Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»
(ФГБОУ ВПО «АмГУ»)

Кафедра математического анализа и моделирования

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

по дисциплине

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Основной образовательной программы специальности 160400.65 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов»

Благовещенск 2012

УМКД разработан канд. техн. наук, доцентом

Кван Натальей Владимировной,

Рассмотрен и рекомендован на заседании кафедры МАиМ

Протокол заседания кафедры от «10» сентября 2012г. № 1

И.о. зав. кафедрой ______________________ /Максимова Н.Н./

УТВЕРЖДЕН

Протокол заседания УМСС специальности 160400.65 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов»

«____» _____________20___ г., протокол № _____

Председатель УМСС __________________ / ________________/

СОДЕРЖАНИЕ

1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Дисциплина ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Специальность 160400.65 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов»
Специализация «Ракетные транспортные системы»
Квалификация выпускника специалист
Курс 1 Семестр 1
Лекции 34 часа
Экзамен 1 семестр 45 часов
Практические занятия 34 часа
Самостоятельная работа 67 часов
Общая трудоемкость дисциплины 180 часов, 5 з.е.
Контрольная работа 1 семестр

Составитель Кван Наталья Владимировна, доцент каф. МАиМ, к. техн.н.
Факультет математики и информатики
Кафедра математического анализа и моделирования

Рабочая программа составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта ВПО по направлению 160400.65 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов»

1.1.ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» являются:

получение базовых знаний, умений и навыков по линейной алгебре и аналитической геометрии, а также формирование общекультурных и профессиональных компетенций, необходимых для успешного профессиональной деятельности будущих специалистов; Достижение этих целей требует решения следующих задач:

- изучение базовых понятий и основных теорем аналитической геометрии и линейной алгебры; освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины;
- приобретение опыта построения математических моделей различных физических явлений и проведения необходимых расчётов в рамках построенных моделей; употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов;
- подготовка к поиску и анализу профильной научно-технической информации, необходимой для решения конкретных научно-исследовательских и прикладных задач, в том числе при выполнении междисциплинарных проектов;

  привитие общематематической культуры: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями;
- формирование социально-личностных качеств студентов: целеустремленности, организованности, трудолюбия, коммуникативности, готовности к деятельности в профессиональной среде, ответственности за принятие профессиональных решений.

1.2.МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» входит в математический и естественно-научный цикл (С2 Б.3) ООП ВПО.

Понятия аналитической геометрии и линейной алгебры, алгебраические и аналитические методы исследования непосредственно и опосредованно проникли во многие разделы естествознания, пронизывают все фундаментальные общематематические курсы. Методы аналитической геометрии и линейной алгебры имеют универсальное значение.

1.3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

1) Знать:

– основные понятия и результаты по алгебре (теория матриц, системы линейных уравнений, теория многочленов, линейные пространства и линейная зависимость, собственные векторы и собственные значения, канонический вид матриц линейных операторов, геометрия метрических линейных пространств, свойства билинейных функций, классификацию квадрик, основы теории групп и колец). Студенты должны знать логические связи между ними;

– основные понятия и теоремы аналитической геометрии, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений, в том числе в компьютерном моделировании геометрических объектов и явлений.

2) Уметь:

– решать системы линейных уравнений, вычислять определители, исследовать свойства многочленов, находить собственные векторы и собственные значения, канонический вид матриц линейных операторов, классифицировать квадрики, применять основные свойства групп, колец;

– решать задачи вычислительного и теоретического характера в области геометрии трехмерного евклидова (аффинного) пространства, доказывать утверждения, уметь вычислять размеры геометрических фигур.

3) Владеть:

– математическим аппаратом алгебры и геометрии, аналитическими методами исследования алгебраических и геометрических объектов, методами построения и определения размеров геометрических фигур.

В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие компетенции:

Наличие навыков работы с компьютером как средством управления, в том числе в режиме удаленного доступа, готовностью работать с программными средствами общего и специального назначения (ОК - 14),

способностью использовать в профессиональной деятельности знания и методы, полученные при изучении математических и естественно-научных дисциплин (ПК-1), понимание роли математических и естественно-научных наук и способность к преобретению новых математических и естественно-научных знаний с использованием современных образовательных и информационных технологий (ПК – 4), способность работать в информационно – коммуникационном пространстве, проводить твердотельное моделирование, прочностные, динамические и тепловые расчеты с использованием программных средств общего назначения (ПК - 6).

1.4.СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Формы текущего контроля успеваемости *(по неделям семестра)* Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
				Лек-ции	Прак. Заня-тия	Сам. работа	
1	Алгебраические структуры. Комплексные числа.	1	1	2	2	5	УО, ПДЗ, МД, СР, ПКР, ТС
2	Теория определителей	1	2	2	2	5	УО, ПДЗ, МД, СР
3	Матрицы	1	3	2	2	5	УО, ПДЗ, МД, СР, ПКР, ТС
4	Арифметическое *n*-мерное векторное пространство. Системы линейных уравнений.	1	4	2	2	5	УО, ПДЗ, МД, СР, ТС
5	Векторные пространства.	1	5	2	2	5	УО, ПДЗ, МД, СР, ПКР, КЛ
6	Векторы на плоскости и в пространстве	1	6, 7	4	4	5	УО, ПДЗ, МД, СР, ТС
7	Прямая линия на плоскости	1	8	2	2	5	УО, ПДЗ, МД, СР, ТС
8	Линии второго порядка	1	9	2	2	5	УО, ПДЗ, МД, СР, ПКР, ТС
9	Плоскость	1	10	2	2	5	УО, ПДЗ, МД, СР, ТС

10	Прямая в пространстве	1	11	2	2	5	УО, ПДЗ, МД, СР, ТС, КР
11	Поверхности второго порядка	1	12	2	2	5	УО, ПДЗ, МД, СР, КР №1
12	Теория многочленов	1	13	2	2	5	УО, ПДЗ, СР, ПКР
13	Линейные операторы	1	14, 15	4	4	5	УО, ПДЗ, МД, СР
14	Евклидовы пространства. Квадратичные формы.	1	16	2	2	5	УО, ПДЗ, МД, СР, КЛ
17	Итоговое повторение	1	17	2	2	85	

УО – устный опрос, ПДЗ – проверка домашнего задания, МД – математический диктант, СР – самостоятельная работа, ТС – тестирование, КР – контрольная работа, ПКР – проверочная контрольная работа, КЛ – коллоквиум, ДЗ – домашнее задание, КП - конспект.

КР №1 – «Системы линейных уравнений. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве».

1.5. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

1.5.1. Лекции.

Лекция 1. Числовые множества. Бинарная алгебраическая операция. Примеры. Свойства. Группа. Кольцо Поле. Примеры. Построение поля комплексных чисел. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия в тригонометрической форме. Геометрическая интерпретация действий. Показательная форма.

Лекция 2. Перестановки. Инверсия. Группа перестановок. Четность подстановок. Знакопеременная группа. Определитель n-го порядка. Определитель 2 и 3 порядков. Свойства определителя. Теорема Безу. Теорема Вандермонда. Теорема Лапласа.

Лекция 3. Виды матриц. Действия над матрицами. Свойства действий. Обратная матрица.

Формула для вычисления обратной матрицы. Вывод формул Крамера.

Лекция 4. Арифметическое векторное пространство. Линейная зависимость и независимость векторов. Свойства линейной зависимости. Теорема о линейной зависимости векторов. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы. Системы линейных уравнений. Способы записи. Критерий Кронеккера – Капелли.

Лекция 5. Векторные пространства. Примеры. Свойства. Линейные подпространства. Критерий подпространства. Линейная оболочка. Пространство решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Линейное многообразие.

Лекция 6. Векторы на плоскости и в пространстве. Сложение и умножение вектора на число. Коллинеарные и компланарные векторы. Координаты векторов. Скалярное произведение векторов.

Лекция 7. Векторное и смешанное произведения векторов. Простейшие задачи аналитической геометрии.

Лекция 8. Прямая линия на плоскости. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение «в отрезках». Нормальное уравнение. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Лекция 9. Эллипс. Геометрические свойства эллипса. Гипербола. Геометрические свойства гиперболы. Парабола и ее геометрические свойства. Полярные уравнения линий 2 порядка.

Лекция 10. Плоскость. Общее уравнение. Взаимное расположение плоскостей. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.

Лекция 11. Прямая линия в пространстве. Виды уравнений прямой. Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямых в пространстве.

Лекция 12. Поверхности 2-го порядка. Эллипсоиды и гиперболоид. Параболоиды. Цилиндры. Конусы.

Лекция 13. Многочлены над областью целостности. Теорема Безу. Многочлены над полем. НОД и НОК многочленов. Алгоритм Евклида. Неприводимые и приводимые многочлены над данным полем. Многочлены над полем C, R, Q. Уравнение 3 и 4 степени.

Лекция 14. Линейные операторы. Примеры. Свойства. Матрица линейного оператора. Формула матрицы линейного оператора при изменении базиса. Образ, ранг, ядро и дефект линейного оператора.

Лекция 15. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Собственные значения матрицы линейного оператора с симметрической матрицы. Диагональная форма матрицы.

Лекция 16. Евклидовы пространства. Примеры. Свойства. Длина вектора. Угол между векторами. Неравенства Коши – Буняковского. Ортогональность векторов. Ортонормированный базис. Квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа приведения к каноническому виду. Метод ортогонального преобразования квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции.

Лекция17. Итоговое повторение.

1.5.2. Практические занятия.

Практическое занятие 1. Комплексные числа.

Практическое занятие 2. Действия с подстановками. Вычисление определителей треугольным методом и с помощью разложения по строке или столбцу.

Практическое занятие 3. Действия над матрицами. Вычисление обратной матрицы методом приписывания единичной. Вычисление обратной матрицы по формуле.

Практическое занятие 4. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Решение систем уравнений по формулам Крамера и матричным методом.

Практическое занятие 5. Нахождение фундаментального решения системы линейных однородных уравнений и линейного многообразия системы линейных неоднородных уравнений.

Практическое занятие 6, 7. Действия над векторами. Решение задач геометрии векторным методом. Тестирование по теме «Векторы». Решение задач по теме «Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

Практическое занятие 8. Решение задач по теме «Прямая линия на плоскости».

Практическое занятие 9.Решение задач на геометрические свойства эллипса, гиперболы и параболы».

Практическое занятие 10. Математический диктант. Решение задач по теме «Плоскость».

Практическое занятие 11. Математический диктант. Решение задач по темам «Прямая линия», «Взаимное расположение прямых в пространстве».

Практическое занятие 12. Построение поверхностей 2 порядка.

Практическое занятие 13. Решение задач по теме «Многочлены над областью целостности и полем». Решение уравнений 3 и 4 степени.

Практическое занятие 14, 15. Решение задач по теме «Линейные операторы».

Практическое занятие 16. Решение задач по теме «Приведение квадратичной формы к каноническому виду».

Практическое занятие 17. Итоговое повторение.

1.6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	№ раздела (темы) дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы	Трудоёмко в часах
1	1	ИЗ «БАО. Группа»	1
2	1	КП «Кольцо. Поле»	1
3	1	КП «Геометрич. интерпретация действий над компл. числами»	1
4	1	ИЗ «Комплексные числа»	2
5	2	КП «Свойства определителя»	1
6	2	КП «Теорема Лапласа»	1
7	2	ИЗ «Вычисление определителей»	2
8	3	КП «Матрицы»	1
9	3	ИЗ «Матрицы»	2

10	4	КП «Свойства линейной зависимости»	1
11	4	ИЗ «Исследование систем уравнений»	2
12	4	ИЗ «Системы уравнений»	2
13	5	КП «Подпространства»	1
14	5	ИЗ «Векторные пространства»	2
15	6	ИЗ «Векторы на плоскости»	2
16	6	ИЗ «Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов»	2
17	7	КП « Уравнения прямой»	1
18	7	КП «Полярное уравнение прямой»	1
19	7	ИЗ «Прямая на плоскости»	2
20	8	КП «Свойства эллипса и гиперболы»	1
21	8	КП «Свойства параболы»	1
22	8	ИЗ «Линии второго порядка»	2
23	10	КП «Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости»	1
24	11	ИЗ «Прямая и плоскость в пространстве»	2
25	12	ИЗ «Поверхности второго порядка»	2
26	13	ИЗ «Действия с многочленами»	2
27	13	КП «Решение уравнений 4 степени»	1
28	13	ИЗ «Многочлены»	2
29	14	КП «Приведение матрицы к диагональной форме»	1
30	14	ИЗ «Линейные операторы»	2
31	15	КП «Ортогональное дополнение»	1
32	15	ИЗ «Евклидовы пространства»	2
34	16	КП «Метод Якоби. Критерий Сельверстра»	1
35	17	ИЗ «Приведение квадратичных форм к каноническому виду»	1
36		Всего в семестре	67
37		Экзамен	45

1.7. МАТРИЦА КОМПЕТЕНЦИЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ.

Разделы	*ОК1*	*ПК1*	*ПК4*	*ПК6*	*Итого* Σ общее количество компетенций
1	+	+	+	+	4
2	+	+	+	+	4
3	+	+	+	+	4
4	+	+	+	+	4
5	+	+	+	+	4
6	+	+	+	+	4
7	+	+	+	+	4
8	+	+	+	+	4
9	+	+	+	+	4
10	+	+	+	+	4
11	+	+	+	+	4
12	+	+	+	+	4
13	+	+	+	+	4
14	+	+	+	+	4
15	+	+	+	+	4
16	+	+	+	+	4
17	+	+	+	+	4

1.8.ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Образовательные технологии, которые обеспечивают достижение планируемых результатов обучения согласно основной образовательной программе, представлены таблицей.

Методы и формы организации обучения (*ФОО*) (в интерактивной форме 22 часа)

ФОО / Методы	Лекции (8 часов)	Практические занятия (14 часов)	Самост. Работа (6 часов)
IT-методы	1.Линии 2-го порядка. (2 ч.)	1. Комплексные числа (2 ч.) 2. Векторные пространства (2 ч.)	
Работа в команде	2.Поверхности 2-го порядка. (2 ч.)	3.Поверхности 2-го порядка. (2 ч.) 4.Квадратич-	1.Поверх-ности 2-го порядка.

		ные формы (2 ч.)	(2 ч.) 2.Квадра-тичные формы (2 ч.)
Поисковый метод	3.Квадратичные формы (2 ч.с)	5. Многочлены (2ч.)	
Проектный метод		6. Линии второго порядка (2 ч.) 7. Поверхности второго порядка (2ч.)	1.Поверхности 2-го порядка. (2 ч.)
Исследовательский метод	4.Линейные операторы (2 ч.)		

Для достижения поставленных целей преподавания дисциплины реализуются следующие средства, способы и организационные мероприятия:

– изучение теоретического материала дисциплины на лекциях;
– самостоятельное изучение теоретического материала дисциплины с использованием *Internet*-ресурсов, информационных баз, методических разработок, специальной учебной и научной литературы;
– закрепление теоретического материала при проведении практических занятий, выполнения индивидуальных заданий, самостоятельных работ.

1.9.ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Теоретические вопросы к экзаменам
Линейная алгебра
1. Понятие БАО и ее свойства. Группа: примеры, свойства. Кольцо: примеры, свойства. Поле: примеры, свойства. 5. Построение поля комплексных чисел.
2. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
3. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
4. Подстановки и перестановки, их свойства. Разложение подстановок в произведение циклов. Четность подстановок. Знакопеременная группа.
5. Понятие определителя *n*-го порядка. Определитель 2 и 3 порядков. Свойства определителя.
6. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Безу и теорема Вандермонда.
7. Вывод формул Крамера для решения систем линейных уравнений.
8. Действия над матрицами, свойства действий.
9. Понятие обратной матрицы. Элементарная матрица. Вычисление обратной матрицы методом приписывания единичной матрицы.

10. Формула вычисления обратной матрицы.
11. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
12. Арифметическое *n*-мерное векторное пространство.
13. Задача, приводящая к решению систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
14. Линейные комбинации векторов. Линейная зависимость и независимость.
15. Базис и ранг конечной системы векторов.
16. Критерий совместности системы линейных уравнений. Однородная система линейных уравнений.
17. Линейное пространство: определение, основные свойства и примеры.
18. Ранг и базис системы векторов. Координаты вектора относительно базиса.
19. Размерность векторного пространства. Изофорфизм линейных пространств.
20. Подпространство векторного пространства. Линейная оболочка.
21. Линейные многообразия в линейном пространстве.
22. Фундаментальная система решений с.л.о.у.
23.Многочлены над областью целостности. Теорема Безу. Схема Горнера.
24.Многочлены над полем. НОД и НОК. Алгоритм Евклида.
25.Многочлены над полем *C*. Многочлены над полем *R*.
26.Уравнения3 и 4 степени.
27. Понятие линейного оператора. Матрица л.о. Примеры.
28. Обратное преобразование. Вырожденное и невырожденное преобразование.
29. Ранг, образ, ядро линейного преобразования.
30. Характеристический многочлен матрицы линейного преобразования.
31. Собственные векторы и собственные значения.
32. Евклидово (и унитарное) пространство. Неравенство Коши-Буняковского. Длина и угол. Неравенства треугольника в евклидовом (и унитарном) пространстве.
33. Ортонормированный базис. Скалярное произведение в ортонормированном базисе. Существование ортонормированного базиса. Процесс ортогонализации.
34. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа.
35. Метод Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду.
36. Закон инерции квадратичных форм. Сигнатурное правило Якоби. Знакоопределённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
37. Квадратичные формы в евклидовом (и унитарном) пространстве. Приведение к главным осям.

Аналитическая геометрия

1. Векторы, операции над ними. Коллинеарные и компланарные векторы.
2. Линейная зависимость векторов. Базис векторного пространства. Координаты вектора.
3. Скалярное произведение векторов, его свойства.
4. Аффинная, прямоугольная и полярная системы координат. Координаты точки. Метод координат. Простейшие задачи в координатах.
5. Уравнения прямой на плоскости.мВзаимное расположение двух прямых на плоскости.
6. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Угол между двумя прямыми на плоскости. Знак многочлена $Ax + By + C$
7. Эллипс. Вывод канонического уравнения. Его свойства.
8. Гипербола. Вывод канонического уравнения. Ее свойства.
9. Парабола.
10. Векторное произведение.
11. Смешанное произведение.
12. Задание плоскости точкой и направляющим подпространством. Задание плоскости тремя точками. Задание плоскости точкой и вектором нормали. Задание плоскости «в отрезках». Параметрические уравнения плоскости.

13.Общее уравнение плоскости. Условие параллельности вектора и плоскости. Расположение плоскости в системе координат. Взаимное расположение двух, трех плоскостей.
14.Угол между двумя плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.
15.Задание прямой точкой и направляющим вектором, задание прямой двумя точками в пространстве. Задание прямой двумя пересекающимися плоскостями. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
16.Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Угол между двумя прямыми в пространстве. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
17.Поверхности 2-го порядка. Метод сечений. Цилиндрические поверхности. Общее уравнение цилиндра.
18.Конические поверхности. Общее уравнение конуса.
19.Поверхности вращения. Сфера. Эллипсоид.
20.Однополостный гиперболоид. Двуполостный гиперболоид.
21.Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид.

Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов (один по алгебре, другой по геометрии 10 баллов) и четырех задач (две задачи по алгебре и две – по геометрии 5 баллов).

Материалы для текущего контроля, итогового контроля, тестовые материалы, индивидуальные и коллективные задания размещены в УМКД по данной дисциплине.

1.10.УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) основная литература:

1. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: ФИЗМАТЛИТ, . 2004, 2006. – 312 с.
2. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 464 с.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Физматлит, 2007. – 224с.

б) дополнительная литература:

1. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А. Линейная алгебра в вопросах и задачах. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: «Наука», 2004. – 560с.
3. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
4. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии – М.: Наука, 1986 .
5. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
6. Канатников А.Н. Линейная алгебра: Учебник для вузов. – М.: Изд – во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001.
7. Кострикин А.И. Введение в алгебру: Учебник для вузов. – М.: Физматлит.Ч1. 2004. – 272с.
8. Кострикин А.И. Введение в алгебру: Учебник для вузов. – М.: Физматлит.Ч2. 2004. – 368с.
9. Кострикин А.И. Введение в алгебру: Учебник для вузов. – М.: Физматлит.Ч3. 2001. – 272 с.
10. Окунев Л.Я. Сборник задач по высшей алгебре. – СПб.; М.; Краснодар: Лань. 2009. – 336 с.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика

1	http://www.iqlib.ru	Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам, отдельным темам и отраслям знания
2	Электронная библиотека http://www.mccme.ru/	Сайт Московского Центра Непрерывного Математического Образованияставит своей целью сохранение и развитие традиций математического образования.
3	http://www.eqworld.ipmnet.ru/	Учебно-образовательная физико-математическая библиотека, содержащая DjVu- и PDF-файлы учебников.
4	http://www.mathnet.ru/	Общероссийский математический портал

г) методические материалы кафедры

1. Кван Н.В. «Группы. Кольца. Поля». Учебное пособие. –Благовещенск: Изд – во АмГУ, 1999.
2. Ермак Н.В., Кван Н.В. «Векторные пространства. Методы решения задач. Ч.1.». Учебное пособие. – Изд – во АмГУ, 2001.
3. Кван Н.В. Введение в алгебру. Часть 1. Учебное пособие. – Благовещенск: Изд-во АмГУ. 2008.
4. Кван Н.В. Введение в алгебру. Часть 2. Учебное пособие. – Благовещенск: Изд-во АмГУ. 2008.
5. Кван Н.В. Введение в алгебру. Часть 3. Учебное пособие (электр. вариант). – Благовещенск: Изд-во АмГУ. 2009.
6. Кван Н.В. Линейные операторы. Учебное пособие (электронный вариант). – Благовещенск: Изд-во АмГУ. 2009.

1.11.МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Освоение дисциплины производится на базе учебных аудиторий кафедры МАиМ АмГУ главный корпус 338-а, 519, 521, 528-а. Аудитория 338-а оснащена компьютером, видеопроектором.

12. РЕЙТИНГОВАЯ ОЦЕНКА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1 семестр

№	№ темы	Вид работы	Кол-во баллов
1	1	ИЗ «БАО. Группа»	1
1	2	КР «Комплексные числа»	1
1	3	Тест «Комплексные числа»	1
1	4	ИЗ «Комплексные числа»	1
1	5	Баллы за выполнение ДЗ по темам модуля	1
1	6	Баллы за знание теоретического материала модуля	1
		ИТОГ за 1 модуль	6
2	7	ИЗ «Вычисление определителей»	1
2	8	КР «Матрицы и определители»	1
2	9	ИЗ «Матрицы»	1
2	10	ИЗ «Системы уравнений»	1
2	11	КР «Системы линейных уравнений»	1
2	12	ТС «Определители. Матрицы. Системы уравнений»	1
2	13	Баллы за выполнение ДЗ по темам модуля	1
2	14	Баллы за знание теоретического материала	1
		ИТОГ за 2 модуль	8
3	15	Тест «Векторные пространства»	1
3	16	ИЗ «Векторные пространства»	1
3	17	ИЗ «Векторы на плоскости»	1
3	18	Тест «Векторы на плоскости»	1
3	19	ИЗ «Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов»	1
3	20	КР «Векторы»	1
3	21	Баллы за выполнение ДЗ по темам модуля	1
3	22	Баллы за знание теоретического материала модуля	1
		ИТОГ за 3 модуль	8

4	23	ИЗ «Прямая на плоскости»	1
4	24	КР «Прямая»	1
4	25	Тест «Прямая на плоскости»	1
4	26	ИЗ «Линии второго порядка»	1
4	27	КР «Линии второго порядка»	1
4	28	ТС «Линии второго порядка»	1
4	29	Баллы за выполнение ДЗ по темам модуля	1
4	30	Баллы за знание теоретического материала модуля	1
		ИТОГ за 4 модуль	8

№ мо-ду-ля	№	ВИД РАБОТЫ	Баллы
5	1	ИЗ «Построение плоскостей»	1
5	2	ИЗ «Прямая и плоскость в пространстве»	1
5	3	ИЗ «Поверхности второго порядка»	1
5	4	ТС «Аналитическая геометрия в пространстве»	1
5	5	ИЗ «Пересечение поверхностей»	1
5	6	Баллы за выполнение ДЗ по темам модуля	1
5	7	Баллы за знание теоретического материала модуля	1
		Итог за 5 модуль	7
6	8	ИЗ «Действия с многочленами над областью целостности»	1
6	9	ИЗ «Многочлены над полем»	1
6	10	КР «Многочлены»	1
6	11	КР «Решение уравнений 3 и 4 степени»	1
6	12	Баллы за выполнение ДЗ по темам модуля	1
6	13	Баллы за знание теоретического материала модуля	1
		Итог за 6 модуль	6

7	14	ТС «Векторные пространства» остаточные знания)	1
7	15	ИЗ «Линейные операторы»	1
7	16	ИЗ «Собственные векторы и собственные значения»	1
7	17	КЛ «Векторные пространства и линейные операторы»	1
7	18	КР «Линейные операторы»	1
7	19	Баллы за выполнение ДЗ по темам модуля	1
7	20	Баллы за знание теоретического материала модуля	1
		Итог за 7 модуль	7
8	21	ИЗ «Евклидовы пространства»	1
8	22	ИЗ «Задачи многомерной геометрии»	1
8	23	КР «Евклидовы пространства»	1
8	24	ИЗ «Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом Лагранжа»	1
8	25	ИЗ «Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом Якоби и методом ортогонального преобазования»	1
8	26	ИЗ «Квадрики»	1
8	27	КЛ «Евклидовы пространства. Квадратичные формы и квадрики»	1
8	28	Баллы за выполнение ДЗ по темам модуля	1
8	29	Баллы за знание теоретического материала модуля	1
		Итог за 8 модуль	9
		Итоговый тест (зачет)	6
		Экзамен	30
		ИТОГ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	100

Оценки в семестре выставляются в соответствии с положением:
«отлично» - 85-100 баллов,
«хорошо» - 65-84 балла
«удовлетворительно» - 35 – 64 балла
«неудовлетворительно» - 0 – 34 баллов

2. КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ПРОГРАММНОГО МАТЕРИАЛА

1 семестр

Лекция 1. Тема «Числовые множества и бинарные алгебраические операции. Комплексные числа»

План

1. Числовые множества.
2. Бинарные алгебраические операции. Свойства операций.
3. Группа. Кольцо. Поле.
4. Построение поля комплексных чисел.
5. Алгебраическая форма комплексного числа.Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
6. Связь комплексных чисел и векторов. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
7. Показательная форма комплексного числа.

Цель

- Ввести понятие БАО и ее свойств. Привести примеры.
- Дать понятие об алгебраических структурах: группе, кольце, поле.
- Показать разрешимость уравнения $x^2+1=0$ в поле комплексных чисел.
- Построить поле комплексны чисел C.
- Показать связь комплексных чисел с векторами на плоскости.
- Вывести формулы сложения, умножения, деления и извлечения квадратного корня из алгебраической формы комплексного числа.
- Показать связь комплексных чисел в алгебраической форме с радиус-векторами на плоскости. Вывести тригонометрическую форму комплексного числа.
- Вывести формулы умножения, деления, формулы Муавра, извлечение корня n- ой степени из тригонометрической формы комплексного числа.
- Построить показательную форму комплексного числа и вывести формулы для умножения, деления и возведения в степень.
- Дать геометрическую интерпретацию действий над комплексными числами.

Лекция 2. «Группа подстановок. Определители»

План

1. Перестановки из *n* чисел. Группа подстановок. Знакопеременная группа.
2. Циклы. Разложение подстановок в произведение независимых циклов. Транспозиции.
3.Определитель n-го порядка. Вывод правил вычисления определителей 2 и 3 –го порядков.
4.Свойства определителей. Правило вычисления определителя треугольной матрицы.
5. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Безу. Теорема Вандермонда. Теорема Лапласа. Примеры вычисления определителей *n*-го порядка с помощью этих теорем.

Цель

- Ввести понятия: перестановки, подстановки, определителя n –го порядка.
- Привести пример конечной группы – симметрической группы *n*-ой степени и знакопеременной группы.
- Доказать правила вычисления определителей 2 и 3 порядка на основе определения определителя n-го порядка.
-Доказать теоремы Безу, Вандермонда. Сформулировать теорему Лапласа.
- Привести примеры вычисления определителей с помощью теоремы Безу и теоремы Лапласа.

Лекция 3. «Матрицы. Обратная матрица»

План
1. Виды матриц.
2. Действия над матрицами.
3. Обратная матрица. Метод вычисления обратной матрицы с помощью приписывания единичной матрицы.
4. Вывод формулы обратной матрицы.
5.Системы линейных уравнений (число неизвестных равно числу уравнений). Матричный способ решения.
6.Вывод формул Крамера

Цель
- Ввести понятие матрицы, способы обозначений матриц. Познакомить студентов с видами матриц.
- Ввести на множестве матриц операции сложения, умножения на число, умножение матриц. Доказать свойства действий.
- Привести примеры операций с матрицами.
- Обосновать способы вычисления обратной матрицы (2 способа).
- Научить студентов вычислять обратную матрицу 2-мя способами.
- Применить умение студентов вычислять обратную матрицу для решения систем линейных уравнений.
- Доказать формулы Крамера и научить применять для решения слу.

Лекция 4. «Арифметическое векторное пространство. Критерий совместности систем линейных уравнений»

План
1. Арифметическое векторное пространство. Примеры, свойства.
2. Линейная зависимость и независимость векторов.
3. Теоремы о линейной зависимости.
4. Задача, приводящая к решению слу. Метод Гаусса.
5. Определение, примеры и свойства базиса системы векторов.
6. Ранг системы векторов и ранг матрицы.
7. Теорема Кронекера – Капелли.

Цель
- Сформировать представление о понятии линейной зависимости векторов – как об основном понятии линейной алгебры.
- Вести понятия арифметического n-мерного векторного пространства и привести примеры пространств.
- Доказать свойства линейной зависимости векторов.
- Научить студентов решать системы линейных уравнений методом Гаусса.
- Сформировать представление о понятии базиса системы векторов – как об основном понятии линейной алгебры.
- Показать способы нахождения базиса и ранга системы векторов. Познакомить со способами отыскания ранга матрицы (метод элементарных преобразований, метод базисных миноров)..
- Доказать критерий совместности слу. свойства линейной зависимости векторов.
- Научить студентов применять критерий Кронекера – Капелли для исследования совместности однородных и неоднородных систем линейных уравнений.

Лекция 5. «Векторные пространства»

План
1. Определение векторного пространства. Примеры и свойства.
2. Базис и размерность векторного пространства. Примеры.
3. Координаты вектора. Изменение координат вектора при изменении базиса.

4. Подпространства векторного пространства. Линейная оболочка.
5. Пересечение и сумма подпространств. Размерность суммы. Прямая сумма подпространств.
6. Фундаментальная система решений пространства решений системы линейных однородных уравнений.
7. Линейное многообразие.

Цель

- Сформировать представление о понятии векторного пространства – как об основном понятии линейной алгебры.
- Привести примеры векторных пространств, их базисов.
- Доказать формулу преобразования координат вектора при изменении базиса.
- Сформировать представления о способах построения подпространств.
- Сформировать представление о способах построения подпространств – пересечение и сумма.
- Вести понятия линейного многообразия и на его основе представить определение линейного многообразия пространства решений слну.
- Доказать факт представления общего решения системы линейных неоднородных уравнений в виде суммы частного решения неоднородной системы и общего (фундаментального) решения соответствующей однородной системы.

Лекция 6. Тема: «Векторы на плоскости и в пространстве»

План:

1. Понятие свободного вектора.
2. Определение линейных операций. Основные свойства линейных операций.
3. Линейная зависимость и независимость векторов. Коллинеарные и компланарные векторы. Разложение векторов на компоненты.
4. Декартовы прямоугольные координаты на плоскости и в пространстве. Координаты векторов.
5. Условия коллинеарности и компланарности векторов.
6. Проекция отрезка. Расстояние между двумя точками. Вычисление площади треугольника. Деление отрезка в данном отношении.
7. Преобразование декартовых координат. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат.

Цель

- Сформировать понятие свободного вектора.
- Повторить свойства операций над векторами и способы построения суммы векторов, произведения вектора на число, вычитание векторов.
- Применить понятия линейной зависимости и независимости векторов к пространству направленных отрезков.
- Ввести понятия коллинеарных и компланарных векторов, базиса пространства направленных отрезков, разложение вектора по векторам базиса.
- Выразить линейные операции над векторами в координатах. Декартова система координат на плоскости и в пространстве.
- Доказать условия коллинеарности и компланарности векторов в координатах.
- Решить простейшие задачи аналитической геометрии. Рассмотреть их применение.

Лекция 7. Тема: «Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов»

План

1. Скалярное произведение и его основные свойства. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов.
2. Проекция вектора на вектор.

3. Векторное произведение и его основные свойства. Выражение векторного произведения через координаты перемножаемых векторов.
4. Смешанное произведение векторов: определение, алгебраические свойства, геометрические свойства, выражение в координатах, необходимое и достаточное условие компланарности векторов.

Цель

- Сформировать понятие о нелинейных операциях над векторами – скалярное, векторное и смешанное произведения.
- Познакомить студентов с геометрическими и алгебраическими свойствами этих операций.
- Выяснить геометрический и физический смысл скалярного, векторного и смешанного произведений векторов.

Лекция 8. Тема: «Прямая линия на плоскости»

План

1. Угловой коэффициент. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
2. Прямая как линия первого порядка. Общее уравнение прямой.
3. Неполное уравнение первой степени. Уравнение прямой «в отрезках».
4. Совместное исследование уравнений двух прямых. Угол между прямыми.
5. Нормальное уравнение прямой. Задача вычисления расстояния от точки до прямой.
6. Уравнение пучка прямых.

Лекция 9. Тема: «Эллипс. Гипербола. Парабола»

План

1. Определение эллипса и вывод его канонического уравнения.
2. Исследование формы эллипса. Геометрические свойства эллипса.
3. Параметрические уравнения эллипса.
4. Определение гиперболы и вывод ее канонического уравнения. Исследование формы гиперболы. Геометрические свойства гиперболы.
5. Вывод канонического уравнения параболы. Исследование формы параболы. Геометрические свойства параболы.
6. Полярное уравнение эллипса, гиперболы, параболы.
7. Примеры приведения общего уравнения линии второго порядка к каноническому виду.

Лекция 10. Тема: «Плоскость»

План

1. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости.
2. Уравнение плоскости в отрезках, уравнение плоскости через три точки.
3. Нормальное уравнение плоскости.
4. Взаимное расположение плоскостей. Угол между плоскостями.
5. Расстояние от точки до плоскости.

Лекция 11. Тема: «Прямая линия в пространстве.»

План

1. Уравнения прямой.
2. Направляющий вектор прямой.
3. Канонические уравнения прямой.
4. Параметрические уравнения прямой.
5. Взаимное расположение прямых.
6. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.

Лекция 12. Тема: «Поверхности 2-го порядка»

План

1.Каноническое уравнение эллипсоида. Виды эллипсоидов.
2. Уравнение гиперболоида. Однополостный и двухполостный гиперболоид.
3. Уравнения параболоидов.
4. Эллиптический и гиперболический параболоиды.
5. Цилиндры второго порядка (эллиптический, гиперболический и параболический).
6. Конус второго порядка. Уравнение конуса. Круглый конус.
7. Пересечение поверхностей. Классификация поверхностей 2-го порядка.

Лекция 13. Тема: «Многочлены над областью целостности и полем»

План:

1. Кольцо многочленов над областью целостности. Корни многочленов.
2. Теорема Безу. Схема Горнера.
3. Многочлены над полем. Деление многочленов с остатком.
4. НОД и НОК многочленов. Алгоритм Евклида.
5. Отделение кратных множителей.
1. Многочлены над полем С. Решение уравнений 3 и 4 степени.
2. Многочлены с действительными коэффициентами.
3. Рациональные корни многочлена.

Цель

-Сформировать представления у студентов об особенностях многочленов над полем комплексных чисел, многочленов с действительными коэффициентами, многочленов над полем рациональных чисел.

- Научить находить корни многочленов.

- Познакомить студентов с приемами решения уравнений 3 и 4 степеней, показать невозможность решения уравнений выше 4 степени «в радикалах».

Лекция 14. Тема: «Линейные операторы»

План

1. Понятие линейного оператора. Существование линейного оператора.
2. Примеры линейных операторов. Свойства.
3. Матрица линейного оператора.
4. Изменение матрицы линейного оператора при изменении базиса.
5. Понятие обратимого (невырожденного) линейного оператора. Условие невырожденности. Область значения линейного оператора. Ранг.
6. Ядро линейного оператора. Дефект.

Цель

- Сформировать представление о линейном операторе векторного пространства – основном понятии линейной алгебры.

- Привести примеры линейных операторов различных векторных пространств.

-Доказать факт соответствия линейного оператора и соответствующей квадратной матрицы.

- Сформировать представление о невырожденном линейном операторе векторного пространства. Привести примеры.

- Доказать свойства образа и ядра линейного оператора. Показать связь размерности пространства, образа и ядра.

Лекция 15. Тема: «Собственные векторы и собственные значения линейного оператора»

План

1. Собственные векторы и собственные значения.
2. Характеристический многочлен матрицы линейного оператора.
3. Собственные значения симметрической матрицы.

4. Приведение матрицы к диагональной форме.

Цель

-Показать роль собственных векторов.

- Познакомить со способом нахождениями собственных значений.

- Доказать вещественность корней характеристического уравнения с симметрической матрицей.

-Показать условия возможности приведения матрицы линейного оператора к диагональной форме.

Лекция 16-17. Тема: «Евклидовы пространства»

План

1. Понятие евклидова пространства. Скалярное произведение.
2. Длина вектора, Угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Понятие метрического пространства.
3. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Ортогонально-дополнительное пространство.
4. Квадратичные формы и их матрицы. Преобразование квадратичной формы при линейной замене переменных. Неизменяемость ранга квадратичной формы при выполнении невырожденного преобразования. Канонический вид квадратичной формы. Теорема Лагранжа. Метод Лагранжа и метод Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду.
5. Метод ортогонального преобразования квадратичной формы к каноническому виду.
6. Закон инерции.

Цель

- Выяснить особенности евклидовых пространств.

- Показать возможность задавать скалярное произведение разными способами.

- Познакомить студентов с понятием нормы вектора.

-Показать роль ортогонального базиса в определении скалярного произведения.

-Доказать способ построения ортогонального базиса.

-Показать способы решения некоторых задач многомерной геометрии.

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1 семестр

Практическое занятие 1. Тема: «Комплексные числа».

План:

1. Актуализация опорных знаний.

2. Решение задач на действия с алгебраической формой комплексного числа. (Кван Н.В. Введение в алгебру. Часть 1. Учебное пособие. – Благовещенск: Изд-во АмГУ. 2008, стр.32-47)

3. Решение задач на действия с тригонометрической формой комплексного числа. (Кван Н.В. Введение в алгебру. Часть 1. Учебное пособие. – Благовещенск: Изд-во АмГУ. 2008, стр.47-57)

Задачи для решения:

1. Выполнить действия в алгебраической форме:

а) $\sqrt{-15+8i}$; б) $\dfrac{(2-i)(i+3)}{1+i}$.

2. Выполнить действия в тригонометрической форме:

а) $(1+i\sqrt{3})^{15}$; б) $\sqrt[4]{-16}$; в) $\sqrt[3]{2-2i}$.

3. Решить квадратные уравнения:

а) $2x^2+2x+1=0$; б) $x^2-(5-3i)x+(4-7i)=0$.

4. Составить квадратное уравнение с действительными коэффициентами, имеющее одним из корней выражение $x_1=\dfrac{5+i\sqrt{3}}{5-i\sqrt{3}}$.

5. Найти значение многочлена $x^{20}-5x^{12}-6x^9+27x^6+13x^3-10$ при $x=i$.

6. Представить в тригонометрической форме числа:

1) $4-4i$; 2) $\sqrt{3}-i$; 3) 6; 4) $-1+i$; 5) $-3-4i$.

7. Решить систему:

$$\begin{cases}(2-i)x+(3+i)y=4-2i;\\(5+2i)x-(2-3i)y=5i.\end{cases}$$

8. Выполнить указанные действия:

1) $(-1+i\sqrt{3})^3$; 2) $(1+i)^{22}$; 3) $f(z)=(z-1)^5+z^5$. Найти $f(1-i)$.

9. Найти и изобразить на комплексной плоскости все значения следующих корней:

1) $\sqrt[4]{-1}$; 2) $\sqrt[7]{1-i}$; 3) $\sqrt[5]{32}$; 4) $\sqrt{3+4i}$; 5) $\sqrt{\dfrac{2i}{1+i}}$.

10. Решить квадратное уравнение: $z^2+(1-2i)z-2i=0$, корни уравнения записать во всех известных формах и изобразить графически.

11. Построить множества точек, удовлетворяющих указанным соотношениям:

1) $|z+2i|=1$; 2) $\arg(z)=\dfrac{\pi}{3}$; 3) $|z|<1-\mathrm{Re}(z)$; 4) $|z-1|+|z-3|=4$.

Проверочная работа:

1. Дайте геометрическую интерпретацию следующих неравенств:

а) $|z_1+z_2|\le|z_1|+|z_2|$; б) $|z_1-z_2|\ge\big||z_1|-|z_2|\big|$; в) $|z-1|\le|\arg z|$, если $|z|=1$.

2. Запишите с помощью неравенств следующие множества точек на комплексной плоскости:

а) полуплоскость, расположенная строго левее мнимой оси;

б) первый квадрант, не включая координатных осей;

в) множество точек, отстоящих от мнимой оси на расстоянии, меньшем двух;

г) полукруг радиуса 1 (без полуокружности) с центром в точке О, расположенный не выше действительной оси.

3. Указать на комплексной плоскости геометрическое место точек, удовлетворяющих соотношениям:

$|z+5|=1$; $|z-2i|=2$; $|z-1+6i|=3$; $|z+3-3i|\le 2$; $|z-1-i|>4$; $1<|z+1+2i|\le 2$; $0<|z+i|<1$;

$|z+i|+|z-i|=4$; $\left|\dfrac{z+i}{z-i}\right|=3$;

$|\operatorname{Re} z| > 1$; $-1 \le \operatorname{Im} z \le 5$; $\begin{cases} \operatorname{Im} z \ge 2 \\ \operatorname{Re} z \langle 0 \end{cases}$; $-\frac{\pi}{2} \le \arg z < \frac{3\pi}{4}$; $\begin{cases} \frac{\pi}{4} \langle \arg z \langle \pi \\ |z-i| = 2 \end{cases}$; $\operatorname{Re}\frac{z-2i}{z+2i} = 0$;

$\operatorname{Im}\frac{z-1+i}{z-3i} = 0$; $0 \le \operatorname{Re} 3iz \le 2$; $\operatorname{Im} iz < 2$; $\begin{cases} |z+1+i\sqrt{3}| \le 3 \\ \operatorname{Im} z \ge -\frac{1}{2} \end{cases}$; $\begin{cases} |z-4+i| \le \operatorname{Im} z \\ \operatorname{Re}(z-6+4i) \ge \operatorname{Im}(z-6+4i) \end{cases}$;

$\begin{cases} |z+2-3i| \ge \operatorname{Re} z \\ \operatorname{Im}(z+3-i) \ge 3\operatorname{Re}(z+3-i) \end{cases}$.

Практическое занятие 2. Тема: «Действия с подстановками. Вычисление определителей».

План:
1. Актуализация опорных знаний.
2. Решение задач на вычисление определителей 2 и 3 порядков.
3. Решение систем линейных уравнений с 2 и 3 переменными. (Кван Н.В. Введение в алгебру. Часть 2. Учебное пособие. – Благовещенск: Изд-во АмГУ. 2009, стр.11-19)
4. Решение задач на действия с подстановками, вычисление определителей. (Кван Н.В. Введение в алгебру. Часть 2. Учебное пособие. – Благовещенск: Изд-во АмГУ. 2009, стр.3-10, стр.19-27)

Задачи для решения:
1. Вычислить определители второго порядка:

а) $\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 6 & -7 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} \sin\alpha & -\cos\beta \\ \sin\alpha & \sin\beta \end{vmatrix}$; в) $\begin{vmatrix} 1+\sqrt{2} & 2-\sqrt{3} \\ 2+\sqrt{3} & 1-\sqrt{2} \end{vmatrix}$; г) $\begin{vmatrix} 1-a & 1 \\ a^3 & 1+a+a^2 \end{vmatrix}$.

2. Вычислить определители третьего порядка:

а) $\begin{vmatrix} -11 & 2 & -3 \\ 7 & 2 & -4 \\ -1 & 6 & 2 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} -4 & -8 & 2 \\ 3 & -6 & 5 \\ -2 & 4 & -3 \end{vmatrix}$.

3. Решить систему по формулам Крамера: а) $\begin{cases} 3x+2y=1, \\ 5x+y=-1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 11x-4y=10, \\ -5x-6y=8. \end{cases}$

4. Какие отображения являются подстановками:
а) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

5. Перемножить подстановки в прямом и обратном порядке:
а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 4 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$;
б) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 & 6 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 4 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Найти обратные подстановки:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 2 & 3 & 4 & \dots & 1 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ n & n-1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$.

6. Представить подстановку в виде независимых циклов и определить четность подстановки:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 7 & 4 & 5 & 3 & 6 & 8 & 2 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$,

в)(18)(17)(16)(15)(14)(13)(12), г) (12)(23)(34)(45)(56)(67)(78).

7. Определить число инверсий в подстановке:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, б) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, в) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

8. Вычислить определитель приведением к треугольному виду и разложением по строке или столбцу:

$$\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}. \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{vmatrix}.$$

9. Вычислить определители приведением к треугольному виду:

а) $\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 \\ 1 & 0 & -7 & 5 \\ -1 & 6 & -3 & 2 \\ 4 & 8 & -6 & 1 \end{vmatrix}$.

10. Вычислить определители разложением по строке или столбцу:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & -3 & 9 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 6 & 10 \\ 2 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$.

11. Применяя теорему Лапласа, вычислить определители:

а) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 11 & 0 & 2 \\ 1 & 9 & 3 & 7 & 6 \\ 0 & 0 & 6 & 0 & 1 \\ 5 & -4 & 8 & 2 & 10 \\ -1 & 1 & -2 & 3 & 9 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 8 & -4 & -9 & -5 & 4 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ -7 & 0 & 1 & 0 & 7 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & -5 \\ 11 & 18 & -12 & -9 & 3 \end{vmatrix}$

Практическое занятие 10. Тема: «Действия над матрицами».

План:
1. Актуализация опорных знаний.
2. Решение задач на действия с матрицами. Вычисление обратной матрицы 2-мя способами. (Кван Н.В. Введение в алгебру. Часть 2. Учебное пособие. – Благовещенск: Изд-во АмГУ. 2009, стр.46-59)
3. Решение задач на действия с матрицами. Вычисление обратной матрицы 2-мя способами. (Кван Н.В. Введение в алгебру. Часть 2. Учебное пособие. – Благовещенск: Изд-во АмГУ. 2009, стр.61-70)
Зада Решение задач на действия с матрицами. Вычисление обратной матрицы 2-мя способами. (Кван Н.В. Введение в алгебру. Часть 2. Учебное пособие. – Благовещенск: Изд-во АмГУ. 2009, стр.61-70)
Задачи для решения:

1. Вычислите $AB - BA$:

а) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \\ -1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$; б) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Найти матрицу $A^2 + 4A^T + E$:

а) $\begin{pmatrix} -2 & -3 & 7 \\ -10 & 6 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 4 & -8 & 1 \\ -1 & 5 & 3 \\ 12 & 0 & -5 \end{pmatrix}$.

3. Найти обратную матрицу методом приписывания единичной матрицы и сделать проверку:

а) $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -8 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -5 & 0 \\ 3 & -1 & 7 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу 2-мя способами и сделать проверку:

а) $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$.; б) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 4 \\ 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}$.

5. Решить матричное уравнение:

а) $X\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -5 & 2 \\ -1 & 7 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & -4 \\ 6 & 8 & 10 \end{pmatrix}$; б) $X\begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -4 \\ 13 & 1 & 10 \\ 12 & 2 & 8 \end{pmatrix}$.

Практическое занятие 4. Тема: «Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера, матричным методом и методом Гаусса».

План:
1. Актуализация опорных знаний.
2. Решение систем уравнений по формулам Крамера и матричным методом. (Кван Н.В. Введение в алгебру. Часть 2. Учебное пособие. – Благовещенск: Изд-во АмГУ. 2009, стр.70-71)
3. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса, исследование систем линейных уравнений с параметрами
Задачи для решения:
1. Решить систему уравнений по формулам Крамера:

а) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5. \end{cases}$

2. Исследовать совместность данной системы и, в случае ее совместности, найти общее решение и одно частное решение. Сделать проверку.

а) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 2, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 3, \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 5, \\ 6x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 7, \\ 4x_1 - 2x_2 + 14x_3 - 31x_4 = 18. \end{cases}$

3. Исследовать систему с параметром и решить ее в случае совместности.

а) $\begin{cases} (1+a)x + y + z = a^2 + 3a, \\ x + (1+a)y + z = a^3 + 3a^2, \\ x + y + (1+a)z = a^4 + 3a^3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} (3a-1)x + 2ay + (3a+1)z = 1, \\ 2ax + 2ay + (3a+1)z = a, \\ (a+1)x + (a+1)y + 2(1+a)z = a^2; \end{cases}$

Проверочная работа:

1) Решить системы уравнений а) $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 4, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 3, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = -6. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = -1, \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0. \end{cases}$

Практическое занятие 5. Тема «Арифметическое векторное пространство. Линейная зависимость и независимость векторов».

План:
1. Математический диктант;

I. Закончить фразу:
1. Линейно независимая система векторов коллинеарные вектора содержать (может, не может).
2. Если система векторов содержит компланарные вектора, то система является (какой?).
3. Линейно зависимая система векторов нулевой вектор содержать (может, не может).

4. Линейно независимая система векторов своей частью систему линейно зависимых векторов содержать (может, не может).

5. Если часть системы векторов линейно независима, то вся система векторов будет (какой?).

П. Что можно сказать:

1. о системе векторов *a,b,c* если *2a+b-c=0*;
2. о числах α и β,если для векторов *a* и *b* верны равенства. $b=\alpha a$ и $b=\beta a$.
3. о числах x, y, z, x_1, y_1, z_1, если для векторов *a,b,c,d* верны равенства d=xa+yb+zc и $d=x_1a+y_1b+z_1c$.

2. Решение задач на свойства линейно зависимых и независимы систем векторов.
3. Определение базиса и ранга систем векторов. Вычисление ранга матрицы.
4. Нахождение пространства решений слоу и линейного многообразия слну.

Задачи для решения:

1.Показать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе.

а) $\vec{a}$ = (-3, 4 , 7), $\vec{b}$ = (0, -8, 11), $\vec{c}$ = (13, 1, 5), $\vec{d}$ = (-19, -1, 20).

б) $\vec{a}$ = (4, 0 , 9), $\vec{b}$ = (10, -7, 2), $\vec{c}$ = (-1, 1, 14), $\vec{d}$ = (-25, 20, -11).

2. Выяснить, являются ли следующие системы векторов линейно независимыми:

а) $a_1=(4,-5,2,6),\quad a_2=(2,-2,1,3),\quad a_3=(6,-3,3,9),\quad a_4=(4,-1,5,6);$

б) $a_1=(1,0,0,2,5),\quad a_2=(0,1,0,3,4),\quad a_3=(0,0,1,4,7),\quad a_4=(2,-3,4,11,12).$

3. Найти общее решение однородной системы линейных уравнений и фундаментальную систему решений.

а) $\begin{cases} x_1+2x_2 \qquad\quad -3x_4+2x_5=0, \\ x_1-x_2-3x_3+x_4-3x_5=0, \\ 2x_1-3x_2+4x_3-5x_4+2x_5=0. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1+x_2-2x_3+x_4-x_5=0, \\ 2x_1-x_2+7x_3-3x_4+5x_5=0, \\ x_1+3x_2-2x_3+5x_4-7x_5=0. \end{cases}$

4. Найти базис пространства решений $\begin{cases} 3x_1+4x_2-5x_3+7x_4=0 \\ 2x_1-3x_2-3x_3-2x_4=0 \\ 4x_1+11x_2-13x_3+16x_4=0 \\ 7x_1-2x_2+x_3+3x_4=0 \end{cases};$

5. Найти линейное многообразие решений $\begin{cases} 4x_1+11x_2-13x_3+16x_4=5 \\ 3x_1+4x_2-5x_3+7x_4=1 \\ x_1+7x_2-8x_3+9x_4=6 \end{cases}.$

Практическое занятие 6-7. Тема «Векторы».

План

1. Актуализация опорных знаний.
2. Решение задач по теме «Векторы».
3. Решение задач по теме «Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов»

Задачи для решения:

1. По данным векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ построить векторы:

а) $\vec{a}+\vec{b}$; б) $\vec{a}-\vec{b}$; в) $\vec{b}-\vec{a}$; г) $2{,}5\vec{a}+1{,}5\vec{b}$; д) $-3\vec{a}+\vec{b}$; е) $1{,}5\vec{a}-2\vec{b}$; ж) $\frac{1}{2}\vec{a}-3\vec{b}$.

2. Дано: *ABCD* - параллелограмм, *E* – точка пересечения диагоналей *AC* и *BD*. Найти векторы:

а) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{ED}$; б) $2\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{AD}$; в) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{EC}$; г) $\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{ED}$.

3. Дано: *ABCD* - параллелограмм, *O* – точка пересечения диагоналей *AC* и *BD, M* – середина *BO*. Выразить $\overrightarrow{CM}$ через $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$.

4. Пусть точка *O* – центр правильного шестиугольника *ABCDEF*. Найти сумму векторов $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}$.

5. Доказать, что:

а) в треугольнике *ABC* медианы *AK*, *CM* и *BN* пересекаются в одной точке;

б) если точка *Q* – точка пересечения медиан треугольника *ABC,* то $\overrightarrow{QA}+\overrightarrow{QB}+\overrightarrow{QC}=\vec{0}$.

6. Пусть A, B, C, D – некоторые точки плоскости или пространства, *M* – середина отрезка *AB, N* – середина отрезка *CD, O* – середина *MN*. Доказать, что:

а) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$;б) $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}$.

7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - параллелепипед. Указать вектор, равный сумме:

а) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{DD_1}+\overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{A_1D_1}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}$.

8. $DABC$ – тетраэдр. Изобразить векторы:

9. Даны: $|\vec{a}|=11$, $|\vec{b}|=23$, $|\vec{a}+\vec{b}|=20$. Вычислить: $|\vec{a}-\vec{b}|$.

10. Дано: $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=3$, векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол 150 ^{0}. Вычислить: $|\vec{a}+\vec{b}|$ и $|\vec{a}-\vec{b}|$

.11. Вычислить скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, зная, что $\vec{a}=3\vec{p}-2\vec{q}$ и $\vec{b}=\vec{p}+4\vec{q}$, где $\vec{p}$ и $\vec{q}$ - единичные взаимно перпендикулярные векторы.

12. Зная, что векторы $\vec{p}$ и $\vec{q}$, длины которых равны $|\vec{p}|=6\sqrt{2}$ и $|\vec{q}|=3$, образуют угол $\varphi=\dfrac{3\pi}{4}$, найти:

а) $(-\vec{p}-2\vec{q})(\frac{1}{2}\vec{p}+\vec{q})$; б) $(4\vec{p}+3\vec{q})^2$; в) $(\vec{p}-\vec{q})^2$.

13. Вычислить длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}=5\vec{p}+2\vec{q}$ и $\vec{b}=\vec{p}-3\vec{q}$, если известно, что $|\vec{p}|=2\sqrt{2}$, $|\vec{q}|=3$ и $(\widehat{\vec{p};\vec{q}})=\dfrac{\pi}{4}$.

14. Зная, что $|\vec{p}|=2$ и $|\vec{q}|=5$ и $(\widehat{\vec{p};\vec{q}})=\dfrac{2\pi}{3}$, определить при каком значении λ векторы $\vec{a}=\lambda\vec{p}+17\vec{q},\quad \vec{b}=3\vec{p}-\vec{q}$ взаимно перпендикулярны.

15. Найти угол между векторами $\vec{p}=\vec{a}(\vec{b}\vec{c})-\vec{b}(\vec{a}\vec{c})$ и $\vec{c}$.

16. Даны точки $A(2;-1;3)$, $B(1;-4;-2)$, $C(0;-5;1)$. Вычислить:

а) $(\overrightarrow{BA}+2\overrightarrow{AC})(-\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{BC})$; б) $\sqrt{\overrightarrow{AB}^2}$.

17. Даны точки $A(5;-1;1)$, $B(0;-4;-2)$, $C(1;-2;1)$. Вычислить внутренний угол *B* и внешний угол *C* треугольника *ABC*.

18.Найти вектор $\vec{p}$, удовлетворяющий условиям $\vec{p}\vec{a}=-8,\quad \vec{p}\vec{b}=-3,\quad \vec{p}\vec{c}=-1$, где $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{c}=2\vec{i}+\vec{j}+3\vec{k}$.

19. Найти координаты вектора $\vec{x}$, коллинеарного вектору $\vec{a}=\{2,1,-1\}$, и удовлетворяющего условию $\vec{x}\vec{a}=3$.

20. Найти вектор $\vec{x}$, зная, что он перпендикулярен векторам $\vec{a}=\{2,3,-1\}$ и $\vec{b}=\{1,-2,3\}$ и удовлетворяет условию $(\vec{x},2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k})=-6$.

21. Найти условие, при котором угол между векторами $\vec{m}=\{7;5x;x\}$ и $\vec{n}=\{-12;1;x\}$ больше 90^0.

22. Даны три силы, приложенные к одной точке, $\vec{F_1}=\{1;-3;4\}, \vec{F_2}=\{-2;-1;11\}, \vec{F_3}=\{-6;4;-1\}$. Вычислить работу равнодействующей этих сил, когда точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения $A(4;8;-2)$ в положение $B(-2;5-1)$.

23. Найти проекции вектора $\vec{a}=\{-2;1;-2\}$ на координатные оси.

24. Найти проекцию вектора $\vec{a}=\{0;-1;5\}$ на ось вектора $\vec{a}=\{6;0;-8\}$.

25. Найти модуль векторного произведения $\left|\left[\vec{a}\vec{b}\right]\right|$, если:

а) $|\vec{a}|=2\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=3$ и $(\vec{a};\widehat{\;}\vec{b})=\dfrac{\pi}{3}$; б) $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=3\sqrt{2}$ и $(\vec{a};\widehat{\;}\vec{b})=\dfrac{3\pi}{4}$.

26. Найти модуль векторного произведения $\left|\left[\vec{a}\vec{b}\right]\right|$, если:

а) $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=\dfrac{1}{3}$ и $\vec{a}\vec{b}=1$; б) $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=2\sqrt{3}$ и $\vec{a}\vec{b}=-12$.

27.Найти скалярное произведение $\vec{a}\vec{b}$, если:
а) $|\vec{a}|=6$, $|\vec{b}|=3\sqrt{3}$ и $\left|\left[\vec{a}\vec{b}\right]\right|=9\sqrt{3}$; б) $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=15$ и $\left|\left[\vec{a}\vec{b}\right]\right|=36$.

28. Дано: $|\vec{a}|=4$, $|\vec{b}|=3$ и $(\vec{a};\widehat{\;}\vec{b})=\dfrac{\pi}{6}$. Найти:

а) $\left|\left[(\vec{a}-\vec{b})(\vec{a}+\vec{b})\right]\right|$; б) $\left|\left[(2\vec{a}+5\vec{b})(3\vec{a}-4\vec{b})\right]\right|$; в) $\left[\vec{a}\vec{b}\right]^2$; г) $\left[(2\vec{a}-\vec{b})(\vec{a}-2\vec{b})\right]^2$.

29. Дано: векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны, $|\vec{a}|=10$, $|\vec{b}|=12$. Найти:

а) $\left|\left[(\vec{a}-\vec{b})(\vec{a}+\vec{b})\right]\right|$; б) $\left|\left[(-\vec{a}+3\vec{b})(2\vec{a}-5\vec{b})\right]\right|$.

30. Доказать, что $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$ тогда и только тогда, когда $[\vec{a},\vec{b}]=[\vec{b},\vec{c}]=[\vec{c},\vec{a}]$.

31. Доказать, что если $[\vec{a},\vec{b}]=[\vec{c},\vec{d}]=[\vec{a},\vec{c}]=[\vec{b}\,\vec{d}]$, то векторы $\vec{a}-\vec{d}$ и $\vec{b}-\vec{c}$ коллинеарны.

32. Установить, компланарны ли векторы $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$:

а) $\vec{a}=(-2,5,-3)$, $\vec{b}=(1,-14,-2)$, $\vec{c}=(1,9,-1)$;б) $\vec{a}=(3,-2,0)$, $\vec{b}=(2,1,7)$, $\vec{c}=(5,-1,2)$.

33. Доказать, что точки $A\,(1,2,-1)$, $B(0,1,5)$, $C(-1,2,1)$, $D(2,1,3)$ лежат в одной плоскости.

Практическое занятие 8. Тема «Простейшие задачи в координатах. Декартова, полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. Прямая линия на плоскости»

План
1. Актуализация опорных знаний.
2. Решение задач.
3. Тест

ТЕСТ ПО ТЕМЕ «ПРЯМАЯ ЛИНИЯ НА ПЛОСКОСТИ»

1. Какой прямой принадлежит точка $A(2;-5)$:
1) $2x-3y+19=0$; 2) $-2x-3y-19=0$;
3) $2x-3y-19=0$; 4) $2x-3y+11=0$.
2. Угловой коэффициент прямой $3x+2y-6=0$ равен:
1) $\frac{2}{3}$; 2) $-\frac{3}{2}$; 3) $\frac{3}{2}$; 4) $-\frac{2}{3}$.
3. Длина отрезка, отсекаемого на оси OY прямой $5x+3y+2=0$, равна:
1) $-\frac{2}{3}$; 2) $-\frac{3}{2}$; 3) 2,5; 4) 2.
4. Среди пар прямых выбрать параллельные:
1) $4x-5y-6=0$ и $8x+10y+7=0$; 2) $3x+6y-1=0$ и $y=-0{,}5x+7$;
3) $y=3x$ и $y=-\frac{1}{3}x+1$; 4) $x-y=0$ и $x=0$.
5. Дана прямая $4x-5y+1=0$. Найти угловой коэффициент перпендикулярной прямой:
1) $-0{,}8$; 2) $1{,}25$; 3) 0,25; 4) -1,25.
6. Координаты точки $A(-2;3)$ симметричной относительно прямой $x+y-3=0$:
1) $(2;5)$; 2) $(-2;9)$; 3) $(2;-3)$; 4) $(6;1)$.
7. Пряма проходящая через точки $A(2;3)$ и $B(-1;-4)$ имеет вид:
1) $7x-3y-6=0$; 2) $x-y-1=0$;
3) $x+y-5=0$; 4) $7x-3y-5=0$.
8. Угол, образованный прямыми $3x-y+5=0$ и $2x+y-7=0$, равен:
1)135^{o}; 2) 30^{o}; 3) 45^{o}; 4) 90^{o}.
9. При каком значении параметра a прямая параллельна
$(a+2)x+(a^2-9)y+3a^2-8a+5=0$ оси ординат:
1) -2; 2) ± 3; 3) 1 и $\frac{5}{3}$; 4) 1.
10. При каком значении параметра a прямая проходит через начало координат
$ax+(a^2-6a+9)y+a^2-5a+6=0$ оси ординат:
1) 0; 2) 3; 3) ± 3; 4) 2 и 3.
11. Уравнение прямой $x-10y+5=0$ «в отрезках» имеет вид:
1) $\frac{x}{5}+\frac{y}{-0{,}5}=1$; 2) $\frac{x}{-5}+\frac{y}{2}=1$; 3) $x-10y=-5$; 4) $\frac{x}{-5}+\frac{y}{0{,}5}=1$.
12. Уравнение прямой, проходящей через точку $A(8;6)$ и отсекающей от координатного угла треугольник с площадью 12 кв. ед.:
1) $3x+y-12=0$; 2) $3x+8y+24=0$; 3) $3x-2y-12=0$; 4) $3x-2y=0$.
13. Определить какое из уравнений является нормальным:
1) $-\frac{5}{13}x+\frac{12}{13}y-2=0$; 2) $\frac{2}{5}x-\frac{3}{5}y-1=0$; 3) $x-2=0$; 4) $y+2=0$.

14.Расстояние между параллельными прямыми $5x-12y+26=0$ и $5x-12y-13=0$ равно:
1) 13; 2) 39; 3) 0; 4) 3.
15. При каком значении *a* прямые $2x-y+3=0,\ x+y+3=0$ и $ax+y-13=0$ пересекаются в одной точке:
1) -7; 2) 7; 3) 1; 4) 0.

4. Проверочная работа:

Даны координаты вершин треугольника *ABC A* (-5;-1), *B* (5;6), *C* (3;-4). Найти:
а) уравнение (с угловым коэффициентом, общее, в «отрезках», нормальное, полярное) и длину каждой стороны; б) уравнения высот; в) уравнения медиан и координаты их точки пересечения; г) уравнения биссектрис внутренних углов треугольника и его внешнего угла при вершине *A*; д) уравнения серединных перпендикуляров; е) уравнение прямой, проходящей через вершину *C*, параллельно прямой *AB*; ж) координаты точки пересечения медианы *AM* и высоты *BH*; з) угол между медианой *AM* и высотой *BH*; и) координаты центра вписанной и описанной окружности; к) радиус вписанной и описанной окружности; л) площадь треугольника. Сделать чертеж.

Практическое занятие 9. «Эллипс. Гипербола. Парабола»

План

1. Актуализация опорных знаний.
2. Решение задач по теме «эллипс».
3. Решение задач по теме «Гипербола».
4. Решение задач по теме «Парабола».

Задачи для решения:

Построить линии:

а) $x^2+y^2=16;$ б) $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{16}=1;$ в) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{25}=1;$ г) $x^2+4y^2=16;$

д) $9x^2+25y^2=225;$ е) $\dfrac{(x-2)^2}{16}+\dfrac{(y-5)^2}{25}=1;$ ж) $(x+3)^2+(y-4)^2=9;$

з) $9x^2-18x+9y^2+36y-99=0;$ и) $2x^2+y^2-4x+4y-26=0;$

к) $3x^2+27y^2+6x-54y-78=0.$

2. Построить линии:

а) $x=\sqrt{25-y^2};$ б) $-y=\sqrt{4-x^2};$ в) $y=-\sqrt{7-x^2-6x};$

г) $y=3+\dfrac{1}{2}\sqrt{-2x^2+4x+10};$ д) $x=-2-\dfrac{3}{4}\sqrt{12-4x-x^2}.$

3. Определить полуоси, координаты вершин и фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис каждого из следующих эллипсов:

а) $\dfrac{x^2}{225}+\dfrac{y^2}{144}=1;$ в) $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{64}=1;$ г) $9x^2+25y^2=5625;$ е) $\dfrac{(x+10)^2}{144}+\dfrac{(y-5)^2}{81}=1;$ ж) $25(x+3)^2+9(y+2)^2=8100.$

4. а) $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1;$ б) $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{36}=1;$ в) $-\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{36}=1;$ г) $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{8}=-1;$

д) $4x^2-y^2=16;$ е) $-9x^2+25y^2=225;$ ж) $\dfrac{(x-4)^2}{4}-\dfrac{(y+3)^2}{9}=1;$

з) $-\dfrac{(x+2)^2}{25}+\dfrac{(y-5)^2}{12}=1;$ и) $6x^2-18x-6y^2+36y-64{,}5=0;$

к) $4x^2-y^2+8x-4y+16=0;$ л) $-3x^2+27y^2+6x-54y+51=0.$

5. Построить линии:

а) $-x=\sqrt{36+y^2};$ б) $-y=2\sqrt{4+x^2};$ в) $y=3\sqrt{13+x^2+6x};$

г) $-x=-3+\dfrac{3}{2}\sqrt{2y^2+4y+\dfrac{153}{16}};$ д) $y=1-\dfrac{3}{4}\sqrt{4x+x^2}.$

6. Определить полуоси, координаты вершин и фокусов, эксцентриситет, уравнения асимптот и директрис для каждой из гипербол:

а) $\dfrac{x^2}{441}-\dfrac{y^2}{784}=1;$ б) $-\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{144}=1;$ в) $\dfrac{49}{9}x^2-\dfrac{49}{16}y^2=25;$ е) $\dfrac{(x+1)^2}{144}-\dfrac{(y-4)^2}{81}=-1;$ ж) $16(x+3)^2-9(y+2)^2=2306.$

7. Построить линии:

а) $y^2=2x;$ б) $x^2=\dfrac{1}{2}y;$ в) $y^2=-4x;$ г) $x^2=-3y;$

д) $(x-2)^2=\dfrac{2}{3}(y+4);$ е) $(y+5)^2=-(y-3);$ ж) $x^2-6x+8=y;$

з) $2y^2+4y+3=y;$ и) $6x^2-18x+2y+1{,}5=0;$

к) $4y^2-16y-x+16=0.$

8. Построить линии:

а) $x=3\sqrt{-2y};$ б) $-x=5\sqrt{y};$ в) $y=-\sqrt{-x};$ г) $y=\dfrac{1}{2}\sqrt{y+1};$

д) $y=-1-\dfrac{1}{3}\sqrt{6-2x};$ е) $x=1{,}5+\dfrac{1}{3}\sqrt{x+2};$ ж) $y=4+2\sqrt{1-0{,}5x}.$

9. Составить уравнение параболы, имеющей вершину в начале координат, зная, что:

а) парабола расположена в правой полуплоскости, симметрично относительно оси Ox и имеет параметр $p=4;$

б) парабола расположена в левой полуплоскости, симметрично относительно оси Ox и имеет параметр $p=0{,}25;$

в) парабола расположена в верхней полуплоскости, симметрично относительно оси Oy и имеет параметр $p=1{,}5;$

г) парабола расположена в нижней полуплоскости, симметрично относительно оси Oy и имеет параметр $p=1;$

д) парабола расположена симметрично относительно оси Ox и проходит через точку M (-2; $\dfrac{1}{2}$).

Практическое занятие 10. Тема «Плоскость».

План
1. Актуализация опорных знаний.
2. Построение плоскостей.
3. Решение задач по теме «Плоскость».
4. Проверочная работа.

Практическое занятие 11. Тема «Прямая линия в пространстве»

План
1. Актуализация опорных знаний.
2. Построение плоскостей.
3. Решение задач по теме «Прямая линия».
4. Проверочная работа.

Практическое занятие 12. Тема «Поверхности 2-го порядка»

План
1. Актуализация опорных знаний.
2. Построение эллипсоидов.
3. Построение гиперболоидов – однополостного и двуполостного.
4. Построение параболоидов – эллиптического и гиперболического.
5. Построение конусов и цилиндров.
6. Решение задач по теме «Пересечение поверхностей»
7. Тест по теме «Поверхности 2-го порядка»

1. Координаты центра сферы $x^2+y^2+z^2-4x+2y+6z-11=0$ равны
1) (2; 1; 3); 2) (-2; 1; 3); 3) (2; -1; -3); 4) (-2; -1; -3).

2. Среди уравнений линий выбрать уравнения эллипсоида
1) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{25}=-1$; 2) $-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{25}=-1$; 3) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{9}=-1$; 4) $x^2+y^2+z^2=9$.

3. Среди уравнений линий выбрать уравнения однополостного гиперболоида
1) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}-\frac{z^2}{25}=-1$; 2) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{36}-\frac{z^2}{25}=-1$;
3) $x^2-y^2+z^2=1$; 4) $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{5}+\frac{z^2}{7}=-1$.

4. Среди уравнений линий выбрать уравнения эллиптического параболоида
1) $-\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{12}=-4z$; 2) $\frac{x^2}{8}+\frac{z^2}{6}=-4y$; 3) $-x^2-y^2=-z$; 4) $\frac{x^2}{25}+\frac{z^2}{16}=7y$.

5. Среди уравнений линий выбрать уравнения конуса
1) $\frac{x^2}{10}-\frac{y^2}{14}+\frac{z^2}{16}=0$; 2) $-\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}-\frac{z^2}{25}=-1$; 3) $-\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}-\frac{z^2}{36}=0$; 4) $-x^2+y^2+z^2=1$.

6. Среди уравнений линий выбрать уравнения гиперболического цилиндра
1) $-\frac{z^2}{6}+\frac{y^2}{4}=8$; 2) $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{6}=0$; 3) $2x^2+6y^2=1$; 4) $\frac{x^2}{2}-\frac{z}{4}=y$.

7. Какую линию определяют уравнения $\begin{cases}\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}+\frac{z^2}{3}=1,\\ 2x-3y+4z-11=0\end{cases}$

1) парабола; 2) гипербола; 3) эллипс; 4) прямая.

8.Координаты вершины конуса $9x^2 - 16y^2 - 16z^2 - 160z + 225 = 0$ равны

1) (0; 0; 5); 2) (5; 0; 0); 3) (0; 5; 0); 4) (0; 0; -5).

9. Уравнение $6x^2 - y^2 + z^2 - 24x - 4y - 2z + 20 = 0$ задает поверхность

1) эллипсоид; 2) однополостный гиперболоид;
3) двуполостный гиперболоид; 4) гиперболический параболоид.

Практическое занятие 13. Тема «Многочлены над областью целостности и полем»

План

1. Актуализация опорных знаний.
2. Решение задач по теме «Многочлены над областью целостности. Применение схемы Горнера».
3. Решение задач по теме «Многочлены над полем».

Задачи для решения:

1. Найти сумму, разность и произведение многочленов:

$$f(x) = 1 + (2-i)x + 3x, g(x) = 3 + x + x^2 \in Z[i][x].$$

2. Используя схему Горнера, найти *g(a):* $g(x) = x^5 + 3x^4 + 2x^3 - 8x + 40, a = -3.$

3. Используя схему Горнера, определить кратность k_i корня a_i многочлена *f(x)* и разложить *f(x)* на соответствующие множители:

$$f(x) = x^{10} - x^9 - 3x^8 + 4x^7 + 2x^6 - 6x^5 + 2x^4 + 4x^3 - 3x^2 - x + 1, a_{1,2} = \pm 1.$$

4. Пользуясь схемой Горнера, найти значения многочлена и его производных при *x = a:*

$$f(x) = 5x^3 - 4x^2 + 10x - 4, a = -2.$$

5. Найти делитель *g(x)*, если известны делимое *f(x)*, частное *q(x)* и остаток *r(x):*

$$f(x) = 10x^4 - 23x^3 + 26x^2 - 9x - 2, q(x) = 5x^3 - 4x^2 + 7x + 6, r(x) = 16 \in Z[x].$$

6.Найти наибольший общий делитель *D(x)* в кольце *K*:

$$K = R[x]; f(x) = (x+2)(x^2+4)(x^3+8)(x^4+16),$$
$$q(x) = (x^4-16)(x^3-8)(x^2-4)(x-2).$$

7.Выделить кратные множители многочлена и найти их корни:

$$f(x) = x^5 + 4x^4 + 7x^3 + 8x^2 + 5x + 2.$$

8. Решить уравнения:

а) $x^3 + 3x - 2i = 0$; б) $x^3 - 6ix + 4(1-i) = 0$; в) $x^3 - 3x + 2 = 0$; г) $x^3 - 6x + 9 = 0$;

д) $3x^3 - 8x + 8 = 0$; е) $4x^3 - 3x - 1 = 0$; ж) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$.

9. Решить уравнения:

а) $x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0$; б) $x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x + 1 = 0$; в) $x^4 - 4x^3 - 20x^2 - 8x + 4 = 0$;

г) $x^4-2x^3+3x^2-2x-2=0$; д) $x^4-x^3-3x^2+5x-10=0$.

Практическое занятие 14-15. Тема «Векторные пространства. Линейные операторы»

План

1. Актуализация опорных знаний.
2. Решение задач на определение линейного оператора.

Задачи для решения:

1.Выяснить, будет ли отображение φ линейного вещественного пространства в себя линейным, если:

а) $\varphi(x)=2x$ для всякого вектора $x\in V$;

б) для всякого вектора $x=(x_1, x_2, x_3)\in R^3$ его образ $\varphi(x)=(x_1+k, x_2+k, x_3-k)$, где $k\in R$ – фиксированное число.

2. Известно, что

$a_1=(0, 0, 1)$, $a_2=(0, 1, 1)$, $a_3=(1, 1, 1)$; $b_1=(2, 3, 5)$, $b_2=(1, 0, 0)$, $b_3=(0, 1, -1)$ —

векторы линейного пространства L, заданные своими координатами в базисе

e_1, e_2, e_3. В том же базисе найдите матрицу линейного отображения φ, переводящего векторы a_1, a_2, a_3 соответственно в векторы b_1, b_2, b_3.

3. Линейное отображение φ пространства R^2 в базисе $a_1=(2, 1)$, $a_2=(1, 1)$ имеет матрицу $A_a=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 2 & 3\end{pmatrix}$,а линейное отображение ψ пространства R^2 в базисе $b_1=(5, 2)$, $b_2=(1, 0)$ имеет матрицу $B_b=\begin{pmatrix}7{,}5 & 3{,}5\\ 4{,}5 & 1{,}5\end{pmatrix}$.Найти матрицы отображений $\varphi+\psi$ и $\varphi\cdot\psi$ в базисе b_1, b_2.

4. Выясните, будет ли линейным отображение φ пространства R^3 в себя, если для любого вектора $x=(x_1, x_2, x_3)\in R^3$:а) $\varphi(x)=(x_1+3, x_2, x_3)$; б) $\varphi(x)=(x_1-x_2+x_3, x_3, x_2)$.

5. Покажите, что отображение φ пространства вещественных функций, определённых и непрерывных на отрезке $[a, b]$, ставящее в соответствие каждой функции *f(x)* из этого пространства функцию $\int_a^x f(x)dx$, является линейным.

6. а) Покажите, что в трёхмерном пространстве V_3 геометрических векторов, исходящих из начала координат *O*, ортогональное проектирование φ на некоторую плоскость, проходящую через точку *O*, является линейным отображением пространства в себя.

б) Пусть φ — ортогональное проектирование пространства V_3 на плоскость x*O*y прямоугольной системы координат, а e_1, e_2, e_3 — векторы, направленные по осям координат. Найдите матрицу φ в базисе e_1, e_2, e_3 и в базисе $e_1'=e_1$, $e_2'=e_2$, $e_3'=e_1+e_2+e_3$, а также образ вектора $x=1e_1+2e_2+2e_3$ двумя способами:

1) исходя непосредственно из определения φ; 2) по формуле $Y = A\cdot X$, где A — матрица φ в каком-либо базисе, а X и Y — столбцы координат векторов x и $y=\varphi(x)$ в том же базисе.

7. Линейное отображение φ линейного пространства R^3 имеет в базисе $e_1=(8,-6,7)$,

$e_2=(-16,7,-13)$, $e_3=(9,-3,7)$ матрицу $A=\begin{pmatrix}1 & -18 & 15\\ -1 & -22 & 20\\ 1 & -25 & 22\end{pmatrix}$.

Найти матрицу B того же отображения в базисе $e_1^{'}=(1,-2,1)$, $e_2^{'}=(3,-1,2)$, $e_3^{'}=(2,1,2)$

.8. Линейное отображение φ пространства L задано матрицей

$\mathrm{A}=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 1 & -3\\ 1 & 2 & 1 & -1\\ 1 & 0 & -1 & 5\end{pmatrix}$ в некотором базисе $e_1,e_2,e_3\,e_4$. Найдём ядро и дефект отображения φ.

9. а) Найти ядро, ранг и область значений линейного отображения φ пространства M_2 вещественных матриц порядка 2 над полем R, если φ задано матрицей

$\mathrm{A}=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5 & 1\\ 2 & 1 & 3 & 1\\ 4 & 7 & 13 & 3\\ 3 & -1 & 1 & 1\end{pmatrix}$ в базисе $e_1=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $e_2=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $e_3=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $e_4=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

б) Выясним, принадлежит ли вектор $y=\begin{pmatrix}-22 & -4\\ 2 & 10\end{pmatrix}$ из M_2 подпространству $\ker\,\varphi$.

10. Линейное отображение φ пространства M_2 квадратных матриц порядка 2 над полем R задано в базисе

$e_1=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $e_2=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, $e_3=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $e_4=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ матрицей $\begin{pmatrix}1 & 3 & 5 & 1\\ 2 & 1 & 3 & 1\\ 4 & 7 & 13 & 3\\ 3 & -1 & 1 & 1\end{pmatrix}$

Найти для вектора $x_0=-e_1+2e_2+4e_4=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ его образ $y_0=\varphi(x_0)$ и полный прообраз вектора y_0.

11.В линейном пространстве R^3 задан базис

$a_1=(1,1,0)$, $a_2=(1,1,1)$, $a_3=(0,2,2)$,

а отображение φ переводит произвольный вектор $x\in R^3$, $x=x_1a_1+x_2a_2+x_3a_3$ в вектор $\varphi(x)=x_1a_1$. Узнайте, какие из векторов

$b_1=(-2,\ \ -2,\ \ 0)$, $b_2=(5,\ \ 5,\ \ 0)$, $b_3=(2,\ \ 2,\ \ 2)$, $b_4=(2,\ \ 8,\ \ 8)$, $b_5=(2,\ \ 2,\ \ 1)$ являются собственными векторами отображения φ и каким собственным значениям они отвечают.

12. Найдите собственные значения и собственные векторы линейных отображений, заданных в некотором базисе матрицами:

а) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; д) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & -3 \\ 4 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Тестирование:

1. Среди отображений пространства R_3 линейными являются:

1) $Ax = (5x_1 - 4x_2 - 3,\ 2x_1 - x_2,\ x_3^2)$; 2) $Bx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3,\ 2x_1 - x_2,\ 1)$;
3) $Cx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3,\ 2x_1 - x_2,\ x_3)$;4) $Дx = (x_1 - 4x_2^2 - 3,\ 2x_1 - x_2,\ x_1 - x_3)$.

2. Образом вектора $x=(1,2,-4)$ при отображении φ, заданного матрицей $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & -5 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ является вектор:

1) $y=(10,3,-5)$; 2) $y=(-17,22,-22)$; 3) $y=(17,-22,22)$; 4) $y=(0,0,0)$

3. Прообразом вектора $y=(-4,7,5)$ при отображении φ, заданного матрицей $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ является вектор:

1) $x=(1,2,-4)$; 2) $x=(-10,3,4)$; 3) $x=(-4,7,5)$; 4) $x=(0,10,-13)$.

4. Пусть матрица линейного оператора φ имеет вид $A=\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1{,}5 & 5 \end{pmatrix}$, а матрица оператора ψ имеет вид $B=\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$. Тогда матрица преобразования $\varphi\psi$ имеет вид:

1) $\begin{pmatrix} 5{,}5 & -9 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 5{,}5 & -2 \\ -9 & 6 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 0 & 1{,}5 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$.

5. Ранг линейного оператора φ, заданного матрицей $A=\begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -6 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ равен:

1) 1; 2) 0; 3) 2; 4) 3.

6. Ядром линейного отображения – ортогонального проектирования на плоскость OYZ пространства R_3 является:

1) ось OY; 2) ось OZ; 3) плоскость OYZ; 4) ось OX.

7. Дефект линейного оператора, заданного матрицей $A=\begin{pmatrix} 4 & -6 & 2 \\ 6 & -1 & -5 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ равен:

1) 1; 2) 3; 3) 2; 4) 0.

8. Сумма собственных значений матрицы $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ линейного оператора с учетом кратности равна:

1) 1; 2) 0; 3) 4; 4) 2.

9. Вектор $x=(0,0,-1,1)$ является собственным для матрицы:

1) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -5 & -3 \\ 4 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -3 & -3 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -3 & -3 \\ 4 & -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$;

4) $\begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -6 & -3 \\ 4 & -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$.

10. К диагональному виду можно привести матрицы:

1) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ -1 & 8 & 6 \\ 2 & -14 & -10 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 8 & 15 & -36 \\ 8 & 21 & -46 \\ 5 & 12 & -27 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 6 & -5 & -3 \\ 3 & -2 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Практическое занятие 19. Тема «Евклидово пространство. Квадратичные формы».

План

1. Актуализация опорных знаний.
2. Решение задач.

Задачи для решения:

.1. Методом ортогонализации построить ортонормированный базис подпространства L_1, натянутого на следующую систему векторов пространства R^4:
$a_1=(1,0,0,-1),\quad a_2=(2,1,1,0),\quad a_3=(1,1,1,1),\quad a_4=(1,2,3,4),\quad a_5=(0,1,2,3)$, заданных своими координатами в некотором ортонормированном базисе.

2. В евклидовом пространстве многочленов степени ≤ 2 над R со скалярным произведением, задаваемым равенством $(f,g)=\int_0^1 f(x)g(x)dx$, ортогонализовать базис
$f_1(x)=1,\quad f_2(x)=x,\quad f_3(x)=x^2.$

3. Постройте ортонормированный базис подпространства , натянутого на следующие системы векторов: $\begin{cases} 4x_1-2x_2-x_3-x_4=0 \\ -2x_1+x_2-2x_3+x_4=0 \\ -6x_1+3x_2-9x_3+4x_4=0 \end{cases}$, постройте ортогональный базис.

4. В евклидовом пространстве R^3 подпространство L задано системой уравнений $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$. Найдите по одному ортогональному базису в каждом из пространств L, $L^{\perp}$, R^3.

5. Найдите ортогональную проекцию a и ортогональную составляющую b вектора v относительно подпространства L, порожденного векторами a_1, a_2, a_3, если:

$$a_1 = (2,-4,5,3),$$
$$a_2 = (3,-6,4,2),$$
$$a_3 = (4,-8,17,11),$$
$$v = (3,-5,2,-10).$$

6. Найдите в пространстве C наименьший угол между вектором $z = 1 + i\sqrt{3}$ и подпространством L, порожденным вектором $\sqrt{3} + i$.

7. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Лагранжа:
а) $x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 2x_3^2$, б) $4x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3 + 4x_2x_3$,

в) $4x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_2x_3$ ..

8. Привести квадратичную форму к каноническому виду при помощи невырожденного линейного преобразования неизвестных. Найти невырожденное преобразование, приводящее форму к каноническому виду.

а) $x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$, б) $x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 3x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$.

9. Привести квадратичную форму к каноническому виду методом Якоби

10. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием

1 . а) $4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 + 2\sqrt{3}x_2x_3$

б) $2x_1x_2 - 6x_1x_3 - 6x_2x_4 + 2x_3x_4$

2. а) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - \frac{4}{3}x_1x_2 - \frac{8\sqrt{2}}{3}x_2x_3$

б) $5x_1^2 + 5x_2^2 + 5x_3^2 + 5x_4^2 - 10x_1x_2 + 2x_1x_3 + 6x_1x_4 + 6x_2x_4 + 6x_2x_3 + 2x_2x_4 - 10x_3x_1$

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТОВ

На самостоятельную работу студентов отводится 67 часов.

РГР№1 «Комплексные числа»

1 вариант

1. Вычислить в алгебраической форме:

$$\left(\frac{-i^{17}}{1-2i^{43}}\right)^3+\frac{2+i}{3i^{24}-i^{41}}.$$

2. Решить уравнения:

а) $z^2+4z+11=0$; б) $(2+i)z^2-(5-i)z+(2-2i)=0$.

3. Данные комплексные числа записать в тригонометрической форме и вычислить значение ω, записав ответ в алгебраической форме:

$$z_1=\sqrt{3}-2\sqrt{3}i;\ z_2=1-i;\ \omega=\frac{z_1^2}{\overline{z_2}}.$$

4. Вычислить, записав результат в алгебраической форме:

$$\frac{\left(\sqrt{8}-\sqrt{8}i\right)^{18}(-2-2\sqrt{3}i)^{20}}{(-\sqrt{3}+i)^{12}}.$$

5. Вычислить значение корня:

а) $\sqrt[5]{-12}$; б) $\sqrt[6]{-3i}$; в) $\sqrt[4]{-2\sqrt{3}-2i}$.

6. Из всех чисел z, удовлетворяющих условию $z\cdot\overline{z}=25$, найдите такие, что выражение $|z-7|+|z-7i|$ принимает наименьшее значение.

7. Изобразить множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условиям:

а) $\sqrt{2}<|(1-i)z-i|<2\sqrt{2}$; б) $\begin{cases}|z-1|\ge 2\\ -\dfrac{\pi}{3}\le\arg z\le\dfrac{\pi}{4}\\ \operatorname{Re}z\le 3\end{cases}$; в) $\operatorname{Im}(\dfrac{1}{z}+\dfrac{2}{\overline{z}})\ge 1$.

2 вариант

1. Вычислить в алгебраической форме:

$$\left(\frac{-i^{19}}{2+5i^{27}}\right)^2-\frac{3-i^{71}}{3i^{32}+i^{33}}.$$

2. Решить уравнения:

а) $z^2+16z+65=0$; б) $z^2-(3-2i)z+(5-5i)=0$.

3. Данные комплексные числа записать в тригонометрической форме. Вычислить значение ω и записать ответ в алгебраической форме:

$$z_1=2\sqrt{3}+2i;\ z_2=1+i;\ \omega=z_1^3\ z_2.$$

4. Вычислить, записав результат в алгебраической форме:

$$\frac{\left(-\sqrt{3}-\sqrt{3}i\right)^{13}(1-\sqrt{3}i)^{10}}{(-2+3i)^{14}}.$$

5. Вычислить значение корня:

а) $\sqrt[4]{-5}$; б) $\sqrt[7]{7i}$; в) $\sqrt[4]{\dfrac{1+i\sqrt{32}}{32}}$.

6. Из всех чисел z, удовлетворяющих условию $z^2-(\overline{z})^2=16i$, найдите такие, что $|z-5|+|z-5i|$ принимает наименьшее значение.

7. Изобразить множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условиям:

а) $|z+i\sqrt{3}|-|z-i\sqrt{3}|=2\sqrt{2}$; б) $\begin{cases}|z-2|\le 1\\ \operatorname{Re}z\ge 1{,}5\\ -\dfrac{\pi}{4}\le\arg z\le\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$; в) $\operatorname{Im}\dfrac{2}{\overline{z}-1}\ge 1$.

3 вариант

1. Вычислить в алгебраической форме:

$$\left(\frac{i^{27}}{5-5i^{45}}\right)^3+\frac{4-i}{3i^{24}-i^{61}}.$$

2. Решить уравнения:

а) $z^2+12z+37=0$; б) $z^2-(5-3i)z+(4-7i)=0$.

3. Данные комплексные числа записать в тригонометрической форме. Вычислить значение ω и записать ответ в алгебраической форме:

$$z_1=1+\sqrt{3}i;\ z_2=4-4i;\ \omega=\frac{z_2}{(\overline{z_1})^3}.$$

4. Вычислить, записав результат в алгебраической форме:

$$\frac{\left(-2\sqrt{3}-2i\right)^{14}(1-\sqrt{3}i)^{16}}{(-16+16i)^8}.$$

5. Вычислить значение корня:

а) $\sqrt[5]{-32}$; б) $\sqrt[4]{\frac{1}{81}i}$; в) $\sqrt[3]{-8+i}$.

6. Среди комплексных чисел z, удовлетворяющих условию $|z|=|z-2i|$, найдите число с наименьшим модулем.

7. Изобразить множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условиям:

а) $|z+2i|-|z-2i|=2$; б) $\begin{cases}|z-1-i|\le\sqrt{2}\\ \operatorname{Re}z\cdot\operatorname{Im}z\ge1\\ |\arg z|\le\frac{\pi}{4}\end{cases}$; в) $\operatorname{Re}(\frac{1}{z}+i)\le\operatorname{Im}\frac{2}{z}$.

4 вариант

1. Вычислить в алгебраической форме:

$$\left(\frac{i^{6}}{2+3i^{25}}\right)^2-\frac{2+i^{15}}{3i^{44}-i^{19}}.$$

2. Решить уравнения:

а) $z^2+14z+50=0$; б) $z^2-(2+i)z+(-1+7i)=0$.

3. Данные комплексные числа записать в тригонометрической форме. Вычислить значение ω и записать ответ в алгебраической форме:

$$z_1=2-\sqrt{2}i;\ z_2=\sqrt{3}+i;\ \omega=\frac{\overline{z_1}}{z_2^2}.$$

4. Вычислить, записав результат в алгебраической форме:

$$\frac{\left(-\sqrt{5}+\sqrt{5}i\right)^{16}(2+2\sqrt{3}i)^{12}}{(2\sqrt{3}-2i)^{17}}.$$

5. Вычислить значение корня:

а) $\sqrt[4]{\frac{1}{81}i}$; б) $\sqrt[6]{-6i}$; в) $\sqrt[5]{\sqrt{8}-i\sqrt{8}}$.

6. Среди комплексных чисел z, удовлетворяющих условию $|z|=|z+6i|$, найдите число с наименьшим модулем.

7. Изобразить множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условиям:

а) $|z-3-3i|=|z|-1$; б) $\begin{cases} |z\bar{z}| \rangle \operatorname{Re} z^2 \\ 0 \le \arg z \le \dfrac{\pi}{4} \\ |z-1| \le 1 \end{cases}$; в) $\dfrac{|z+2i|}{|z-i|} \ge 2$.

5 вариант

1. Вычислить в алгебраической форме:

$$\left(\frac{-i^{14}}{1-2i^{23}}\right)^3 + \frac{4-i}{2i^{66}+i^{73}}.$$

2. Решить уравнения:

а) $z^2+18z+82=0$; б) $z^2+(2i-7)z+13-i=0$.

3. Данные комплексные числа записать в тригонометрической форме. Вычислить значение ω и записать ответ в алгебраической форме:

$$z_1 = 2-2\sqrt{3}i;\ z_2 = 1+i;\ \omega = \frac{\overline{z_1}}{z_2^3}.$$

4. Вычислить, записав результат в алгебраической форме:

$$\frac{\left(-\sqrt{6}-\sqrt{6}i\right)^{11}(-2+2\sqrt{3}i)^{21}}{(-\sqrt{3}+i)^{16}}.$$

5. Вычислить значение корня:

а) $\sqrt[6]{-6}$; б) $\sqrt[3]{-\dfrac{1}{27}i}$; в) $\sqrt[4]{-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i}$.

6. Найдите наибольший модуль комплексного числа z, удовлетворяющего условию $|zi-3i+4| \le i$.

7. Изобразить множество точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условиям:

а) $|z-\sqrt{3}|+|z+i|=3$; б) $\begin{cases} |z+2|-|z-2| \le 2\sqrt{3} \\ 0 \le \arg z \le \dfrac{\pi}{6} \end{cases}$; в) $\operatorname{Re}\dfrac{3}{z} \ge \operatorname{Im}(\dfrac{1}{z}-1)$.

РГР№2 «Матрицы и определители»

I. Решить матричное уравнение. Сделать проверки обратной матрицы и решения.
II. Методом Гаусса исследовать две системы линейных уравнений на совместность, найти их общее решение, сделать проверки, определить фундаментальную систему решений соответствующих однородных систем.

Вариант №1

I. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.II. а) $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3+4x_4=5 \\ -x_1+4x_2+x_3+6x_4=3 \\ x_1-x_2+x_3-x_4=1 \end{cases}$; б) $\begin{cases} 2x_1+x_2+4x_3-2x_4=1 \\ 2x_1+9x_2-8x_3+10x_4=1 \\ 10x_1+11x_2+23x_3-16x_4=1 \end{cases}$.

Вариант №2

I. $X\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & -5 & 2 \\ -1 & 7 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & -4 \\ 6 & 8 & 10 \end{pmatrix}$. II. а) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 6 \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 25 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 11 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 8x_4 = 28 \end{cases}$

.

Вариант №3

I. $X\begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -4 \\ 13 & 1 & 10 \\ 12 & 2 & 8 \end{pmatrix}$. II. а) $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 - 3x_2 + x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 6x_5 = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = -4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -13 \\ 4x_1 - 5x_2 + 6x_3 = -10 \end{cases}$.

Вариант №4

I. $X\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. II. а) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_4 = -1 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 5 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x_1 - 15x_2 - 8x_3 = 22 \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = -8 \\ 5x_1 - 38x_2 - 25x_3 = 57 \end{cases}$.

Вариант №5

I. $X\begin{pmatrix} 1 & 7 & -6 \\ 1 & 7 & -5 \\ -1 & -6 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 11 & 7 \\ 0 & -3 & 1 \\ -4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. II. а) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \\ 3x_1 - 6x_2 + 5x_3 = 6 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 5x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases}$

.

Индивидуальное задание по теме
«Векторные пространства»

Задание 1**.** Показать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d}$ в этом базисе.

1) $\vec{a}$ = (-3, 4 , 7), $\vec{b}$ = (0, -8, 11), $\vec{c}$ = (13, 1, 5), $\vec{d}$ = (-19, -1, 20).
2) $\vec{a}$ = (4, 0 , 9), $\vec{b}$ = (10, -7, 2), $\vec{c}$ = (-1, 1, 14), $\vec{d}$ = (-25, 20, -11).
3) $\vec{a}$ = (-8, 13 , -7), $\vec{b}$ = (-3, 1, -7), $\vec{c}$ = (4, -3, 3), $\vec{d}$ = (11, 0, 19).
4) $\vec{a}$ = (-4, 17 , 3), $\vec{b}$ = (-2, 0, 2), $\vec{c}$ = (12, 6, 5), $\vec{d}$ = (-20, 11, 2).
5) $\vec{a}$ = (2, -3 , 14), $\vec{b}$ = (7, 0, -8), $\vec{c}$ = (11, 13, 0), $\vec{d}$ = (-6, 7, 52).
6) $\vec{a}$ = (15, -1 , 0), $\vec{b}$ = (4, 7, -11), $\vec{c}$ = (-1, -2, 3), $\vec{d}$ = (-9, 12, -17).
7) $\vec{a}$ = (-4, 11 , 9), $\vec{b}$ = (1, -2, 0), $\vec{c}$ = (-3, 2, -1), $\vec{d}$ = (-12, 19, 7).
8) $\vec{a}$ = (-1, 16 , 7), $\vec{b}$ = (0, 3, -7), $\vec{c}$ = (3, 4, -5), $\vec{d}$ = (-2, -23, 5).
9) $\vec{a}$ = (0, -13 , 2), $\vec{b}$ = (8, 5, -7), $\vec{c}$ = (-1, -1, 4), $\vec{d}$ = (7, 30, -7).
10) $\vec{a}$ = (-3, -7 ,4), $\vec{b}$ = (12, -1, 0), $\vec{c}$ = (-2, 2, 11), $\vec{d}$ = (3, -2, 37).
11) $\vec{a}$ = (-11, 7 ,0), $\vec{b}$ = (2, 2, 5), $\vec{c}$ = (-3, -6, 1), $\vec{d}$ = (4, -17, -9).

12) $\vec{a}$ = (2, 14 ,-1), $\vec{b}$ = (7, 0, 3), $\vec{c}$ = (9, 1, 1), $\vec{d}$ = (-12, 27, -6).

13) $\vec{a}$ = (3, -9 ,3), $\vec{b}$ = (0, 4, 11), $\vec{c}$ = (17, 1, -1), $\vec{d}$ = (20, 0, 24).

14) $\vec{a}$ = (-7, 11 ,0), $\vec{b}$ = (1, -5, 7), $\vec{c}$ = (3, 3, -5), $\vec{d}$ = (-25, 35, -2).

15) $\vec{a}$ = (0, 18 ,3), $\vec{b}$ = (-7, 1, -2), $\vec{c}$ = (1, 9, 5), $\vec{d}$ = (-4, -8, 7).

16) $\vec{a}$ = (11, -5 ,3), $\vec{b}$ = (4, -6, 0), $\vec{c}$ = (-7, 7, 2), $\vec{d}$ = (17, -7, -1).

Задание 2. Даны два базиса пространства строк: e_1, e_2, e_3 и f_1, f_2, f_3. Найти:

а) матрицу А перехода от базиса e_1, e_2, e_3 к базису f_1, f_2, f_3;

б) матрицу A^{-1} обратного перехода;

в) координаты e_1 в обоих базисах;

г) координаты вектора a в базисе e_1, e_2, e_3, имеющего во втором базисе координаты (1, 1, 1).

1) $e_1 = (0,1,1), e_2 = (1,0,1), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (1,1,1),\ f_2 = (2,1,0),\ f_3 = (1,-1,3)$

2) $e_1 = (1,1,-1), e_2 = (1,2,1), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (-1,1,1),\ f_2 = (2,1,0),\ f_3 = (1,-1,3)$

3) $e_1 = (0,2,1), e_2 = (1,-1,1), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (1,-1,1),\ f_2 = (2,-1,0),\ f_3 = (1,-1,3)$

4) $e_1 = (0,1,2), e_2 = (1,0,0), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (1,1,-1),\ f_2 = (2,-1,0),\ f_3 = (1,-1,3)$

5) $e_1 = (-2,1,1), e_2 = (1,0,1), e_3 = (-1,0,2);$ $f_1 = (0,1,1),\ f_2 = (-2,1,0),\ f_3 = (1,-1,3)$

6) $e_1 = (0,3,1), e_2 = (1,2,1), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (1,1,1),\ f_2 = (2,-1,0),\ f_3 = (-1,1,3)$

7) $e_1 = (2,1,1), e_2 = (-1,0,-1), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (1,1,0),\ f_2 = (2,1,0),\ f_3 = (1,-1,3)$

8) $e_1 = (0,-1,-1), e_2 = (1,3,1), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (1,1,1),\ f_2 = (2,1,0),\ f_3 = (2,-1,3)$

9) $e_1 = (0,-1,-1), e_2 = (1,-2,1), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (1,1,1),\ f_2 = (2,1,0),\ f_3 = (1,2,3)$

10) $e_1 = (0,1,1), e_2 = (1,0,1), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (1,1,1),\ f_2 = (3,-1,0),\ f_3 = (1,2,0)$

11) $e_1 = (-1,2,1), e_2 = (1,3,1), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (-2,0,1),\ f_2 = (2,1,0),\ f_3 = (0,-1,3)$

12) $e_1 = (0,1,1), e_2 = (1,0,1), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (1,1,1),\ f_2 = (2,1,0),\ f_3 = (1,-1,3)$

13) $e_1 = (-2,1,1), e_2 = (1,2,1), e_3 = (1,-1,2);$ $f_1 = (2,-1,1),\ f_2 = (2,2,0),\ f_3 = (1,-1,3)$

14) $e_1 = (-1,0,1), e_2 = (1,0,-2), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (-1,-1,1),\ f_2 = (-3,1,0),\ f_3 = (1,-1,3)$

15) $e_1 = (2,1,1), e_2 = (1,0,1), e_3 = (1,2,2);$ $f_1 = (1,1,1),\ f_2 = (2,1,0),\ f_3 = (1,0,-2)$

16) $e_1 = (0,1,-1), e_2 = (1,2,1), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (3,1,3),\ f_2 = (2,1,0),\ f_3 = (1,-1,-1)$

17) $e_1 = (3,-2,1), e_2 = (0,0,1), e_3 = (1,0,2);$ $f_1 = (1,-1,-1),\ f_2 = (2,1,0),\ f_3 = (1,3,-3)$

Задание 3. Найти общее решение однородной системы линейных уравнений и фундаментальную систему решений.

1) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$

2) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$

4) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 - 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$

5) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 0. \end{cases}$

6) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 0. \end{cases}$

7) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 0, \\ 4x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 0, \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0, \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 0. \end{cases}$

8) $\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$

9) $\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 0, \\ x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0, \\ 6x_1 - 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0, \\ 9x_1 - 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$

10) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 0, \\ 6x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 14x_3 - 31x_4 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 0, \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = 0. \end{cases}$

11) $\begin{cases} 9x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 7x_1 + x_2 + 6x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$

12) $\begin{cases} 5x_1 + 11x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 7x_2 - x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 0. \end{cases}$

13) $\begin{cases} 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$

14) $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$

15) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 0, \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$ $\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 0. \end{cases}$

Индивидуальное задание по теме «Векторные пространства. Линейные операторы»

Вариант 1. 1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых элементов a и b и произведение любого элемента a на произвольное число :

множество всех векторов, являющихся линейными комбинациями векторов x, y, z ; сумма $a + b$; произведение a.

2. Найти координаты вектора X в базисе (e',e', e'), если он задан в базисе (e, e, e):

$$X = \{ 1, 4, 8\} .$$

3. Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. Являются ли линейными следующие преобразования:

$Ax = (2x_1 + x_2 ,\ x_2 - 2x_3,\ 4x_1 - 5x_2^2 - 6x_3)$;

$Bx = (2x_1 + x_2 ,\ x_2 - 2x_3,\ 3x_1 - 4x_2 - 5x_3)$;

$Cx = (2x_1 + x_2 ,\ x_2 - 2,\ 3x_1 - 4x_2 - 5)$.

4. Найти матрицу линейного преобразования в базисе (e_1', e_2', e_3'), где

$e_1' = a_{11} e_1 + a_{12} e_2 + a_{13} e_3$

$e_2' = a_{21} e_1 + a_{22} e_2 + a_{23} e_3$

$e_3' = a_{31} e_1 + a_{32} e_2 + a_{33} e_3$,

если она задана в базисе (e_1 , e_2, e_3) матрицей ,

$$|| a_{ij} || =.$$

5. Доказать линейность, найти матрицу, область значений и ядро оператора проектирования на плоскость $y = 0$.

Вариант 2

1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых элементов a и b и произведение любого элемента a на произвольное число :

множество всех функций $a = f(x), b = g(x)$, принимающих положительные значения;

сумма $f(t)\ g(x)$;

произведение $f(x)$.

2. Найти координаты вектора X в базисе (e',e', e') , если он задан в базисе (e, e, e):

$X = \{ 8, 4, 1\}$.

3. Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. Являются ли линейными следующие преобразования:

$Ax = (x_1 ,\ x_1 + 2x_2 + 3x_3, 4x_1 + 5x_2 + 6x_3)$

$Bx = (x_1 , x_1 + 2x_2 + 3, 4x_1 + 5x_2 + 6)$

$Cx = (x_1 , x_1 + 2x_2 + 3x_3 , 4x_1^4 + 5x_2 + 6x_3)$.

4. Найти матрицу линейного преобразования в базисе (e_1', e_2', e_3') , где

$e_1' = a_{11} e_1 + a_{12} e_2 + a_{13} e_3$

$e_2' = a_{21} e_1 + a_{22} e_2 + a_{23} e_3$

$e_3' = a_{31} e_1 + a_{32} e_2 + a_{33} e_3$,

если она задана в базисе (e_1 , e_2, e_3) матрицей , $|| a_{ij} || =$.

5. Доказать линейность, найти матрицу, область значений и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $x - y = 0$.

Вариант 3

1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых элементов a и b и произведение любого элемента a на произвольное число :

множество всех непрерывных на $[0,1]$ функций $a = f(t), b = g(t)$;

сумма $f(t) + g(t)$;

произведение $f(t)$.

2. Найти координаты вектора X в базисе (e',e', e') , если он задан в базисе (e, e, e):

$X = \{ 2, 5, 10\}$.

3. Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. Являются ли линейными следующие преобразования:
$Ax = (3x_1 - 2x_2 - x_3,\ 1,\ x_1 + 2x_2 + 3)$
$Bx = (3x_1 - 2x_2 - x_3,\ 0,\ x_1^3 + 2x_2 + 3x_3)$
$Cx = (3x_1 - 2x_2 - x_3,\ x_3,\ x_1 + 2x_2 + 3x_3)$.

4. Найти матрицу линейного преобразования в базисе (e_1', e_2', e_3') , где
$e_1' = a_{11} e_1 + a_{12} e_2 + a_{13} e_3$
$e_2' = a_{21} e_1 + a_{22} e_2 + a_{23} e_3$
$e_3' = a_{31} e_1 + a_{32} e_2 + a_{33} e_3$,
если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) матрицей A= , $\| a_{ij} \|$ =

5. Доказать линейность, найти матрицу, область значений и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $y + z = 0$.

Вариант 4

1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых элементов a и b и произведение любого элемента a на произвольное число :
множество всех четных функций $A = f(t), B = g(t),\ t\ [-1,1]$;
сумма $f(t)\ g(t)$;
произведение $f(t)$.

2. Найти координаты вектора X в базисе (e',e',e') , если он задан в базисе (e, e, e):

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + \frac{6}{5} e_3 \\ e_2' = 6e_1 - e_2 \\ e_3' = -e_1 + e_2 + e_3 \end{cases} \qquad X = \{ 10, 5, 1\} .$$

3. Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. Являются ли линейными следующие преобразования:
$Ax = (2x_1 - x_2,\ x_3,\ x_1 + 2x_2 + 3x_3^4)$
$Bx = (2x_1 - x_2,\ x_3,\ x_1 + 2x_2 + 3x_3)$
$Cx = (2x_1 - x_2,\ 1,\ x_1 + 2x_2 + 3)$.

4. Найти матрицу линейного преобразования в базисе (e_1', e_2', e_3') , где
$e_1' = a_{11} e_1 + a_{12} e_2 + a_{13} e_3$
$e_2' = a_{21} e_1 + a_{22} e_2 + a_{23} e_3$
$e_3' = a_{31} e_1 + a_{32} e_2 + a_{33} e_3$,
если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) матрицей , $|| a_{ij} ||$ =.

5. Доказать линейность, найти матрицу, область значений и ядро оператора проектирования на плоскость $y - z = 0$.

Вариант 5

1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых элементов a и b и произведение любого элемента a на произвольное число :
множество всех нечетных функций $a = f(t), b = g(t),\ t\ [-1,1]$;
сумма $f(t)\ g(t)$;
произведение $f(t)$.

2. Найти координаты вектора X в базисе (e',e', e'), если он задан в базисе (e, e, e):
$X = \{ 1, 6, 12\}$.

3. Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. Являются ли линейными следующие преобразования:
$Ax = (x_3 , 2x_1 + 3x_2 + 4x_3, 5x_1 + 6x_2 + 7x_3)$
$Bx = (x_3 , 2x_1 + 3x_2 +4, 5x_1 + 6x_2 + 7)$
$Cx = (x_3, 0, 5x_1^4 + 6x_2 + 7x_3)$.

4. Найти матрицу линейного преобразования в базисе (e_1', e_2', e_3') , где
$e_1' = a_{11} e_1 + a_{12} e_2 + a_{13} e_3$
$e_2' = a_{21} e_1 + a_{22} e_2 + a_{23} e_3$
$e_3' = a_{31} e_1 + a_{32} e_2 + a_{33} e_3$,
если она задана в базисе (e_1 , e_2, e_3) матрицей , $|| a_{ij} || =$.

5. Доказать линейность, найти матрицу, область значений и ядро оператора проектирования на плоскость $y = x$.

Вариант 6

1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых элементов a и b и произведение любого элемента a на произвольное число :
множество всех линейных функций $a = f(x_1, x_2), b = g(x_1, x_2)$;
сумма $f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)$;
произведение $f(x_1, x_2)$.

2. Найти координаты вектора X в базисе (e',e', e'), если он задан в базисе (e, e, e):
$X = \{ -12, 6, 1\}$.

3. Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. Являются ли линейными следующие преобразования:
$Ax = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, 3x_1 - 2x_2 - x_3, 0)$
$Bx = (6x_1 - 5x_2 - 4, 3x_1 - 2x_2 - x_3 , 0)$
$Cx = (6x_1 - 5x_2 - 4x_3, 2x_1 - x_2^2, 0)$.

4. Найти матрицу линейного преобразования в базисе (e_1', e_2', e_3') , где
$e_1' = a_{11} e_1 + a_{12} e_2 + a_{13} e_3$
$e_2' = a_{21} e_1 + a_{22} e_2 + a_{23} e_3$
$e_3' = a_{31} e_1 + a_{32} e_2 + a_{33} e_3$,
если она задана в базисе (e_1 , e_2, e_3) матрицей $A=, \| a_{ij} \| =$

5. Доказать линейность, найти матрицу, область значений и ядро оператора проектирования на плоскость Oyz.

Вариант 7

1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых элементов a и b и произведение любого элемента a на произвольное число :
а) множество всех многочленов третьей степени от переменной X;
б) сумма $(a + b)$, произведение a.

2. Найти координаты вектора X в базисе (e',e', e'), если он задан в базисе (e, e, e):
$X = \{ -1, 7, 14\}$.

3. Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. Являются ли линейными следующие преобразования:
$Ax = (5x_1 - 4x_2 - 3, 2x_1 - x_2 , x_3^2)$

$Bx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3,\ 2x_1 - x_2\ ,\ 1)$
$Cx = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3,\ 2x_1 - x_2\ ,\ x_3)$.

4. Найти матрицу линейного преобразования в базисе $(e_1',\ e_2',\ e_3')$, где
$e_1' = a_{11}\, e_1 + a_{12}\, e_2 + a_{13}\, e_3$
$e_2' = a_{21}\, e_1 + a_{22}\, e_2 + a_{23}\, e_3$
$e_3' = a_{31}\, e_1 + a_{32}\, e_2 + a_{33}\, e_3$,
если она задана в базисе $(e_1\,,\ e_2,\ e_3)$ матрицей , $||\, a_{ij}\, || =$.

5. Доказать линейность, найти матрицу, область значений и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости $x - z = 0$.

Вариант 8

1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых элементов a и b и произведение любого элемента a на произвольное число :
а) множество всех многочленов степени, меньшей или равной 3 от переменных x, y;
б) сумма $(a + b)$, произведение a.

2. Найти координаты вектора X в базисе (e', e', e') , если он задан в базисе (e, e, e):
$X = \{ -3, 2, 4\}$.

3. Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. Являются ли линейными следующие преобразования:
$Ax = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3,\ x_1^2,\ x_2 + 2x_3)$
$Bx = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3,\ x_1,\ x_2 + 2x_3)$
$Cx = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3,\ x_1,\ x_2 + 2)$.

4. Найти матрицу линейного преобразования в базисе $(e_1',\ e_2',\ e_3')$, где
$e_1' = a_{11}\, e_1 + a_{12}\, e_2 + a_{13}\, e_3$
$e_2' = a_{21}\, e_1 + a_{22}\, e_2 + a_{23}\, e_3$
$e_3' = a_{31}\, e_1 + a_{32}\, e_2 + a_{33}\, e_3$,
если она задана в базисе $(e_1\,,\ e_2,\ e_3)$ матрицей , $||\, a_{ij}\, || =$.

5. Доказать линейность, найти матрицу, область значений и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости Oxy.

Вариант 9

1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых элементов a и b и произведение любого элемента a на произвольное число :
множество всех упорядоченных наборов из n чисел $a = \{x_1\ x_2\ \dots\ x_n\}$, $b = \{y_1\, y_2 \dots y_n\}$;
сумма $\{x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots x_n + y_n\}$;
произведение $\{x_1, x_2, \dots , x_n\}$.

2. Найти координаты вектора X в базисе (e', e', e') , если он задан в базисе (e, e, e):
$X = \{ 2, 4, 3\}$.

3. Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. Являются ли линейными следующие преобразования:
$Ax = (3x_1 + 2x_2 + x_3,\ 0,\ x_1 - 2x_2 - 3x_3)$
$Bx = (3x_1 + 2x_2 + x_3,\ 0,\ x_1 - 2x_2 - 3)$
$Cx = (3x_1 + 2x_2 + 1\ ,\ 0,\ x_1^2 - 2x_2 - 3x_3)$.

4. Найти матрицу линейного преобразования в базисе (e_1', e_2', e_3') , где

$e_1' = a_{11}\, e_1 + a_{12}\, e_2 + a_{13}\, e_3$

$e_2' = a_{21}\, e_1 + a_{22}\, e_2 + a_{23}\, e_3$

$e_3' = a_{31}\, e_1 + a_{32}\, e_2 + a_{33}\, e_3$,

если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) матрицей , $\| a_{ij} \|$ =.

5. Доказать линейность, найти матрицу, область значений и ядро оператора поворота относительно оси *Ox* на угол в положительном направлении.

Вариант 10

1. Образует ли линейное пространство заданное множество, в котором определены сумма любых элементов *a* и *b* и произведение любого элемента *a* на произвольное число :

а) множество всех многочленов степени, меньшей или равной 3 от переменных *x;y;*

б) сумма $(a + b)$, произведение a.

2. Найти координаты вектора X в базисе (e',e', e') , если он задан в базисе (e, e, e):

$$\begin{cases} e_1' = e_1 + e_2 + \dfrac{6}{6} e_3 \\ e_2' = 6e_1 - e_2 \\ e_3' = e_1 + e_2 - e_3 \end{cases} \qquad X = \{ -3, 2, 4\} .$$

3. Пусть $X = \{x_1, x_2, x_3\}$. Являются ли линейными следующие преобразования:

$Ax = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1^2, x_2 + 2x_3)$

$Bx = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_2 + 2x_3)$

$Cx = (4x_1 - 3x_2 - 2x_3, x_1, x_2 + 2)$.

4. Найти матрицу линейного преобразования в базисе (e_1', e_2', e_3') , где

$e_1' = a_{11}\, e_1 + a_{12}\, e_2 + a_{13}\, e_3$

$e_2' = a_{21}\, e_1 + a_{22}\, e_2 + a_{23}\, e_3$

$e_3' = a_{31}\, e_1 + a_{32}\, e_2 + a_{33}\, e_3$,

если она задана в базисе (e_1, e_2, e_3) матрицей , $\| a_{ij} \|$ = .

1. Доказать линейность, найти матрицу, область значений и ядро оператора зеркального отражения относительно плоскости *Oxy*.

Индивидуальное задание по теме «Линейные операторы»

Вариант 1.

1.Определить, является ли оператор $\psi : V \to V$ линейным, если $V = R^3$, $\forall\, x = (x_1, x_2, x_3)$ $\psi(x) = (x_1 + k_1, x_2 + k_2, x_3 + k_3)$, где $k \in R^3$.

2. Оператор ψ векторного пространства V ($\dim V = 3$) в некотором базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу A. Показать, что система векторов (e_1', e_2', e_3') образует базис в V и найти матрицу оператора ψ в этом базисе, если:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1' &= -2e_1 - e_2 + 3e_3, \\ e_2' &= e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e_3' &= -e_1 - e_2 - 3e_3. \end{aligned}$$

3. Линейный оператор $\psi : R^3 \to R^3$ в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу A. Найти матрицу B этого оператора в базисе (e_1', e_2', e_3'), если:

$$\begin{aligned} e_1 &= (-1, 1, 1), \\ e_2 &= (0, 2, 3), \\ e_3 &= (2, 3, 1), \end{aligned} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 8 \\ 5 & -1 & -5 \\ -7 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1' &= (-2, 1, 2), \\ e_2' &= (3, 3, 1), \\ e_3' &= (0, 1, 1). \end{aligned}$$

4. Найти: 1) ранг и образ линейного оператора;
2) дефект и ядро линейного оператора
если линейный оператор ψ в базисе (e_1, e_2, e_3, e_4) задан матрицей

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -3 & -1 \\ 4 & -17 & 11 & 2 \\ -3 & 12 & -10 & -4 \\ -1 & 0 & -5 & 7 \end{pmatrix}.$$

5. Линейный оператор $\psi : V \to V$ векторного пространства V задан в некотором базисе матрицей A. Найти собственные значения и собственные векторы, если:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -4 \\ -4 & -3 & 2 \\ 8 & 4 & -5 \end{pmatrix}.$$

Вариант 2.

1. Определить, является ли оператор $\psi : V \to V$ линейным, если $V = R^n$, $\psi(x) = (x_1, 2x_2, \ldots, nx_n)$ $\forall\, x \in V$.

2. Оператор ψ векторного пространства V ($\dim V = 3$) в некотором базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу A. Показать, что система векторов (e_1', e_2', e_3') образует базис в V и найти матрицу оператора ψ в этом базисе, если:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -1 & -5 \\ 1 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1' &= 3e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e_2' &= 5e_1 + 4e_2 + 5e_3, \\ e_3' &= e_1 + 2e_2 + 2e_3. \end{aligned}$$

3. Линейный оператор $\psi : R^3 \to R^3$ в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу A. Найти матрицу B этого оператора в базисе (e_1', e_2', e_3'), если:

$$\begin{aligned} e_1 &= (0, -1, 3), \\ e_2 &= (1, 3, 1), \\ e_3 &= (0, 1, -2), \end{aligned} \quad A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & -1 \\ 4 & -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1' &= (3, -2, 2), \\ e_2' &= (0, 0, 1), \\ e_3' &= (-2, 1, -2). \end{aligned}$$

4. Найти: 1) ранг и образ линейного оператора;

2) дефект и ядро линейного оператора

если линейный оператор ψ в базисе (e_1, e_2, e_3, e_4) задан матрицей

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 & -4 \\ 3 & 10 & 4 & 13 \\ -2 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 4 & 19 & -8 \end{pmatrix}.$$

5. Линейный оператор $\psi : V \to V$ векторного пространства V задан в некотором базисе матрицей A. Найти собственные значения и собственные векторы, если:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -2 & 10 \\ 1 & -1 & 1 \\ 6 & 0 & -8 \end{pmatrix}.$$

Вариант 3.

1. Определить, является ли оператор $\psi : V \to V$ линейным, если $V = R^3$, $\psi(x) = (x_1, 2x_2, 3x_3)$ $\forall\, x \in V$.

2. Оператор ψ векторного пространства V ($\dim V = 3$) в некотором базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу A. Показать, что система векторов (e_1', e_2', e_3') образует базис в V и найти матрицу оператора ψ в этом базисе, если:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1' &= -3e_1 - 9e_2 - 4e_3, \\ e_2' &= e_1 + 3e_2 + e_3, \\ e_3' &= 2e_1 + 5e_2 + 2e_3. \end{aligned}$$

3. Линейный оператор $\psi : R^3 \to R^3$ в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу A. Найти матрицу B этого оператора в базисе (e_1', e_2', e_3'), если:

$$\begin{aligned} e_1 &= (1, 0, -1), \\ e_2 &= (-1, 1, 1), \\ e_3 &= (-1, -2, 2), \end{aligned} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1' &= (0, -1, -1), \\ e_2' &= (1, 0, 1), \\ e_3' &= (1, -1, 1). \end{aligned}$$

4. Найти: 1) ранг и образ линейного оператора;

2) дефект и ядро линейного оператора

если линейный оператор ψ в базисе (e_1, e_2, e_3, e_4) задан матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 0 \\ 5 & -14 & 14 & -3 \\ 4 & -15 & -4 & 9 \\ 3 & -11 & -2 & 6 \end{pmatrix}.$$

5. Линейный оператор $\psi : V \to V$ векторного пространства V задан в некотором базисе матрицей A. Найти собственные значения и собственные векторы, если:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 6 & 6 \\ -6 & 8 & 6 \\ 3 & -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 4.

1. Определить, является ли оператор $\psi: V \to V$ линейным, если $V = R^3$, $\forall\, x = (x_1, x_2, x_3)$ $\psi(x) = (x_1, x_1 + x_2, x_1 + x_2 + x_3)$.

2. Оператор ψ векторного пространства V ($\dim V = 3$) в некотором базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу A. Показать, что система векторов (e_1', e_2', e_3') образует базис в V и найти матрицу оператора ψ в этом базисе, если:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & -3 \\ -4 & 1 & 3 \\ 3 & 9 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1' &= 3e_1 + 4e_3, \\ e_2' &= 6e_1 - e_2 + 7e_3, \\ e_3' &= 5e_1 - e_2 + 6e_3. \end{aligned}$$

3. Линейный оператор $\psi: R^3 \to R^3$ в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу A. Найти матрицу B этого оператора в базисе (e_1', e_2', e_3'), если:

$$\begin{aligned} e_1 &= (1, 2, 1), \\ e_2 &= (1, 0, 2), \\ e_3 &= (0, 3, -1), \end{aligned} \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -4 \\ 3 & -1 & -2 \\ -1 & -3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1' &= (0, -1, 0), \\ e_2' &= (-1, 1, -2), \\ e_3' &= (1, -1, 3). \end{aligned}$$

4. Найти: 1) ранг и образ линейного оператора;
2) дефект и ядро линейного оператора

если линейный оператор ψ в базисе (e_1, e_2, e_3, e_4) задан матрицей

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & -4 & -6 \\ -1 & 0 & -8 & 8 \\ -3 & -10 & 16 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. Линейный оператор $\psi: V \to V$ векторного пространства V задан в некотором базисе матрицей A. Найти собственные значения и собственные векторы, если:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \\ 4 & -3 & 8 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Вариант 5.

1. Определить, является ли оператор $\psi: V \to V$ линейным, если $V = R^3$, $\forall\, x = (x_1, x_2, x_3)$ $\psi(x) = (x_1 - x_2, 0, x_3 + x_2)$.

2. Оператор ψ векторного пространства V ($\dim V = 3$) в некотором базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу A. Показать, что система векторов (e_1', e_2', e_3') образует базис в V и найти матрицу оператора ψ в этом базисе, если:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 4 \\ 7 & 6 & -4 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1' &= 7e_1 - 6e_2 + 3e_3, \\ e_2' &= 3e_1 - 2e_2 + 2e_3, \\ e_3' &= e_2 + e_3. \end{aligned}$$

3. Линейный оператор $\psi: R^3 \to R^3$ в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет матрицу A. Найти матрицу B этого оператора в базисе (e_1', e_2', e_3'), если:

$$\begin{aligned} e_1 &= (-1, -2, 1), \\ e_2 &= (-2, 1, -2), \\ e_3 &= (3, 2, 0), \end{aligned} \quad A = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}, \quad \begin{aligned} e_1' &= (-1, 2, 1), \\ e_2' &= (-1, 1, 0), \\ e_3' &= (1, -2, -2). \end{aligned}$$

4. Найти: 1) ранг и образ линейного оператора;

2) дефект и ядро линейного оператора

если линейный оператор ψ в базисе (e_1, e_2, e_3, e_4) задан матрицей

$$A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & 5 & 2 & -1 \\ 3 & -6 & 0 & -3 \\ 4 & -12 & -8 & 8 \end{pmatrix}.$$

5. Линейный оператор $\psi : V \to V$ векторного пространства V задан в некотором базисе матрицей A. Найти собственные значения и собственные векторы, если:

$$A=\begin{pmatrix} -4 & 9 & 3 \\ -4 & 7 & 1 \\ 4 & -8 & -2 \end{pmatrix}.$$

Индивидуальное задание по теме «Квадратичная форма»

Задание 1. Привести квадратичную форму к каноническому виду при помощи невырожденного линейного преобразования неизвестных. Найти невырожденное преобразование, приводящее форму к каноническому виду.

1) $x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$.

2) $x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 3x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$

3) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

4) $x_1^2 + 3x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3$

5) $x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$

6) $x_1^2 - 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 6x_2x_3$.

7) $x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3$.

8) $4x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2x_3$.

9) $2x_1^2 + 18x_2^2 + 8x_3^2 - 12x_1x_2 + 8x_1x_3 - 27x_2x_3$.

10) $-12x_1^2 - 3x_2^2 - 12x_3^2 + 12x_1x_2 - 24x_1x_3 + 2x_2x_3$.

11) $x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$.

12) $x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$.

13) $4x_1x_2 + 2x_2x_3$.

14) $2x_1x_3 + 2x_2x_3$.

15) $x_1^2 - x_2^2 + 3x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 - x_2x_3$

16) $x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$.

Задание 2. Найти ортогональное преобразование, приводящее следующие формы к каноническому виду (приведение к главным осям), и написать этот канонический вид.

1) $6x_1^2 + 5x_2^2 + 7x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3$.

2) $11x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 + 16x_1x_2 + 4x_1x_3 - 20x_2x_3$.

3) $x_1^2 + x_2^2 + 5x_3^2 - 6x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_2x_3$.

4) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$.

5) $17x_1^2 + 14x_2^2 + 14x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3 - 8x_2x_3$.

6) $x_1^2 - 5x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3$.

7) $8x_1^2-7x_2^2+8x_3^2+8x_1x_2-2x_1x_3+8x_2x_3$.

8) $2x_1x_2-6x_1x_3-6x_2x_4+2x_3x_4$.

9) $5x_1^2+5x_2^2+5x_3^2+5x_4^2-10x_1x_2+2x_1x_3+6x_1x_4+6x_2x_3+2x_2x_4-10x_3x_4$.

10) $3x_1^2-x_2^2+4x_3^2+8x_1x_2-4x_3x_4+x_4^2$.

11) $x_1^2+x_2^2-2x_3^2+2x_1x_2-4x_3x_4-2x_4^2$.

12) $9x_1^2+5x_2^2+5x_3^2+8x_4^2+8x_2x_3-4x_2x_4+4x_3x_4$.

13) $4x_1^2+x_2^2+5x_3^2-4x_4^2-4x_1x_2+12x_4x_5+x_5^2$.

14) $4x_1^2-4x_2^2+2x_3^2-5x_4^2-8x_2x_3+6x_4x_5+2x_5^2$.

15) $2x_1^2+x_2^2-4x_1x_2-4x_2x_3$.

16) $x_1^2+2x_2^2+3x_3^2-4x_1x_2-4x_2x_3$.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРЫ»

1 вариант

1. По данным векторам $\vec{a}, \quad \vec{b}$ построить каждый из следующих векторов:

а) $2\vec{a}+1{,}5\vec{b}$ (по правилу треугольника и по правилу параллелограмма);

б) $0{,}5\vec{a}-\vec{b}$; в) $2\vec{b}-\vec{a}$.

2. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$, точка O – центр шестиугольника. Найти на чертеже векторы $\frac{1}{2}\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{FD}$.

3. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ заданы векторы, совпадающие с его ребрами: $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \quad \overrightarrow{AD}=\vec{b}, \quad \overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$. Построить каждый из следующих векторов: а) $\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$; б) $-\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

4. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$, точка O – центр шестиугольника. Приняв за базисные векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{DE}$. Найти координаты векторов $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{FE}$ и $\overrightarrow{DF}$.

5. Даны три вектора $\vec{p}=\{1;-2;3\}, \vec{q}=\{-2;1;-1\}, \vec{r}=\{-3;1;2\}$. Найти разложение вектора $\vec{a}=\{-7;7;3\}$ по базису $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$.

6. Даны три вектора $\vec{a}=-\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}-5\vec{k}$, $\vec{c}=-4\vec{i}+5\vec{j}-2\vec{k}$. Найти $np_{\vec{c}}(\vec{a}-4\vec{b})$.

7. Вектор $\vec{p}$ противоположно направлен с вектором $\vec{q}=(4;-5;6)$ и $|\vec{p}|=3\sqrt{73}$. Найти сумму координат вектора $\vec{p}$.

8. Дано: $|\vec{a}|=2$ $|\vec{b}|=3\sqrt{2}$, $(\widehat{\vec{a};\vec{b}})=135^o$. Найти $(\vec{a}-2\vec{b})(3\vec{a}+2\vec{b})$.

9. Даны четыре точки $A(-4;0), B(2;-3), C(-1;1), D(3;2)$. Найти скалярное произведение $(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{CB})$.

10. В четырехугольнике $ABCD$ заданы векторы $\overrightarrow{AB}=(4;-1;5), \overrightarrow{BC}=(-2;8;1), \overrightarrow{AD}=(-3;4;2)$, а векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$ - его диагонали. Найти модуль скалярного произведения векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

11.Даны векторы $\vec{a}(3;2;-1)$, $\vec{b}(4;0;5)$ и $\vec{c}=-2\vec{a}+3\vec{b}$. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

12.Найти условие, при котором угол между векторами $\vec{m}(-6x;-4;-2)$ и $\vec{n}(2;-6;8x)$ не меньше 90^0.

13.Указать градусную меру угла между вектором $\vec{a}=(-4;-6;2\sqrt{3})$ и осью абсцисс.

14.Даны три силы, приложенные к одной точке, $\overrightarrow{F_1}(-6;7;-4), \overrightarrow{F_2}(-3;10;-9), \overrightarrow{F_3}(5;-10;-4)$. Вычислить работу равнодействующей этих сил, когда точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения $A(3;-2;2)$ в положение $B(-3;8;-2)$.

15. Дано: $|\vec{a}|=3\ |\vec{b}|=4,\ (\widehat{\vec{a};\vec{b}})=\dfrac{\pi}{3}$. Найти $\left|\left[(3\vec{a}-\vec{b})(2\vec{a}+3\vec{b})\right]\right|$.

16. Сила $\vec{P}=(3;0;4)$ приложена к точке $A=(-5;-2;1)$. Определить величину и направляющие косинусы момента этой силы относительно точки $B=(0;-2;-1)$.

17. На векторах $\overrightarrow{AB}=-2\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$, $\overrightarrow{AC}=-3\vec{i}+4\vec{j}$, $\overrightarrow{AD}=24\vec{i}+7\vec{j}-25\vec{k}$ построена треугольная пирамида. Найти: а) длину его ребер; б) величину угла BCA; в) площадь треугольника ABC ; г) объем пирамиды ; д) высоту пирамиды, опущенную из вершины D; е) высоту треугольника ABC , опущенную из вершины B; ж) вектор $\overrightarrow{AM}$, где M – точка пересечения медиан треугольника BDC; з) направляющие косинусы вектора $\overrightarrow{AC}$.

2 вариант

1. По данным векторам построить каждый из следующих векторов:

а) $0{,}5\vec{a}+1{,}5\vec{b}$ (по правилу треугольника и по правилу параллелограмма);

б) $-\vec{a}-\overrightarrow{2b}$; в) $2\vec{a}-1{,}5\vec{b}$.

2. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$, точка O – центр шестиугольника. Найти на чертеже векторы $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CF}$ и $\overline{\dfrac{1}{2}FC}+2\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{ED}.$

3. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ заданы векторы, совпадающие с его ребрами: $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\quad \overrightarrow{AD}=\vec{b},\quad \overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$. Построить каждый из следующих векторов: а) $-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$; б) $\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}$.

4. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$, точка O – центр шестиугольника. Приняв за базисные векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AE}$. Найти координаты векторов $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{CE}$ и $\overrightarrow{DF}$.

5. Даны три вектора $\vec{p}=\{0;2;1\}, \vec{q}=\{0;1;-1\}, \vec{r}=\{5;-3;2\}$. Найти разложение вектора $\vec{a}=\{15;-20;-1\}$ по базису $\vec{p},\vec{q},\vec{r}$.

6. Даны три вектора $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{i}-\vec{j}-4\vec{k}$, $\vec{c}=-\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}$. Найти $np_{\vec{c}}(\vec{a}+3\vec{b})$.

7. Вектор $\vec{p}$ сонаправлен с вектором $\vec{q}=(-2;3;-5)$ и $\left|\vec{p}\right|=6\sqrt{38}$. Найти сумму координат вектора $\vec{p}$.

8. Дано: $\left|\vec{a}\right|=2\sqrt{3},\ \left|\vec{b}\right|=4,\ (\vec{a};\hat{\ }\vec{b})=150^{o}$. Найти $(2\vec{a}-3\vec{b})(\vec{a}+3\vec{b})$.

9. Даны четыре точки $A(4;-2), B(3;-1), C(4;1), D(2;0)$. Найти скалярное произведение $(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{BD})(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})$.

10. В четырехугольнике *ABCD* заданы векторы $\overrightarrow{AB}=(3;-7;-2), \overrightarrow{BC}=(-2;5;6), \overrightarrow{AD}=(1;-4;3)$, а векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$ - его диагонали. Найти модуль скалярного произведения векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

11. Даны векторы $\vec{a}=(4;5;2)$, $\vec{b}=(3;2;-1)$ и $\vec{c}=2\vec{a}-3\vec{b}$. Найти скалярное произведение векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

12. Найти условие, при котором угол между векторами $\vec{m}(4;x;-13)$ и $\vec{n}(3;-x;-1)$ не больше 90^0.

13. Указать градусную меру угла между вектором $\vec{a}=(\sqrt{7};-3;2\sqrt{5})$ и осью ординат.

14. Даны три силы, приложенные к одной точке, $\vec{F_1}(-2;5;0), \vec{F_2}(-7;12;-1), \vec{F_3}(-5;-2;0)$. Вычислить работу равнодействующей этих сил, когда точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения $A(6;-5;-7)$ в положение $B(-10;8;-4)$.

15. Дано: $\left|\vec{a}\right|=2\ \left|\vec{b}\right|=5,\ (\vec{a};\hat{\ }\vec{b})=\frac{\pi}{2}$. Найти $\left|\left[(2\vec{a}-5\vec{b})(\vec{a}+3\vec{b})\right]\right|$.

16. Сила $\vec{P}=(0;4;3)$ приложена к точке $A=(1;-2;1)$. Определить величину и направляющие косинусы момента этой силы относительно точки $B=(2;1;0)$.

17. На векторах $\overrightarrow{AB}=\vec{i}+2\vec{j}-2\vec{k}$, $\overrightarrow{AC}=-8\vec{i}+6\vec{j}$, $\overrightarrow{AD}=9\vec{i}+12\vec{j}-15\vec{k}$ построена треугольная пирамида. Найти: а) длину его ребер; б) величину угла *BCA*; в) площадь треугольника *ABC* ; г) объем пирамиды ; д) высоту пирамиды, опущенную из вершины *D*; е) высоту треугольника *ABC* , опущенную из вершины *B*; ж) вектор $\overrightarrow{AM}$, где *M* – точка пересечения медиан треугольника *BDC*; з) направляющие косинусы вектора $\overrightarrow{AC}$.

3 вариант

1.По данным векторам построить каждый из следующих векторов: а) $1{,}5\vec{a}+2\vec{b}$ (по правилу треугольника и по правилу параллелограмма); б) $0{,}5\vec{a}-1{,}5\vec{b}$; в) $-0{,}5\vec{a}-\vec{b}$.

2. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$, точка *O* – центр шестиугольника. Найти на чертеже векторы $-2\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{ED}-\overrightarrow{EO}$.

3. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ заданы векторы, совпадающие с его ребрами: $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \ \overrightarrow{AD}=\vec{b},\ \ \overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$. Построить каждый из следующих векторов: а) $\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$; б) $\vec{a}-\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$.

4. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$, точка O – центр шестиугольника. Приняв за базисные векторы $\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{AF}$. Найти координаты векторов $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CE}$ и $\overrightarrow{DF}$.

5. Даны три вектора $\vec{p} = \{1;0;1\}, \vec{q} = \{1;-2;0\}, \vec{r} = \{0;3;1\}$. Найти разложение вектора $\vec{a} = \{2;7;5\}$ по базису $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$.

6. Даны три вектора $\vec{a} = 5\vec{i} + 7\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$. Найти $np_{\vec{c}}(-2\vec{a} + \vec{b})$.

7. Вектор $\vec{p}$ противоположно направлен с вектором $\vec{q} = (2;6;-8)$ и $|\vec{p}| = 14\sqrt{26}$. Найти сумму координат вектора $\vec{p}$.

8. Дано: $|\vec{a}| = 4,\ |\vec{b}| = 3,\ (\vec{a};\hat{\ }\vec{b}) = 120^o$. Найти $(\vec{a} - 2\vec{b})(4\vec{a} + 3\vec{b})$.

9. Даны четыре точки $A(-2;1), B(3;-1), C(4;0), D(2;-3)$. Найти скалярное произведение $(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$.

10. В четырехугольнике $ABCD$ заданы векторы $\overrightarrow{AB} = (2;-8;-3), \overrightarrow{BC} = (-3;4;5), \overrightarrow{AD} = (0;-5;2)$, а векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$ - его диагонали. Найти модуль скалярного произведения векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

11. Даны векторы $\vec{a}(-1;0;4)$, $\vec{b}(10;-6;5)$ и $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$. Найти скалярное произведение векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

12. Найти условие, при котором угол между векторами $\vec{m}(-3;5x;x)$ и $\vec{n}(-2;1;x)$ больше 90^0.

13. Указать градусную меру угла между вектором $\vec{a} = (-2\sqrt{2};-10;-6)$ и осью аппликат.

14. Даны три силы, приложенные к одной точке, $\overrightarrow{F_1}(1;9;6), \overrightarrow{F_2}(9;1;-2), \overrightarrow{F_3}(0;8;-4)$. Вычислить работу равнодействующей этих сил, когда точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения $A(4;6;-11)$ в положение $B(0;-12;-7)$.

15. Дано: $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 7$, $(\vec{a};\hat{\ }\vec{b}) = \dfrac{\pi}{3}$. Найти $\left|\left[(4\vec{a} - 3\vec{b})(2\vec{a} - 3\vec{b})\right]\right|$.

16. Сила $\vec{P} = (2;4;-5)$ приложена к точке $A = (-1;-2;3)$. Определить величину и направляющие косинусы момента этой силы относительно точки $B = (1;2;0)$.

17. На векторах $\overrightarrow{AB} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{AC} = -4\vec{i} - 3\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = -6\vec{i} + 8\vec{j} - 10\vec{k}$ построена треугольная пирамида. Найти: а) длину его ребер; б) величину угла BCA; в) площадь треугольника ABC; г) объем пирамиды; д) высоту пирамиды, опущенную из вершины D; е) высоту треугольника ABC, опущенную из вершины B; ж) вектор $\overrightarrow{AM}$, где M – точка пересечения медиан треугольника BDC; з) направляющие косинусы вектора $\overrightarrow{AC}$.

4 вариант

1.По данным векторам построить каждый из следующих векторов: а) $2\vec{a} + 2{,}5\vec{b}$ (по правилу треугольника и по правилу параллелограмма); б) $\vec{b} - 0{,}5\vec{a}$; в) $\vec{a} - 1{,}5\vec{b}$.

2.Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$, точка O – центр шестиугольника. Найти на чертеже векторы $-\frac{1}{2}\overrightarrow{FC}-\overrightarrow{DF}$ и $\frac{1}{2}\overrightarrow{BE}+2\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AE}.$

3.В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ заданы векторы, совпадающие с его ребрами: $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \overrightarrow{AD}=\vec{b},\ \overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$. Построить каждый из следующих векторов: а) $-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}$; б) $\vec{a}+\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}$.

4. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$, точка O – центр шестиугольника. Приняв за базисные векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{EF}$. Найти координаты векторов $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{BE}$ и $\overrightarrow{DF}.$

5. Даны три вектора $\vec{p}=\{1;1;4\},\ \vec{q}=\{-3;0;2\},\ \vec{r}=\{1;2;-1\}.$ Найти разложение вектора $\vec{a}=\{-13;2;18\}$ по базису $\vec{p},\ \vec{q},\ \vec{r}.$

6. Даны три вектора $\vec{a}=4\vec{i}-3\vec{j}-8\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}-1\vec{j}-9\vec{k}$, $\vec{c}=-\vec{i}+\vec{j}-5\vec{k}$. Найти $np_{\vec{c}}(-3\vec{a}+2\vec{b})$.

7. Вектор $\vec{p}$ сонаправлен с вектором $\vec{q}=(1;2;-5)$ и $\left|\vec{p}\right|=5\sqrt{30}$. Найти сумму координат вектора $\vec{p}$.

8. Дано: $\left|\vec{a}\right|=3,\ \left|\vec{b}\right|=4\sqrt{3},\ (\widehat{\vec{a};\vec{b}})=30^o$. Найти $(4\vec{a}-\vec{b})(2\vec{a}+5\vec{b})$.

9. Даны четыре точки $A(1;-4), B(3;2), C(-1;-3), D(-2;3)$. Найти скалярное произведение $(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{DB})(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD})$.

10. В четырехугольнике $ABCD$ заданы векторы $\overrightarrow{AB}=(4;-6;-1), \overrightarrow{BC}=(-1;6;7), \overrightarrow{AD}=(2;-3;4)$, а векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$ - его диагонали. Найти модуль скалярного произведения векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

11. Даны векторы $\vec{a}(-5;4;-2)$, $\vec{b}(0;4;5)$ и $\vec{c}=-3\vec{a}-2\vec{b}$. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

12. Найти условие, при котором угол между векторами $\vec{m}(4;-3x;7)$ и $\vec{n}(2;-1;x)$ меньше 90^0.

13. Указать градусную меру угла между вектором $\vec{a}=(-2;-3;\sqrt{3})$ и осью абсцисс.

14. Даны три силы, приложенные к одной точке, $\overrightarrow{F_1}(2;-3;5), \overrightarrow{F_2}(6;-7;11), \overrightarrow{F_3}(-5;9;-10)$. Вычислить работу равнодействующей этих сил, когда точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения $A(4;8;-2)$ в положение $B(-2;5-1).$

15. Дано: $\left|\vec{a}\right|=3\ \left|\vec{b}\right|=4,\ (\widehat{\vec{a};\vec{b}})=\frac{\pi}{4}$. Найти $\left|\left[(3\vec{a}-5\vec{b})(2\vec{a}+3\vec{b})\right]\right|$.

16. Сила $\vec{P}=(1;2;-7)$ приложена к точке $A=(1;0;0)$. Определить величину и направляющие косинусы момента этой силы относительно точки $B=(-2;-2;1)$.

17. На векторах $\overrightarrow{AB} = -4\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$, $\overrightarrow{AC} = -12\vec{i} - 5\vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = 6\vec{i} + 8\vec{j} + 10\vec{k}$ построена треугольная пирамида. Найти: а) длину его ребер; б) величину угла *BCA*; в) площадь треугольника ABC ; г) объем пирамиды ; д) высоту пирамиды, опущенную из вершины *D*; е) высоту треугольника ABC , опущенную из вершины *B*; ж) вектор $\overrightarrow{AM}$, где *M* – точка пересечения медиан треугольника *BDC*; з) направляющие косинусы вектора $\overrightarrow{AC}$.

5 вариант

1.По данным векторам построить каждый из следующих векторов: а) $2\vec{a} + \vec{b}$ (по правилу треугольника и по правилу параллелограмма); б) $-\vec{a} - 1{,}5\vec{b}$; в) $2\vec{a} - 1{,}5\vec{b}$.

2.Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$, точка *O* – центр шестиугольника. Найти на чертеже векторы $-2\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{EC}$ и $\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{EA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BE}.$

3.В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ заданы векторы, совпадающие с его ребрами: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \ \overrightarrow{AD} = \vec{b}, \ \overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$. Построить каждый из следующих векторов: а) $-\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$; б) $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

4. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$, точка *O* – центр шестиугольника. Приняв за базисные векторы $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{DF}$. Найти координаты векторов $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BE}$ и $\overrightarrow{AD}.$

5. Даны три вектора $\vec{p} = \{2;1;0\}, \vec{q} = \{1;0;1\}, \vec{r} = \{4;2;1\}.$ Найти разложение вектора $\vec{a} = \{3;1;3\}$ по базису $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}.$

6. Даны три вектора $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j} - 8\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 1\vec{j} - 9\vec{k}$, $\vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} - 5\vec{k}$. Найти $np_{\vec{a}}(-4\vec{a} + 2\vec{c})$.

7. Вектор $\vec{p}$ противоположно направлен с вектором $\vec{q} = (-4;-5;-7)$ и $|\vec{p}| = 6\sqrt{10}$. Найти сумму координат вектора $\vec{p}$.

8. Дано: $|\vec{a}| = \sqrt{2}, |\vec{b}| = \frac{3}{2}, (\widehat{\vec{a};\vec{b}}) = 45^o$. Найти $(2\vec{a} + 3\vec{b})(-\vec{a} + \vec{b})$.

9. Даны четыре точки $A(3;-2), B(-2;1), C(0;-4), D(-3;-13)$. Найти скалярное произведение $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB})(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA})$.

10. В четырехугольнике *ABCD* заданы векторы $\overrightarrow{AB} = (1;-9;-4), \overrightarrow{BC} = (-4;3;4), \overrightarrow{AD} = (-1;-6;1)$, а векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$ - его диагонали. Найти модуль скалярного произведения векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$.

11. Даны векторы $\vec{a}(8;-1;3)$, $\vec{b}(-2;-7;-1)$ и $\vec{c} = 0{,}5\vec{a} - 3\vec{b}$. Найти скалярное произведение векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

12. Найти условие, при котором угол между векторами $\vec{m}(x;x;-2)$ и $\vec{n}(x;-3;-1)$ не больше 90^0.

13. Указать градусную меру угла между вектором $\vec{a} = (-2\sqrt{7};6;-4\sqrt{5})$ и осью ординат.

14. Даны три силы, приложенные к одной точке, $\overrightarrow{F_1}(4;-2;9), \overrightarrow{F_2}(-13;7;-1), \overrightarrow{F_3}(2;-2;3)$. Вычислить работу равнодействующей этих сил, когда точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения $A(4;6;-5)$ в положение $B(-1;1;3)$.

15. Дано: $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 4$, $(\widehat{\vec{a};\vec{b}}) = \dfrac{\pi}{6}$. Найти $\left|\left[(7\vec{a}-\vec{b})(\vec{a}+3\vec{b})\right]\right|$.

16. Сила $\vec{P} = (-1;2;3)$ приложена к точке $A = (1;-1;1)$. Определить величину и направляющие косинусы момента этой силы относительно точки $B = (0;4;-4)$.

17. На векторах $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$, $\overrightarrow{AC} = -\vec{i} + \vec{j}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ построена треугольная пирамида. Найти: а) длину его ребер; б) величину угла BCA; в) площадь треугольника ABC ; г) объем пирамиды ; д) высоту пирамиды, опущенную из вершины D; е) высоту треугольника ABC , опущенную из вершины B; ж) вектор $\overrightarrow{AM}$, где M – точка пересечения медиан треугольника BDC; з) направляющие косинусы вектора $\overrightarrow{AC}$.

ИНДИВИДУАЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ «ЛИНИИ ВТОРОГО ПОРЯДКА»

1 вариант

1.Определить тип линии (эллипс, гипербола, парабола). Для эллипса определить координаты вершин, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис. Для гиперболы определить координаты вершин, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения асимптот, уравнения директрис. Для параболы определить координаты вершины, координаты фокуса, уравнение директрисы. Построить линии.

---

1) $4x^2 + 5y^2 + 8x - 20y + 4 = 0,$ 2) $4x^2 - 9y^2 - 16x - 18y + 43 = 0,$

3) $2x^2 - 4x + y + 5 = 0,$ 4) $3x - y^2 + 6y - 4 = 0.$

2. Построить линии: 1) $y = -\sqrt{25 - x^2}$, 2) $x = \dfrac{2}{5}\sqrt{25 + y^2}$,

3) $y = 3\sqrt{-5 + 6x - x^2}$, 4) $x = 2 - \sqrt{3y - 6}.$

3. Изобразить область, ограниченную линиями: $x^2 + 2x + y^2 = 2(1 + y),$ $x^2 + 2x + y^2 = 7 + 2x,\ x = 0,\ y = 0\ (x \le -1,\ y \ge 1).$

4. Записать уравнение окружности, проходящей через правый фокус гиперболы $57x^2 - 64y^2 = 3648$ и имеющей центр в точке A (2;8).

5. Написать уравнение окружностей радиуса $R = \sqrt{7}$, касающихся прямой $x - 2y - 1 = 0$ точке $M_1(3;1).$

6. Установить какое геометрическое место точек задает уравнение $\rho = \dfrac{12}{3 - \sqrt{2}\cos\theta}.$

2 вариант

1.Определить тип линии (эллипс, гипербола, парабола). Для эллипса определить координаты вершин, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис. Для гиперболы определить координаты вершин, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения асимптот, уравнения директрис. Для параболы определить координаты вершины, координаты фокуса, уравнение директрисы. Построить линии.

1) $2x^2+y^2-4x+4y-4=0,$ 2) $9x^2+4y^2+36x-8y+4=0,$

3) $x-y^2-8y+21=0,$ 4) $x^2-2x-y-1=0.$

2. Построить линии: 1) $x-5=\frac{2}{3}\sqrt{2y^2-4y+7},$ 2) $-y=\sqrt{25-x^2},$

3) $x=-1-\frac{3}{4}\sqrt{y^2-6y},$ 4) $\frac{y}{3}=\sqrt{4-8x}.$

3. Изобразить область, ограниченную линиями: $2y=3\sqrt{x},\ 4x^2+25y^2=10,\ x=4.$

4. Записать уравнение окружности, проходящей через левый фокус эллипса $13x^2+49y^2=837$ и имеющей центр в точке A (1;8).

5. Составить уравнение окружности, проходящей через точку A (1;-1) и точки пересечения двух окружностей $x^2+y^2+2x-2y-23=0$ и $x^2+y^2-6x+12y-35=0$.

6. Установить какое геометрическое место точек задает уравнение $\rho=\frac{12}{2-\sqrt{5}\cos\theta}.$

3вариант

1.Определить тип линии (эллипс, гипербола, парабола). Для эллипса определить координаты вершин, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис. Для гиперболы определить координаты вершин, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения асимптот, уравнения директрис. Для параболы определить координаты вершины, координаты фокуса, уравнение директрисы. Построить линии.

1) $3x^2+4y^2+6x-8y-5=0,$ 2) $-x^2+5y^2+6x-10y-9=0,$

3) $3x-y^2-2y+5=0,$ 4) $4x^2+16x+y+17=0.$

2. Построить линии: 1) $y=\sqrt{16-x^2},$ 2) $x=2+\sqrt{-9-3y},$

3) $-x=\frac{1}{3}\sqrt{9+y^2},$ 4) $y=3-\frac{1}{2}\sqrt{-2x^2+4x-2}.$

3. Изобразить область, ограниченную линиями: $x^2-4x+y^2=0,\ x^2-8x+y^2=0,$ $y=0,\ y=\sqrt{3}x.$

4. Записать уравнение окружности, проходящей через фокусы гиперболы $4x^2-5y^2=20$ и имеющей центр в точке A (0;-6).

5. Составить уравнение окружности, проходящей через начало координат и точки пересечения двух окружностей $(x+3)^2+(y+1)^2=25$ и $(x-2)^2+(y+4)^2=9$.

6. Установить какое геометрическое место точек задает уравнение $\rho=\frac{12}{3-\sqrt{5}\cos\theta}.$

4 вариант

1.Определить тип линии (эллипс, гипербола, парабола). Для эллипса определить координаты вершин, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис. Для гиперболы определить координаты вершин, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения асимптот, уравнения директрис. Для параболы определить координаты вершины, координаты фокуса, уравнение директрисы. Построить линии.

1) $x^2+5y^2+8x-10y+16=0,$ 2) $9x^2-2y^2+36x-4y+16=0,$

3) $4x-y^2-2y-5=0,$ 4) $-x^2-2x+3y-16=0.$

2. Построить линии: 1) $\frac{2}{3}y=-4\sqrt{-x},$ 2) $x=2-\frac{4}{3}\sqrt{1+6y-3y^2},$

3) $-x=\sqrt{9-y^2},$ 4) $y=-\frac{1}{2}+\sqrt{4x^2-16x+2}.$

3. Изобразить область, ограниченную линиями: $y^2-4y+x^2=0,\ y^2-6y+x^2=0,$ $x=0,\ y=\sqrt{3}x.$

4. Записать уравнение окружности, проходящей через правую вершину гиперболы $3x^2-25y^2=20$ и имеющей центр в точке A (-5;-2).

5. Составить уравнения окружностей, проходящих через точку A (1;0) и касающихся параллельных прямых $2x+y+2=0$ и $2x+y-18=0$.

6. Установить какое геометрическое место точек задает уравнение $\rho=\frac{13}{1-\sqrt{7}\cos\theta}.$

5 вариант

1.Определить тип линии (эллипс, гипербола, парабола). Для эллипса определить координаты вершин, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис. Для гиперболы определить координаты вершин, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения асимптот, уравнения директрис. Для параболы определить координаты вершины, координаты фокуса, уравнение директрисы. Построить линии.

1) $x^2+2y^2+2x-4y-12=0,$ 2) $-9x^2+2y^2-18x-16y+43=0,$

3) $2x+y^2+2y+7=0,$ 4) $-3x^2-6x-y+1=0.$

2. Построить линии: 1) $y=-\frac{2}{5}\sqrt{25+x^2},$ 2) $x=3-\sqrt{10-5y},$

3) $y=-5+\frac{3}{4}\sqrt{12-4x-x^2},$ 4) $x=\sqrt{5-y^2}.$

3. Изобразить область, ограниченную линиями: $y=\sqrt{36-x^2},\ y=6-\sqrt{36-x^2}.$

4. Записать уравнение окружности, проходящей через фокусы эллипса $x^2+10y^2=90$ и имеющей центр в точке A - его нижней вершины.

5. Составить уравнение окружности, проходящей через точку A(2;1) и касающейся двух параллельных прямых $2x+y+2=0$ и $2x+y+15=0$.

6. Установить, какое геометрическое место точек задает уравнение $\rho=\frac{8}{3-\sqrt{3}\cos\theta}.$

5. КОНТРОЛЬ ЗНАНИЙ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА»

1. Вычислить: $$\left|\frac{-\left[(-3i)(2-4i)-(2+4i)3i\right]^2}{(1-i)(1+i)^2-\left[\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{5}i\right)-\frac{1+2i}{1-2i}\right]-4i}\,i^{248}\right|.$$

2. Решить уравнение:

$$z^2 - (1+i)z + 6 + 3i = 0.$$

3. Вычислить:

а) $\left((1+\frac{\sqrt{3}}{2}) + \frac{i}{2} \right)^{24}$; б) $\sqrt[5]{-\frac{16}{8-4\sqrt{12}i}}$.

4. Изобразить на плоскости ХОУ множества точек, для которых:

а) $|z+2| = 2$; б) $\frac{\pi}{4} \le \arg z < \frac{2\pi}{3}$; в) $0 \le \operatorname{Im} z \le 1$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «МАТРИЦЫ И ОПРЕДЕЛИТЕЛИ»

1. Исследовать систему и решить ее методом Гаусса в зависимости от значений буквенных параметров:

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 + (1+\lambda)x_2 + x_3 + x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 + (1+\lambda)x_3 + x_4 = 4, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

2. Решить методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = -1. \end{cases}$$

3. Найти матрицу, обратную данной, и выполнить проверку (первым способом):

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Решить матричное уравнение, выполнить проверку (обратную матрицу искать по формуле):

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 1 & -1 & -2 \\ 2 & -3 & -4 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -5 & 7 \\ 4 & -9 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему линейных уравнений по правилу Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 8, \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 + x_4 = 0, \\ 5x_1 - 9x_2 + 4x_3 - x_4 = 0, \\ 4x_1 - 6x_2 + 3x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

6. Вычислить методом окаймления миноров ранг матрицы A:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 10 & 1 \\ 4 & 8 & 18 & 7 \\ 10 & 18 & 40 & 17 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \end{pmatrix}.$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА»

1. Выяснить, линейно зависима или независима система векторов $1, \sin x, \cos x$.
2. Выяснить, является ли множество векторов пространства вещественных квадратных матриц порядка 2 над полем R, состоящее из матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$, подпространством.
3. Найти многообразие решений системы линейных уравнений
$$\begin{cases} 17x + 6y + 7z + 71u - 85v = 61 \\ 3x - \qquad z + 11u + 7v = 95 \\ 9x + 3y + 4z + 40u - 46v = 43 \\ -5x - 2y - 3z - 23u + 33v = 3 \end{cases}.$$
4. Указать любой базис пространства многочленов от одной переменной степени меньше либо равной 4 над полем R.

Контрольная работа по теме «Линейные операторы»

1. Выясните, будет ли линейным отображение φ пространства R^3 в себя, если для любого вектора $x = (x_1, x_2, x_3) \in R^3$:

а) $\varphi(x) = (x_1 + 3, x_2, x_3)$; б) $\varphi(x) = (x_1 - x_2 + x_3, x_3, x_2)$.

2. Найдите матрицу, образ и ядро линейного отображения φ пространства R^3 в базисе $e_1 = (1, 0, 0)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (0, 0, 1)$, если известно, что оно любой вектор $x = (x_1, x_2, x_3)$ переводит в вектор

а) $\varphi(x) = (x_1, -x_2, 2x_3)$; б) $\varphi(x) = (x_1 - x_3, x_1 + x_2, 0)$.

3. Найдите собственные значения и собственные векторы линейного отображения φ, заданного в базисе a_1, a_2, a_3, a_4 матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$,и покажите, что подпространство, натянутое на векторы $a_1 + 2a_2$ и $a_2 + a_3 + 2a_4$, инвариантно относительно φ.

4. Выясните, какие из следующих матриц линейных отображений можно привести к диагональному виду путём перехода к новому базису. Найдите этот базис и соответствующую ему матрицу: а) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -6 \\ 4 & 0 & -4 \\ 4 & 0 & -6 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА по теме
«Приведение квадратичной формы к каноническому виду»

1) Приведите к каноническому виду методом Лагранжа квадратичные формы:
а) $x_1^2 - x_1x_2 - x_2^2$, б) $-x_1x_2$, в) $x_1^2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3 + x_2^2 + 4x_3^2$,

г) $x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 4x_3^2$, д) $2x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 9x_2^2 + 19x_3^2$.

2) Приведите к каноническому виду квадратичные формы при всевозможных действительных λ:
а) $3x_1^2 - 2x_1x_2 + \lambda x_2^2$, б) $8x_1^2 + \lambda x_1x_2 + 2x_2^2$, в) $2x_1^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3 + 6x_2^2 + \lambda x_3^2$, г) $x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 + \lambda x_4^2 + 4x_2x_3 + 2x_1x_4 + 2x_2x_3 + 2x_2x_4 + 5x_3x_4$.

ТЕСТЫ

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Амурский государственный университет»

Направление подготовки010400.62
«прикладная математика и информатика» ____ Утверждаю
Наименование дисциплины «Алгебра и геометрия»

Зав.кафедрой МАиМ
Курс 1 В.В. Сельвинский
«___»__________2012

Входящий тест
по дисциплине «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Алгебра и геометрия», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия»

Геометрия

1. Найти площадь треугольника с вершинами в точках *A* (-1;1), *B* (3;5), *C* (4;1).
1) 20; 2) 10; 3) 16; 4) 8.

2. Найти ординату точки *K,* лежащей на прямой *AB,* если *A* (-1;-6), *B* (3;2) и абсцисса точки К равна 21.
1) -12,5; 2) 12,5; 3) -38; 4) 38.

3. Выбрать верное утверждение.
1)Медианы произвольного треугольника не пересекаются;
2) Медианы произвольного треугольника пересекаются в одной точке и делятся точкой пересечения пополам;
3) Медианы произвольного треугольника пересекаются в одной точке и делятся точкой пересечения в отношении 2:1 считая от вершины;
4) Каждая медиана равнобедренного треугольника является одновременно высотой и биссектрисой.

4. Стороны треугольника относятся как 15:20:25. Каким является треугольник?
1) Тупоугольный; 2) Равносторонний; 3) Равнобедренный; 4) Прямоугольный.

5. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если *A* (-1;2), *B* (3;-1).

1) $\sqrt{5}$; 2) $\sqrt{13}$; 3) 5; 4) $\sqrt{17}$.

6. В трапеции *ABCD* стороны *BC* и *AD* - основания и *2BC =AD.* Выразить вектор $\overrightarrow{DB}$ через векторы $\overrightarrow{CD}$ *и* $\overrightarrow{DA}$.

1) $-\overrightarrow{CD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$; 2) $\overrightarrow{CD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$; 3) $\overrightarrow{CD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$; 4) $-\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$.

7. В уравнении окружности $(x-2)^2+(y+1)^2=8$ найти координаты центра и радиус.
   1) (2; 1), *R*= 4; 2) (-2; 1), *R*= $2\sqrt{2}$; 3) (2; -1), *R*= 64; 4) (2; -1), *R*= $2\sqrt{2}$.
8. *B* (-7;4;-3). Найти сумму расстояний от точки *B* до оси *Ox* и от точки *B* до плоскости *yOx*.
   1) 6; 2) 12; 3) 14; 4) 10.
9. Известны координаты вершин треугольника *ABC*: *A* (-3;4;2), *B* (1;-2;5), *C* (-1;-6;4). *BK* – медиана треугольника. Найти *DK*.
   1) $\sqrt{14}$; 2) $\sqrt{18}$; 3) $\sqrt{15}$; 4) $\sqrt{10}$.
10. *ABCD* – параллелограмм: *A* (4;-1;3), *B* (-2;4;-5), *C* (1;0;-4), *D* (*x*;*y*;*z*). Найти сумму координат точки *D*.
    1) -3; 2) -5; 3) 6; 4) 4.
11. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - куб. Найти вектор, равный $\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{B_1C}-\overrightarrow{C_1D_1}$.
    1) $\overrightarrow{C_1A_1}$; 2) $\overrightarrow{AC}$; 3) $\overrightarrow{BD}$; 4) правильного ответа нет.
12. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - куб; $\overrightarrow{AD}=\vec{a},\ \overrightarrow{AB}=\vec{b},\ \overrightarrow{AA_1}=\vec{c}.$ Выразить вектор $\overrightarrow{MK}$ через векторы $\vec{a},\vec{b},\vec{c}.$
    1) $\vec{a}+\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}$; 2) $\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$; 3) $\vec{a}-\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$; 4) $\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{c}$.
13. Даны координаты точек: *A* (-3;2;-1), *B* (2;-1;-3), *C* (1;-4;3), *D* (-1;2;-2).
    Найти $\left|2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{CD}\right|$.
    1) $\sqrt{433}$; 2) $\sqrt{521}$; 3) $\sqrt{487}$; 4) $\sqrt{395}$.
14. Даны координаты точек: *A* (3;-2;1), *B* (-1;2;1), *C* (2;-3;3), *D* (-1;1;-2).
    Найти косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ *и* $\overrightarrow{CD}$.
    1) 0,75; 2) 0,6; 3) 0,7; 4) $\frac{2}{3}$.
15. При каком значении *k* векторы $\vec{a}(6-k;k;2)$ *и* $\vec{b}(-3;5+5k;-9)$ перпендикулярны?
    1) 2; 2) 3: 3) 2, -3, 6; 4) 3, -2, 4.
16. При каком значении *a* векторы $\overrightarrow{AB}$ *и* $\overrightarrow{CD}$ коллинеарны, если *A* (-2;-1;2), *B* (4;-3;6), *C* (-1;*a*-1;1), *D* (-4;-1;*a*).
    1) 1; 2) -2; 3) 2; 4) -1.
17. Дано: $|\vec{a}|=4, |\vec{b}|=4, (\vec{a}\hat{;}\vec{b})=60^o.$ Найти $\cos\alpha$, где α - угол между векторами $\vec{a}-\vec{b}$ *и* $\vec{b}$.
    1) 0,07; 2) $\frac{1}{\sqrt{15}}$; 3) $\frac{1}{\sqrt{13}}$; 4) 0,08.
18. Диагональ куба равна 12 *ед*. Найти объем куба.
    1) $144\sqrt{3}\text{ед}^3$; 2) 216ед; 3) $192\sqrt{3}\text{ед}^3$; 4) $216\sqrt{2}\text{ед}^3$.
19. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - куб. Найти угол между плоскостью, проходящей через точки *B*, *D*, C_1, и плоскостью основания.

1) $\arccos\frac{\sqrt{3}}{6}$; 2) $\arccos\frac{\sqrt{3}}{4}$; 3) 45^{o}; 4) $arctg\sqrt{2}$.

20. Длины диагоналей трех граней прямоугольного параллелепипеда, имеющие общую вершину, равны $5см, 2\sqrt{13}см, 3\sqrt{5}см$. Найти диагональ параллелепипеда.

    1) $\sqrt{73}см$; 2) $4\sqrt{7}см$; 3) $\sqrt{61}см$; 4) $7\sqrt{2}см$.

21. Найти высоту треугольной пирамиды, если все ее боковые ребра по $\sqrt{40}$ *см*, а стороны основания равны 10 *см*, 10 *см* и 12 *см*.

    1) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ *см*; 2) $\sqrt{2}$ *см*; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ *см*; 4) 1,5*см*.

22. Выбрать уравнение сферы с центром в точке *A* (2;-1;-4) и радиусом 7.

    1) $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=7$; 2) $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+4)^2=7$;

    3) $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+4)^2=49$; 4) $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-4)^2=49$.

23. Алюминиевый шар объемом 36π $см^3$ переплавили в равновеликий конус, образующая которого равна $3\sqrt{5}$ *см*. Найти высоту конуса, если она не более 4 *см*.

    1) 2,5 *см*; 2) $\sqrt{10}$ *см*; 3) 3 *см*; 4) $2\sqrt{3}$ *см*.

24. Объем цилиндра равен 63π $см^3$, а площадь осевого сечения 18π $см^2$

    Найти радиус основания цилиндра.

    1) 8 *см*; 2) $6\sqrt{3}$ *см*; 3) 9*см*; 4) 7 *см*.

25. Около куба описан цилиндр, полная поверхность которого равна S. Найти площадь поверхности куба.

    1) $2\sqrt{2}\,S\pi$; 2) $4\sqrt{2}\,S\pi$; 3) $\frac{4S}{\pi(\sqrt{2}-1)}$; 4) $\frac{6S}{\pi(\sqrt{2}+1)}$.

1. ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ

Билеты к экзамену 2 семестр

АмГУ
ФМиИ
1 курс
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №1

И.о. зав. кафедой
В.В. Сельвинский
____

1. Вывод общего уравнения плоскости.
2. Линейная оболочка, пересечение и сумма подпространств.

АмГУ
ФМиИ
1 курс
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №2

И.о. зав. кафедой
В.В. Сельвинский
____

1. Вывод нормального уравнения плоскости.
2. Квадратичная форма, ее матрица, формы записи. Метод Лагранжа приведения к каноническому виду.

___АмГУ И.о. зав. кафедой
ФМиИ В.В. Сельвинский
1 курс ___________________
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и
аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №3

1. Вывод формул Кардано.
2. Ортогональная система векторов и ее свойства. Ортогональный базис

АмГУ И.о. зав. кафедой
ФМиИ В.В. Сельвинский
1 курс ___________________
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и
аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №4

1. Вывод уравнения плоскости, проходящей через 3 точки.
2. Понятие и примеры линейного оператора. Матрица линейного оператора.

АмГУ И.о. зав. кафедой
ФМиИ В.В. Сельвинский
1 курс ___________________
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и
аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №5

1. Исследование уравнения однополостного гиперболоида.
2. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду.

АмГУ И.о. зав. кафедой
ФМиИ В.В. Сельвинский
1 курс ___________________
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и
аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №6

1. Исследование уравнения двуполостного гиперболоида.
2. Базис векторного пространства. Примеры. Свойства.

АмГУ И.о. зав. кафедой
ФМиИ В.В. Сельвинский
1 курс ___________________
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и
аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №7

1. Исследование уравнения гиперболического параболоида.

2. Понятие евклидова пространства. Длина вектора угол между векторами.

АмГУ
ФМиИ
1 курс
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №8

И.о. зав. кафедой
В.В. Сельвинский
____

1. Многочлены над областью целостностью. Доказательство теоремы Безу.
2. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду.

АмГУ
ФМиИ
1 курс
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №9

И.о. зав. кафедой
В.В. Сельвинский
____

1. Комплексно-сопряженные корни многочлена с действительными коэффициентами.
2. Понятие подпространства векторного пространства.

АмГУ
ФМиИ
1 курс
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №1-

И.о. зав. кафедой
В.В. Сельвинский
____

1. Рациональные корни многочлена.
2. Действия над линейными операторами.

АмГУ
ФМиИ
1 курс
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №11

И.о. зав. кафедой
В.В. Сельвинский
____

1. Пространство решений сстемы линейных однородных уравнений.
2. Угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости.

АмГУ
ФМиИ
1 курс
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №12

И.о. зав. кафедой
В.В. Сельвинский
____

1. Преобразование координат вектора при изменении базиса векторного пространства.

2. Виды уравнения прямой в пространстве.

АмГУ | И.о. зав. кафедой
ФМиИ | В.В. Сельвинский
1 курс | ________________

Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №13

1. Линейное многообразие системы линейных неоднородных уравнений.
2. Взаимное расположение плоскостей, прямой и плоскости, прямых в пространстве.

АмГУ | И.о. зав. кафедой
ФМиИ | В.В. Сельвинский
1 курс | ________________

Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №14

1. Теорема о существовании линейного оператора.
2. Цилиндры.

АмГУ | И.о. зав. кафедой
ФМиИ | В.В. Сельвинский
1 курс | ________________

Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №15

1. Собственные векторы и собственные значения матрицы линейного оператора.
2. Вырожденные поверхности 2-го порядка.

АмГУ | И.о. зав. кафедой
ФМиИ | В.В. Сельвинский
1 курс | ________________

Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №16

1. Неравенство Коши- Буняковского.
2. Схема Горнера и ее применение. Кратные корни многочлена.

АмГУ | И.о. зав. кафедой
ФМиИ | В.В. Сельвинский
1 курс | ________________

Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №17

1. Процесс ортогонализации.
2. Деление многочлена с остатком. НОД и НОК, алгоритм Евклида.

АмГУ
ФМиИ
1 курс
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №18

И.о. зав. кафедой
В.В. Сельвинский
____

1. Исследование уравнения эллипсоида.
2. Действия над линейными операторами.

АмГУ
ФМиИ
1 курс
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №19

И.о. зав. кафедой
В.В. Сельвинский
____

1. Вывод формул Кардано.
2. Собственные векторы и собственные значения.

АмГУ
ФМиИ
1 курс
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №20

И.о. зав. кафедой
В.В. Сельвинский
____

1. Пространство решений системы линейных однородных уравнений.
2. Схема выделения кранных множителей многочлена.

АмГУ
ФМиИ
1 курс
Алгебра и геометрия, линейная алгебра и аналитическая геометрия
Экзаменационный билет №21

И.о. зав. кафедой
В.В. Сельвинский
____

1. Теорема о существовании линейного оператора.
2. Основная теорема алгебры. Обобщенная теорема Виета.

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Амурский государственный университет»

Направление подготовки010400.62
«прикладная математика и информатика»
Наименование дисциплины «Алгебра и геометрия»

Курс 1

____ Утверждаю

Зав.кафедрой МАиМ
В.В. Сельвинский
«___»__________2012

Итоговый тест

1. Среди арифметических операций выбрать БАО на множестве $\{1; 0; -1\}$

1) сложение, 2) вычитание, 3) умножение, 4) деление.

2. На каких множествах операция вычитания является БАО

1) множество натуральных чисел, 2) множество положительных действительных чисел, 3) множество рациональных чисел, 4) множество нечетных целых чисел.

3. Указать операции, которые не являются коммутативными на указанных множествах

1) $a*b = a^b$ на множестве Q, 2) $a*b = a^2 + b^2$ на множестве R,

3) $a*b = \sqrt{ab}$ на множестве R^+, 4) $a*b = \dfrac{ab}{5}$ на множестве R.

4. Указать операции на заданных множествах, которые обладают нейтральным элементом

1) $a*b = b$ на множестве Q, 2) $a*b = a^2 - b^2$ на множестве Z,

3) $a*b = \dfrac{a+b}{2}$ на множестве R, 4) $a*b = \dfrac{ab}{3}$ на множестве $Q \setminus \{0\}$.

5. Указать обратимые операции на данных множествах

1) операция умножения на множестве чисел вида $\{a + b\sqrt{5} \,/\, a, b \in Z\}$,

2) $a*b = -ab$ на множестве Z, 3) сложение векторов плоскости,

4) умножение на множестве $Q \setminus \{0\}$.

6. Выяснить, какие множества являются группами относительно указанных операций

1) натуральные числа относительно сложения,

2) множество Q относительно умножения,

3) нечетные целые числа относительно сложения,

4) множество чисел вида $\{-1; 1\}$ относительно умножения.

7. Среди данных множеств, указать те, которые являются кольцами относительно обычных сложения и умножения

1) множество N, 2) множество всех четных целых чисел, 3) $\{1\}$,

4) множество чисел вида $a + b\sqrt[3]{5},$ где $a, b -$ любые целые числа.

8. Среди данных множеств, указать те, которые являются полями относительно обычных сложения и умножения

1) множество Z, 2) множество комплексных чисел, 3) $\{0\}$, 4) множество рациональных чисел.

9. Результат действий имеет $\dfrac{1+4i}{3-i} + (-5i)$ вид:

1) -0,1 -3,7i; 2) $\dfrac{-39+35i}{8}$; 3) 0,7 -6,3i; 4) $\dfrac{1-37i}{10}$.

10. Решить уравнение $z^2 - z + 5 = 0$:

1) $z_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$; 2) $z_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{19}}{2}$; 3) $z_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{21}i}{2}$; 4) $z_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{19}i}{2}$.

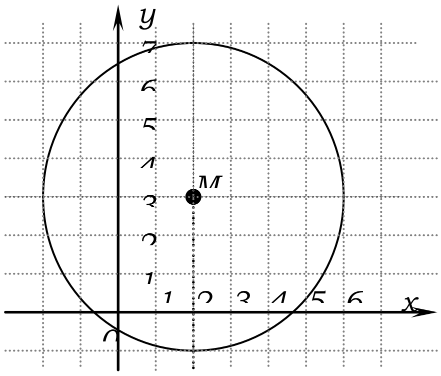
11. Вычислить $(\sqrt{2} - \sqrt{2}i)^8$:

1) $16(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$; 2) -256; 3) 256; 4) $256(\cos(-\frac{\pi}{4})+i\sin(-\frac{\pi}{4}))$.

12. Вычислить $\sqrt[3]{1}$:

1) 1; 2) ± 1; 3) 1, $-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$, $-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) 1, $-\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}$, $-\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{1}{2}$.

13.Записать уравнение с комплексным аргументом, описывающее геометрическое место точек, соответствующее рисунку



1) $|z-2+3i|=4$; 2) $|z-2-3i|=4$; 3) $|z|=4$; 4) $|z+2+3i|=4$.

14. Перестановка (47163285) имеет число инверсий равное:

1) 12; 2) 13; 3) 14; 4) 11.

15. Произведение подстановок $\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\2&5&1&4&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\3&1&2&4&5\end{pmatrix}$ равно:

1) (1); 2) $\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\5&3&2&4&1\end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\1&5&3&4&2\end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\2&3&5&4&1\end{pmatrix}$.

16. Декремент подстановки $\begin{pmatrix}8&6&4&2&7&5&3&1\\1&3&5&7&4&6&2&8\end{pmatrix}$ равен:

1) 6; 2) 5; 3) 0; 4) 7.

17. Определитель $\begin{vmatrix}-3&4\\-1&-5\end{vmatrix}$ равен: 1) -19; 2) 19; 3) -9; 4) 11.

18. Определитель $\begin{vmatrix}0&2&-1\\1&0&1\\3&-4&0\end{vmatrix}$ равен:1) 2; 2) -2; 3) -10; 4) 10.

19. Определитель $\begin{vmatrix}2&3&1&-1\\1&2&-1&3\\3&2&-1&1\\1&-1&2&3\end{vmatrix}$ равен:1) 18; 2) -18; 3) -90; 4) 90.

20. Матрица, обратная к матрице $\begin{pmatrix}4&2\\-7&-5\end{pmatrix}$ имеет вид:

1) $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$; 3) $-\frac{1}{6}\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$; 4) $-\frac{1}{34}\begin{pmatrix} -5 & -2 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$.

21. Ранг матрицы $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 5 & -3 \\ -5 & -1 & 11 & -4 \\ -7 & -1 & 16 & -7 \end{pmatrix}$ равен:1) 1; 2) 4; 3) 3; 4) 2.

22. Система $\begin{cases} 3x + y = -2, \\ ax - 4y = 8 \end{cases}$ имеет бесчисленное множество решений при значении параметра a равном:

1) -12; 2) -4,5; 2) 12; 4) при любом значении a.

23. Исследовать систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 8x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ -2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 5x_5 = 0, \\ -x_1 + 7x_2 - x_3 + x_4 + 5x_5 = 3, \\ x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 5x_4 + 8x_5 = -1. \end{cases}$$ на совместность:

1) система совместна и определена; 2) система совместна и неопределена;

3) система несовместна 4) система имеет только нулевое решение.

24. Среди данных систем векторов укажите те, которые является линейно зависимыми:

1) $a_1 = (-1{,}4{,}-2)$, $a_2 = (3{,}1{,}6)$, $a_3 = (2{,}-3{,}8)$;

2) $a_1 = (1{,}0{,}0)$, $a_2 = (0{,}1{,}0)$, $a_3 = (0{,}0{,}1)$;

3) $a_1 = (4{,}-5{,}0)$, $a_2 = (-2{,}9{,}6)$, $a_3 = (-0{,}5;-1;-1{,}5)$;

4) $a_1 = (6{,}7{,}-3)$, $a_2 = (0{,}10{,}-8)$, $a_3 = (0{,}0{,}-1)$.

25. Среди данных утверждений укажите верные:

1) линейно независимая система векторов коллинеарные векторы содержать не может;

2) если система векторов содержит компланарные векторы, то система является линейно независимой;

3) линейно зависимая система векторов нулевой вектор содержать не может;

4) если часть системы векторов линейно зависима, то вся система векторов может быть линейно независимой.