

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
**АМУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
(ФГБОУ ВО «АмГУ»)

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ (СПЕЦИАЛЬНЫЕ ГЛАВЫ)**

**Сборник учебно-методических материалов**  
для направления подготовки 01.04.02 – Прикладная математика и информатика

Благовещенск 2017 г.

*Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
факультета математики и информатики  
Амурского государственного университета*

*Составитель: Максимова Н.Н.*

Вычислительные методы оптимизации (специальные главы): сборник учебно-методических материалов для направления подготовки 01.04.02 – Прикладная математика и информатика. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2017. – 13 с.

© Амурский государственный университет, 2017  
© Кафедра математического анализа и моделирования, 2017  
© Максимова Н.Н. составитель

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Цели и задачи изучения дисциплины	5
2 Краткое изложение лекционного материала	6
3 Методические рекомендации (указания) к практическим занятиям	8
4 Методические рекомендации (указания) для самостоятельной работы студентов	10
Приложение. Образец оформления титульного листа	12

## ВВЕДЕНИЕ

Сборник учебно-методических материалов по дисциплине «Вычислительные методы оптимизации (специальные главы)» включает в себя цели и задачи изучения дисциплины, краткое изложение лекционного материала, а также методические рекомендации к практическим занятиям и для самостоятельной работы студентов.

## 1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель дисциплины:** ознакомление студентов с численными методами решения оптимизационных задач без ограничений.

**Основные задачи** освоения учебной дисциплины (модуля) «Вычислительные методы оптимизации (специальные главы)»:

– ознакомить студентов с основными типами задач однокритериальной оптимизации без ограничений и аналитическими методами их решений;

– ознакомить студентов с численными методами решения оптимизационных задач без ограничений;

– научить студентов реализовывать в пакете прикладных программ численные алгоритмы решения оптимизационных задач без ограничений;

– сформировать у студентов умение применять численные методы для нахождения решения оптимизационных задач без ограничений;

– ознакомить студентов с задачами поиска условного экстремума функции нескольких переменных и методами их решения;

– научить студентов решать задачи поиска условного экстремума функции нескольких переменных.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

**Знать:**

– структуру и основные понятия оптимизационных задач;

– основы методов решения оптимизационных задач.

**Уметь:**

– применять численные методы для исследования и решения оптимизационных задач;

– реализовывать численные алгоритмы в пакете прикладных программ.

**Владеть:**

– методологией и навыками решения оптимизационных задач.

## 2 КРАТКОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ ЛЕКЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

**Тема 1.** Предмет методов оптимизации. Общая структура задач оптимизации

**План.** Задачи, приводящие к оптимизационным задачам. Общая постановка задачи оптимизации. Целевая функция, допустимое множество, допустимая точка. Определение локального и глобального минимума (в строгом и не строгом смысле). Теорема Вейерштрасса. Классификация задач оптимизации (задачи условной и безусловной оптимизации, задачи одномерной и многомерной оптимизации, задачи математического, линейного, квадратичного программирования, задачи вариационного исчисления, задачи вариационного исчисления).

**Цели и задачи.** Обозначить структуру курса, содержание практических занятий, задания к курсовой работе, озвучить правила организации аудиторной и самостоятельной работы студентов, дать методические рекомендации по изучению дисциплины, указать список основной и дополнительной литературы, рекомендуемой студентам, ознакомить студентов с формами текущего и итогового контроля по дисциплине. Ознакомить студентов с задачами оптимизации, дать определение локального и глобального минимума (в строгом и не строгом смысле), целевой функции, допустимого множества, допустимой точки. Ознакомить с основными разделами методов оптимизации. Привести примеры задач оптимизации.

**Ключевые вопросы.**

- 1) сформулировать основную задачу оптимизации;
- 2) дать определение локального и глобального минимума (в строгом и не строгом смысле);
- 3) дать определение целевой функции;
- 4) дать определение допустимого множества и допустимой точки.

**Тема 2.** Методы минимизации функции одной переменной

**План.** Методы анализа решения одномерных задач оптимизации. Унимодальные функции. Численные методы минимизации.

**Цели и задачи.** Ознакомить студентов с одномерными задачами оптимизации и методами их решения. Дать определение унимодальной функции, привести примеры. Ознакомить студентов с основными численными алгоритмами минимизации (метод перебора, метод деления отрезка пополам, метод золотого сечения, метод хорд, метод Ньютона и его модификации).

**Ключевые вопросы.**

- 1) дать определение одномерной задачи оптимизации;
- 2) сформулировать основные этапы нахождения аналитического решения одномерной задачи оптимизации;
- 3) дать определение унимодальной функции и привести примеры;
- 4) дать определение промежутка неопределенности;
- 5) указать основные подходы к нахождению начального промежутка неопределенности;
- 6) указать критерии останова численных алгоритмов одномерной минимизации;
- 7) описать метод перебора численного решения одномерной задачи оптимизации;
- 8) описать метод половинного деления численного решения одномерной задачи оптимизации;
- 9) дать определение «золотого сечения»;
- 10) описать метод золотого сечения численного решения одномерной задачи оптимизации;
- 11) описать метод хорд численного решения одномерной задачи оптимизации;
- 12) описать метод Ньютона численного решения одномерной задачи оптимизации, привести его модификации;

- 13) записать условие выбора начальной точки при решении задачи одномерной минимизации методом Ньютона;
- 14) какой из изученных методом является лучшим в плане сходимости?

**Тема 3.** Аналитические методы оптимизации функции многих переменных

**План.** Безусловная минимизация функций многих переменных. Методы анализа решения многомерной задачи безусловной оптимизации.

**Цели и задачи.** Ознакомить студентов с аналитическим методом решения безусловной минимизации функций многих переменных.

**Ключевые вопросы.**

- 1) дать определение задачи безусловной минимизации функций многих переменных;
- 2) записать алгоритм аналитического решения задачи безусловной минимизации функций многих переменных

**Тема 4.** Численные методы безусловной оптимизации функции многих переменных

**План.** Безусловная минимизация функций многих переменных. Численные методы многомерной минимизации.

**Цели и задачи.** Ознакомить студентов с основными методами решения безусловной минимизации функций многих переменных (метод покоординатного спуска, метод дробления шага, метод наискорейшего спуска, метод Ньютона и его модификации).

**Ключевые вопросы.**

- 1) дать определение задачи безусловной минимизации функций многих переменных;
- 2) записать формулу итерационной процедуры поиска безусловного минимума функции многих переменных;
- 3) указать критерии останова численных алгоритмов многомерной минимизации;
- 4) описать метод покоординатного спуска для решения задачи безусловной минимизации функций многих переменных;
- 5) описать метод дробления шага для решения задачи безусловной минимизации функций многих переменных;
- 6) описать метод наискорейшего спуска для решения задачи безусловной минимизации функций многих переменных;
- 7) описать метод Ньютона для решения задачи безусловной минимизации функций многих переменных, записать его модификации;
- 8) записать условие выбора начальной точки при решении безусловной задачи многомерной минимизации методом Ньютона;
- 9) какой из изученных методом является лучшим в плане сходимости?

**Тема 5.** Численные методы поиска условного экстремума.

**План.** Задача поиска условного экстремума функции нескольких переменных. Принципы построения численных методов поиска условного экстремума. Методы последовательной безусловной минимизации: метод штрафов, метод множителей Лагранжа.

**Цели и задачи.** Ознакомить студентов с методами решения условной минимизации функций многих переменных (метод штрафов, метод множителей Лагранжа).

**Ключевые вопросы.**

- 1) дать определение задачи условной минимизации функций многих переменных;
- 2) описать принцип построения численных методов поиска условного экстремума;
- 3) указать критерии останова численных алгоритмов многомерной минимизации;
- 4) описать метод штрафов для решения задачи условной минимизации функций многих переменных;
- 5) описать метод множителей Лагранжа для решения задачи условной минимизации функций многих переменных.

### 3 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Планом изучения дисциплины предусмотрены пять практических работ. Ниже приведены тема, цель и план проведения каждой практической работы.

#### **Практическая работа № 1.** Основные приемы работы с пакетом MATLAB

**Цель:** изучения основ и получение навыков работы в ППП MATLAB

##### **План работы**

1. Простейшие вычисления в среде MATLAB
2. Матрицы и действия над ними
3. Построение графиков функций
4. Циклы. Условные операторы и операторы отношения
5. Работа с M-файлами

#### **Практическая работа № 2.** Методы минимизации функции одной переменной

**Цель:** получение навыков решения задач одномерной оптимизации численно с применением ППП MATLAB

##### **План работы**

1. Использование средств MATLAB при решении задач одномерной оптимизации
2. Численные методы минимизации
  - 2.1. Метод перебора
  - 2.2. Метод деления промежутка пополам
  - 2.3. Метод золотого сечения
  - 2.4. Метод хорд (секущих)
  - 2.5. Метод Ньютона (касательных)

##### Задания для самостоятельной работы

1. Для данной функции на указанном промежутке графически определить промежутки унимодальности.
2. Найти все точки локальных минимумов данных функций на указанных промежутках методом половинного деления, методом золотого сечения, методом хорд и методом Ньютона с точностью  $10^{-5}$ ; записать количество итерации каждого метода на каждом промежутке унимодальности. Результаты расчетов представить в виде таблицы.
3. Оценить количество итераций, необходимых для решения задачи с указанной точностью, для метода половинного деления и метода золотого сечения.
4. Найти решение с помощью средств MATLAB. Сравнить полученные результаты.
5. Оформить отчет (в печатном виде) по лабораторной работе, в котором привести результаты вычислений и сравнение полученных решений.

Отчет следует оформлять после демонстрации результатов работы вычислительных программ.

**Практическая работа № 3.** Аналитические методы оптимизации функции многих переменных

**Цель:** получение навыков решения задач многомерной оптимизации аналитически

##### **План работы**

1. Необходимые условия экстремума функции нескольких переменных
2. Достаточные условия экстремума функции нескольких переменных
3. Пример исследования функции нескольких переменных на локальные экстремумы

##### Задания для самостоятельной работы

1. Применяя методы анализа, найти точки экстремума указанной функции.

#### **Практическая работа № 4. Методы минимизации функции многих переменных**

**Цель:** получение навыков решения задач многомерной оптимизации численно с применением ППП MATLAB

##### **План работы**

1. Использование средств MATLAB при решении задач многомерной оптимизации
2. Численные методы минимизации
  - 2.1. Метод дробления шага
  - 2.2. Метод наискорейшего спуска
  - 2.3. Метод Ньютона
  - 2.4. Критерий останова счета
3. Реализация численных методов
  - 3.1. Реализация метода дробления шага
  - 3.2. Реализация метода наискорейшего спуска
  - 3.3. Реализация метода Ньютона с регулировкой шага
  - 3.4. Результаты численных расчетов

##### **Задания для самостоятельной работы**

1. Применяя методы анализа, найти точное решение задачи минимизации указанной функции. Определить область, в которой указанная функция будет выпуклой, и изобразить ее графически.
  2. Найти решение поставленной задачи с помощью средств MATLAB.
  3. Найти приближенное решение с помощью метода покоординатного спуска, метода наискорейшего спуска и метода Ньютона с регулировкой шага с точностью  $\varepsilon = 10^{-5}$ .
  4. Оформить отчет по лабораторной работе, в котором привести сравнение полученных решений. Сделать выводы.
- Отчет следует оформлять после демонстрации результатов работы вычислительных программ.

#### **Практическая работа № 5. Условный экстремум функции нескольких переменных**

**Цель:** получение навыков решения задач условной оптимизации

##### **План работы**

1. Задача поиска условного экстремума функции нескольких переменных
  2. Методы последовательной безусловной минимизации: метод штрафов. Пример решения задачи
  3. Методы последовательной безусловной минимизации: метод множителей Лагранжа.
- Пример решения задачи

##### **Задания для самостоятельной работы**

1. Применяя метод штрафов или метод множителей Лагранжа (согласно заданию, выданного преподавателем), найти решения задачи условной оптимизации.

По практическим работам №2 и №4 после выполнения задания необходимо подготовить отчет.

##### **Содержание и оформление отчета**

1. Титульный лист, содержащий информацию о студенте (группа, фамилия, номер варианта). Образец оформления титульного листа приведен в приложении.
2. Лист задания.
3. Порядок выполнения работы и результаты вычислений.
4. Выводы по практической работе.
5. Листинг вычислительной программы.

## **4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ (УКАЗАНИЯ) ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

**Самостоятельная работа студента (СРС)** – важнейшая составляющая образовательного процесса, определяющая в конечном итоге степень усвоения студентом теоретического материала. В процессе освоения дисциплины СРС заключается в следующем:

1. Подготовка к лекциям с использованием конспектов и рекомендованной литературы.
2. Изучение некоторых разделов курса, которые в лекционном курсе не рассмотрены или рассмотрены недостаточно полно. При этом используется рекомендованная литература.
3. Подготовка к практическим занятиям с использованием конспектов лекций и рекомендованной литературы.
4. Подготовка к текущему контролю с использованием конспектов лекций и рекомендованной литературы.
5. Подготовка к промежуточному контролю с использованием рекомендованной литературы, конспектов лекций и согласно перечню вопросов для проведения промежуточного контроля.

### **Рекомендации по планированию и организации времени, отведенного на изучение дисциплины**

В рабочей программе дисциплины указано время, отведенное на СРС по каждому разделу. Студенту рекомендуется в соответствии с расписанием определить дни недели и продолжительность самостоятельных занятий, в которые он будет изучать данную дисциплину. В объеме времени самостоятельной работы, отведенном на изучение конкретного раздела предусмотреть время на изучение теоретического материала и подготовку к практическим и/или лабораторным занятиям и текущему контролю. Решение задач с одной стороны надо рассматривать как закрепление теоретического материала, с другой как критерий его усвоения.

Изучение теоретического материала рекомендуется проводить, разбив необходимые для рассмотрения вопросы на группы таким образом, чтобы изучать приблизительно равный объем материала за занятие. Студенту необходимо спланировать самостоятельное изучение дисциплины и выполнение заданий с учетом своего свободного времени, индивидуальных особенностей и строго придерживаться графика СРС для успешного изучения дисциплины.

### **Описание последовательности действий студента, или «сценарий изучения дисциплины»**

Для достижения необходимых результатов образования необходимо:

- посещать аудиторные занятия в соответствии с расписанием;
- дополнять полученные на них знания самостоятельным изучением отдельных вопросов курса, контролируя себя ответами на вопросы по соответствующей теме;
- регулярно готовиться к аудиторным занятиям (лекциям, практическим и/или лабораторным работам);
- в соответствии со своими возможностями заранее готовится к проведению текущего контроля знаний (математическим диктантам, тестам, самостоятельным, индивидуальным и/или контрольным работам), сроки проведения которых оговариваются преподавателем заранее;
- в соответствии со своими возможностями заранее готовится к промежуточной аттестации по дисциплине.

### **Рекомендации по работе с литературой**

В первую очередь рекомендуется обеспечить себе доступ к учебникам и учебным пособиям в соответствии со списком учебно-методической литературы, представленным в рабочей программе дисциплины, в том числе к той литературе, которая находится в электронном ресурсе. Необходимо заранее ознакомиться с содержанием учебников и пособий, сопоставив его с тематическим планом курса.

Особое внимание следует обратить на источники, указанные как основные. Объем материала, представленный в основной литературе, достаточен для достижения необходимых

результатов образования. Дополнительная литература рекомендуется для более глубокого усвоения отдельных вопросов и разделов курса

Можно использовать литературные источники, не указанные в перечне рекомендуемой литературы, но только в дополнение к нему.

#### **Рекомендации по подготовке к промежуточной аттестации**

Основным этапом подготовки к промежуточной аттестации (экзамен, зачет) является успешное изучение теоретического курса, своевременное выполнение заданий на практически и/или лабораторных занятиях, регулярная самостоятельная работа, в том числе по подготовке к текущему контролю. Все вышеизложенное позволяет студенту получить высокий балл при проведении рейтинг-контроля знаний (при наличии), который в соответствии с рейтинговой системой оценки знаний студентов учитывается при получении зачета по дисциплине и выставлении оценки на экзамене.

При наличии экзамена подготовку к нему рекомендуется проводить по списку вопросов, который приведен в рабочей программе дисциплины. Студенту рекомендуется повторить материал курса в сроки, отведенные на подготовку к экзамену таким образом, чтобы к моменту проведения консультации перед экзаменом у него не осталось нерассмотренных вопросов. При этом должны быть к консультации подготовлены вопросы, вызвавшие затруднения при подготовке. В зависимости от индивидуальных способностей и особенностей, студенты могут готовиться к экзамену как индивидуально, так и в малых группах.

**ПРИЛОЖЕНИЕ  
ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ ТИТУЛЬНОГО ЛИСТА**

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Амурский государственный университет»**

**Факультет математики и информатики  
Кафедра математического анализа и моделирования  
Направление 01.04.02 – Прикладная математика и информатика**

**Отчет по практической работе № \_\_**

на тему «\_\_\_\_\_»

**по дисциплине « Вычислительные методы оптимизации (специальные главы)»**

Вариант № \_\_

Выполнил  
студент группы \_\_52ом

И.И. Иванов

Проверил  
должность, ученая степень

П.П. Петров

Благовещенск 201\_\_

**Максимова Надежда Николаевна,**

*доцент, и.о. зав. каф. математического анализа и моделирования*