Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Кафедра математического анализа и моделирования

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Основной образовательной программы по специальности 160400.65 – Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов

Благовещенск 2012

УМКД разработан канд. физ.-мат. наук, доцентом Веселовой Еленой Михайловной

Рассмотрен и рекомендован на заседании кафедры
Протокол заседания кафедры от «__» __________ 2012 г. № __
И.о. зав. кафедрой _______________ Н.Н. Максимова

СОДЕРЖАНИЕ

1	Рабочая программа учебной дисциплины		4
	1.1	Цели и задачи освоения дисциплины	4
	1.2	Место дисциплины в структуре ООП ВПО	4
	1.3	Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	5
	1.4	Структура и содержание дисциплины (модуля) «Математический анализ»	5
	1.5	Содержание разделов и тем дисциплины	9
	1.6	Самостоятельная работа	13
	1.7	Матрица компетенций учебной дисциплины	17
	1.8	Образовательные технологии	17
	1.9	Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	18
	1.10	Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Математический анализ»	20
	1.11	Материально-техническое обеспечение дисциплины	22
	1.12	Рейтинговая оценка знаний студентов по дисциплине	22
2	Краткое изложение программного материала		25
3	Методические указания		33
	3.1	Методические указания по изучению дисциплины	33
	3.2	Методические указания к практическим занятиям	34
	3.3	Методические указания по самостоятельной работе студентов	35
4	Контроль знаний		36
	4.1	Текущий контроль знаний	36
	4.2	Итоговый контроль знаний	41
5	Интерактивные технологии и инновационные методы, используемые в образовательном процессе		51

1 Рабочая программа учебной дисциплины

1.1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цели изучения дисциплины:

Дисциплина «Математический анализ» является фундаментальной дисциплиной при осуществлении математического обучения инженеров всех специальностей, в том числе в области проектирования, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов.

Важнейшая задача данной дисциплины – достаточно строго в логической последовательности изложить основы математического анализа, привить студентам навыки самостоятельной работы, начиная с первых дней обучения в университете, что будет служить основой дальнейшей исследовательской деятельности будущих специалистов.

Математическое образование следует рассматривать как важную составляющую подготовки специалиста, поскольку методы математического анализа являются не только мощным средством решения прикладных задач, а также универсальным языком науки, но и элементом общей культуры, а в целом и развития личности.

Основными целями дисциплины «Математический анализ» являются:

– подготовка студента к восприятию математического аппарата специальных дисциплин, чтению специальной литературы;

– обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и решения физико-математических задач, соответствующих его будущей специальности;

– формирование математическое образование студента таким образом, чтобы в дальнейшем он мог творчески применить известные методы к задачам своей специальности;

– формирование логического мышления, способности к абстрагированию, и умению «работать» с «неосязаемыми» объектами.

Достижение указанных целей требует решения ряда задач.

Задачи изучения дисциплины:

– изучение базовых понятий и методов математического анализа;

– освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины;

– употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов;

– подготовка к поиску и анализу профильной научно-технической информации, необходимой для решения конкретных научно-исследовательских и прикладных задач, в том числе при выполнении междисциплинарных проектов;

– привитие общематематической культуры: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями;

– формирование социально-личностных качеств студентов: целеустремленности, организованности, трудолюбия, коммуникативности, готовности к деятельности в профессиональной среде, ответственности за принятие профессиональных решений.

1.2 Место дисциплины в структуре ООП ВПО

Дисциплина «Математический анализ» является базовой дисциплиной математического и естественно-научного цикла дисциплин Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) по специальности 160400.65 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов» (специалист), индекс дисциплины С2.Б.1.

Понятия, методы исследования математического анализа непосредственно и опосредованно проникли во многие разделы естествознания, пронизывают все фундаментальные общематематические курсы и имеют универсальное значение.

1.3 Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

знать: основные теоремы математического анализа, понятие производной и интеграла, иметь базовые знания в области методов математического анализа, необходимые для успешного изучения математических и теоретико-информационных дисциплин, решения задач, возникающих в профессиональной сфере;

уметь: находить производные нескольких переменных, вычислять интегралы, формулировать и доказывать теоремы, применять методы математического анализа для решения математических задач, построения и анализа моделей механики, физики и естествознания, самостоятельно решать классические задачи;

владеть: методами дифференцирования и интегрирования функций одной и нескольких переменных, методами исследования функций, навыками практического использования современного математического инструментария для решения и анализа задач механики, физики и естествознания.

В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие профессиональные компетенции:

способность использовать в профессиональной деятельности знания и методы, полученные при изучении математических и естественно-научных дисциплин (ПК-1);

понимание роли математических и естественно-научных наук и способностью к приобретению новых математических и естественно-научных знаний, с использованием современных образовательных и информационных технологий (ПК-4);

способностью работать в информационно-коммуникационном пространстве, проводить твердотельное компьютерное моделирование, прочностные, динамические и тепловые расчеты с использованием программных средств общего назначения (ПК-6).

1.4 Структура и содержание дисциплины (модуля) «Математический анализ»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 11 зачетных единиц, 396 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины (модуль)	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лекц.	Прак.	Самост.	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	**Введение в математический анализ**	**1**	**1-4**	**12**	**8**	**22** **10**	**Тест** **Расчетно-графическая работа №1 «Предел и непрерывность функций»**
1.1	Элементы теории множеств. Вещественные числа. Функции	1	1-2	4	2	1 2 2	Математический диктант №1 Выполнение домашнего задания №1 Конспект «Классификация функций»

1	2	3	4	5	6	7	8
1.2	Предел последовательности	1	2	2	2	1 2 2	Математический диктант №2 Выполнение домашнего задания №2 Индивидуальная работа №1 «Предел последовательности»
1.3	Предел функции одной переменной	1	3-4	4	2	1 2	Математический диктант №3 Выполнение домашнего задания №3
1.4	Непрерывность функции	1	4	2	2	2 2	Индивидуальная работа №2 «Непрерывность функций» Конспект «Равномерная непрерывность», «Обратная функция и ее непрерывность»
2	**Дифференциальное исчисление функций одной переменной**	**1**	**5-10**	**16**	**12**	**26** **10**	**Тест** **Расчетно-графическая работа №2 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»**
2.1	Дифференцируемость функций	1	5-6	4	4	1 2 2	Математический диктант №4 Выполнение домашнего задания №4 Индивидуальная работа №3 «Производная и дифференциал»
2.2	Основные теоремы дифференциального исчисления	1	6-7	4	4	1 2 2	Математический диктант №5 Выполнение домашнего задания №5 Конспект «Разложение элементарных функций»
2.3	Исследование функций с помощью производных	1	8-10	8	4	2 2	Выполнение домашнего задания №6 Индивидуальная работа №4 «Исследование функций»

1	2	3	4	5	6	7	8
3	**Интегральное исчисление функций одной переменной**	**1**	**10-17**	**23**	**14**	**20** **10** **10**	**Тест** **Расчетно-графическая работа №3 «Вычисление интегралов»** **Расчетно-графическая работа №4 «Приложения определенного интеграла»**
3.1	Неопределенный интеграл	1	10-12	6	4	1 2 3	Математический диктант №6 Выполнение домашнего задания №7 Индивидуальная работа №5 «Вычисление неопределенных интегралов»
3.2	Определенный интеграл	1	12-14	6	4	1 2 4	Математический диктант №7 Выполнение домашнего задания №8 Конспект «Интегрируемость непрерывных и монотонных функций»
3.3	Приложения определенного интеграла	1	14-16	7	4	2 4	Выполнение домашнего задания №9 Конспект «Спрямляемые кривые»
3.4	Несобственные интегралы	1	16-17	4	2	2 3 4	Выполнение домашнего задания №10 Индивидуальная работа №6 «Несобственные интегралы» Конспект «Несобственные интегралы от неотрицательных функций»
Экзамен						**45**	
Итого за первый семестр				**50**	**34**	**113**	
4	**Дифференциальное исчисление функций нескольких вещественных переменных**	**2**	**1-3**	**12**	**6**	**8** **3**	**Тест** **Расчетно-графическая работа «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»**

1	2	3	4	5	6	7	8
4.1	Функции нескольких переменных	2	1-3	12	6	1 1 1 1	Выполнение домашнего задания №1 Индивидуальная работа №1 «Построение области определения функции нескольких переменных» Конспект «Геометрические приложения дифференциального исчисления функций многих переменных» Индивидуальная работа №2 «Исследование функций на экстремум»
5	**Интегральное исчисление функций нескольких вещественных переменных**	**2**	**4-9**	**22**	**11**	**<u>13</u>** **3**	**Тест** **Расчетно-графическая работа «Кратные и криволинейные интегралы и их приложения»**
5.1	Интегралы, зависящие от параметра	2	4	4	2	1 1 1	Выполнение домашнего задания №2 Индивидуальная работа №3 «Интегралы, зависящие от параметра» Конспект «Интегралы Эйлера»
5.2	Кратные интегралы	2	5-6	6	3	1	Выполнение домашнего задания №3
5.3	Криволинейные интегралы	2	6-7	6	3	1 1	Выполнение домашнего задания №4 Индивидуальная работа №4 «Вычисление криволинейных интегралов»
5.4	Поверхностные интегралы	2	8-9	6	3	1 1	Выполнение домашнего задания №5 Индивидуальная работа №5 «Вычисление поверхностных интегралов»
6	**Теория поля**	**2**	**9-12**	**14**	**7**	**<u>6</u>** **3**	**Тест** **Расчетно-графическая работа «Элементы теории поля»**

1	2	3	4	5	6	7	8
6.1	Теория поля	2	9-12	14	7	1 1	Математический диктант №1 Выполнение домашнего задания №6
7	**Ряды**	**2**	**13-17**	**20**	**10**	**9** **3**	**Тест** **Расчетно-графическая работа «Ряды»**
7.1	Числовые ряды	2	13-14	6	3	1 1	Математический диктант №2 Выполнение домашнего задания №7
7.2	Функциональные ряды	2	14-15	6	3	1 1	Математический диктант №3 Выполнение домашнего задания №8
7.3	Ряды Фурье	2	16-17	8	4	1	Выполнение домашнего задания №9
Курсовая работа						**15**	
Экзамен						**45**	
Итого за второй семестр				**68**	**34**	**97**	
ИТОГО				**118**	**68**	**210**	

1.5 Содержание разделов и тем дисциплины

1.5.1 Лекции

1. Введение в математический анализ

1.1. Элементы теории множеств. Вещественные числа. Функции.

Общие сведения из теории множеств, логическая символика. Методы математического анализа. Физические явления как источник математических понятий. Основные сведения о вещественных числах: определение, свойства множества R, аксиомы. Взаимно-однозначное соответствие между множеством R и точками числовой прямой. Модуль числа и его свойства. Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя и нижняя грани числового множества. Расширенная числовая прямая. Окрестность точки. Понятие функции одной действительной переменной. Область определение и множество значений. Композиция функций, обратная функция, сужение функции. Действительные функции действительной переменной. График функции, арифметические операции над функциями. Классификация функций: монотонные, ограниченные, периодические, четные, нечетные функции, последовательности.

1.2. Предел последовательности.

Определение предела последовательности. Бесконечно малые последовательности, их свойства и связь со сходящимися последовательностями. Бесконечно большие последовательности, их связь с бесконечно малыми. Теоремы о пределе суммы, произведения и частного сходящихся последовательностей, о пределах последовательностей, связанных неравенствами. Ограниченная и неограниченная последовательность. Свойства сходящихся последовательностей. Монотонные последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса (принцип компактности отрезка). Частичные последовательности и частичные пределы. Число e. Формулировка критерия Коши сходимости числовой последовательности.

1.3. Предел функции одной переменной

Определение предела функции одной действительной переменной в точке. Бесконечный предел в точке, предел функции на бесконечности. Бесконечно малые функции, их свойства. Арифметические свойства пределов. Свойства пределов функций связанные с неравенствами. Теорема о пределе композиции функций. Односторонние пределы. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Принцип замены и отбрасывания бесконечно малых. Критерий Коши.

1.4. Непрерывность функции

Определение непрерывности функции в точке. Арифметические операции над непрерывными функциями. Теорема о переходе к пределу под знаком непрерывной функции. Непрерывность суперпозиции функций. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций непрерывных на промежутках (первая и вторая теоремы Больцано-Коши и Вейерштрасса). Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функции, их классификация. Обратная функция и ее непрерывность.

2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

2.1. Дифференцируемость функций

Дифференцируемость и производная. Геометрический и механический смысл производной. Касательная и нормаль к кривой. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функции. Производные некоторых элементарных функций. Таблица производных. Дифференциал функции, геометрический и механический смысл. Правила отыскания дифференциала. Приближенные вычисления с помощью дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Механический смысл второго дифференциала. Производные функций, заданных параметрически и неявно.

Вектор-функция и ее дифференцирование.

2.2. Основные теоремы дифференциального исчисления

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Дарбу. Раскрытие неопределённостей с помощью правила Лопиталя. Формулы Тейлора и Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано. Разложение по формуле Маклорена основных элементарных функций.

2.3. Исследование функций с помощью производных

Условие постоянства функции. Условия монотонности функции. Экстремумы функции, необходимое условие. Достаточные условия экстремума функции. Выпуклость (вогнутость) графика функции, точки перегиба. Необходимое и достаточное условия точки перегиба. Асимптоты графика функции. Схема исследования функций и построения графиков. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции.

3. Интегральное исчисление функций одной переменной

3.1. Неопределенный интеграл

Первообразная функции. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица основных неопределённых интегралов. Простейшие правила интегрирования. Интегрирование по частям. Замена переменной в неопределённом интеграле (интегрирование подстановкой). Интегрирование рациональных функций. Метод Остроградского. Интегрирование иррациональных функций. Подстановки Эйлера. Интегрирование биномиального дифференциала. Интегрирование тригонометрических функций. Примеры интегралов, не выражающихся через элементарные функции.

3.2. Определенный интеграл

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла. Интегрируемые по Риману функции. Ограниченность интегрируемой функции. Верхние и нижние интегральные суммы Дарбу. Критерий интегрируемости. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций. Свойства интегрируемых функций. Интегрируемость кусочно-непрерывных функций. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и подстановкой в определенном интеграле.

3.3. Приложения определенного интеграла

Мера плоских открытых множеств. Геометрические приложения определённого интеграла: вычисление площадей фигур. Понятие непрерывной кривой. Спрямляемые кривые, кривые Жордано. Вычисление длины кривой. Дифференциал дуги. Объёмы тел вращения, площадь поверхности вращения. Механические приложения определенного интеграла. Вычисление работы, массы, статических моментов и центра масс кривой. Теоремы Гульдина.

3.4. Несобственные интегралы

Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования (несобственные интегралы 1 рода). Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов. Несобственные интегралы 1 рода от неотрицательных функций. Критерий Коши. Абсолютно сходящиеся несобственные интегралы 1 рода.

Интегралы от неограниченных функций. Формулы интегрального исчисления для несобственных интегралов на конечных промежутках. Несобственные интегралы от неотрицательных функций на конечном промежутке. Признаки сходимости несобственных интегралов. Критерий Коши. Абсолютно сходящиеся несобственные интегралы на конечном промежутке. Главное значение интеграла.

4. Дифференциальное исчисление функций нескольких вещественных переменных

4.1. Функции нескольких переменных

Понятие функции нескольких переменных. Предел функции нескольких переменных. Непрерывность. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Дифференцируемость сложной функции. Замена переменных. Первый дифференциал. Производная по направлению. Градиент. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Неявные функции. Понятие зависимости функций. Условный экстремум.

5. Интегральное исчисление функций нескольких вещественных переменных

5.1. Интегралы, зависящие от параметра

Интегралы, зависящие от параметра. Свойства интегралов, зависящих от параметра.

5.2. Кратные интегралы

Двойной интеграл и его основные свойства. Вычисление двойных интегралов: повторное интегрирование и замена переменных. Приложения двойного интеграла. Тройные и n-кратные интегралы. Их свойства и способы вычисления. Геометрические и механические приложения кратных интегралов.

5.3. Криволинейные интегралы

Криволинейные интегралы первого и второго рода. Способы вычисления криволинейных интегралов. Механические приложения криволинейных интегралов. Формула Грина.

5.4. Поверхностные интегралы

Поверхностные интегралы первого и второго рода. Свойства поверхностных интегралов. Механические приложения.

6. Элементы теории поля

6.1. Теория поля

Скалярное поле. Градиент скалярного поля, его свойства. Векторное поле. Дивергенция и ротор векторного поля. Поток векторного поля через поверхность. Линейный интеграл и циркуляция векторного поля. Формулы Грина, Остроградского, Стокса. Специальные векторные поля.

7. Ряды

7.1. Числовые ряды

Основные определения, свойства. Необходимые признаки сходимости. Достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами: ограниченность частных сумм, интегральный признак, признак сравнения и его следствие, признаки Даламбера и Коши и их следствия. Числовые ряды с произвольными членами. Теорема Лейбница для знакочередующихся рядов, оценка остатка ряда. Необходимое и достаточное условие сходимости рядов с комплексными членами. Абсолютная и условная сходимость. Признак

Даламбера и Коши для числовых рядов с произвольными членами. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

7.2. Функциональные ряды

Последовательности и ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Круг сходимости. Степенные ряды в действительной области, их свойства. Ряды Тейлора и Маклорена. Приложение степенных рядов к приближённым вычислениям и решению задачи Коши для ДУ.

7.3. Ряды Фурье

Ортогональные и ортонормированные системы функций. Ряды Фурье по произвольной ортогональной системе функций. Сходимость в среднем. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Тригонометрический ряд Фурье. Формулировка достаточных условий разложимости функций в тригонометрический ряд Фурье. Ряд Фурье для четных и нечётных функций. Интеграл Фурье в действительной форме. Интеграл Фурье для чётных и нечётных функций.

1.5.2 Практические занятия

1 семестр

Практическое занятие 1. Решение задач. Принцип математической индукции. Вещественное число. Модуль числа, его свойства. Решение неравенств с модулем. Функции, виды, построения графиков с помощью элементарных преобразований.

Практическое занятие 2. Математический диктант. Решение задач. Предел числовой последовательности.

Практическое занятие 3. Математический диктант. Решение задач. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых.

Практическое занятие 4. Математический диктант. Решение задач. Непрерывность функции. Точки разрыва их классификация. Построение эскизов графиков функций.

Практическое занятие 5. Контрольная работа № 1 «Предел функции».

Практическое занятие 6. Решение задач. Производная, правила нахождения производной. Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. Касательная и нормаль к графику функции.

Практическое занятие 7. Решение задач. Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически. Дифференциал, правила нахождения дифференциала, приближенные вычисления с помощью дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.

Практическое занятие 8. Математический диктант. Решение задач. Применение основных теорем дифференциального исчисления к задач приложений. Вычисление пределов по правилу Лопиталя.

Практическое занятие 9. Контрольная работа № 2 «Производная и дифференциал».

Практическое занятие 10. Математический диктант. Решение задач. Формула Тейлора. Приложение производной к решению задач. Точки экстремума функции. Условия монотонности функции. Экстремумы функции.

Практическое занятие 11. Решение задач. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты. Общая схема исследования функции и построения ее графика.

Практическое занятие 12. Решение задач. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов. Методы интегрирования.

Практическое занятие 13. Математический диктант. Решение задач. Интегрирование.

Практическое занятие 14. Решение задач. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов.

Практическое занятие 15. Математический диктант. Решение задач. Приложения определенного интеграла.

Практическое занятие 16. Математический диктант. Решение задач. Несобственные интегралы, их основные свойства.

Практическое занятие 17. Итоговое повторение.

2 семестр

Практическое занятие 1-3. Решение задач. Область определения функции, предел и непрерывность по совокупности аргументов. Частные производные. Полный дифференциал. Экстремумы функций нескольких переменных. Метод наименьших квадратов. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

Практическое занятие 4. Решение задач. Непрерывность интегралов, зависящих от параметра. Эйлеровы интегралы. Формула Стирлинга.

Практическое занятие 5-6. Решение задач. Вычисление двойных и тройных интегралов в декартовых координатах, двойных интегралов в полярных координатах и тройных - в цилиндрических и сферических координатах. Приложения кратных интегралов.

Практическое занятие 7. Решение задач. Вычисление и приложения криволинейных интегралов.

Практическое занятие 8-9. Решение задач. Вычисление поверхностных интегралов.

Практическое занятие 9-12. Решение задач. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент скалярного поля. Векторное поле. Дифференциальные операции теории поля: дивергенция, ротор, оператор Лапласа. Оператор Гамильтона, Поток, циркуляция. Работа векторного поля. Нахождение потенциала. Интегральные теоремы теории поля: теоремы Остроградского, Грина, Стокса.

Практическое занятие 13-14. Решение задач. Числовые ряды. Исследование на сходимость и нахождение суммы ряда. Действия над рядами. Методы исследования сходимости знакопостоянных и знакопеременных рядов.

Практическое занятие 14-15. Решение задач. Функциональные ряды. Область сходимости. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости ряда Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. Ряд Маклорена как частный случай ряда Тейлора. Разложение функций в ряд Маклорена. Приближенные вычисления с помощью рядов.

Практическое занятие 16-17. Решение задач. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье в комплексной форме. Представление функции интегралом Фурье. Приложение рядов к решению задач.

1.6 Самостоятельная работа

Самостоятельная работа студентов заключается в проработке лекционного материала, подготовке домашних заданий по каждой теме практического занятия, выполнении индивидуальных заданий и расчетно-графических работ. На углубленное самостоятельное изучение выносятся следующие темы курса математики:

1) Классификация функций.
2) Равномерная непрерывность.
3) Обратная функция и ее непрерывность.
4) Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
5) Приближенные решения уравнений. Оценка скорости сходимости методов дихотомии, хорд и касательных.
6) Производные высших порядков. Формула Лейбница.
7) Приложение формулы Тейлора в приближенных вычислениях.
8) Интегрируемость непрерывных монотонных функций.
9) Спрямляемые кривые.
10) Приближенное вычисление определенных интегралов.
11) Несобственные интегралы от неотрицательных функций.

12) Геометрические приложения дифференциального исчисления функций многих переменных.

13) Интегралы Эйлера.

14) Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

15) Механические приложения кратных интегралов.

16) Разложение функции в степенной ряд и применение рядов.

17) Разложение функций заданных на произвольном интервале в ряд Фурье.

№ п/п	№ раздела (модуля)	Форма (вид) самостоятельной работы	Трудоёмкость в часах
1	2	3	4
1	**1, 2, 3**	**Подготовка к тесту за первый семестр**	**14**
2	1.1	Подготовка к математическому диктанту №1 Выполнение домашнего задания №1 Подготовка конспекта лекции по теме «Классификация функций»	1 2 2
3	1.2	Подготовка к математическому диктанту №2 Выполнение домашнего задания №2 Выполнение индивидуальной работы № 1 «Предел последовательности»	1 2 2
4	1.3	Подготовка к математическому диктанту №3 Выполнение домашнего задания №3	1 2
5	1.4	Выполнение индивидуальной работы № 2 «Непрерывность функций» Подготовка конспекта лекции по теме «Равномерная непрерывность», «Обратная функция и ее непрерывность»	2 2
6	1.2, 1.3, 1.4	Выполнение расчетно-графической работы №1 «Предел и непрерывность функций»	10
7	2.1	Подготовка к математическому диктанту №4 Выполнение домашнего задания №4 Выполнение индивидуальной работы №3 «Производная и дифференциал»	1 2 2
8	2.2	Подготовка к математическому диктанту №5 Выполнение домашнего задания №5 Подготовка конспекта лекции по теме «Разложение элементарных функций»	1 2 2
9	2.3	Выполнение домашнего задания №6 Выполнение индивидуальной работы №4 «Исследование функций»	2 2
10	2.1, 2.2, 2.3	Выполнение расчетно-графической работы №2 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»	10
11	3.1	Подготовка к математическому диктанту №6 Выполнение домашнего задания №7 Выполнение индивидуальной работы № 5 «Вычисление неопределенных интегралов»	1 2 3
12	3.1	Выполнение расчетно-графической работы №3 «Вычисление интегралов»	10

1	2	3	4
13	3.2	Подготовка к математическому диктанту №7 Выполнение домашнего задания №8 Подготовка конспекта лекции по теме «Интегрируемость непрерывных и монотонных функций»	1 2 4
14	3.3	Выполнение домашнего задания №9 Подготовка конспекта лекции по теме «Спрямляемые кривые»	2 4
15	3.2, 3.3	Выполнение расчетно-графической работы №3 «Приложения определенного интеграла»	10
16	3.4	Выполнение домашнего задания №10 Выполнение индивидуальной работы №6 «Несобственные интегралы» Подготовка конспекта лекции по теме «Несобственные интегралы от неотрицательных функций»	2 3 4
		Подготовка к экзамену	**45**
17		***<u>ИТОГО за первый семестр</u>***	***<u>113</u>***
18	**4, 5, 6, 7**	**Подготовка к тесту за второй семестр**	**6**
19	4.1	Выполнение домашнего задания №1 Выполнение индивидуальной работы №1 «Построение области определения функции нескольких переменных» Подготовка конспекта лекции по теме «Геометрические приложения дифференциального исчисления функций многих переменных» Выполнение индивидуальной работы №2 «Исследование функций на экстремум»	1 1 1 1
20	4.1	Выполнение расчетно-графической работы №1 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»	3
21	5.1	Выполнение домашнего задания №2 Выполнение индивидуальной работы №3 «Интегралы, зависящие от параметра» Подготовка конспекта лекции по теме «Интегралы Эйлера»	1 1 1
22	5.2	Выполнение домашнего задания №3	1
23	5.3	Выполнение домашнего задания №4 Выполнение индивидуальной работы №4 «Вычисление криволинейных интегралов»	1 1
24	5.4	Выполнение домашнего задания №5 Выполнение индивидуальной работы №5 «Вычисление поверхностных интегралов»	1 1
25	5.1, 5.2, 5.3, 5.4	Выполнение расчетно-графической работы №1 «Кратные и криволинейные интегралы и их приложения»	3
26	6.1	Математический диктант №1 Выполнение домашнего задания №6	1 1
27	6.1	Выполнение расчетно-графической работы №3 «Элементы теории поля»	3
28	7.1	Математический диктант №2 Выполнение домашнего задания №7	1 1
29	7.2	Математический диктант №3 Выполнение домашнего задания №8	1 1

1	2	3	4
30	7.3	Выполнение домашнего задания №9	1
31	7.1, 7.2, 7.3	Выполнение расчетно-графической работы №4 «Ряды»	3
32		**Подготовка курсовой работы**	**15**
		Подготовка к экзамену	**45**
33		***ИТОГО за второй семестр***	***52***
34		***ИТОГО САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА***	***210***

Целью курсовой работы является проработка теоретического материала по предложенной теме и подкрепление теоретического исследования практическими примерами.

Задания на курсовую работу утверждаются кафедрой ежегодно.

Трудоемкость в часах согласно учебному плану – 15 часов.

Примерные темы курсовых работ

1. Приближенные методы решения уравнений.
2. Различные способы вычисления приближенных значений функций.
3. Строгое построение теории логарифмической и показательной функции.
4. Различные способы построения теории тригонометрических функций.
5. Гиперболические функции.
6. Интегралы, зависящие от параметра.
7. Исследование интегралов, зависящих от параметра.
8. Непрерывность интегралов, зависящих от параметра.
9. Формулы приближенного нахождения интегралов.
10. Равномерная сходимость интегралов, зависящих от параметра.
11. Преобразование Фурье и его свойства.
12. Дифференцируемость интегралов, зависящих от параметра.
13. Эллиптические интегралы.
14. О функциях, не имеющих производной.
15. Суммирование расходящихся рядов.
16. Различные определения интеграла Римана и их сравнения.
17. Площадь поверхностей и поверхностные интегралы первого рода.
18. Производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.
19. Теория экстремума функций двух переменных.
20. Определенный интеграл.
21. Неопределенный интеграл.
22. Формула Тейлора в разных формах.
23. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
24. Приложения кратных интегралов.
25. Полярная, сферическая и цилиндрическая системы координат.
26. Приложения определенного интеграла.
27. Интегралы по поверхности.
28. Исследование функций и кривых, заданных параметрически.
29. Приложения криволинейных интегралов.
30. Метрические пространства.
31. Элементы векторного поля.
32. Поверхностные интегралы и их приложения.
33. Некоторые признаки сходимости рядов.
34. Исследование числовых рядов с помощью признака Раабе на сходимость.

1.7 Матрица компетенций учебной дисциплины

Разделы	Компетенции			*Итого* общее количество компетенций
	ПК-1	*ПК-4*	*ПК-6*	
1	+	+	+	*3*
2	+	+	+	*3*
3	+	+	+	*3*
4	+	+	+	*3*
5	+	+	+	*3*
6	+	+	+	*3*
7	+	+	+	*3*

1.8 Образовательные технологии

В соответствии с требованиями ФГОС ВПО по специальности 160400.65 – Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов реализация компетентностного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Занятия по дисциплине «Математический анализ» проводятся в форме лекций, консультаций, практических занятий; предусмотрена также самостоятельная работа студентов, состоящая из написания конспектов по предложенным темам, подготовки экзаменам, самостоятельным и контрольным работам, математическим диктантам, коллоквиумам.

При преподавании дисциплины «Математический анализ» используются как традиционные (лекция, проблемная лекция, лекция-семинар), так и инновационные технологии (применение мультимедийного проектора при изучении отдельных тем, применение рейтинговой системы оценки знаний студентов, «мозговой штурм», «метод проектов», проблемная лекция, лекция-визуализация, метод группового решения задач, возможно использование ресурсов сети Internet и электронных учебников).

Распределение образовательных технологий соответствует проведению занятий в интерактивной форме в объеме не менее 30% от аудиторных занятий – 56 часов.

Интерактивные формы обучения используются на лекционных и практических занятиях, темы которых приведены в таблице:

Наименование тем	Лек.	Практ.	Σ
Введение в математический анализ *проблемная лекция*	2	4	6
Дифференциальное исчисление функций одной переменной *проблемная лекция, метод группового решения задач*	4	6	10
Интегральное исчисление функций одной переменной *проблемная лекция, метод группового решения задач*	2	10	12
Дифференциальное исчисление функций нескольких вещественных переменных *лекция-визуализация*	4	4	8
Интегральное исчисление функций нескольких вещественных переменных *проблемная лекция, метод группового решения задач*	4	8	12
Ряды *метод группового решения задач, мозговой штурм, использование ресурсов сети Internet*	-	8	8
Итого			56

1.9 Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Оценочные средства состоят из вопросов к экзаменам, итоговых семестровых тестов, вариантов контрольных работ, проверочных математических диктантов по пройденному теоретическому материалу, домашних индивидуальных и расчетно-графических работ.

В течение каждого из семестров студенты разбирают и решают задачи, указанные преподавателем к каждому семинару, повторяют основные понятия и теоремы, доказанные на лекциях. В каждом семестре предусмотрены коллоквиумы, контрольные работы, индивидуальные домашние задания и расчетно-графические работы, итоговый экзамен.

Примерные вопросы к экзамену

1-й семестр

1. Множества и операции над ними. Вещественные числа: определение, аксиомы.
2. Верхняя и нижняя грани числового множества. Теорема о существовании верхней и нижней грани.
3. Предел последовательности, геометрическая интерпретация. Арифметические свойства предела последовательности.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства.
5. Ограниченные последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.
6. Монотонные последовательности. Теорема о пределе монотонной ограниченной последовательности.
7. Принцип компактности отрезка.
8. Частичные последовательности и частичные пределы. Число e.
9. Определения предела функции в точке по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Геометрическая интерпретация предела.
10. Бесконечный предел функции и предел на бесконечности. Геометрическая интерпретация.
11. Бесконечно большие функции, их свойства, связь с бесконечно малыми.
12. Свойства предела функции.
13. Односторонние пределы, связь с пределом функции в точке.
14. Первый и второй замечательные пределы и их следствия.
15. Сравнение бесконечно малых функций. Принцип замены и отбрасывания бесконечно малых.
16. Критерий Коши существования предела функции.
17. Определение непрерывности функции в точке, геометрическая интерпретация.
18. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
19. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.
20. Точки разрыва и их классификация.
21. Непрерывность элементарных функций (степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических и обратных тригонометрических функций).
22. Непрерывность обратной функции.
23. Понятие производной, геометрический и механический смысл. Дифференцируемость функции.
24. Правила дифференцирования. Дифференцирование элементарных функций.
25. Дифференциал функции, геометрический и механический смысл дифференциала.
26. Производные и дифференциалы высших порядков.
27. Бином Ньютона.
28. Основные теоремы дифференциального исчисления.
28. Первая и вторая теоремы Лопиталя и их следствия.
29. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано, Лагранжа, Коши. Разложение элементарных функций по формуле Тейлора.
30. Условия возрастания и убывания функции в точке и на промежутке.
31. Экстремумы. Необходимые и достаточные условия экстремума.

32. Выпуклые функции, точки перегиба. Необходимые и достаточные условия.
33. Вектор-функция и ее дифференцирование.
34. Восстановление функций по ее производной. Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства.
35. Методы интегрирования по частям и подстановкой в неопределенном интеграле.
36. Интегрирование простейших рациональных функций.
37. Интегрирование рациональных функций. Метод Остроградского.
38. Интегрирование простейших иррациональностей.
39. Интегрирование иррациональностей функций.
40. Интегрирование тригонометрических функций.
41. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла. Интегрируемые по Риману функции.
42. Верхние и нижние интегральные суммы Дарбу. Критерий интегрируемости.
43. Интегрируемость непрерывных и монотонных функций.
44. Свойства интегрируемых функций.
45. Интегрируемость кусочно-непрерывных функций.
46. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
47. Вычисление площадей плоских фигур.
48. Понятие непрерывной кривой. Спрямляемые кривые.
49. Вычисление длин дуг. Дифференциал дуги.
50. Понятие кубируемости и объема тел. Объем тела вращения.
51. Площадь поверхности вращения.
52. Вычисление статических моментов и центра масс кривой. Первая теорема Гульдина.
53. Вычисление массы статических моментов плоской фигуры. Координаты центра тяжести плоской фигуры. Вторая теорема Гульдина.
54. Несобственные интегралы первого рода и признаки их сходимости
55. Несобственные интегралы второго рода и признаки их сходимости.

2-й семестр

1. Понятие функции многих переменных.
2. Предел функции многих переменных и его свойства.
3. Частные производные и частные дифференциалы, геометрический смысл.
4. Производная по направлению, ее физический смысл.
5. Градиент функции и его экстремальное свойство.
6. Касательная плоскость и нормаль к гладкой поверхности.
7. Частные производные высших порядков. Коммутативное свойство смешанных производных.
8. Дифференциалы высших порядков.
9. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.
10. Локальный экстремум. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
11. Неявные функции, определяемые одним уравнением и их дифференцирование.
12. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
13. Зависимость функций. Достаточные условия зависимости.
14. Интегралы, зависящие от параметров и их непрерывность. Дифференцирование интеграла, зависящего от параметра. Интегрирование интегралов, зависящих от параметра.
15. Определение и существование двойного интеграла. Основные свойства.
16. Вычисление двойного интеграла.
17. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
18. Приложения двойного интеграла.
19. Определение тройного интеграла. Существование тройного интеграла. Свойства.
20. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
21. Механические приложения тройного интеграла. Примеры.

22. Криволинейный интеграл первого рода (по длине дуги). Свойства. Вычисление.
23. Механические приложения криволинейного интеграла первого рода.
24. Криволинейный интеграл второго рода (по координатам). Свойства. Вычисление.
25. Формула Грина.
26. Поверхностный интеграл первого рода (по площади поверхности). Свойства. Вычисление.
27. Механические и физические приложения поверхностного интеграла первого рода.
28. Поверхностный интеграл второго рода (по координатам). Свойства. Вычисление.
29. Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда.
30. Критерий Коши сходимости ряда.
31. Знакопостоянные ряды. Сравнение рядов.
32. Признак Даламбера сходимости ряда.
33. Признак Коши сходимости ряда.
34. Интегральный признак сходимости ряда.
35. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
36. Преобразование Абеля и его применение к рядам.
37. Перестановка членов абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана.
38. Операции над рядами.
39. Двойные ряды; понятие о бесконечных произведениях.
40. Функциональные последовательности и ряды, Область сходимости. Равномерная сходимость.
41. Признаки равномерной сходимости.
42. Теорема о предельном переходе.
43. Теорема о непрерывности суммы ряда.
44.Теорема о почленном интегрировании и дифференцировании ряда.
45. Степенные ряды, радиус сходимости.
46. Формула Коши-Адамара.
47. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда.
48. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
49. Ряд Тейлора.
50. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
51. Ряды с комплексными членами.
52. Формулы Эйлера.
53. Применение рядов к приближенным вычислениям.
54. Ортонормальные системы функций. Ряды Фурье.
55. Свойство минимальности частичных сумм ряда Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.
56. Равномерная сходимость ряда Фурье. Признаки сходимости ряда Фурье в точке.
57. Достаточные условия разложимости функций в тригонометрический ряд.
58. Интеграл Фурье. Достаточные условия представления функции интегралом Фурье.

1.10 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля) «Математический анализ»

а) Основная литература:

1. Ильин В.А. Основы математического анализа: учебник: В 2 ч.: Рек. Мин. обр. РФ / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 6-е изд., стер.: Ч. 1. – М.: Физматлит, 2002, 2008. – 647 с.

2. Ильин В.А. Основы математического анализа: учебник: В 2 ч.: Рек. Мин. обр. РФ / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 6-е изд., стер.: Ч. 2. – М.: Физматлит, 2002, 2009. – 464 с.

3. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Л.Д. Кудрявцев. – 3-е изд., перераб. – М.: Физматлит, 2003. – Т. 1: Дифференциальное и интегральное исчисления функции одной переменной. Ряды. – 2005, 2009. – 400 с.

4. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа: учеб.: рек. Мин. обр. РФ / Л.Д. Кудрявцев. – 3-е изд., перераб. – М.: Физматлит, 2008. – Т. 2: Дифференциальное и интегральное исчисления функции многих переменных. Гармонический анализ. – 2008. – 424 с.

5. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учеб.: в 3 т.: рек. Мин. обр. РФ / Г.М. Фихтенгольц. – 8-е изд. – М.: Физматлит, 2006. – Т 1. – 2007. – 680 с.

6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учеб.: в 3 т.: рек. Мин. обр. РФ / Г.М. Фихтенгольц. – 8-е изд. – М.: Физматлит, 2006. – Т 2. – 2006. – 864 с.

7. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учеб.: в 3 т.: рек. Мин. обр. РФ / Г.М. Фихтенгольц. – 8-е изд. – М.: Физматлит, 2006. – Т 3. – 2008. – 728 с.

б) Дополнительная литература:

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учеб. пособие / Г.Н. Берман; отв. ред. А. Виноградов. – 22-е изд., перераб. – СПб.: Профессия, 2005. – 432 с.

2. Бермант А.Ф. Краткий курс математического анализа : учебник для втузов / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. – 11-е изд., стер. – СПб.: Лань, 2005. – 736 с.

3. Бугров Я.С. Высшая математика: учебник : Рек. Мин. обр. РФ: В 3 т / Я.С.Бугров, С.М.Никольский. – 6-е изд., стер. – М.: Дрофа, 2004. Т. 2 Дифференциальное и интегральное исчисление. – 510 с.

4. Бутузов В.Ф. Математический анализ в вопросах и задачах: учеб. пособие: Рек. Мин. обр. РФ / В.Ф. Бутузов [и др.]; под ред. В.Ф. Бутузова. – 5-е изд., испр.. – М.: Физматлит, 2002. – 480 с.

5. Гурова З.И. Математический анализ. Начальный курс с примерами и задачами: учеб. пособие: рек. УМО / З.И. Гурова, С.Н. Каролинская, А.П. Осипова; под ред. А.И. Кибзуна. – М.: Физматлит, 2002. – 352 с.

6. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие для вузов / Б.П. Демидович. – М.: АСТ: Астрель, 2002-2005. – 559 с.

7. Долгих В.Я. Математический анализ. Дифференциальное и интегральное исчисления функции одной и многих переменных: Учеб. пособие / В.Я. Долгих. – Ч. 1. – Новосибирск: Изд-во Новосиб. гос. техн. ун-та, 2004. – 560 с.

8. Долгих В.Я. Математический анализ в примерах и задачах / В.Я. Долгих, Г.Б. Корабельникова, Г.М. Шумский; под ред. В.Н. Максименко. – Ч. 2. – Новосибирск: Изд-во Новосиб. гос. техн. ун-та, 2002. – 200 с.

9. Долгих В.Я. Математический анализ в примерах и задачах / В.Я. Долгих, В.Н. Максименко, И.А. Сажин; под ред. В.Н. Максименко. – Ч. 3. – Новосибирск: Изд-во Новосиб. гос. техн. ун-та, 2002. –139 с.

10. Математический анализ [Электронный ресурс]: [Сб. учебников]: [в 2 ч.] / под ред. В.А. Садовничего. – Ч. 1, 2: 27, 26 кн. в PDF-формате. – 2005. – 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

11. Шибинский В.М. Примеры и контрпримеры в курсе математического анализа: [учеб. пособие] / В.М. Шибинский. – М.: Высш. шк., 2007. – 544 с.

в) Программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1	http://www.iqlib.ru	Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам, отдельным темам и отраслям знания

2	Электронная библиотека http://www.mccme.ru/	Сайт Московского Центра Непрерывного Математического Образования ставит своей целью сохранение и развитие традиций математического образования, поддержку различных форм внеклассной работы со школьниками (кружков, олимпиад, турниров и т.д.), методическую помощь руководителям кружков и преподавателям классов с углубленным изучением математики, поддержку программ в области преподавания математики в высшей школе и аспирантуре, научной работы.
3	http://www.eqworld.ipmnet.ru/	Учебно-образовательная физико-математическая библиотека, содержащая DjVu- и PDF-файлы учебников.
4	http://www.mathnet.ru/	Общероссийский математический портал

г) Методические материалы кафедры:

1. Ляпунова М.Г. Приложения определенных интегралов к решению задач геометрии и физики: учеб.-метод. пособие / М.Г. Ляпунова, АмГУ. – Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2000. – 44 с.

2. Ляпунова М.Г. Приложения кратных и поверхностных интегралов вычислению геометрических и физических величин: учеб.-метод. пособие / М.Г. Ляпунова, АмГУ. – Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2002. – 48 с.

3. Ляпунова М.Г. Ряды: учеб.-метод. пособие / М.Г. Ляпунова, АмГУ. – Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2004. – 135 с.

1.11 Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

1 Аудитория с хорошей и большой доской (ауд. 403), мел, тряпка, кафедра.

2 Мультимедиа.

3 Наглядные пособия.

1.12 Рейтинговая оценка знаний студентов по дисциплине

Текущий контроль включает в себя лекционные контрольные задания, самостоятельные и контрольные аудиторные работы, индивидуальные и общие домашние задания, расчетно-графические индивидуальные работы, самостоятельную работу по изучению теоретического материала, промежуточное и итоговое тестирование.

Условия начисления премиальных баллов за внеаудиторную работу
(олимпиады, конференции, доклады, рефераты, научные кружки):

1. Подготовка и проведение доклада – до 6 баллов, по балльной структуре оценки за первый семестр.
2. Участие в олимпиаде, конференции (с хорошим результатом) – до 8 баллов (до 20 баллов в случае победы в региональных, всероссийских и международных мероприятиях), по балльной структуре оценки за первый семестр.

Начисление штрафных баллов:

За каждый пропуск занятий без уважительной причины из суммы баллов вычитается по 1,1 балла по балльной структуре оценки за первый семестр.

Допуск к экзамену – 19 баллов по балльной структуре оценки за первый семестр.

Учебная дисциплина «Математический анализ» относится к категории дисциплин с экзаменом (первый и второй семестр) и оценивается в 195 баллов за первый семестр. Пересчет рейтинговой оценки дисциплины проводится по шкале (для первого семестра):

от 178 до 195 баллов – «отлично»;

от 146 до 177 баллов – «хорошо»;

от 100 до 145 баллов – «удовлетворительно»;

менее 99 балла – «неудовлетворительно».

Рейтинговая оценка студента по дисциплине «Математический анализ» складывается из баллов, набранных по текущему контролю, баллов, набранных за экзамен, и премиальных баллов. Из итоговой суммы вычитаются штрафные баллы за пропуски занятий без уважительной причины.

Бальная структура оценки за I семестр

Учебный модуль	Виды контроля	Сроки выполнения (недели)	Максимальное количество баллов
1. Введение в анализ (1-5 недели)	1) Мат. диктант (множества, вещественные числа, модуль числа)	2	2
	2) Проверка домашнего задания «Множества, графики функций»	3	2
	3) Математический диктант (предел числовой последовательности)	3	2
	4) Проверка домашнего задания «Предел ЧП»	4	2
	5) Индивидуальная работа «Предел числовой последовательности»	4	3
	6) Математический диктант (предел и непрерывность функции)	5	2
	7) Проверка домашнего задания «Предел функции»	5	2
	8) Контрольная работа № 1 «Предел функции»	5	4
	9) Индивидуальная работа «Непрерывность функций»	6	3
	10) Посещение занятий, активность на занятиях	1-5	3
	11) Расчетно-графическая работа № 1 «Предел и непрерывность функций»	6	7
	Максимальное количество баллов за учебный модуль №1		**32**
2. Дифференциальное исчисление функций одного действительного переменного (5-10 недели)	1) Проверка домашнего задания «Производная и дифференциал»	7	2
	2) Индивидуальная работа «Производная и дифференциал»	7	4
	3) Проверка домашнего задания «Основные теоремы дифф.и.»	8	2
	4) Математический диктант (дифференциальное исчисление)	8	3
	5) Контрольная работа № 2 «Производная и дифференциал»	9	4
	6) Проверка домашнего задания «Исследование функций»	9	3
	7) Математический диктант (исследование функций)	9	2
	8) Посещение занятий, активность на занятиях	5-9	3
	9) Расчетно-графическая работа № 2 «ДИФОДП»	9	9
	Максимальное количество баллов за учебный модуль №2		**32**
3. Интегральное исчисление функций одного действительного переменного (9-15 недели)	1) Математический диктант (неопределенный интеграл)	10	2
	2) Проверка домашнего задания «Неопределенный интеграл»	11	2
	3) Индивидуальная работа (неопределенный интеграл)	11	3
	4) Контрольная работа № 3 «Неопределенный интеграл»	12	4
	5) Проверка домашнего задания «Определенный интеграл»	12	2
	6) Математический диктант (Определенный интеграл)	13	2
	7) Расчетно-графическая работа № 3 «Вычисление интегралов»	12	7
	8) Проверка домашнего задания «Приложения интеграла»	14	2
	9) Расчетно-графическая работа № 4 «Приложения ОИ»	14	7
	10) Математический диктант (несобственные интегралы)	15	2
	11) Проверка домашнего задания «Несобственный интеграл»	15	2
	12) Индивидуальная работа «Несобственные интегралы»	16	2
	14) Посещение занятий, активность на занятиях	17	3
	Максимальное количество баллов за учебный модуль №3		**40**
Максимальная сумма баллов			**104**
Дополнительный бал за активную работу в семестре			10
ИТОГО за работу в I семестре			**114**
Экзамен	1) Ответ на первый вопрос (21 / 14 / 5 / 0 баллов)		21
	2) Ответ на второй вопрос (21 / 14 / 5 / 0 баллов)		21
	3) Решение первой задачи (14 / 9 / 4 / 0 баллов)		14
	4) Решение второй задачи (14 / 9 / 4 / 0 баллов)		14
	5) Ответ за каждый дополнительный вопрос (3 вопроса по 2 балла)		11
Сдача экзамена			**81**
ИТОГО за I семестр			**195**

Бальная структура оценки за II семестр

Учебный модуль	Виды контроля	Сроки выполнения (недели)	Максимальное количество баллов
4-5. Дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких вещественных переменных	**Тест (по материалу, изученному во втором семестре)**	18	**15**
	Расчетно-графическая работа «Кратные и криволинейные интегралы и их приложения»	18	**10**
4.1. Функции нескольких переменных	Выполнение домашнего задания	2, 3, 4	3
	Самостоятельная работа «Построение области определения функции нескольких переменных»	3	2
	Конспект «Геометрические приложения дифференциального исчисления функций многих переменных»	4	3
	Индивидуальная работа «Исследование функций на экстремум»	4	3
	Максимальное количество баллов за учебный модуль		**11**
5.1. Интегралы, зависящие от параметра	Выполнение домашнего задания	5, 6, 7	3
	Индивидуальная работа «Несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра»	7	2
	Конспект «Интегралы Эйлера»	7	3
	Максимальное количество баллов за учебный модуль		**8**
5.2. Кратные интегралы	Выполнение домашнего задания	8, 9, 10, 11	4
	Контрольная работа «Вычисление двойных и тройных интегралов»	10	3
	Максимальное количество баллов за учебный модуль		**7**
5.3. Криволинейные интегралы	Выполнение домашнего задания	12, 13, 14, 15	4
	Самостоятельная работа «Вычисление криволинейных интегралов»	14	3
	Максимальное количество баллов за учебный модуль		**7**
5.4. Поверхностные интегралы	Выполнение домашнего задания	16, 17, 18	3
	Самостоятельная работа «Вычисление поверхностных интегралов»	18	3
	Максимальное количество баллов за учебный модуль		**6**
7.1. Ряды	Выполнение домашнего задания	6, 8, 10	6
	Математический диктант «Достаточные признаки сходимости рядов»	7	4
	Самостоятельная работа «Исследование сходимости числовых рядов»	8	4
	Контрольная работа «Исследование сходимости функциональных рядов»	11	6
	Максимальное количество баллов за учебный модуль		**20**
7.2. Ряды Фурье	Выполнение домашнего задания	12, 14, 16, 18	8
	Контрольная работа «Разложение функции в ряд Фурье»	17	6
	Максимальное количество баллов за учебный модуль		**14**
Максимальная сумма баллов			**64**
Дополнительные баллы за активную работу в семестре			**4**
ИТОГО за работу в семестре			**68**

Экзамен	1) Ответ на первый вопрос (9 баллов / 6 баллов / 3 балла / 0 баллов)	9
	2) Ответ на второй вопрос (9 баллов / 6 баллов / 3 балла / 0 баллов)	9
	3) Решение первой задачи (6 баллов / 4 баллов / 2 балла / 0 баллов)	6
	4) Решение второй задачи (6 баллов / 4 баллов / 2 балла / 0 баллов)	6
	5) Ответ на каждый дополнительный вопрос (3 вопроса по 2 балла)	6
	1) Ответ на первый вопрос (9 баллов / 6 баллов / 3 балла / 0 баллов)	9
Сдача экзамена		**36**
ИТОГО за II семестр		**195**

2 Краткое изложение программного материала

Семестр 1

Раздел 1 Введение в математический анализ

Лекция 1-2 Элементы теории множеств. Вещественные числа. Функции.

План лекции. Логическая и математическая символика (математические символы, высказывания, предикаты, логические символы). Множества (определение множества, примеры множеств, действия над множествами).

Цели и задачи. Обозначить структуру курса, содержание практических занятий, озвучить правила организации аудиторной и самостоятельной работы студентов, дать методические рекомендации по изучению дисциплины, указать список основной и дополнительной литературы, рекомендуемой студентам, ознакомить студентов с формами текущего и итогового контроля по дисциплине. Ознакомить студентов с основными логическими и математическими символами. Научить студентов корректно пользоваться данными символами.

Ключевые вопросы.

1) перечислить основные математические символы и привести примеры их использования;

2) перечислить основные логические символы и привести примеры их использования;

3) дать определение множества и привести примеры множеств;

4) перечислить действия над множествами, дать их определения, привести примеры использования.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Лекция 3 Предел последовательности

План лекции. Определение предела числовой последовательности, его геометрическое истолкование. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Понятие сходящейся последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей. Теорема о существовании предела монотонной и ограниченной последовательности. Существование предела последовательности $u_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$. Число e. Теорема о вложенных отрезках.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с ключевым понятием в математическом анализе – понятием предела. Ознакомить студентов с понятием последовательности, ее свойств, предела последовательности. Научить студентов находить предел последовательности.

Ключевые вопросы.

1) дать определение последовательности;

2) дать определение монотонной последовательности, ограниченной последовательности;

3) дать определение предела последовательности;

4) привести примеры сходящихся и расходящихся последовательностей, пример последовательности, не имеющей предела;

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Лекция 4-5 Предел функции одной переменной

План лекции. Определение функции. Основные понятия. Пределы функции на бесконечности. Предел функции в точке. Односторонние пределы функции в точке. Бесконечно-малые функции и их свойства. Бесконечно большие функции, их свойства и связь с бесконечно малыми функциями. Основные теоремы о пределах. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с ключевым понятием в математическом анализе – понятием предела. Ознакомить студентов с понятием предела функции на бесконечности, в точке, односторонними пределами. Научить студентов находить предел функции на бесконечности и в точке.

Ключевые вопросы.

1) дать определение функции;

2) указать способы задания функции;

3) какими свойствами может обладать функция?

4) дать определение предела функции на бесконечности, привести примеры;

5) дать определение функции в точке, привести примеры;

6) дать определение левостороннего и правостороннего пределов функции в –точке;

7) дать определение бесконечно-малой функции в точке, привести примеры;

8) дать определение бесконечно-большой функции в точке, привести примеры;

9) указать связь бесконечно-малой и бесконечно-большой функции, привести примеры;

10) сформулировать свойства бесконечно-малых функций;

11) сформулировать свойства бесконечно-больших функций;

12) сформулировать основные теоремы о пределах; привести примеры их использования;

13) сформулировать первый замечательный предел и привести примеры его использования при вычислении пределов;

14) сформулировать второй замечательный предел и привести примеры его использования при вычислении пределов;

15) дать определение эквивалентных бесконечно-малых функций;

16) привести таблицу эквивалентных бесконечно-малых функций.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Лекция 6. Непрерывность функции

План лекции. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с понятием непрерывности функции в точке и на множестве, понятием точки разрыва функции и классификацией точек разрыва. Ознакомить с основными теоремами о непрерывных функциях.

Ключевые вопросы.

1) дать определение непрерывности функции на языке «ε–δ»;

2) дать определение непрерывности функции на языке пределов;

3) дать определение непрерывности функции слева/справа;
4) дать определение точки разрыва функции;
5) дать определение устранимой точки разрыва, привести примеры;
6) дать определение точки разрыва 1-го рода, привести примеры;
7) дать определение точки разрыва 2-го рода, привести примеры;
8) сформулировать основные теоремы о непрерывных функциях.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.
Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Раздел 2 Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Лекция 7-8 Дифференцируемость функций.

План лекции. Понятие производной, ее геометрический и механический смысл. Производные некоторых элементарных функций. Основные правила дифференцирования. Дифференцирование функций, заданных неявно. Логарифмическое дифференцирование. Функции, заданные параметрически, и их дифференцирование. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с понятием производной (любого порядка) функции, привести геометрический и механический смысл. Научить студентов находить производные функций (заданных явно, неявно, параметрически) с помощью таблицы производных элементарных функций и правилами дифференцирования.

Ключевые вопросы.
1) дать определение производной функции;
2) записать уравнение касательной и нормали к графику функции в точке;
3) привести примеры вычисления производных элементарных функций;
4) сформулировать основные правила дифференцирования;
5) как производится дифференцирование функций, заданных неявно? Привести примеры;
6) привести формулу вычисления производной степенно-показательной функции, привести пример ее использования;
7) дать определение функции, заданной параметрически, привести примеры;
8) привести формулу вычисления производной функции, заданной параметрически;
9) дать определение дифференциала функции;
10) дать определение производной второго, третьего и более порядков;
11) дать определение дифференциала второго, третьего и более порядков;

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.
Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Лекция 9-10 Основные теоремы дифференциального исчисления

План лекции. Основные теоремы о дифференцируемых функциях. Правило Лопиталя. Формула Тейлора.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с правилом Лопиталя вычисления пределов и разложением функций по формуле Тейлора.

Ключевые вопросы.
1) сформулировать теорему Ферма;
2) сформулировать теорему Ролля;
3) сформулировать теорему Лагранжа;
4) сформулировать теорему Коши;
5) сформулировать правило Лопиталя раскрытия неопределенностей при вычислении пределов, привести примеры;
6) записать формулу Тейлора;
7) привести примеры разложения функции в ряд Маклорена.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

<u>Лекция 11-14</u> Исследование функций с помощью производной

<u>План лекции.</u> Возрастание и убывание функций. Экстремумы функции. Выпуклость, вогнутость графика функции, точки перегиба. Асимптоты.

<u>Цели и задачи.</u> Научить студентов применять дифференциальное исчисление для исследования функции и построения ее графика.

<u>Ключевые вопросы.</u>

1) сформулировать необходимое и достаточное условия возрастания/убывания функции на промежутке;
2) дать определение экстремума функции в точке;
3) дать определение стационарной точки функции;
4) сформулировать необходимое условие экстремума функции в точке;
5) сформулировать достаточные условия экстремума функции в точке;
6) сформулировать правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
7) дать определение выпуклой/вогнутой кривой, привести примеры;
8) дать определение точки перегиба кривой, привести примеры;
9) сформулировать достаточное условие точки перегиба;
10) дать определение асимптоты к графику функции;
11) привести классификацию асимптот;
12) привести схему исследования функции средствами дифференциального исчисления.

<u>Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.</u>

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Раздел 3 Интегральное исчисление функций одной переменной

<u>Лекция 15-17</u> Неопределенный интеграл

<u>План лекции.</u> Первообразная функция. Свойства первообразной. Неопределенный интеграл. Таблица неопределённых интегралов. Простейшие правила интегрирования. Замена переменной в неопределённом интеграле (интегрирование подстановкой). Интегрирование по частям. Интегралы, содержащие квадратный трёхчлен ax^2+bx+c. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование функций, рационально зависящих от $\sin x, \cos x$. Интегрирование некоторых алгебраических иррациональностей.

<u>Цели и задачи.</u> Ознакомить студентов с понятием неопределенного интеграла. Научить студентов вычислять неопределенные интегралы.

<u>Ключевые вопросы.</u>

1) дать определение первообразной функции;
2) сформулировать свойства первообразной;
3) дать определение неопределенного интеграла;
4) как связаны между собой операция интегрирования и дифференцирования функции;
5) сформулировать свойства неопределенного интеграла;
6) привести таблицу неопределенных интегралов;
7) сформулировать основные правила интегрирования;
8) сформулировать правило замены переменной в неопределенном интеграле, привести примеры;
9) сформулировать правило интегрирования по частям;
10) указать основные случаи применения формулы интегрирования по частям;
11) сформулировать правило интегрирования рациональных функций;
12) привести основную тригонометрическую подстановку;

13) сформулировать основные случаи интегрирования простейших иррациональностей.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Лекция 18-20 Определенный интеграл

План лекции. Определение определённого интеграла. Теорема существования определённого интеграла. Геометрический смысл определённого интеграла. Свойства определённого интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Вычисление определённого интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла. Замена переменной в определённом интеграле.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с понятием определенного интеграла. Научить студентов вычислять определенные интегралы.

Ключевые вопросы.

1) дать определение определённого интеграла;
2) сформулировать теорему существования определённого интеграла;
3) сформулировать геометрический смысл определённого интеграла;
4) сформулировать свойства определённого интеграла;
5) дать определение интеграла с переменным верхним пределом;
6) привести формулу Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла;
7) привести формула интегрирования по частям для определённого интеграла;
8) привести формулу замена переменной в определённом интеграле;

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Лекция 21-23 Приложения определенного интеграла

План лекции. Приложения определенного интеграла.

Цели и задачи. Научить студентов применять определенный интеграл для вычисления геометрический и механических величин.

Ключевые вопросы.

1) привести формулу для вычисления площади плоской кривой (при задании кривой явно, параметрически или в полярных координатах);
2) привести формулу для вычисления длины дуги плоской кривой (при задании кривой явно, параметрически или в полярных координатах);
3) привести формулу для вычисления объёма тела, получающегося при вращении кривой вокруг координатной оси;
4) привести формулу для вычисления площади боковой поверхности тела, получающегося при вращении кривой вокруг координатной оси.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Лекция 24-25 Несобственные интегралы

План лекции. Несобственные интегралы по неограниченному промежутку (несобственные интегралы первого рода). Несобственные интегралы от неограниченных функций (несобственные интегралы второго рода).

Цели и задачи. Ознакомить студентов с несобственными интегралами. Научить студентов вычислять несобственные интегралы или устанавливать их расходимость.

Ключевые вопросы.

1) дать определение несобственного интеграла первого рода;
2) сформулировать признаки сравнения для несобственных интегралов первого рода;
3) дать определение несобственного интеграла второго рода;

4) сформулировать признаки сравнения для несобственных интегралов второго рода.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Семестр 2

Раздел 4 Дифференциальное исчисление функций нескольких вещественных переменных

Лекция 1-6 Функции нескольких переменных

План лекции. Определение функции нескольких переменных. Линии и поверхности уровня. Частное и полное приращения функции. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Производные функции нескольких переменных. Геометрический смысл частных производных. Полный дифференциал функции нескольких переменных. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Геометрический смысл полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Частные производные различных порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных. Экстремумы функции двух переменных. Условный экстремум. Наибольшее и наименьшее значения функции.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с понятием функции многих переменных, с понятием непрерывности ФМП, предела ФМП, дифференциального исчисления ФМП.

Ключевые вопросы.

1) дать определение функции нескольких переменных$
2) дать определение предела ФМП;
3) дать определение непрерывности ФМП;
4) дать определение частной производной от ФМП;
5) дать определение полного дифференциала ФМП;
6) привести формулы для построения касательная плоскость и нормаль к поверхности;
7) записать формулу Тейлора для функции двух переменных;
8) привести правило для нахождения безусловного экстремума ФМП;
9) привести правило для нахождения условного экстремума ФМП;
10) привести правило для нахождения наибольшего и наименьшего значения функции двух переменных.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Раздел 5 Интегральное исчисление функций нескольких вещественных переменных

Лекция 7-8 Интегралы, зависящие от параметра

План лекции. Интегралы, зависящие от параметра. Свойства интегралов, зависящих от параметра.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с интегралами, зависящими от параметра.

Ключевые вопросы.

1) дать определение интеграла, зависящего от параметра;
2) ознакомить со свойствами интегралов, зависящих от параметра;

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Лекция 9-11 Кратные интегралы

План лекции. Двойной интеграл. Теорема существования двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла. Двукратный (повторный) интеграл. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойного интеграла. Тройной интеграл. Теорема существования тройного интеграла. Свойства тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла. Теорема о переходе от тройного интеграла к повторному. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Тройной интеграл в сферических координатах. Механические приложения тройного интеграла.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с понятием кратного интеграла, научить студентов вычислять кратные интегралы и применять их для вычисления геометрических и механических величин.

Ключевые вопросы.

1) дать определение двойного интеграла;
2) сформулировать теоремы существования двойного интеграла;
3) сформулировать основные свойства двойного интеграла;
4) привести основные приложения двойного интеграла;
5) дать определение тройного интеграла;
6) сформулировать теоремы существования тройного интеграла;
7) сформулировать основные свойства тройного интеграла;
8) привести основные приложения тройного интеграла.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Лекция 12-14 Криволинейные интегралы

План лекции. Криволинейный интеграл первого рода (по длине дуги) и теорема существования. Свойства криволинейного интеграла первого рода. Механические приложения криволинейного интеграла первого рода. Криволинейный интеграл второго рода (по координатам) и теорема существования. Свойства криволинейного интеграла второго рода. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Выражение площади плоской области через криволинейный интеграл.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с понятием криволинейных интеграла, научить студентов вычислять криволинейные интегралы и применять их для вычисления геометрических и механических величин.

Ключевые вопросы.

1) дать определение криволинейного интеграла первого рода;
2) дать определение криволинейного интеграла второго рода;
3) сформулировать отличие в свойствах криволинейных интегралах первого и второго рода;
4) привести основные приложения криволинейного интеграла второго рода;
5) записать формулу Грина, привести примеры ее применения;
6) привести формулу площади плоской области через криволинейный интеграл.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Лекция 15-17 Поверхностные интегралы

План лекции. Поверхностный интеграл первого рода (по площади поверхности), теорема существования, свойства. Механические и физические приложения поверхностного интеграла 1-го рода. Поверхностный интеграл второго рода (по координатам), теорема существования, свойства.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с понятием поверхностных интеграла, научить студентов вычислять поверхностные интегралы и применять их для вычисления геометрических и механических величин.

Ключевые вопросы.

1) дать определение поверхностного интеграла первого рода;
2) дать определение поверхностного интеграла второго рода;

3) сформулировать отличие в свойствах поверхностных интегралах первого и второго рода;

4) привести основные приложения поверхностного интеграла второго рода.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Раздел 6 Теория поля

Лекция 18-24 Теория поля

План лекции. Векторное поле. Дивергенция. Ротор. Поток векторного поля через поверхность. Теорема Остроградского.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с основными понятиями теории поля, научить вычислять характеристики поля.

Ключевые вопросы.

1) дать определение векторного поля;
2) дать определение дивергенции векторного поля;
3) дать определение ротора векторного поля;
4) дать определение потока векторного поля;
5) привести формулы для вычисления потока векторного поля;
6) сформулировать теорему Остроградского.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Раздел 7 Ряды

Лекция 25-27 Числовые ряды

План лекции. Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов. Теоремы сравнения положительных рядов. Достаточные признаки сходимости числовых рядов. Знакочередующиеся ряды. Абсолютная сходимость.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с теорией рядов. Научить студентов исследовать на сходимость числовые ряды.

Ключевые вопросы.

1) дать определение числового ряда;
2) сформулировать необходимый признак сходимости числового ряда;
3) сформулировать основные достаточные признаки сходимости числовых рядов;
4) дать определение абсолютной сходимости и условной сходимости и указать их отличие;
5) сформулировать свойства сходящихся рядов;

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Лекция 28-30 Функциональные ряды

План лекции. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенного ряда и его суммы. Ряд Тейлора. Применения степенных рядов.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с теорией функциональных рядов. Научить студентов исследовать на сходимость функциональные ряды, применять степенные ряды для приближенного решения дифференциальных уравнений, приближенного вычисления значений функций и определенных интегралов.

Ключевые вопросы.

1) дать определение функционального ряда;
2) дать определение равномерной сходимости функционального ряда;
3) сформулировать свойства равномерно сходящихся функциональных рядов;

4) дать определение степенного ряда;
5) привести формулы для вычисления радиуса сходимости степенного ряда;
6) привести формулу Тейлора разложения в ряд;
7) указать основные приложения степенных рядов.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

Лекция 31-34 Ряды Фурье

План лекции. Тригонометрическая система функций и её ортогональность. Тригонометрические ряды (ряды Фурье) периодической функции периода 2π. Условия Дирихле. Теорема Дирихле. Коэффициенты ряда Фурье чётных и нечётных функций. Разложение функций, заданных на полупериоде, в неполный ряд Фурье. Ряд Фурье функций периода $2l$.

Цели и задачи. Ознакомить студентов с теорий рядов Фурье. Научить студентов раскладывать функции в ряд Фурье.

Ключевые вопросы.

1) дать определение тригонометрической системы функций;
2) обосновать понятие «тригонометрическая система функций является ортогональной на отрезке $[-\pi,\pi]$»;
3) дать определение рады Фурье;
4) привести формулы для вычисления коэффициентов ряда Фурье;
5) указать особенности разложения четных и нечетных функций в ряд Фурье;
6) указать особенности разложения функций, заданных на полупериоде, в ряд Фурье;
7) указать особенности разложения функций, заданных на периоде $[a,a+2\pi]$, в ряд Фурье.

Ссылки на литературные источники, приведенные в рабочей программе дисциплины.

Основная литература (пп. 1-8), дополнительная литература (пп. 7, 9).

3. Методические указания

3.1 Методические указания по изучению дисциплины

Учебным планом по дисциплине «Математический анализ» для студентов предусмотрено участие в лекциях, практических занятиях, выполнение типовых расчетов и аудиторных контрольных работ. Завершающим этапом изучения дисциплины является сдача экзаменов в первом и втором семестрах.

Основной составной частью учебного процесса в преподавании математического анализа студентам дневной формы обучения являются лекции и практические занятия. В ФГБОУ ВПО «АмГУ» посещение занятий является обязательным. Студенты, активно участвующие в лекционных и практических занятиях, способны успешнее освоить предмет.

Все лекции студентам необходимо конспектировать. В конспект рекомендуется выписывать определения, формулировки и доказательства теорем, формулы и т.п. На полях конспекта следует отмечать вопросы, выделенные студентом для консультации с преподавателем, а также вопросы, вынесенные преподавателем на самостоятельное изучение. Выводы, полученные в виде формул, рекомендуется в конспекте подчеркивать или обводить рамкой, чтобы при перечитывании конспекта они выделялись или лучше запоминались. Полезно составить краткий справочник, содержащий важнейшие и наиболее часто употребляемые формулы дисциплины. К каждой лекции следует разобрать материал предыдущей лекции.

На практических занятиях подробно рассматриваются основные вопросы дисциплины, разбираются основные типы задач по математическому анализу. К каждому практическому занятию следует заранее самостоятельно выполнить домашнее задание и ознакомиться с материалом лекций к следующей теме. Систематическое выполнение домашних заданий является важным фактором, способствующим успешному усвоению дисциплины.

Изучая материал по учебнику, следует переходить к следующему вопросу только в том случае, когда хорошо усвоен предыдущий вопрос. При этом необходимо воспроизводить на бумаге все вычисления, как имеющиеся, так и пропущенные в силу их простоты.

Особое внимание следует обращать на определение основных понятий дисциплины. Студент должен подробно разбирать примеры, которые поясняют понятия, и уметь строить аналогичные примеры самостоятельно. Это является одним из важных условий усвоения дисциплины.

Курс математического анализа содержит большое количество теорем. Нужно помнить, что каждая теорема состоит из условий и утверждений. Все условия должны быть обязательно использованы в доказательстве. При формулировке теоремы необходимо четко выделять все условия и четко представлять, в каком месте доказательства теоремы каждое из условий используется. Студент должен уметь привести пример математических объектов, обладающих и не обладающих свойствами, указанными в формулировке теоремы. Доказательства теорем нужно выполнять более подробно, чем это сделано в учебнике, с кратким пояснением.

После изучения каждой темы предусматривается выполнение студентами самостоятельной работы с проверкой как степени усвоения ими теоретических знаний, так и объема и качества приобретенных практических навыков и умений.

Итоговая аттестация знаний студентов осуществляется во время экзамена в конце семестра. На экзамене, прежде всего, выясняется отчетливое усвоение теоретических и прикладных вопросов программы и умение применять полученные знания к решению практических задач. Экзаменационный билет имеет теоретическую и практическую составляющие. Определения, теоремы и правила должны формулироваться точно и подкрепляться достаточным количеством примеров. Решение задачи должно проделываться без ошибок, необходимые рисунки следует выполнять аккуратно. Студент должен уметь объяснить выбор схемы решения задачи и все остальные этапы решения задачи.

Дисциплина «Математический анализ» изучается на первом курсе специалитета на протяжении первого и второго семестров обучения, который включает 118 (50+68) часов лекционных занятий, 68 (34+34) часов практических занятий, и заканчивается экзаменом. На самостоятельную работу студентов отводится 210 (час.), в том числе 90 (час.) на экзамен.

Теоретическая часть курса приведена в п. 1.5.1 Лекции данного УМКД.

Каждая лекция содержит необходимый объем теоретического материала, изучение которого предусмотрено ФГОС специальности. В дополнение к лекционному материалу, студентам рекомендуется использовать основную и дополнительную литературу согласно перечню, приведенному в п.1.10.

3.2 Методические указания к практическим занятиям

На практических занятиях подробно рассматриваются основные вопросы дисциплины, разбираются основные типы задач по математическому анализу. К каждому практическому занятию следует заранее самостоятельно выполнить домашнее задание и ознакомиться с материалом лекций к следующей теме. Систематическое выполнение домашних заданий является важным фактором, способствующим успешному усвоению дисциплины.

В процессе изучения дисциплины «Математический анализ» студенты, как правило, сталкиваются с рядом трудностей. Первая трудность связана с тем, что получаемые практические результаты выражаются в форме неоднозначно определенных утверждений (сопровождаемых обычно словами «вероятно», «с данной степенью достоверности»). Вторая трудность связана с необходимостью «перевода» абстрактных теоретико-вероятностных понятий и положений на конкретный язык исследуемой реальной ситуации. В свою очередь, при решении конкретных задач важно «перевести» содержательное толкование задачи на абстрактный язык теоретико-вероятностной модели. Следующая сложность состоит в том, что в теории вероятностей преобладают абстрактно-логические рассуждения в сравнении с аналитическим аппаратом (формулами и алгебраическими выводами), который преобладал в других математических дисциплинах.

Чтобы справиться с этими трудностями, нужно решить достаточно много задач, что даст возможность глубже понять теоретико-вероятностные построения, научиться применять их при анализе конкретной ситуации. В этой связи типовые задачи, рассмотренные в рекомендуемых учебных пособиях, следует разобрать внимательно, обращаясь при необходимости к соответствующим указаниям, подробным решениям или ответам. Задачи должны быть использованы в процессе работы над курсом и при подготовке к экзамену. При этом непременным условием является глубокое усвоение соответствующего материала по конспекту лекций или учебнику.

При решении задач следует обращать внимание не только на формальное выполнение расчетов и использование соответствующих формул, но и на логический анализ содержания задачи, объяснение выполняемых операций, использование условных обозначений, четкую формулировку как промежуточных, так и окончательных результатов решения, используемых понятий и определений. Во многих задачах полезно продумать иные возможные подходы к их решению или решение при некоторых видоизменениях условий задачи.

Полученный ответ следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи. Например, если решалась задача с конкретным физическим или геометрическим смыслом, то необходимо проверить размерность полученного решения.

Решение задач определенного типа следует продолжать до приобретения твердых навыков.

После изучения определённой темы и решения достаточного количества соответствующих задач студенту рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем, проверяя себя на каждый раз по учебнику или конспекту лекций. Контрольные вопросы, приводимые в конспекте лекций по дисциплине, имеют цель помочь студенту в таком повторении, закреплении и проверке прочности усвоения изученного материала.

Часто недостаточность усвоения того или иного вопроса выясняется только при изучении дальнейшего материала. В этом случае надо повторить плохо изученный раздел, внимательно разобрав материал учебника, а также прорешать задачи.

В п.1.5.2 приведено планирование по тем темам, по которым предусмотрены практические занятия.

Практическая часть курса методически поддержана литературой, указанной в п.1.10.

В процессе изучения дисциплины «Математический анализ» студент должен выполнить типовые домашние расчеты по основным разделам дисциплины. Не следует приступать к решению очередного расчетного задания до решения достаточного количества задач по материалу, соответствующему этому заданию. Опыт показывает, что чаще всего неумение решить ту или иную задачу типового расчета вызывается тем, что студент не выполнил это требование.

Расчетные задания должны выполняться самостоятельно. В противном случае студент не приобретает необходимых знаний и может оказаться неподготовленным к защите типового расчета, а в конечном итоге к контрольной работе и к экзамену.

3.3 Методические указания по самостоятельной работе студентов

Важным компонентом изучения материала дисциплины является самостоятельная работа студентов. Это и проработка материала лекций, изучение основной и дополнительной литературы, решение практических задач, выданных на самостоятельную подготовку, подготовка к плановым занятиям, контрольной работе и экзамену.

В ходе самостоятельной работы студентам предлагается, используя полученные знания и навыки, рекомендованную литературу и решить ряд практических заданий.

На самостоятельную работу студента по дисциплине «Математический анализ» отводится 210 (час.), в том числе 90 (час.) на экзамен.

Схема самостоятельной работы студентов, перечень тем, рекомендации по работе с литературой, рекомендации по подготовке к аттестации приведены в п. 1.6.

4 Контроль знаний

4.1 Текущий контроль знаний

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и для промежуточной аттестации: рейтинговая система оценки знаний учащихся.

Текущий контроль знаний осуществляется проверкой домашних работ (задания к домашней работе выдаются после каждого практического занятия), а так же проверкой самостоятельных, контрольных, индивидуальных расчетно-графических работ. Ниже приведены некоторые из элементов текущего контроля.

Пример индивидуальной работы
«Вычисление пределов»

Вычислить пределы числовых последовательностей.

1.1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(3-n)^2+(3+n)^2}{(3-n)^2-(3+n)^2}$.

1.2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n\sqrt[3]{5n^2}+\sqrt[4]{9n^8+1}}{\left(n+\sqrt{n}\right)\sqrt{7-n+n^2}}$.

1.3. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n^2-1}\right)$.

1.4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+\dfrac{3}{n^2}+\ldots+\dfrac{n-1}{n^2}\right)$.

1.5. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+1}{n-1}\right)^n$.

Вычислить пределы функций.

1.6 $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\left(x^3-2x-1\right)(x+1)}{x^4+4x^2-5}$.

1.7 $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$.

1.8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\sin x)}{\sin 4x}$.

1.9. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\ln x}$.

1.10. $\lim\limits_{x\to \pi/2}\dfrac{2^{\cos^2 x}-1}{\ln\sin x}$.

1.11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{7^{2x}-5^{3x}}{2x-\operatorname{arctg}3x}$.

1.12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x+e^{-x}-2}{\sin^2 x}$.

1.13 $\lim\limits_{x\to 0}\left(1-\ln\left(1+x^3\right)\right)^{3/\left(x^2\arcsin x\right)}$.

1.14. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin 2x}{x}\right)^{1+x}$.

1.15. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{3x-1}{x+1}\right)^{1/\left(\sqrt[3]{x}-1\right)}$.

1.16. $\lim\limits_{x\to e}\left(\dfrac{\ln x-1}{x-e}\right)^{\sin\frac{\pi}{2e}x}$.

Пример контрольной работы
«Предел и непрерывность функции действительной переменной»

Состоит из 3 – 5 заданий, предусматривающих: вычисление пределов (раскрытие основных типов неопределенностей, в том числе с использованием замечательных пределов); сравнение бесконечно малых (бесконечно больших); исследование функции на непрерывность и определение типа точек разрыва.

1. Вычислить предел функции.

а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+2x^2-4x-8}{x^3+8}$; **б)** $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\sqrt{x^2+2x-1}-\sqrt{x^2-5x+3}\right)$;

в) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{2\sin(x)-\sqrt{3}}{\cos\left(\dfrac{3x}{2}\right)}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 0}\left[1-\ln\left(1+\sqrt[3]{x}\right)\right]^{\frac{x}{\left(\sin\sqrt[3]{x}\right)^4}}$.

2. Определить, являются ли функции $f_1(x)$ и $f_2(x)$ бесконечно малыми или бесконечно большими при $x\to x_0$. Сравнить функции.

$f_1(x)=5x^3+3x^2\cdot arctg(x)$, $f_2(x)=\left(x^3-1\right)^2+2x^6$, $x_0=\infty$.

3. Исследовать функцию на непрерывность; установить тип точек разрыва.

а) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x+1}, & x<-1;\\ |\,x\,|, & -1\le x\le 1;\\ 1-x^2, & x>1\ .\end{cases}$ **б)** $f(x)=\dfrac{1}{5+2^{1/x}}$.

Пример расчетно-графической работы
«Исследование функций и построение графиков»

Задачи 1-3. Провести полное исследование функций и построить их графики:

1. $y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$. 2. $y=\left(2x+3\right)\mathrm{e}^{-2(x+1)}$. 3. $y=\sqrt[3]{\left(2-x\right)\left(x^2-4x+1\right)}$.

Пример индивидуальной работы
«Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Состоит 8 – 10 заданий, предусматривающих: вычисление производных (сложной функции; обратных, неявных и параметрически заданных функций); вычисление производных второго порядка; приближенные вычисления с использованием производной и дифференциала; вычисление пределов функций с использованием правила Лопиталя; составление уравнений касательной и нормали к кривой; нахождение асимптот графика функции, точек экстремума и перегиба; проведение полного исследования функции средствами дифференциального исчисления и построение графика по результатам исследования.

1. Вычислить производную.

а) $y=\dfrac{2\cdot\left(3x^3+4x^2-x-2\right)}{15\cdot\sqrt{1+x}}$.

б) $y=x-\ln\left(1+e^x\right)-2\cdot e^{\frac{x}{2}}\cdot arctg(e^{\frac{x}{2}})-\left(arctg(e^{\frac{x}{2}})\right)^2$.

в) $y=\left(2x^2+6x+5\right)\cdot arctg\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)-x$.

г) $y = (\sin(x))^{5\cdot e^{x}}$.

д) $y = 2\cdot\dfrac{\cos(x)}{\sin^4(x)} + 3\cdot\dfrac{\cos(x)}{\sin^2(x)}$.

2. Вычислить вторую производную заданной функции.

$y = \ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$.

3. Вычислить $\dfrac{dy}{dx}$ и $\dfrac{d^2y}{dx^2}$, если функция $y(x)$ задана параметрически.

$$\begin{cases} x = \cos(\ln t) ; \\ y = \sin^2(t) . \end{cases}$$

4. Вычислить y' и y'' для функции $y(x)$, заданной неявно.

$$x^2 + y^2 - \sqrt{x^2+y^2} = 0$$

5. Вычислить приближенное значение функции в заданной точке.

$$y = \sqrt[3]{x^2+7} \quad , \quad x = 0{,}97$$

6. Вычислить предел функции, используя правило Лопиталя.

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-e^{-2x}-4x}{x-\sin(x)}$; **б)** $\lim\limits_{x\to 1+0}\ln(x)\cdot\ln(x-1)$;

в) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\pi-2x)^{2\cos(x)}$; **г)** $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{arctg(x)}-\dfrac{1}{x}\right)$.

7. Найти асимптоты и построить график функции.

$$y = \frac{x^2+16}{\sqrt{9x^2-8}} \quad .$$

8. Провести полное исследование заданной функции и построить ее график.

а) $y = \dfrac{2x^2+4}{x^2-4}$; **б)** $y = x + \dfrac{\ln(x)}{x}$.

Пример контрольной работы «Неопределенный интеграл»

Состоит из 5 – 8 заданий, предусматривающих: непосредственное интегрирование (использование алгебраических преобразований подынтегральных выражений и свойств неопределенного интеграла для приведения интеграла к табличному интегралу); интегрирование по частям; вычисление интегралов методом замены переменной; интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен; интегрирование дробно-рациональных функций; интегрирование простейших иррациональных выражений; интегрирование тригонометрических выражений.

Вычислить интегралы.

1. $\int e^x\cdot\sqrt[3]{4+e^x}\cdot dx$.

2. $\int\dfrac{x^3\cdot dx}{\sqrt[6]{5\cdot x^4+1}}$.

3. $\int\dfrac{5^{arctg(x)}\cdot dx}{1+x^2}$.

4. $\int \frac{x \cdot dx}{\sqrt{3+4x}}$.

5. $\int x \cdot \ln^2(x) \cdot dx$.

6. $\int \frac{2x^2 - 3x + 3}{x^3 - 2x^2 + x} \cdot dx$

7. $\int \frac{\cos(x)}{1+\sin(x)-\cos(x)} \cdot dx$.

Пример индивидуальной работы «Определенный интеграл, несобственные интегралы»

Состоит 10 – 15 заданий, предусматривающих: вычисление определенных интегралов (в том числе с использованием интегрирования по частям и замены переменной); вычисление площадей плоских фигур; вычисление длин дуг плоских кривых; вычисление объемов тел; вычисление (или исследование сходимости) несобственных интегралов.

1. Вычислить определенные интегралы.

а) $\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{0} \frac{\sin^2(x) \cdot dx}{\cos^2(x) - 3 \cdot \sin^2(x)}$; **б)** $\int\limits_{\sqrt{3}}^{2} \frac{\sqrt{x^2-3}}{x^4} \cdot dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в декартовых и полярных координатах.

а) $y = 2x - x^2 + 3, \quad y = x^2 - 4x + 3$;

б) $\rho = 2\sin(3\varphi)$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\begin{cases} x = \cos(t) \ ; \\ y = 3 + \sin(t) \end{cases}$$

4. Вычислить длину дуги кривой.

$y = 4 - x^2$ между точками ее пересечения с осью Ox .

5. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг указанной оси координат фигуры, ограниченной заданными линиями.

$2y^2 = x^3$, $x = 4$ вокруг оси Ox .

6. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их на сходимость.

а) $\int\limits_{-1}^{1} \frac{3 \cdot x}{x^2 - 1} \cdot dx$; **б)** $\int\limits_{1}^{\infty} \frac{\cos(3x)}{x^3 + 2x - 1} \cdot dx$.

Пример контрольной работы «Функции нескольких переменных»

1. Найти и изобразить на чертеже область определения функции $z = \frac{\ln x \ln y}{\sqrt{1-x-y}}$.

2. Найти все частные производные первого порядка функции $z = \frac{e^x + e^y}{\sqrt{1-x-y}}$.

3. Найти градиент функции $z = 1 + x^2 y^3$ в точке $M_0(-1,1)$.

4. Найти дифференциал второго порядка функции $z = e^{xy}$ в точке $M_0(1,-1)$.

5. Исследовать функцию $z = 3(x^2 + y^2) - x^3 + 4y$ на безусловный экстремум.

6. Найти условный экстремум функции $u = x - 2y + 2z$ при условии $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

7. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = x^2 - xy + y$ в области $D = \{|x| \le 2,\ |y| \le 3\}$.

Пример контрольной работы
«Кратные интегралы»

1. Поменять порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{\frac{x^2}{9}}^{x} f(x,y)dy + \int\limits_1^3 dx \int\limits_{\frac{x^2}{9}}^{1} f(x,y)dy$.

2. Вычислить $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{-x} (x^2 + 2xy)dy$.

3. Переходя к полярным координатам, вычислить интеграл $\iint\limits_D \frac{dxdy}{(x^2+y^2)^2}$, где область D ограниченна линиями $x^2 + y^2 = 4x$, $x^2 + y^2 = 2x$, $y = x$, $y = 2x$.

4. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 4z$, $x^2 + y^2 = z^2$.

5. Найти центр масс однородной фигуры, ограниченной кривыми $y = 2x^2$, $y^2 = 2x$.

Пример индивидуальной работы
«Вычисление поверхностного интеграла второго рода»

Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint\limits_\sigma (e^z + 2x)dydz + e^x dxdz + e^y dxdy,$$

где поверхность σ ограничена поверхностями $2x - y + 3z = 6,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$ (нормаль внешняя): 1) непосредственно; 2) по формуле Остроградского.

Пример индивидуальной работы
«Ряды»

1. Исследовать на сходимость следующие ряды:

а) $u_n = \frac{3n+1}{5^n}$ б) $u_n = \frac{5^n}{n!}$.

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+2)}{(n+1)!}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$.

3. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n x^n$:

а) $a_n = \frac{(n+2)^2}{3^n}$ б) $a_n = \frac{1}{(n^2+1)2^n}$.

4. Вычислить определенный интеграл $\int\limits_0^b f(x)dx$ с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и затем проинтегрировав его почленно:

$f(x) = \sqrt{x} \cdot \sin(x^2),\ b = 1.$

5. Разложить данную функцию $f(x)$ в ряд Фурье на данном интервале:

а) $f(x) = x - 8$, $-4 < x < 4$;

б) $f(x)=\begin{cases} x, & -\pi < x < 0 \\ \pi, & 0 \le x < \pi \end{cases} \qquad -\pi < x < \pi .$

Пример контрольной работы
«Ряды»

1. Исследовать на сходимость следующие ряды:

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(n!)^2}{2^{n^2}}; \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\,tg\frac{1}{\sqrt{n}}; \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n.$$

2. Найти область сходимости следующих рядов:

$$\frac{x}{1\times 3}+\frac{x^2}{2\times 3^2}+\frac{x^3}{3\times 3^3}+\ldots+\frac{x^n}{n\times 3^n}+\ldots; \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)(x+2)^n}{2^n(n^2+1)}.$$

4.2 Итоговый контроль знаний

Итоговый контроль осуществляется после успешного прохождения студентами текущего и промежуточного контроля в виде экзамена.

Итоговая аттестация знаний студентов осуществляется во время экзамена в конце семестра. На экзамене, прежде всего, выясняется отчетливое усвоение теоретических и прикладных вопросов программы и умение применять полученные знания к решению практических задач. Экзаменационный билет имеет теоретическую и практическую составляющие. Определения, теоремы и правила должны формулироваться точно и подкрепляться достаточным количеством примеров. Решение задачи должно проделываться без ошибок, необходимые рисунки следует выполнять аккуратно. Студент должен уметь объяснить выбор схемы решения задачи и все остальные этапы решения задачи.

Экзамен проходит в письменной форме с последующей индивидуальной беседой преподавателя с экзаменующимся. На письменную работу над билетом отводится 2 часа. Каждый пункт оценен определенным количеством баллов, билет содержит шкалу перевода баллов в традиционную пятибальную оценку.

Перечень теоретических вопросов к экзамену по курсу «Математический анализ» приведен в п. 1.9.

Пример экзаменационного билета (1-й семестр)

ФГБОУ ВПО «Амурский государственный университет»

Утверждено на заседании кафедры «__» ________ 201__ г. Протокол № __ Заведующий кафедрой Утверждаю: ______________	Кафедра *математического анализа и моделирования* Факультет *математики и информатики* Специальность *160400.65* Курс *1* Дисциплина *Математический анализ*

Экзаменационный билет 0

1. Основные теоремы о дифференцируемых функциях (доказательство любых двух теорем)

2. Геометрические и физически приложения двойного интеграла: нахождение статистических моментов и центра тяжести плоской фигуры.

3. Вычислить неопределенный интеграл $\int x^2\cdot\sqrt[3]{1+x^3}\,dx$.

4. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y=2x-x^2$, $x+y=0$.

Пример экзаменационного билета (2-й семестр)

ФГБОУ ВПО «Амурский государственный университет»

Утверждено на заседании кафедры «__» ________ 201__ г. Протокол № __ Заведующий кафедрой Утверждаю: ______________	Кафедра *математического анализа и моделирования* Факультет *математики и информатики* Направление *160400.65* Курс *1* Дисциплина *Математический анализ*

Экзаменационный билет 0

1. Несобственные интегралы второго рода. Признаки сходимости. Замена переменных и интегрирование по частям. Связь с несобственными интегралами первого рода.

2. Числовые ряды. Свойства сходящихся рядов.

3. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{5+3(-1)^n}{2^{n+3}}$.

4. Вычислить $\int\limits_{2}^{0}dy\int\limits_{0}^{y^2}(x+2y)dx$.

Пример итогового теста (1 семестр)

1. Значение предела $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-x+1}{2x-5+x^2}$ равно…

а) ∞; б) 1; в) 2; г) 0.

2. Значение предела $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-1}{\sin 2x}$ равно…

а) 0; б) ∞; в) $\dfrac{3}{2}$; г) 3.

3. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ не существует, если

а) $f(x)=x\cdot\sin\dfrac{1}{x}$; б) $f(x)=\sin\dfrac{1}{x}$; в) $f(x)=\sin x$; г) $f(x)=\sin(\pi+x)$.

4. Значение предела $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+1}{n}\right)^{\frac{n}{2}}$ равно…

а) 1; б) ∞; в) $\sqrt{e}$; г) e.

5. На числовой прямой «δ-окрестностью» точки $x_0=0{,}7$ является промежуток

а) $(0{,}7;\ \ 0{,}9)$; б) $(0{,}65;\ \ 0{,}75)$; в) $(0{,}65;\ \ 1{,}2)$; г) $(0{,}65;\ \ 0{,}9)$.

6. Значение предела $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+1}{n}\right)^{2n}$ равно…

а) 1; б) ∞; в) e; г) e^2.

7. Если $x\to 1$, то верно утверждение…

а) $\cos x\sim x$; б) $\sin x\sim x$; в) $\sin(x-1)\sim x-1$; г) $\sin\dfrac{1}{x}\sim\dfrac{1}{x}$.

8. Известно, что $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x) = -5$, $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x) = -5$, $f(x_0) = 5$. Тогда точка x_0 является…

а) точкой непрерывности;

б) точкой устранимого разрыва;

в) точкой неустранимого разрыва первого рода;

г) точкой неустранимого разрыва второго рода.

9. В точке $x_0 = 1$ непрерывна функция…

а) $f(x) = \dfrac{\sin x}{x-1}$; б) $f(x) = \sin\dfrac{1}{x-1}$; в) $f(x) = \dfrac{\sin(x-1)}{x-1}$; г) $f(x) = \dfrac{x-1}{\sin x}$.

10. Уравнение $\lg(x+2) + x = 0$ имеет действительный корень на отрезке

а) $[0; 1]$; б) $[-1; 0]$; в) $[1; 2]$; г) $[2; 3]$.

11. Производная функции $f(x) = \dfrac{1}{6}\cos(4-3x)$ имеет вид….

а) $f'(x) = \dfrac{1}{6}\sin(4-3x)$ б) $f'(x) = \dfrac{1}{2}\sin(4-3x)$

в) $f'(x) = 6\sin(4-x)$ г) $f'(x) = -6\sin 3x$

12. Производная функции $f(x) = \sin\left(\dfrac{4}{3} - 3x\right)$ имеет вид….

а) $f'(x) = -3\cos\left(\dfrac{4}{3} - 3x\right)$ б) $f'(x) = \cos\left(\dfrac{4}{3} - 3x\right)$

в) $f'(x)' = \dfrac{4}{3}\cos\left(\dfrac{4}{3} - 3x\right)$ г) $f'(x) = -\dfrac{1}{3}\cos\left(\dfrac{4}{3} - 3x\right)$

13. Производная функции $y = f(x_0)$ в точке x_0 имеет вид….

а) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{f(x_0)}$ б) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x_0)}{f(x)}$ в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x_0-\Delta x)+f(x_0)}{\Delta x}$ г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$

14. Производная функции $f(x) = (5-3x)^3$ в точке $x_0 = 2$ равна….

а) 3 б) -3 в) -9 г) 9

15. Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных ниже условий достаточное условие убывания ...

а) $f'(x) > 0$ б) $f'(x) < 0$ в) $f''(x) > 0$ г) $f''(x) < 0$

16. Если $f(x) = 2x^3 + 12x^2 - 30x + 12$, то произведение всех корней уравнения $f\ '(x) = 0$, равно….

а) 5 б) -10 в) 18 г) -5

17. Пусть дана функция $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 35$. Установите соответствие между двумя множествами А и В, где x_1 и x_2 корни уравнения $f'(x) = 0$

А:	В:
1) $x_1 * x_2$;	а) 5
2) $x_2 - x_1$;	б) 17
3) $x_1 + x_2$;	в) -4
4) $x_1^2 + x_2^2$;	г) 3

18. Пусть $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x - 26$, тогда наибольшее целое решение неравенства $f'(x) < 0$, равно….

а) 1 б) 5 в) 4 г) 2

19. Вторая производная функции $f(x) = \dfrac{x^2}{7-x}$ имеет вид….

а) $f''(x) = \dfrac{98}{(7-x)^3}$ б) $f''(x) = \dfrac{98}{(7-x)^4}$ в) $f''(x) = \dfrac{49}{(7-x)^3}$ г) $f''(x) == \dfrac{(7-x)^4}{49}$

20. Значение второй производной $f''(x_0)$ функции $f(x) = e^x - 2x^2$ в точке $x_0 = 0$ равно….

а) 5 б) -3 в) 0 г) 1

21. Пусть дана функция $f = x^4 - 6x^2$, тогда сумма всех корней уравнения $f\ ''(x) = 0$, равна….

а) $\sqrt{8}$ б) 2 в) $2 + \sqrt{8}$ г) 0

22. Значение третьей производной $f'''(x_0)$ функции $y = x^4 - x^2 + 5x - 106$ в точке $x_0 = 1$ равно….

а) 24 б) -24 в) 10 г) 7

23. Угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции $f(x) = 3x + 2\ \ln x$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$ равен….

а) -5 б) 1 в) 5 г) 3

24. Тангенс угла наклона касательной, проведённой к графику функции $f(x) = -\dfrac{4}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$ равен….

а) -1 б) 1 в) 0 г) 2

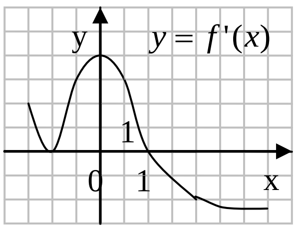
25. Пусть дана функция $f(x) = x^2 + 3x$, тогда угловой коэффициент касательной к графику функции в точке с абсциссой $x_0 = 1$ равен….

а) 5 б) -5 в) -1 г) 1

26. Уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$ имеет вид….

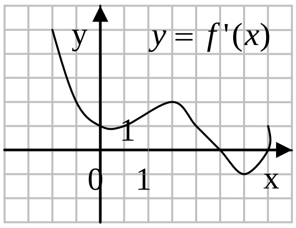
а) $y = 4x^2 - 7x + 2$ б) $y = 4x + 7$ в) $y = 7 - 4x$ г) $y = 4x - 7$

27. Угловой коэффициент функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$, если на рисунке изображён график производной этой функции, равен….



а) -3 б) -2 в) 3 г) 2

28. Угловой коэффициент функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$, если на рисунке изображён график производной этой функции, равен….



а) 0 б) 2 в) 5 г) -1

29. Точка движется по закону $S(t) = 3t^4 - 8t^3 - 18t^2$. Точка остановилась в момент времени….

а) $t = 5$ б) $t = 1$ в) $t = 9$ г) $t = 3$

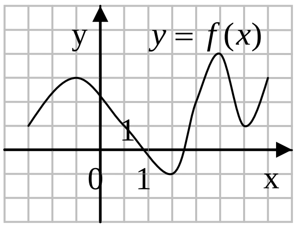
30. Тело вращается вокруг оси по закону $\varphi(t) = 3t^2 - 4t + 2$ (время в секундах, угол в радианах). Угловая скорость при $t = 4$ сек. равна….

а) 2 б) 10 в) 20 г) 25

31. Тело массой 4 килограмма движется прямолинейно по закону $S(t) = 3t^2 - 10t + 2$, где t – в секундах, S – в метрах. Кинетическая энергия тела через 2 секунды после начала движения равна….

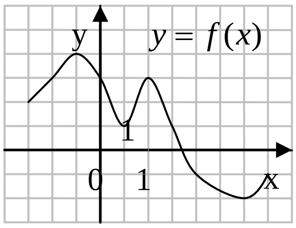
а) 2 б) 8 в) 4 г) 16

32. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Область определения функции $y = f(x)$ равна….



а) $[-3;\ 7]$ б) $[-1;\ 4]$ в) $(-3;\ 7)$ г) $(-1;\ 4)$

33. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Функция $y = f(x)$ убывает на промежутке….



а) $[-1;\ 1]$ б) всюду убывает в) $[-1;\ 1] \cup [2;\ 6]$ г) $[2;\ 6]$

34. Функция $f(x) = 2x - 1$ ...

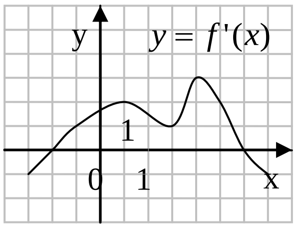
а) возрастает на $(-\infty;\ 0)$

б) всюду возрастает

в) всюду убывает

г) убывает на $(0;\ +\infty)$

35. На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$. Функция $y = f(x)$ возрастает на промежутке….



а) $[-3;\ \ -2]\cup[6;\ \ 7]$
б) нет правильного ответа
в) всюду возрастает
г) $[-2;\ \ 6]$

36. Длина промежутка возрастания функции $f(x)=x^2+x-2$ на отрезке $[-3;\ \ 3]$ равна….

а) 2 б) 3 в) 3,5 г) 1,5

37. Наибольшее значение m, при котором функция $f(x)=-\dfrac{1}{2}x^3+mx^2-4mx+3$ убывает на всей числовой прямой равно….

а) 3 б) 6 в) 5 г) 7

38. Точка экстремума непрерывной на всей числовой прямой функции $f(x)$, если $f'(x)=(x-1)^2(x+5)$, равна ...

а) $x_{\min}=-5$ б) $x_{\max}=-5$ в) $x_{\max}=1$ г) $x_{\min}=1$

39. Точки экстремума функции $f(x)=2x^3+3x^2-12x+34$ равны ...

а) $x_{\max}=-2$, $x_{\min}=-1$ б) $x_{\max}=1$, $x_{\min}=-2$
в) $x_{\max}=-2$, $x_{\min}=1$ г) точек экстремума нет.

40. Значение минимума функции $f(x)=2x^3+3x^2-12x+7$ равно…..

а) 0 б) 3 в) -2 г) 1

41. Значение максимума функции $f(x)=\dfrac{x^4}{2}+x^3-x^2$ равно…..

а) 1 б) 0 в) -2 г) 3

42. Наибольшее значение b, при котором функция $f(x)=x^3+bx^2+3bx-1$ возрастает на всей числовой прямой равно….

а) -9 б) -7 в) 9 г) 7

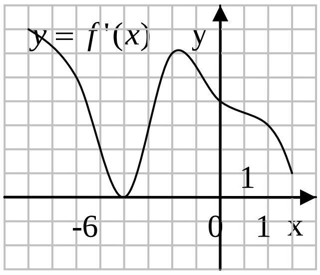
43. Наименьшее значение функции $f(x)=x^3-3x^2+3$ на отрезке $[1;3]$ равно….

а) $\min f(x)=f(3)=-7$ б) $\min f(x)=f(1)=-3$
в) $\min f(x)=f(1)=211$ г) $\min f(x)=f(2)=1$

44. Наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=3x^5-5x^3$ на отрезке $[0;2]$ соответственно равны….

а) $\max f(x)=f(1)=2$; $\min f(x)=f(2)=56$
б) $\max f(x)=f(2)=56$; $\min f(x)=f(1)=-2$
в) $\max f(x)=f(1)=2$; $\min f(x)=f(0)=0$
г) $\max f(x)=f(2)=56$; $\min f(x)=f(0)=0$

45. Функции $y=f(x)$ определена на промежутке $(-8;\ \ 3)$. На рисунке изображён график её производной. Абсцисса точки x_0, в которой функция $y=f(x)$ принимает наибольшее значение на отрезке $[-6;2]$ равна….



а) -6 б) 2 в) 0 г) -4

Пример итогового теста (2 семестр)

1.Если $z=\ln\left(x+y^2\right)$ то, $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ равна….

а) $\dfrac{-2y}{\left(x+y^2\right)^2}$ б) $\dfrac{2y}{\left(x+y^2\right)^2}$ в) $\dfrac{2x-2y^2}{\left(x+y^2\right)^2}$ г) $\dfrac{2y}{x+y^2}$

2.Стационарной точкой функции $z=x^2+xy+y^2+3y+4$ является ...

а) $(0;\quad 0)$ б) $(1;\quad 2)$ в) $(1;\quad -2)$ г) $(2;\quad -1)$

3.Среди перечисленных функций первообразными для функции $y=\dfrac{2}{\cos^2 2x}$ являются

а) $tg\,2x$ б) $ctg\,2x$ в) $2^{ctg\,2x}$ г) $tg\,2x+2$

4.После подстановки $x+6=t^2$ интеграл $\displaystyle\int\frac{dx}{x+\sqrt{x+6}}$ преобразуется к виду…

а) $\displaystyle\int\frac{2dt}{t^2+t}$ б) $\displaystyle\int\frac{2t}{t^2+t-6}dt$ в) $\displaystyle\int\frac{2dt}{t^2+t+6}$ г) $\displaystyle\int\frac{2dt}{t^2+6}$

5.Определенный интеграл $\displaystyle\int_{-2}^{-1}\left(x^2-3x+1\right)dx$ равен ...

а) $3\dfrac{1}{6}$ б)-13,5 б) нет верного ответа г) $7\dfrac{5}{6}$

6.Среди перечисленных интегралов расходящимися являются…

а). $\displaystyle\int_3^{+\infty}\frac{dx}{(x-2)^4}$ б) $\displaystyle\int_0^3\frac{dx}{(x-2)^4}$ в) $\displaystyle\int_0^{+\infty}\sin 5x\,dx$ г) $\displaystyle\int_0^3\frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$

7. Значение повторного интеграла $\displaystyle\int_0^1 dx\int_0^2 dy$, равно…

а)1 б)2 в)0 г)3

8. Двойной интеграл $\displaystyle\iint_D x\,dx\,dy$, взятый по прямоугольной области $D:\begin{cases}0\le x\le 1,\\ 0\le y\le 2\end{cases}$,
равен …

а)0 б)2 в)-1 г)1

9. Двойной интеграл $\iint\limits_D f(x,y)\,dx\,dy$ по области интегрирования

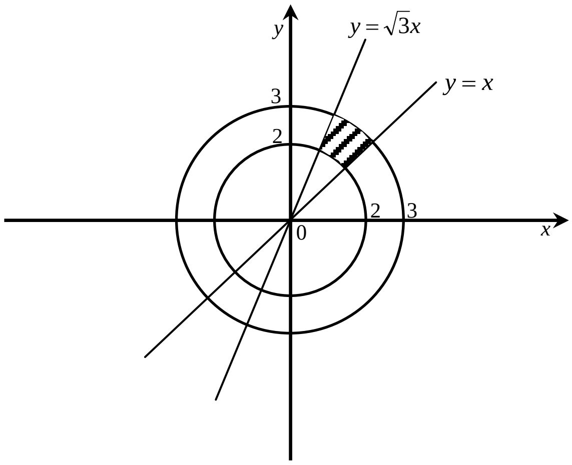
$D:\begin{cases} x+y\le 1, \\ x-y\le 1, \\ x\ge 0 \end{cases}$, сводится к решению повторного интеграла ...

а) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{x+1}^{1+x} f(x,y)\,dy$ б) $\int\limits_1^0 dx \int\limits_{1-x}^{x-1} f(x,y)\,dy$ в) $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{x-1}^{1-x} f(x,y)\,dy$ г) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{x-1}^{1-x} f(x,y)\,dy$

10. Область $D:\begin{cases} x^2+y^2=4, \\ x\le 0, \\ y\ge 0 \end{cases}$, в полярных координатах задается неравенствами …

а) $\begin{cases} \frac{\pi}{2}\le\varphi\le\pi \\ 0\le\rho\le 2 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 0\le\varphi\le\frac{\pi}{2} \\ 0\le\rho\le 1 \end{cases}$ в) $\begin{cases} 0\le\varphi\le\frac{\pi}{2} \\ -1\le\rho\le 1 \end{cases}$ г) $\begin{cases} -\frac{\pi}{2}\le\varphi\le\frac{\pi}{2} \\ -1\le\rho\le 1 \end{cases}$

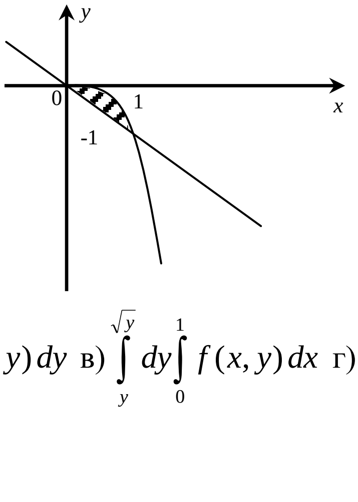
11. Область интегрирования D интеграла $\iint\limits_D f(\rho,\varphi)\rho d\rho d\varphi$ изображена на рисунке, тогда пределы интегрирования …



а) $\begin{cases} 0\le\varphi\le\frac{\pi}{2} \\ 2\le\rho\le 3 \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{\pi}{6}\le\varphi\le\frac{\pi}{4} \\ 0\le\rho\le 3 \end{cases}$ в) $\begin{cases} \frac{\pi}{4}\le\varphi\le\frac{\pi}{3} \\ 0\le\rho\le 3 \end{cases}$ г) $\begin{cases} \frac{\pi}{4}\le\varphi\le\frac{\pi}{3} \\ 2\le\rho\le 3 \end{cases}$

12. Выберите несколько правильных ответов из числа предложенных вариантов.

По данному рисунку области интегрирования найти соответствующие двукратные интегралы …



а) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{x^2}^{x} f(x,y)\,dy$ б) $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-x}^{-x^2} f(x,y)\,dy$ в) $\int\limits_{y}^{\sqrt{y}} dy \int\limits_0^1 f(x,y)\,dx$ г) $\int\limits_{-1}^0 dy \int\limits_{-y}^{\sqrt{-y}} f(x,y)\,dx$

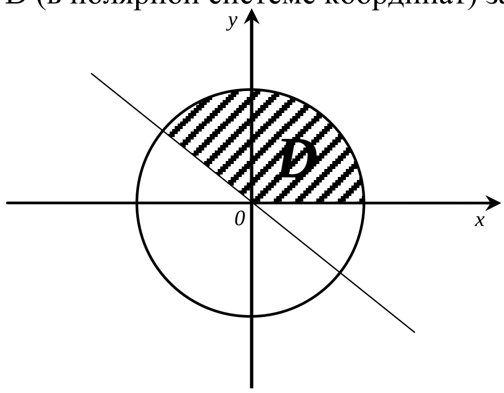
13. При переходе к полярным координатам интеграл $\int_0^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} f(x,y)dy$ принимает вид

а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^R f(\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi)d\rho$ б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^R f(\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi)\rho d\rho$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_{-R}^R f(\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi)\rho d\rho$ г) $\int_0^{\pi} d\varphi \int_0^R f(\rho\cos\varphi, \rho\sin\varphi)\rho d\rho$

14. На рисунке заштрихована область $D: \begin{cases} x^2+y^2 \le 4, \\ y \ge -x, \\ y \ge 0 \end{cases}$.

Площадь области D (в полярной системе координат) задается интегралом …



а) $\int_0^{\frac{3\pi}{4}} d\varphi \int_0^2 d\rho$ б) $\int_0^{\frac{3\pi}{4}} d\varphi \int_0^2 \rho d\rho$ в) $\int_0^{\frac{3\pi}{4}} d\varphi \int_0^2 y d\rho$ г) $\int_{-1}^2 d\varphi \int_0^2 \rho^2 \sin\varphi\, d\rho$

15. Значение повторного интеграла $\int_0^1 dx \int_0^2 dy \int_0^3 dz$, равно…

а)6 б)4 в)1 г)3

16. В цилиндрической системе координат объем параболоида, ограниченного поверхностями: $\begin{cases} z = x^2+y^2, \\ z = 4 \end{cases}$, находится по формуле …

а) $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 d\rho \int_0^{\rho^2} dz$ б) $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 d\rho \int_{\rho^2}^4 \rho dz$ в) $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 d\rho \int_{\rho^2}^4 dz$ г) $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-2}^2 d\rho \int_{\rho^2}^4 \rho dz$

17. Выберите несколько правильных ответов из числа предложенных вариантов. Формулы, с помощью которых вычисляется объем тела V в различных системах координат, имеют вид …

а) $\iiint_V d\rho\, d\varphi\, dz$ б) $\iiint_V \rho d\rho d\varphi dz$ в) $\iiint_V r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$ г) $\iiint_V dxdydz$

18. Установите соответствие между уравнением сферы радиуса a с центром в начале координат и соответствующей системой координат, в которой задано это уравнение …

а) $x^2+y^2+z^2=a^2$ 1) полярная

б) $r = a$ — 2) декартова

в) $r^2 + z^2 = a^2$ — 3) цилиндрическая

4) сферическая

19. Значение криволинейного интеграла $\int\limits_{(-1,2)}^{(2,3)} xdy + ydx$ равно …

а) 7 б) 6 в) 4 г) 8

20. От пути интегрирования не зависит интеграл …

а) $\int\limits_l xdy + ydx$ б) $\int\limits_l ydx - xdy$ в) $\int\limits_l 2xdy + ydx$ г) $\int\limits_l xdy + 2ydx$

21. Значение интеграла $\int\limits_L x^2 dl$ по дуге L: $y = \ln x$, где $1 \le x \le 2$, равно …

а) 1 б) $\frac{1}{3}(5^{\frac{3}{2}} + 2^{\frac{3}{2}})$ в) $\frac{1}{3}(5^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{2}{3}})$ г) $\frac{1}{2}(5^{\frac{3}{2}} + 2^{\frac{3}{2}})$

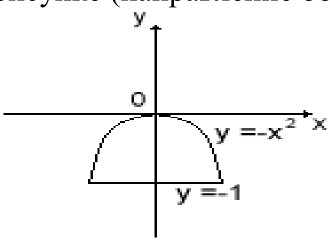
22. Значение интеграла $\int\limits_L ydl$ по дуге L: $y^2 = 2x$ от точки $A(0,0)$ до точки $B(2,2)$, равно …

а) $\frac{1}{3}$ б) 0 в) $\frac{1}{2}(9\sqrt{9} - 1)$ г) $\frac{1}{3}(5\sqrt{5} - 1)$

23. Значение интеграла $\int\limits_L (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$ по дуге L: $y = x^2$ от точки $A(0,1)$ до точки $B(2,4)$, равно …

а) 0 б) 9,6 в) -9,6 г) 9

24. Интеграл $\int\limits_L Pdx + Qdy$, где $P = x + y, Q = x - y$, по контуру L, изображенному на рисунке (направление обхода положительно), равен …



а) 0 б) 2 в) 1 г) 4

25. Из перечисленных ниже формул, формулой Стокса является …

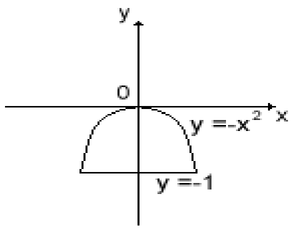
а) $J = \iint\limits_\sigma Pdydz + Qdzdx + Rdxdy$ б) $\oint\limits_\gamma Pdx + Qdy = \iint\limits_D (\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y})dxdy$

в) $\oint\limits_L (\vec{a}, d\vec{r}) = \iint\limits_\sigma (rot\vec{a}, \vec{n}_0)d\sigma$ г) $\oiint\limits_\sigma (\vec{a}, \vec{n}_0)d\sigma = \iiint\limits_\upsilon \left(\frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} \right) d\upsilon$

26. Значение интеграла $\int\limits_L (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$ по дуге L: $y = x^2$ от точки $A(-1,1)$ до точки $B(2,4)$, равно …

а)-9,8 б)9 в)-9,9 г)-9

27. Интеграл $\int\limits_L Pdx + Qdy$, где $P = x + 2y, Q = 2x - y$, по контуру L, изображенному на рисунке (направление обхода положительно), равен …



а)8 б)0 в)1 г)2

28. Из перечисленных ниже формул, формулой Остроградского - Гаусса является …

а) $\oint\limits_L (\vec{a}, d\vec{r}) = \iint\limits_\sigma (rot\vec{a}, \vec{n}_0) d\sigma$ б) $\oiint\limits_\sigma (\vec{a}, \vec{n}_0) d\sigma = \iiint\limits_\upsilon \left(\frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} \right) d\upsilon$

в) $J = \iint\limits_\sigma Pdydz + Qdzdx + Rdxdy$ г) $\oint\limits_\gamma Pdx + Qdy = \iint\limits_D (\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}) dxdy$

29. Выберите несколько правильных ответов из числа предложенных вариантов. Характеристиками векторного поля $\vec{a}$ является …

а) поток б) градиент в) дивергенция г) производная по направлению

30. Выберите несколько правильных ответов из числа предложенных вариантов. Характеристиками скалярного поля $U = U(M)$ является …

а) линии уровня б) дивергенция в) поток г) градиент

Итоговая оценка выставляется студенту с учетом общего рейтинга по дисциплине и набранных за семестр баллов, включая баллы за тестирование.

Шкала перевода баллов в итоговую оценку по дисциплине:

Итоговый рейтинг по дисциплине, Кол-во баллов за семестр	Оценка по пятибалльной шкале
91-100	5
75-90	4
51-74	3
менее 50	2

5 Интерактивные технологии и инновационные методы, используемые в образовательном процессе

При преподавании дисциплины «Математический анализ» используются следующие инновационные технологии и методы: чтение проблемных лекций, применение мультимедийного проектора при чтении лекций, «мозговой штурм», использование ресурсов сети Internet и электронных учебников при самостоятельной и аудиторной работе студентов, дискуссии в обсуждении проблемных ситуаций. Детальная схема занятий, проводимых с использованием интерактивных методов обучения представлена в п. 1.8.