

Занятие 9. Моделирование потоков товаров, проходящих таможенное оформление с использованием метода статистических испытаний (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) и возможности его использования для имитационного моделирования деятельности таможенных органов.

2. Моделирование случайных процессов.

Задание:

Построение модели на основе фактических данных о потоках товаров, проходящих таможенное оформление, с использованием метода статистических испытаний.

Задачи:

1. Средняя ставка таможенного тарифа России может быть установлена на одном из следующих уровней: 8 %, 10 %, 11,5 %, 13,5 %. Таможенный тариф устанавливается в начале каждого года и остается неизменным на всем его протяжении. Таким образом, если за систему S принять таможенную систему РФ, то она в каждый момент времени может находятся в одном из следующих состояний: s_1 – средняя ставка таможенного тарифа 8 %, s_2 - средняя ставка таможенного тарифа 10 %, s_3 - средняя ставка таможенного тарифа 11,5 %, s_4 - средняя ставка таможенного тарифа 13,5 %. Анализ работы таможенной системы РФ за предшествующие периоды показал, что изменение переходных вероятностей с течением времени пренебрежимо мало.

Определить вероятности указанных состояний таможенной системы РФ в 2010 году, если в 2005 году средний уровень таможенного тарифа составлял 11,5 %, а размеченный граф состояний представлен на рисунке.

2. Средняя ставка таможенного тарифа России может быть установлена на одном из следующих уровней: 8 %, 10 %, 11,5 %, 13,5 %. Таможенный тариф устанавливается в начале каждого года и остается неизменным на всем его протяжении. Таким образом, если за систему S принять таможенную систему РФ, то она в каждый момент времени может находятся в одном из следующих состояний: s_1 – средняя ставка таможенного тарифа 8 %, s_2 - средняя ставка таможенного тарифа 10 %, s_3 - средняя ставка таможенного тарифа 11,5 %, s_4 - средняя ставка таможенного тарифа 13,5 %. Анализ работы таможенной системы РФ за предшествующие периоды показал, что переходные вероятности зависят от моментов установления таможенного тарифа. Матрицы переходных вероятностей задаются следующим образом:

$$P(1)=\begin{pmatrix}0{,}10 & 0{,}15 & 0{,}00 & 0{,}75\\ 0{,}50 & 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}25\\ 0{,}30 & 0{,}40 & 0{,}40 & 0{,}00\\ 0{,}20 & 0{,}35 & 0{,}35 & 0{,}30\end{pmatrix},\ P(2)=\begin{pmatrix}0{,}50 & 0{,}30 & 0{,}20 & 0{,}00\\ 0{,}10 & 0{,}15 & 0{,}55 & 0{,}20\\ 0{,}00 & 0{,}60 & 0{,}30 & 0{,}10\\ 0{,}00 & 0{,}40 & 0{,}55 & 0{,}50\end{pmatrix},$$

$$P(3)=\begin{pmatrix}0,20 & 0,40 & 0,00 & 0,20\\ 0,15 & 0,45 & 0,30 & 0,10\\ 0,50 & 0,40 & 0,10 & 0,10\\ 0,55 & 0,00 & 0,00 & 0,45\end{pmatrix},\ P(4)=\begin{pmatrix}0,00 & 0,60 & 0,15 & 0,15\\ 0,35 & 0,25 & 0,10 & 0,30\\ 0,05 & 0,65 & 0,30 & 0,00\\ 0,40 & 0,10 & 0,25 & 0,25\end{pmatrix},$$

$$P(5)=\begin{pmatrix}0,45 & 0,05 & 0,15 & 0,35\\ 0,00 & 0,35 & 0,50 & 0,15\\ 0,70 & 0,10 & 0,15 & 0,05\\ 0,00 & 0,40 & 0,45 & 0,15\end{pmatrix}.$$

Постройте размеченные графы состояний, соответствующие началам каждого года, и найдите вероятности состояний таможенной системы РФ в 2010 году, если в конце 2005 года средняя ставка таможенного тарифа составляла 13,5 %.

Литература:

1. Попов А. М. Сотников В. Н. Экономико-математические методы и модели. Учебник / А. М. Попов, В. Н.Сотников. - М.: ЮРАЙТ, 2011. – С.96-115.

2. Фомин Г. П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности. Учебник / Г.П. Фомин. - М.: Финансы и статистика, 2005. – С.393-510.

Занятие 10. Балансовые модели (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Назначение балансовых моделей и их место в классификации экономико-математических моделей.
2. Двухпродуктовая балансовая модель.
3. Многопродуктовые балансовые модели.
4. Статическая модель межотраслевого баланса.
5. Динамическая модель межотраслевого баланса.

Задание:

Решение задач на построение межотраслевого баланса.

Задачи:

Найти валовой продукт (вектор валового выпуска $\bar{x}$) каждой отрасли для новых значений конечных продуктов отраслей (нового вектора конечного продукта): значения нового вектора конечного продукта больше соответствующих значений старого вектора конечного продукта на 10 единиц.

№ п.п.	**Производящие отрасли**	**Потребляющие отрасли**			**Конечный продукт**	**Валовой продукт**
		1	2	3		
1	Машиностроение	6	36	20	40	102
2	Ракетостроение	12	12	20	50	94
3	Нефтехимия	22	12	12	10	56

Литература:

1. Федосеев В. В. Экономико-математические методы и прикладные модели. Учебное пособие / В. В. Федосеев , А. Н. Тармаш , И. В. Орлова , В. А.Половников , под редакцией: Федосеев В. В. - М.: Юнити-Дана, 2012. – С.198-224.

2. Шапкин А. С., Шапкин В. А. Математические методы и модели исследования операций. Учебник / А. С. Шапкин, В. А.Шапкин. - М.: Дашков и Ко, 2012. – С.155-179.

Занятие 11. Экспертные методы (*2 часа*)

Вопросы для обсуждения:

1. Качественные методы формализованного представления систем. Методы типа «мозговая атака» или «коллективная генерация идей».
2. Методы типа сценариев.

3. Методы экспертных оценок. Метод Черчмена-Акоффа. Методы типа Дельфи. Условия использования экспертных оценок при подготовке и принятии решений. Оценка согласованности мнений экспертов.

Задание:

Деловая игра на тему «Применение методов экспертных оценок для принятия решений в таможенном деле».

Литература:

1. Афонин П.Н. Системный анализ и управление в таможенном деле. Учебное пособие / П.Н. Афонин. - СПб. : Интермедия, 2012. – Гл.5.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студента во внеаудиторное время является необходимым элементом в подготовке любого специалиста. В рабочей учебной программе по дисциплине приведено рекомендуемое количество часов на самостоятельную работу по отдельным темам.

Самостоятельная работа включает работу с учебной и методической литературой, повторения конспектов лекций, выполнения заданий преподавателя в целях более глубокого освоения отдельных вопросов дисциплины, ответов на контрольные вопросы, подготовку докладов к семинарским занятиям и прочее. Надо помнить, что без самостоятельной работы невозможно глубоко и полно изучить дисциплину. Особая роль отводится работе студента с литературой. Кроме предлагаемого списка основной и дополнительной литературы рекомендуется самостоятельно изыскивать новейшие источники, раскрывающие те или вопросы изучаемой дисциплины. При подготовке к занятиям рекомендуется пользоваться фондами научной библиотеки АмГУ, ресурсами Университетской библиотеки онлайн (www.biblioclub.ru).

Ввиду обилия информации и насыщенности книжного рынка, возникает необходимость в ходе самоподготовки осваивать методику поиска литературы и оценки содержащейся в ней информации.

Наиболее традиционными и привычными для российских студентов и преподавателей являются следующие способы отыскания литературы: работа с библиографическими изданиями в библиотеках; изучение специальных выпусков отсылок к литературе, использование библиотечных каталогов, которые в настоящее время представлены преимущественно в виде компьютерной информации.

Важным моментом является также и то, чтобы самоподготовка студентов по определенной проблематике проводилась с учетом времени изучения данной темы по учебному плану.

Обязательный элемент самостоятельной работы с литературой – ведение записей. Основными общепринятыми формами записей являются конспект, выписки, аннотации, резюме, план, логическая схема базы знаний по конкретной теме.

Конспект - это краткое письменное изложение содержания правового источника, статьи, доклада, лекции, включающее в сжатой форме основные положения и их обоснование. Необходимо вдумчивое прочитывание учебного материала. Следует помнить, что важно не механическое заучивание, а то, чтобы студент разобрался в материале, понял те или иные понятия, формулы и тезисы, понял внутреннюю логику материала. Чтобы разобраться в сложном материале рекомендуется делать схемы, составлять опорные планы. Это позволит не только разобраться в данном материале, но и запомнить его.

Выписки - это краткие записи в форме цитат (воспроизведение отрывков источника, произведения, статьи, содержащих существенные положения, мысли автора), либо лаконичное, близкое к тексту изложение основного содержания.

Тезисы - это сжатое изложение ключевых идей прочитанного источника или произведения.

Аннотации, резюме - это соответственно предельно краткое обобщающее изложение содержания текста, критическая оценка прочитанного документа или произведения.

В целях структурирования содержания изучаемой работы целесообразно составлять ее план либо схему, которые должны раскрывать логику построения текста, а также способствовать лучшей ориентации в содержании произведения и, соответственно, в конкретно изучаемой теме.

В целях прочного закрепления полученных знаний рекомендуется периодическое повторение пройденного материала. Это не только закрепляет уже полученные знания, но и помогает осмыслить пройденный материал на базе вновь приобретенных знаний.

Особая роль в самостоятельной работе отводится творческой работе студентов. Творческая работа повышает заинтересованность студента в изучении дисциплины, и как правило, приводит к более глубокому ее освоению.

Подведение итогов самостоятельной работы определяется ее видом. Так, при подведении итогов написания рефератов, докладов, научных сообщений, преподаватель анализирует положительные моменты данных работ, указывает на наличие недостатков для их устранения и недопущения в дальнейшем при написании других работ.

Каждому студенту необходимо иметь в виду, что самостоятельная подготовка учитывается преподавателем, как во время учебного семестра, так и во время сессии. Например, в случае добросовестного и грамотного выполнения самостоятельной работы студент может быть поощрен преподавателем в ходе проведения зачета или экзамена. В частности, на зачете или экзамене студент может быть полностью или частично освобожден от ответа на те вопросы, по которым проводилась самостоятельная работа, высоко оцененная преподавателем.

Лучшие работы (курсовые, а также научные доклады, сообщения и рефераты) могут быть доработаны студентом и рекомендованы преподавателем для их опубликования в сборниках научных студенческих работ или в других научных изданиях, либо выдвинуты на конкурсы научных студенческих работ.

Содержание самостоятельной работы студентов:

Тема 1. *Понятия о математическом моделировании и моделях.*

Задание:

Подготовка к практическому занятию с использованием учебной литературы и ресурсов сети Интернет.

Тема 2. *Система и системный анализ в таможенных органах.*

Задание:

Подготовка к практическому занятию с использованием учебной литературы, периодических изданий и ресурсов сети Интернет.

Тема 3. *Статистические модели взаимосвязи*

Задание:

1. Изучить этапы корреляционно-регрессионного анализа.
2. Исследовать наличие связи между двумя показателями на основе данных таможенной статистики (например, объемом экспорта и количеством поданных ГТД, объемом экспорта по отдельному таможенному управлению и количеством таможенных постов, объемом экспорта и суммой таможенных платежей, сальдо внешней торговли и численностью работников таможенных органов и т.д.).
3. Построить модель парной регрессии. Провести оценку адекватности и точности полученной модели. Провести расчет эластичности. Дать интерпретацию полученным результатам.
4. Используя табличный процессор Microsoft Office Excel (либо программу Statistica или EViews) построить модель множественной регрессии зависимости объемов экспорта от различных показателей.

Тема 4. *Методы компонентного анализа*

Задание:

1. Сбор статистических данных.
2. Формулировка и решение задачи методом главных компонент.

Тема 5. *Методы принятия решений*

Задание:

Подготовка к практическому занятию с использованием учебной литературы, периодических изданий и ресурсов сети Интернет.

Тема 6. *Методы условной оптимизации*

Задание:

1. Сбор статистических данных.
2. Формулировка и решение задачи оптимизации работы таможенной организации.
3. Формулировка и решение двойственной задачи.

Тема 7. *Модели сетевого планирования.*

Задание:

1. Формирование оптимального плана документооборота на основе условных данных.
2. Формирование оптимального плана размещения таможенных постов

Тема 8. *Элементы теории игр и их использование в процессе принятия решений*

Задание:

Найдите в СМИ свежую газетную заметку (не ранее сентября 2012 года), в которой описывается стратегическое взаимодействие людей (компаний, государственных органов). В работе можно использовать "Ведомости", "Коммерсант”, “Труд”, русское издание "Forbes“, интернет-издание “Полит.ру”, информационный интернет-портал “Радио Эхо Москвы”.

1. Кратко опишите суть статьи, о каком событии идет речь.
2. Формализуйте описываемые в статье события в виде игры:

- укажите множество игроков:
- для каждого игрока укажите множество его возможных стратегий;
- для каждого возможного профиля стратегий введите платежи для всех игроков.

3. Известно ли (из описания в статье или из последовавших далее событий), какие стратегии выбрали игроки в реальности? Считаете ли Вы их выбор оптимальным?

Тема 9. *Моделирование потоков товаров, проходящих таможенное оформление с использованием метода статистических испытаний*

Задание:

1. Сбор статистических данных.
2. Построение модели потоков товаров, проходящих таможенное оформление.

Тема 10. *Балансовые модели*

Задание:

Решение задач на составление межотраслевого баланса

Тема 11. *Экспертные модели*

Задание:

Подготовка к практическому занятию с использованием учебной литературы и ресурсов сети Интернет

5. КОНТРОЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ

5.1 Текущий контроль знаний

Тема 6: *Методы условной оптимизации*

1. Для реализации трех групп товаров коммерческое предприятие располагает тремя видами ограниченных материально-денежных ресурсов в количестве b1, b2, b3 единиц. При этом для продажи первой группы товаров на 1 тыс. руб. товарооборота расходуется ресурса первого вида в количестве a11 единиц, ресурса второго вида - в количестве a21 единиц, ресурса третьего вида – в количестве a31единиц. Для продажи второй и третьей групп товаров на 1 тыс. руб. товарооборота расходуется соответственно ресурса первого вида в количестве a12, a13*,* единиц, ресурсов второго вида — в количестве a22, a23 единиц, ресурсов третьего вида — в количестве a32, a33 единиц. Доход от продажи трех групп товаров на 1 тыс. руб. товарооборота составляет соответственно C1, C2, C3 (тыс. руб.).

Определите плановый объем и структуру товарооборота так, чтобы доход торгового предприятия был максимальным. Составьте двойственную ЗЛП, из решения прямой задачи получить решение двойственной задачи.

1. a11 = 3, a12 = 6, a13 = 4, a21 = 2, a22 = 1, a23 = 2, a31 = 2, a32 = 3, a33 = 1, b1 = 180, b2 = 50, b3 = 40, C1 = 6, C2 = 5, C3 = 5.

2. a11 = 3, a12 = 2, a13 = 1, a21 = 2, a22 = 1, a23 = 3, a31 = 4, a2 = 2, a33 = 1, b1 = 420, b2 = 600, b3 = 900, C1 = 3, C2 = 3, C3 = 4.

3. a11 = 16, a12 = 18, a13 = 9, a21 = 7, a22 = 7, a23 = 2, a31 = 9, a32 == 2, a33 = 3, b1 = 520, b2 = 140, b3 = 810, C1 = 8, C2 = 6, C3 = 4.

4. a11 = 4, a12 = 8, a13 = 2, a21= 3, a22 = 8, a23 = 4, a31 = 12, a32 = 4, a33 = 6, b1 = 116, b2 = 240, b3 = 432, C1 = 83, C2 = 6, C3 = 6.

5. a11 = 8, a12 = 10, a13 = 20, a21 = 4, a22 = 13, a23 = 8, a31 = 2, a32 = 18, a33 = 12, b1 = 800, b2 = 520, b3 = 940, C1 = 3, C2 = 6, C3 = 7.

6. a11 = 1, a12 = 4, a13 = 0, a21 = 0, a22 = 3, a23 = 1, a31 = 2, a32 = 0, a33= 5, b1 = 36, b2 = 50, b3 = 80, C1 = 6, C2 = 16, C3 = 25.

7. a11 = 17, a12 = 5, a13 = 5, a21 = 8, a22 = 6, a23 = 6, a31 = 4, a32= 2, a33 = 4, b1 = 850, b2 = 1120, b3 = 1060, C1 = 8, C2 = 7, C3 = 4.

Задача 2. ***Метод искусственного базиса***

1. $$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 \geq 2, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 6, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 7, \\ x_k \geq 0,\ k = \overline{1,4} \end{cases}$$
$$F(\overline{X}) = 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \to \min$$

2. $$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_4 \leq 1, \\ x_1 + x_3 + x_4 \geq 1, \\ x_2 + x_3 - x_4 \geq 7, \\ x_k \geq 0,\ k = \overline{1,4} \end{cases}$$
$$F(\overline{X}) = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \to \min$$

3. $$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \geq 24, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 46, \\ 4x_1 + 4x_2 + 5x_3 \geq 20, \\ x_k \geq 0,\ k = \overline{1,3} \end{cases}$$
$$F(\overline{X}) = 90x_1 + 10x_2 + 120x_3 \to \min$$

4. $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 18, \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 \leq 20, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 10, \\ x_k \geq 0,\ k = \overline{1,3} \end{cases}$$
$$F(\overline{X}) = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to \max$$

5. $$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 24, \\ 5x_1 + 4x_2 - x_3 \geq 10, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 18, \\ x_k \geq 0,\ k = \overline{1,3} \end{cases}$$

6. $$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 16, \\ 6x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 24, \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 11, \\ x_k \geq 0,\ k = \overline{1,3} \end{cases}$$

$$F(\overline{X}) = 192x_1 + 210x_2 + 2340x_3 \to \min \qquad F(\overline{X}) = 6x_1 + 12x_2 + 3x_3 \to \max$$

$$\textbf{7.}\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 \geq 11, \\ x_2 + x_3 - 4x_4 \leq 8, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_4 = 46, \\ x_k \geq 0,\ k = \overline{1,4} \end{cases}$$

$$F(\overline{X}) = 3x_1 + 5x_2 + x_3 + 5x_4 \to \max$$

3. Используя задачу 1 (№ 1—7), необходимо:

к прямой задаче планирования товарооборота, решаемой симплексным методом, составить двойственную задачу линейного программирования;

установить сопряженные пары прямой и двойственной задач;

согласно сопряженным парам переменных из решения прямой задачи получить решение двойственной задачи;

рассчитать интервалы устойчивости двойственных оценок и, используя коэффициенты структурных сдвигов в оптимальной симплексной таблице, выполнить расчеты вариантов для изменившейся хозяйственной ситуации в соответствии с таблицей.

Номер задачи	Коммерческая ситуация		
	ввести в продажу *k-ю* товарную группу	увеличить объем i-го ресурса	сократить объем i-го ресурса
1	x2 = 5	Δb2 = 20	Δb3 = 10
2	x1 = 90	Δb1 = 200	Δb2 = 200
3	x2 = 50	Δb1 = 100	Δb2 = 10
4	x1 = 20	Δb1 = 2	Δb1 = 50
5	x1 = 60	Δb1 = 300	Δb2 = 100
6	x1 = 30	Δb1 = 6	Δb3 = 1
7	x3 = 20	Δb1 = 40	Δb2 = 100

Тема 8: *Элементы теории игр и их использование в процессе принятия решений*

1. Найдите все равновесия Нэша в следующих играх:

	t_1	t_2	t_3	t_4
s_1	3;2	1;0	-4;-2	5;2
s_2	-1;-4	5;0	-1;4	0;1
s_3	4;2	2;1	-4;4	4;2
s_4	2;5	1;-3	1;5	3;-1

	t_1	t_2	t_3	t_4
s_1	-2;5	4;3	-1;3	2;5
s_2	1;1	-3;4	5;-1	2;-2

	t_1	t_2
s_1	-2;5	4;3
s_2	1;1	-3;4
s_3	3;-1	-1;-3
s_4	0;2	3;1

2. Дана следующая антагоничная игра:

	t_1	t_2	t_3	t_4
s_1	-3;3	1;-1	3;-3	4;-4
s_2	1;-1	-2;2	-1;1	0;0
s_3	2;-2	-5;5	1;-1	-3;3
s_4	0;0	3;-3	-2;2	1;-1

1) Найдите равновесие максиминных стратегиях;

2) Найдите равновесие минимаксных стратегиях;

3) Что больше: максимин первого игрока или минимакс второго? Случайно ли это?

3. Аня и Боря играют в следующую игру. Сначала Аня называет Баре натуральное число от 1 до 3. Затем Боря называет натуральное числа от 1 до 3. Если сумма названных Аней и Борей чисел не делится на 5, то Боря дает Ане 3 конфеты, а если делится, то наоборот, Аня дает Баре 3 конфеты.

1) Запишите - игру в развернутой форме.

2) Укажите множество всех возможных стратегий каждого игрока, а также все платежи игроков.

3) Найдите все равновесия Нэша.

4) Найдите все равновесия Нэша, совершенные на подыграх.

4. Определите для «игры с природой» оптимальную стратегию по критериям Сэвиджа и Гурвица для $\chi = 0{,}3$ и $\chi = 0{,}7$ и проанализируйте результаты.

I \ II	$П_1$	$П_2$	$П_3$	$П_4$	$П_5$
A_1	100	200	150	70	80
A_2	90	300	140	100	50
A_3	80	150	90	200	100
A_4	70	250	300	100	60

5.2 Итоговый контроль знаний

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Система: классификационные признаки, основные свойства системы. Целенаправленное поведение системы. Структура системы.
2. Системные решения и системный анализ в таможенном деле. Объект и предмет системного анализа.
3. Классификация систем. Методологические процедуры системного анализа.
4. Модель системы: определение, виды моделей (функциональная, информационная, поведенческая). Понятие адекватности модели. Оценка адекватности моделей технических объектов, статистических и имитационных моделей.
5. Виды моделирования.
6. Принципы и подходы к построению модели. Методы коррекции точности моделей.
7. Модель линейной регрессии. Оценка параметров парной регрессионной модели. Теорема Гаусса-Маркова. Интервальная оценка функции регрессии и ее параметров.
8. Оценка значимости уравнения регрессии. Коэффициент детерминации.

9. Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии: предпосылки и ограничения построения и использования. Оценка параметров классической регрессионной модели методом наименьших квадратов.

10. Оценка значимости множественной регрессии. Отбор наиболее существенных объясняющих переменных в регрессионной модели.

11. Метод главных компонент. Формальная постановка задачи.

12. Отбор главных компонент по правилу Кайзера.

13. Оценка числа главных компонент по правилу сломанной трости.

14. Применение метода главных компонент в таможенном деле.

15. Процесс принятия решений в таможенных органах. Логическая и хронологическая последовательность элементарных операций в процессе принятия решений.

16. Оценка сложных систем на основе теории полезности. Аксиомы теории полезности. Этапы экспертизы. Функция полезности.

17. Оценка сложных систем в условиях определенности. Принцип Парето.

18. Оценка сложных систем в условиях риска.

19. Оценка сложных систем в условиях неопределенности. Критерии Лапласа, Вальда, Севиджа, Гурвица.

20. Общая задача линейного программирования. Типовые задачи линейного программирования.

21. Симплексный метод решения задачи линейного программирования.

22. Решение задачи линейного программирования методом искусственного базиса.

23. Метод Гомори. Целочисленное программирование.

24. Двойственная модель линейного программирования. Теоремы двойственности. Анализ устойчивости двойственных оценок.

25. Транспортные модели. Решение транспортной задачи методами линейного программирования.

26. Общая постановка задачи динамического программирования. Схема решения задачи динамического программирования.

27. Природа потоков в сетях и принцип их сохранения. Теорема и максимальном потоке и минимальном разрезе.

28. Понятие сетевого моделирования. Постановка сетевых задач.

29. Методы решения сетевых таможенных транспортно-логистических задач.

30. Задача о максимальном потоке. Задача о потоке минимальной стоимости.

31. Задача коммивояжера (построение кольцевых маршрутов). Решение задачи коммивояжера методами линейного программирования.

32. Формирование оптимального штата таможенного учреждения.

33. Метод ветвей и границ

34. Правила построения сетевых моделей. Параметры сетевых моделей и методы их расчета.

35. Анализ сетевых моделей. Определение критического пути. Оптимизация сетевых моделей. Условие переноса средств с одного пути в сети на другой.

36. Понятие об игровых моделях. Постановка игровых задач.

37. Принцип минимакса. Верхняя и нижняя цена игры. Чистые перестраховочные стратегии. Седловая точка. Доминирующие стратегии.

38. Решение игр в смешанных стратегиях. Активные стратегии. Теорема теории игр Дж. фон Неймана.

39. Решения игр в смешанных стратегиях: графический метод, метод линейного программирования.

40. Игровые модели конфликтов. Возможности применения методологии теории игр при принятии решения в таможенном деле.

41. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) и возможности его использования для имитационного моделирования деятельности таможенных органов.

42. Моделирование случайных процессов. Оценка точности моделирования. Необходимое число реализаций.

43. Назначение балансовых моделей и их место в классификации экономико-математических моделей. Двухпродуктовая балансовая модель.

44. Многопродуктовые балансовые модели (классификация, предпосылки построения).

45. Статическая модель межотраслевого баланса. Балансы цен, трудовых ресурсов, основных производственных фондов.

46. Динамическая модель межотраслевого баланса.

47. Качественные методы формализованного представления систем. Методы типа «мозговая атака» или «коллективная генерация идей».

48. Методы типа сценариев.

49. Методы экспертных оценок. Метод Черчмена-Акоффа. Методы типа Дельфи. Условия использования экспертных оценок при подготовке и принятии решений. Оценка согласованности мнений экспертов.