

Министерство образования и науки Российской Федерации  
*Амурский государственный университет*

**ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ  
ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ**

Методическое пособие для экспериментального изучения основного  
закона динамики вращательного движения

Для студентов инженерно-технических направлений подготовки и  
специальностей высших учебных заведений, выполняющих физический  
практикум

Благовещенск  
Издательство АмГУ

2017

**УДК 53**

**ББК22.213я73**

**У51**

*Рекомендовано*

*Учебно-методическим советом университета*

*Рецензент:*

Изучение основного закона динамики вращательного  
Методическое пособие для студентов инженерно-технических направлений  
подготовки и специальностей, выполняющих физический практикум  
Изучение основного закона динамика вращательного движения/ сост.  
Ульянычева В.Ф. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2017.- 12 с.

Методическое пособие содержит описание экспериментальной проверки основного закона динамики вращательного движения, определения момента сил, момента инерции, углового ускорения при изучении закона динамики вращательного движения. Эксперимент проводится с использованием типового комплекта ЛКМ-2.

Для студентов инженерно-технических направлений подготовки и специальностей высших учебных заведений, выполняющих физический практикум.

Составитель: В.Ф Ульянычева, к.ф.-м.н., доцент

# ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ.

**Оборудование:** лабораторный комплекс ЛКМ - 2, стержень с отверстиями, два диска для сборки маятника Обербека, штангенциркуль.

**Цель:** установить зависимость углового ускорения маятника от момента приложенной силы, определить момент инерции.

## ОСНОВЫ ТЕОРИИ.

### 1. Момент силы

При действии на тело силы ее вращающее действие определяется не только величиной, но и расстоянием точки приложения силы от оси вращения – моментом силы  $\vec{M}$ .

Пусть тело вращается под действием силы  $\vec{F}$  вокруг оси  $OO'$  (рис. 1). Разложим эту силу на две составляющие: параллельную оси вращения  $\vec{F}_{\parallel}$ , и перпендикулярную оси вращения  $\vec{F}_{\perp}$ .

Компонента силы  $\vec{F}_{\parallel}$  не оказывают динамического действия на тело, т.е. не изменяют скорости его вращения, а лишь деформируют закрепленную ось вращения  $OO'$ . Силу  $\vec{F}_{\perp}$  можно разложить в плоскости на силу вдоль радиуса и касательную ему. Вращательное действие вызовет касательная проекция силы  $\vec{F}_{\perp}$ . Рассчитаем динамический эффект перпендикулярной компоненты силы. Для этого рассмотрим движение материальной точки.

Вращающее действие  $\vec{F}_{\perp}$ , согласно рисунка 2, определяется  $F_{\tau} \cdot r = F_{\perp} \cdot r \cdot \sin \alpha$ . Но  $F_{\perp} \cdot r \cdot \sin \alpha$  - это величина векторного произведения  $[\vec{r}r_{\perp}]$ . И эта же величина характеризует вращательное действие силы  $F$ .

Таким образом, естественно ввести вектор  $\vec{M} = [\vec{r}r_{\perp}]$  в качестве характеристики вращательного движения силы  $\vec{F}$ . Этот вектор называется моментом силы  $\vec{F}$  относительно неподвижной оси. Направление вектора момента сил определяется направлением векторного произведения (правилом "правого буравчика") и направлен вдоль оси вращения.

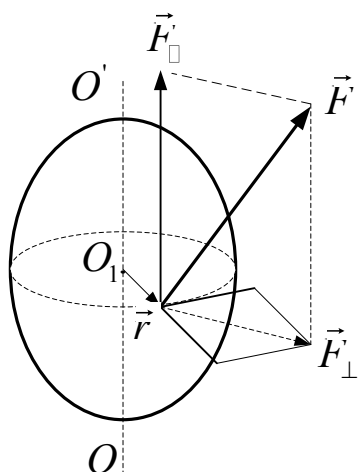


Рис.1

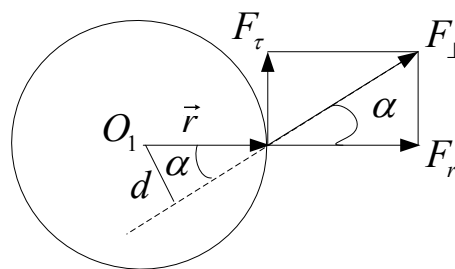


рис. 2

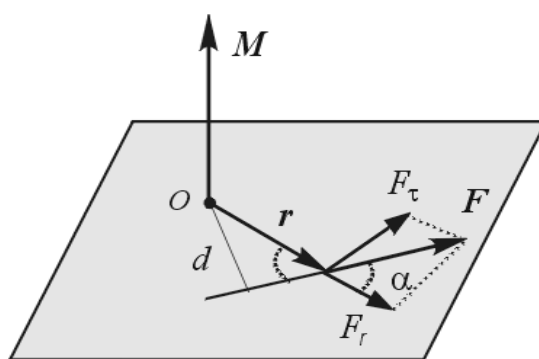


Рисунок 3

Моментом силы  $\vec{F}$  относительно неподвижной оси вращения  $OO'$  называется величина, равная векторному произведению составляющей силы  $\vec{F}$ , лежащей в плоскости перпендикулярной оси на лежащий в той же плоскости радиус- вектор, соединяющий точку пересечения оси с точкой приложения силы.

$$\vec{M} = [\vec{r}; \vec{F}] \quad (1)$$

Модуль момента силы определяется соотношением:

$$M = r \cdot F \cdot \sin \alpha; \quad M = F \cdot d \quad (2)$$

где  $\vec{r}$  - это вектор, проведенный от точки "O" к точке приложения силы (рисунок 3) ;

$\alpha$  – угол между радиус-вектором и силой;

$d = r \cdot \sin \alpha$  - плечо силы - кратчайшее расстояние между линией действия силы и точкой (перпендикуляр, опущенный из точки  $O$  на направление действия силы).

### Момент инерции

В динамике поступательного движения инертность тела полностью характеризуется его массой. При вращательном движении инертность тела определяется моментом инерции  $I$ , который зависит не только от массы тела, но и от ее распределения относительно оси вращения.

Для вращающейся материальной точки момент инерции определяется выражением:

$$I = m \cdot r^2 \quad (3)$$

где  $r$  - расстояние точки до оси вращения.

Для системы, состоящей из  $N$  материальных точек, момент инерции определяется суммой моментов инерции каждой точки, входящей в эту систему:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \quad (4)$$

где  $r$  - расстояние материальной точки до оси вращения.

Таким образом, изменяя расстояние точки до оси вращения, при неизменной массе точки, изменяется момент инерции.

### Угловое ускорение

Вектор углового ускорения  $\vec{\varepsilon}$  определяет быстроту изменения вектора угловой скорости  $\vec{\omega}$  с течением времени:

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\varepsilon} \quad (5)$$

Направление угловой скорости связано с направлением вращения тела правилом "правого буравчика". Если движение равноускоренное, то векторы угловой скорости и углового ускорения имеют одинаковое направление, если равнозамедленное – противоположны.

## **Основной закон динамики вращательного движения**

При действии результирующего момента внешних сил  $\vec{M}$  на тело, момент инерции  $I$  и его угловое ускорение связаны соотношением:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon}, \quad (6)$$

Соотношение (6) определяет математическую запись основного закона динамики вращательного движения.

Основной закон динамики вращательного движения утверждает, что угловое ускорение, приобретаемое телом под действием вращающего момента, пропорционально результирующему моменту внешних сил и обратно пропорционально угловому ускорению.

### ***МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА.***

Классический маятник Обербека (рисунок 4) представляет собой крестовину, состоящую из четырех стержней, прикрепленных к втулке с осью. На стержни надевают грузы одинаковой массы  $m$ , которые могут быть закреплены на различных расстояниях  $R$  от оси вращения. Два легких шкива с различными радиусами  $r_1$  и  $r_2$  насажены на ось вращения маятника. На шкив наматывается шнур, к свободному концу которого прикрепляется груз массы  $m_1$ . Под действием груза шнур разматывается и приводит маятник во вращательное движение. Положение груза  $m_1$  отмечается по линейке.

Двигаясь равноускоренно, груз за время  $t$  опускается на высоту  $h$  (рис.4), его линейное ускорение можно определить по формуле:

$$a = 2h / t^2. \quad (7)$$

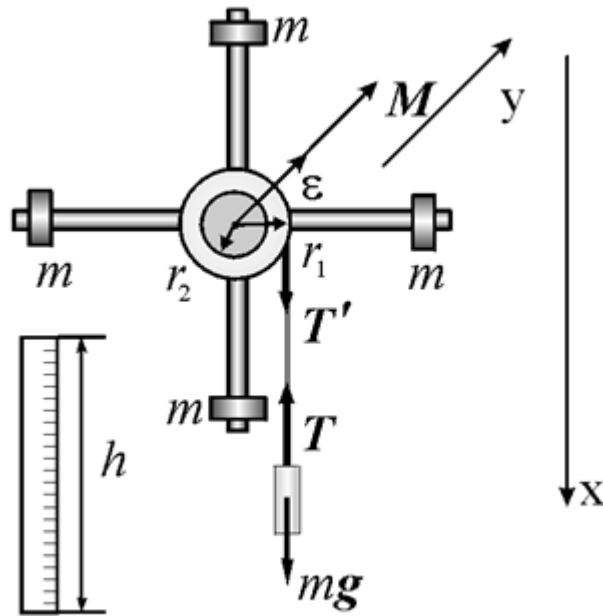


Рисунок 4. Принципиальная схема маятника Обербека.

Учитывая, что нить нерастяжима, ускорение груза равно тангенциальному ускорению точек обода шкива и  $a = \varepsilon r$ , получим:

$$\varepsilon = 2h/(rt^2). \quad (8)$$

Вращающий момент  $M$  создается силой натяжения нити  $T'$ , которая имеет плечо  $r_1$  или  $r_2$  в зависимости от радиуса используемого шкива (рис.4).

По второму закону Ньютона ускорение груза равно:

$$a = \frac{m_1 g + T}{m_1}. \quad (9)$$

Спроектировав векторное уравнение (6) на ось  $x$ , получим:

$$m_1 a = m_1 g - T. \quad (10)$$

Отсюда найдем силу натяжения нити  $T$  и момент этой силы  $M$ , учитывая невесомость нити  $T = T'$ .

$$T = m_1 (g - 2h/t^2), \quad (11)$$

$$M = m_1 r (g - 2h/t^2). \quad (12)$$

Учитывая, что  $D = 2r$ , где  $D$  – диаметр шкива, получим рабочие формулы:

$$\varepsilon = 4h/(Dt^2), \quad (13)$$

$$M = \frac{m_1 D}{2} (g - 2h/t^2) \quad (14)$$

Для экспериментальной проверки закона динамики вращательного движения на стойке необходимо собрать маятник Обербека. На оси блока закрепить стержень с отверстиями, относительно оси, проходящей через центр масс. На стержне с двух сторон закрепить диски. На блоке закрепить нить с грузами (рисунок 4).

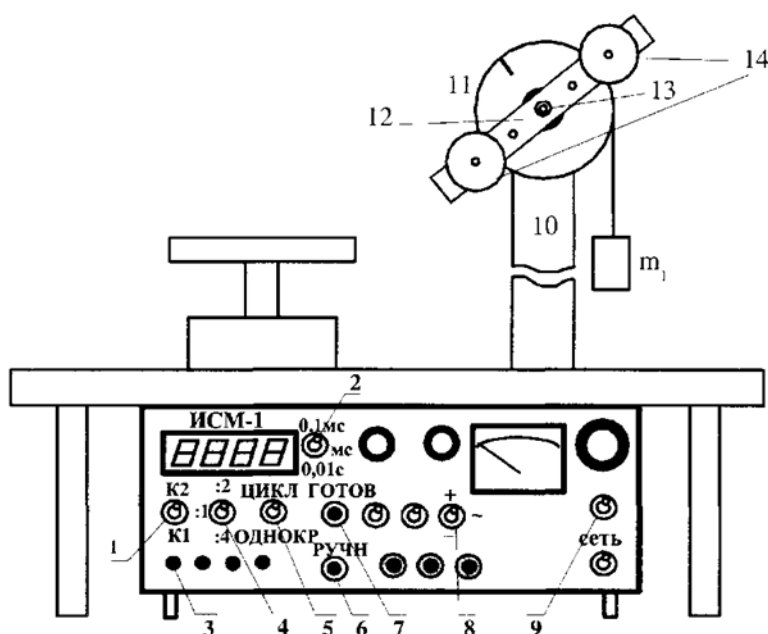


Рисунок 8

Высоту падения груза можно определить исходя из периода вращения блока с помощью измерительного устройства:

$$h = 2\pi RN \quad (15)$$

где  $R$  – радиус шкива;  $N$  – число оборотов шкива блока.

Время падения  $t$  зависит от числа оборотов шкива и определяется пересчетным устройством ИСМ. Подставим соотношение (15) в (13) и (14), получим рабочие формулы:



$$\varepsilon = \frac{4\pi N}{t^2}; \quad M = \frac{m_1 D}{2\left(g - \frac{2\pi DN}{t^2}\right)} \quad (16)$$

### Логическая схема эксперимента

Для экспериментальной проверки пропорциональности между  $\varepsilon$  и  $M$ , каждая из этих величин должна быть определена независимым способом.

1. Изменяя массы падающих грузов изменяется сила натяжение, и следовательно момент силы натяжения, определяемый формуле (16).

2. Ускорение грузов определяют по времени  $t$  поворота шкива на определенный угол  $\varphi$ . Угловое ускорение шкива определяется:

$$\varepsilon = \frac{2\varphi}{t^2}.$$

$$\varphi = 4\pi N$$

3. Изменяя положение дисков на стержне, изменяется момент инерции маятника.

На перекинутую через шкив нить подвешивают наборные грузы разных масс. Поворачивая шкив, устанавливают щель в зазоре фотодатчика (на панели ИСМ загорается индикатор, он должен гореть все время). Отпускают груз и фиксируют показание таймера. Если тумблер «:1/:2/:4» в положении «:1», таймер покажет время одного оборота шкива ( $\varphi=2\pi$ ), если тумблер в положении «:2», таймер покажет время двух оборотов шкива ( $\varphi=4\pi$ ).



Рис.3 Вид передней панели цифрового табло ИСМ-1К

## **ВЫПОЛНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА**

1. Заготовить таблицу измерений.

*Таблица 1.*

$N\acute{o}, n/n$	$D, м$	$t, с$	$h, м$	$m_1, кг$	$M, Н\cdot м$	$\varepsilon, с^{-1}$

2. Измерить штангенциркулем диаметр шкива  $D$  блока.

3. Закрепить нить на шкиве, поставить шкив на тормоз, чтобы предотвратить вращение шкива. Перекинуть нить через блок. На конце нити закрепить груз.

4. Включить измерительную систему в сеть. Установить переключатель в положение К2. Переключателем «Цикл» выбрать число оборотов (по указанию преподавателя).

5. Для измерения времени  $N$  оборотов совместить прорезь шкива с положением «0» (загорится переключатель (1) на лицевой панели ИСМ-1К). Нажать и отпустить кнопку «Гот.». Результат измерения времени падения появится на цифровом табло.

6. Изменить массу падающего груза и повторить опыт 5-10 раз.

7. Изменить положение грузов на стержне и повторить эксперимент 5-10 раз.

## **ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ**

### **1. Обработка результатов вручную.**

1.1. Вычислите  $\varepsilon$  и  $M$  для каждого опыта. Постройте график зависимости  $\varepsilon = f(M)$ : постройте оси, нанесите масштаб и экспериментальные точки  $(M_i, \varepsilon_i)$  согласно табл.1.

1.2. Через экспериментальные точки и начало координат проведите прямую так, чтобы по обе стороны от нее было расположено одинаковое число точек на примерно одинаковом расстоянии.

1.3. Вычислите угловой коэффициент данной прямой  $A$ . Согласно (2) величина  $I/A$  будет равна усредненному значению момента инерции  $\langle I \rangle$ .

1.4. Прделайте п.п. 1.1-1.3 для другого положения грузов на стержнях.

## **2. Обработка результатов на ЭВМ.**

2.1. Выполните п. 1.1.

2.2. В соответствии с инструкцией к программе обработки линейных зависимостей методом наименьших квадратов произведите обработку экспериментальной зависимости  $(\varepsilon_i, M_i)$ .

2.3. Проведите на графике прямую через рассчитанные на ЭВМ контрольные точки. Данная прямая будет оптимальным графиком Вашей экспериментальной зависимости.

2.4. Согласно (2) обратная величина углового коэффициента  $(I/A)$  полученной прямой будет равна усредненному значению момента инерции  $\langle I \rangle$ .

2.5. Результат запишите в виде:

$$I = \langle I \rangle \pm \Delta I.$$

Доверительный интервал  $\Delta I$  вычисляется обычным способом по среднеквадратичному отклонению  $S(I/A)$ .

## **ВЫВОДЫ**

1. Какой характер имеет полученная Вами зависимость  $\varepsilon$  от  $M$ .
2. Как отношение  $M/\varepsilon$  зависит от положения грузов на стержне, диаметра шкива, массы подвешиваемых грузов? Ответ обоснуйте ссылкой на соответствующие графики.
3. Какой геометрический смысл имеет момент инерции на зависимости  $\varepsilon$  от  $M$ ?

## **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Дайте определение момента силы. Укажите на схеме установки силу и плечо, создающие вращающий момент. Укажите направление вектора  $M$ .
2. Дайте определение углового ускорения тела. Укажите направление вектора углового ускорения на схеме.
3. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения. Дайте определение момента инерции.

4. Какие величины непосредственно измеряются в данной работе?  
Выведите рабочие формулы для определения  $\varepsilon$  и  $M$  в настоящей работе.

**ЛИТЕРАТУРА:**

1. Трофимова Т.И. Курс физики : учеб. пособие: рек. Мин. Обр. РФ –18-е изд., М.: Академия. 2010. –559 с.
2. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 3-х тт. Т.1. Механика. Молекулярная физика. [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2011. — 432 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2038](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2038)
3. Физический практикум. Механика, молекулярная физика : учеб.-метод. пособие: рек. ДВ РУМЦ/ АмГУ, ИФФ; сост. А. А. Согр, В. Ф. Ульянычева, О. В. Козачкова. –Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2007.–91 с.
4. Яворский Б.М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов/ Б. М. Яворский, А. А. Детлаф, А. К. Лебедев. -8-е изд., перераб. и испр.. - М.: ОНИКС: Мир и Образование, 2007.-1055 с
5. Хайкин С. Э. Физические основы механики: учебн. пособие. / С. Э. Хайкин. – 2-е изд., испр. и доп.. М.: Наука, Гл. ред.физ.-мат.лит., 1971. - 752 с.