Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

# Лабораторный практикум по Гидрогазоаэродинамике Аэродинамика

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБТЕКАНИЯ НЕУДОБООБТЕКАЕМЫХ ТЕЛ ЛАМИНАРНЫМ ПОТОКОМ ЖИДКОСТИ

Благовещенск 2023

#### Рецензент:

*О.В. Зотова*, доцент кафедры физики ФГБОУ ВО «Амурский государственный университет», канд. физ.-мат. наук, доцент

И.В. Верхотурова (составитель)

Л 12 Лабораторная работа. Моделирование процесса обтекания неудобообтекаемых тел ламинарным потоком жидкости /сост. И.В. Верхотурова. – Благовещенск: Изд-во АмГУ, 2023. – 28 с.

Лабораторная работа «Моделирование процесса обтекания неудобообтекаемых тел ламинарным потоком жидкости» входит в лабораторный практикум по дисциплине «Гидрогазоаэродинамика» (модуль «Аэродинамика») для студентов, обучающихся по специальности 24.05.01 и направлению подготовки 24.03.01.

В работе содержится теоретический материал на тему исследования, описание этапов моделирования и обработки результатов моделирования, вопросы для контроля знаний, а также список рекомендуемой учебной литературы.

ББК 22.33 я 73

В авторской редакции.

©Амурский государственный университет, 2023 © И.В. Верхотурова, составитель

## Лабораторная работа МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБТЕКАНИЯ НЕУДОБООБТЕКАЕ-МЫХ ТЕЛ ЛАМИНАРНЫМ ПОТОКОМ ЖИДКОСТИ

ЦЕЛЬ: провести моделирование с помощью среды COMSOL Multiphysics процесса обтекания ламинарным потоком вязкой несжимаемой жидкости неудобообтекаемых тел для наглядной визуализации пограничного слоя и его отрыва от поверхности обтекаемого тела.

#### ОСНОВЫ ТЕОРИИ

Вопросы обтекания тел движущимися потоками жидкости или газа чрезвычайно широко поставлены в практической деятельности человека. Особенно большое значение решение этих вопросов имеет в связи с развитием авиации и мореплавания. В условиях обтекания находятся лопатки турбин, крыло летательного аппарата и элементы многих других технических устройств.

При решении задач о движении твердого тела в покоящейся жидкости теория идеальной жидкости находит ограниченное применение, так как она основана на предположении о возможности скольжения жидкости вдоль поверхности, в то время как в реальных жидкостях происходит прилипание жидкости к поверхности. Решения, полученные на основе этих двух жидкостей, в корне отличаются друг от друга. Однако, для тонкого удобообтекаемого тела теория идеальной жидкости приводит к решениям, довольно хорошо совпадающими с действительностью. Наибольшее расхождение между теорией идеальной жидкости и действительностью получается при решении проблемы сопротивления. Согласно теории идеальной жидкости, при равномерном движении любого твердого тела в безграничном потоке жидкости результирующая сила в направлении движения отсутствует, т.е. лобовое сопротивление равно нулю (парадокс Даламбера). Этот вывод противоречит наблюдениям – тело при своем движении в жидкости встречает сопротивление.

На тело, находящееся в потоке жидкости или газа, всегда действует некоторая сила со стороны потока. Элементарная сила  $d\vec{F}$ , с которой жидкость действует на участок элементарный участок поверхности dS обтекаемого тела (рис. 1), может быть разложена на нормальную  $d\vec{F}_n$  и касательную  $d\vec{F}_{\tau}$  составляющие к поверхности тела, каждая из которых определяется нормальным и касательными напряжениями в рассматриваемой точке.



Рис.1. Воздействие потока на обтекаемое тело

Эти составляющие сил определяются выражениями:

$$d\vec{F}_n = -\vec{pndS}, \ d\vec{F}_\tau = \vec{\tau}dS$$

Нормальные напряжения представляют собой давление в жидкости, а касательные обусловлены силами вязкого трения.

Главный вектор  $\vec{F}$  сил гидродинамического воздействия потока на тело представляет собой результирующую всех сил  $d\vec{F}$  на поверхности тела и выражается их суммой (интегралом):

$$\vec{F} = \int_{S} d\vec{F} = \int_{S} d\vec{F_n} + \int_{S} d\vec{F_\tau} = \vec{F_n} + \vec{F_\tau} .$$
(1)

Проекция силы гидродинамического сопротивления  $\vec{F}$  на направление скорости потока на бесконечности  $\vec{\nu}_{\infty}$  (или на направление движения тела) называется силой лобового сопротивления:

$$F_X = F_{nX} + F_{\tau X} \,. \tag{2}$$

Одна часть этой силы  $F_{nX}$  обусловлена нормальным напряжением (давлением) и называется *силой сопротивления давления*. Вторая составляющая силы  $F_{\tau X}$  называется *силой сопротивления трения*, и она обусловлена касательным напряжением (вязким трением). Таким образом, сила лобового сопротивления складывается из силы сопротивления давления и силы сопротивления трения.

Действие всех этих сил на единицу площади миделева сечения ω тела выражается в единицах кинетической энергии единицы объема набегающего по-

тока жидкости  $\frac{\rho v_{\infty}^2}{2}$ , то есть

$$F_X = C_X \omega \frac{\rho \upsilon_{\infty}^2}{2}, \quad F_{nX} = C_p \omega \frac{\rho \upsilon_{\infty}^2}{2}, \quad F_{\tau X} = C_f \omega \frac{\rho \upsilon_{\infty}^2}{2}. \tag{3}$$

*Миделево сечение* представляет собой сечение тела плоскостью, перпендикулярной скорости набегающего потока, в том месте, где это сечение имеет наибольшую площадь.

Безразмерный коэффициент  $C_X$  называется коэффициентом лобового сопротивления и является коэффициентом пропорциональности между силой лобового сопротивления на единицу миделева сечения и кинетической энергией единицы объема потока жидкости. Он складывается из коэффициента сопротивления давления  $C_p$  и коэффициента сопротивления трения  $C_f$ :

$$C_X = C_p + C_f \,. \tag{4}$$

Коэффициент лобового сопротивления зависит в общем случае от числа Рейнольдса Re. Эта зависимость  $C_X(Re)$  называется *законом сопротивления*. Как показывает опыт, сила сопротивления давления в значительной степени зависит от формы тела и его ориентации в потоке. Основной причиной возникновения сил сопротивления давления является образование вихревых зон за кормой обтекаемого тела вследствие отрыва от поверхности тела пограничного слоя.

Если при обтекании тела большую часть силы лобового сопротивления составляет сила сопротивления давления ( $C_p > C_f$ ), то такое тело называется

*плохо - или неудобообтекаемым*. Примерами таких тел могут служить шар, цилиндр или пластина при их поперечном обтекании.

Хорошо - или удобообтекаемыми телами называются такие, для которых сила сопротивления давления мала и большую часть лобового сопротивления составляет сопротивление трения ( $C_p < C_f$ ). К ним относятся пластина при продольном обтекании, крыло самолета, сигарообразные тела.

При обтекании внешним потоком твёрдого тела с произвольной криволинейной формой давление во внешнем потоке вдоль этой поверхности изменяется. Давление из внешнего потока передаётся внутрь пограничного слоя. С характером распределения давления в пограничном слое тесно связано явление отрыва пограничного слоя от стенки, которое заключается в том, что слои жидкости, непосредственно прилегающие к поверхности тела и обладающие незначительным количеством движения, останавливаются и даже могут начать двигаться в обратном направлении, выносятся во внешнее течение. Отрыв пограничного слоя всегда связан с сильным образованием вихрей и с большой потерей энергии на кормовой части обтекаемого тела. Это явление наблюдается, в первую очередь, у плохо обтекаемых тел (цилиндр, шар), у которых в кормовой части образуется застойная область, в которой распределение давления сильно отличается от распределения давления при обтекании без трения.

Сфера (шар) принадлежит к числу неудобообтекаемых тел, лобовое сопротивление которых складывается из сопротивления трения и сопротивления давления, обусловленного распределением давления на их поверхности. Физические процессы, происходящие на поверхности шара при его обтекании безграничным потоком, можно объяснить с позиций теории пограничного слоя. На поверхности сферы, при её обтекании потоком, имеют место следующие физические процессы.

Рассмотрим потенциальное безвихревое обтекание шара (рис.2). В точке А (*критическая точка*) скорость течения обращается в нуль, а давление возрастает до полного значения.



Рис.2. Потенциальное безвихревое обтекание шара

Начиная от точки A на участке AM (конфузорный участок) давление убывает ( $\frac{dp}{dx} < 0$ ), а скорость возрастает до точки M. Максимальную скорость поток имеет в миделевой части шара при  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Частицы жидкости на участке вблизи границы AM испытывают ускорение, обусловленное падением давления в направлении движения, и их кинетическая энергия возрастает. В идеальной жидкости этому ускорению ничто не препятствует, но в реальной жидкости движение тормозится трением, развивающимся благодаря прилипанию жидкости к твёрдой поверхности и образованию пограничного слоя. Всё же благодаря прямому перепаду давления ускорение в нём наблюдается, по крайней мере, до точки M.

За миделевой частью шара на участке MB начинается обратное изменение давления ( $\frac{dp}{dx} > 0$ ) и скорости – диффузорное течение. Здесь частицам приходится двигаться против нарастающего давления. В реальной жидкости часть кинетической энергии должна быть затрачена ещё на компенсацию работы сил трения, оказывающих тормозящее действие. В связи с этим, частицы, двигавшиеся в пограничном слое и имевшие малый запас кинетической энергии, начиная с некоторой точки O (рис. 2), не могут уже преодолевать совокупного действия обратного перепада давления и трения, они в этом сечении останавливаются, а частицы, двигающие по более отдалённым от тела траекториям, отклоняются в сторону внешнего потока. Поэтому в реальной жидкости вторая критическая точка В не реализуется. Часть жидкости, расположенная ниже точки O, под действием обратного градиента давления получает обратное движение. Это явление и называют *отрывом пограничного слоя*.

Появление зоны обратного течения приводит к резкому отклонению линий тока от поверхности и соответствующему утолщению пограничного слоя. Перед точкой отрыва профиль скорости всюду имеет выпуклость вправо, тогда как в зоне обратного течения существует участок профиля с выпуклостью влево (рис. 2). Профиль скорости в граничном сечении О, которое является сечением отрыва, должен иметь форму, при которой касательная к нему в точке, лежащей на стенке, перпендикулярна стенке.

Отрыв пограничного слоя обусловлен совокупным действием положительного градиента давления и вязкостного пристенного трения. При отсутствии одного из этих факторов отрыва не происходит. Отрыв пограничного слоя зависит от формы обтекаемого тела и от числа Рейнольдса набегающего потока.

При очень малых числах Рейнольдса 0 < Re < 20 течение представляет собой безотрывное ламинарное течение с гладкими незамкнутыми линиями тока, причем течение за сферой идентично течению перед сферой. Такой поток называется ползучим течением. При обтекании сферы ламинарным потоком происходит безотрывное потенциальное движение без перемешивания потока и образования вихрей (рис. 3).

При числах Рейнольдса 20 < Re < 212 стационарное осесимметричное течение. Вблизи кормовой точки образуется замкнутая область циркуляционного движения, которая представляет собой осесимметричное вихревое кольцо и остается присоединенной к сфере (рис. 4).



*Рис. 3*. Обтекание цилиндра ламинарным потоком при числе Рейнольдса  $R_g = 1$ 



 $a - Re = 50, \, 6 - Re = 100, \, B - Re = 150, \, a - Re = 200$ 

Рис. 4. Вид линий тока

При числах Рейнольдса 212 < Re < 275 стационарное течение с симметрией относительно некоторой продольной плоскости. След состоит из двух присоединенных к сфере вытянутых вдоль направления потока вихревых "хвостов". Жидкость внутри этих двух вихревых хвостов вращается в противоположных направлениях (рис. 5).

При числах Рейнольдса 275 < Re < 800 начинается периодический сброс вихревых петель и начинает нарушается регулярность процесса. Азимутальный угол, при котором формируются вихри, осциллирует иррегулярно. Симметрия относительно продольной плоскости нарушается. След за сферой также состоит из срывающихся вихревых петель, однако эти петли имеют различную ориентацию в пространстве и, следовательно, симметрия относительно плоскости более не сохраняется (рис.6).



*Рис. 5.* Вид изоповерхности вокруг сферы при Re = 250



a – вид полностью,  $\delta$  – сечение плоскостью симметрии

*Рис. 6.* Вид изоповерхности вокруг сферы при Re = 300

При числах Рейнольдса  $800 < \text{Re} < 3,7 \cdot 10^5$  имеет место *докритический режим*, при котором происходит отрыв ламинарного пограничного слоя. Отрыв ламинарного пограничного слоя на шаре происходит в точке O (точка O расположена до точки M) и происходит его переход в турбулентный слой. Это приводит к образованию, вне шара в оторвавшемся слое вследствие взаимодействия с вихревым следом, области турбулизации (рис.7, а).

В оторвавшемся сдвиговом слое происходит образование более мелких вихрей, вызванных неустойчивостью Кельвина–Гельмгольца. Сброс крупно-

масштабных вихрей продолжается более иррегулярным образом, хотя периодические флуктуации следа по-прежнему имеют место (рис. 8).



Рис. 7. Область перехода ламинарного слоя в турбулентный



*Рис.* 8. Вид изоповерхности вокруг сферы при 10<sup>4</sup>

При числах Рейнольдса  $3,7 \cdot 10^5 < \text{Re} < 1,14 \cdot 10^6$  имеет место *закритический режим*. Картина обтекания при данных числах Рейнольдса выглядит следующим образом. Ламинарный пограничный слой (на поверхности тела до линии отрыва) делается неустойчивым и турбулизуется (область начала турбулизации обозначена условно точкой Т). Область перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный, расположенная за шаром, перемещается навстречу потоку и приближается к поверхности шара. Как только точка T достигнет точки отрыва O (рис.7, б) ламинарного пограничного слоя, движение в оторвавшемся слое вблизи точки отрыва становится турбулентным. Турбулизация пограничного слоя значительно усиливает увлекающее действие потока, что приводит к перемещению точки отрыва O назад, т.е. вниз по течению. Теперь точка отрыва O будет соответствовать отрыву турбулентного пограничного слоя (рис. 7, с), так как точка перехода T будет находиться выше по потоку, чем точка отрыва турбулентного пограничного слоя. Это приводит к заметному смещению линии отрыва вниз по течению жидкости, так что турбулентный след за телом сужается. Сужение турбулентного следа приводит к уменьшению силы сопротивления. Таким образом, турбулизация пограничного слоя при больших числах Рейнольдса сопровождается падением коэффициента сопротивления. Коэффициент сопротивления падает в несколько раз в сравнительно узком интервале чисел Рейнольдса (в области Re, равных нескольким 10<sup>5</sup>). Это явление называется кризисом сопротивления. В этом случае неудобообтекаемое тело становится удобообтекаемым.

Теория обтекания сферы вязкой жидкостью при больших числах Рейнольдса не разработана, поэтому в этом случае сопротивление сферы может быть определено только из опыта.

Задача о движении сферы при малых числах Рейнольдса решена теоретически. В этом случае закон сопротивления сферы представляется в виде ряда

$$C_x = \frac{24}{\text{Re}} \left( 1 + \frac{3}{16} \text{Re} - \frac{19}{1280} \text{Re}^2 + \dots \right).$$
(5)

На рис. 9 представлена зависимость коэффициента сопротивления шаров от числа Рейнольдса. Решение, учитывающее только первый член ряда, приводит к известной формуле Стокса

$$C_x = \frac{24}{\text{Re}}.$$
(6)

Формула Стокса применима при Re < 1 ( Re =  $\frac{\upsilon d}{\nu}$ ).

Решение, учитывающее два первых члена ряда, приводит к известной формуле Озеена:

$$C_x = \frac{24}{\text{Re}} \left( 1 + \frac{3}{16} \text{Re} \right). \tag{7}$$

Формула Озеена применима при Re < 5.



Рис.9. Зависимость коэффициента сопротивления шаров от числа Рейнольдса

Из анализа зависимости коэффициента сопротивления шара от  $C_x$  числа Рейнольдса видно (рис. 9), что в области сравнительно больших чисел наблюдается резкое уменьшение коэффициента сопротивления. Такое явление получило наименование «*кризиса сопротивления*», а *соответствующее этому явлению число Рейнольдса называется «критическим»*.

Было замечено, что соответствующее «критическое» число Рейнольдса сильно зависит от турбулентных характеристик набегающего потока, от шероховатости тела, от числа Маха в случае большой скорости потока и от многих других причин.

Чтобы уточнить определение величины  $\text{Re}_{\text{кр}}$ , было принято за  $\text{Re}_{\text{кр}}$  число, при котором коэффициент лобового сопротивления  $C_x = 0.3$ .

Для Re < Re<sub>кр</sub> поток реальной жидкости срывается с поверхности сферы при  $\theta \sim 82^{\circ}$ , а для Re > Re<sub>кр</sub> при  $\theta \sim 120^{\circ}$ . Чем ниже турбулентность потока при обтекании шара, тем выше величина Re<sub>кр</sub>, достигаемая при измерениях сопротивления шара.

По значению Re<sub>кр</sub> можно оценить интенсивность турбулентности в потоке. Кризис сопротивления при обтекании шара можно вызвать искусственно, если каким-либо образом турбулизировать пограничный слой. Впервые это показал Прандтль. Несколько впереди экватора шара, обтекаемого потоком воздуха, он установил на поверхности шара тонкое проволочное кольцо. Это вызвало турбулизацию пограничного слоя уже при умеренном числе Рейнольдса и повлекло за собой такое же понижение сопротивления, как и увеличение числа Рейнольдса при отсутствии кольца.

На рис.10 приведено распределение коэффициента давления на поверхности шара в меридианальном сечении для случая обтекания идеальной жидкостью (1), реальной жидкостью при докритическом (2) и сверхкритическом (3) числах Рейнольдса.

Коэффициент давления определяется по закону:

$$\overline{p} = p_s - p_{\infty} / 0,5\rho v_{\infty}^2.$$
(8)

где  $p_{\infty}$ ,  $\rho$ ,  $\upsilon_{\infty}$  – давление, плотность и скорость в потоке на бесконечности;  $p_s$  – давление на поверхности сферы.



*Рис.10.* Распределение давления на поверхности шара

Сравнивая графики на рис. 10, можно установить следующие отличия при обтекании сферы вязкой жидкостью для больших чисел Рейнольдса от соответствующего обтекания идеальной жидкостью:

1) поле давлений при обтекании идеальной жидкостью симметрично относительно миделевого сечения, в то время как при обтекании вязкой жидкостью оно несимметрично и существенно зависит от числа Рейнольдса, особенно за миделевым сечением. Вблизи передней критической точки (~40-45°) кривые давления не зависят от числа Рейнольдса;

2) минимум давления при обтекании вязкой жидкостью всегда расположен до миделевого сечения;

3) при стремлении числа Рейнольдса к бесконечности кривые давления приближаются к кривым давления в идеальной жидкости.

#### ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В настоящее время компьютерное моделирование как метод исследования различных физических процессов прочно заняло место не только в системе научных исследований, но и в современном лабораторном практикуме. Модельный эксперимент, не являясь альтернативой реальному, с помощью компьютерных реализаций, сопровождающихся какой-либо формой визуализации изучаемого процесса, позволяет лучше понимать изучаемый физический процесс или явление, делает их наглядными, а также позволяют изучать недоступные или трудоступные процессы для реальных опытов.

Предлагается в среде COMSOL Multiphysics, обладающей мощным графическим интерфейсом, провести моделирование процесса обтекания ламинарным потоком вязкой несжимаемой жидкости (воздуха) неудобообтекаемого тела (сфера). Моделирование данного процесса позволяет наглядно визуализировать пограничный слой, зоны его отрыва от поверхности обтекаемого тела, зоны максимальных скоростей в области миделевого сечения.

Ниже представлены основные этапы выполнения по моделированию процесса обтекания потоком воздуха твердого тела (на примере металлической сферы).

1. На первом этапе моделирования Мастер создания моделей (Model Wizard) (рис. 11) позволит вам задать:

*– размерность пространства модели*, выбираем трехмерное 3D (рис. 12);



Puc.11. Мастер создания моделей (Model Wizard)

Selec	t Space [	Dimer	nsion				
3D	2D Axisymmetric	Q 2D	1D Axisymmetric		• 0D		
30	Axisymmetric	20	Axisymmetric	10	OD		

Рис.12. Размерность пространства модели

– раздел физики, выбираем Fluid Flow $\rightarrow$  Single- Phase Flow  $\rightarrow$ Laminar Flow, далее нажать Add и Study (рис. 13);



Рис.13. Выбор раздела физики

- тип исследования, выбираем Stationary (рис. 14).

ile 🔻	Home	Definitions	Geometry	Materials	Physics	Μ
Se	lect S	tudy				
4 % 0 %	<ul> <li>Preset Stu</li> <li>Station</li> <li>Station</li> <li>Time I</li> <li>Custom S</li> <li>Custom Stu</li> <li>Empty Stu</li> </ul>	idies nary Dependent tudies Idy				
Adde	d study:					
Ż	Stationary	(				
Adde	d physics in	terfaces:				
172	3 (8 88 2	CV 92 3033				

Рис.14. Выбор типа исследования

Для завершения первого этапа необходимо нажать *Done* (готово). На рабочем столе появится дерево модели с учетом тех настроек, которые были заданы в Мастере создания моделей (рис. 15).

♥   🗅 📂 🛄 🕄 🕨 🍤 👉 🛅 🌔 File ▼ Home Definitions Geo	回音 國 聽 國 • l metry Materials Physics Mesh Study	Resul	Untitled.mph - C	COMSOL Multiphysics	- a ×
A Application Builder Application Application	ters s · Build ns · All Getarmstry Getarmstry	Add Physics yticz	s Build Mesh Mesh 1+ Mesh Study	Select Plot Add Plot Group - Group - Results	р р
Model Builder	Settings Properties	- 1	Graphics	T 1	Add Study Add Material - =
+ → ↑ ↓ <b>▼ •</b> Ⅲ Ⅲ •	Geometry		Q Q @ # #		+ Add to Component + + Add to Selector
4 🧇 Untitled.mph (root)	🗮 Build All			0 🚔	Search
Global Definitions     St Materials     Gromponent 1 (comp f)     E Definitions	Label: Geometry 1	(FT)		13	🗉 🝰 Recent Materials
		1.000			Material Library
	• Units				AC/DC
A Materials	Scale values when changing units				Batteries and Fuel Cells
# 🐂 Laminar Flow (spf)	Length unit:			Bioheat	
Fluid Properties 1					Liu Equilibrium Discharge
Wall 1	Angular unit:				Liquids and Gases
A Mesh 1	Degrees	•		Nonlinear Magnetic	
Study 1	* Advanced				Optical
🕴 🝓 Results	Geometry representation:				Piezoelectric
	CAD kernel				E C Semiconductors
	Default repair tolerance:		24		Thermoelectric
	Automatic		y t y		· Ma oser-benned closary
	Automatic rebuild				
	***				
			Marragar Brogrees Log Table		
			messages progress cog labe		
			Hen 19 12 14 27 2 18	■ 相 to ■ *	

Рис.15. Дерево модели

2. Второй этап моделирования – это построение с помощью функций раздела *Geometry* (рис. 16) геометрии обтекаемого тела (рис. 17) и расчетного домена, то есть области потока воздуха в форме параллелепипеда, внутри кото-

рого находится исследуемое тело (рис. 18). Размерность (Length unit) выбираем

миллиметры.

🖣 🗅 🖕 🖬 🔯 🕨 🔊 ले 🖷 🛍		Untitled.mph - COMSOL Multiphysics
File ▼     Home     Definitions     Geom       Import     Import     Import     Import       Build All     Import/Export     Cone     Import/Cypind	Materials         Physics         Mesh         Study         Resu           Image: Sphere or Torus         Image	ts Developer + Revolve Sweep Subit Booleans and Transforms Conversions Operations Operations
Model Builder ← → ↑ ↓ ▼ • □↑ □↓ □ •	Settings Properties -	Graphics 역 역 역 🕸 🗄 🕁 • 🖄 🗠 🗑 🗠 🖨 🖨 🖨 🖗 🕮 🕮
<ul> <li>WIntitled.mph (root)</li> <li>Global Definitions</li> <li>Materials</li> <li>Component 1 (comp 1)</li> <li>Definitions</li> </ul>	Build All Label: Geometry 1	
Geometry 1	Scale values when changing units Length unit:	
<ul> <li>Laminar Flow (spf)</li> <li>Fluid Properties 1</li> </ul>	mm 🔹	
Wall 1	Degrees	
▲ Study 1 ≥ Step 1: Stationary	<ul> <li>Advanced</li> <li>Geometry representation:</li> </ul>	
r all vesus	CAD kernel •	
	Automatic	y z x

Рис.16. Дерево модели, раздел Geometry

Из представленных геометрических блоков выбрать сферу и задать ее геометрические параметры (радиус 1 мм) и ее положение в пространстве с координатами (X =0, Y = 3, Z = 0). Для построения сферы нажать *Build All Object* (рис. 17). Аналогично выполнить построение расчетного домена в форме параллелепипеда – *Blok* (рис. 18).



Рис.17. Построение геометрии обтекаемого тела

🔍 🗅 🍃 🔲 🔯 🕨 🔊 🖉 🖬 👘	🖻 💼 🔣 🕅 🔍 📲		Untitled.mph - COMSOL Multiphysics
File V Home Definitions Geom	etry Materials Physics Mesh Study	Results	its Developer
All Export Cylinde Build Import/Export	er SHelix Primitives - Plane - Plane Primitives Work Plane		Scoft Partitions In Delete and Repair - Operations - Operations
Model Builder ← → ↑ ↓ ☞ • ፹† ≣↓ Ⅲ • ▲	Settings Properties Block Block Bloid Selected  Build All Objects	* 1	2 Graphics
<ul> <li>Global Definitions</li> <li>Materials</li> <li>Component 1 (comp 1)</li> <li>Definitions</li> </ul>	Label: Block 1		5 mm
<ul> <li>▲ A Geometry 1</li> <li>⊕ Sphere 1 (sph 1)</li> <li>⊡ Block 1 (blk 1)</li> <li>● Form Union (fin)</li> <li>■ Materials</li> </ul>	Type: Solid  Solid Slize and Shape	•	
<ul> <li>Laminar Flow (spf)</li> <li>Fluid Properties 1</li> <li>Initial Values 1</li> <li>Wall 1</li> </ul>	Width: 3 Depth: 12 Height: 5	mm mm mm	2
Mesh 1 No Study 1 Step 1: Stationary Results	Position Base: Center     x: 0	mm	2 0 mm
	y: 0 z: 0	mm mm	y x 1 1 mm
	Axis type: z-axis	•	Messages         Progress         Log         Table           ₩         ₩         ₩         ↓         1         ₩         ₩         ₩
	Rotation: 0	deg ~	×

Рис. 18. Построение геометрии расчетного домена

3. **Третий этап моделирования** – это выбор в разделе *Material* материала, из которого выполнена сфера и расчетный домен. При нажатии *Add Material* откроется справа окно с библиотекой материалов или с часто используемыми материалами (*Built – In*). Для сферы выбираем материал – железо (Iron), а для расчетного домена – воздух (Air). Двойной клик по выбранному материалу, откроет рядом с окном дерева модели окно, в котором необходимо данный материал закрепить за соответствующим объектом. Сначала делаем это для воздуха – расчетный домен (рис. 19), а затем железо – сфера (рис. 20).



Рис. 19. Выбор материала для расчетного домена

File         Home         Definitions         Geom           Add         Blank         Browse         More           Material         Materials         More	hetry Materials Physics Mech Stu Analytic Analytic Property Groups Property Groups	d Ubrpries	Developer	
Model Builder	Settings Properties		Graphics	Add Study Add Material
	Material			+ Add to Component *
<ul> <li>Untitled.mph (root)</li> <li>Global Definitions</li> </ul>	Label: Iron	0		T And to selection
1 Materials			5	Sent
4 🔲 Component 1 (comp1)	Geometric Entity Selection		1 A A A A A A A A A A A A A A A A A A A	Air
Definitions	Geometric entity level: Domain	•	mm	Acrylic plastic
Sphere 1 (sph 1)	Selection: Manual			Aluminum 3003-H18
Block 1 (blk 1)	2	N +		Aluminum 6063-T83
Materials		暄 -	5	American red oak
Isi Air (mat1)     Si Iron (mat2)     Commer How (saf)     Fluid Properties 1	Active	<b>€</b> ⊕	2	4 Beryllium copper UNS C17200 Bit Brick 4 Cast Iron 4 Concrete
Initial Values 1	in particular		0 mm	ER4 (Circuit Roard)
A Mesh 1	Override			Glass (quartz)
a 👒 Study 1	Material Properties		1 2	📫 Granite
Estep 1: Stationary	<ul> <li>Material Contents</li> </ul>		y i x	tel Iron
	** Property Name	Value	-1 °	Mica
	Dynamic viscosity mu			18. ST
	🗹 Density rho	7870(kg	Messages Progress Log Table	
	Relative permeability mur	4000		
	Electrical conductivity sigma	1.12e7[S	1881 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11 11	
	Coefficient of thermal expansi alpha	12.2e-6[		
	Heat capacity at constant pres., Co	440[J/(k		

Рис. 20. Выбор материала для сферы

Все необходимые для расчета физические параметры выбранных сред, будут заданы автоматически.

### 4. Четвертый этап моделирования – создание физики процесса (рис. 21)

и задание граничных и начальных условий на расчетном домене.



Рис.21. Выбор физики процесса

Одно из граничных условий будет задаваться на стенке параллелепипеда (выделенная синим цветом на рис. 22), которая является границей (*boundaries* → *inlet*) впуска жидкости (воздуха) в параллелепипед с заданной скоростью.

	🔄 💼 🔣 🖏 🔍 +   atra Materiala Disarias Mark Study	Deculte	Untitled.mph - CO	MSOL Multiphysics
Laminar Add Add Flow - Physics Multiphysics Domain	Boundaries airs Round y Edge	Point	Global Global	Multiphysics Multiphysics
Model Builder	Settings Properties Inlet Label: Inlet 1    Boundary Selection Selection: Manual    Coverride and Contribution   Equation  Coverride and Contribution  Velocity  Velocity  Velocity		Graphics Q Q A A ⊕ ⊕   ↓ • ▷ ▷ ▷ ▷ □	mm 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 1 0
	Normal inflow velocity     Velocity field     U_0	m/s	Messages Progress Log Table	■ Ra G H •

Рис. 22. Задание первого граничного условия

Второе граничное условие задается на стенке параллелепипеда параллельной рассмотренной ранее (выделенная синим цветом на рис. 23), которая является границей (*boundaries*  $\rightarrow$  *outlet*) выпуска жидкости из параллелепипеда. Граница выпуска находится параллельно границе впуска жидкости. Значение избыточного давления  $p_0$  на границе выпуска жидкости принимается равным нулю.

😐   🗅 📂 🔒 💀 ト ち ぐ 🖻 🏠 [	E 🗴 🔣 🗟 - I	123.mph - COMSOL Multiphysics
File Home Definitions Geome	etry Materials Physics Mesh Study Results	Developer
Laminar Add Add Flow - Physics Multiphysics Physics	Boundaries Pairs Boundary Edge Pairs Edge Pairs Edge Pairs Edge Pairs	Image: Solution of Constraint Group - Attributes     Image: Constraint Group - Attributes     Image: Constraint Group - Attributes       Global     Image: Constraint Group - Harmonic Perturbation Contextual     Image: Constraint Group - Multiphysics
Model Builder	Settings Properties -	Graphics
← → ↑ ↓ ∞ • Ⅲ Ⅲ ■ •	Outlet	Q Q (R + H)   · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
4 (123.mph (root) A (11) Global Definitions	Label: Outlet 1	
Materials	- Roundary Selection	
<ul> <li>Component 1 (comp 1)</li> <li>E Definitions</li> </ul>	• Boundary Selection	
Geometry 1	Selection: Manual	-1 mm
Block 1 (blk1)		
Form Union (fin) Materials	Active 🛍 🕅	5
Air (mat1)	121	
▲ Non (not2)		
🔚 Fluid Properties 1 🎦 Initial Values 1	Override and Contribution	0 mm
P Wall 1	▷ Equation	
Outlet 1	Boundary Condition	z
▲ note Study 1	Pressure 🔹	y 🕂 x
Step 1: Stationary	<ul> <li>Pressure Conditions</li> </ul>	
Town in	Pressure	
	P0 0 Pa	Messages Progress Log Table
	Normal flow	
	Suppress backflow	Saved file: C:\Users\loy\Desktop\123.mph

Рис.23. Задание второго граничного условия

Остальные стенки параллелепипеда, соединяющие впуск и выпуск жидкости, считаются не пропускающими жидкость. То есть считается, что нормальная составляющая вектора скорости потока равна нулю  $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$ . Для этого необходимо в *boundaries* выбрать *Symmetry* и задать номера граней параллелепипеда (рис. 24). Скорость частиц жидкости непосредственно на поверхности шара также считается равной нулю.



Рис. 24. Задание нулевых скоростей потока на остальных стенках расчетного

#### домена

Задача обтекания твердого тела формулируется в рамках модели вязкой несжимаемой ньютоновской жидкости, основываясь на дифференциальных уравнениях в частных производных. Такой процесс описывается нестационарной системой уравнений (Навье-Стокса и уравнения неразрывности), которые можно представить в тензорной форме следующим образом:

$$\rho(\vec{u}\cdot\nabla)\vec{u} = \nabla\cdot\left[-pI + \mu\left(\nabla\vec{u} + \left(\nabla\vec{u}\right)^{T}\right)\right] + F, \qquad (9)$$

$$\rho \nabla \cdot \left( \vec{u} \right) = 0 \,. \tag{10}$$

Переменными величинами в данных уравнениях являются три проекции вектора скорости и давление потока.

5. Пятый этап моделирования – задание сетки разбиения образца и расчетного домена и выполнение расчетов. Сетка разбивает элемент (домен) на малые тетраэдры, в каждом из которых производится расчет скорости течения жидкости и давления (рис. 25).

• 1 🗅 📂 📑	Build All F8	123.mph - COMSOL Multiphysics
File 🔻 🏑	Free Tetrahedral	Mesh Study Results Developer
Build Me Mesh 1 Bu	A Swept Boundary Layers More Operations	Boundary Boundary Layers erators Boundary Layers Boundary Layers Operations Attributes Attributes Boundary Layers
Model E a= ← → ↑ ▲ ◆ 123.m ∽ ▲ ⊕ GI ■	Size Expression Distribution Corner Refinement Scale	
	e Edit Physics-Induced Sequence Clear Mesh Delete Sequence Statistics	• • • • • • • • • • • • • • • • • • •
   000 Sti   000 Re   000 Re	Copy as Code to Clipboard     •       Duplicate     Ctrl+Shift+D       Delete     Del       Rename     F2       Settings       Properties	2 0 mm -2

Рис.25. Задание расчетной сетки

Для расчета выбирается Free Tetrahedral. Так как материалы у сферы и параллелепипеда различны, то и размер сетки для этих элементов необходимо выбрать разного размера. Для начала выбирем расчетный домен и зададим размер сетки для него (рис. 26 и 27).

🔍 🗅 📂 🔛 🐼 🕨 🦘 ले 🛅 🛅	à 🗴 🔍 🔍 🔍 📲	123.mph - COMSOL Multiphysics
File Home Definitions Geom	etry Materials Physics Mesh Study Res	ts Developer
Build Mesh Add Mesh 1+ Mesh Build Physics Contra	Free Free Swept Boundary Layers	A Normal ·     Distribution     A More Attributes ·     Attributes ·
Model Builder	Settings Properties Free Tetrahedral Build Selected III Build All	
<ul> <li>▲ Global Definitions</li> <li>■ Gromponent 1 (comp 1)</li> <li>▶ ⊂ Definitions</li> <li>▶ △ Geometry 1</li> <li>▶ △ Materials</li> </ul>	Label: Free Tetrahedral 1  Domain Selection Geometric entity lever Domain	-1 0 1 5 mm
Laminar Flow (spf)     Liuid Properties 1     Liuid Properties 1     Wall 1     Initial Values 1     Wall 1     Inite 1     Outlet 1     Symmetry 1     Mesh 1	Selection: Manual	
Size Size Tethnedral 1 Size r Study 1 P ≪ Study 1 P ≪ Results	Scale Geometry     Control Entities     Tescellation	y <sup>2</sup> / <sub>y</sub> x
	Element Quality Optimization	



🖳 🗅 📂 🔒 🗟 🕨 🎝 🖒 埴 🎼	Le 🔲 ℝ 🗕 🗟 🔹	123.mph - COMSOL Multiphysics	
File Home Definitions Geom	etry Materials Physics Mesh Stur	Results Developer	
Build Mesh Add Mesh 1 • Mesh Build Physics Control	Normal Free Tetrahedral Generators	y Modify Copy Operations Attributes Attribu	nt ometry from Mesh
Model Builder	Settings Properties Size Build Selected Build All Label: Size 1  Geometric Entity Selection Geometric entity level: Domain Selection: Manual		© №   ∞ • -5 -2
Size 1	Element Size Calibrate for: General physics Predefined Coarse Custom Element Size Parameters	y z x Messages Progress Log Table	-2

Рис. 27. Задание сетки для расчетного домена

Аналогично выбирается и строится сетка для обтекаемого тела( рис. 28).

🔍 । 🗅 📂 🖬 🔣 🕨 👈 🕫 🛅 🕻	a 💼 🔍 🕅 🔍 📲	123.mph - COMSOL Multiphysics —
File Home Definitions Geome	try Materials Physics Mesh Study Result	Developer
Build Mesh Add Mesh 1 • Mesh Build Physics Control	Iormal Idea International Generators	y Copy y Copy rations Attributes - Attributes Attributes -
Model Builder	Settings Properties  Size Build Selected Build All Label: Size 1 Geometric Entity Selection Geometric entity level: Domain Selection: Calibrate for: General physics O Predefined Finer	
	O Custom	Messages Progress Log Table

Рис.28. Задание сетки для обтекаемого тела

После построения сетки производится симуляция процесса. Для этого необходимо в разделе Study запустить Compute (рис. 29).

В результате получим расчет скоростей (рис. 30). После этого необходимо полученный результат настроить для более лучшей визуализации процесса.







Рис. 30. Предварительный результат расчета

### РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ОБРАБОТКА

Таким образом, проделав все этапы моделирования вы получите.

1. Картину распределения скорости (в срезе плоскости YZ) моделируемой области (рис. 31), на которой можно наблюдать: зону торможения потока вблизи передней критической точки А; пограничный слой, прилегающий к поверхности обтекаемого тела; зоны отрыва пограничного слоя от поверхности обтекаемого тела; зоны максимальных скоростей в области миделевого сечения и

др.



Рис. 31. Результат расчета скорости потока

2. Распределение давления по поверхности сферы (рис. 32) на котором можно выделить зоны повышенного и пониженного давления по поверхности сферы.

😐 । 🗅 📂 🔒 🛃 🕨 ७ ८ 🖬 👘	🖻 💼 🔣 🔍 •	123.mph - COMSOL Multiphysics
File - Home Definitions Geom	etry Materials Physics Mesh Study Results	Developer Pressure (spf)
Plot Plot Plot Plot Plot	ce 🗇 Line 🛱 Arrow Line 🖓 Annotation surface 🌍 Contour 🞇 Particle Trajectories row Surface 📚 Streamline 🖾 Mesh Add Plot	More Plots     Oclor Expression     Evaluate Along Normal     Cut Line Direction     Image: Color Expression       Second Point for Cut Line     Cut Line Surface Normal     Image: Color Expression     Image: Color Expression       Second Point for Cut Line     First Point for Cut Line     First Point for Cut Line     First Point for Cut Plane Normal       Attributes     Select
Model Builder	Settings Properties 👻 🖡	Graphics Convergence Plot 1
← → ↑ ↓ • ▼ 11 II II ▼	3D Plot Group	
Wall 1	Label: Pressure (spf)	Contour: Pressure (Pa)
Outlet 1     Symmetry 1	▼ Data	
Mesh 1	Data set: Exterior Walls	mm
Kerne Tetrahedral 1     Al Size 1	▷ Title	
4 🔊 Free Tetrahedral 2	Plot Settings	
▲ Size 2	<ul> <li>Color Legend</li> </ul>	0.5
Step 1: Stationary  Solver Configurations  Results Data Sets	Show legends Show maximum and minimum values Show units	0 mm -0.5 -1
Tables	Position: Right	z 4 <u>3</u> 2
<ul> <li>Velocity (spf)</li> <li>Slice</li> </ul>	lext color: Black	y 🛁
Arrow Surface 1	Number Format	
Pressure (spf)	Window Settings	
Surface     Pressure		Messages Progress Log Table

Рис. 32. Распределение давления по поверхности сферы

Опираясь на изученный по теме материал и полученные результаты моделирования необходимо описать следующее.

1. Положение критических точек на сфере. Какие значения скорости и давления имеет поток в этой точке. Как это определяется по результатам модели.

2. Положение зоны торможения потока вблизи передней критической точки. Как в этой зоне изменяется скорость потока.

3. Зоны максимальных скоростей в области миделевого сечения. Симметричность и расположение этих зон.

4. Пограничный слой, прилегающий к поверхности обтекаемого тела. Зоны отрыва пограничного слоя от поверхности обтекаемого тела.

#### КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Почему важны вопросы обтекания тел движущимися потоками жидкости или газа?

2. Какие силы со стороны потока действуют на тело, находящееся в потоке жидкости или газа?

3. Что такое сила лобового сопротивления? Из чего она складывается?

4. Что такое миделево сечение?

5. Какие тела называются удобообтекаемыми, а какие неудобообтекаемые?

6. Какие физические процессы происходят на поверхности шара при его обтекании потенциальным безвихревым потоком? В чем заключается явление «вязкого» отрыва?

7. В чем заключается явление «кризиса сопротивления»? Дайте определение докризисного и закризисного чисел Рейнольдса.

8. Опишите распределение коэффициента давления (сопоставляя изменение давления с физическими процессами, происходящими при обтекании) на поверхности шара для случая обтекания идеальной жидкостью и реальной жидкостью при докритическом и сверхкритическом числах Рейнольдса.

#### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Валландер, С. В. Лекции по гидроаэромеханике [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С.В. Валландер. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1978. – 296 с. – Режим доступа: http://booksshare.net/books/physics/vallandersv/1978/files/lexciipoaerogidromehanike1978.pdf – 12.10.2021

2. Колесниченко, В.И. Введение в механику несжимаемой жидкости [Электронный ресурс]: учеб. пособие / В.И. Колесниченко, А.Н. Шарифулин. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2019. – 127 с. – РЕЖИМ ДОСТУПА: https://eruditor.io/file/3243459/ – 12.12.2021

3. Ефимов, В.В. Основы авиации [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.В. Ефимов. – М.: Изд-во Московского государственного техн. ун-та гражданской авиации, 2003. – 64 с. – Режим доступа: chttps://eruditor.io/file/1205430/ – 27.06.2022

4. Бетяев, С.К. Задачи обтекания и истечения, аэродинамическое проектирование [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С.К. Бетяев – Ижевск: Изд-во института компьютерных исследований, 2015. – 455 с. – РЕЖИМ ДОСТУПА: www.iprbookshop.ru/69352.html –11.10.2021

5. Малюга, В.С. Численное моделирование обтекания сферы потоком вязкой несжимаемой жидкости [Электронный ресурс]: / В.С. Малюга // Вестник института гидромеханики НАН Украины. – 2013. Том 15.– №3. – С 43-67. – Режим доступа: https://elibrary.ru/uifowf – 24.04.2023

6. Comsol.ru [Электронный ресурс]: офиц. сайт. – 01.09.1998 – Режим доступа: www.comsol.ru/support/knowledgebase/. – 10.10.2022.