

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Амурский государственный университет»

Кафедра математического анализа и моделирования

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ

Математическое моделирование финансовых систем

Спецкурс для специальности 010101.65 –Математика

Благовещенск 2012 г.

УМКД разработан доцентом Труфановым Виктором Александровичем

Рассмотрен и рекомендован на заседании кафедры

Протокол заседания кафедры от « 11 » января 2012 г. № 5

Зав. кафедрой _____ / В.В.Сельвинский /

УТВЕРЖДЕН

Протокол заседания УМСС 010501.65 – Прикладная математика и информатика

« 11 » января 2012 г. № 5

Председатель УМСС _____ / В.В.Сельвинский /

СОДЕРЖАНИЕ

I	Рабочая программа учебной дисциплины	
1	Цели и задачи изучения дисциплины	4
2	Место дисциплины в структуре ООП ВПО	4
3	Требования к освоению дисциплины	4
4	Структура и содержание дисциплины «Математическое моделирование финансовых систем»	4
5	Содержание разделов и тем дисциплины	5
6	Самостоятельная работа	5
7	Образовательные технологии	5
8	Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	6
9	Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	7
10	Материально-техническое обеспечение дисциплины	7
II	Краткое изложение программного материала	
2.1	Наименование тем лекций и их содержание	8
III	Учебно-методические материалы по курсу	12
3.1	Задания типового расчета	12
IV	Контроль знаний	
4.1	Критерии допуска и сдачи зачёта	13

I РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Цель и задачи изучения дисциплины

1.1. Цель преподавания дисциплины

Цель дисциплины состоит в поэтапном формировании у студентов научного представления об основных понятиях и количественных законах развития и управления финансовыми системами, а также в обучении основам математического моделирования в финансовой теории.

1.2. Задачи изучения дисциплины:

Студенты должны усвоить экономическую интерпретацию тех математических моделей, которые строятся при управлении финансами.

В процессе изучения дисциплины студенты должны приобрести навыки и умения исследования и решения задач, формально относящиеся к области финансовой математики.

2. Место дисциплины в структуре ООП ВПО

При изучении дисциплины «Математическое моделирование финансовых систем» привлекаются понятия и методы математического анализа, теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики.

Дисциплина «Математическое моделирование финансовых систем» включена в рабочий учебный план специальности в цикл факультативных дисциплин.

3. 3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

1. Знать и уметь использовать на практике основные методы для решения финансовых задач.
2. Владеть навыками решения практических задач.

4. Структура и содержание дисциплины «Математическое моделирование финансовых систем»

Общая трудоемкость дисциплины составляет 170 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лек.	Прак. зан.	Лаб. зан.	Сам. раб.	
1	Введение в финансовую математику.	9	1	2			4	
2	Математика процентов.	9	2-5	8	10		16	Индивидуальные задания
3	Облигации	9	6-9	14	14		18	Индивидуальные задания
4	Акции	9	10-13	12	12		18	Индивидуальные задания

5	Фьючерсы и опционы	9	14-18	12	12		18	Индивидуальные задания
---	--------------------	---	-------	----	----	--	----	------------------------

5. Содержание разделов и тем дисциплины

Наименование темы	Лекции	Практика
1. Введение в финансовую математику.	1	
2. Математика процентов.		
2.1. Инвестиции.		
2.2. Простые и сложные проценты.		
2.3. Накопления.	2	1,2
2.4. Приведенная ценность.		
2.5. Платежные потоки.	3	3
2.6. Дюрация.		
2.7. Ренты.	4	4
2.8. Номинальная процентная ставка.		
2.9. Непрерывная процентная ставка.	5	5
3. Облигации		
3.1. Основные понятия.		
3.2. Цена и доходность облигации.	6	6
3.3. Временная структура процентных ставок.	7	7
3.4. Расчет цены облигации.	8	8
3.5. Форвардные контракты.	9	9
4. Акции		
4.1. Основные понятия.		
4.2. Портфель инвестиций.	9,10	9,10
4.3. Простейшая модель оптимизации портфеля.	11	11
4.4. Задача Марковица.	12	12
4.5. Модели формирования цены акции.	13,14	13,14
5. Фьючерсы и опционы.		
5.1. Основные понятия фьючерского рынка.	15	15
5.2. Опционы.	16	16
5.3. Биноминальная оценка стоимости опционов.	17	17
5.4. Модель Блэка-Шоулса	18	18

6. Самостоятельная работа

№ п/п	№ раздела (темы) дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы	Трудоёмкость в ч.
1	2	Индивидуальное задание №1 Разовый платеж.	16
2	3	Индивидуальное задание №2 Потоки платежей.	18
3	4	Индивидуальное задание №3 Кредит.	20
4	5	Индивидуальное задание №4 Ценные бумаги.	20

8. Образовательные технологии

Лекции: традиционное и проблемное изложение теоретического материала, с текущим устным опросом, коллоквиумы, использование интерактивных обучающих средств; практические занятия: интерактивные методы решения задач, использование наглядных средств, контрольные работы; консультации, самостоятельная работа.

9.Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В течение семестра студенты разбирают задания, указанные преподавателем к каждому семинару, разбирают и повторяют основные понятия теории. Предусмотрены тесты и самостоятельные работы. По окончании курса предусмотрен зачет.

Вопросы к зачету

1. Инвестиции.
2. Простые и сложные проценты.
3. Накопления.
4. Приведённая ценность.
5. Платёжные потоки.
6. Дюрация.
7. Ренты (запаздывающая и упреждающая).
8. Отсроченные ренты.
9. Итоговая сумма ренты.
10. Номинальная процентная ставка.
11. Непрерывная процентная ставка.
12. Цена и доходность облигации.
13. Временная структура процентных ставок.
14. Расчёт цены облигации (определение функции полезности).
15. Простейшая задача распределения потребления во времени.
16. Портфель инвестиций, его доходность и оценка риска.
17. Плоскость “риск-доходность”, кривая “риск-доходность” из двух акций и её свойство: выпуклость влево.
18. Простейшая модель оптимизации портфеля.
19. Задача Марковица.
20. Модель ценообразования цены акции.
21. Модель формирования цены акции.
22. Биномиальная модель эволюции цен акции.
23. Метод гауссовских приближений.
24. Логнормальная модель цены акции.
25. Понятие фьючерского рынка.
26. Опционы.
27. Биномиальная модель оценки стоимости опционов.
28. Модель Блэка-Шоулса.

Вариант теста

1. Если номинальная процентная ставка составляет 10%, а темп инфляции определен в 4% в год, то реальная процентная ставка составит:
 - 1) 14%;
 - 2) 16%;
 - 3) 2,5%;
 - 4) -6%;
 - 5) 4%.

2. В год «1» уровень цен не изменяется, номинальная ставка процента составляет 6%. В год «2» темп инфляции составил 3%. Если реальная ставка процента в году «2» на том же уровне, что и в году «1», то номинальная ставка процента в году «2» должна:

- 1) вырасти на 9%;
- 2) вырасти на 3%;
- 3) снизиться на 3%;
- 4) вырасти на 6%;
- 5) остаться неизменной на уровне 6%.

3. Положительное решение о строительстве моста, который должен служить 200 лет и приносить прибыль в размере 10%, будет принято при условии, что процентная ставка составит:

- 1) не более 2%;
- 2) не более 20%;
- 3) 10% или менее;
- 4) 10% или более;
- 5) для принятия решения отсутствует информации.

10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Математическое моделирование финансовых систем».

а) основная литература:

1. Ковалев В. В. Практикум по анализу и финансовому менеджменту: конспект лекций с задачами и тестами / В. В. Ковалев. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Финансы и статистика, 2008, 2006. - 448 с.
2. Финансовая математика [Текст]: математическое моделирование финансовых операций: учеб. пособие: рек. УМО/ под ред. В. А. Половникова, А. И. Пилипенко. – М.: Вузовский учебник, 2009. – 360 с.

б) дополнительная литература:

1. Колемаев В.А. Математическая экономика. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002. – 399 с.
2. Люу, Ю-Дау. Методы и алгоритмы финансовой математики: моногр. / Ю. -Д. Люу ; ред. Е. В. Чепурин ; пер. с англ. С. В. Жуленева. - М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2007. - 752 с.
3. Математическое моделирование финансовых систем [Электронный ресурс] : учеб.-метод. комплекс спецкурса для спец. 010101 - "Математика" / АмГУ, ФМИИ ; сост. В. А. Труфанов. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2007.
4. Четыркин Е. М. Финансовая математика [Текст]: учеб.: рек. УМО/ Е. М. Четыркин. – 5-е изд., испр. – М. : Дело, 2005. – 398 с.

в) периодические издания

1. Журнал «Рынок ценных бумаг».
2. Журнал «Известия РАН. Теория и практика управления».
3. Журнал «Проблемы управления».
4. Журнал «Программные продукты и системы».

г) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1	http://www.iqlib.ru	Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные

		учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам, отдельным темам и отраслям знания
2	Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников» http://www.grebennikon.ru/	Содержит статьи по маркетингу, менеджменту, финансам, управлению персоналом, опубликованные в специализированных журналах издательства за последние 10 лет.

11. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Материальное обеспечение спецкурса предполагает наличие учебных аудиторий для проведения лекционных и практических занятий с возможностью использования мультимедийных средств.

II КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ПРОГРАММНОГО МАТЕРИАЛА

2.1. Наименование тем лекций и их содержание

Тема 1

Введение.

Рассматривается понятие финансовой математики и какую часть общей теории финансов она занимает; определяется, в чем суть самих финансов и с какой целью изучается финансовая теория. Что является объектом исследования общей теории финансов и финансовые посредники. Классификация финансовых рынков: валютный, денежный, облигаций, фондовый и рынок производных ценных бумаг. История финансовой математики.

Тема 2

Основы процентной финансовой математики.

2.1. *Инвестиции.* Понятие начисление процентов на капитал.

2.2. *Простые и сложные проценты.* Существуют два способа начисления процентов на капитал, когда деньги даются в долг на несколько периодов.

2.3. *Накопления.* В качестве применения принципа сложных процентов рассмотрен процесс накопления денежных средств путем инвестирования на определенный срок.

2.4. *Приведенная ценность.* Главным итогом формулы

$$C(t) = C(0) (1+r)^t$$

является то, что ценность денег постоянно меняется с течением времени. Поэтому сравнивать, складывать и производить другие операции над денежными суммами можно, только

если все эти суммы рассматриваются в один и тот же момент времени. В этой связи возникает вопрос о том, как сравнивать денежные суммы в разные моменты времени. Для ответа на него пользуются методом дисконтирования или приведение ценности.

2.5. Платежные потоки. В финансовых операциях довольно часто предусматриваются не отдельно разовые платежи, а серии платежей, распределенных во времени. В этом случае является важным оценить не только отдельно разовые платежи, но и серии платежей в совокупности.

2.6. Дюрация. Основной числовой характеристикой сравнения платежных потоков является их стоимость. Следующим по значимости свойством платежного потока принято считать среднюю продолжительность поступлений.

2.7. Рента. Описанная в § 2.5 математическая модель платежного потока является наиболее общей. В реальной жизни, например, при выплате зарплаты или накопительных пенсий, при платежах рассрочки и оплате страховых премий, используются схемы, обладающие той или иной формой регулярности как по величине платежей, так и по моментам осуществления самих платежей. Платежные потоки, в которых платежи производятся через равные промежутки времени фиксированное число раз, называются рентами.

2.8. Номинальная процентная ставка. В приложениях часто промежутком времени является не весь единичный интервал, а его некоторая часть. Для удобства в финансовой математике доходность вложение средств на такого рода периоды принято характеризовать так называемой номинальной процентной ставкой.

2.9. Непрерывная процентная ставка. На практике достаточно часто используется модель так называемого непрерывного начисления процентов. Она считается удобной в силу компактности формул, получаемых на основе непрерывного начисляемого процента, удобства их записи и обращения с ними.

Тема 3

Инвестирование в безрисковые активы.

3.1. Основные понятия. Долговые контракты являются одной из самых важных частей финансовых активов. Наиболее удобными среди них как для инвесторов, так и для эмитентов (должников) являются ценные бумаги с фиксированным уровнем дохода, которые обеспечивают инвестору получение заранее установленной суммы при каждом погашении их эмитентом. Такие ценные бумаги в общем виде называются облигациями.

3.2. *Цена и доходность облигации.* В этом параграфе получим основные числовые характеристики, присущие каждой облигации и позволяющие их сравнивать между собой, а также связывающие их соотношения.

3.3. *Временная структура процентных ставок.* В экономической теории взаимоотношение между доходностью долговых контрактов и сроком погашения принято называть временной структурой процентных ставок. Существуют целые разделы экономической теории, объясняющие временную структуру процентных ставок, например, теория чистых ожиданий, теория предпочтения ликвидности или теория сегментации рынка. Каждая из них несет некоторую математическую аргументацию, на основе которой построен в настоящее время достаточно изощренный математический аппарат, моделирующий поведение доходностей долговых обязательств во времени. Мы же здесь коснемся только основных вопросов, возникающих в связи с изменениями процентных ставок во времени.

3.4. *Закон об иммунитете облигаций.* В этом параграфе рассмотрим один из способов снижения рисков, связанных с изменением процентных ставок, основанный на управлении дюрации портфеля облигаций.

3.5. *Расчет цены облигации.* В этом параграфе рассмотрим математическую модель рыночного ценообразования облигации.

3.6. *Форвардные контракты.* В предыдущих параграфах рассматривали в различных аспектах одно из главных понятий временной структуры процентных ставок – понятие форвардной процентной ставки. В связи с изменениями форвардных процентных ставок существуют различные финансовые инструменты, используемые участниками финансовых рынков как с целью хеджирования, так и для получения прибыли от изменения процентной ставки. К такого рода инструментам принято относить соглашение о форвардной ставке, процентные и валютные свопы. Все они являются инструментами от форвардных контрактов.

Тема 4

Рисковые активы (акции).

4.1. *Основные понятия об акции.* Одной из наиболее распространенных форм финансирования собственного капитала компании является продажа части своих активов путем выпуска долевых ценных бумаг. Такие ценные бумаги называются акциями, а компания, их выпустившая, – акционерным обществом.

4.2. *Портфель инвестиций.* Рассматривается математическая модель инвестирования капитала на единицу времени в экономику, состоящую из N типов акций.

4.3. *Простейшая модель оптимизации портфеля.* В этом параграфе приводятся основные задачи оптимизации портфеля, которые стоят перед инвестором, на примере простейшей модели двух активов: безрискового и рискованного.

4.4. *Задача Марковица.* Рассматривается в этом параграфе модель инвестирования в N акций без ограничений на открытие коротких позиций.

4.5. *Биномиальная модель эволюции цен акций.* Если взглянуть на графики цен акций, то легко заметить, что их поведение носит стохастический характер. Поэтому значение цены акции S_T в момент времени T принято считать случайной величиной. Если же рассмотреть эволюцию цены акции во времени S_t , $t \in [0, T]$, то она определяет некоторый случайный процесс. Математическим моделям процесса изменения цен акций посвящена оставшаяся часть главы.

4.6. *Метод гауссовских приближений.* Когда число рассматриваемых периодов велико, то принято пользоваться нормальными (гауссовскими) приближениями вероятностей для модели эволюции цены акции.

Тема 5

Производные ценных бумаг: фьючерсы и опционы.

5.1. *Основные понятия фьючерского рынка.* В этом параграфе рассмотрим вопросы функционирования фьючерского рынка и общую модель ценообразования при заключении финансовых фьючерских контрактов.

5.2. *Опционы.* Любой контракт, по которому одна из участвующих сторон получает право покупать или продавать что-либо по заранее определенной цене, называется опционом.

5.3. *Биномиальная модель оценки стоимости опционов.* Методы полного хеджирования и эквивалентного портфеля, предложенные для вычисления цены однопериодного колл-опциона в биномиальной модели эволюции цены акции, не могут быть использованы напрямую в общем случае, когда число периодов больше одного или цена акции может принимать больше двух значений. Чтобы распространить предложенные методы на общий случай, обычно используют пошаговую методику биномиальной модели оценки стоимости опционов.

5.4. *Модель Блэка-Шоулса*. На практике часто пользуются более удобной формулой рациональной цены колл-опциона европейского типа, основанный на построении модели оценки стоимости опционов, которую принято называть *моделью Блэка-Шоулса* в честь ее создателей.

III УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО КУРСУ.

3.1 Индивидуальные задания

1-10. а). Первоначальная сумма S руб. помещена в банк на срок n лет под $r\%$ годовых (проценты простые). Найти наращенную сумму, эквивалентные значения простой учетной ставки, сложной процентной ставки, сложной номинальной процентной ставки (проценты начисляются m раз в году). Найти наращенную сумму, если ставка налога на проценты $q\%$. Уровень инфляции за рассматриваемый период оказался равным $\alpha\%$. Какова реальная доходность операции?

б). Первоначальная сумма S руб., наращенная сумма S руб., процентная ставка $r\%$ годовых (проценты простые). Найти период начисления.

в). Первоначальная сумма S руб., наращенная сумма S руб., период начисления n лет. Найти простую процентную ставку.

г). Первоначальная сумма S руб. помещена в банк на срок с a по b под $r\%$ годовых (проценты простые). Найти наращенную сумму в английской, немецкой и французской практиках.

11-20. а). Первоначальная сумма S руб. помещена в банк на срок n лет под $r\%$ годовых (проценты сложные). Найти наращенную сумму, эквивалентные значения простой учетной ставки, простой процентной ставки, сложной номинальной процентной ставки (проценты начисляются m раз в году). Найти наращенную сумму, если ставка налога на проценты $q\%$. Уровень инфляции за рассматриваемый период оказался равным $\alpha\%$. Какова реальная доходность операции?

б). Первоначальная сумма S руб., наращенная сумма S руб., процентная ставка $r\%$ годовых (проценты сложные). Найти период начисления.

в). Первоначальная сумма S руб., наращенная сумма S руб., период начисления n лет. Найти сложную процентную ставку.

г). Первоначальная сумма S руб. помещена в банк на срок n лет под $r\%$ годовых. Найти наращенную сумму в случае непрерывного начисления процентов.

21-30. а). Размер ежегодных платежей R руб., срок n лет, проценты начисляются по сложной процентной ставке $r\%$ годовых. Найти наращенную (будущую) сумму и современную стоимость простых рент постнумерандо и пренумерандо. Преобразовать эту простую ренту в общую ренту (проценты начисляются m раз в году, p платежей в году).

б). Определить размер ежегодных платежей в конце года по сложной процентной ставке $r\%$ годовых для накопления через n лет суммы S руб.

в). Определить размер ежегодных платежей в конце года по сложной процентной ставке $r\%$ годовых для погашения в течение n лет долга A руб.

31-40. При открытии счета до востребования числа a на него была положена сумма P_1 руб. Числа b на счет поступили P_2 руб. Числа c со счета были сняты P_3 руб. 23 декабря счет был закрыт. Процентная ставка $r\%$ годовых. Используется французская практика. Определить сумму, которую получил владелец счета.

41-50. а). При выдаче кредита на срок b лет по простой процентной ставке $r\%$ годовых удерживаются комиссионные $h\%$ суммы ссуды. Определить доходность этой операции в виде эффективной ставки простых процентов.

б). При выдаче кредита на срок a лет по простой процентной ставке $r\%$ годовых удерживаются комиссионные $h\%$ суммы ссуды. Определить доходность этой операции в виде эффективной ставки сложных процентов.

в). При выдаче кредита на срок a лет по сложной процентной ставке $r\%$ годовых удерживаются комиссионные $h\%$ суммы ссуды. Определить доходность этой операции в виде эффективной ставки сложных процентов.

IV Контроль знаний

4.1 Критерии допуска и сдачи зачёта

До зачёта допускаются студенты, выполнившие все учебные и проверочные задания.

Зачёт организуется из одного теоретического вопроса и задачи, требующего короткие ответы в виде определения, формулировки результата, записи формулы, и решения задачи. На не ответ или (и) не решение даётся дополнительное задание: вопрос, задача. Если в этом случае хотя бы одно из заданий не выполняется, то ставится незачёт.