ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РФ

А М У Р С К И Й   Г О С У Д А Р С Т В Е Н Н Ы Й   У Н И В Е Р С И Т Е Т

Кафедра общей математики и информатики

Учебно-методический комплекс

дисциплины

«МАТЕМАТИКА»

для специальностей:
140204 – Электрические станции
140205 – Электроэнергетические системы и сети
140211 - Электроснабжение
140101 – Тепловые электрические станции

Благовещенск
2006 г.

Печатается по решению
редакционно-издательского совета
факультета математики и информатики
Амурского государственного
университета

Составитель *Ермилова Н.А.*

Учебно-методический комплекс дисциплины (УМКД) «МАТЕМАТИКА»

Учебно-методический комплекс дисциплины «МАТЕМАТИКА» предназначен для студентов энергетического факультета очной и заочной форм обучения и содержит программу, образцы материалов для текущего и итогового контроля, теоретические вопросы и практический материал для подготовки к экзаменам.

Рекомендовано к изданию кафедрой общей математики и информатики.

I. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

<u>Семестр − 1</u>

(лекции – 36 ч, практика – 72 ч.)

Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

(лекции - 22ч, практика – 44ч.)

1. Матрицы, действия с ними Определители, их свойства. Алгебраические дополнения и миноры. Определители n-го порядка. Вычисление определителя разложением по строке (столбцу). Понятие обратной матрицы. Ранг матрицы
2. Системы линейных уравнений. Матричный способ решения систем линейных уравнений. Правило Крамера. Метод Гаусса Решение систем m линейных уравнений с n неизвестными, теорема Кронекера-Капелли. Однородные системы.
3. Системы координат на прямой, плоскости и в пространстве. Пространства R^2 и R^3. Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Направляющие косинусы и длина вектора. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора и угол между векторами в координатной форме. Условие ортогональности двух векторов. Механический смысл скалярного произведения.
4. Векторное произведение двух векторов, его свойства. Смешанное произведение векторов. Геометрический смысл определителя третьего порядка.
5. Уравнения линий на плоскости. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.
6. Кривые 2-го порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, их геометрические свойства и уравнения. Полярные координаты на плоскости. Спираль Архимеда.
7. Уравнения прямой и плоскости в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью.
8. Уравнение поверхности в пространстве. Цилиндрические поверхности. Сфера. Конусы. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Геометрические свойства этих поверхностей, исследование их формы методом сечений.
9. Комплексные числа. Изображение комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корня из комплексных чисел.

10. Уравнения, неравенства и системы уравнений с комплексными числами
11. Алгебраические уравнения и многочлены. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на множители.

Введение в математический анализ

(6ч – лекция, 12ч – практика)

1. Числовые последовательности, их роль в вычислительных процессах. Предел числовой последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Вычисление пределов.
2. Функция. Область ее определения. Способы задания. Сложные и обратные функции, их графики. Класс элементарных функций.
Предел функции. Бесконечно малые функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых.
3.Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.

Дифференциальное исчисление функции одной переменной

(8ч – лекции, 16ч – практика)

1. Производная функции, ее физический и геометрический смысл. Правила нахождения производной и дифференциала. Производная сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
2. Точки экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, их применение. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопиталя. Условия монотонности функции. Экстремумы функции. Необходимое условие. Достаточные условия
3. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты.
4.Общая схема исследования функции и построения ее графика.

Семестр −2

(лекции – 36 ч., практика – 72 ч.)

Интегральное исчисление функции одной переменной

(10ч – лекции, 20ч – практика)

1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов
2. Методы интегрирования подстановкой, по частям, интегрирование рациональных функций.

3. Интегрирование иррациональных и тригонометрических функций.
4. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов.
5. Несобственные интегралы, их основные свойства. Приложения определенного интеграла.

Функции нескольких переменных

(8ч – лекции, 16ч – практика)

1. Функции нескольких переменных. Область определения. Предел. Непрерывность. Частные производные.
2. Полный дифференциал. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала.
3. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Неявные функции, дифференцирование неявных и параметрически заданных функций.
4. Экстремумы функций нескольких переменных. Метод наименьших квадратов. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Примеры применений при поиске оптимальных решений.

Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений

(12ч – лекции, 24ч − практика)

1. Дифференциальные уравнения с разделенными и разделяющимися переменными. Частное и общее решение.
2-3. Однородные, линейные, уравнения в полных дифференциалах, Бернулли, Лагранжа, Клеро и др.
4. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения, однородные. Общее решение.
5. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида.
6. Нормальная система дифференциальных уравнений. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения.
7. Метод исключения для решения нормальных систем. Простейшие численные методы. Системы линейных дифференциальных уравнений.

Операционное исчисление и его применение к решению дифференциальных уравнений и систем

(6ч − лекции, 12ч − практика)

1. Преобразование Лапласа. Основные теоремы операционного исчисления.
2. Нахождение изображения по оригиналу.
3. Нахождение оригинала по изображению.
4. Решение дифференциальных уравнений и систем операторным методом.

<u>Семестр−3</u>

(лекции – 54 ч, практика – 54 ч.)

Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы

(10ч – лекции, 10 ч – практика)

1. Задачи, приводящие к понятиям кратных, криволинейных и поверхностных интегралов. Двойной интеграл. Вычисление двойных интегралов повторным интегрированием. Изменение порядка интегрирования.
2. Тройной интеграл. Цилиндрические и сферические координаты.
3. Определение криволинейных интегралов первого и второго рода, их свойства, примеры вычисления.
4. Площадь поверхности. Определение поверхностных интегралов, их свойства, примеры вычисления.
5. Приложение кратных интегралов к решению задач.

Числовые и функциональные ряды

(16ч – лекции, 16 ч – практика)

1. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Действия с рядами.
2. Методы исследования сходимости знакопостоянных рядов.
3. Методы исследования сходимости знакопеременных рядов.
4. Функциональные ряды. Область сходимости.
5. Степенные ряды. Разложение функций в степенные ряды.
6. Ряд Тейлора. Достаточные условия сходимости ряда Тейлора. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
7. Тригонометрические ряды. Ряд Фурье.
8. Приближенные вычисления с помощью рядов. Приложение рядов к решению задач.

Теория вероятностей

(18ч – лекции, 18 ч – практика)

Случайные события

1. Элементы комбинаторики.
2. Предмет теории вероятностей. Классификация событий. Пространство элементарных событий.
3. Теорема сложения вероятностей, условные вероятности, теорема умножения вероятностей.
4. Независимые события и их свойства. Формула полной вероятности, формула Байеса.
5. Схема повторных испытаний Бернулли. Локальная и интегральная теорема Муавра-Лапласа, формула Пуассона.

Случайные величины

6. Дискретные случайные величины. Ряд распределения. Функция распределения. Плотность распределения, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины.
7. Непрерывные случайные величины. Ряд распределения. Функция распределения. Плотность распределения, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
8. Нормальное распределение и его свойства. Показательное распределение, распределение Пуассона.
9. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова.

Основные понятия и методы математической статистики

(10ч – лекции, 10 ч – практика)

1. Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Полигон и гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя дисперсия.
2. Понятие доверительных оценок. Доверительный интервал. Понятие о критериях согласия.
3. Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии, их свойства. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их свойства и оценки. Определение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.

4. Постановка задачи проверки гипотез. Критерий оценки и его мощность. Критическая область и область принятия гипотезы. Проверка гипотез о значениях параметров нормального распределения.
5. Проверка гипотез о виде распределения. Критерий Пирсона.

Семестр −4

(лекции – 36 ч., практика – 36 ч.)

Теория поля

(8ч – лекции, 8ч – практика)

1.Скалярное поле. Векторное поле. Их свойства.
Дифференциальные операции теории поля: дивергенция, ротор, оператор Лапласа. Оператор Гамильтона, оператор Лапласа.
2.Поток, циркуляция. Способы вычисления потока. Линейный интеграл в векторном поле.
3. Интегральные теоремы теории поля: теоремы Остроградского, Грина, Стокса.
4. Потенциальное, соленоидальное, гармоническое поле, специальные виды полей.

Теория функции комплексного переменного

(18ч – лекции, 18ч – практика)

1. Операции на комплексной плоскости.
2. Элементарные функции комплексного переменного.
3. Предел и непрерывность функции комплексного переменного.
Производная. Условия Коши-Римана. Гармонические функции.
Дифференцируемость элементарных функций.
4. Интегрирование по комплексному аргументу
5. Теорема Коши. Интегральная формула Коши. Ряд Тейлора.
6. Изолированные особые точки функции комплексного переменного. Их классификация. Ряд Лорана.
7. Вычеты. Основная теорема о вычетах.
8. Применение вычетов к вычислению интегралов.
9. Конформные отображения.

Элементы дискретной математики

(10ч – лекции, 10ч – практика)

1. Бинарные отношения, их свойства. Отношения эквивалентности и частичного порядка.

2. Логические операции, их свойства. Алгебра высказываний и предикатов. Кванторы Булевы функции. Цепи переключателей.
3. Основные понятия теории графов.
4. Обходы графов. Эйлеровы и гамильтоновы циклы в графах.
5. Прикладные задачи и алгоритмы анализа графов.

Тематическое планирование практических занятий

№	Наименование тем практических занятий	Час.	Контр.р, РГР
	1-й семестр – 72 часа		
	Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии - 44 ч.		
1.	Матрицы, операции над ними.	2 ч	
2.	Определители, их свойства, вычисление определителей	2 ч	
3.	Обратные матрицы, матричные уравнения	2 ч	
4.	Решение систем линейных уравнений методом Крамера и с помощью обратной матрицы	2 ч	
5.	Решение систем линейных уравнений методом Гаусса	2 ч	
6.	Ранг матрицы. Решение систем однородных уравнений	2 ч	
7.	Исследование линейных систем на совместность. Фундаментальная система решений.	2 ч	РГР
8.	*Контрольная работа №1*	2 ч	КР
9.	Операции над векторами, скалярное произведение векторов, его свойства.	4 ч	
10.	Векторное и смешанное произведение векторов, приложение.	4 ч	
11.	Линии на плоскости. Уравнения прямой.	2 ч	
12.	Кривые второго порядка.	4 ч	
13.	Уравнения прямой и плоскости в пространстве	2 ч	РГР
14.	*Контрольная работа №2*	2 ч	КР
15.	Уравнения поверхностей второго порядка	2 ч	
16.	Комплексные числа.	4 ч	
17.	Многочлены, теорема Безу.	2 ч	
18.	*Контрольная работа № 3*	2 ч	КР

	Введение в математический анализ – 12 ч		
19.	Элементарные функции, их свойства и графики	2 ч	
20.	Числовые последовательности и их пределы.	2 ч	
21.	Предел функции. Замечательные пределы.	2 ч	
22.	Бесконечно большие и бесконечно малые функции, их свойства. Эквивалентные бесконечно малые.	2 ч	
23.	Применение эквивалентности бесконечно малых к вычислению пределов функций.	2 ч	
24.	Непрерывность. Исследование функций на непрерывность.	2 ч	РГР
	Дифференциальное исчисление функции одной переменной – 16 ч		
25.	Производная функции, ее свойства. Нахождение производной по определению.	2 ч	
26.	Таблица производных. Нахождение производной и дифференциала	2 ч	
27.	Производная сложной и обратной функций, дифференцирование неявных функций, заданных параметрически, логарифмическое дифференцирование	2 ч	
28.	Точки экстремума функции. Применение производной к исследованию функций.	2 ч	
29.	Правило Лопиталя.	2 ч	
30.	Касательная и нормаль к графику функции в данной точке.	2 ч	
31.	Применение дифференциального исчисления к решению задач на наибольшие и наименьшие значения функций на отрезке и нахождение точек оптимальных значений функций.	2 ч	РГР
32.	*Контрольная работа №4*	2 ч	КР
	2-й семестр – 72 часа		
	Интегральное исчисление функции одной Переменной – 20ч		
33.	Неопределенный интеграл. Табличные интегралы	2 ч	
34.	Методы замены переменных и интегрирования по частям	2 ч	
35.	Интегрирование рациональных функций	2 ч	
36.	Интегрирование тригонометрических функций	2 ч	
37.	Интегрирование иррациональных и др. функций	2 ч	РГР

38.	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.	2 ч	
39.	Вычисление определенного интеграла	2 ч	
40.	Несобственные интегралы.	2 ч	
41.	Геометрические и физические приложения определенного интеграла	2 ч	РГР
42.	*Контрольная работа №5*	2 ч	КР
	Функции нескольких переменных – 16 ч		
43.	Область определения функций нескольких переменных. Предел, непрерывность	2 ч	
44.	Частные производные и полный дифференциал первого и высших порядков	4 ч	
45.	Касательная плоскость и нормаль к поверхности	2 ч	
46.	Экстремум функции двух переменных	2 ч	РГР
47.	Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области	2 ч	
48.	Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа	2 ч	
49.	*Контрольная работа № 6*	2 ч	КР
	Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений, операционное исчисление, его применение – 36 ч.		
50.	Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными	2 ч	
51.	Решение однородных дифференциальных уравнений первого порядка и приводящихся к ним	2 ч	
52.	Решение линейных уравнений первого порядка	2 ч	
53.	Решение уравнений в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель	2 ч	
54.	Решение дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка.	4 ч	
55.	Линейные однородные дифференциальные уравнения	4 ч	
56.	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения	4 ч	
57.	Решение систем линейных дифференциальных уравнений	4 ч	РГР
58.	*Оригиналы, изображения. Преобразования Лапласа*	2 ч	
59.	. Нахождение изображений	2 ч	

60.	Восстановление оригиналов по данным изображениям	2 ч	
61.	Решение дифференциальных уравнений и систем операционным методом	4 ч	РГР
62.	*Контрольная работа № 7*	2 ч	КР
	***3-й семестр** – 54 часа*		
	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы – 10 ч.		
63.	Двойной интеграл, замена переменных в двойном интеграле.	2 ч	
64.	Вычисление объема и площади поверхности. Физические приложения двойного интеграла.	2 ч	
65.	Тройной интеграл. Приложения тройного интеграла.	2 ч	
66.	Криволинейные интегралы по дуге и по координатам.	2 ч	
67.	Поверхностные интегралы.	2 ч	РГР
	Числовые и функциональные ряды – 16ч.		
68.	Числовой ряд, сумма ряда. Необходимое условие сходимости числового ряда.	2 ч	
69.	Признаки сходимости числового ряда.	4 ч	
70.	Функциональные ряды. Область сходимости ряда.	2 ч	
71.	Степенные ряды и их приложение.	4 ч	
72.	Ортогональная система функций. Ряды Фурье.	2 ч	
73.	*Контрольная работа №8*	2 ч	РГР
	Теория вероятностей –18 ч.		
74.	Основные понятия теории вероятностей. Основные теоремы теории вероятностей.	2 ч	
75.	Случайные события. Вероятности случайных событий. Геометрическая вероятность. Гипергеометрическая вероятность.	2 ч	
76.	Полная вероятность. Формулы Байеса.	2 ч	
77.	Повторение испытаний. Формулы Бернулли и Лапласа.	2 ч	
78.	Случайные величины и их законы распределения. Функция распределения вероятностей, плотность распределения вероятностей случайных величин.	2 ч	

79.	Биномиальное, гипергеометрическое, равномерное распределения, их числовые характеристики.	2 ч	
80.	Нормальный закон распределения, пуассоновское распределение, их характеристики.	2 ч	
81.	Предельные теоремы теории вероятностей.	2 ч	РГР
82.	*Контрольная работа № 9*	2 ч	КР
	Основы математической статистики –10 ч.		
83.	Вариационные ряды и их характеристики.	2 ч	
84.	Выборочный метод и статистическое оценивание.	2 ч	
85.	Проверка статистических гипотез.	2 ч	
86.	Корреляционная таблица, уравнение корреляции	2 ч	РГР
87.	*Лабораторная работа*	2 ч	ЛР
	4-й семестр – 36 *часов*		
	Теория поля – 8 ч.		
88.	Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент скалярного поля.	2 ч	
89.	Векторное поле и его поток через поверхность.	2 ч	
90.	Дивергенция векторного поля. Теорема Остроградского.	1 ч	
91.	Линейный интеграл и циркуляция векторного поля.	1 ч	
92.	Ротор векторного поля. Теорема Стокса.	1 ч	
93.	Потенциальные и соленоидальные векторные поля.	1 ч	РГР
	Теория функций комплексного переменного – 18 ч.		
94.	Комплексная плоскость.	2 ч	
95.	Элементарные функции комплексного переменного.	2 ч	
96.	Производная функции комплексного переменного.	2 ч	
97.	Интегрирование по комплексному аргументу.	2 ч	
98.	Теорема Коши, Интегральная формула Коши	2 ч	
99.	Изолированные особые точки. Нули функции. Ряд Тейлора.	2 ч	
100.	Ряд Лорана. Разложение функций в ряд Лорана.	2 ч	
101.	Вычеты, их применение.	2 ч	
102.	Приложения теории функций комплексного переменного.	2 ч	РГР

	Основы дискретной математики – 10 ч		
103.	Бинарные отношения, их свойства.	2 ч	
104.	Алгебра высказываний, предикаты, кванторы.	2 ч	
105.	Булевы функции. Цепи переключателей.	1 ч	
106.	Графы, обходы графов. Паросочетания, изоморфизм графов	1 ч	
107.	Прикладные задачи.	2 ч	
108.	*Контрольная работа №10*	2ч	КР

II. ТРЕБОВАНИЯ К ЗНАНИЯМ СТУДЕНТОВ

<u>Студент должен знать</u>

1. Основные понятия теории множеств – объединение, пересечение, дополнение, прямое произведение, отношения эквивалентности, мощность. Отношение порядка и эквивалентности. Графы. Числовые характеристики графов.
2. Основные понятия алгебры логики.
3. Аксиомы целых, рациональных, вещественных и комплексных чисел.
4. Символы математической логики. Понятие прямой и обратной теорем. Понятие необходимого и достаточного условия.
5. Основные понятия аналитической геометрии на плоскости и в пространстве - декартовы, полярные, цилиндрические и сферические координаты, расстояние между точками, способы задания линий на плоскости, поверхностей и линий в пространстве.
6. Вектор, линейные операции над векторами. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов, их свойства.
7. Способы задания прямой и плоскости в пространстве (общий, канонический, параметрический).
8. Канонические уравнения кривых и поверхностей второго порядка, их изображения.
9. Понятие линейного пространства. Пространства R^2, R^3.
10. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Производные и первообразные основных элементарных функций. Представления степенными рядами.
11. Свойства многочленов (теорема Безу, идея построения интерполирующих многочленов).
12. Понятие предела функции одной и нескольких переменных. Замечательные пределы.

13. Понятие бесконечно малой.
14. Понятие экстремума.
15. Понятие дифференциала.
16. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальное уравнение, системы дифференциальных уравнений, их решение. Задача Коши. Краевая задача.
17. Операционное исчисление, основные теоремы, их применение.
18. Понятие интеграла (определенного, кратного, криволинейного, поверхностного), его свойства.
19. Дифференциальные операции теории поля (градиент, дивергенция, ротор, оператор Лапласа), их свойства.
20. Интегральные теоремы теории поля (теоремы Остроградского, Грина, Стокса).
21. Понятие числового и функционального рядов, суммы ряда, сходимости рядов.
22. Понятие степенного ряда, характер и область сходимости.
23. Понятие ряда Фурье по ортогональной системе функций, характер сходимости.
24. Понятие аналитической функции, аналитического продолжения.
25. Свойства элементарных функций комплексного переменного.
26. Понятие конформного отображения.
27. Понятие изолированной особой точки, типы изолированных особых точек, понятие точки ветвления.
28. Понятие вычета и его приложение к вычислению интегралов.
29. Понятие случайного события. Операции в алгебре событий, их интерпретация.
30. Понятие вероятности события, правила вычисления вероятностей.
31. Понятие непрерывной и дискретной случайной величины, законы распределения, их графическое изображение.
32. Числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин – математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратичное отклонение.
33. Нормальный закон распределения, его графическое изображение и числовые характеристики.
34. Понятие повторных и независимых испытаний. Биномиальный закон распределения.
35. Понятие генеральной и выборочной совокупности. Выборочные характеристики.

36. Понятие доверительной вероятности, доверительного интервала.
37. Понятие статистической гипотезы и статистического критерия.
38. Понятие независимых и зависимых случайных величин, регрессии и корреляции.

<u>Студент должен уметь</u>

1. Задавать множества с помощью неравенств. Изображать множества с помощью неравенств. Находить объединение, пересечение, дополнение и прямое произведение множеств.
2. Выполнять арифметические действия с действительными и комплексными числами.
3. Переводить комплексные числа из одной формы в другую. Вычислять корни из комплексных чисел.
4. Формулировать теорему, обратную данной, уметь различать необходимые и достаточные условия в формулировке любой теоремы.
5. Записывать суждения с помощью символов математической логики.
6. Определять координаты точки в разных системах координат.
7. Находить координаты вектора с заданными концами, его длину.
8. Выполнять линейные операции с векторами, заданными в координатах или геометрически.
9. Находить скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
10. Применять векторы для решения следующих задач аналитической геометрии: вычисление углов, проекций, расстояний, площадей треугольников и параллелограммов, нахождение уравнений прямой на плоскости, плоскости в пространстве, прямой в пространстве.
11. Определять тип кривой или поверхности второго порядка, заданной каноническим уравнением, изображать ее графически.
12. Приводить уравнение прямой или поверхности к каноническому виду.
13. Исследовать форму поверхностей методом сечений.
14. Выполнять действия с матрицами. Находить матрицу, обратную данной.
15. Вычислять определители.
16. Решать системы линейных уравнений методами Крамера, Гаусса, матричным методом.

17. Находить производные элементарных функций.
18. Исследовать функции и строить графики с помощью первой и высших производных.
19. Находить уравнения касательной к плоским и пространственным кривым.
20. Выполнять локальное исследование функций нескольких переменных и, в частности, вычислять производные по направлениям, находить направление наискорейшего роста и убывания функции, определять координаты стационарных точек и выяснять характер этих точек, находить уравнения касательных плоскостей и нормалей к поверхностям.
21. Представлять графически функции двух и трех переменных.
22. Находить первообразные, пользуясь таблицами неопределенных интегралов.
23. Вычислять площади плоских фигур, длины дуг, криволинейные интегралы.
24. Сводить к квадратурам дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, линейные, в полных дифференциалах.
25. Находить общее решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
26. Сводить к уравнению первого порядка дифференциальные уравнения второго порядка специального вида.
27. Представлять дифференциальные уравнения n-го порядка в виде систем уравнений первого порядка, и наоборот.
28. Разлагать функции в степенные ряды.
29. Применять степенные ряды в приближенных вычислениях и для решения дифференциальных уравнений.
30. Вычислять кратные интегралы по простым областям в декартовых, полярных, цилиндрических и сферических координатах.
31. Вычислять потоки векторного поля через участки плоскости или поверхности второго порядка. Применять формулу Остроградского.
32. Находить градиент, дивергенцию и ротор классических полей теории электромагнетизма, теории теплопередачи и др.
33. Применять теории вычетов для вычисления интегралов.
34. Решать задачи Коши для линейных уравнений и систем операционным методом и судить об устойчивости найденных решений.

35. Вычислять вероятность случайного события, суммы и произведения случайных событий.
36. Вычислять числовые характеристики случайных величин – математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратичное отклонение.
37. Вычислять вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал.
38. Уметь пользоваться правилом «трех сигм».
39. Получать графическое изображение вариационных рядов (гистограмму, полигон, эмпирическую функцию распределения).
40. Вычислять выборочные среднюю арифметическую, дисперсию, среднеквадратическое отклонение.
41. Вычислять выборочный парный коэффициент корреляции. Проверять значимость коэффициента корреляции.
42. Выполнять аналитические преобразования функций алгебры логики. Находить нормальные формы и полиномы Жегалкина.
43. Устанавливать полноту системы булевых функций.
44. Минимизировать булевы функции.
45. Составлять графовые модели для прикладных задач и анализировать их с помощью теории графов.
46. Ставить и решать оптимизационные задачи на графах.

III. ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Лекции. На лекциях по математике излагается содержание, проводится анализ основных понятий и методов. Чтение лекций сопровождается рассмотрением примеров, соответствующих основным положениям лекции.

Начиная с первой лекции, студентам разъясняется роль математики в процессе их обучения и практической деятельности инженера, добиваясь сознательного подхода студентов к изучению курса.

Математика необходима для успешного овладения фундаментальными и специальными дисциплинами, для которых она является универсальным языком. С другой стороны, математика вооружает инженера мощным аппаратом для исследования многих процессов, как на стадии разработок, так и в производстве или эксплуатации.

Однако не следует выпускать из виду, что математика и ее средства исследования не остаются на месте, а непрерывно подвергаются процессу совершенствования и обновления. И в этом процессе обновления практика играет значительную, если не решающую роль.

Уделяя должное внимание вопросам истории математики, следует знакомить студентов с тем, как в течение многих лет совершенствовались определения, теоремы и методы, какой вклад в этот процесс внесли выдающиеся математики разных эпох, в том числе наши соотечественники.

Лектор обязан четко и доступно излагать содержание курса математики. Ему рекомендуется следить за ведением конспектов лекций студентами. Конспект лекций должен содержать названия тем, параграфов и пунктов. Каждый из параграфов начинается с постановки задачи и заканчивается кратким выводом. В конце каждой темы рекомендуется кратко описать роль и особенности использования изложенного метода.

Практические занятия. На практических занятиях студенты осваивают основные приемы решения задач, получают разъяснение теоретических положений курса, выполняют запланированные контрольные и самостоятельные работы по итогам изучения раздела, темы.

Самостоятельная работа студентов состоит из непрерывной аудиторной и внеаудиторной работы по выполнению текущих заданий и различных форм циклической работы по выполнению индивидуальных расчетно-графических работ (РГР). Контроль над выполнением РГР проводится в два этапа:

1) предварительная проверка правильности выполнения РГР;
2) защита РГР в письменной или устной форме.

Программой предусмотрено, что некоторые темы курса студенты изучают самостоятельно. Для этого преподаватель:

- указывает главы и параграфы литературы, имеющейся в библиотеке, на кафедре, обязательные для проработки и конспектирования студентами;
- определяет время, отводимое на изучение каждой темы, и устанавливает сроки контроля результатов самостоятельной работы студентов;
- организует консультации;
- проводит контроль и зачет результатов самостоятельной работы студентов.

Система контроля работы студентов включает опрос студентов на практических занятиях, проверку выполнения текущих заданий, контрольные работы, защиту типовых расчетов, теоретические коллоквиумы, защиту курсовых работ, зачеты и экзамены.

Каждое практическое занятие рекомендуется начинать с краткого (10 - 15 мин) опроса студентов по теоретическому материалу с одновременной проверкой выполнения домашнего задания. Одной из форм такого контроля является выполнение мини контрольных и самостоятельных работ.

Рубежный контроль осуществляется проведением защиты типовых расчетов и двухчасовых контрольных работ.

Студенты допускаются к сдаче экзамена при условии удовлетворительного выполнения ими всех форм текущего контроля, предусмотренных программой. Экзамен проводится по билетам, утвержденным на заседании кафедры, и содержащим как теоретические, так и практические задания по вопросам, предусмотренным программой.

Итоговая оценка рассчитывается по формуле $0{,}4x + 0{,}6y$, где x – средняя оценка, полученная в результате выполнения текущих форм контроля в течение семестра, y – результат итогового экзамена за семестр.

Методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Для указанных специальностей ЭФ на кафедре разработаны и изданы следующие учебно-методические пособия:

Ермилова Н.А. Высшая математика. Практикум для студентов. АмГУ, 2002.

*Ермилова Н.А.*Введение в математический анализ. АмГУ, 2002.

*Ермилова Н.А.*Практикум по неопределенным интегралам. АмГУ, 2003.

*Ермилова Н.А, Ситун А.Е.*Теория поля. АмГУ. 2003.

*Ермилова Н.А.*Теория вероятностей и математическая статистика. Практикум. 2006.

Ермилова Н.А. ТФКП. Теория функций комплексного переменного. Практикум. АмГУ,2006.

Филимонова А.П., Костенко С. В., Литовка Г,В., Юрьева Т. А. Элементы векторной алгебры. АмГУ, 2004.

Филимонова А.П., Костенко С. В., Литовка Г,В., Юрьева Т. А. Элементы аналитической геометрии. АмГУ, 2005.

Филимонова А.П., Костенко С. В., Юрьева Т. А. Элементы математической логики с приложением. АмГУ, 2002.

В стадии разработки и издания находятся пособия по теории рядов, дискретной математике и другие.

По остальным разделам задания для РГР предлагаются преподавателем, кроме того, они приводятся в учебных пособиях, приведенных в разделе «Библиографический список».

IV. ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ КОНТРОЛЬНЫХ ВОПРОСОВ
для проверки уровня подготовленности студентов

1.	**Алгебра и геометрия**
2.	Свойства определителей
3.	Вычисление определителей по правилу треугольника
4.	Вычисление определителей разложением по элементам столбца (строки)
5.	Матрицы, их виды и свойства
6.	Умножение матриц
7.	Миноры и алгебраические дополнения
8.	Обратная матрица
9.	Ранг матрицы
10.	Собственные векторы матрицы
11.	Приведение матрицы к треугольному виду
12.	Виды систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и особенности их решения
13.	Теорема Кронекера-Капелли
14.	Метод Крамера решения СЛАУ
15.	Метод Гаусса решения СЛАУ
16.	Векторы и их виды. Примеры
17.	Линейные операции над векторами
18.	Модуль вектора
19.	Направляющие косинусы вектора
20.	Какие векторы называются линейно зависимыми?
21.	Что такое базис?
22.	Скалярное произведение векторов
23.	Векторное произведение векторов
24.	Смешанное произведение векторов
25.	Уравнение прямой в общем виде, с угловым коэффициентом
26.	Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки
27.	Уравнение прямой в отрезках
28.	Уравнение прямой в векторной форме и в нормальном виде
29.	Угол между прямыми
30.	Уравнения плоскости в общем виде и в отрезках
31.	Угол между плоскостями
32.	Канонические уравнения прямой в пространстве

33.	Параметрические уравнения прямой
34.	Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки в пространстве
35.	Угол между прямой и плоскостью
36.	Эллипс. Каноническое и параметрическое уравнение окружности и эллипса
37.	Парабола и гипербола, их определение, канонические уравнения.
38.	Какие поверхности второго порядка вы знаете? В чем состоит сущность исследования поверхностей второго порядка методом сечения?
39.	Написать общий вид Бинома Ньютона и несколько первых его членов
40.	Свойства биномиальных коэффициентов
41.	Определения, теоремы, необходимые и достаточные условия, основные символы математической логики, кванторы.
42.	Множества, операции на множествах
43.	Полярная система координат и ее связь с прямоугольной
44.	Предел последовательности
45.	Предел функции
46.	Первый и второй замечательный пределы
47.	Бесконечно малые и бесконечно большие величины и их свойства
48.	Эквивалентные величины и их использование в теории пределов
49.	Непрерывность функций
50.	Горизонтальные, вертикальные и наклонные асимптоты функций, их уравнения
51.	Механический и геометрический смысл производной
52.	Таблица производных
53.	Дифференциал, его определение, геометрический смысл и применение в приближенных вычислениях
54.	Показать на примере применение логарифмического дифференцирования
55.	Теорема Лагранжа о конечных приращениях, ее геометрический смысл
56.	Уравнения касательной и нормали
57.	Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей

58.	Общая схема исследования функций
59.	Формулы Тейлора и Маклорена, их практическое применение
60.	Неопределенный интеграл, его свойства
61.	Интегрирование подстановкой
62.	Интегрирование по частям
63.	Какая рациональная дробь называется правильной?
64.	Разложение правильной рациональной дроби на простейшие
65.	Интегрирование функций, содержащих тригонометрические выражения
66.	В каких случаях рекомендуется применять подстановку $tgx = t$?
67.	Свойства и геометрический смысл определенного интеграла
68.	Формула Ньютона-Лейбница
69.	Вычисление определенных интегралов, изменение пределов интегрирования при замене переменной
70.	Несобственные интегралы первого и второго рода, их вычисление
71.	Правила оценки сходимости несобственных интегралов
72.	Вычисление площадей фигур в прямоугольных и полярных координатах. Другие приложения определенного интеграла
73.	Понятие и примеры функций нескольких переменных (ФНП)
74.	Область определения ФНП
75.	Предел ФНП
76.	Частное и полное приращения ФНП
77.	Частные производные ФНП
78.	Частные производные ФНП высших порядков
79.	Дифференциал ФНП, применение его в приближенных вычислениях
80.	Производная по направлению, ее геометрический смысл
81.	Градиент и модуль градиента, их геометрический смысл
82.	Экстремумы ФПН
83.	Порядок исследования функции двух переменных на экстремум
84.	Алгоритм определения наименьшего и наибольшего значений ФПН в замкнутой области
85.	ДУ первого порядка. Общее и частное решения, их геометрический смысл

86.	Алгоритм решения линейных дифференциальных уравнений (ЛДУ) первого порядка способом Бернулли и методом вариации произвольной постоянной
87.	Однородные и приводящиеся к однородным ДУ и их решение
88.	ДУ в полных дифференциалах и их решение
89.	Решение дифференциальных уравнений вида $y^{(n)} = f(x)$
90.	Решение дифференциальных уравнений второго порядка: а) не содержащих в явном виде переменной $У$ б) не содержащих в явном виде переменной X
91.	ЛДУ, их частные и общие решения
92.	Определитель Вронского и его свойства
93.	Применение определителя Вронского для решения ЛДУ
94.	Какие решения ЛДУ называются независимыми?
95.	Алгоритм решения ЛДУ второго порядка методом вариации произвольных постоянных.
96.	Решение линейных однородных дифференциальных уравнений (ЛОДУ) с постоянными коэффициентами.
97.	Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений (ЛНДУ) с постоянными коэффициентами.
98.	Алгоритм решения систем дифференциальных уравнений методом Эйлера
99.	Алгоритм решения систем дифференциальных уравнений методом последовательного дифференцирования
100.	Определение числовой последовательности, числового ряда, суммы ряда
101.	Геометрическая прогрессия и ее сходимость
102.	Необходимое условие сходимости ряда. Показать его применение на примере
103.	Свойства сходящихся рядов
104.	Достаточные условия сходимости знакопостоянных рядов: а) первый признак сравнения; б) второй признак сравнения; в) признак Даламбера; г) признак Коши; д) интегральный признак
105.	Гармонический ряд и оценка его сходимости

106.	Знакочередующиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость
107.	Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда
108.	Функциональный ряд. Область сходимости функционального ряда
109.	Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости степенного ряда
110.	Ортогональная система функций
111.	Сформулировать теорему Дирихле и условие Дирихле
112.	Написать формулу общего члена ряда Фурье
113.	Ряд Фурье для четных и нечетных функций
114.	Понятие, определение и свойства двойного интеграла
115.	Вычисление двойного интеграла, изменение порядка интегрирования
116.	Вычисление площадей и объемов с помощью двойного интеграла
117.	Двойной интеграл в полярных координатах
118.	Замена переменных в двойном интеграле
119.	Вычисление площади поверхности
120.	Плотность распределения вещества и двойной интеграл
121.	Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла
122.	Тройной интеграл в цилиндрических координатах
123.	Тройной интеграл в сферических координатах
124.	Замена переменных в тройном интеграле
125.	Криволинейный интеграл и его свойства
126.	Вычисление криволинейного интеграла
127.	Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования
128.	Поверхностный интеграл 1-го рода и его вычисление
129.	Поверхностный интеграл 2-го рода и его вычисление
130.	Формула Грина зависимости между двойным и криволинейным интегралом
131.	Теорема Стокса
132.	Теорема Остроградского
133.	Скалярное поле. Поверхности уровня. Градиент скалярного поля
134.	Векторное поле. Векторные линии
135.	Поток векторного поля через ориентированную поверхность

136.	Вычисление потока векторного поля методом проектирования на одну координатную плоскость и на три координатные плоскости
137.	Линейный интеграл вектора, его физический смысл
138.	Элементы комбинаторики. Перестановки, размещения, сочетания
139.	Основные понятия теории вероятностей
140.	Теорема сложения вероятностей
141.	Теорема умножения вероятностей
142.	Теорема сложения вероятностей совместных событий
143.	Формула полной вероятности
144.	Вероятность гипотез, формулы Байеса
145.	Повторение испытаний. Формула Бернулли, теоремы Лапласа
146.	Виды случайных величин. Задание дискретной случайной величины
147.	Математическое ожидание дискретной случайной величины
148.	Дисперсия дискретной случайной величины
149.	Закон больших чисел
150.	Функция распределения вероятностей случайной величины
151.	Плотность распределения непрерывной случайной величины
152.	Биномиальное распределение
153.	Нормальное распределение. Показательное распределение
154.	Нормальное распределение
155.	График плотности нормального распределения
156.	Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины
157.	Вычисление вероятности заданного отклонения
158.	Показательное распределение
159.	Вероятность попадания в заданный интервал показательной случайной величины
160.	Задачи математической статистики.
161.	Статистическое распределение выборки
162.	Эмпирическая функция распределения
163.	Полигон и гистограмма
164.	Оценка генеральной дисперсии
165.	Точность оценки. Доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал

166.	Корреляция количественных признаков. Корреляционная таблица
167.	Ковариация и коэффициент корреляции
168.	Понятие регрессии. Способ наименьших квадратов
169.	Уравнение регрессии и его связь с коэффициентом корреляции
170.	Сравнение дисперсий
171.	Сравнение относительной частоты с гипотетической вероятностью события
172.	Гипотеза о равенстве двух генеральных средних
173.	Гипотеза о виде распределения. Критерий Пирсона
174.	Комплексные числа. Действия с комплексными числами.
175.	Тригонометрическая форма комплексного числа. Формула Муавра возведения в степень и извлечения корня.
176.	Понятие функции комплексного переменного
177.	Степенная функция
178.	Показательная функция
179.	Логарифмическая функция
180.	Тригонометрические функции
181.	Гиперболические функции
182.	Обратные тригонометрические функции
183.	Производная функции комплексного переменного.
184.	Теоремы о дифференцируемости функции комплексного переменного
185.	Аналитические и гармонические функции, связь между ними
186.	Интеграл функции комплексного переменного, его свойства
187.	Интегральная формула Коши, следствия
188.	Разложение функций комплексного переменного в ряд
189.	Изолированные особые точки функции комплексного переменного
190.	Связь между нулем и полюсом функции комплексного переменного
191.	Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана
192.	Вычеты. Основная теорема о вычетах
193.	Применение вычетов к вычислению интегралов
194.	Логарифмический вычет
195.	Теорема Руше

196.	Конформные отображения
197.	Математическая логика
198.	Теория множеств
199.	Графы и их применение

V. ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

1. Упростить и вычислить определители

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix}.$$

2. Упростить и вычислить определители

$$\begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix}$$

3. Решить уравнения

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & x \\ 4 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} = 0.$$

4. Даны вершины треугольника $A(4,3),\ B(-3,-3),\ C(2,7)$. Найти:

а) уравнение стороны AB;
б) уравнение высоты CH;
в) уравнение медианы AM;
г) точку N пересечения медианы AM и высоты CH;
д) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB;
е) расстояние от точки C до прямой AB.

5. Даны векторы $\boldsymbol{a} = 4\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{k},\ \boldsymbol{b} = -\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j} + 2\boldsymbol{k},\ \boldsymbol{c} = 3\boldsymbol{i} + 5\boldsymbol{j}$.

Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $5\boldsymbol{c}$; б) найти модуль векторного произведения векторов $3\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{b}$; в) вычислить скалярное произведение двух векторов $\boldsymbol{a}$, $3\boldsymbol{b}$; г) проверить, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$; д) проверить, будут ли компланарны три вектора $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$.

6. Составить канонические уравнения:

а) эллипса; большая полуось которого равна 3, а фокус находится в точке $F(\sqrt{5}, 0)$. Т.е. $a = 3$, $F(\sqrt{5}, 0)$.

б) гиперболы с мнимой полуосью, равной 2, и фокусом $F(-\sqrt{13}, 0)$. Т.е. $b = 2$, $F(-\sqrt{13}, 0)$.
в) параболы, имеющей директрису $x = -3$. Т.е. D: $x = -3$.
Где F - фокус, a - большая (действительная) полуось, b - малая (мнимая) полуось, D - директриса кривой.

7. Записать уравнение окружности, проходящей через фокусы эллипса $x^2 + 4y^2 = 4$ и имеющей центр в его верхней вершине.
8. Построить кардиоиду, заданную уравнением $r = 4(1 - \sin\varphi)$ в полярной системе координат
9. Найти решение уравнений:

а)$(1 + i)x + (2 + i)y = 5 + 3i$; б)$(3 - y + x)(1 + i) + (x - y)(2 + i) = 6 - 3i$.

10. Решить квадратные уравнения:

а) $x^2 - 4x + 13 = 0$; б) $x^2 + 3x + 4 = 0$;
в) $x^2 + 2x + 2 = 0$; г) $2{,}5\, x^2 + x + 1 = 0$.

11. Найти сумму, разность, произведение и частное комплексных чисел z_1 и z_2, изобразить геометрически данные числа и результаты операций:

а) $z_1 = -2 + i$, $z_2 = 3 + (-1)i$;
б) $z_1 = 2 + (-1)i$, $z_2 = 0 + 2i$;
в) $z_1 = 2 + (-2)i$, $z_2 = -1 + i$.

12. Найти модуль и аргумент следующих комплексных чисел:

а) $z = -5 - 5i\sqrt{3}$, б) $z = 1 + i$, в) $z = \sqrt{3} - i$.

13. Представить комплексные числа в тригонометрической форме:

а) $z = 3 - 3i$, б) $z = 2 - 2i\sqrt{3}$, в) $z = -\dfrac{3}{2} + \dfrac{3\sqrt{3}}{2}i$.

14. Вычислить $|z|$, $\arg(z)$, если $z = \dfrac{1 - i}{\sqrt{3} + i}$ и записать z в тригонометрической форме.
15. Доказать, что: $\left(\dfrac{1 + i\,\mathrm{tg}(\alpha)}{1 - i\,\mathrm{tg}(\alpha)}\right)^n = \dfrac{1 + i\,\mathrm{tg}(n\alpha)}{1 - i\,\mathrm{tg}(n\alpha)}$.
16. Извлечь корень из комплексного числа: $\sqrt[4]{i}$, $\sqrt[4]{1}$, $\sqrt[5]{-1 + i}$.
17. Найти тригонометрическую и алгебраическую форму для чисел:

$z = 2e^{\pi i/4}$; $z = 3e^{\pi i}$; $z = e^{2+3i}$.

18. Доказать, что последовательность: $3^{\sqrt{n}}$ – бесконечно большая;

$(-1)^{n+1} n$ – бесконечно большая; $\dfrac{(-1)^n 2}{\sqrt[5]{n}+1}$ – бесконечно малая.

19.Используя определение доказать, что

1.	$\lim\limits_{x \to 6}(2x-5)=7$	2.	$\lim\limits_{x \to 2}(3x+5)=11$
3.	$\lim\limits_{x \to 0}[\cos(x)]=1$	4.	$\lim\limits_{x \to 1}\left[\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}\right]=2$

20. Найти пределы последовательностей:

1.	$\lim\limits_{n \to \infty}\left[\dfrac{2n^2+n+1}{2n^2-1}\right]$	2.	$\lim\limits_{n \to \infty}\left[\dfrac{2n^3+4}{n^2+5}\right]$
3.	$\lim\limits_{n \to \infty}\left(\dfrac{n}{5n+11}+\dfrac{\cos n}{10n}\right)$	4.	$\lim\limits_{n \to \infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$
5.	$\lim\limits_{n \to \infty}[n(\ln n-\ln(n+2))]$	6.	$\lim\limits_{n \to \infty}\left[\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^n\right]$
7.	$\lim\limits_{n \to \infty}(\sqrt{n^2+n-1}-\sqrt{n^2-n+1})$	8.	$\lim\limits_{n \to \infty}\left[\left(1+\dfrac{2}{n}\right)^{3n}\right]$

21.Найти пределы функций (не используя правило Лопиталя):

1.	$\lim\limits_{x \to 5}\left[\dfrac{x^2-25}{x-5}\right]$	2.	$\lim\limits_{x \to \infty}\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)$	3.	$\lim\limits_{x \to \infty}\left[\dfrac{5x^3-7x}{1-2x^3}\right]$
4.	$\lim\limits_{x \to 1}\left[\dfrac{\sin(3x)}{x}\right]$	5.	$\lim\limits_{x \to \infty}\left(\sqrt{x^2+4x}-x\right)$	6.	$\lim\limits_{x \to \infty}\left[\dfrac{(x^2+1)^{50}}{(x+1)^{100}}\right]$
7.	$\lim\limits_{x \to 3}\left[\dfrac{9-x^2}{\sqrt{3x}-3}\right]$	8.	$\lim\limits_{x \to +\infty}\left(x-\sqrt{x^2+x+1}\right)$	9.	$\lim\limits_{x \to 0}\left[\dfrac{\sin(4x)}{\sin(5x)}\right]$
10.	$\lim\limits_{x \to \infty}\left[\dfrac{2x-3}{x^2+2}\right]$	11.	$\lim\limits_{x \to \infty}\left[\dfrac{x+3}{2x^2+3x+4}\right]$	12.	$\lim\limits_{x \to \infty}\left[\dfrac{x^2+2x+3}{2x^2+3x+4}\right]$
13.	$\lim\limits_{x \to -1}\left[\dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}\right]$	14.	$\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}}\left[\dfrac{\sin(x)-\cos(x)}{\cos(2x)}\right]$	15.	$\lim\limits_{x \to \infty}\left[\dfrac{x^3+5}{x^2+3}\right]$
16.	$\lim\limits_{x \to +\infty}\left(\sqrt{x^2+3x+1}-\sqrt{x^2-3x-4}\right)$				

22. Определить при $x \to 0$ порядки бесконечно малых функций относительно бесконечно малой функции x:

1.	$x\sin(x)$	2.	$x^2\cos(x)$	3.	$x\ln(1+2x)$
4.	$\mathrm{tg}(x)-\sin(x)$	5.	$\dfrac{x^5}{x^7+1}\arcsin(x)$	6.	$\ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$

23.Найти производные функций:

	$y=e^{\cos(x)}$		$y=\log_5\cos(7x)$		$y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$
	$y=\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}$		$y=\dfrac{1+\sin(2x)}{1-\sin(2x)}$		$y=x^2e^{-x}$
	$y=\sqrt[7]{x^2}$		$y=\mathrm{tg}[\sin(\cos(x))]$		$y=e^{1/\ln(x)}$
	$y=\ln\left[\ln\left(\sqrt{x}\right)\right]$		$y=\ln[\arccos(2x)]$		$y=(tg3x)^x$

24.Найти дифференциалы функций:

1.	$y=\sin^3(2x)$	2.	$y=\ln(\sin\sqrt{x})$
3.	$y=2^{-x^2}$	4.	$y=x\ln(x)$

25.Найти производные третьего порядка:

$y=\mathrm{arctg}(x/2)$; $y=xe^{-x}$; $y=e^x\cos x$.

26. Найти производные n-го порядка:

$y=\ln(x)$; $y=\sin(3x)$; $y=e^{x/2}$; $y=2^{3x}$.

27.Найти дифференциалы указанного порядка:

1.	$y=\sqrt{x-1}$, d^4y	2.	$y=\cos(2x)$, d^2y
3.	$y=4x^5-7x^2+3$, d^2y	4.	$y=\sin^2(x)$, d^3y

28. Найти производные первого и второго порядков для функций:

	$x=t^2$, $y=t^3/3-t$		$x=e^{2t}$, $y=e^{3t}$; $x=t^2$

29.Найти пределы по правилу Лопиталя:

1.	$\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{1-\cos x}{x^2}\right]$	2.	$\lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{e^x-1}{x}\right]$

3.	$\lim\limits_{x\to 1}\left[\dfrac{x^3-3x^2+2}{x^3-4x^2+3}\right]$	4.	$\lim\limits_{x\to 0+}\left[\dfrac{\ln(x)}{1/x}\right]$
5.	$\lim\limits_{x\to \infty+}\left[\dfrac{e^x}{x^2}\right]$	6.	$\lim\limits_{x\to +\infty}\left[\dfrac{\ln(x)}{x}\right]$
7.	$\lim\limits_{x\to +\infty}\left[xe^{-x}\right]$	8.	$\lim\limits_{x\to 0}[x\sin(x)]$

30. Разложить многочлен $P(x)=x^5-2x^4+x^3-x^2+2x-1.$ по степеням $x-1$.

31. Разложить по формуле Маклорена (до x^3 включительно):

$f(x)=e^x$; $f(x)=\cos(x)$; $f(x)=\mathrm{tg}(x)$

32.Исследовать функции и построить графики:

$f(x)=\dfrac{x^2+1}{x-1}$; $f(x)=\dfrac{\ln(x)}{x}$; $f(x)=x^2e^{-x}$.

33. Найти интегралы:

1.	$\int\cos(3x)dx$	2.	$\int\dfrac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$	3.	$\int\left(x^2+3x^3+x+1\right)dx$
4.	$\int\mathrm{ctg}(x)dx$	5.	$\int e^x\left(2-\dfrac{e^{-x}}{x^3}\right)dx$	6.	$\int\left(5\cos x+2-3x^2+\dfrac{1}{x}-\dfrac{4}{x^2+1}\right)dx$
7.	$\int\dfrac{e^x-1}{e^x+1}dx$	8.	$\int\dfrac{dx}{\sin^2(x)\cos^2(x)}$	9.	$\int\left(\dfrac{2}{1+x^2}-\dfrac{3}{\sqrt{1-x^2}}\right)dx$

34.Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) $f(x)=1-x^2$ и $y=0$;

б) $y=4x-x^2$ и $y=0$;

в) $f_1(x)=1-x^2$, $f_2(x)=x^2+2$, $x=0$, $x=1$;

35. Найти площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды

$x=a(t-\sin(t)),\quad y=a(1-\cos(t)),\ 0\le t\le 2\pi$.

36. Найти площадь фигуры, ограниченной полярной осью и первым витком спирали Архимеда $\rho=a\varphi$, где a – положительное число.

37. Найти длину дуги кривой $y=x^2-1$, отсеченной осью 0X.

38. Найти длину дуги кривой $y = x^2$ от $x = 0$ до $x = 2$.

39. Найти длину дуги полукубической параболы

$$y = x^{3/2}, \text{ от } x = 0 \text{ до } x = 5.$$

40. Найти длину дуги одной арки

$$\boxed{x = a(t - \sin(t)),\ y = a(1 - \cos(t)),\ 0 \le t \le 2\pi}.$$

41. Найти длину первого витка спирали Архимеда $\rho = a\varphi$, где a – положительное число.

42. Найти объем тела, образованного вращением эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

вокруг оси 0X.

43. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2px$, $x = h$, вокруг оси 0X.

44. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 1$, $y = 3x - 1$, вокруг оси 0Y.

45. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $\boxed{y = x^2,\ y = \sqrt{x}}$, вокруг оси 0X.

46. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = e^x$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, вокруг оси 0X.

47. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = x$, $y = x^2$, вокруг оси 0X.

48. Часть сферы, вырезаемая двумя параллельными плоскостями, находящимися на расстоянии H друг от друга, называется шаровым поясом высоты H. Найти площадь поверхности шарового пояса, если радиус шара равен R, а высота пояса равна H.

49. Найти площадь S поверхности, полученной вращением циклоиды $x = a(t - \sin(t)), \quad y = a(1 - \cos(t)), \quad 0 \le t \le 2\pi$, вокруг оси 0X.

50. Определить работу A, необходимую для запуска тела массой m с поверхности Земли вертикально вверх на высоту h.

51. Определить работу A, которую необходимо затратить, чтобы выкачать воду из прямого кругового цилиндра. Радиус основания цилиндра R, высота h.

52. Проверить на сходимость интегралы:

1.	$\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$	2.	$\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2(1+x)}$	3.	$\int\limits_0^{+\infty} e^{-x}\sin(x)dx$	4.	$\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^x dx$
5.	$\int\limits_0^{+\infty} \sin(x)dx$	6.	$\int\limits_{-\infty}^{0} xe^x dx$	7.	$\int\limits_0^{1} \ln(x)dx$	8.	$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$

53. Найти наибольшее и наименьшее значения функции в заданной области: $z = 2x^2 + 2xy - 0{,}5y^2 - 4y, y = 2x, y = 2, x = 0$.

54. Найти оригинал функции $\dfrac{p+2}{p^2+4p+8} + \dfrac{3}{p^2-6p-25}$.

55. Изменить порядок интегрирования: $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int\limits_{-\sqrt{2-x^2}}^{0} fdy + \int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{x}^{0} fdy$.

56. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_G xydxdy, \quad G = \{1 \le x \le 2, 1 \le y \le 2\}.$$

57. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_G (x^2 + xy + 2y^2)dxdy, \quad G = \{0 \le x \le 1, 0 \le y \le 1 - x\}.$$

58. Вычислить двойной интеграл

$$\iint\limits_G (2x - y)dxdy, \quad G = \{x + y = 1, x + y = 2, 2x - y = 1, 2x - y = 3\}.$$

59. Вычислить $\iint\limits_G e^{x^2+y^2}\,dxdy$, где G – четверть круга $x^2 + y^2 = 1_e$, расположенная в I квадранте.

60.Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1.$$

61. Вычислить площадь области G, ограниченной линиями

$$y^2 = x + 1, x + y = 1.$$

62. Определить массу квадратной пластинки со стороной $2a$, если плотность $\rho(x, y)$ в каждой точке $M(x, y)$ пропорциональна квадрату расстояния от точки M до точки пересечения диагоналей, и коэффициент пропорциональности равен k.

63.Вычислить криволинейный интеграл

$$\boxed{\int\limits_{AB} y^2 dl},$$

где AB – дуга окружности $x = a\cos(t)$, $y = a\sin(t)$, $0 \le t \le \pi/2$.

64.Вычислить криволинейный интеграл

$$\boxed{\int\limits_{AB} y dl},$$

где AB – дуга параболы $y^2 = 2x$ от точки (0; 0) до точки (2; 2).

65.Вычислить интеграл

$$\boxed{\int\limits_{AB} x^2 dx + xydy}$$

где AB – четверть окружности $x = \cos(t)$, $y = \sin(t)$, $0 \le t \le \pi/2$, A соответствует $t = 0$, B соответствует $t = \pi/2$.

66.Вычислить интеграл

$$\boxed{\oint\limits_L (x + y)dy}$$

где L – контур прямоугольника, образованного прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$ и $y = 1$.

67.Вычислить интеграл

$$\boxed{\int\limits_{AB} 3x^2 y dx + (x^3 + 1)dy}$$

где: а) AB – прямая $y = x$, соединяющая точки (0; 0) и (1; 1);

б) AB – парабола $y = x^2$, соединяющая точки (0; 0) и (1; 1).

68.Проверить сходятся ли ряды:

а) $\boxed{1 + q + q^2 + q^3 + \ldots}$, $\boxed{|q| < 1}$; б) $\boxed{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots}$.

69. Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости ряда

1.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$	2.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2n+1}$	3.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$	4.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{n}$

70. Путем сравнения с гармоническим рядом или убывающей геометрической прогрессией исследовать сходимость рядов:

1.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$	2.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n}$	3.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^{2n}}$
4.	$\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln(n)}$	5.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n(2^n+1)}$	6.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n}$

71.С помощью признака Даламбера исследовать на сходимость ряды

$$\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}},\ \boxed{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}}.$$

72. С помощью интегрального признака исследовать на сходимость ряды

1.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$	2.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$	3.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}$	4.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2}$

73. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды

$$1+\frac{1}{2}-\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}+\frac{1}{2^5}-\frac{1}{2^6}+\frac{1}{2^7}+\frac{1}{2^8}+\ldots,$$

$$1-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{5}}-\frac{1}{\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{7}}-\ldots+\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}+\ldots.$$

74.Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(n)}{n^2}.$$

75. Найти радиус и интервал сходимости рядов:

1.	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$	2.	$\sum_{n=1}^{\infty} n!x^n$	3.	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}x^n}{n^2}$
4.	$\sum_{n=1}^{\infty} 3^n x^n$	5.	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n-1}}{3^{n-1}}$	6.	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-x)^{n-1}}{n}$
7.	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{(2n-1)2^n}$	8.	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{nx^{n+1}}{n+1}$	9.	$\sum_{n=1}^{\infty}(nx)^n$

и исследовать их сходимость на границах интервала.

76. Разложить функции в ряд Маклорена

1.	$f(x)=e^x$	2.	$f(x)=\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$
3.	$f(x)=e^{-x^2}$	4.	$f(x)=\cos^2(x)$

77. На отрезке $[-\pi, \pi]$ разложить в ряд Фурье функции

$f(x) = \{1$, если $-\pi \le x < 0; -1$, если $0 \le x < \pi\}$ и $f(x) = x$.

78. На отрезке $[-\pi, \pi]$ разложить в ряд Фурье функции $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = x^2$.

79.Решить однородное уравнение:

1.	$(y^2-2xy)dx+x^2dy=0$	2.	$xy'-y=x\operatorname{tg}(x/y)$	3.	$y'=2\left(\frac{y+2}{x+y-1}\right)^2$

80.Решить линейное уравнение первого порядка:

1.	$(2x^2y\ln(y)-x)y'=y$	2.	$(xy+e^x)dx=xdy$

3.	$y = x(y' - x\cos(x))$	4.	$3y' + y^2 + \frac{2}{x^2} = 0$
5.	$xy' - (2x+1)y + y^2 = -x^2$	6.	$y' + y\,\mathrm{tg}(x) = \sec(x)$

81. Решить уравнение, проверив, является ли оно уравнением в полных дифференциалах, иначе найти каким-либо способом интегрирующий множитель или сделать замену переменных:

1.	$x^2y(ydx + xdy) = 2ydx + xdy$	2.	$(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$		
3.	$e^{-y}dx - (2x + xe^{-y})dy = 0$	4.	$xy^2(xy' + y) = 1$		
5.	$y^2dx - (xy + x^3)dy = 0$	6.	$y^2dx + (xy + \mathrm{tg}(xy))dy = 0$		
7.	$(x^2 + 2x + y)dx = (x - 3x^2y)dy$	8.	$y^2dx + (e^x - y)dy = 0$		

82. Решить линейное уравнение с постоянными коэффициентами:

	$y'' + y = 4\sin(x)$		$y'' - 5y' + 4y = 4x^2e^{2x}$
1.	$y'' - 3y' + 2y = x\cos(x)$	2.	$y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}$
3.	$y'' + y = \frac{1}{\sin(x)}$	4.	$y'' - 2y' + y = xe^x\sin^2(ix)$
5.	$y'' - y = x\mathrm{ch}(x)$	6.	$y' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$

83. Решить систему линейных уравнений с постоянными коэффициентами:

1.	$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = 3x + 4y \end{cases}$	2.	$\begin{cases} \dot{x} = x - y \\ \dot{y} = y - 4x \end{cases}$	3.	$\begin{cases} \dot{x} + x - 8y = 0 \\ \dot{y} - x - y = 0 \end{cases}$

84.Решить уравнение, допускающее понижение порядка:

1.	$y'^2 + 2yy'' = 0$	2.	$y''' = y''^2$	3.	$yy''' + 3y'y'' = 0$

85. Решить линейное уравнение с переменными коэффициентами, найдя общее решение, зная его частное решение:

1.	$x^2(x+1)y'' - 2y = 0$	2.	$xy'' + 2y' - xy = 0$

	$y_1 = 1 + 1/x$		$y_1 = e^x/x$

86. В урне 5 белых и 7 черных шаров. Последовательно вытаскивают 2 шара. Найти вероятность того, что они окажутся разного цвета.
87. В урне 14 белых и 6 черных шаров. Последовательно вытаскивают 3 шара. Найти вероятность того, что хотя бы один из них черного цвета.
88. Имеется две урны. В первой урне 3 белых и 5 черных шаров, а во второй - 7 белых и 8 черных. Из каждой урны вытаскивают по одному шару. Найти вероятность того, что они окажутся одного цвета.
89. По гладкому столу катится однородный шар. Вследствие сил трения шар останавливается. Какова вероятность того, что шар остановится, касаясь поверхности стола заранее заданной точкой?
90. В урне имеется 7 черных и несколько белых шаров. Какова вероятность вытащить белый шар, если вероятность вынимания черного шара равна 1/6?
91. Какова вероятность того, что при случайном сочетании цифр 1, 2 и 3 получится число 123? Не получится числа 123?
92. В урне имеется 1 черный шар и 4 белых шара. Шары по одному вынимаются из урны и обратно не возвращаются. Укажите, чему равны вероятности вынуть черный шар а) последним; б) третьим.
93. Слово ПОДПРОГРАММА составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Тщательно перемешанные карточки вынимают из ящика по одной без возврата. Найти вероятность того, что буквы вынимаются в порядке заданного слова.

94. В урне 4 шара. К ним добавляют 2 черных. После этого из урны случайным образом вынимают 3 шара. Найти вероятность того, что вынутые шары черные. Все предположения о первоначальном содержании урны равновозможны.
95. Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших чисел равна 5.
96. Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших чисел не меньше 5.
97. Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших чисел не менее 3 и не более 5.
98. Вероятность забить гол равна 0,7. Какова вероятность забить 3 гола из пяти ударов по воротам?
99. Вероятность забить гол равна 0,7. Какое количество забитых голов из 10 ударов обладает максимальной вероятностью? Чему равна эта вероятность?
100. На телефонной станции неправильное соединение происходит с вероятностью 5×10^{-3}. Найти вероятность того, что среди 1000 соединений произойдет ноль неправильных соединений.
101. На телефонной станции неправильное соединение происходит с вероятностью 5×10^{-3}. Найти вероятность того, что среди 1000 соединений произойдет больше, чем 3 неправильных соединения.
102. Какова вероятность того, что в результате бросания игральной кости шесть раз подряд последовательно выпадут следующие цифры: 1, 2, 3, 4, 5, и 6?
103. Какова вероятность того, что в результате бросания игральной кости 6 раз подряд выпадут только четные числа?

104. Найдите распределение случайной величины, образующейся при бросании правильного однородного тетраэдра с пронумерованными гранями 1, 2, 3 и 4.

105. Укажите распределение случайной величины, соответствующей выпадению одной из двух сторон подброшенной монеты.

106. График функции распределения вероятностей изображен на рис. 1:

$f(x) = 4$, $(0 < x < a)$, $f(x) = 0$ $(x < 0, x > a)$. Найдите вид функции распределения.

107. График функции распределения вероятностей изображен на рис. 2. Найдите вид функции распределения, если $a = 4$.

108. График функции распределения вероятностей соответствует полуокружности радиуса R (рис. 3). Чему равен этот радиус?

109. Найдите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины, представленной графиком на рис. 1., рис. 2., рис. 3., рис. 4..

110. В нормальном законе распределения математическое ожидание $a = 2$; среднее квадратическое отклонение $\sigma = 4$. Чему равен x, если вероятность того, что случайная величина принимает значения меньше x, равна 3/4?

111. Нормальный закон распределения представлен графически симметрично относительно $x = 0$ (см. рис. 4). Найдите вероятность того, что случайная величина принимает значения: a) $-\sigma < x < \sigma$: b) $-2\sigma < x < 2\sigma$: в) $-3\sigma < x < 3\sigma$.

112. Рост 30 мальчиков в возрасте 2 лет (в см) равен: 92, 91,96, 93, 97, 93, 91, 92, 90, 97, 95, 94, 92, 98, 96, 90, 95, 93, 94, 89, 91, 89, 96, 94,

94, 92, 93, 95, 87, 94. Ранжируйте этот ряд в возрастающем порядке значений и по таблице вариационного ряда данной выборки постройте графики относительной частоты и эмпирической функции распределения. По графикам вариационного ряда оцените величины моды, медианы и среднее арифметическое значение полученного статистического ряда.

113. Рост 30 мальчиков в возрасте 2 лет (в см) равен: 82, 81,86, 83, 87, 83, 81, 92, 90, 97, 95, 94, 92, 98, 96, 90, 95, 93, 94, 89, 91, 89, 96, 94, 94, 92, 93, 95, 87, 94. Составьте вариационный ряд по интервалам значений данной выборки. Укажите моду, медиану и среднее арифметическое значение полученного статистического ряда.

114. С доверительной вероятностью 0.8, используя распределение Пирсона (χ^2-распределение), найдите доверительные интервалы дисперсии и стандартного отклонения генеральной совокупности, если объем выборки n = 30, а дисперсия выборки – 56.25.

115. Какой следует взять объем выборки, чтобы при доверительной вероятности 0,95 получить интервальную оценку не более 0.01, если среднее квадратическое отклонение σ = 0,4?

116. Дать интервальную оценку средне-арифметического значения генеральной совокупности для доверительной вероятности 0.99, если среднее значение выборки равно 15.05, дисперсия выборки равно 2.25, объем выборки равен 50.

117. Дать интервальную оценку средне-арифметического значения генеральной совокупности для доверительной вероятности 0.99, если среднее значение выборки равно 15.05, дисперсия выборки равно 2.25, объем выборки равен 26.

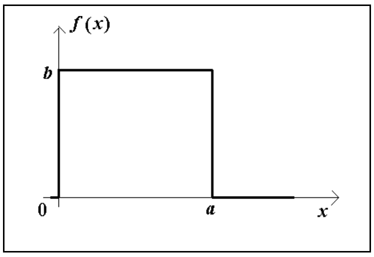

Рис. 1.

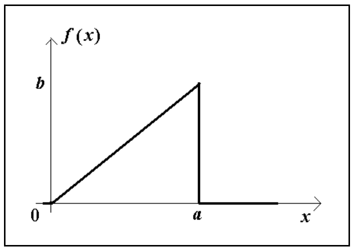

Рис. 2.

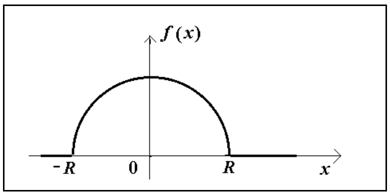

Рис. 3.

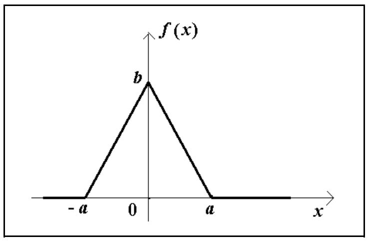

Рис. 4.

118. Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по известной действительной $u(x,y)$ или мнимой $v(x,y)$ части и значению $f(z_0)$.

1.	$v = e^{-y}\cos x, f(0) = 1$	2.	$u = y - 2xy, f(0) = 0$
3.	$v = x^2 - y^2 + 2x + 1, f(0) = i$	4.	$u = x^2 - y^2 - 2x + 1, f(0) = 1$

119. Найти поток векторного поля $\vec{F} = (y+z)\vec{i} - y\vec{j} + 3x)\vec{k}$, через

верхнюю часть плоскости α : $\frac{x}{5} + y + \frac{z}{2} - 1 = 0$, расположенную в

первом октанте.

120. Вычислить интеграл по данной кривой

1.	$\int\limits_L \operatorname{Im} z dz, L -$ участок параболы $y = 2x^2,\ 0 \le x \le 1$	2.	$\int\limits_{AB} (iz^2 - 2\bar{z})dz,\ \lvert z\rvert = 2,$ $0 \le \arg z \le \frac{\pi}{2}$

121. Вычислить интеграл при помощи интегральной формулы Коши

1.	$\int\limits_{\lvert z\rvert = 1} \frac{che^{i\pi z}}{z^3 - 4z^2} dz$	2.	$\int\limits_{\lvert z\rvert = \frac{1}{2}} \frac{1}{z^3} \cos\frac{\pi}{z+1} dz$
3.	$\int\limits_{\lvert z-2\rvert = 1} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{\left(z^2+4\right)^2} dz$	4.	$\int\limits_{\lvert z\rvert = \frac{1}{2}} \frac{1-\sin z}{z^2} dz$

122. Определить область сходимости ряда

1.	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10}{z^n}+\sum_{n=0}^{\infty}3\left(\frac{z}{3}\right)^n$	2.	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{(z+i)^n}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(z+i)^n}{3^n(n+2)}$
3.	$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2z}\right)^n+\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{z}{3}\right)^n$	4.	$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n^2}{3^n(z+i)^n}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(z+i)^n}{2^n(1+n)}$

123.Разложить функцию в ряд Лорана по степеням $z-a$ в кольце D

1.	$\frac{z+i}{z^2},\ (a=i,\ -i\in D)$	2.	$\frac{e^z}{z(1-z)},$ $(a=1,\ 0<\lvert z-1\rvert<\infty)$
3.	$\frac{z^3}{(z+1)(z-2)},$ $(a=-1, D:0<\lvert z+1\rvert<3)$	4.	$\frac{e^{\frac{1}{z-1}}}{z(z+1)},$ $(a=1,\ <\lvert z-1\rvert<2)$

124.Найти вычеты в особых точках

1.	$f(z)=\frac{1}{z^2-z^5}$	2.	$f(z)=e^z\sin\frac{1}{z}$
3.	$f(z)=\frac{z^{1/z}}{1+z}$	4.	$f(z)=\frac{\sin(1/z)}{1-z}$

125.Вычислить интеграл при помощи теоремы Коши о вычетах

1.	$I=\int\limits_{\lvert z-i\rvert=\frac{3}{2}}\frac{dz}{(z^4-1)(z+2)}$	2.	$I=\int\limits_{\lvert z\rvert=1}\frac{e^z dz}{z^2(z^2+9)}$
3.	$I=\int\limits_{\lvert z\rvert=4}\frac{\sin z dz}{z^2+9}$	4.	$I=\int\limits_{\lvert z\rvert=5}\frac{z^2 dz}{\sin^3 z\cos z}$

126.Вычислить несобственные интегралы при помощи вычетов.

1.	$\int\limits_0^{+\infty}\frac{\cos 4x}{(9x^2+1)^2}dx.$	2.	$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\sin x}{x^2+4x+20}dx.$
3.	$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{x^3\sin x}{x^4+5x^2+4}dx.$	4.	$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{x\cos x}{x^2-2x+10}dx.$

127.Даны множества. Укажите, какие из данных множеств являются подмножествами множества, если:

а) A={a;d;f;h;q;k}; B={a;d;k}; C={s;p;q}; D={q;k;f}; E={a;m); F={f;h;a;b}; Q={d;k}.

б) A={о; р; ы; у; ф; л; ц}; B={ц; ы; к}; C={л; о; р}; D={ф; о; р; а};

E={о; у); F={ф; ы; р; к}; Q={о; р}.

128. Даны множества A и B. Найдите пересечение, объединение и разность этих множеств если:
а) A={у; т; ю; г}, B={т; ю; ф; я; к};
б) A={ф; а; р; т; у; к}, B={р; у; б; а; н; о; к};
в) $A=\{4;\ 8;\ 2;\ 5\}$, $B=\{5;\ 2;\ 8;\ 3;\ 4\}$;
г) $A=\{7;\ 9;\ 3;\ 1\}$, $B=\{2;\ 4;\ 1;\ 8;\ 0\}$.

129. Даны множества. Изобразите эти множества на диаграммах Эйлера – Венна:
а) U – множество студентов университета, A – подмножество студентов I курса, B – студентов II курса, C – девушек университета, D – отличников университета.
б) U – множество четырехугольников плоскости, A – подмножество трапеций, B – параллелограммов, C – ромбов, D – прямоугольников, E – квадратов,
в) U - множество книг в библиотеке института, M –подмножество книг по математике, A – книг по алгебре, F – книг по физике, E – множество книг на английском языке.

130. Даны множества P и Q, причем $P\subset U$, $Q\subset U$ (см. рис.1). Отметьте области, изображающие множества:
а) P'; б)Q'; в) $(P\cap Q)'$; г) $(P\cup Q)'$; д) $P'\cup Q'$; е) $P'\cap Q'$.

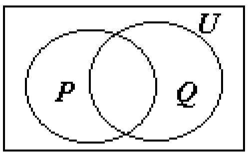

Рис. 1

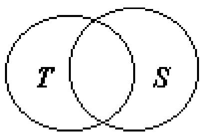

Рис. 2

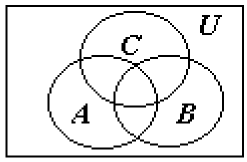

Рис. 3

131. Даны множества T и S (см. рис. 2). Отметьте штриховкой следующие множества:
а) $T\backslash S$; б) $S\backslash T$; в) $(T\cup S)\backslash S$; г) $T\backslash(T\cap S)$; д) $(T\cup S)\backslash T$; е) $(T\cup S)\backslash(T\cap S)$.

132. Описать с помощью операций каждую из 8 неперекрывающихся областей, изображенных на рис. 3.

133. В соревнованиях по волейболу участвуют 6 команд: A,B,C,D,E,F. Нарисуйте граф, в котором вершинами являются команды, а ребрами − игры, сыгранные между командами,

а) если известно, что сыграли следующие команды:
A с D, F; B с C, F; C с B, D, E, F; D с A, C; E с C, F; F с A, B, C, E;
b) если соревнования закончились.

VI. ПРИМЕРНЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Найти матрицу X, если $2*\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} + X = 3*\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$

2. Найти произведение матриц A и B, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 2 \\ 3 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему матричных уравнений

$$\begin{cases} X - Y = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \\ X + Y = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \end{cases}$$

4. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 3 & -2 & -1 \\ 5 & 4 & -2 & -1 \\ -5 & -1 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

5. Решить систему уравнений:

$$\text{а)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} x + 3y - z = 0 \\ x - 7y + z = 0 \\ x - 3y - 2z = 0 \end{cases}$$

6. Найти общее решение неоднородной системы, используя фундаментальную систему решений соответствующей однородной:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Найти матрицу X, если $X - 3*\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Найти произведение матриц A и B, если

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему матричных уравнений:

$$\begin{cases} X - Y = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} \\ X + 2Y = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \end{cases}$$

4. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 3 & 7 & 5 & 3 \\ 4 & -2 & -3 & 5 \\ -2 & 2 & 1 & -2 \\ 5 & -4 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

5. Решить систему уравнений:

$$\text{а)} \begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ 5x - 3y - z = 0 \end{cases}$$

6. Найти общее решение неоднородной системы, используя фундаментальную систему решений соответствующей однородной:

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 1, \\ 4x_1 - 10x_2 + 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 1, \\ 2x_1 - 14x_2 + 7x_3 - 7x_4 + 11x_5 = 1. \end{cases}$$

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{k}, \vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}, c = 3\vec{i} + 5\vec{j}$.
Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов $\vec{a}, \vec{b}, 5\vec{c}$; б) найти модуль векторного произведения векторов $3\vec{c}, \vec{b}$; в) вычислить скалярное произведение двух векторов $\vec{a}, 3\vec{b}$;

г) проверить, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора $\vec{a},\vec{b}$; д) проверить, будут ли компланарны три вектора $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$.

2. Даны вершины тетраэдра A(1,2,-3,B(4,-2,1),C(2,1,3),D(3,-4,1). Найти объем тетраэдра.
3. Привести уравнение кривой второго порядка $x - 2y^2 + 4y - 3 = 0$ к каноническому виду и найти точки пересечения ее с прямой $x - 2y + 1 = 0$. Построить графики кривой и прямой.
4. Построить кривую $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 18 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-4}{2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+3}{-1}$ и плоскости $\alpha : x + 3y + z - 3 = 0$ и угол между ними.

Вариант 2

1. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}, \vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}, c = 3\bar{j} + 2\vec{k}$.

Необходимо: а) вычислить смешанное произведение трех векторов $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$; б) найти модуль векторного произведения векторов $\vec{c},4\vec{b}$; в) вычислить скалярное произведение двух векторов $3\vec{a},\vec{b}$; г) проверить, будут ли коллинеарными или ортогональными два вектора $\vec{a},\vec{c}$; д) проверить, будут ли компланарными три вектора $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$.

2. Даны вершины тетраэдра A(3,-1,4,),B(-3,2,4),C(1,1,1),D(2,-1,2). Найти объем тетраэдра.
3. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и найти точки пересечения ее с данной прямой. Построить графики кривой и прямой. $2x^2 - 4x + y + 3 = 0$, $2x - y - 1 = 0$.
4. Построить кривую $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 20 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{-1}$ и плоскости $\alpha : 12x + 9y + 3 = 0$ и угол между ними.

Контрольная работа №3

Вариант 1

1. Записать число в тригонометрической и показательной форме:

$$z=\left(\sin\frac{6\pi}{5}+i\left(1+\cos\frac{6\pi}{5}\right)\right)^5.$$

2. Представить число в алгебраической форме: $z=\dfrac{(2i)^7}{\left(-\sqrt{2}+i\sqrt{2}\right)^6}$.
3. При каких значениях $x\in R, y\in R$ числа $z_1=x^2+yi-5-\dfrac{7}{i}$ и $z_2=-y-x^2-4i$ будут: а) равными; б) сопряженными; в) противоположными?
4. Найдите $\sqrt[3]{-4+i\sqrt{48}}$.
5. Решить уравнение: а) $x^2-4x+20=0$; б) $z^2-2z+5=0$, в) $|z|=2|\bar{z}|-|z+1|$.
6. Решите систему уравнений $\begin{cases}|z+1|=|z+2|,\\ |3z+9|=|5z+10i|.\end{cases}$
7. Какое множество точек комплексной плоскости задается условием $\lg|z-10i|<1$?

Вариант 2

1. Записать число $z=(tg2-i)^4$ в тригонометрической форме.

2. Представить число $z=\left(\dfrac{\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}}{2i}\right)^3$ в алгебраической форме.
3. При каких значениях $x\in R, y\in R$ числа $z_1=x=\dfrac{y^2}{i}-4+5i$ и $z_2=y^2+1-3xi$ будут: а) равными; б) сопряженными; в) противоположными?
4. Найти все значения корня $\sqrt[4]{-1-i\sqrt{3}}$.
5. Решить уравнение: а) $x^2-5x+13=0$; б) $z^2-2iz-5=0$, в) $|z|i-4z=\bar{z}+10$.

6. Решите систему уравнений $\begin{cases} z_1 + 2z_2 = 1 + i, \\ 3z_1 + iz_2 = 2 - 3i. \end{cases}$

7. Какое множество точек комплексной плоскости задается условием $|z + 2| < |z - 2|$?

Контрольная работа №4

Вариант 1

1) Вычислить производную $y'(x)$:

$$\text{а) } y = \frac{x^6 + x^3 - 2}{\sqrt{1 - x^3}}, \text{ б) } y = \ln\frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}, \text{ в) } y = (ctg3x)^{2e^x}.$$

2) Составить уравнение касательной и нормали к данной кривой в точке x_0:

$$y = \frac{x}{x^2 + 1}, x_0 = 1.$$

3) а) Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном промежутке:

$$y = \frac{4}{\sqrt{x^2 + 16}}; x \in \left[2\sqrt{5}; 8\right].$$

б) В какой круг можно вписать прямоугольник наибольшей площади, с периметром, равным 56 см?

4) Построить график функции: а) $y = \frac{1}{1 + x}$; б) $y = \frac{2x^2 - 1}{\sqrt{x^2 - 2}}$; в) $y = 3\ln\frac{x}{x - 3} - 1$.

5). Найти пределы функций, применяя правило Лопиталя:
а) $\lim\limits_{x \to 1}\left(\frac{x}{x - 1} - \frac{1}{\ln x}\right)$, б) $\lim\limits_{x \to +\infty}\frac{x^2}{e^x}$.

6) Вычислить приближенно с помощью дифференциала:
$y = \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad x = 4{,}16.$

Вариант 2

1) Вычислить производную $y'(x)$.

$$\text{а) } y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2 + 4x}}, \text{ б) } y = \left(\arcsin\frac{x}{3}\right)^2, \text{ в) } y = (tgx)^{4e^x}.$$

2) Составить уравнение касательной и нормали к данной кривой в точке x_0:

$$y = \frac{1+3x^2}{3+x^2},\, x_0 = 1.$$

3) а) Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном промежутке.

$$y = tgx + ctg2x;\, x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right].$$

б) Найти длины сторон прямоугольника наибольшей пощади, периметр которого 72 см.

4) Построить график функции: а) $y = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$; б) $y = \frac{3x^2-7}{2x+1}$; в) $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$.

5). Найти пределы функций, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)tg\frac{\pi x}{2}$, б) $\lim\limits_{x\to 0}(ctgx)^{\sin x}$.

6) Вычислить приближенно с помощью дифференциала:

$y = \sqrt[5]{x^2}, \quad x = 1{,}03.$

Контрольная работа №5

Вариант 1

1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{3-4x}{2x^2-3x+1}dx$; б) $\int x^2\cos 2x dx$; в) $\int \frac{\sqrt{x}}{x+1}dx.$

2. Вычислить определенный интеграл: $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} \frac{\sqrt{2-x^2}}{x^2}dx$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{1}{4}x^2$; $y = 3 - \frac{x^2}{2}$.

4. Найти длину кардиоиды $r = a(1+\cos\varphi)$.

5. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость: а) $\int\limits_{1}^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + x + 1}}$; б) $\int\limits_{0}^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx$.

Вариант 2

1. Найти неопределенные интегралы: а) $\int \frac{x}{e^x} dx$; б) $\int \frac{1 + x}{1 + \sqrt{x}} dx$;

в) $\int \frac{x^2 - 5x + 9}{x^2 - 5x + 6} dx$.

2. Вычислить определенный интеграл: $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx \cdot$

3. Найти площадь, ограниченную лемнискатой $r = a\sqrt{2\cos 2\varphi}$.

4. Найти длину отрезка параболы $y = x^2$ от точки $A(0,0)$ до точки $B(2,4)$.

5.Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость: а) $\int\limits_{e}^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^{\frac{1}{2}}}$; б) $\int\limits_{1}^{\infty} \frac{dx}{1 + x^7}$.

Контрольная работа №6

Вариант 1

1. Найти область определения функции $z = \sqrt{4x - y^2}$, изобразить ее на чертеже.

2. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $2x^2 y - z^3 - 1 = 0$ в точке $M_0(2;1;1)$.

3. Найти градиент скалярного поля $z = x^2 + y^2 + 2x + 4y$ в точке $P_0(2,3)$.

4. Найти $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$ для функции $u = x^2 y^2 e^{yz^3}$.

5. Исследовать функцию на экстремум $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^3 + y^3 - 3xy$ в области $0 \le x \le 2, -1 \le y \le 2$.

Вариант 2

1. Найти область определения функции $z=\sqrt{1-y^2}+\sqrt{x^2-4}$,

изобразить ее на чертеже.

2. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{9}=1$ в точке $M_0(1;2;3)$.

3. Найти градиент скалярного поля $z=x^2+3xy^3$ в точке $P_0(1,3)$.

4. Найти $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$ для функции $u=y^2x\sqrt{z}$.

5. Исследовать функцию на экстремум $z=x^3+y^3-3xy$.

6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z=x^2+y^2-xy-x-y$ в области $x\geq 0, y\geq 0, x+y\leq 3$.

Контрольная работа №7

Вариант 1

1. Найти общее решение уравнения:

а) $(x^2+1)y''=2xy'$, б) $(2y+xy^3)dx+(x+x^2y^2)dy=0$.

2. Найти частное решение уравнения:

а) $(y'')^2=y'$, если $y(0)=y'(0)=1$,

б) $y''+2y'+5y=13e^{2x}$; $y_0=1$, $y'_0=4$.

3. Найти оригинал заданного изображения:

$$\frac{3p+2}{p^2+2p-3}+\frac{5}{p^2-10p+9}.$$

4. Решить систему уравнений операционным методом

$$\begin{cases} x'+5x+y=e^t, \\ y'-8x-y=0, \end{cases} \text{ если } x(0)=1, y(0)=0.$$

Вариант 2

1. Найти общее решение уравнения: а) $y'''=\cos\frac{x}{2}+e^x$,

б) $(x^2+y^2+1)dx-2xydy=0$

2. Найти частное решение уравнения:

а) $y''\cos y = 2(y')^2 \sin y$, если $y(0) = 0, y'(0) = 1$,

б) $y'' - 4y' + 5y = 10x;\qquad y_0 = 10,\qquad y_0' = 6.$

3. Найти оригинал заданного изображения:

$$\frac{4p-2}{p^2-8p+12} + \frac{3}{p^2+18p+12}$$

4. Решить систему уравнений операционным методом:

$$\begin{cases} x' - 4x - 6y = 0, \\ y' - 4x - 2y - t = 0, \end{cases} \text{ если } x(0) = 1, y(0) = 0.$$

Контрольная работа №8
Вариант 1

1. Найти сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 70n - 24}$.

2.Исследовать ряд на сходимость а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$, б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+5}$

3. Найти область сходимости функционального ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!x^n}{(2n)!}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n+1} \cdot \frac{14}{\left(27x^2+12x+2\right)^n}$.

4. Разложить функцию $y = x\sin\frac{x}{3}$ в ряд Маклорена

5. Вычислить сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\left(1+n^3\right)^2}$ с точностью $\alpha = 0{,}001$.

6. Вычислить приближенно $\int\limits_0^{1/2} arctgx^3 dx$ с точностью до 0, 001.

Вариант 2

1. Найти сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{72}{n^2 + 5n + 4}$

2. Исследовать ряд на сходимость: а) $\sum\limits_{n-1}^{\infty} \frac{2^n}{(2n+1)\cdot 3^n}$,б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n+5}$.

3. Найти область сходимости функционального ряда:

а) $\sum\limits_{n-1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n+1)\cdot 3^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \cdot \frac{14}{\left(3x^2 + 4x + 2\right)^n}$.

4. Разложить функцию $y = x\cos\frac{x}{3}$ в ряд Маклорена.

5. Вычислить сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\left(-1\right)^n}{2^n n!}$ с точностью $\alpha = 0{,}001$.

6. Вычислить интеграл $\int\limits_0^{0,1} \sin 8x^2 dx$ с точностью не менее 0,01.

Контрольная работа №9

Вариант 1

1.Сколькими способами из группы спортсменов в 18 человек можно выбрать двоих участников соревнования?

2.Две игральные кости бросают одновременно. Определить вероятность появления следующих событий: а) сумма выпавших очков равна пяти, б) произведение выпавших очков равно 15.

3.Поле пересечено параллельными каналами. Ширина участка поля 20 м, а ширина канала 0,5. Определить вероятность того, что сброшенный с самолета наудачу плоский круглый предмет радиусом 1 м не попадет на границу участка с каналом.

4.Рабочий обслуживает три станка. Известно, что вероятность бесперебойной работы на протяжении одного часа наладки равна для первого станка - 0,9 , для второго - 0,8, для третьего - 0,7. Найти вероятность того, что за этот час лишь один станок потребует вмешательства рабочего.

5. Семь яблок, три апельсина и пять лимонов раскладывают случайным образом в три пакета, но так, чтобы в каждом оказалось одинаковое число фруктов. Найти вероятности следующих событий:

1) A – «в каждом из пакетов – по одному апельсину»,
2) B – «случайно выбранный пакет не содержит апельсинов».

6. Разрыв электрической цепи произошел в результате выхода из строя одной из 10 ламп. Отыскание этой лампы производится поочередно заменой каждой лампы новой. Определить вероятность того, что придется проверять 6 ламп.

7. Стрелок производит один выстрел в мишень, состоящую из центрального круга и двух концентрических колец. Вероятность попадания в круг и кольца соответственно равны 0,20; 0,15; 0,10. Определить вероятность попадания в мишень.

8. Один из четырех стрелков вызывается на линии огня и производит выстрел. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка-0,2, для второго - 0,5. для третьего - 0,7 и для четвертого - 0,9. Мишень поражена. Найти вероятности того, что выстрел произведен четвертым стрелком.

9. В семье 10 детей. Считая вероятность рождения мальчика и девочки равными 0,5, определить вероятность того, что в данной семье: а) пять мальчиков,
б) мальчиков не меньше трех, но и не более восьми.

10. Известно, что 75%, всей продукции является продукцией высокого качества. Найти наивероятнейшее число изделий высшего качества в партии из 150 изделий и соответствующую вероятность.

11. Вероятность допущения дефекта при производстве механизмов равна 0,4. Случайным образом отбираются 500 механизмов. Установить величину наибольшего отклонения относительной частоты изготовления механизмов с дефектов от вероятности 0,4, которую можно гарантировать с вероятностью 0,9973.

12. Пластмассовые болванки изготовляются на трех прессах. Первый пресс вырабатывает 50% всех болванок, второй – ЗО% и третий – 20%. Из болванок первого пресса в среднем 2,5% нестандартных, из болванок со второго пресса в среднем 2% нестандартных, из болванок с третьего пресса в среднем 1,5% нестандартных. Найти вероятность того, что соответствующая стандарту болванка изготовлена: а) на первом прессе, б) на втором, в) на третьем.

13. Дискретная случайная величина X задана таблицей. Найдите: а) математическое ожидание; б) дисперсию.

X	1	2	3	4	5
P	0,1	0,4	0,2	0,2	0,1

14. Имеется 7 ключей, из которых только один подходит к замку. Найти закон распределения случайной величины X, равной числу проб при открывании замка, если испробованный ключ в последующих пробах не участвует. Построить многоугольник распределения.

15. Случайная величина задана дифференциальной функцией:

$$f(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \le 1, \\ \dfrac{3x^2 - 2x}{c} \text{ при } 1 < x \le 4, \\ 0 \text{ при } x > 4. \end{cases}$$

Найти: а) постоянную с; б) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

16. Измерение дальности до объекта сопровождается систематическими и случайными ошибками. Систематическая ошибка равна 50 *м* в сторону занижения дальности. Случайные ошибки подчиняются нормальному закону со средним квадратическим отклонением, равным 100 *м*. Определить вероятность измерение дальности с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 150 *м*.

17. Среднее число вызовов, поступающих на АТС в одну минуту, равно двум. Найти вероятности того, что за 5 мин поступит: а) 2 вызова; в) не менее двух вызовов. Поток вызовов предполагается простейшим.

Вариант 2

1. Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если нечетные и четные цифры в числе чередуются и не повторяются?

2. Две из десяти лампочек - перегоревшие. Определить вероятность того, что из пяти взятых наугад лампочек одна перегоревшая.

3. Два пешехода, двигаясь навстречу друг другу, должны пройти через поселок между 7 и 8 часами. Время движения каждого пешехода равно 10 мин. Найти вероятность того, что пешеходы встретятся в поселке, если каждый из них в течении указанного часа может пройти в любое время независимо друг от друга.

4. Вероятность выигрыша по лотерейному билету равна 0,15 . Какова вероятность того, что, по крайней мере один из четырех билетов выиграет?

5. Каждая из n палок случайным образом переламывается на две части – длинную и короткую. Затем $2n$ частей случайным образом объединяются в n пар. Найти вероятности событий:

1) A – «все длинные части объединились с короткими»,
2) B – «все обломки объединились в первоначальном порядке».

6. Расчет схемы состоит из четырех частей. При расчете первой части возможны три ошибки, вероятность каждой равна 0,1. При расчете второй части возможна одна ошибка, вероятность которой равна 0,3. Определить вероятность того, что расчет произведен правильно, без ошибок.

7. Мины поставлены вдоль прямой на расстоянии 15м. Танк шириной 3м пересекает заминированную линию. Какова вероятность того, что танк не подорвется?

8. ОТК производит контроль. Годная деталь принимается с вероятностью 0,9, а бракованная – с вероятностью 0,2. Какова вероятность того, что принятая деталь окажется годной, если вероятность брака 0,3.

9. Событие B наступает в том случае, если событие A появится не менее трех раз. Определить вероятность появления события B, если вероятность наступления события A равна 0,3 и произведено: а) пять независимых опытов; б) семь независимых опытов.

10. Одно и то же сообщение передается по радиоканалу 6 раз. Вероятность правильного приема при каждой передаче равна 0,3. Найти наивероятнейшее и среднее число событий, состоящих в правильном приеме сообщения.

11. Вероятность того, что любой абонент позвонит на коммутатор в течение часа, равна 0.01. Телефонная станция обслуживает 300 абонентов. Какова вероятность того, что в течение часа позвонят 4 абонента ?

12. Всхожесть семян некоторого растения равна 80%. Какова вероятность того, что из 100 семян посеянных наудачу число всхожих окажется от 75 до 90 штук?

13. Дискретная случайная величина X задана таблицей. Найдите: а) математическое ожидание; б) дисперсию.

X	1	2	3	4	6
P	0,1	0,3	0,3	0,2	0,1

14. Имеется 6 ключей, из которых только один подходит к замку. Найти закон распределения СВ X, равной числу проб при открывании Замка, если испробованный ключ в последующих пробах не участвует. Построить многоугольник распределения.

15. Дана интегральная функция:

$$F(x) = \begin{cases} 0 \text{ при } x \le -\dfrac{p}{2}, \\ 0,5(1+\sin x) \text{ при } -\dfrac{p}{2} < x \le \dfrac{p}{2}, \\ 1 \text{ при } x > \dfrac{p}{2}. \end{cases}$$

Построить графики интегральной и дифференциальной функций.
Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины *X*.

16. Срок службы прибора представляет собой случайную величину, подчиненную нормальному закону распределения, с гарантией на 15 лет и средним квадратическим отклонением, равным 3 годам. Определить:

а) плотность распределения вероятностей;

б) вероятность того, что прибор прослужит от 10 до 20 лет.

17. Установлено, что время ремонта телевизоров есть случайная величина *X*, распределённая по показательному закону. Определить вероятность того, что на ремонт телевизора потребуется не менее 20 дней, если среднее время ремонта телевизоров составляет 15 дней. Найти плотность вероятности, функцию распределения и среднее квадратическое отклонение случайной величины *X*.

Контрольная работа №10

Вариант 1

1. Даны множества: *U* – множество учащихся школы, *A* – подмножество учащихся 7 класса, *B* – учащихся младших классов, *C* – учащихся 1-го класса, *D* – спортсменов школы. Изобразите эти множества с

помощью диаграммы Эйлера – Венна.
2. Составьте таблицу истинности для следующей формулы:
а) $A \vee (B \wedge C)$;
б) $A \wedge (B \Rightarrow C)$;
в) $A \vee (B \Rightarrow C)$.
3. Существуют ли графы, степени вершин которых равны:
а) 8, 7, 5, 4, 4, 3, 2, 2, 2;
б) 8, 7, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 1?
Если да, то постройте их.
4. На занятии 20 школьников решили каждый по 6 задач, причём каждая задача была решена ровно двумя школьниками. Докажите, что можно организовать разбор всех задач так, чтобы каждый школьник рассказал ровно по 3 задачи.
5. Лес состоит из 10 деревьев. Всего в лесу 200 вершин. Сколько в нем ребер?
6. Создайте дерево с 20 вершинами.

ВАРИАНТ 2

1. Даны множества: C – множество треугольников с углом 30°, A – множество тупоугольных треугольников, B – множество равнобедренных треугольников. Изобразите эти множества с помощью диаграммы Эйлера – Венна.
2. Составьте таблицу истинности для следующих формул: а) $A \wedge (B \Rightarrow \overline{C})$;
б) $A \vee (\overline{B} \Rightarrow C)$;
в) $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow \overline{C}$.
3. Нарисуйте граф с пятью вершинами, у которого ровно две вершины имеют одинаковую степень. Верно ли следующее утверждение: число нечетных вершин любого графа четно. Почему? Проверьте это на примере.
4. На рисунке ниже изображен граф. Определите степень входа и степень выхода каждой его вершины .

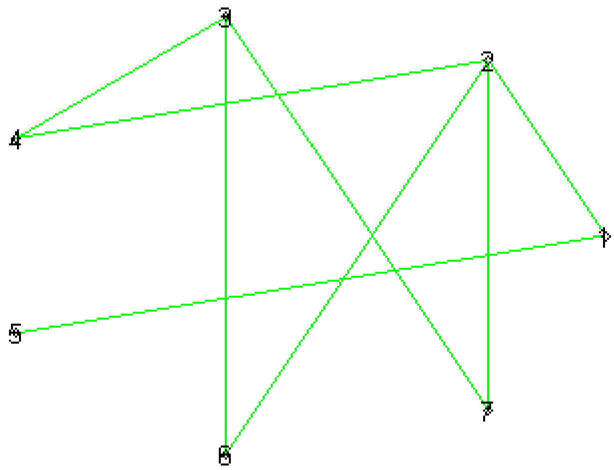

Рис.2.

5. В дереве имеется 100 вершин степени 5, 100 вершин степени 3, а все остальные - висячие. Сколько висячих вершин в этом дереве?
6. Создайте лес, состоящий из 3 деревьев с 10 вершинами каждое. Сколько число ребер нужно убрать из полного графа с 15 вершинами, чтобы получилось дерево?

VII. ПРИМЕРНЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

для студентов заочной формы обучения

Контрольная работа №1

Задание № 1

1.Решить систему: а) по формулам Крамера, б) методом Гаусса
2. Решить систему матричным способом.

1.	1) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1; \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4; \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6; \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4. \end{cases}$	2) $\begin{cases} 5x + 8y - z = -7; \\ x + 2y + 3z = 1; \\ 2x - 3y + 2z = 9. \end{cases}$
2.	1) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6; \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8; \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4; \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$	2) $\begin{cases} x + 2y + z = 4; \\ 3x - 5y + 3z = 1; \\ 2x + 7y - z = 8. \end{cases}$
3.	1) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5; \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1; \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1; \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5. \end{cases}$	2) $\begin{cases} 3x + 2y + z = 5; \\ 2x + 3y + z = 1; \\ 2x + y + 3z = 11. \end{cases}$

4.	1) $\begin{cases} x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -5; \\ x_1 - 2x_3 + 3x_4 = -4; \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 12; \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 5. \end{cases}$	2) $\begin{cases} x + 2y + 4z = 31; \\ 5x + y + 2z = 29; \\ 3x - y + z = 10. \end{cases}$
5.	1) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12; \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0; \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4; \\ 7x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 16. \end{cases}$	2) $\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9; \\ 2x + 5y - 3z = 4; \\ 5x + 6y - 2z = 18. \end{cases}$
6.	1) $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 20; \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 9; \\ 5x_1 - 7x_2 + 10x_4 = -9; \\ 3x_2 - 5x_3 = 1. \end{cases}$	2) $\begin{cases} 2x - y - z = 4; \\ 3x + 4y - 2z = 11; \\ 3x - 2y + 4z = 11. \end{cases}$
7.	1) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 8; \\ x_1 - 3x_2 - 6x_4 = 9; \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -5; \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 0. \end{cases}$	2) $\begin{cases} x + y + 2z = -1; \\ 2x - y + 2z = -4; \\ 4x + y + 4z = -2. \end{cases}$
8.	1) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 4; \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 6; \\ 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = 6; \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 6. \end{cases}$	2) $\begin{cases} 3x - y = 5; \\ -2x + y + z = 0; \\ 2x - y + 4z = 15. \end{cases}$
9.	1) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8; \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5; \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1; \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 10. \end{cases}$	2) $\begin{cases} 3x - y + z = 4; \\ 2x - 5y - 3z = -17; \\ x + y - z = 0. \end{cases}$
1 0.	1) $\begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_4 = -9; \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -7;3 \\ 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 12; \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 3x_4 = 0. \end{cases}$	2) $\begin{cases} x + y + z = 2; \\ 2x - y - 6z = -1; \\ 3x - 2y = 8. \end{cases}$

Задание № 2

Найти множество решений однородной системы трех линейных уравнений с четырьмя неизвестными.

1.	$\begin{cases} 3x_1 - 8x_2 - 7x_3 - x_4 = 0, \\ -x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 1{,}5x_4 = 0, \\ x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 0. \end{cases}$	6.	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 0, \\ -4x_1 + 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$
2.	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ -x_1 - 2x_2 - 7x_3 - x_4 = 0, \\ 5x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 = 0. \end{cases}$	7.	$\begin{cases} -x_1 - 3x_2 + x_3 - 8x_4 = 0, \\ 2x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 12x_4 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$
3.	$\begin{cases} x_1 + 8x_2 - 6x_3 - 2x_4 = 0, \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ -3x_1 - 2x_2 - 4x_3 - 4x_4 = 0. \end{cases}$	8.	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 4x_1 - 9x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0, \\ -x_1 + 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$
4.	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 - 3x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$	9.	$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 - 7x_2 - 6x_3 - 3x_4 = 0, \\ -3x_1 + x_2 - 4x_3 - 5x_4 = 0. \end{cases}$
5.	$\begin{cases} -3x_1 - 9x_2 + 25x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 0, \\ x_1 - x_2 + 9x_3 - 5x_4 = 0. \end{cases}$	10.	$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 7x_3 - 3x_4 = 0, \\ -x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ -x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 = 0. \end{cases}$

Задание № 3

По координатам вершин пирамиды ABCD найти:

1) длины ребер AB и AC;
2) угол между ребрами AB и AC;
3) площадь грани ABC;
4) объем пирамиды;
5) уравнения прямых AB и AC;
6) уравнения плоскостей ABC и ABD;
7) угол между плоскостями ABC и ABD.

№	A	B	C	D
1.	(0,3,2)	(-1,3,6)	(-2,4,2)	(0,5,4)
2.	(-1,2,0)	(-2,2,4)	(-3,3,0)	(-1,4,3)
3.	(2,2,3)	(1,2,7)	(0,3,3)	(2,4,5)
4.	(0,-1,2)	(-1,-1,6)	(-2,0,2)	(0,1,4)
5.	(3,0,2)	(2,0,6)	(1,1,2)	(3,2,4)

6.	(0,2,-1)	(-1,2,3)	(-2,3,-1)	(0,4,1)
7.	(2,3,2)	(1,3,6)	(0,4,2)	(2,5,4)
8.	(-1,0,2)	(-2,0,6)	(-3,1,2)	(-1,2,4)
9.	(2,0,3)	(1,0,7)	(0,1,3)	(2,2,5)
10.	(2,-1,2)	(1,-1,6)	(0,0,2)	(2,1,4)

Задание № 4

Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и найти точки пересечения ее с прямой $Ax + By + C = 0$. Построить графики кривой и прямой.

1.	$2x^2 - 4x + y + 3 = 0,$	$2x - y - 1 = 0$.
2.	$x - 2y^2 + 4y - 3 = 0,$	$x - 2y + 1 = 0$.
3.	$x^2 - 2x - y + 2 = 0,$	$x - y = 0.$
4.	$x - y^2 + 2y - 2 = 0,$	$x + y - 2 = 0.$
5.	$x^2 - 2x + y + 2 = 0,$	$x - y - 2 = 0.$
6.	$x + y^2 - 2y + 3 = 0,$	$x + y + 1 = 0$.
7.	$2x^2 + 8x + y + 7 = 0,$	$2x + y + 3 = 0.$
8.	$x + 2y^2 - 4y + 4 = 0,$	$x - 2y + 4 = 0.$
9.	$x^2 + 4x + y + 3 = 0,$	$x - y + 3 = 0.$
10.	$x + 2y^2 + 4y + 1 = 0,$	$x + 2y + 1 = 0.$

Задание № 5

Выполнить указанные действия.

1.	$\dfrac{2}{(-\sqrt{2} + i\sqrt{2})^6}$.	6.	$\left(\dfrac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^6$.
2.	$(-\sqrt{3} + i)^{100}$.	7.	$\left(\dfrac{1 + i}{2}\right)^{100}$.
3.	$\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{i}{2}\right)^{12}$.	8.	$\dfrac{(1 + i)^5}{(1 - i)^3}$.
4.	$(1 + i\sqrt{3})^{15}$.	9.	$\dfrac{(1 + i)^9}{(1 - i)^8}$.

5.	$\left(\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^8$.	10.	$\left(\dfrac{i^8+\sqrt{3}i^5}{4}\right)^5$.

Задание № 6

Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

1.	а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\cos(x-3)+2x}{x+3}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-4}{3x^2-3x+2}$, в) $\lim\limits_{x\to -0,5}\dfrac{6x^2+5x+1}{2x^2-x-1}$, г) $\lim\limits_{x\to 4}(5-x)^{\frac{2}{x-4}}$.
2.	а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-2}{tg\pi x}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-3x+1}{2x^2-2x+7}$, в) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2-x-6}$, г) $\lim\limits_{x\to -3}(7+2x)^{\frac{-4}{x+3}}$.
3.	а) $\lim\limits_{x\to 0+}\dfrac{\ln x}{x+1}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-x-4}{4x^2+3x+2}$, в) $\lim\limits_{x\to -0,5}\dfrac{2x^2+3x+1}{6x^2+x-1}$, г) $\lim\limits_{x\to 0}(1-\sin^2 2x)^{\frac{1}{1-\cos 4x}}$.
4.	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-5}{\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3+3x^2-2}{x^3-x-6}$, в) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-5x+2}{x^2-x-1}$, г) $\lim\limits_{x\to 4}(1-\sin 3x)^{\frac{1}{1-\cos 2x}}$.
5.	а) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\sin x(tgx+x)$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^3+11}{7x^3-5x^2+x}$, в) $\lim\limits_{x\to -1/3}\dfrac{3x^2+4x+1}{3x^2-5x-2}$, г) $\lim\limits_{x\to 3}(10-3x)^{\frac{1}{3(3-x)}}$.
6.	а) $\lim\limits_{x\to 0}\left(2+x\right)^{1/x^2}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3-2x^2+x}{3x^3+5x-10}$, в) $\lim\limits_{x\to -1/3}\dfrac{3x^2+7x+2}{3x^2-2x-1}$, г) $\lim\limits_{x\to -2}(5+2x)^{\frac{1}{x+2}}$.

7.	а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-e^{x^2}-1}{arctgx}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+3x-8}{3x^2-5x-2}$, в) $\lim\limits_{x\to 0,5}\dfrac{2x^2+x-1}{6x^2-x-1}$, г) $\lim\limits_{x\to 2}(9-x^3)^{\frac{4}{x-2}}$.
8.	а) $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{1-\cos 3x}{ctgx}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-5x+8}{3x^2+6x-15}$, в) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2x^2+7x+6}{x^2+x-2}$, г) $\lim\limits_{x\to 1}(3-2x^2)^{\frac{1}{2(1-x)}}$.
9.	а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{e^{x+2}-1}{\ln(x+2)}$, б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{14x^3+9x+17}{21x^3+10x-2}$, в) $\lim\limits_{x\to 1/3}\dfrac{3x^2-7x+2}{3x^2-11x-4}$, г) $\lim\limits_{x\to -4}(9+2x)^{\frac{-1}{2(x+4)}}$.
10.	а) $\lim\limits_{x\to -1}(4-x)^{\frac{1}{(x+1)^2}}$. б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3+9x^2+2x}{3x^3-8x+4}$, в) $\lim\limits_{x\to 0,5}\dfrac{6x^2-5x+1}{2x^2-3x+1}$, г) $\lim\limits_{x\to -1}(4+3x)^{\frac{3}{x+1}}$.

Задание № 7

Функция задается различными аналитическими выражениями для данных областей изменения независимой переменной.

Требуется: а) найти точки разрыва функции, если они существуют; б) сделать схематический чертеж.

1	$f(x)=\begin{cases}\sin x, & \text{если } x<0;\\ x, & \text{если } 0\le x\le 2;\\ 0, & \text{если } x>2.\end{cases}$	6	$f(x)=\begin{cases}-x, & \text{если } x\le 0;\\ x^2, & \text{если } 0<x\le 2;\\ x+1, & \text{если } x>2.\end{cases}$
2	$f(x)=\begin{cases}3x+1, & \text{если } x<0;\\ x^2+1, & \text{если } 0\le x<1;\\ 0, & \text{если } x\ge 1.\end{cases}$	7	$f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x}, & \text{если } x\le 0;\\ 0, & \text{если } 0<x\le 2;\\ x-2, & \text{если } x>2.\end{cases}$

3	$f(x)=\begin{cases} x-1, & \text{если } x\le 0; \\ x^2, & \text{если } 0<x<2; \\ 2x, & \text{если } x\ge 2. \end{cases}$	8	$f(x)=\begin{cases} x-3, & \text{если } x<0; \\ x+1, & \text{если } 0\le x\le 4; \\ 3+\sqrt{x}, & \text{если } x>4. \end{cases}$
4	$f(x)=\begin{cases} \cos x, & \text{если } x\le \frac{\pi}{2}; \\ 0, & \text{если } \frac{\pi}{2}<x<\pi; \\ \frac{\pi}{2}, & \text{если } x\ge \pi. \end{cases}$	9	$f(x)=\begin{cases} x^2+1, & \text{если } x\le 1; \\ 2x, & \text{если } 1<x\le 3; \\ x+2, & \text{если } x>3. \end{cases}$
5	$f(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x\le 0; \\ tgx, & \text{если } 0<x<\frac{\pi}{2}; \\ x, & \text{если } x\ge \frac{\pi}{2}. \end{cases}$	10	$f(x)=\begin{cases} -x, & \text{если } x\le 0; \\ -(x-1)^2, & \text{если } 0<x<2; \\ x-3, & \text{если } x\ge 2. \end{cases}$

Задание № 8

Найти производную функции.

1.	а) $y=3x^5-\sin x$,	б) $y=\sqrt{x}\ tgx$,	в) $y=\dfrac{\ln x}{4-3\cos x}$.
2.	а) $y=4x^4+e^x$,	Б) $y=\sin x\ln x$,	в) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x}}{ctgx}$.
3.	а) $y=3\sqrt[3]{x}-\ln x$,	Б) $y=e^x\arcsin x$,	в) $y=\dfrac{ctgx}{x^4}$.
4.	а) $y=5x^2-\arcsin x$,	б) $y=\sqrt[3]{x^2}\ln x$,	в) $y=\dfrac{\sqrt[3]{x^4}}{e^x}$.
5.	а) $y=4\sqrt[4]{x}+arctgx$,	б) $y=x^5e^x$,	в) $y=\dfrac{tgx}{\ln x}$.
6.	а) $y=10x^3+2\cos x$,	б) $y=\sin x\cdot\sqrt[4]{x}$,	в) $y=\dfrac{\ln x}{\arcsin x}$.
7.	а) $y=5\sqrt[5]{x}-7arcctgx$,	б) $y=\cos x(3x-1)$,	в) $y=\dfrac{3x^5}{e^x}$.

8.	а) $y = 6\sqrt[3]{x^2} - 7tgx,$	б) $y = e^x \cdot \arccos x,$	в) $y = \dfrac{ctgx}{2x^4}.$
9.	а) $y = \dfrac{2}{\sqrt{x}} + 3ctgx,$	б) $y = \ln x \cdot arctgx,$	в) $y = \dfrac{e^x}{arctgx}.$
10.	а) $y = 7x^6 + 2\arccos x,$	б) $y = e^x ctgx,$	в) $y = \dfrac{5\ln x}{\sqrt[3]{x^2}}.$

Задание № 9

Составить уравнения касательной и нормали к графику данной функции в точке x_0.

1.	$y = \sqrt{\dfrac{4-x^2}{2}},\ x_0 = -\sqrt{2}.$	6.	$y = -\sqrt{\dfrac{6-x^2}{3}},\ x_0 = -\sqrt{3}$
2.	$y = \sqrt{4-2x^2},\ x_0 = 1$	7.	$y = \sqrt{\dfrac{4-x^2}{2}},\ x_0 = \sqrt{2}.$
3.	$y = \sqrt{\dfrac{6-x^2}{3}},\ x_0 = -\sqrt{3}$	8.	$y = \sqrt{4-2x^2},\ x_0 = -1$
4.	$y = -\sqrt{\dfrac{4-x^2}{2}},\ x_0 = \sqrt{2}.$	9.	$y = -\sqrt{\dfrac{6-x^2}{3}},\ x_0 = \sqrt{3}$
5.	$y = -\sqrt{4-2x^2},\ x_0 = 1$	10.	$y = -\sqrt{4-2x^2},\ x_0 = -1$

Задание № 10

Построить график функции $y = f(x)$, используя общую схему исследования функций.

1.	$y = \dfrac{x^2}{x+1}.$	6.	$y = \dfrac{x^3}{x^2-4}.$
2.	$y = \dfrac{x^4}{3-x^2}.$	7.	$y = \dfrac{3-x^2}{x+2}.$
3.	$y = \dfrac{x+2}{x^3}.$	8.	$y = \dfrac{2x^2}{3-x}.$
4.	$y = \dfrac{x^2}{x^2-1}.$	9.	$y = \dfrac{4-x^2}{x+3}.$

5.	$y=\dfrac{x^2}{x-1}.$	10.	$y=\dfrac{x(x-3)^2}{2}.$

Контрольная работа № 2

Задание № 1

Найти неопределенные интегралы.

1.	а) $\int\dfrac{e^x dx}{\sqrt[3]{1-e^x}}$, б) $\int\dfrac{19-4x}{2x^2+x-3}dx$, в) $\int(5x-2)\ln x dx$, г) $\int\dfrac{5x^3-6x^2+7x}{2-5x}dx$, д) $\int\dfrac{1}{7\sin x-3\cos x}dx$, е) $\int\cos^5 x\sin^4 x dx$
2.	а) $\int x\sqrt{3-x^2}dx$, б) $\int\dfrac{2x+9}{x^2+5x+6}$, в) $\int x\cdot\cos^2(2x)dx$, г) $\int\dfrac{6x^3-7x^2+2}{3x+2}dx$, д) $\int\dfrac{1}{3\sin x-4\cos x}dx$, е) $\int\cos^3 x\sin^5 x dx$
3.	а) $\int\dfrac{arctgx}{1+x^2}dx$, б) $\int\dfrac{x+9}{x^2+2x-3}dx$, в) $\int\ln(3+x^2)dx$, г) $\int\dfrac{7x^3-5x^2+3x-1}{7x+2}dx$, д) $\int\dfrac{1}{8+4\cos x}dx$, е) $\int\dfrac{3\cos x}{\sin^4 x}dx$
4.	а) $\int\sin 2x\sqrt{2-\cos^2 x}dx$, б) $\int\dfrac{2x+27}{x^2-x-12}dx$, в) $\int x\cdot\arcsin x dx$, г) $\int\dfrac{9x^3+7x^2+5x+3}{3x-2}dx$, д) $\int\dfrac{1}{5+4\sin x}dx$, е) $\int\cos^8 x\sin^3 x dx$
5.	а) $\int\dfrac{\sin x}{1-\cos x}dx$, б) $\int\dfrac{4x+31}{2x^2+11x+12}dx$, в) $\int(2-x)\sin x dx$, г) $\int\dfrac{6x^3-5x^2+4x}{5-2x}dx$, д) $\int\dfrac{1}{3+2\cos x-\sin x}dx$, е) $\int\cos 2x\sin^4 2x dx$
6.	а) $\int\dfrac{\sqrt[3]{\ln x}}{x}dx$, б) $\int\dfrac{11x-2}{x^2+x-2}dx$, в) $\int(1-\ln x)dx$, г) $\int\dfrac{4x^3-5x^2+1}{2x+7}dx$, д) $\int\dfrac{1}{5\cos x+10\sin x}dx$, е) $\int\dfrac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}}dx$

7.	а) $\int \frac{1-tgx}{\cos^2 x}dx$, б) $\int \frac{17-2x}{x^2-5x+4}dx$, в) $\int (3x+4)\cdot \cos x dx$, г) $\int \frac{5x^3-7x^2+x-3}{5x+2}dx$, д) $\int \frac{1}{5+3\cos x-5\sin x}dx$, е) $\int \cos^3 x \sin^4 x dx$
8.	а) $\int \frac{x^2}{8+x^3}dx$, б) $\int \frac{9-2x}{x^2-5x+6}dx$, в) $\int arcctg(4x)dx$, г) $\int \frac{3x^3+2x^2+4}{2x-2}dx$, д) $\int \frac{3\sin x-2\cos x}{1+\cos x}dx$, е) $\int \sqrt[3]{\cos^2 x}\sin^3 x dx$
9.	а) $\int \frac{\sin 2x}{\cos^3 x+3}dx$, б) $\int \frac{4x+27}{2x^2-x-6}dx$, в) $\int x\cdot \ln^2 x dx$, г) $\int \frac{8x^3-3x^2+4x+2}{4x-2}dx$, д) $\int \frac{1}{5-4\sin x+2\cos x}dx$, е) $\int \frac{\sin^3 x}{\sqrt[5]{\cos^3 x}}dx$
10.	а) $\int \frac{x^2}{\cos^2(x^3)}dx$, б) $\int \frac{x-13}{x^2-2x-8}dx$, в) $\int x^2\cdot \sin 3x dx$, г) $\int \frac{7x^3+9x^2-5x}{6x+7}dx$, д) $\int \frac{1}{5+2\sin x+3\cos x}dx$, е) $\int \cos^4 x \sin^5 x dx$

Задание №2

Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями.

1	а) $3x^2-4y=0$, $2x-4y+1=0$ б) $y=\sqrt{4-x^2}$, $y=0, x=0, x=1$	2	а) $3x^2+4y=0$, $2x-4y-1=0$ б) $y=\frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}$, $y=0, x=1, x=e^3$
3	а) $2x+3y^2=0$, $2x+2y+1=0$ б) $y=x\sqrt{36-x^2}$, $y=0\ (0\le x\le 6)$	4	а) $3x^2-4y=0$, $2x+4y-1=0$, б) $y=\frac{x}{1+\sqrt{x}}, y=0, x=1.$

5	а) $3x^2+4y=0,$ $2x+4y+1=0$ б) $y=x\sqrt{9-x^2},$ $y=0\,(0\le x\le 3)$	6	а) $2x-3y^2=0,$ $2x+2y-1=0$ б) $y=x^2\sqrt{4-x^2},$ $y=0\,(0\le x\le 2)$
7	а) $3x^2-2y=0,$ $2x-2y+1=0$ б) $y=x^2\sqrt{8-x^2},$ $y=0\,(0\le x\le 2\sqrt{2})$	8	а) $4x+3y^2=0,$ $4x+2y+1=0$ б) $y=x\sqrt{4-x^2},$ $y=0\ \ (0\le x\le 2).$
9	а) $3x^2-2y=0,$ $2x+2y-1=0$ б) $y=x^2\sqrt{16-x^2},$ $y=0\,(0\le x\le 4).$	10	а) $4x-3y^2=0,$ $4x+2y-1=0,$ б) $y=\frac{e^{1/x}}{x^2}, y=0, x=2, x=1.$

Задание № 3

Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OX кривой L.

1.	$y=-4x^3,\quad x=0,\quad y=4.$	2.	$y=-4x^3,\quad x=1,\quad y=0.$
3.	$y=4x^3,\quad x=0,\quad y=4.$	4.	$y=4x^3,\quad x=1,\quad y=0.$
5.	$y=1+8x^3,\ x=0,\ y=9.$	6.	$y=4x^3,\quad x=0,\quad y=-4.$
7.	$y=-4x^3,\quad x=-1,\quad y=0.$	8.	$y=-4x^3,\quad x=0,\quad y=-4.$
9.	$y=4x^3,\quad x=-1,\quad y=0.$	10.	$y=1+8x^3,\ x=-\frac{1}{2},\ y=1.$

Задание № 4

Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость.

1.	$\int\limits_e^{\infty}\frac{dx}{x\ln^3 x}$	2.	$\int\limits_0^{\infty}\frac{xdx}{x^2+4}$
3.	$\int\limits_e^{\infty}\frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$	4.	$\int\limits_0^{\infty}xe^{-x^2}dx$
5.	$\int\limits_2^{\infty}\frac{xdx}{\sqrt{(x^2+4)^3}}$	6.	$\int\limits_0^{2}\frac{xdx}{(x^2-1)^{\frac{4}{5}}}$

7.	$\int\limits_{1/3}^{2/3} \frac{dx}{x\sqrt{9x^2-1}}$	8.	$\int\limits_{1}^{e^2} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$
9.	$\int\limits_{1}^{e} \frac{dx}{x\ln^3 x}$	10.	$\int\limits_{0}^{\sqrt{\frac{2}{\pi}}} \cos\frac{1}{x^2}\cdot\frac{dx}{x^3}$

Задание №5

Найти экстремумы функции двух переменных.

1.	$z = x^2 + 2xy - 3y^2 + 1$	2.	$z = x^3y^2(12 - x - y)$
3.	$z = x^2 - (y-1)^2$	4.	$z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$
5.	$z = -x^2 - xy - y^2 + x + y$	6.	$z = x^2 + xy + y^2 - 3x - 6y$
7.	$z = 4(x-y) - x^2 - y^2$	8.	$z = xy^2(1 - x - y)\ \ (x > 0, y > 0)$
9.	$z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$	10.	$z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y$

Задание №6

Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z = f(x,y)$ в замкнутой области, ограниченной заданными линиями.

1.	$z = x^2 + 2xy - 10;\quad y = 0,\quad y = x^2 - 4.$
2.	$z = x^2 + xy - 2;\quad y = 0,\quad y = 4x^2 - 4.$
3.	$z = xy - 2x - y;\quad y = 0,\quad y = 4,\quad x = 0,\quad x = 3.$
4.	$z = x^3 + y^3 - 3xy;\quad y = 0,\quad y = 3,\quad x = 0,\quad x = 2$
5.	$z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x;\quad y = 0,\quad y = x + 1, x = 3.$
6.	$z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4;\quad y = 0,\quad x + y = 2,\ x = 0.$
7.	$z = x^2 - 2y^2 + 4;\quad x^2 + y^2 = 1.$
8.	$z = 5x^2 - 3xy + y^2;\quad y = -1,\quad y = 1,\quad x = -1,\quad x = 1.$
9.	$z = x^2 + xy - 3x - y;\quad y = 0,\ y = 3,\quad x = 0,\quad x = 2.$
10	$z = 0{,}5x^2 - xy;\quad y = 1/3x^2,\quad y = 3.$

Задание №7

Решить дифференциальное уравнение.

1.	а) $y^2y' + x^2 = 1$ б) $(x^2 + y^2)dy - 2xydx = 0$ в) $y' + 4xy = 2xe^{-x^2}\sqrt{y}$	6.	а) $(x+1)y' + xy = 0$ б) $xy' - y = \sqrt{x^2 - y^2}$ в) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$

2.	а) $yy' + x = 0$ б) $xy' = y + xtg\frac{y}{x}$ в) $dy = \left(y^2e^x - y\right)dx$	7.	а) $y'\sqrt{1 - x^2} = 1 + y^2$ б) $3x^4y^2dy = \left(4x^6 - y^6\right)dx$ в) $y' = \frac{2y}{x+1} + e^x(x+1)^2$
3.	а) $xy' = 2y$ б) $x\left(y' + e^{y/x}\right) = y$ в) $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$	8.	а) $xydx - \sqrt{1 - x^2}dy = 0$ б) $y' + 2y = e^{3x}$ в) $y' = y\left(y^3\cos x + tgx\right)$
4.	а) $y' = e^{x+y}$ б) $y^2dx + x^2dy = xydy$ в) $y' = \frac{3y}{x} + x$	9.	а) $dy - 2\sqrt{y}\ln x = 0$ б) $y' = \frac{y}{x} + \sin\frac{y}{x}$ в) $y' = yctgx + \frac{y^3}{\sin x}$
5.	а) $y' + \frac{x\sin x}{y\cos y}$ б) $(x - y)dx + xdy = 0$ в) $y' + ytgx = \frac{1}{\cos x}$	10.	а) $y' = \cos(x + y)$ б) $y' = \frac{x - y}{x + y}$ в) $y' = \frac{y}{x} + \frac{x^2}{y}$

Задание №8

Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям.

1.	$y'' + 6y' + 13y = 8e^{-x}; \quad y_0 = \frac{2}{3}, \quad y'_0 = 2.$
2.	$y'' - 4y' + 8y = 8x^2 + 4; \quad y_0 = 2, \quad y'_0 = 3.$
3.	$y'' + y' - 6y = 50\cos x; \quad y_0 = 3, \quad y'_0 = 5.$
4.	$y'' + 2y' + 5y = 13e^{2x}; \quad y_0 = 1, \quad y'_0 = 4.$
5.	$y'' - 4y' + 5y = 10x; \quad y_0 = 10, \quad y'_0 = 6.$
6.	$y'' - 4y' + 4y = 3x - x^2; \quad y_0 = 3, \quad y'_0 = \frac{4}{3}.$
7.	$y'' - 6y' + 9y = 4e^x; \quad y_0 = 3, \quad y'_0 = 8.$
8.	$y'' - 4y' + 4y = -169\sin 3x; \quad y_0 = -12, \quad y'_0 = 16.$
9.	$y'' + 2y' - 8y = 16x + 4; \quad y_0 = 2, \quad y'_0 = 6.$

10.	$y'' - 4y' + 5y = 5x^2 + 4; \qquad y_0 = \frac{2}{25}, \qquad y'_0 = \frac{3}{5}.$

Задание №9

Найти общее решение системы дифференциальных уравнений.

№	Задание	№	Задание
1.	$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -x_1 + 3x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 2x_1. \end{cases}$	6.	$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -x_1 + 3x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 2x_1 - 2x_2. \end{cases}$
2.	$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 4x_1 - x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -2x_1 + 3x_2. \end{cases}$	7.	$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 + 2x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 3x_1 - 4x_2. \end{cases}$
3.	$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -3x_1 + 2x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 5x_1 - 6x_2. \end{cases}$	8.	$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -3x_1 + 2x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 5x_1. \end{cases}$
4.	$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 - 2x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -3x_1 - 4x_2. \end{cases}$	9.	$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 - 2x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -3x_1 + 6x_2. \end{cases}$
5.	$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 4x_1 - x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -2x_1 + 5x_2. \end{cases}$	10	$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 + 2x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 3x_1 + 2x_2. \end{cases}$

Задание №10

а) Решить задачу Коши операционным методом.

№	Задание	№	Задание
1.	$y'' + y' = t^2 + 2t,$ $y(0) = 0, y'(0) = -2$	2.	$y'' + y = 2\cos t,$ $y(0) = 0, y'(0) = 1$

3.	$2y'' - y' = \sin 3t,$ $y(0) = 0, y'(0) = 1$	4.	$y'' + 4y = \sin 2t,$ $y(0) = 0, y'(0) = 1$
5.	$y'' - 3y' + 2y = e^t,$ $y(0) = 1, y'(0) = 0$	6.	$y'' - y = \cos 3t,$ $y(0) = 1, y'(0) = 1$
7.	$y'' + 2y' = 2 + e^t,$ $y(0) = 1, y'(0) = 2$	8.	$y'' + 2y' = \sin\frac{t}{2},$ $y(0) = 2, y'(0) = 4$
9.	$y'' + 4y' + 29y = e^{-2t},$ $y(0) = 0, y'(0) = 1$	10.	$2y'' + 3y' + y = 3e^t,$ $y(0) = 0, y'(0) = 1$

б) Решить операционным методом систему уравнений

№	Задание	№	Задание
1.	$\begin{cases} x + x' = y + e^t, \\ y + y' = x + e^t \end{cases}$ $x(0) = x'(0) = 1$	2.	$\begin{cases} x' - y' - 2x + 2y = 1 - 2t, \\ x'' + 2y' + x = 0 \end{cases}$ $x(0) = y(0) = x'(0) = 0$
3.	$\begin{cases} x'' - 3x' + 2x + y' - y = 0, \\ -x' + x + y'' - 5y' + 4y = 0 \end{cases}$ $x(0) = x'(0) = y'(0) = 0,$ $y(0) = 1$	4.	$\begin{cases} 2x'' - x' + 9x - y'' - y' = 3y, \\ 2x'' + x' + 7x - y'' + y' = 5y \end{cases}$ $x(0) = x'(0) = 1,$ $y(0) = y'(0) = 0$
5.	$\begin{cases} x' + y' - y = e^t, \\ 2x' + y' + 2y = \cos t \end{cases}$ $x(0) = y(0) = 0$	6.	$\begin{cases} x' = -x + y + z + e^t, \\ y' = x - y + z + e^{3t}, \\ z' = x + y + z + 4 \end{cases}$ $x(0) = y(0) = z(0) = 0$
7.	$\begin{cases} x' = -y - z, \\ y' = -x - z, \\ z' = -x - y \end{cases}$ $x(0) = -1, \ y(0) = 0, \ z(0) = 1$	8.	$\begin{cases} x' = y + z, \\ y' = 3x + z, \\ z' = 3x + y \end{cases}$ $x(0) = 0, \ y(0) = z(0) = 1$

9.	$\begin{cases} x' = 3y - x, \\ y' = y + x + e^{2t} \end{cases}$ $x(0) = y(0) = 1$	10.	$\begin{cases} x' = 2x - y + z, \\ y' = x + z, \\ z' = -3x + y - 2z \end{cases}$ $x(0) = y(0) = 1, \quad z(0) = 0$

Контрольная работа № *3*

Задание № 1

Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1.	$\int_1^3 dx \int_0^{\sqrt{4x-x^2}} f(x,y)dy$	6.	$\int_1^7 dy \int_0^{\sqrt{8y-y^2}} f(x,y)dx$
2.	$\int_{-5}^{-1} dy \int_0^{\sqrt{-6y-y^2}} f(x,y)dx$	7.	$\int_{-4}^{-2} dx \int_{-\sqrt{-6x-x^2}}^{0} f(x,y)dy$
3.	$\int_3^5 dx \int_{-\sqrt{8x-x^2}}^{0} f(x,y)dy$	8.	$\int_1^3 dy \int_{-\sqrt{4y-y^2}}^{0} f(x,y)dx$
4.	$\int_{-3}^{-1} dy \int_{-\sqrt{-4y-y^2}}^{0} f(x,y)dx$	9.	$\int_2^6 dx \int_0^{\sqrt{8x-x^2}} f(x,y)dy$
5.	$\int_{-3}^{-1} dx \int_0^{\sqrt{-4x-x^2}} f(x,y)dy$	10.	$\int_2^4 dy \int_{-\sqrt{6y-y^2}}^{0} f(x,y)dx$

Задание № 2

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями. Сделать схематический чертеж.

1.	$x^2 + y^2 = 4, \quad y + 2z - 4 = 0, \quad z = 0.$
2.	$x^2 + y^2 = 1, \quad y + 2z + 2 = 0, \quad z = 0.$
3.	$x^2 + y^2 = 4, \quad y - 2z + 4 = 0, \quad z = 0.$
4.	$x^2 + y^2 = 1, \quad y - 2z - 2 = 0, \quad z = 0.$
5.	$x^2 + y^2 = 9, \quad y + 2z - 6 = 0, \quad z = 0.$
6.	$x^2 + y^2 = 4, \quad y - 2z - 4 = 0, \quad z = 0.$
7.	$x^2 + y^2 = 1, \quad y - 2z + 2 = 0, \quad z = 0.$

8.	$x^2+y^2=4,\quad y+2z+4=0,\quad z=0.$
9.	$x^2+y^2=1,\quad y+2z-2=0,\quad z=0.$
10.	$x^2+y^2=9,\quad y-2z+6=0,\quad z=0.$

Задание № 3

Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости.

1.	$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(x-4)^n}{\sqrt{n(n+1)}}.$	6.	$\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{(x+4)^n}{\sqrt[3]{n^4-2}}.$
2.	$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(x+3)^n}{3^n}.$	7.	$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(x-3)^n}{2^n}.$
3	$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2n^2-1)(x-2)^n.$	8.	$\sum\limits_{n=2}^{\infty}(3n-1)(x+2)^n.$
4.	$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(x+1)^n}{5^n}.$	9.	$\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{(x-1)^n}{4^n}.$
5.	$\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{(2x)^{2n}}{\ln(4n+2)}.$	10.	$\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{(3x)^n}{\ln(2n-1)}.$

Задание № 4

Представить периодическую функцию $f(x)$, заданную на полупериоде $[0,l]$, рядом Фурье по синусам или косинусам. Построить график функции и график суммы полученного ряда Фурье.

1.	$f(x)=\begin{cases}1+\sin x & \text{при}\quad 0\le x\le\dfrac{\pi}{2},\\ 0 & \text{при}\quad \dfrac{\pi}{2}\le x\le\pi\end{cases}$ по косинусам
2.	$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при}\quad 0\le x\le\dfrac{\pi}{2},\\ -\cos x & \text{при}\quad \dfrac{\pi}{2}\le x\le\pi\end{cases}$ по синусам
3.	$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при}\quad 0\le x\le\dfrac{\pi}{2},\\ -\sin & \text{при}\quad \dfrac{\pi}{2}< x\le\pi\end{cases}$ по косинусам

4.	$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad 0\le x\le \frac{\pi}{2},\\ \cos x & \text{при} \quad \frac{\pi}{2}< x\le \pi\end{cases}$	по синусам
5.	$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad 0\le x< \frac{\pi}{2},\\ \sin x & \text{при} \quad \frac{\pi}{2}\le x\le \pi\end{cases}$	по косинусам
6.	$f(x)=\begin{cases}1+\cos x & \text{при} \quad 0\le x\le \frac{\pi}{2},\\ 0 & \text{при} \quad \frac{\pi}{2}< x\le \pi\end{cases}$	по синусам
7.	$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad 0\le x\le \frac{\pi}{2},\\ \cos x & \text{при} \quad \frac{\pi}{2}< x\le \pi\end{cases}$	по косинусам
8.	$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad 0\le x< \frac{\pi}{2},\\ -\sin x & \text{при} \quad \frac{\pi}{2}\le x< \pi\end{cases}$	по синусам
9.	$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad 0\le x\le \frac{\pi}{2},\\ -\cos x & \text{при} \quad \frac{\pi}{2}< x\le \pi\end{cases}$	по косинусам
10.	$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad 0\le x< \frac{\pi}{2},\\ \sin x & \text{при} \quad \frac{\pi}{2}\le x\le \pi\end{cases}$	по синусам

Задание № 5

1. Игральную кость подбрасывают 500 раз. Какова вероятность того, что цифра 1 при этом выпадет 50 раз?
2. Вероятность получения по лотерее безвыигрышного билета равна 0,1. Какова вероятность того, что среди 400 наугад купленных билетов не менее 50 и не более 60 безвыигрышных?
3. Чему равна вероятность того, что среди 100 случайных прохожих окажутся 32 женщины (предполагается, что число мужчин и женщин в городе одинаково)?

4. Вероятность наступления события А в каждом из 100 независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что событие А появится в этих испытаниях: 1) 90 раз; 2) не менее 80 и не более 90 раз.
5. Вероятность выздоровления больного в результате применения нового способа лечения равна 0,8. Сколько вылечившихся из 100 больных можно ожидать с вероятностью 0,75?
6. Игральную кость подбрасывают 320 раз. Какова вероятность того, что цифра 5 при этом выпадет не менее 70 и не более 83 раз?
7. Вероятность того, что пассажир опоздает к отправлению поезда, равна 0,2. Найти наиболее вероятное число опоздавших из 625 пассажиров и вероятность этого события.
8. При проведении эксперимента монету подбрасывали 4096 раз, причем герб выпал 2068 раз. С какой вероятностью можно было ожидать этот результат?
9. Найти вероятность того, что в партии из 900 изделий число изделий высшего сорта заключено между 600 и 700. Вероятность появления изделия высшего сорта в партии равна 0,8.
10. Игральный кубик подбросили 125 раз. Какова вероятность того, что цифра 6 появилась не более 60 раз?

Задание № 6

Заданы математическое ожидание m и среднее квадратичное отклонение σ нормально распределенной случайной величины x. Найти: 1) вероятность того, что x примет значение, принадлежащее интервалу (α, β); 2) вероятность того, что абсолютная величина отклонения $|x - m|$ окажется меньше δ.

1.	$a = 15, \quad \sigma = 2, \quad \alpha = 16, \quad \beta = 25, \quad \delta = 4.$
2.	$a = 14, \quad \sigma = 4, \quad \alpha = 18, \quad \beta = 34, \quad \delta = 8.$
3.	$a = 13, \quad \sigma = 4, \quad \alpha = 15, \quad \beta = 17, \quad \delta = 6.$
4.	$a = 12, \quad \sigma = 5, \quad \alpha = 17, \quad \beta = 22, \quad \delta = 15.$
5.	$a = 11, \quad \sigma = 3, \quad \alpha = 17, \quad \beta = 26, \quad \delta = 12.$
6.	$a = 10, \quad \sigma = 2, \quad \alpha = 11, \quad \beta = 13, \quad \delta = 5.$
7.	$a = 9, \quad \sigma = 4, \quad \alpha = 15, \quad \beta = 19, \quad \delta = 18.$
8.	$a = 8, \quad \sigma = 2, \quad \alpha = 6, \quad \beta = 15, \quad \delta = 8.$
9.	$a = 7, \quad \sigma = 5, \quad \alpha = 2, \quad \beta = 22, \quad \delta = 20.$
10.	$a = 6, \quad \sigma = 3, \quad \alpha = 0, \quad \beta = 9, \quad \delta = 9.$

Задание № 7

Найти выборочное уравнение прямой $\overline{y_x} - \overline{y} = r_b \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \overline{x})$ регрессии У на Х по данной корреляционной таблице:

(1)

Y	X						
	5	10	15	20	25	30	n_y
10	2	3	-	-	-	-	5
20	-	7	3	-	-	-	10
30	-	-	2	50	2	-	54
40	-	-	1	10	6	-	17
50	-	-	-	4	7	3	14
n_x	2	10	6	64	15	3	$n = 100$

(2)

Y	X						
	15	20	25	30	35	40	n_y
30	2	6	-	-	-	-	8
40	-	4	4	-	-	-	8
50	-	-	7	35	8	-	50
60	-	-	2	10	8	-	20
70	-	-	-	5	6	3	14
n_x	2	10	13	50	22	3	$n = 100$

(3)

Y	X						
	4	9	14	19	24	29	n_y
5	4	2	-	-	-	-	6
10	-	6	4	-	-	-	10
15	-	-	6	45	2	-	53
20	-	-	2	8	6	-	16
25	-	-	-	4	7	4	15
n_x	4	8	12	57	15	4	$n = 100$

(4)

Y	X						
	2	7	12	17	22	27	n_y
6	4	2	-	-	-	-	6
12	-	6	2	-	-	-	8
18	-	-	5	40	5	-	50
24	-	-	2	8	7	-	17
30	-	-	-	4	7	8	19
n_x	4	8	9	52	19	8	$n = 100$

(5)

Y	X						
	11	16	21	26	31	36	n_y
20	1	5	-	-	-	-	6
30	-	5	3	-	-	-	8
40	-	-	9	40	2	-	51
50	-	-	4	11	6	-	21
60	-	-	-	4	7	3	14
n_x	1	10	16	55	15	3	$n = 100$

(6)

Y	X						
	2	7	12	17	22	27	n_y
8	2	4	-	-	-	-	6
12	-	3	7	-	-	-	10
16	-	-	5	30	10	-	45
20	-	-	7	10	8	-	25
24	-	-	-	5	6	3	14

n_x	2	7	19	45	24	3	n = 100

(7)

Y	X						
	11	16	21	26	31	36	n_y
10	2	4	-	-	-	-	6
20	-	6	2	-	-	-	8
30	-	-	3	50	2	-	55
40	-	-	1	10	6	-	17
50	-	-	-	4	7	3	14
n_x	2	10	6	64	15	3	n = 100

(8)

Y	X						
	4	9	14	19	24	29	n_y
25	2	4	-	-	-	-	6
35	-	9	3	-	-	-	12
45	-	-	6	45	4	-	55
55	-	-	2	8	6	-	16
65	-	-	-	4	7	3	14
n_x	2	10	11	57	17	3	n = 100

(9)

Y	X						
	5	10	15	20	25	30	n_y
8	3	3	-	-	-	-	6
18	-	5	4	-	-	-	9
28	-	-	40	2	8	-	50
38	-	-	5	10	6	-	21
48	-	-	-	4	7	3	14
n_x	3	8	49	16	21	3	n = 100

(10)

Y	X						
	2	7	12	17	22	27	n_y
11	4	2	-	-	-	-	6
21	-	5	3	-	-	-	8
31	-	-	5	45	55	5	55
41	-	-	2	8	7	-	16
51	-	-	-	4	7	3	14
n_x	2	10	11	57	17	3	$n = 100$

Контрольная работа № 4

Задание №1

Задано скалярное поле *U = U(M)*. Требуется:

1) найти значение скалярного поля *U = U(M)* в точке M_0;
2) определить вид линий или поверхностей (гиперповерхностей) уровней данного поля;
3) вычислить производную поля в точке M_0 по направлению вектора $\vec{l}$;
4) найти величину и направление $gradU$ в точке M_0.

1.	$U = 2^{x+y+z}$ $M_0(1,1,-1)$, $\vec{l} = (3,-1,2)$	2.	$U = 2x^2 + 4y^2 - z^2$ $M_0(2,2,-1)$, $\vec{l} = (-3,4,5)$
3.	$U = x^2 + y^2 - z^2$ $M_0(-3,-2,5)$, $\vec{l} = (1,-2,1)$	4.	$U = \dfrac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}$ $M_0(-1,-1,2)$, $\vec{l} = (-1,3,5)$
5.	$U = x^2 + y^2 - z$ $M_0(2,-2,1)$, $\vec{l} = (3,2,-3)$	6.	$U = \sqrt{3x^2 + 3y^2 - z^2}$ $M_0(1,-2,1)$, $\vec{l} = (2,-2,1)$
7.	$U = \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{4} + \dfrac{z^2}{16}$ $M_0(1,2,1)$, $\vec{l} = (-3,4,1)$	8.	$U = \dfrac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ $M_0(1,1,1)$, $\vec{l} = (-2,-3,4)$
9.	$U = 2x^2 + 3y^2 - z$, $M_0(2,2,1)$ $\vec{l} = (1,-3,2)$	10.	$U = \dfrac{2x^2 + y^2}{z}$, $M_0(-1,3,1)$, $\vec{l} = (2,-2,3)$

Задание №2

Найти поток векторного поля $\vec{F}(M)$ через верхнюю часть плоскости α, расположенной в первом октанте.

1	$\vec{F} = (x-2z)\vec{i} + (3z-4x)\vec{j} + (5x+y)\vec{k}$, $\alpha: x+y+z-1=0$	6	$\vec{F} = x\vec{i} + z\vec{j} - y\vec{k}$, $\alpha: 2x + \frac{y}{3} + z - 1 = 0$
2	$\vec{F} = (x+z)\vec{i} - 2x\vec{j} + (2z-x)\vec{k}$, $\alpha: 2x+3y+z-6=0$	7	$\vec{F} = (y+z)\vec{i} - y\vec{j} + 3x)\vec{k}$, $\alpha: \frac{x}{5} + y + \frac{z}{2} - 1 = 0$
3	$\vec{F} = y\vec{i} + (1-2z)\vec{k}$, $\alpha: \frac{x}{4} + \frac{y}{2} + z - 1 = 0$	8	$\vec{F} = y\vec{i} + (x+2y)\vec{j} + x\vec{k}$, $\alpha: \frac{x}{3} + y + 2z - 2 = 0$
4	$\vec{F} = x\vec{i} + (5y+1)\vec{j} + 2z\vec{k}$, $\alpha: 3x+y+z-1=0$	9	$\vec{F} = (x+y+z)\vec{i} + y\vec{j} + (3z+y)\vec{k}$, $\alpha: x+y+z-1=0$
5	$\vec{F} = \vec{i} + 5y\vec{j} + 3z\vec{k}$, $\alpha: \frac{x}{3} + y + 2z - 1 = 0$	10	$\vec{F} = (y+z)\vec{i} + (x-z)\vec{j} + z\vec{k}$, $\alpha: 2x+3y+z-1=0$

Задание №3

Вычислить криволинейный интеграл по замкнутому контуру L с помощью формулы Грина.

1	$\oint_L (x-y)dx + (x+y)dy$, где L – окружность $x^2 + y^2 = 9$.
2	$\oint_L y^2dx + (x+y)^2dy$, где L – треугольник с вершинами $A(1;0), B(1;1), C(0;1)$.
3	$\oint_L xy^2dy - x^2ydx$, где L – окружность $x^2 + y^2 = 4$
4	$\oint_L \sqrt{x^2+y^2}dx + y\left(xy + \ln\left(x + \sqrt{x^2+y^2}\right)\right)dy$, где L – прямоугольник с вершинами $A(3;2), B(6;2), C(6;4), D(3;4)$.

5	$\oint\limits_L (x\cos y - y\sin y)dy - (x\sin y + y\cos y)dx$, где L – контур, ограничивающий область $\pi \le y \le 2\pi$, $3 \le x \le 6$.
6	$\oint\limits_L (x + y^2)dx - (x^2 + y)dy$, где L – треугольник с вершинами $A(1;1), B(3;2), C(3;5)$.
7	$\oint\limits_L (3x^2 + \sqrt{y})dx - (y^2 + 2\sqrt{x})dy$, где L – четырехугольник с вершинами $A(0;0), B(2;2), C(2;4), D(0,2)$.
8	$\oint\limits_L (x - y^2)dx + 2xydy$, где L – треугольник с вершинами $A(0;0), B(2;3), C(0;5)$.
9	$\oint\limits_L (1 - x^2)ydx + x\left(1 + y^2\right)dy$, где L – прямоугольник с вершинами $A(3;2), B(6;2), C(6;4), D(3;4)$.
10	$\oint\limits_L (3x^2 + y^2)dx + (2 - xy)dy$, где L – треугольник с вершинами $A(0;0), B(2;0), C(1;2)$.

Задание №4

Используя теорему Гаусса – Остроградского, найти поток векторного поля $\vec{F}(M)$ через замкнутую поверхность S в направлении поля внешней нормали

1	$\vec{F} = yz\vec{i} - x\vec{j} + y\vec{k}$, S: $x^2 + z^2 = y^2$, $y = 0$, $y = 1$	2	$\vec{F} = (z + y)\vec{i} + y\vec{j} + x\vec{k}$, S: $x^2 + z^2 = 2y$, $y = 2$
3	$\vec{F} = (x + z)\vec{i} + (y + x)\vec{j} +$ $+ (y + z)\vec{k}$, S: $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z = 3$	4	$\vec{F} = 2(z - \vec{i} - 4y\vec{j} + 2x\vec{k}$, S: $z = 3x^2 + 3y^2$, $0 \le z \le 1$
5	$\vec{F} = 3x\vec{i} - 2z\vec{j} + y\vec{k}$, S: $x + y + z = 2$, $x \ge 0$, $y \ge 0$, $z \ge 0$	6	$\vec{F} = y^2\vec{i} + x\vec{j} + (x + y)\vec{k}$, S: $x^2 + y^2 = z^2$, $1 \le z \le 3$
7	$\vec{F} = 2x\vec{i} + 3y\vec{j} + z\vec{k}$, S: $x^2 + y^2 = 4$, $0 \le z \le 2$	8	$\vec{F} = 4x\vec{i} - 2y\vec{j} + z\vec{k}$, S: $3x + y + 2z = 6$, $x \ge 0$, $y \ge 0$, $z \ge 0$

9	$\vec{F} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k}$, $S\!:\ x^2 + y^2 = z^2,\ z = 0,\ z = 1$	10	$\vec{F} = (x - z)\vec{i} + y\vec{j} + 3z\vec{k}$, $S\!:\ x^2 + y^2 = 2z,\ 0 \le z \le 2$

Задание №5

Найти циркуляцию векторного поля $\vec{F}(M)$ вдоль ориентированного контура L непосредственно и по теореме Стокса.

1	$\vec{F} = zy^2\vec{i} + xz^2\vec{j} + x^2y\vec{k}$ $L: x = y^2 + z^2, x = 9$	2	$\vec{F} = x^2y^3\vec{i} + \vec{j} + z\vec{k}$ $L: x^2 + y^2 = z^2, z = 2$
3	$\vec{F} = y\vec{i} - x\vec{j} + z\vec{k}$ $L: x^2 + y^2 + z^2 = 1, x = z$	4	$\vec{F} = 2y\vec{i} - 3x\vec{j} + z^2\vec{k}$ $L: x^2 + y^2 = z, z = 1$
5	$\vec{F} = x^2\vec{i} + \vec{j} + z\vec{k}$ $L: x^2 + y^2 + y^2 = 4, z = 0$	6	$\vec{F} = (x - y)\vec{i} + x\vec{j} + z^2\vec{k}$ $L: x^2 + y^2 - 4z^2 = 0, z = 1/2$
7	$\vec{F} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + zx\vec{k}$ $L: x^2 + y^2 = 1, x + y + z = 1$	8	$\vec{F} = xz\vec{i} - \vec{j} + y\vec{k}$ $L: x^2 + y^2 + z^2 = 4, z = 1$
9	$\vec{F} = z^2\vec{i} + y^2\vec{j}$ $L: x^2 + y^2 + z^2 = 16, x = 0$	10	$\vec{F} = -y\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ $L: x^2 + y^2 = z^2, z = 1$

Задание № 6

Вычислить интеграл с помощью интегральной формулы Коши.

1.	$\displaystyle\int\limits_{\lvert z\rvert = 3} \frac{\cos(z + \pi i)}{z(e^z + 2)}\,dz$	2.	$\displaystyle\int\limits_{\lvert z\rvert = 2} \frac{dz}{(z^2 + 2)(z + 3)}$
3.	$\displaystyle\int\limits_{\lvert z\rvert = 2} \frac{\sin iz}{z^2 - 4z + 3}\,dz$	4.	$\displaystyle\int\limits_{\lvert z\rvert = 5} \frac{dz}{z^2 + 16}$
5.	$\displaystyle\int\limits_{\lvert z - i\rvert = 1} \frac{e^z}{z^2 + 1}\,dz$	6.	$\displaystyle\int\limits_{\lvert z\rvert = 1} \frac{\cos z}{z^3}\,dz$
7.	$\displaystyle\int\limits_{\lvert z\rvert = 1} \frac{e^z}{z^2 + 2z}\,dz$	8.	$\displaystyle\int\limits_{\lvert z - 1\rvert = 1} \frac{\sin\frac{\pi}{4}z}{(z - 1)^2(z - 3)}\,dz$
9.	$\displaystyle\int\limits_{\lvert z\rvert = 2} \frac{\sin z\sin(z - 1)}{z^2 - z}\,dz$	10.	$\displaystyle\int\limits_{\lvert z\rvert = \frac{1}{2}} \frac{1 - \sin z}{z^2}\,dz$

Задание №7

Вычислить интеграл, применяя теорему Коши о вычетах.

1.	$\int\limits_{\lvert z\rvert=\frac{1}{2}} z^2\sin\frac{1}{z}dz$	2.	$\int\limits_{\lvert z\rvert=4}\frac{e^{iz}dz}{(z-\pi)^3}$
3.	$\int\limits_{\lvert z-i\rvert=3}\frac{e^{z^2}-1}{z^3-iz^2}dz$	4.	$\int\limits_{\lvert z-i\rvert=1}\frac{e^z}{z^4+2z^2+1}dz$
5.	$\int\limits_{\lvert z\rvert=2}\frac{e^z dz}{z^3(z+1)}$	6.	$\int\limits_C\frac{e^z dz}{z^3-1}; C: x^2+y^2-2x=0$
7.	$\int\limits_C\frac{dz}{z^4+1}; C: x^2+y^2=2x$	8.	$\int\limits_C\frac{\cos\frac{z}{2}}{z^2-4}dz; C:\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$
9.	$\int\limits_C\frac{z\sin z dz}{(z-1)^5}; C:\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{9}=1$	10.	$\int\limits_C\frac{z+1}{z^2+2z-3}dz; C: x^2+y^2=16$

Задание №8

Разложить функцию в ряд Лорана в заданной области.

1.	$f(z)=\sin\frac{1}{z-2}$ в окрестности точки $z_0=2$.	2.	$f(z)=\frac{1}{z^2+z}$ в окрестности точки $z_0=-1$.
3.	$f(z)=\frac{e^{3z}+1}{z^4}$ в окрестности точки $z_0=0$.	4.	$f(z)=\frac{z}{(z+3)(z+2)}$ в окрестности точки $z_0=0$.
5.	$f(z)=\frac{z}{(z+2)(z+1)}$ в окрестности точки $z_0=-2$.	6.	$f(z)=\frac{1}{z^2-2z-8}$ в кольце $1<\lvert z+2\rvert<4$.
7.	$f(z)=\frac{z+2}{z^2-4z+3}$ в кольце $2<\lvert z-1\rvert<\infty$.	8.	$f(z)=\frac{1}{z^2-z}$ в окрестности точки $z_0=1$.
9.	$f(z)=\frac{e^{-z^2}}{z^{10}}$ в окрестности точки $z_0=0$.	10.	$f(z)=\frac{1}{(z-3)(z-2)}$ в области $3<z<\infty$

Задание №9

Определить область сходимости ряда.

№	Задание	№	Задание
1.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n (z+1)^n}$	2.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{z}\right)^n + \sum\limits_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{4}\right)^n$
3.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1-n)^n z^n}$	4.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n 2^{-n}}{(z-2-i)^n}$
5.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(z+i)^n} + \sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(z+i)^n}{(n+2)\cdot 3^n}$	6.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n (z-i)^n}$
7.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(z-i)^n} + \sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{n! 2^n}$	8.	$\int\limits_{\lvert z-1\rvert = \frac{1}{2}} \frac{e^{iz}}{(z^2-1)^2} dz$
9.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{z^n} + \sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n \cdot 2^{n+1}}$	10.	$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n (z-1+i)^n}$

VIII. ОБРАЗЦЫ ТЕСТОВ ДЛЯ СРЕЗА ОСТАТОЧНЫХ ЗНАНИЙ для проведения контрольных срезов остаточных знаний по математике (20 вопросов за 80 минут)

Пояснительная записка

Тесты предназначены для проведения контроля остаточных знаний по математике студентов 3-го и 4-го курсов, завершивших изучение курса дисциплины «Математика» и «Высшая математика». Цель тестирования заключается в анализе уровня общеобразовательной подготовки студентов и их готовности к изучению специальных дисциплин.

Тестирование проводится в компьютерном классе или в аудитории, при помощи раздаточного материала – вариантов заданий и листов ответов. Каждый вариант содержит 20 заданий, уровень сложности которых варьируется от репродуктивных до аналитических. Каждое задание содержит 4 или 3 варианта ответов. Правильный ответ оценивается в 1 балл. Набравший от 18 до 20 баллов получает оценку «пять», от 15 до 17 – оценку «четыре», от 8 до 14 – оценку «три» и менее, чем 8 – получает «два» (см. табл.1).

Результат тестирования (образец)
по контролю остаточных знаний по математике

Табл.1

№		З А Д А Н И Е					∑ баллов	Оценка
		№1	№2	№3	…	№20		
1.	Волков	1	0	1	…	1	10	3
2.	Медведев	1	1	1	…	1	17	4
3.	Зайцев	0	1	0	…	0	3	2
4.	Петухов	1	1	1		1	19	5

Вариант №1

1. Если $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, то сумма матриц $A+3B$ равна:

1) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$	2) $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 10 & 4 \end{pmatrix}$	3) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 10 \end{pmatrix}$	4) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 10 & 4 \end{pmatrix}$

2. Определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ равен:

1) $\Delta = 40$	2) $\Delta = -40$	3) $\Delta = 100$	4) $\Delta = -5$

3. Охарактеризуйте систему уравнений $\begin{cases} x + 4y = -5 \\ -3y = 4 \\ 3x + 2y = -1 \end{cases}$

1) несовместна	2) совместна	3) не определена	4) определена

4. Значение выражения $(1-i)^6$ равно:

1) 12i	2) 8 – 8i	3) 8i	4) 18i

5. Длина медианы AK треугольника ABC, если A(-11;5), B(1;0) и C3;4) равна:

1) $\sqrt{178}$	2) 14	3) $4\sqrt{10}$	4) 11

6. Угол между прямыми $3x - y + 5 = 0$ и $2x + y - 7 = 0$ равен:

1) 90°	2) 45°	3) 60°	4) 30°

7. Уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1;-1;2), B(2;1;2), C(1;1;4)$ имеет вид:

1) $4x - y + 3z - 5 = 0$	2) $2x - y + z + 8 = 0$
3) $2x - y + z - 5 = 0$	4) $x - 2y + z - 5 = 0$

8. Определить взаимное расположение гиперболы $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ и прямой $x - 2y + 1 = 0$:

1) Пересекаются	2) не имеют общих точек.
3) Касаются	

9. Уравнение конической поверхности $\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0\right)$ с вершиной в начале координат и направляющей $x^2 + y^2 = 4,\ z = 3$ имеет вид:

1) $\frac{x^2 + z^2}{4} = \frac{y^2}{9}$	2) $\frac{y^2 + z^2}{4} = \frac{x^2}{9}$
3) $\frac{x^2 + y^2}{9} = \frac{z^2}{4}$	4) $\frac{x^2 + y^2}{4} = \frac{z^2}{9}$

10. Область определения функции $y = \sqrt{\lg\frac{5x - x^2}{4}}$ равна:

1) $[1;4]$	2) $(1;4)$	3) $(1;\infty)$	4) $(-\infty;1]$

11. Коэффициент a_7 разложения функции $f(x) = x^6 + 3x^5 + x^2 + 2$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x = 2$ равен:

1) 1	2) 2	3) 3	4) 0

12. Исследовать функцию $f(x) = x^2 \cdot \sqrt[3]{x} + \sin x$ на четность, нечетность.

1) функция является четной
2) функция является нечетной
3) функция не обладает ни свойствами четности, ни нечетности

13. Если $z = 3x^2 + 6xy + 5x + 2y^2$, тогда градиент z в точке $A(-1;1)$ равен:

1) $5\bar{i} - 2\bar{j}$	2) $\sqrt{29}$	3) $2\bar{i} + 5\bar{j}$	4) $2\bar{i} - 5\bar{j}$

14. Интеграл $\int \frac{dx}{4x + x^2}$ можно представить в виде суммы интегралов:

1) $\int \frac{dx}{x} - \int \frac{dx}{4(x+4)}$	2) $\int \frac{dx}{4x} + \int \frac{dx}{x+4}$
3) $\int \frac{dx}{4x} - \int \frac{dx}{4(x+4)}$	4) $\int \frac{dx}{4x} + \int \frac{dx}{4(x+4)}$

15. Интеграл $\int \cos(4x+1)dx$ равен:

1) $\frac{1}{4}\cos(4x+1)+c$	2) $4\sin(4x+1)+c$
3) $\sin(4x+1)+c$	4) $\frac{1}{4}\sin(4x+1)+c$

16. Частное решение дифференциального уравнения $(x^2+1)y' = 2x(4-y)$ при y(0) = 1 имеет вид:

1) $4-\frac{3}{x^2+1}$	2) $\frac{4x^2+1}{x^2+1}$
3) $4+\frac{1}{x^2+1}$	4) $-4+\frac{5}{x^2+1}$

17. Четвертый член ряда $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^2-n}$ равен:

1) 0,01	2) 0,7	3) 0,05	4) 0,25

18. Радиус сходимости $\left(R = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|\right)$ степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{5^n}x^n$ равен:

1) 2	2) 1/5	3) 2/5	4) 5/2

19. Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из чисел 0, 1, 2, 3, если каждая цифра в изображении числа встречается 1 раз?

1) $\frac{4!}{3!}$	2) $3\cdot 3!$	3) $\frac{4!}{2!2!}$	4) $3!$

20. На полке лежат 6 маркированных и 3 немаркированных конверта. Наудачу берут 2 конверта. Вероятность того, что оба конверта маркированные, равна:

1) 1/3	2) 5/12	3) 5/9	4) 1/3

Вариант №2

1. Если $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, то разность матриц $2A - B$ равна:

1) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$	2) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$	3) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$	4) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

2. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ равен:

1) $\Delta = 12$	2) $\Delta = -3$	3) $\Delta = 8$	4) $\Delta = -8$

3. Охарактеризуйте систему уравнений $\begin{cases} x + 4y + 3z = -7 \\ x - 3y + 2z = 0 \\ -5y = -1 \end{cases}$

1) Несовместна	2) Совместна	3) Не определена	4) Определена

4. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\varphi = \dfrac{\pi}{6}$. Зная, что $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 5$, найти $\left|[\vec{a}\vec{b}]\right|$:

1) $\left|[\vec{a}\vec{b}]\right| = 10$	2) $\left|[\vec{a}\vec{b}]\right| = 15$
3) $\left|[\vec{a}\vec{b}]\right| = 5$	4) $\left|[\vec{a}\vec{b}]\right| = 25$

5.Уравнение прямой, параллельной прямой $2x + 5y - 7 = 0$, и проходящей через точку $(3;-4)$, имеет вид:

1) $x + 3y + 11 = 0$	2) $4x + 3y + 2 = 0$
3) $2x + 5y + 14 = 0$	4) $-2x + 5y + 14 = 0$

6. Уравнение плоскости, проходящей через точки $A(0;-1;3)$ и $B(1;3;5)$ и перпендикулярной к вектору $\vec{n} = \overrightarrow{AB}$, имеет вид:

1) $x + 4y + 2z = 2$	2) $x + 4y - 2z = 2$
3) $4x + y + 2z = 2$	4) $x + 4y + z = 2$

7. *Уравнение гиперболы*

$$\left(\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1,\ a^2+b^2=c^2,\ \text{где } 2c - \text{ расстояние между фокусами}\right),$$

фокусы которой $(\pm 4;0)$*, а длина действительной оси равна 6 см, имеет вид:*

1) $7x^2-9y^2=30$	2) $x^2-9y^2=20$
3) $x^2-9y^2=30$	4) $7x^2-9y^2=63$

8. Исследовать функцию $f(x)=5^x+5^{-x}$ на четность.

1) функция является четной
2) функция является нечетной
3) функция не обладает ни свойствами четности, ни нечетности

9. Предел последовательности $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^2-3n+1}{n+n^3}$ равен:

1) 0	2) 1	3) 2	4) 3

10. Исследовать функцию $f(x)=\begin{cases}4-x & x<1,\\ x^2+2 & x\geq 1\end{cases}$ на непрерывность в точке $x_0=1$.

1) Разрыв I рода (устранимый)
2) Разрыв I рода (скачок)
3) Разрыв II рода
4) Функция непрерывна в точке x_0

11.Производная функции $y=\sin^2 3x$ в точке $x_0=\dfrac{\pi}{6}$ равна:

1) 3	2) –3	3) 0	4) –6

12. Интеграл $\int\sin\left(\dfrac{x}{2}+3\right)dx$ равен:

1) $-\dfrac{1}{2}\cos\left(\dfrac{x}{2}+3\right)+c$	2) $-2\cos\left(\dfrac{x}{2}+3\right)+c$
3) $\cos\left(\dfrac{x}{2}+3\right)+c$	4) $-\cos\left(\dfrac{x}{2}+3\right)+c$

13. Двойной интеграл $\iint\limits_D(4x-y)dxdy,\ D\colon 1\leq x\leq 2;\ x^2\leq y\leq 2x$, равен:

1) 2,1	2) 2,8	3) 0,9	4) 1,4

14. Частная производная u'_x функции $u = x^3 + 3x^2y - y^3$ в точке $M(1;1)$ равна:

1) 7	2) 8	3) 9	4) 10

1) $y = \frac{x^4}{12} + \frac{5x^3}{6} - \frac{x^2}{2}$	2) $y = \frac{x^4}{12} + \frac{5x^3}{6} - \frac{x^2}{2} + 1$
3) $y = \frac{x^4}{12} + \frac{5x^3}{6} - \frac{x^2}{2} + x + 1$	4) $y = \frac{x^4}{12} + \frac{5x^3}{6} - \frac{x^2}{2} + x$

1) 0,3	2) –0,3	3) 0,8	4) –0,8
1) 1/3	2) 3	**3)** ∞	4) 1
1) $-\frac{3}{2}i + \frac{1}{2}$	2) $\frac{3}{2}i + \frac{1}{2}$	3) $-\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$	4) $-\frac{3}{5}i - \frac{1}{5}$

19. Вероятность случайного события изменяется в интервале:

1) [0; 1]	2) [-1; +1].	3) [-1; 0]	4) $[0;\infty)$

20. Бросают две игральные кости. Вероятность того, что произведение очков, выпавших на обеих костях, не больше 24, равна:

1) $\frac{8}{9}$	2) $\frac{11}{12}$	3) $\frac{3}{8}$	4) $\frac{7}{9}$

IX. БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Список основной литературы

1. *Берман Г.Н.* Сборник задач по курсу математического анализа. – С.-П. Профессия, 2001.
2. *Бугров Я.С., Никольский С.М.* Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М. Наука, 1988.
3. *Бугров Я.С., Никольский С.М.* Дифференциальное и интегральное исчисление. – М. Наука, 1988.
4. *Бугров Я.С., Никольский С.М.* Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. – М. Наука, 1985.
5. *Бугров Я.С., Никольский С.М.* Высшая математика. Задачи – М. Наука, 1987.
6. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. - М. Наука 1998.
7. *Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я.* Высшая математика в упражнениях и задачах. – М. Высш. шк., 1999.
8. *Клетеник Д.В.* Сборник задач по аналитической геометрии. – М. Наука, 1986.
9. *Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И.* Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. - М. Наука 1990.

10. *Пискунов Н.С.* Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. – М. Наука, 1990.
11. *Кремер Н.Ш.* Теория вероятностей и математическая статистика. – М. Высш.шк. 2001.

Список дополнительной литературы

12. *Агапов Г.И.* Задачник по теории вероятностей. – М. Высш. шк., 1986.
13. *Алексеев В.М.* Сборник задач по оптимизации: Теория, примеры, задачи. – М. Наука, 1984.
14. *Ашманов С.А.* Линейное программирование. – М. Наука, 1981.
15. *Беклемишев Д.В.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М. Наука, 1984.
16. *Беклемишева Л.А. и др.* Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М. Наука, 1987.
17. *Богданов Ю.С.,Мазаник С.А. ,Сыроид Ю.Б.* Курс дифференциальных уравнений. – Минск,1996.
18. *Боревич З.И.* Определители и матрицы. – М. Наука, 1988.
19. *Боровков А.А.* Математическая статистика. – М. Наука, 1984.
20. *Вентцель В.С.* Исследование операций. – М. Наука, 1980.
21. *Виноградова И.А.,Олехник С.Н., Садовничий В.А.* Математический анализ в упражнениях и задачах (Числовые и функциональные ряды) М. Факториал, 1996.
22. *Воробьев Н.Н.* Теория рядов. – М. Наука, 1986.
23. *Гусак А.А.* Высшая математика.- Минск, 1998.
24. *Гусятников. П. Б., Резниченко С.В.* Векторная алгебра в примерах и задачах. – М. Наука, 1985.
25. *Дюбин Г.Н., Суздаль В.Г.* Введение в прикладную теорию игр. – М. Наука, 1981.
26. *Иванова В.М. и др.* Математическая статистика. – М. Высш. шк., 1986.
27. *Ильин В.А., Позднняк Э.Г.* Аналитическая геометрия. – М. Наука, 1983.
28. *Ильин В.А., Поздняк Э.Г.* Линейная алгебра. – М. Наука, 1983.
29. Ильин *В.А., Поздняк Э.Г.*. Основы математического анализа. – М. Наука, 1982.
30. *Краснов М.Л.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М. Наука, 1981.
31. *Кудрявцев Л.Д.* Курс математического анализа. – М. Наука, 1983.
32. *Кузнецов Л.А.* Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты. М. Высш. шк., 1983.
33. *Лавров Л.А., Максимова Л.Л.* Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М. Высш. шк., 1983.
34. *Мантуров О.В.* Курс высшей математике. – М. Высш. шк., 1986, 1991.
35. *Минорский В.П.* Сборник задач по высшей математике. – М. Наука, 1987.
36. Морозов В.В. и др. Исследование операций в упражнениях и задачах. – М. Высш. шк., 1986.
37. *Никольский С.М.* Курс математического анализа. – М. Наука, 1983.

38. *Орг О*. Теория графов. – М. Наука, 1980.
39. *Плис А.И.* Лабораторный практикум по высшей математике. – М. Высш. шк., 1983.
40. *Понтрягин Л.С.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М. Наука, 1982.
41. *Прохоров А.В.* и др. Задачи по теории вероятностей. – М. Наука, 1986.
42. *Розанов Ю.А.* Введение в теорию случайных процессов. – М. Наука, 1982.
43. *Розанов Ю.А.* Лекции по теории вероятностей. – М. Наука, 1986.
44. *Феденко.А.С.* Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии. Минск,1999.
45. *Чудесенко В.Ф.* Сборник задач по специальным разделам высшей математики (типовые расчеты) – М. Высш. шк., 1983.
46. *Шевцов Г.С.* Линейная алгебра.- М. Гардарики, 1999.
47. *Шмелев П.А.* Теория рядов в задачах и упражнениях – М. Высш. шк., 1983.
48. *Эрроусмит Д., Плейс К.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями. – М. Мир, 1986.

Содержание